MANUAL

DEL

INGENIERO

Y ARQUITECTO.

RESÚMEN

DE LA MAYOR PARTE DE LOS CONOCIMIENTOS ELEMENTALES
Y DE APLICACION EN LAS PROFESIONES DEL INGENIERO Y ARQUITECTO:
COMPRENDIENDO MULTITUD DE TABLAS, FÓRMULAS Y DATOS PRÁCTICOS PARA TODA CLASE
DE CONSTRUCCIONES,
Y POR SEPARADO UN ATLAS DE **133** GRANDES LÁMINAS

POR EL CORONEL RETIRADO DE INGENIEROS

D. NICOLAS VALDÉS,

miembro corresponsal de la Academia de Ciencias de Madrid, etc., etc.

Segunda edicion.

MADRID:
IMPRENTA DE GABRIEL ALHAMBRA,
CALLE DE SAN BERNARDO, NÚM. 73.

1870.

MANUAL
DEL
INGENIERO
Y ARQUITECTO.

A los Excmos. Señores

DON JOSÉ DE ECHEGARAY,

MINISTRO DE FOMENTO,

DON EDUARDO SAAVEDRA,

DIRECTOR GENERAL DE OBRAS PÚBLICAS, AGRICULTURA, INDUSTBIA Y COMERCIO,

y al Ilmo. Señor

DON GABRIEL RODRIGUEZ,

GEFE SUPERIOR DE ADMINISTRACION,

Ingenieros gefes de caminos, canales y puertos, etc., etc., etc.

Su respetuoso y agradecido amigo y atento S. S.

Nicolas VALDÉS.

A

GUSTAVO Y JULIO.

Si alguna vez, por vuestra desgracia, teneis el pensamiento de hacer una publicacion que juzgueis necesaria al conocimiento de muchos por su utilidad reconocida, bien trateis de una obra de consulta, como la presente, ó de una ó varias ciencias de las que comprende y constituyen nuestra profesion, procurad antes de entregaros á tarea tan ingrata,

1.° Medir vuestras fuerzas todas y apelar constantemente á ellas para no desmayar en la firme resolucion de tan ímprobo como poco reproductivo trabajo.

2.° Prestar vuestra conformidad y agredecimiento á la crítica ilustrada, como paciencia suma y ejemplar con la de los necios; que son muchos mas los censores ignorantes que los sábios.

3.° Y, en fin, bastaros á vosotros mismos con vuestros propios recursos, que sí de este modo no fuera, teniendo que acudir á favores ó contar con la probabilidad de que alguna persona amiga ó no amiga se asocie á vosotros para ello, conseguireis aun cuando ofrezcais utilidad imponderable, que los extraños os vuelvan la espalda por toda respuesta, y los amigos dejen de serlo desde que les hagais ó piensen que les podreis hacer la menor indicacion: que así de bueno es el mundo, donde los sagrados lazos fraternales de la que juzgueis mejor amistad se quiebran al

menor esfuerzo en mil pedazos, como el cristal que os deja ver el fondo del desgraciado corazon humano: siendo la bondad de los sentimientos amistosos parecida al oropel y centelleantes piedras falsas en él engarzadas, que no resisten la primera prueba de su aparente valor.

Así, pues, quedareis aislados con vuestra vana esperanza y sensibles decepciones, para devorar en vuestra soledad la pena de no ver realizada esta noble ilusion, que pasará sin mas consuelo que la conciencia de haber querido ser útiles de este modo á la Sociedad, cumpliendo la divina ley del trabajo, la ley de vida, segun vuestra habitud y capacidad. Las amarguras despues de todo, la ansiedad si lograis alguna esperanza, la ilusion de realizarla y el desencanto si la perdeis; el sufrimiento siempre, la tortura, el martirio por todos conceptos, como natural consecuencia de la desconfianza, el egoismo, sórdido interés y positivismo lamentable de la edad en que vivimos, donde no puede tener cabida Mecenas de ningun género; y si por vuestra rara fortuna le hallais, ó si despues de ofrecer á un concienzudo librero el fruto de todo vuestro trabajo, conseguís ver coronado vuestro afan por vuestros repetidos esfuerzos, no será sin que en seguida no tengais que sufrir la mayor de las desventuras, cual es el triste y desconsolador paralelo que sin querer tendreis ocasion de hacer del modo como recibe el público vuestra difícil, costosa y utilísima tarea, al paso que otorga sus favores á coplas de Calainos.

Verdad es que vuestro libro, que os ha costado muchas vigilias, y os ha encanecido, aviejado y maltratado la salud, es una produccion que por su especialidad se dice no tiene lugar en las bibliotecas de muchos hombres y aun de algunas corporaciones, como los Ayuntamientos y Diputaciones, sin embargo que unos y otras necesiten consultar la mayor parte de su doctrina en multitud de ocasiones para otras tantas soluciones prácticas. Verdad es que vuestro libro, hijo de la razon y efecto de la constante ocupacion de toda vuestra vida, no es una obra metafísica ni abstrusa, de idealidad ni fantasía: no es un cuento de milagros y maravillas que conmuevan de emocion, suspendan el ánimo y entretengan las imaginaciones impresionables con descripciones mas ó menos verosímiles y extraordinarias, ni ficciones que embelesen con pinturas fantásticas ó naturales y sen-

cillas de mejor ó peor efecto, y con la presentacion de cuadros de vicios y virtudes en las diferentes esferas de la vida social. Vuestro libro, que no tiene nada de estos encantos poéticos, se presenta, por el contrario, desnudo de todo atavío seductor, y engalanado únicamente con la belleza de la severa deduccion que la razon admite, ya dando reglas como científico, ya practicándolas como fuente de todas las artes.

No espereis, en consecuencia, que una obra esencialmente clásica, que conduce al progreso humano bajo muchos puntos de vista, que habla mas al entendimiento que á la ardiente imaginacion activa guiada por la pasion, ó mas á la inteligencia que al sentimiento, mas á la conviccion por la demostracion de la verdad que al lisonjero ideal exclusivo de creaciones estéticas, pueda competir con esas otras producciones que hicieren grandemente la imaginacion y la entretienen y la ocupan y la halagan con tanto mas afan cuanto es ella sencilla ó viva y exaltada, como lo es por su educacion la de las mujeres, y como lo es, en general, la de tantos hombres nacidos para la poesía é inspirados y abstraidos por la narracion ó seducidos por las bellezas literarias. No, vuestro libro solo será apreciado y consultado por varios de vuestros compañeros, y tal vez por alguna que otra persona de las muy raras que en todos los paises viven por fortuna para bien de la ciencia, que de este modo no morirá por falta de patrocinio.

Será, por consiguiente, muy escasa la esperanza que os anime si quereis ocuparos ahora ó luego de estos árduos trabajos, que solo deben emprender los que abunden en tiempo, saber y medios, y no los que, como yo, carecemos de todo esto, si bien nos sobra verdadero patriotismo y grande amor á la humanidad. Seguid, pues, otro camino, estudiad los contínuos adelantos de las ciencias y las artes, trabajad y sed útiles con la honradez que teneis por guía, que es el gran patrimonio de los buenos ciudadanos, y pensad, al hojear este libro, que en él teneis el consejo que para recuerdo constante os dejo escrito, de no ocuparos de lo que tanto cuesta y poco vale, no compensando la satisfaccion del servicio prestado las amarguras de la decepcion. Ya uno de vosotros lo ha visto de cerca, si bien en pequeña escala, y puede juzgar por el resultado cuál es la gratitud de los hombres y la esperanza que en ellos se funde.

Pero en todo caso, y en el supuesto de veros conducidos por tan árido y penoso camino, todo de angustia y tormento, de sufrimiento y abnegacion, podeis vivir seguros de ser esa la prueba á que Dios quiere sujetaros en este desgraciado suelo, donde cogereis larga cosecha de pesares, no pocas humillaciones y gran caudal de experiencia que os haga conocer de cuantos modos se ostenta la lastimosa miseria humana; que todo es aquí mezquino, vicioso y falso, todo escaso de grandeza, todo excesivo de pequeñez. Triste verdad que mata la esperanza, dura realidad sin compensacion, fatal herencia que tenemos al nacer, y que solo ofrece el sin número de espinas con que la aparente amistad ó indiferente y la maldad hacen el martirio de esta vida, sin otro consuelo que la dicha de dejarla.

Vuestro amante padre

NICOLAS.

Nota. Debo ser justo, como estoy reconocido al Gobierno y varios amigos por excepcion, á cuyo influjo he debido que el Ministerio de Fomento se apresure á adelantar, á cuenta de la adquisicion de varios ejemplares de esta obra, la cantidad necesaria para terminar su publicacion.

PRÓLOGO.

Conocido ya este escrito y su objeto por la primera edicion, solo tengo que agregar algunas pocas palabras concernientes al nuevo título que lleva y la razon de aparecer su parte ortográfica mas conforme á las prescripciones de la Academia Española que á la libertad usada en la prensa ordinaria.

He variado el título, llamando á esta obra «MANUAL DEL INGENIERO Y ARQUITECTO,» y no solamente del Ingeniero como antes, porque, siendo igual en su mayor parte la doctrina para las dos profesiones, y habiendo aumentado los principios de estilos arquitectónicos, programas de composicion y otros conocimientos mas de la especialidad de las construcciones de edificios, en que, si entienden y deben entender los Ingenieros, con mayor razon entenderán los Arquitectos, no podia en rigor considerarse este libro exclusivamente consagrado á los primeros cuando los segundos tienen en él todo lo que necesiten consultar en práctica, ya traten de edificaciones ordinarias y sus presupuestos, ya de obras monumentales, ya de otras mas sencillas de campaña y aun de las mas humildes de labradores y campesinos. Unicamente pudieran haberse multiplicado los ejemplos de adorno en mas láminas de las que se presentan; pero fuera de que estas bastan para conducir al recuerdo de los diferentes sistemas ó estilos de los pueblos antiguos y modernos, queda como no puede menos de quedar, al criterio de cada cual, la manera de completar la obra proyectada con los recursos de su imaginacion; teniendo presente que las reglas generales de arquitectura no encadenan la fantasía como no ligan tampoco la libertad en la composicion, aun dentro de los límites de los órdenes menos tolerantes, con tal de no faltar á las leyes, algun tanto variables, del buen gusto, objeto, necesidades y exigencias de la época á que pertenezca la construccion. Lo principal en el arte de edificar, aquello de que no se puede dispensar el Arquitecto como el Ingeniero bajo responsabilidad científica, es cumplir las leyes de mecánica, para deducir la base principal que determine, segun los medios de ejecucion, las dimensiones que deben tener todos los elementos de la obra, no excediendo ni faltando á los límites dados por la observacion y cálculo para no aumentar sin necesidad el presupuesto ó comprometer la estabilidad, que es el objeto conquistado por la ciencia resumida en este Manual. Para lo concerniente al estilo y proporcion sobra tambien con lo aquí expuesto, teniendo presente, además, que todo

profesor es dueño de enriquecer y aumentar, hasta donde alcance su sentimiento artístico, la forma y colorido, la belleza de la composicion, que no admite reglas fijas y puede variar al infinito.

Por lo demás, comparada esta edicion con la primera se notará que, despues de corregida aquella, ha sido aumentada con muchos ejemplos y doctrina elemental, máquinas y motores modernos, análisis de las locomotoras, ferro-carriles económicos, accidentes en todos ellos y modo de evitarlos, tablas de materiales experimentados y sus precios, los mencionados estilos de arquitectura, composicion de edificios y tableros y cuchillos de puentes metálicos, columnas de hierro, etc., y renovado todo lo relativo á armaduras y bóvedas, tratado de un modo general, sencillo y práctico. Aumento, que suponen 400 páginas ó cerca de una mitad mas de cuanto contenia la primera edicion, y 30 láminas nuevas sobre las 103 que antes habia.

Aceptando tambien el consejo de un amigo, se han puesto dos índices, uno sistemático y otro alfabético de las materias tratadas.

En cuanto á la parte ortográfica se ha seguido el rumbo marcado por la Academia de la lengua, no excluyendo la x de las expresiones que, procedentes del latin, empiezan con la sílaba *es* ó la tienen en medio de diccion, contrario á lo que quiere Dominguez en su diccionario y es uso conforme en la mayor parte de las publicaciones periódicas ó de fondo; á que se agrega tambien que, desterrada esta letra para todas las palabras en que ha podido sustituirse por la *j*, queda su sonido completamente definido y apropiado mas próximo al de *g s* que al de *c s* que algunos introducen con demasiada libertad y sin ventaja alguna.

La letra *j* se escribe antes de las vocales *e i* en todas las palabras que en su etimología no tiene *g*.

La preposicion latina *trans* (de la otra parte) que tanto se ha usado en nuestro idioma, dando á las palabras á que iba antepuesta energía y robustez, ha sido ya cambiada por la Academia, siguiendo el uso mas generalizado de quitar la *n* para dejar á las palabras *trasmitir*, *trasportar*, *trastornar*, etc., con el desabrido son que en ellas resulta por esta desgraciada supresion.

Del propio modo, en la preposicion *sub* (debajo) se conserva la *b* en las palabras donde se halla precedida de vocal, y se suprime por contraccion no justificada cuando está precedida de consonante, permaneciendo por excepcion en *subtender, subvenir, subsistir* y sus derivados, y en *subduplo, subjetivo* y otras mas palabras.

Se suprimen, tambien por contraccion, la *b* en *obscuro* y sus derivados, y la *p* en *séptimo*, para quedar las palabras *oscuro* y *sétimo*, de débil ó poco varonil pronunciacion. Tambien pudiera suprimirse la *m* en *columna*, segun ya indica la Academia y algunos hacen, pero todavía no es bastante constante este mal uso.

En general, se ha seguido la práctica consagrada por el tiempo y autorizada por la Academia, previniendo de antemano que cualquiera palabra que no se encuentre de este modo escrita debe tomarse por un error de imprenta.

En el tecnicismo propio de la ciencia se ha procurado acomodar las palabras extranjeras con traduccion apropiada, ó sin ella cuando señala una

idea nueva ó conocida pero que no puede representarse por mas de dos palabras, como *eclisa*, por ejemplo que no es posible sustituirla por *entablillado*, por no ser de madera las piezas usadas y por no haber mas ligaduras que pernos.

Lástima es, para otros muchos casos, que teniendo nuestro idioma palabras propias y castizas como *atargea*, *locomotriz* ó *locomotiva*, *ronda*, *pasamano*, *carpanel*, *montea*, etc., se hayan definitivamente ó en parte sustituido por *tagea*, *locomotora*, *bulevart*, *limon*, *ansa*, *epura*, etc; como tambien que la expresion *paseo*, no se cambie en la de *berma*, bastante mas apropiada cuando designa la parte lateral no afirmada de una carretera; y *mina* por *túnel*, no solo por ser palabra española que explica bien su significado, sino por no manifestar pobreza en un idioma rico de suyo, no habiendo necesidad de acudir á nomenclatura extraña cuando, como por la palabra *carril*, clara y expresiva, si no del todo exacta, se entienden las barras que algunos escriben y pronuncian *rails*, no habiendo necesidad de autorizar con su ejemplo semejante importacion.

Por lo demás, aclaradas algunas doctrinas que quedaron insuficientes en la primera edicion, y complementadas otras, resulta ahora este Manual con mejores condiciones y de mas útil servicio en la práctica, no creyendo falte nada importante para los ejercicios y resoluciones de cuantos problemas ocurran á los Ingenieros, Arquitectos, Maestros y Agrimensores. De ser esto así habrán quedados satisfechos los deseos que me propuse.

ALFABETO GRIEGO.

Α, α..........	Alfa.	Ν, ν...........	Nu.
Β, β, ϐ........	Béta.	Ξ, ξ...........	Gí.
Γ, γ..........	Gamma.	Ο, ο...........	Omicron.
Δ, δ..........	Delta.	Π, π	Pi.
Ε, ε..........	Epsilon.	Ρ, ρ...........	Ro.
Ζ, ζ..........	Zéta.	Σ, σ, ς........	Sigma.
Η, η..........	Eta.	Τ, τ...........	Táu.
Θ, θ..........	Théta.	Υ, υ...........	Upsilon.
Ι, ι..........	Iota.	Φ, φ...........	Fí.
Κ, κ..........	Kappa.	Χ, χ..........	Chi.
Λ, λ..........	Lamda.	Ψ, ψ..........	Psi.
Μ, μ..........	Mu.	Ω, ω..........	Omega.

OBSERVACIONES.

La unidad de longitud es el metro, cuya representacion simbólica, siendo N un número cualquiera, es.. N^{m}

La unidad de longitud itineraria es el kilómetro, y se representa........ N^{kilom}.

Los submúltiplos del metro, decímetro, centímetro y milímetro......... N^{d}, N^{c}, N^{mil}

La unidad de superficie es el metro cuadrado........................... N^{m2}

La de volúmen el metro cúbico.. N^{m3}

La de capacidad para líquidos ó granos es el litro...................... N^{lit}

La del tiempo es generalmente el segundo............................. 1″

Las velocidades se expresan por metros recorridos en un segundo.

Las fuerzas y pesos son dadas en kilógramos, y se representan.......... N^{k}

Las cantidades de accion ó de trabajo, en kilográmetros.................. N^{km}

Tambien se representan las fuerzas por la gran unidad dinámica llamada caballo de vapor... N^{c} ó N^{cab}.

Se ha tratado, además, de conservar generalmente las letras griegas π, Π, ω Ω, para representar:

π=3,1415926, ó 3,1416, y aun 3,14=relacion de la circunferencia al diámetro.

Π=el peso material de un cuerpo

ω:Ω=las áreas circulares, pequeñas ó grandes.

Se indica tambien por g la fuerza de gravedad; v, v' etc., las velocidades; V, V′, etc, los volúmenes, y por S, S′, etc., las superficies.

La presion atmosférica, llamada simplemente *una atmósfera* cuando se la considera como unidad, y representada N^{atm}, ó N^{at}, pesa 1^{k},033 sobre un centìmetro cuadrado, y 0^{k},81 sobre un centímetro circular.

En la mayor parte de los problemas y ejemplos los números que expresan los datos y resultados lo son por el sistema métrico y el ordinario antiguo.

Los númeres puestos entre paréntesis indican los del texto que se deben consultar.

ÍNDICE ANALÍTICO.

CAPÍTULO I.

Principios y diversos extractos generales de las matemáticas.

ARTICULO I.

DATOS NUMÉRICOS, REGLAS, TABLAS.

ARTICULO II.

CUESTIONES DE GEOMETRÍA, TRIGONOMETRÍA Y CÁLCULOS.

ARTÍCULO III.

MÁQUINAS SIMPLES.—ROZAMIENTO.

ARTÍCULO IV.

EQUILIBRIO Y COMPOSICION DE FUERZAS ACTUANDO SOBRE FLUIDOS.—PRESION POR LA GRAVEDAD

ARTÍCULO V.

COMPOSICION GENERAL DE LAS MÁQUINAS.

CAPÍTULO III.

Movimiento y conduccion de aguas.

ARTÍCULO I.

NOCIONES, FÓRMULAS, TABLAS, &.

ARTÍCULO II.

DE LAS CORRIENTES.

ARTÍCULO III.

MOVIMIENTO DEL AGUA EN LAS CAÑERÍAS Ó ACUEDUCTOS CERRADOS.

CAPÍTULO IV.

Ruedas hidráulicas. Ariete. Bombas. Molinos de viento.

ARTÍCULO I.

RUEDAS HIDRÁULICAS.

ARTÍCULO II.

ARIETE, BOMBAS, TORNILLO Y FAJA HIDRÁULICA.

ARTÍCULO V.

APLICACION DE LAS MÁQUINAS DE VAPOR.

ARTÍLULO VI.

MÁQUINAS CALÓRICAS, DE GAS Y VAPOR RECALENTADO.

CAPÍTULO VI.

Construcciones.

ARTÍCULO I.

DE LOS MATERIALES EMPLEADOS EN LAS CONSTRUCCIONES.

ARTÍCULO II.

RESISTENCIA DE LOS MATERIALES.

ARTÍCULO III.

RESISTENCIA DE LAS CONSTRUCCIONES.

ARTÍCULO IV.

REGLAS DE ARQUITECTURA, ESTILOS.

ARTÍCULO V.

ARQUITECTURA HIGIÉNICA Y COMPOSICION DE EDIFICIOS.

ARTÍCULO VI.

PUENTES.

CAPÍTULO VII.

Caminos ordinarios y de hierro.

ARTÍCULO I.

CAMINOS ORDINARIOS

ARTÍCULO II.

CAMINOS DE HIERRO.

CAPÍTULO VIII.

Canales de navegacion y riego.

ARTÍCULO I.

CANALES DE NAVEGACION.

ARTÍCULO II.

CANALES DE RIEGO.

CAPÍTULO IX.

Fuentes ascendentes ó pozos artesianos.

CAPÍTULO X.

Gnomónica.

ADICION I.

ADICION II.

ADICION III.

ADICION IV.

ÍNDICE ALFABÉTICO.

ERRATAS.

Ántes de consultar este libro deben hacerse en él las correcciones siguientes:

PÁGINAS.	LÍNEAS.	DICE	DEBE DECIR.
6	18	$\frac{1}{(1-x}$	$\frac{1}{(1-x)^{\frac{1}{2}}}$
8	7	$(3-x^2$	$(3-x)^2$
9	25	$\sqrt[3]{59'7\&}$	$\sqrt[3]{759',7\ \&}$
10	6	El último radical debe ser $\sqrt[m]{\quad}$	
15	12	log. $c - d$	log. c — log. d
74	39	$a =$	A =
85	16 | 21	El signo del denominador de ambas fórmulas es $\mp$	
85	última.	La penúltima fórmula debe ser como la última.	
92	28	tang. $\frac{1}{2}$(A — B)	$\frac{1}{2}$(A — B)
96	16	formúlas	fórmulas
97	4	C = $\frac{1}{2}$(B — C) — $\frac{1}{2}$(B — C)	C = $\frac{1}{2}$(B + C) — $\frac{1}{2}$(B — C)
127	penúltima.	siguiese	se quisiere
128	20	$y = az + b$	$y = ax + b$
130	24	reducia	reduciria
133	23	F	T
		Falta citar en las páginas 131 y 132 las figuras 16, 17 y 18.	
134	14	solo lo	solo
135		Cítese la figura 120 al frente del número 126.	
141	31	los tres triángulos	los triángulos
145	20	$6 = o$	$\gamma = o$
149	41	Suprímase la repeticion que allí hay.	
154	30	La primera y debe ser x	
155	2	$\frac{dz}{dx.dy}$ y $\frac{dz}{dy.dz}$ ó $\frac{2\,dz}{dx.dy}$	$\frac{d^2z}{dx.dy}$ y $\frac{d^2z}{dy.dx}$ ó $\frac{2\,d^2z}{dx.dy}$
166	2	El signo = al medio entre las rayas.	
170	24	Ciérrese el paréntesis del último término.	
id.	última	$\sqrt{a^2+a^2}$	$\sqrt{x^2+a^2}$
177	3 | 10	3,141582 | —&)	3,141592 | —&)dx
179	16 | 19	356 x^5 | 15x^3	336 x^5 | 15 x^4
185	penúltima.	151	408
186	17	a	α
191	29	99°50′	96°50′
194	32	E C	E G
197	13	dibidirse	dividirse
198	26	inferior	superior
203	17	retígulo	retículo
209	31	al tornillo	á tornillo
217	12 | 14 | 19	oc | oc | calquiera	oC | oC | cualquiera
218	2	A D = A D	A D = A B
220	35	C N	C M
226	29	10,85	10
229	12 | 32	$t = +10°$ | 213	$t' = +10°$ | 212
246 / 247	TABLA.	Las palabras Cantchu, Espato-fiua, Mostero, cimeto, yoso, Sta. Gobain, y Zafiro de Brasil.	deben ser: Cautchú, Espato-fluor, Mortero, cimento, yeso, St. Gobain, y Zafiro del Brasil.
253	30	fuese ó	fuese;
263	17	$\frac{1}{3}$M R²	$\frac{1}{2}$M R²
265	19	del Vapor	de Vapor
270	21	ejercitadas	ejercidas
273	2	$c + 2g$	$c \times 2g$
274	4 | 39 | 42	inestensible | l | l	inextensible | l, | l.

PÁGINAS.	LÍNEAS.	DICE.	DEBE DECIR.
275	2 | 8 | 26	T | T^2 | 6'366407	t | t^2 | 6'366407^m
277	13	18	17
279	19	1,47	0,47
281	7	H =	Π =
282	19 | 24	del A | aplicando	del B | aplicado
289	17	fundacion	fundicion
292	15	fig. 120	fig. 121
297	24	0,083	0,0183
313	4 | 14 | última.	núm. 429 | $m v$ — | mismos	núm. 672 | $m v =$ | mism
314	23 | 24	$\frac{F}{g}$ | $m 2 N$	$\frac{\pi}{g}$ | $m ; 2 N$
320	42	correas,	correas
323	última.	mitad de O C	mitad de O B
344	23	Lám. 11	Lám. 13
346	23	debe	no debe
356	7	$\frac{a^2}{2g}$	$\frac{v^2}{2g}$
361	antepenúltima	$e = 0^m,25$	$e = 0^m,025$
362	32	$\left(1 - \frac{\omega}{\omega_4}\right)$	$\left(1 - \frac{\omega}{\omega_4}\right)^2$
363 364 366	Las láminas 11, 12, 13 y 14, deben ser, 13, 14, 15 y 16		
368	TABLA.... Dos últimas columnas.	....0,144 | 0,020 0,011 0,011 0,012	................0,0144 | 0,020 0,012 0,011 0,011
373	24	$\frac{r^3}{r_3^2}$	$\frac{r'^2}{r_3^2}$
374	29 | 31	0,00007+ | $0,0018^2$ | 0,003	0,00007× | $\overline{0,00108}^2$ | 0,00
375	2 | 3 | 25 | 27	0,003|2246|lám. 11|lám. 102	0,0011 | 24 | lám. 13 | lám.
376	á la márgen.	Lám. 102	Lám. 131
384	25	$h = \frac{v'^2}{g}$	$h - \frac{v'^2}{g}$
385	20	$= \frac{g x^2}{2 w^2 \cos.^2 \alpha}$	$y = \frac{g x^2}{2 w^2 \cos.^2 \alpha}$
391	antepenúltima.	$(v^{3'}$	$(v'^2$
394	17	$v = 7,58$ V	$v = 0,58$ V
402	10	eleva 5^m, 5 a^m	eleva 5^m,5 á 7^m
415	*Tabla.* 2.ª columna. Desde la expresion 6,0010788 abajo, las 1as, 3 cifras son todas 0,00		
	Tabla siguiente.	0,018718	0,018018
416	23 *(tabla.)*	manganesio 1200	manganesio 1250
417	47 | 49	(0,3847 | 138°,2	0,2857 | 128°2
418	9 | 3.ª columna.	0,01359 | 0,00	0,01356 | 0,7600
419	*Tabla* 1.ª 3.ª y 4.ª col.ª	14° ,4 | 3,40 | 36,990 39,155	145°,4 | 3,04 | 30,990 36,155
id.	4.ª línea siguiente.	núm. 581	número 847
432	9	9,97	5,97
436	24 | 40	$= 263^k$ | $= 12°$	$= 264^k$ | $t = 12°$
438	*Tabla,* colum. 5-8 y 9	9,259 | 6,892 | 5,075 5,845	6,259 | 5,892 | 4,025 5,945
	Líneas 42 | 50	y L, l' | $\frac{1}{2}\Pi'$	y L, l | $\frac{1}{2}\Pi_,$
452	19	$(p' - p')^{km}$	$(p_, - p_,')^{km}$
453	5	F' $D^2 v k p_,$	$F = D^2 v k p'$
454	1.ª *tabla,* 2.ª y 3.ª col.ª	0,86 | 0,80	0,72 | 0,70
458	35	$\log. \frac{v'}{v}$	$\log. \frac{v}{v'}$
464	17	0,1	$0^m,01$
470	*Tabla.* 2.ª columna.	00	400
478	5 | 34	el vapor | 247^{m2}, 05	y el vapor | 247^{m2},05

<table>
<tr><th>PÁGINAS.</th><th>LINEAS.</th><th>DICE.</th><th>DEBE DECIR.</th></tr>
<tr><td>481</td><td>2</td><td>$(v \pm v')^2$</td><td>$(v \pm v')^2$</td></tr>
<tr><td>484</td><td>6 | 10</td><td>$r^2 + a \mid \frac{h^3}{2\pi}$</td><td>$t^2 + a) \mid \frac{h^2}{2\pi}$</td></tr>
<tr><td>491</td><td>22</td><td>$0{,}033\,D\sqrt{P}$</td><td>$0{,}053\,D\sqrt{P}$</td></tr>
<tr><td>498</td><td>23 | 36 | 48</td><td>al|5^m,95|y por último en hacer</td><td>el|3^m,95|como tambien si se hace</td></tr>
<tr><td>509</td><td>3</td><td>propasadores</td><td>por pasadores</td></tr>
<tr><td>511</td><td>6 | 45</td><td>lám. 61 | lám. 41</td><td>lám. 31 | lám. 121</td></tr>
<tr><td>690</td><td>38</td><td>$b\,h^2 = \frac{7000000}{6\,P\,c}$</td><td>$b\,h^2 = \frac{6\,P\,c}{7000000}$</td></tr>
<tr><td>697</td><td>19</td><td>$3\,P + p\,c$</td><td>$3\,P + 2\,p\,c$</td></tr>
<tr><td>699</td><td>16 | 20</td><td>$F \mid \frac{p'\,c}{8\,R}$</td><td>$R \mid \frac{p\,c^2}{8\,R}$</td></tr>
<tr><td>702</td><td>2 | 17 | 22 | 31</td><td>$p'\,c \mid (2\,c\,c''^2 + c'^4) - p'''\,c' \mid F' + F$</td><td>$p'\,c' \mid (2c\,c''^2 + c'^3) - p'''\,c^3 \mid F' + F_/'$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$Q' = Q'' \mid Q'' = \frac{5^2}{56}$</td><td>$\mid Q' = Q''' \mid Q'' = \frac{52}{56}$</td></tr>
<tr><td>703</td><td>3 | 7</td><td>$5\,c'^4 \mid 104\,c\,c'$</td><td>$5\,c'^4) \mid 104\,cc')$</td></tr>
<tr><td>707</td><td>7</td><td>$50^{cab},85$</td><td>$50^{cab} \times 75^k$</td></tr>
<tr><td>709</td><td>26 (fórmula.)</td><td>25^2</td><td>25</td></tr>
<tr><td>710</td><td>15</td><td>x</td><td>α (fig. Y, lám. 40)</td></tr>
<tr><td>712</td><td>10</td><td>$\frac{N}{\omega}\,R = + \pm \frac{X\,n}{I}$</td><td>$R = + \frac{N}{\omega} \pm \frac{X\,n}{1}$</td></tr>
<tr><td>713</td><td>27 (fórmula.)</td><td>(sen.</td><td>(sen. α</td></tr>
<tr><td>714</td><td>15</td><td>$\varphi = o$</td><td>$\alpha = o$</td></tr>
<tr><td>715</td><td>última.</td><td>1 L + '.</td><td>1 + L'</td></tr>
<tr><td>719</td><td>15 | 35</td><td>lám. 74 | número 2181</td><td>lám. 102 | número 1181</td></tr>
<tr><td>722</td><td>2 | 14 | 21</td><td>el constante | $f+f'$) | +1000</td><td>la constante | $f+f''$) | $\times$10000</td></tr>
<tr><td>723</td><td>34 | 38</td><td>lám. 73 | lám. 74</td><td>lám. 101 | lám. 102</td></tr>
<tr><td>724</td><td>6</td><td>lám. 73</td><td>lám. 101</td></tr>
<tr><td>730</td><td>7</td><td>del número 255</td><td>de la página 246</td></tr>
<tr><td>733</td><td>12</td><td>$- 0{,}44\,h$</td><td>$= 0{,}44\,h$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">Las F en esta y siguiente página son R</td></tr>
<tr><td>734</td><td>24</td><td>forma</td><td>berma</td></tr>
<tr><td>737</td><td colspan="3">Todas las H de las fórmulas son Π</td></tr>
<tr><td>744</td><td>8 | 26 (fórmula)</td><td>han de $\mid \frac{de}{\sqrt{d\,e'}}$</td><td>ha de $\mid \frac{d\,e}{\sqrt{d\,d'}}$</td></tr>
<tr><td>747</td><td>35</td><td>á que esta se halla aplicada</td><td>sobre que estas actúan</td></tr>
<tr><td>755</td><td>22 | 30 | 37 | 38</td><td>El rádio es | , y 2.° |
La fórmula | en la que son</td><td>El rádio del trasdos es | y 2.°
| Por la fórmula | son</td></tr>
<tr><td>757</td><td>32 última fórmula</td><td>conocidos | $\frac{r^2}{3}$</td><td>conocidas | $\frac{r^3}{3}$</td></tr>
<tr><td>758</td><td>12 | 35</td><td>V=10, 362 | Siendo. así,</td><td>V=10, 312 | Siendo</td></tr>
<tr><td>759</td><td>6 | 22 | 27 | 29 | 34</td><td>$c'c''-$ | el | Será, así, | $\frac{1}{2}x^2$ | C+</td><td>$c'c''+$ | al | Se tendrá | $\frac{1}{2}a^2$ | C$\times$</td></tr>
<tr><td>760</td><td>14 | 25</td><td>y como $Oc' = 4^m,74$ | Q=1,9+</td><td>; y como $Oc' = 4^m,74$, | Q=1,9$\times$</td></tr>
<tr><td>761</td><td>26 | 28 | 33</td><td>su rincon $\frac{1}{3}r^3$</td><td>en rincon $\frac{1}{3}r^2$</td></tr>
<tr><td>762</td><td>17 | 42</td><td>su rincon | cuadrado | $DD' = P$</td><td>en rincon | cuadrante | $DD' = p$</td></tr>
<tr><td>763</td><td>6 | 30 | 35</td><td>0,294 | el 1.° | respeta |</td><td>0,292 | el 2.° | respecta</td></tr>
<tr><td>766</td><td>2 | 3 | 33</td><td>45^m | 27^m | 144 R^3</td><td>50^m | 31^m | 144 R^5</td></tr>
<tr><td>773</td><td>21</td><td>(véase el capítulo VI)</td><td>(véase luego Puentes oblicuos)</td></tr>
<tr><td>774</td><td>31 | 36</td><td>$\Pi = \mid \frac{1+l}{l}$</td><td>$\Pi \mid \frac{l+l'}{l}$</td></tr>
<tr><td>781</td><td>22 | (fórmula)</td><td>$90\,b^2c^2$</td><td>$90\,b^2c^4$</td></tr>
<tr><td>786</td><td>19</td><td>$\frac{p'c}{8}$</td><td>$\frac{pc^2}{8}$</td></tr>
<tr><td>789</td><td>39</td><td>seguido</td><td>segundo</td></tr>
<tr><td>800</td><td>22 | 25</td><td>fig.^{s} 3 y 4 | fig. 4</td><td>fig^s. 2 y 3 | fig. 3</td></tr>
<tr><td>801</td><td>11 | 20</td><td>$p\,l$ cos. | A F</td><td>$p\,l$ cos. α | HF</td></tr>
</table>

PÁGINAS.	LÍNEAS.	DICE.	DEBE DECIR.
811		Póngase al márgen, frente al número 1381	Fig. 6, lám. 46
812	13 (fórmula.)	$t-$	$t=$
813	19	fig. 9	fig. 8
816	35 (fórmula.)	$\frac{\text{sen. } \frac{1}{2}\varphi}{\varphi}$	$\frac{\text{sen. } \frac{1}{2}\varphi}{\varphi} \text{cos. } \frac{1}{2}\varphi$
817	6 | 23	$(\varphi-x)$ | cos. $(\varphi-\alpha$	$\varphi-\alpha$ | cos. $(\varphi-\alpha)$
822	17 | 18	$pc''=pc''=$ | $12 \times bh^3$	$pc''=$ | $4 \times bh^2$
828	27	bh^3	bh^2
829	14	vuelta;	vuelta
834	3	Griegos	griegos
836	20	exterior	interior
846	13	59 y 63	59 y 61
848	21 | 23 | 27 | 40 |	doseletes	doseletes, fig. O' (lám. 59 |
		(lám. 60)	(lám. 59)
		(lám. 61 y 63)	(lám. 59)
		y 66	y 61
853	37	ejecutaron	ejecutaron,
856	18	lám. 61	lám. 62
858	17 | 20	bóveda | T y 60	faja | O' y 61
861	6	1: 32	1: 3,2
895	22 | última columna | de la tabla	R=600[k] | 39 | 49	p=600[k] | 33 | 45

MANUAL

DEL INGENIERO Y ARQUITECTO,

CAPÍTULO I.

PRINCIPIOS Y DIVERSOS EXTRACTOS GENERALES

DE LAS MATEMÁTICAS.

ARTÍCULO I.

Datos numéricos.—Diversas reglas.—Tablas.

1.° NÚMEROS Y FACTORES FRECUENTEMENTE USADOS.

π=semicircunferencia cuyo rádio es=1 ó circunferencia cuyo diámetro = 1.
π=3,1415926535898...

En la práctica solo se toma π=3,14159, ó 3,1416, y aun 3,14, ó $\pi=\frac{355}{113}$ y $\pi=\frac{22}{7}$

Log. π=0,497149872694... $\frac{1}{\pi}$=0,318309886183791...

Log. hiperb.° π=1,144729885849....

Superficie del círculo $\pi r^2=\frac{1}{4}\pi d^2$=0,785398 d^2, ó simplemente 0,785 d^2.

En las tablas que seguirán de los logaritmos de los números la base es=10 y la relacion de aquellos á los hiperbólicos 1 : 2,3. Por manera que multiplicando los logaritmos tabulares por 2,3 se tienen los hiperbólicos.

2 π=6,283185307179586... $\frac{2}{\pi}$=0,636619772367581

$\frac{\pi}{2}$=arco de 90°=1,570796326724896...

$\frac{\pi}{4}$=arco de 45°=0,785398163397 π^2=9,8696044

$\frac{\pi}{6}$=arco de 30°=0,523598775598 $\frac{1}{\pi^2}$=0,10132118

$\frac{\pi}{8}$=arco de 22° 30′=0,392699081698 $\sqrt{\pi}$=1,77245385

$\frac{\pi}{12}$=arco de 15°=0,261799387799 $\frac{1}{\sqrt{\pi}}=\sqrt{\frac{1}{\pi}}$=0,56418958

Longitud del arco de un grado en el círculo cuyo rádio es=1,

$$\frac{\pi}{180}=0,01745\,3293$$

Id. id. de un minuto

$$\frac{\pi}{10800}=0,000290888$$

Id. id. de un segundo

$$\frac{\pi}{648000}=0,000004848$$

Arco igual al rádio

$$\frac{180^\circ}{\pi}=57^\circ,29577951308$$

$$=57^\circ\ 17'\ 44'',5$$

Su seno=0,8414709848

Su coseno=0,5403023058

Su logaritmo=1,7581226

Logar°. 360° ó 1296000″=6,112605

Rádio de la tierra supuesta esférica=6366198$^{met.}$=1142 leg.^{s} esp.^{s}

Su logaritmo=6,8038801

Rádio de la tierra bajo el ecuador=6375970^m =1144 id. próx.^{e}

Id. bajo el polo =6356844 =1140 id.

Rádio medio de la tierra=6366407^m Su log.=6,8038894

Rádio medio de la tierra en un lugar cuya latitud es L

$$R=6366407\ (1+0,00164\ \cos.\ 2\ L)$$

Distancia del polo al ecuador=10000000^m=1794,$^{legs.}$462

Logaritmo de 24 horas ó de 86400″=4,9365137

Log. 12^h=log. 43200″=4,6354837

Log. 6^h =log. 21600″=4,3344538

Log. 3^h =log. 10800″=4,0334238

Dia sideral=0^d,997269672=23^{h}56′4″,09; tiempo medio.

Dia solar medio=1^d,002737909=24^{h}35′56″555; tiempo medio.

Año trópico=365^d, 5^h, 48′, 50″; log.=2,5625800

Año sideral=365^d, 6^h, 9′, 12″; log.=2,5625978

La tierra, en su velocidad media, recorre en 8′13″2 un arco de 20″,25.

Movimiento propio del sol en un dia por término medio=59′ 8″,33

Aceleracion diurna de las estrellas=3′55″,9

Fuerza de la gravedad en Madrid, $g=$ 9^m,775, ó con exceso 9^m,8

Longitud del péndulo simple sexagesimal calculado por Ciscar para Madrid $l=$ 3^{pies}, 56337=0^m,9928.

$$\sqrt{2}=1,41421356$$
$$\sqrt[3]{2}=1,25992$$
$$\sqrt{3}=1,73205$$
$$\sqrt{5}=2,236067$$
$$\sqrt{6}=2,44948$$
$$\sqrt{7}=2,6457$$
$$\sqrt{8}=2828427$$

$$\sqrt[3]{3}=1,442$$
$$\sqrt[3]{5}=1,709$$
$$\sqrt[3]{6}=1,817$$
$$\sqrt[3]{7}=1,912$$
$$\sqrt[3]{9}=2,08$$

$$\sqrt{\tfrac{1}{2}}=\tfrac{1}{2}\sqrt{2},07,0=710678$$
$$\sqrt{\tfrac{3}{4}}=\tfrac{1}{2}\sqrt{3}=0,8660$$
$$\sqrt{\tfrac{2}{3}}=\tfrac{1}{3}\sqrt{6}=0,8165$$
$$\sqrt{\tfrac{3}{2}}=\tfrac{1}{2}\sqrt{6}=1,2247$$
$$\sqrt{\tfrac{1}{3}}=\tfrac{1}{3}\sqrt{3}=0,5774$$
$$\sqrt{\tfrac{1}{5}}=\tfrac{1}{5}\sqrt{5}=0,44721$$
$$\sqrt{\tfrac{1}{7}}=\tfrac{1}{7}\sqrt{7}=0,37796$$

2. REGLA DE FALSA POSICION.

Cuando un problema conduce á una ecuacion de difícil ó embarazosa resolucion, se emplea ventajosamente esta regla.

Ella consiste, 1.° en ensayar si un núm. cualquiera n, puesto en lugar de la in-

cógnita satisface la ecuacion; cosa que rara vez se conseguirá. Mas de esta sustitucion se sacará un valor mayor ó menor que producirá un error por exceso ó por defecto que podrémos representar por $\pm e$. Sustituido de nuevo otro valor n' en la ecuacion se llegará á un nuevo error $\pm e'$;

2.° Con todos estos valores se establecerá la siguiente proporcion:

Suma ó diferencia de los errores $(e+e')$ ó $(e-e')$: á la diferencia entre los números propuestos $(n-n')$ :: el menor error : á la correccion $(\pm c)$.

El 1.er término de esta proporcion será la *suma* si los errores lo son en sentido contrario, y la *diferencia* si en sentido *igual*, haciendo abstraccion de los signos.

3.° Aumentada ó disminuida la correccion del número que ha producido menor error, segun que este sea negativo ó positivo, se tendrá un nuevo valor n'' mas aproximado á x.

4.° Se operará del propio modo con n'' y el valor n ó n' que haya producido menor error; ó con n'' y otro nuevo número, mas inmediato á x; á que se deberá otra aproximacion n'''.

Continuando de esta manera se llegará á obtener para x un valor tan aproximado como se quiera.

3. Para ejemplo de esta clase de resoluciones propongámonos hallar el *arco de igual longitud que su coseno*, cuya fórmula es

$$s=\cos.s \quad \text{ó} \quad s-\cos.s=o.$$

Con un poco de atencion puede verse que este arco debe aproximarse á 45°. Ensayando este valor, á cuyo fin se podrá proceder por medio de los logaritmos ó directamente por la representacion numérica de estas líneas, s y $\cos.\ s$, podrémos hacer

$$\text{arco de } 45°=\frac{\pi}{180}45=0,017453\times45=0,785385$$

$$\cos.45°=0,707106$$

$$\text{diferencia}+0,078279$$

Formando un arco menor, pues que mayor de 45° daría un coseno todavía menor que el anterior, y fijándonos en 40°, se tendrá del propio modo

$$\text{arco de } 40°=0,698120$$
$$\cos.\text{ de } 40°=0,766044$$

$$\text{diferencia}-0,067924$$

Por la proporcion expresa en la regla (2°) se tiene

$$0,146203:5°::0,067924:\text{correccion}=2°20'$$

Luego $45°-2°,20'=42°,40'$, ó $2560'$ y $40°+2°20'=42°20'$ ó $2540'$ serán dos nuevos números de aproximacion entre que debe hallarse el verdadero valor. Ensayando estos números se tiene sucesivamente,

diferencia=20'

arco de 42°40'=0,000290888×2560'=0,744673	arco 42°20'=0,738855
cos. 42°40'=................ =0,735309	cos. 42°20'=0,739239
diferencia= +0,009364	−0,000384

Suma de los errores=0,009748

$$\text{y} \quad 0,009748:20'::0,000384:c=0',7878=47''16'''$$

Será, pues, la graduacion aproximada del arco buscado

42°20'47"16''', y su coseno=0,7390847.

4. Los siguientes casos son otras tantas soluciones por esta regla.

Abscisa y ordenada x y desde un punto de una circunferencia cuya suma sea igual á la longitud del arco contado desde el orígen que se halla en el vértice.

Ecuacion, $\pi - s = \text{sen. } s + (1 + \cos. s)$, $(r=1)$

ó $\pi - s = 2 \cos. \tfrac{1}{2}s\,(\cos. \tfrac{1}{2}s + \text{sen. } \tfrac{1}{2}s)$

Arco suplementario, $s=41^\circ\ 48'\ 7''$, arco buscado$=138^\circ\ 11'\ 53''$

$x=1{,}7454535$; $y=0{,}6665578$;

ó aproximadamente $x+y=1+\tfrac{2}{3}+\sqrt{\tfrac{5}{9}}$.

Sector cuya cuerda le divida en un triángulo y segmento equivalentes.

Ecuacion, $\tfrac{1}{2}(s - \text{sen. } s) = \tfrac{1}{2}\text{sen } s$, ó $s = 2 \text{ sen. } s$

corresponde al arco de $108^\circ\ 36'\ 13''\ 754$.

Seno que divida al cuadrante en dos partes equivalentes.

Ecuacion, $\tfrac{1}{2}(s - \text{sen. } s \cos. s) = \tfrac{1}{4}\pi - \tfrac{1}{2}(s - \text{sen. } s \cos. s)$

ó $s - \tfrac{1}{4}\pi = \tfrac{1}{2}\text{sen. } 2.s$

sen. $s=0{,}9147711$, cuyo coseno es$=0{,}5960281$, y el arco $s=66^\circ 10' 23''$, 4.

Cuerda que partiendo del extremo de un diámetro divida el semicírculo en 2 partes equivalentes.

Ecuacion, $\tfrac{1}{2}(s - \text{sen. } s) = \text{sen. } s + \tfrac{1}{2}\Big((\pi - s) - \text{sen. } s\Big)$

ó $s - \text{sen.} s = \tfrac{1}{2}\pi$

El arco es $s=132^\circ\ 20'\ 47''{,}26$ y la cuerda$=1{,}8295422$.

Dos cuerdas que, partiendo de un punto de la circunferencia, dividan el círculo en 3 partes equivalentes.

Ecuacion, $\tfrac{1}{2}(s - \text{sen. } s) = 2\Big(\tfrac{1}{2}\pi - \tfrac{1}{2}(s - \text{sen. } s)\Big)$

ó $s - \text{sen. } s = \tfrac{2}{3}\pi$

Los dos arcos extremos son iguales cada uno á.................. $149^\circ 16' 27''$
El arco intermedio.. $61^\circ 27'\ 6''$
Y la longitud igual de las cuerdas............................ 1,928535

Sector equivalente á la mitad del triángulo formado por su tangente, su secante y el rádio.

$2\,s = \text{tang. } s$; $s = \tfrac{1}{2}\text{tang. } s$.

Arco correspondiente, $s=66^\circ\ 46'\ 54''{,}25$; tang. $s=2{,}331122$.

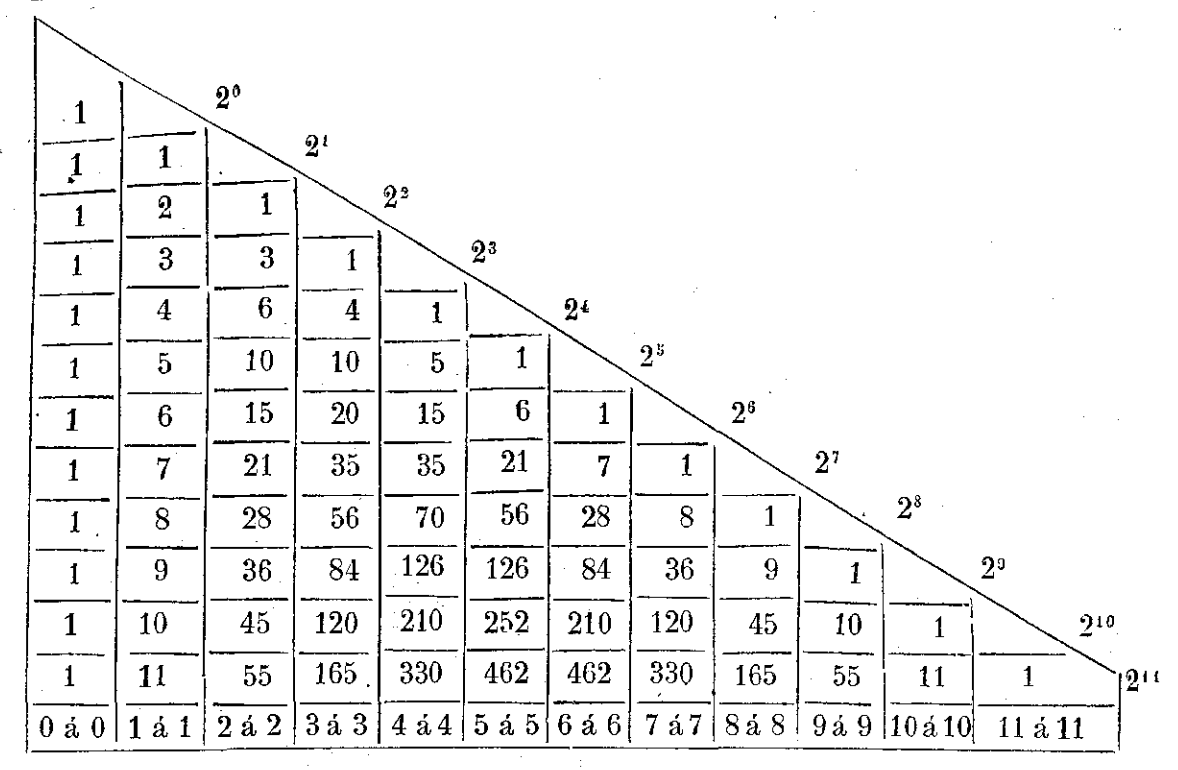
5. BINOMIO DE NEWTON.

El desarrollo de la potencia m, entera y positiva, de un binomio $(x+a)$ se obtiene por la série.

$$(x+a)^m = x^m + \frac{m}{1}ax^{m-1} + \frac{m}{1}.\frac{(m-1)}{2}a^2x^{m-2} + \frac{m}{1}.\frac{(m-1)}{2}.\frac{(m-2)}{3}a^3x^{m-3} +$$
$$\ldots\ldots + \frac{m\,(m-1)\,(m-2)\ldots\ldots(m-n+1)}{1\times 2\times 3\ldots\ldots\ldots\times n}a^n x^{m-n}.$$

cuyo número de términos es $m+1$; siendo el último el llamado término general

del grado $(n+1)$, y la suma de los coeficientes$=2^m$, de que se ponen en la tabla siguiente los correspondientes á las potencias $m=1$, $m=2$, $m=3$, $m=4$, & hasta $m=11$.



1												2^0
1	1											2^1
1	2	1										2^2
1	3	3	1									2^3
1	4	6	4	1								2^4
1	5	10	10	5	1							2^5
1	6	15	20	15	6	1						2^6
1	7	21	35	35	21	7	1					2^7
1	8	28	56	70	56	28	8	1				2^8
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			2^9
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		2^{10}
1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	2^{11}
0 á 0	1 á 1	2 á 2	3 á 3	4 á 4	5 á 5	6 á 6	7 á 7	8 á 8	9 á 9	10 á 10	11 á 11	

Se llama esta tabla el *triángulo aritmético de Pascal*, y se forma observando que cada número es la suma del que le está inmediatamente superior y el que se halla á la izquierda de este último. Así, pues, el 84 de la casilla 10.ª igual á 56+28.

Las líneas horizontales expresan al mismo tiempo todas las combinaciones que se pueden hacer con 2,3,4,5,6,7, &, cosas diferentes tomadas de 2 en 2, de 3 en 3, &, hasta la última que dá todas las combinaciones de 11 cosas, cuya suma es igual á 2^{11}. Las líneas verticales, como se vé, no son mas que las expresiones numéricas del total parcial de combinaciones que se pueden hacer con 2, 3, 5, &, cosas tomadas ó de 2 en 2, ó de 3 en 3, &. Así, pues, combinaciones de á 5 no puede haber mas que 1 con 5 cosas, 6 con 6, 21 con 7, 56 con 8, &.

6. El propio desarrollo del binomio $(x+a)$ puede servir para hallar el de un trinomio $(x+a+b)$; á cuyo fin basta hacer $a+b=c$ desarrollar $(x+c)$, poner despues $(a+b)$ en lugar de c y verificar los cálculos indicados.

7. Si, permaneciendo siempre m entero y positivo, fuera el binomio $(x-a)$, el desarrollo seria el mismo con solo cambiar en negativos los signos de los términos correspondientes á potencias impares del a.

8. Si el binomio fuera $(1\pm x)^m$ se tendria

$$(1\pm x)^m = 1 \pm \frac{m}{1}x + \frac{m(m-1)}{1\times 2}x^2 \pm \frac{m(m-1)(m-2)}{1\times 2\times 3}x^3 \ldots\ldots +$$

terminando la série en el término del grado $(m+1)$ puesto que el siguiente contendria el factor $m-m=0$.

9. Siendo m entero y negativo, el desarrollo tomaria la forma

$$(x\pm a)^{-m} = \frac{1}{(x\pm a)^m} = \frac{1}{x^m}\left[1 \mp \frac{m}{1}\cdot\frac{a}{x} + \frac{m(m-1)}{1\times 2}\frac{a^2}{x^2} \mp \frac{m(m-1)(m-2)}{1\times 2\times 3}\frac{a^3}{x^3} + \ldots \right.$$

$$\left.\ldots\ldots \frac{m(m-1)(m-2)\ldots\ldots(m-n+1)}{1\times 2\times 3\ldots\ldots\ldots\ldots\times n}\frac{a^n}{x^n}\right]$$

El grado de un término cualquiera seria $=n+1$

10. Si el exponente m es fraccionario, igual, por ejemplo á $\frac{m}{n}$, el desarrollo seria

$$(x\pm a)^{\frac{m}{n}}=x^{\frac{m}{n}}\left[1\pm\frac{m.a}{n\times x}+\frac{m(m-n)}{n\times 2n}\cdot\frac{a^2}{x^2}\pm\frac{m(m-n)(m-2n)}{n\times 2n\times 3n}\cdot\frac{a^3}{x^3}+\ldots\ldots\ldots\ldots\right]$$

cuya série vendria á ser infinita si m y n fuesen primos entra sí, puesto que entonces ningun coeficiente podria reducirse á cero.

11. Si, en fin, el exponente fuera fraccionario y negativo, se tendria

$$(x\pm a)^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{(x\pm a)^{\frac{m}{n}}}=\frac{1}{x^{\frac{m}{n}}}\left[1\mp\frac{m}{n}\cdot\frac{a}{x}+\frac{m(m+n)a^2}{n\times 2n\;x^2}\mp\frac{m(m+n)(m+2n)}{n\times 2n\times 3n}\cdot\frac{a^3}{x^2}+\ldots\ldots\right]$$

Aplicando estos desarrollos generales á algunos casos particulares que ocurren con frecuencia, tendrémos sucesivamente

$$\sqrt{1\pm x^2}=(1\pm x^2)^{\frac{1}{2}}=1\pm\frac{x^2}{2}-\frac{1x^4}{2.4}\pm\frac{1.3x^6}{2.4.6}-\frac{1.3.5.x^8}{2.4.6.8}\pm\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{\sqrt{1\pm x^2}}=\frac{1}{(1\pm x^2)^{\frac{1}{2}}}=1\mp\frac{x^2}{2}+\frac{1.3x^4}{2.4}\mp\frac{1.3.5.x^6}{2.4.6}+\frac{1.3.5.7x^8}{2.4.6.8}\mp\ldots\ldots$$

$$\sqrt{a^2\pm x^2}=(a^2\pm x^2)^{\frac{1}{2}}=a\left[1\pm\frac{x^2}{2a^2}-\frac{1.x^4}{2.4a^4}\pm\frac{1.3x^6}{2.4.6a^6}-\frac{1.3.5x^8}{2.4.6.8a^8}\pm\ldots\ldots\right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{a^2\pm x^2}}=\frac{1}{(a^2\pm x^2)^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{a}\left[1\mp\frac{x^2}{2a^2}+\frac{1.3x^4}{2.4.a^4}\mp\frac{1.3.5x^6}{2.4.6a^6}+\frac{1.3.5.7x^8}{2.4.6.8^8}\mp\ldots\ldots\right]$$

$$\sqrt{1+x}=(1+x)^{\frac{1}{2}}=1+\frac{x}{2}-\frac{1.x^2}{2.4}+\frac{1.3x^3}{2.4.6}-\frac{1.3.5x^4}{2.4.6.8}+\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}}=\frac{1}{(1-x)^{1}}=1+2x+3x^2+4x^3+\ldots\ldots(n+1)x^n$$

$$\frac{1}{1+x^2}=1-x^2+x^4-x^6+x^8-\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{1-x}=1+x+x^2+x^4+\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{1+x}=1-x+x^2-x^3+x^4-\ldots\ldots$$

$$\frac{a^2}{a^2+x^2}=1-\frac{x^2}{a^2}+\frac{x^4}{a^4}-\frac{x^6}{a^6}+\frac{x^8}{a^8}-\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{a^2-x^2}=\frac{1}{a^2}\left[1+\frac{x^2}{a^2}+\frac{x^4}{a^4}+\frac{x^6}{a^6}+\frac{x^8}{a^8}+\ldots\ldots\right]$$

$$\frac{1}{a+x}=\frac{1}{a}\left[1-\frac{x}{a}+\frac{x^2}{a^2}-\frac{x^3}{a^3}+\ldots\ldots\right]$$

A cuyas expresiones agregamos las siguientes muy usadas.

$$\log.(1+x)=\frac{x}{1}-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots\ldots$$

$$\log.(1-x)=-\frac{x}{1}-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\ldots\ldots$$

$$\log.\frac{1+x}{1-x}=2\left(\frac{x}{1}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}+\ldots\ldots\right)$$

$$a^x = 1 + \frac{x \log. a}{1 \log. e} + \frac{x^2}{1.2}\left(\frac{\log. a}{\log. e}\right)^2 + \frac{x^3}{1.2.3}\left(\frac{\log. a}{\log. e}\right)^3 + \ldots\ldots$$

en cuya última fórmula los logaritmos están tomados en un sistema arbitrario. Si a fuese la base, y log. $a=1$, seria

$$a^x = 1 + \frac{x}{1.\log. e} + \frac{x^2}{1.2 \log. e^2} + \ldots\ldots$$

y si log. $e=1$

$$a^x = 1 + x \log. a + \frac{x^2}{1.2}\log.^2 a^2 + \ldots\ldots$$

$a=e$ da, $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \ldots\ldots$

El último desarrollo es el de un n.° en funcion de su logaritmo neperiano

Siendo x la longitud de un arco de rádio=1, tendríamos (fórmulas trigonométricas.)

$$\text{sen. } x = x - \frac{x^3}{2.3} + \frac{x^5}{2.3.4.5} - \frac{x^7}{2.3.4.5.6.7} + \&.$$

$$\cos. x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{2.3.4} - \frac{x^6}{2.3.4.5.6} + \&.$$

$$x = \text{sen. } x + \frac{\text{sen.}^3}{2.3} + \frac{1.3 \text{sen.}^5 x}{2.4.5} + \frac{1.3.5 \text{sen.}^7 x}{2.4.6.7} + \ldots\ldots$$

$$x = \text{tang. } x - \frac{\text{tang.}^3 x}{3} + \frac{\text{tang.}^5 x}{5} - \frac{\text{tang.}^7 x}{7} + \ldots\ldots$$

$$x^2 = \text{sen.}^2 x + \frac{\text{sen.}^4 x}{4} + \frac{4 \text{sen.}^6 x}{3.5.6} + \frac{4.6 \text{sen.}^8 x}{3.5.7.8} + \ldots\ldots$$

12. ECUACIONES DE 2.° GRADO.

La fórmula general es $x^2 \pm px = \pm q$

en la que p representa el duplo de la 2.ª parte de la raiz $x + \frac{1}{2}p$ del cuadrado $x^2 \pm px + \frac{1}{4}p^2$, que es el 1.er miembro de la ecuacion, por contenerse implícitamente el último término $\frac{1}{4}p^2$ en ambos miembros. Resultará, pues, extrayendo la raiz cuadrada

$x \pm \frac{1}{2}p = \pm\sqrt{\frac{1}{4}p^2 \pm q}$; y por consiguiente $x = \mp\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 \pm q}$

expresion general del valor de x, que corresponde á las cuatro soluciones siguientes

$$x = -\tfrac{1}{2}p \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}p^2 + q} \qquad x = -\tfrac{1}{2}p \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}p^2 - q}$$

$$x = \tfrac{1}{2}p \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}p^2 + q} \qquad x = \tfrac{1}{2}p \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}p^2 - q}$$

Cualesquiera otras ecuaciones idénticas, en que el esponente de x sea doble en un término que en el otro, se resuelven por medio de las mismas fórmulas. Si las ecuaciones fueran $x^{2m} + px^m = q$; $x^n - 2a\sqrt{x^n} = g$, haciendo en la primera $x^m = y$, y en la 2.ª $\sqrt{x^n} = x^{\frac{n}{2}} = y'$, se llegaria á las $y^2 + py = q$, $y'^2 - 2ay' = g$, que darian los valores de y, y', y por consiguiente los de x verificando la sustitucion, que serian

$x = \sqrt[m]{-\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}}$ para la 1.ª; y $x = \sqrt[n]{\left(a \pm (a^2 + g)^{\frac{1}{2}}\right)^2}$ para la 2.ª

13. Como ejemplo de una resolucion de 2.° grado propongámonos averiguar «á qué distancia se deberá colocar un objeto determinado entre dos puntos luminosos para que reciba de ellos igual claridad, siendo 4 la potencia aclarante del uno y 1 la del otro, y la distancia entre las luces 3m.»

Se sabe que la cantidad de luz que recibe una superficie se halla en razon inversa del cuadrado de la distancia al punto luminoso, y en razon directa de la potencia emisiva: si, pues, llamamos x la distancia del objeto á la luz mas débil, la de la otra luz al mismo objeto será 3^m-x. La cantidad recibida por la primera será $\frac{1}{x^2}$, y por la 2ª, $\frac{4}{(3-x)^2}$. Debiendo ser iguales estas expresiones se tendrá

$$\frac{1}{x^2}=\frac{4}{(3-x^2}, \text{ que dá } x^2+2x=3, \quad \text{y} \quad x=\left\{\begin{matrix}+1^m\\-3^m\end{matrix}\right.$$

La solucion negativa quiere decir que si se cuenta la distancia en sentido contrario para el primer punto luminoso, podrá existir otro objeto separado de él 3^m, y 6^m de la 2.ª luz, que recibirá igual claridad de ambas.

Este problema viene á ser en otros términos el siguiente:

Dividir un número ó línea en dos partes cuyos cuadrados tengan entre sí una razon dada.

Siendo n el número, r la razon y x una de las partes, la otra será $n-x$ y por consiguiente

$$r=\frac{(n-x)^2}{x^2}, \text{ de donde } x=\pm\frac{n\sqrt{r}}{1\pm\sqrt{r}} \quad \text{y} \quad n-x=\frac{n}{1\pm\sqrt{r}}$$

Para igual número y razon que en el anterior ejemplo, $n=3$ y $r=4$, resultan las soluciones $x=2$ y $n-x=1$ « $x=6$ y $n-x=-3$.

14. RAIZ CUADRADA.—REGLA.

Divídase el período de dos en dos cifras, á partir de la que expresa las unidades, y poniendo en su lugar correspondiente la raiz del 1.er período de la izquierda, réstese de él su cuadrado; bájense las dos cifras siguientes, sepárese la última y divídanse las demás por el duplo de la raiz hallada, el cuociente póngase á la derecha de la raiz y del divisor; y, multiplicado por el número que ha resultado en el lugar del cuociente, réstese el producto del 1.er dividendo, prosiguiendo de este modo con el resíduo y resíduos que se obtengan hasta la conclusion. Cuando la raiz no fuere exactamente un número entero se aproximará por decimales, agregando tantos pares de ceros como cifras se quisieran en la raiz.

EJEMPLOS:

Número	√17'89'29	423 raiz	
Cuadrado de la 1ª parte.	16		
1.r resíduo.	1		8=1.r divisor=duplo de la 1.ª raiz
1.r dividendo	18,9	82	hallada=4
1.r producto.	16 4		2=1.r cuociente.
2.º resíduo	25		
2.º dividendo	252,9	843	2.º divisor 84 y 2.º cuociente 3.
2.º producto.	252 9		
	000 0		

ó bien, abreviando . . .

```
√17'89'29 |423
  18,9    |82
   2 52,9 |843
   0 00 0
```

Aproximando por decimales.

```
√78'5 6,43'5  |88,636
 14 5,6       |168
  1 1 24,3    |1766
 0 0 64 75,0  |17723
    11 58 10,0|177266
    00 94 50 4
```

15. Para los quebrados se extraen las raices del numerador y denominador separadamente, ó se procede como en los ejemplos siguientes.

$$\sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{5}{6}; \quad \sqrt{\frac{5}{7}}=\sqrt{\frac{35}{49}}=\frac{1}{7}\sqrt{35}=\frac{1}{7}\sqrt{35,00'00}=\frac{5,916}{7}$$

$$\sqrt{\frac{3}{4}}=\sqrt{0,75}=0,866.$$

16. RAIZ CÚBICA.—REGLA.

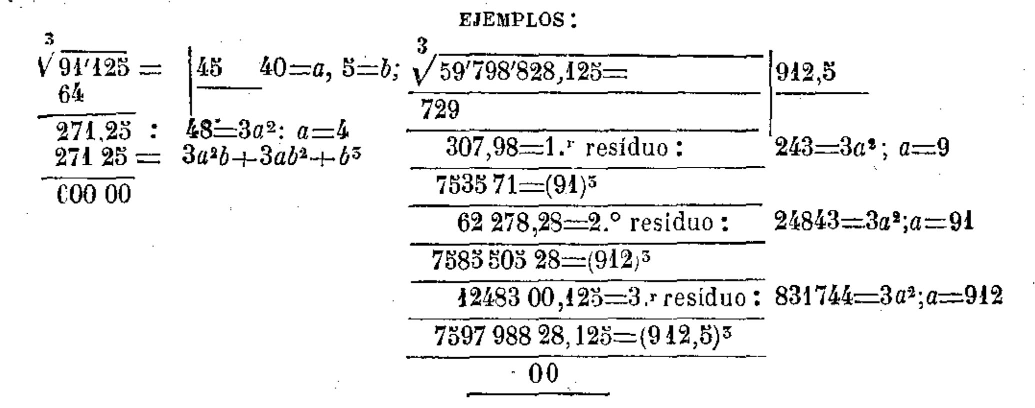
Se divide el número propuesto en períodos de tres cifras, empezando desde las unidades absolutas, y hallada la raiz que se contenga en el 1.° de las unidades superiores ó 1.er período de la izquierda se restará de él el cubo de la raiz hallada. Al lado del 1.er resíduo se bajarán las 3 cifras siguientes del número y se separarán las dos últimas, dividiendo luego por el triplo del cuadrado de la raiz encontrada; puesto á su derecha el cuociente, se cubicará el número que componga con la raiz anterior, restando el resultado de los dos 1.os períodos del número propuesto. Bajado luego el 3.er período, y separadas las dos cifras de la derecha, procédase como se acaba de esplicar, y así sucesivamente; dividiendo siempre el resíduo por el triplo del cuadrado de la raiz hallada, cubicando despues y restando de los 3, 4, &, primeros períodos del número propuesto, hasta hallar un cubo que le sea igual, ó se le aproxime cuanto se pueda desear; agregando 3 ceros por tantas cifras decimales como se quiera tenga de mas la raiz.

Se puede tambien comprobar la operacion viendo, como en el 1.° de los ejemplos que siguen, si las dos primeras cifras componen el trinomio

$$3\,a^2b + 3\,ab^2 + b^3$$

que queda del cubo desarrollado de $(a + b)$. Si el resultado es mayor que el dividendo que produce la segunda parte de la raiz, se estará seguro de que esta tiene por lo menos una unidad de mas. Así, pues, se la rebajará y repetirá la operacion hasta que se pueda verificar la resta.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3\,ab^2 + b^3$$


EJEMPLOS:

$\sqrt[3]{91'125} =$ | 45 | $40 = a,\ 5 = b;$
64
271,25 : $48 = 3a^2:\ a = 4$
271 25 = $3a^2b + 3ab^2 + b^3$
000 00

$\sqrt[3]{59'798'828{,}125} =$ | 912,5
729
307,98 = 1.r resíduo : $243 = 3a^2;\ a = 9$
$7535\,71 = (91)^3$
62 278,28 = 2.° resíduo : $24843 = 3a^2; a = 91$
$7585\,505\,28 = (912)^3$
12483 00,125 = 3.r resíduo : $831744 = 3a^2; a = 912$
$7597\,988\,28{,}125 = (912{,}5)^3$
00

17. **Raices de potencias superiores al cubo.**

Para extraer la raiz 4.ª, 5.ª, &, de cualquier número ó cantidad, se procederá análogamente al modo que se acaba de explicar, separando períodos de 4 en 4, 5 en 5, & cifras del número propuesto, empezando por las unidades; puesto que las potencias 4.ª, 5.ª, & de las decenas de sus raices no tendrán cifras significativas inferiores á las decenas de millar, centenas de millar, & á cuyos grados no pertenecen las cuatro 1.as cifras en las 4.as potencias, las 5 primeras en las 5.as, &. Pero como puede suceder que la potencia de la cantidad cuya raiz se quiere extraer, sea múltipla del número 2 ó 3, ó de ambos, será conveniente efectuar dos, tres ó mas extracciones cuadradas ó cúbicas en vez de la que expresa la potencia, facilitándose así la operacion. Por ejemplo:

$$\sqrt[4]{a} = \sqrt{\sqrt{a}};\quad \sqrt[6]{a} = \sqrt{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[3]{\sqrt{a}};\quad \sqrt[8]{a} = \sqrt{\sqrt[4]{a}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}},\ \&.$$

$$\text{Si } a = 113379904,\quad \sqrt[6]{a} = \sqrt[3]{\sqrt{113379904}} = \sqrt[3]{10648} = 22.$$

Mas adelante se expone una tabla de las raices 2.ª y 3.ª de los números desde 1 á 1000.

18. Para la extraccion de raices de las potencias en general no hay mas que dividir el esponente de la potencia por el del radical.

$$\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}};\quad \sqrt[m]{\frac{a^n}{a^p}}=\frac{a^{\frac{n}{m}}}{a^{\frac{p}{m}}}=a^{\frac{n-p}{m}};\quad \sqrt[m]{\frac{a^n}{ab^p}}=a^{\frac{n-1}{m}}\frac{1}{b^{\frac{p}{m}}}=a^{\frac{n-1}{m}}b^{-\frac{p}{m}}$$

19. PROPORCIONES Y PROGRESIONES.

Proporciones.

De las ecuaciones B—A=D—C, y $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$, equivalentes á las proporciones A. B : C. D; y $a:b::c:d$, se deducen estotras, A + D=B + C, y $ad=bc$: cuyas traducciones al lenguage vulgar en estas y las demás expresiones que deducirémos está bien manifiesta en las propias ecuaciones. Si B=C y $b=c$,

$$A+D=2^{\cdot}C,\ ad=b^2:\quad ó\quad C=\frac{A+D}{2},\quad b=\sqrt{ad}.$$

Si á $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ agregamos ó quitamos una cantidad cualquiera k, será

$$\frac{b}{a}\pm k=\frac{d}{c}\pm k,$$

de donde $\frac{c}{a}=\frac{d}{b}=\frac{d\pm kc}{b\pm ka}$, ó $b\pm ak : d\pm ck :: b : d :: a : c$; ó comparando separadamente las sumas y diferencias $b+ak : d+ck :: b-ak : d-ck$.
Del propio modo pudiéramos haber escrito,

$$c\pm ak : d\pm bk :: a : b :: c : d;\ c+ak : d+bk :: c-ak : d-bk,$$

ó, haciendo $k=1$, $c+a : d+b :: c-a : d-b; c+a : c-a :: d+b : d-b$.
Y en general, pueden hacerse con los términos de las proporciones todas las mutaciones que se quieran con tal de no alterarse la igualdad que establece su ecuacion, ó que deje de cumplirse el precepto de ser igual al de los extremos el producto de los medios.

Si tenemos $\frac{a}{b}=\frac{d}{c}=\frac{f}{e}=$&, y se hace $\frac{b}{a}=q$, será $b=aq$, $d=cq$, $f=eq$, &; y sumando, $b+d+f+$ & $=q.(a+c+e+$ & $)$, $q=\frac{b}{a}=\frac{b+d+f+\&}{a+c+e+\&}$;, ó $a+c+e+\& : b+d+f+\& :: a : b :: c : d ::$ & : &

La ecuacion $\frac{bf}{ae}=\frac{dh}{cg}$, equivale á multiplicar entre sí cada término de las dos proporciones $a : b :: c : d$; $e : f :: g : h$.

Elevando á m ó estrayendo esta raiz en la ecuacion $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$, se tendrian las proporciones

$$a^m : b^m :: c^m : d^m;\ \sqrt[m]{a} : \sqrt[m]{b} :: \sqrt[m]{c} : \sqrt[m]{d} :: c : d;\ \&.$$

20. Progresiones aritméticas.

Si en la progresion $\div a.b.c.$ &, que suponemos creciente, señalamos por δ la diferencia comun entre cada dos términos, resultará, $b=a+\delta$, $c=b+\delta$ $d=c+\delta$, &; ó bien $c=a+2\delta$, $d=a+3\delta$, $e=a+4\delta$; y en general,

$$u=a+(n-1)\delta, \qquad (a)$$

fórmula para calcular cualquier número de una progresion de n términos. Si esta fuese decreciente, la diferencia δ sería negativa y entonces

$$u=a-(n-1)\delta. \qquad (a')$$

Segun estas fórmulas el 9.° término de la progresion ÷ 3. 5. 7. 9. &. es$=3+(9-1)\,2=19$: el de la ÷ 60.57.54.51.48. &, es$=60-(9-1)\,3=36$ y el de la ÷ 9.7.5.3.1. &,$=9-(9-1)\,2=-7$.

21. Designando por S la suma de todos los términos de la progresion, será $S=a+b+c+\ldots\, t+u$; y puesto al revés, $S=u+t+i+\ldots+b+a$; y sumadas,

$$2\,S=(a+u)+(b+i)\ldots\ldots+(t+b)+(u+a).$$

El 2.° miembro tiene todos sus términos iguales; y siendo n el número total resulta

$$2\,S=n\,(a+u),$$

y

$$S=\tfrac{1}{2}\,n\,(a+u) \qquad (b)$$

La suma de los 9 primeros términos de la progresion ÷ 3.5.7.9. &

$$\text{es}=\tfrac{1}{2}9\,(3+19)=99$$

Con cada una de estas ecuaciones (b) y (a) ó (a'), segun sea la progresion creciente ó decreciente, se puede hallar una de las cinco cantidades S, n, a, u, δ, conocidas 3 de ellas; dando lugar esto á 20 soluciones.

22. **Progresiones geométricas.**

En la progresion, supuesta creciente, $\div\!\div a:b:c:d:e:f:\ldots\ldots\, t:u$, ó $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}=\frac{d}{c}=\ldots\ldots\frac{u}{t}$, si llamamos r la razon, será $b=a\,r$, $c=a\,r^2$, &, hasta

$$u=a\,r^{n-1}, \qquad (1)$$

fórmula para deducir cualquier término de la progresion que tenga n de estos.

23. Para obtener la suma, llamándola S y sumando las ecuaciones $b=a\,r$ $c=b\,r$, $d=c\,r$ &, tendrémos, $b+c+d\ldots\ldots+u=(a+b+c\ldots\ldots+t)\,r$; en cuya ecuacion el 1.er miembro es$=S-a$, y el 2.°$=(S-u)\,r$ luego

$$S-a=(S-u)\,r,$$

y

$$S=\frac{r\,u-a}{r-1}=\frac{a\,(r^n-1)}{r-1}, \qquad (2)$$

poniendo por u su valor $a\,r^{n-1}$.

La suma de los 10 primeros términos de la progresion ÷÷ 2 : 6 : 18 : &, es

$$S=\frac{2\times(3^{10}-1)}{3-1}=59048$$

Si $r>1$, S será tan grande como se quiera, dando á n un valor conveniente; pero si $r<1$ será r una fraccion, $\frac{1}{r'}$ por ejemplo, siendo entonces

$$S=\frac{a\,r'-\dfrac{a}{r'^{\,n-1}}}{r'-1},$$

cuanto mayor sea n mas despreciable será el término $\frac{a}{r'^{n-1}}$, por lo que podrémos creer que el límite de la progresion decreciente es

$$S'=\frac{a\,r'}{r'-1}$$

Aplicada esta fórmula á la progresion ÷÷ $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{4}:\frac{1}{8}:\frac{1}{16}:\frac{1}{32}$: &, tendremos para la suma de los ocho primeros términos

$$S=\frac{1\times2-\dfrac{1}{2^{8-1}}}{2-1}=2-0{,}0078=1{,}9922,$$

y para el límite ó suma de infinitos términos

$$S'=\frac{1\times 2}{2-1}=2$$

Lo mismo que anteriormente, en las progresiones aritméticas, puede hallarse una de las cuatro cantidades que entran en las fórmulas (1) y (2) conocidas tres de ellas; dando lugar tambien esto á 20 soluciones.

La (1) sirve igualmente para interpolar términos: y para ello, conocida la razon entre cada dos medios, no hay mas que multiplicarla por el anterior para tener el posterior. Por ejemplo, sean los números 2 y 6 ó la progresion ÷÷ 2 : 6 : 18 : &, entre cuyos términos queramos interpolar 3 medios proproporcionales.

Será la nueva razon $r=\sqrt[4]{\tfrac{6}{2}}=\sqrt{1,73205}=1,316$

El primer término nuevo será $2\times 1,316=2,632$
el 2.º.......... $2,632\times 1,316=3,4637$
el 3.º.......... $3,4637\times 1,316=4,5582$
y el siguiente... $4,5582\times 1,316=6$

24. REGLA DE TRES.

Por esta regla se determina el cuarto término de una proporcion conocidos los otros tres. Cuando su resolucion no depende mas que de una sola circunstancia se dice que es regla de tres simple, y cuando depende de dos ó mas circunstancias ó datos se llama regla de tres compuesta.

En toda cuestion de esta naturaleza hay que atender á los datos y resultados, y segun que la razon de ellos sea directa ó inversa, lo será igualmente la regla de tres. Es decir, que si lo que se pretende buscar, que siempre es el 2.º resultado, aumenta proporcionalmente, como lo harán ver la razon y leyes naturales, segun aumente el motivo ó causa que lo determina, y es el 2.º dato, la razon entónces será directa, y si disminuye en igual proporcion que aumente el dato, la razon será inversa.

EJEMPLO.

1.º = m jornaleros hacen un desmonte n en un tiempo t; y se pide el desmonte x que en el mismo tiempo abrirán $m+s$ jornaleros.

1.er dato......... m | 1.er resultado.... n
2.º dato......... $m+s$ | 2.º resultado.... x

Cuantos mas jornaleros haya mas trabajo harán, siendo iguales las circunstancias en uno y otro caso, y la proporcion será directa del modo que sigue:

1.er dato 1.er resultado 2.º dato ó 1.er dato 2.º dato 1.er resultado
$m : n :: m+s : x$, ó $m : m+s :: n : x$

$$x=\frac{n}{m}(m+s)$$

2.º = Si m jornaleros hicieron n metros de desmonte en el tiempo t, ¿cuántos de ellos harán el mismo trabajo en el tiempo $t+t'$?

1.er dato $=t$; | 1.er resultado $=m$
2.º dato $=t+t'$; | 2.º resultado $=x$

Cuanto mayor sea el número de trabajadores menos tiempo tardarán en hacer n metros de desmonte; la razon es inversa, y para que haya proporcion se habrán de comparar inversamente los términos, de esta manera

2.º dato 1.er resultado 1.er dato
$t+t' : m :: t : x=m\frac{t}{t+t'}$

25. Cuando el resultado depende de varios datos, ó bien cuando la regla de tres es compuesta, deben compararse las cantidades homólogas entre sí, teniendo en cuenta el lugar que han de ocupar los términos, segun que las razones sean directas ó inversas.

EJEMPLO:

m soldados, trabajando h horas al dia, hicieron n metros de trinchera en el tiempo t expresado en dias: y se quiere saber, cuántos soldados se necesitarán para abrir n' metros de trinchera, trabajando h' horas al dia y en el tiempo $t+t'$, expresado tambien en dias.

1.os datos $=h$ horas ; n m.s de trin.a y t dias : 1.er resultado $=m$ soldados.
2.os datos $=h'$ — ; n' — $t+t'$: 2.° resultado $=x$ soldados.

Diremos: 1.° Cuantas mas horas de trabajo menos soldados se necesitarán; y la 1.a razon será inversa. 2.° Cuantos mas metros de trinchera se hagan mas soldados serán precisos; y la 2.a razon será directa. 3.° Cuanto mas tiempo menos soldados, y la razon será inversa: luego tendrémos, considerando separadamente las tres proporciones que como reglas de tres simple se desprenden de la propuesta, y alternando las inversas,

$$\left.\begin{matrix} h' : h \\ n : n' \\ t+t' : t \end{matrix}\right\} :: m : x \Big\} \text{ multiplicando ordenadamente, } h'n\,(t+t') : hn't :: m : x.$$

Mas pronto y fácilmente se consigue el resultado escribiendo directamente las razones como sigue $\frac{h'}{h}\times\frac{n}{n'}\times\frac{t+t'}{t}=\frac{m}{x}$.

26. **Particiones proporcionales ó regla de compañía.**

Si nos proponemos dividir el número n en tres partes que tengan entre sí las relaciones 3, 7 y 10, llamando x, y, z estas partes será

$$x : 3 :: y : 7 :: z : 10 \left\{\begin{matrix} \text{y de aquí} \\ x+y+z=n : 3+7+10=20 :: x : 3 \\ n : 20 :: y : 7 \\ n : 20 :: z : 10 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} x=\frac{3n}{20} \\ y=\frac{7n}{20} \\ z=\frac{10n}{20} \end{matrix}$$

Si el número n fuese un capital de 30000 pesos á repartir segun los números dichos 3, 7 y 10, serian $x=4500$, $y=10500$, $z=15000$.

Si la 2.a parte y hubiera sido $2\frac{1}{3}$ veces la 1.a; y la 3.a $1\frac{2}{3}$ de la 2.a, siendo entonces los números ó partes, segun las cuales se ha de dividir el capital 30000, los siguientes 1, $2\frac{1}{3}$ y $1\frac{2}{3}$ de $2\frac{1}{3}$, ó 1, $\frac{7}{3}$ y $\frac{35}{9}$, ó bien $\frac{27}{27}$, $\frac{63}{27}$ y $\frac{105}{27}$ que es lo mismo que los números 27, 63 y 105, resultaria, $x=\frac{27\times 30000}{195}=4153{,}85$

$y=\frac{63}{195}30000=9692{,}30$» $z=\frac{105}{195}30000=16153{,}85$.

Si dichos 30000 pesos fuese la ganancia correspondiente á tres socios, ó, habiendo puesto el primero 7000 pesos de capital en 9 meses, el segundo 28000 en 15, y el tercero 35000 en 3, se quisiera saber lo que toca á cada uno, se referirian los capitales parciales á sus equivalentes en un mes ó la unidad de tiempo; de modo que el primero que tiene 7000 pesos en 9 meses, vendria á ser lo mismo que si hubiera puesto 7000×9 ó 63000 ps. en un mes; el segundo $28000\times 15=$ $=420000$, y el tercero $35000\times 3=105000$ tambien en un mes: quedando la cuestion reducida á la anterior, de repartir 30000 ps., segun la relacion de los números 63000, 420000 y 105000, que daria, $x=3214{,}28$; $y=21428{,}58$ y $z=5357{,}14$.

Puede tambien resolverse desde luego este género de cuestiones, tomando cada uno de la ganancia la misma parte que representa su capital respecto al total de la compañía. En este ejemplo el capital social es 630000,+420000+105000==588000, y el primer socio representa $\frac{63000}{588000}$, cuyo interés ha de ser la misma fraccion de la ganancia total$=\frac{63}{588}\,30000$

Por último, el capital se puede considerar tambien dividido en acciones, y determinar lo que á cada uno corresponde: con lo cual, sabido el número de acciones de cada socio, se sabrá su ganancia parcial. En este mismo ejemplo, si las acciones fuesen de 1000 pesos, cada una representaria $\frac{1}{588}$ del capital, y su ganancia seria $\frac{1}{588}$ de $30000=51{,}0204$: por consiguiente el primero tendria 63 veces este número, el segundo 420 y el tercero 105.

27. **LOGARITMOS.**

Cuando la incógnita de una ecuacion es el esponente de una cantidad cualquiera, su valor se hallará por el procedimiento de los logáritmos, una vez que son insuficientes para este caso los demás sistemas conocidos. De modo que si tuviésemos la ecuacion $a^x=y$, en que solo el esponente x fuera la cantidad desconocida, no sabríamos el medio conducente á su resolucion si, para ello, no se dispusiera del método particular que se deduce de la conexion íntima que tienen entre sí las diferentes operaciones algebráicas, aplicando la invencion de los logaritmos.

El fundamento de este sistema estriba en la invariabilidad de la cantidad a en la ecuacion $a^x=y$, dependiendo, por consiguiente, del valor que tenga y el correspondiente de x (llamado su logaritmo) y vice versa. Así, pues, si permaneciendo constante a fuéramos asignando diferentes valores á x resultarian precisamente sus correspondientes á la potencia y.

Por medio de esta relacion entre las variables x, y, podrémos obtener esta otra idéntica ecuacion $a^{x'}=y'$ por cualquier valor que se haya asignado á x.

Multiplicando ambas ecuaciones

Resultará $yy'=a^{x+x'}$ ó $\log.\, yy'=x+x'=\log.\, y+\log.\, y'$ puesto que $x=\log.\, y$, y $x'=\log.\, y'$

Dividiéndolas, $\frac{y}{y'}=a^{x-x'}$ ó $\log.\frac{y}{y'}=x-x'=\log.\, y-\log.\, y'$

Elevando una á m, $y^m=a^{mx}$ ó $\log.\, y^m=mx=m\log.\, y$

Extrayendo la raiz n, $\sqrt[n]{y}=a^{\frac{x}{n}}$ ó $\log.\sqrt[n]{y}=\frac{x}{n}=\frac{1}{n}\log.\, y$

De donde resulta, que en conociendo los esponentes x, x', su suma y su diferencia nos darán respectivamente el exponente que corresponde al producto y cuociente de y por y': y que para elevar á la potencia m ó extraer la raiz n de la potencia de la ecuacion bastará multiplicar ó dividir los esponentes por m ó por n.

Toda la dificultad está en conocer por medio de una tabla los valores de x para cada uno de los que pueda tomar y. Estos valores son los llamados *logaritmos*, que, en consecuencia de lo que expresa la ecuacion $a^x=y$, «representan los exponentes á que es menester elevar una cantidad constante para que produzca todos los números imaginables.» Y como la progresion geométrica ∺1 : 10 : 100 : 1000 : &

es igual á la $\div\div 10^0 : 10^1 : 10^2 : 10^3 :$ &; y la aritmética, $\div 0.1.2.3.4.$ & tiene por términos los esponentes de la geométrica, serán, por consiguiente, estos últimos los logaritmos de los números 1, 10, 100, 1000, &, siempre que la cantidad constante ó la base a sea igual á 10.

28. Visto que las operaciones de multiplicar, dividir, elevar á potencias y extraer raices, se reducen por este sistema á sumar, restar, multiplicar y dividir los respectivos logaritmos, podrémos desde luego indicar las operaciones que deberán practicarse para las resoluciones de las diferentes fórmulas que como ejemplos ponemos á continuacion

$$\log.\ \text{de}\ ab\ \text{ó}\ \log.\ ab = \log.\ a + \log.\ b$$

$$\log.\ abc = \log.\ a + \log.\ b + \log.\ c;\quad \log.\frac{a}{b} = \log.\ a - \log.\ b$$

$$\log.\frac{abc}{df} = \log.\ a + \log.\ b + \log.\ c - d - \log.\ f$$

$$\log.\ a^n = n\log.\ a;\quad \log.\ a^n b^p c^r = n\log.\ a + p\log.\ b + r\log.\ c$$

$$\log.\ a^{-n} = -n\log.\ a;\quad \log.\ a^{\frac{n}{r}} = \frac{n}{r}\log.\ a;\qquad \log.\ a^{-\frac{n}{r}} = -\frac{n}{r}\log.\ a$$

$$\log.\frac{bx^n}{d^r} = \log.\ b + n\log.\ x - r\log.\ d$$

$$\log.\frac{ab+bc}{m+n} = \log.\ b + \log.\ (a+c) - \log.\ (m+n)$$

$$\log.\sqrt{x^2+y^2} = \log.\ (x^2+y^2)^{\frac{1}{2}} = \tfrac{1}{2}\log.\ (x^2+y^2)$$

$$\log.\frac{a+x}{a-x} = \log.\ (a+x) - \log.\ a-x)$$

$$\log.\ (a^2-x^2) = \log.\ (a+x) + \log.\ (a-x)$$

$$\log.\sqrt{a^2-x^2} = \log.\ (a^2-x^2)^{\frac{1}{2}} = \tfrac{1}{2}\log.\ (a^2-x^2)$$

$$\log.\ x^3 + \log.\tfrac{3}{4}x = 3\log.\ x + \tfrac{3}{4}\log.\ x = \tfrac{15}{4}\log.\ x = \log.\sqrt[4]{x^{15}} = \log.\sqrt[4]{x^{12+3}} =$$
$$= \log.\ x^3\sqrt[4]{x^3}$$

$$\log.\sqrt[n]{(a^3-x^3)^m} = \frac{m}{n}\log.\ (a^3-x^3) = \frac{m}{n}\log.\ (a-x) + \frac{m}{n}\log.\ (a^2+x^2+ax)$$

$$\log.\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{(a+x)^2} = \log.\tfrac{1}{2}(a^2-x^2) - 2\log.\ (a+x) = \tfrac{1}{2}\log.\ (a-x) - \tfrac{3}{2}\log.\ (a+x)$$

$$\log.\ (-x) = \log.\ (-1) + \log.\ x$$

$$\log.\ (5a)^3 + \log.\ a + \log.\ a^5 + 6\log.\ 5 = 3\log.\ 5 + 3\log.\ a + \log.\ a + 5\log.\ a +$$
$$+ 6\log.\ 5 = \log.\ (5a)^9.$$

$$\log.\frac{\sqrt{(a^2-b^2)5a^2}}{\sqrt[3]{(a-b)\sqrt{bc(d-c)}}\left(\frac{b^2-c^2}{2}\right)} = \tfrac{1}{2}\Big[\log.\ (a+b) + \log.\ (a-b) + \log.\ 5 + 2\log.\ a\Big]$$
$$-\tfrac{1}{3}[\log.\ (a-b) + \tfrac{1}{2}(\log.\ b + \log.\ c + \log.\ (d-c)] - \log.\ (b+c) - \log.\ (b-c)$$
$$+ \log.\ 2.$$

Para las expresiones idénticas á la siguiente $x = \dfrac{a^2b - \frac{a^3}{c}}{3ab^2 + 4bc}$, se hallan por

separado los logaritmos y números correspondientes á cada término, reduciéndose luego la expresion á una fraccion simple.

Para la expresion $a^{b^{c^x}} = d$ es sucesivamente

$$b^{c^x} \text{log. } a = \text{log. } d \qquad c^x \text{log. } b = \text{log. log. } d - \text{log. log. } a$$

$$x \text{ log. } c = \text{log. (log. log. } d - \text{log. log. } a) - \text{log. log. } b$$

y $$x = \frac{\text{log. (log. log. } d - \text{log. log. } a) - \text{log. log. } b}{\text{log. } c}$$

29. **Sistemas de logaritmos.**

Aunque se pueden concebir muchos sistemas de logaritmos, solo hay dos en uso: el de los *Neperianos*, *hiperbólicos* ó *naturales*, y el de los *vulgares* ó de *Briggs*.

Los primeros tienen por base el número $e = 2,718281828459.....$ cuyo logaritmo en el sistema vulgar es log. $e = 0,4342944819.....$

La base de los segundos es $a = 10$, cuyo log. $= 1$.

La relacion de estos logaritmos es $\frac{1}{0,43429...} = 2,3025809......$, ó poco mas de 2, 3.

Por medio de ella se puede pasar del logaritmo hiperbólico de un número n á su logaritmo vulgar, haciendo log. $n = \frac{\text{log. hip.}^{\circ}\, n;}{2,3}$ y vice versa, del logaritmo vulgar se puede pasar al hiperbólico, por la fórmula log. hip.°n = log.$n \times 2,3$.

Se llama módulo el factor constante $\frac{1}{2,3}$ ó $0,4342.... =$ log. e, por compararse todos los sistemas de logaritmos al neperiano ó hiperbólico.

30. En consecuencia de su definicion y lo que expresan las anteriores progresiones, la *característica* ó parte entera de los logaritmos vulgares cuya base es 10, se compone siempre de tantas unidades menos una como cifras tenga el número; y por el contrario, la característica de un logaritmo dado, aumentada de una unidad, dará el total de cifras que deberá tener el número á que corresponde el logaritmo. Así, el logaritmo de 2437 solo tendrá 3 de característica; el de 38,8 1, &; y el logaritmo 3,62778 indicará que el número 4244 correspondiente debe componerse de 4 cifras enteras, y por consiguiente que ninguna de las que le representan será cifra decimal, como sucederia si el logaritmo fuere 2,62778 1,62778, ó 0,62778 cuyo número sería, 424,4 42,44 ó 4,244.

31. La *mantisa* es siempre igual para un número cualquiera y sus múltiplos ó submúltiplos de diez. Así, para hallar los logaritmos de las fracciones decimales se procederá como si fueran enteros los números que las representan, atendiendo para la característica á las cifras anteriores á la coma, segun ha poco lo acabamos de indicar. Si aquella fuese cero sería esto señal de que la fraccion provenia de una propia: en consecuencia, el logaritmo que diesen las tablas para aquella fraccion decimal, considerada como número entero, sería el de otro número 10, 100, 1000, &, veces mayor, segun fuere el número de cifras á la derecha de la coma. Por ejemplo, la fraccion 0,343, equivalente á la $\frac{343}{1000}$, daria para el logaritmo de 343 un número 1000 veces mayor que el verdadero; y por consiguiente habria que disminuirle en 3 unidades por ser 3 el logaritmo de 1000, siendo así

$$\text{log. } 0,343 = \text{log. } 313 - 3 = -1,4647059$$

de idéntica manera se tendria

$$\log. 0{,}0343 = \log. 343 - 4 = -2{,}4647059$$
$$\log. 0{,}00343 = \log. 343 - 5 = -3{,}4647059$$
& &

Para evitar los logaritmos negativos (que siempre provienen de una fraccion propia) se agrega al logaritmo del numerador un número que permita dejar positiva la sustraccion entre los logaritmos de ambos términos. Generalmente este número es 10, logaritmo de 10.000.000000, pero verificada la resta se separan 10 unidades del resíduo, quedando entonces el verdadero logaritmo de la fraccion. Esta supresion de 10 unidades se efectua cuando, sumado el logaritmo hallado con el de otro número, tenga la característica unidades suficientes para poder verificar la sustraccion.

El número anterior, por lo acabado de decir, dará

$$\log. 0{,}343 = 10 + 2{,}5352941 - 3 = 9{,}5352941$$
$$\log. 0{,}0343 = 10 + 2{,}5352941 - 4 = 8{,}5352941$$
$$\log. 0{,}00343 = 10 + 2{,}5352941 - 5 = 7{,}5352941$$
& &

de cuyas expresiones se quitarán las 10 unidades puestas de mas, quedando como las de arriba.

Por manera, que en las fracciones decimales se hallará el logaritmo correspondiente buscando el de las cifras significativas, como si todo el número fuera entero, poniendo luego por característica una de las cifras 9,8,7,6... hasta 0, segun que haya á la derecha de la coma ninguno, ó 1, 2, 3... hasta 9 ceros; quitando por último del resultado 10 unidades.

Para las fracciones propias sirva de ejemplo el logaritmo de $\frac{2}{3}$, que dá

$$\log. \tfrac{2}{3} = \log. 2 - \log. 3 \text{ ó } -(\log. 3 - \log. 2)$$

Se procederá de uno de los dos modos.

	$\log. 2 = 0{,}3010300$	ó agregando 10,	$\log. 2 = 10{,}3010300$
	$-\log. 3 = -1{,}4771213$		$\log. 3 = 0{,}4771213$
diferencia	$-\overline{0{,}1760913}$		$\overline{9{,}8239087}\ -10$
ó	$\bar{1}{,}8239087$		

El 1.er método está mas conforme al espíritu del cálculo; pero generalmente se usa del 2.° que, como se vé, evita la característica negativa.

32. Complemento logarítmico.

Por último, para evitar la sustraccion en toda operacion logarítmica, se hallará el complemento aritmético del logaritmo en el sustraendo ó sustraendos, suprimiendo despues 10 unidades de la suma, ó 10 multiplicado por el número de complementos que se hayan sumado, en el supuesto que la resta del sustraendo se haga de 10 unidades.

Así, $\log. \left(\frac{a\,b\,c\,d\,e}{f\,g\,h}\right) = \log. a + \log. b + \log. c + \log. d + \log. e + f' + g' + h' - 3 \times 10$,

siendo f', g', h' los complementos logarítmicos.

Este procedimiento se funda en que si P y Q son los logaritmos de dos números, se tendrá precisamente, siendo $P > Q$

$$P - Q = P + (10 - Q) - 10$$

en cuya expresion $10 - Q$ es el complemento aritmético de Q.

El logaritmo presentado en el ejemplo anterior de la fraccion $\frac{2}{3}$, se obtiene desde luego por este medio como sigue

$\log. 2 =$	$0{,}3010300$
complemento aritmético de $\log. 3 =$	$9{,}5228787$
suma	$\overline{9{,}8239087}$

de que se quitarian despues 10 unidades, resultando el verdadero logaritmo $=\bar{1},8239087$ ó $-0,1760913$

33. **EXPLICACION DE LAS TABLAS** que siguen de los logaritmos de los números naturales desde 1 á 20000, y modo de hallar los logaritmos y números correspondientes.

La 1.ª columna, marcada arriba con la inicial N, contiene todos los números naturales desde 1 hasta 2000; cuyos logaritmos, ó mas bien sus mantisas, se encuentran inmediatamente en la 2.ª columna marcada 0. Desde la 1.ª N siguen otras columnas marcadas con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 unidades que faltan á las decenas de la casilla N para obtener otros tantos números, cuyos logaritmos se encuentran inmediatamente debajo de cada una de aquellas, aumentados que sean de las dos primeras cifras que, por no repetirlas para varios números que las tienen iguales, se ven aislados en la segunda casilla 0.

Por manera, que por cada página existen 10 columnas de números naturales y las mantisas de sus respectivos logaritmos con 7 cifras. Así, por ejemplo, el logaritmo de $12604 = 4,1005085$ se halla en la correspondiente casilla 5.ª marcada con el número 4: el de 12609 en la 10 bajo el 9.

La última columna, marcada *dif. m* y *dif. y p. p.* contiene las diferencias de las mantisas y las partes proporcionales, ó estas diferencias multiplicadas por $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$...$\frac{9}{10}$. Como las diferencias son muchas y variables al principio se omiten en las 5 primeras páginas, como así tambien las partes proporcionales en las siguientes hasta la mitad de las tablas.

34. **Dado un número hallar su logaritmo.**

1.° Para los números inferiores á 20000 ó que no esceden de 5 cifras, siendo la primera menor que el número 2, no hay mas que ver en las tablas las mantisas que les corresponden en su respectivo lugar, como ya se ha indicado arriba.

2.° Si el número tuviera 5 cifras, siendo la primera superior al número 2, como el 932,42, por ejemplo, se prescindiria de la última cifra 2, y se hallaria log. $932,4 = 2,9696023$. La diferencia 466 que dan las tablas entre los dos logaritmos intermedios se multiplicará por 0,2, y el producto 93 se sumará con la mantisa anterior; resultando para el logaritmo del número dado, log. $932,42 = 2,9696116$. Esto equivale á la siguiente proporcion; 1 = diferencia entre los números intermedios de las tablas : 466 = diferencia entre sus logaritmos ∷ 0,2 = diferencia entre el número propuesto é inmediatamente inferior de las tablas : $466 \times 0,2$ = diferencia entre sus logaritmos.

Esta operacion se evita cuando el número pertenezca á una página en que existan las pequeñas tablas de p. p.; pues entonces no hay mas que ver en la correspondiente á la diferencia de logaritmos el producto por cada 1,2,3, & décimos, segun exprese la cifra separada.

3.° Si el número dado fuere mayor, de modo que le sobrasen aun dos ó mas cifras, se efectuará con esta igual operacion que hemos ejecutado en el ejemplo anterior; es decir, que se multiplicará por ellas la diferencia entre los logaritmos intermedios de las tablas, separando del producto tantas cifras como sean las del multiplicador. Por ejemplo, sea el número propuesto 1262578 : la mantisa de 12625 es $= 1012314$; y puesto que las cifras separadas del número propuesto son 78, y la diferencia de los logaritmos intermedios 344, tendrémos el producto $344 \times 0,78 = 268,32$. Sumado ahora 268 con la mantisa anterior se tendrá, log. $1262578 = 6,1012582$.

Si se quiere evitar la multiplicacion y hacer uso de las tablas proporcionales, se

verá que bajo la diferencia 344 corresponde, para 0,7...241, ó mas exactamente 240,8, y para 0,08...27,5, cuya suma dá como antes 268, prescindiendo de la fraccion 0,3.

4.° Si el número dado se compone de muchas cifras, se le dividirá por las dos ó tres primeras, y despues se sumarán los logaritmos del cuociente y divisor. Efectivamente, si N es el número dado y a el divisor, se tendrá

$$\frac{N}{a}=c \quad \text{ó } N=a\,c \quad \text{y} \quad \log. N=\log. a+\log. c$$

Sea el número 3,14159265, que es la relacion aproximada de la circunferencia al diámetro. Se tendrá, eligiendo para divisor las tres primeras cifras 3,14;

$$\frac{3{,}14159265}{3{,}14}=1{,}000507;\ \log.\ 1{,}000507=0{,}0002202;\ \log.\ 3{,}14=0{,}4969296$$

$$\text{y } \log.\ 3{,}14159265=0{,}0002202+0{,}4969296=0{,}4971498$$

5.° Si el número fuera una fraccion decimal ó vulgar, se procederia como queda explicado en el número 31.

Sea el número $\frac{7}{9}$

$$\log.\tfrac{7}{9}\begin{cases}\log.\ 7=0{,}8450980\\ c.\log.\ 9=9{,}0457575\end{cases} \qquad \text{ó} \qquad \begin{array}{r}-\log.\ 9=0{,}9542425\\ \log.\ 7=\underline{0{,}8450980}\end{array}$$

$$\text{suma} \quad 9{,}8908555-10 \qquad\qquad \text{diferencia }-0{,}1091445$$

$$\text{ó bien } \log.\ 7+10=10{,}8450980$$
$$\log.\ 9 \quad =\ \underline{0{,}9542425}$$
$$9{,}8908555-10$$

Será tambien

$$\log.\frac{7.13.5}{9.15}=\log.\ 7+\log.\ 13+\log.\ 5+\text{comp.}\log.\ 9+c\log.\ 15-20$$

$$\begin{array}{r}\log.\ \ 7=0{,}8450980\\ \log.\ 13=1{,}1139434\\ \log.\ \ 5=0{,}6989700\\ c.\log.\ \ 9=9{,}0457575\\ c.\log.\ 15=\underline{8{,}8239087}\\ \text{suma}=20{,}5276776\end{array}$$

y $20{,}5276776-20=0{,}5276776=$log. pedido

Si la fraccion fuera la decimal 4,0723, daria

$$\log.\ 4{,}0723=0{,}6098398$$

tambien es $\log.\ 0{,}40723=9{,}6098398=-1+0{,}6098398$

y $\log.\ 0{,}040723=8{,}6098393=-2+0{,}6098398$

Si la fraccion es contínua, como por ejemplo, 3,3838..., se tendrá

$$\log.\ 3{,}3838\ldots=\log.\ 3\tfrac{38}{99}=\log.\ \tfrac{335}{99}=0{,}5307041$$

Si fuera 3,23838... se correria la coma hasta la fraccion contínua, que aquí es un lugar, y equivalia á multiplicar por 10, resultando,

$$\log.\ 32\tfrac{38}{99}=\log.\ \tfrac{3206}{99}=1{,}5103283,$$

y dividiendo por 10 ó quitando 1, será el logaritmo verdadero

$$\log.\ 3{,}23838\ldots=0{,}5103283$$

35. **Dado un logaritmo hallar su número.**

1.° Si la mantisa del logaritmo dado se halla en alguna de las columnas de las tablas, no habrá mas que leer á su frente en la primera casilla el número que le corresponde, dejando tantas cifras enteras como unidades mas una represente la característica. Por ejemplo, el número perteneciente al logaritmo 2,1833837 será 152,54.

2.° Cuando la mantisa no es igual á ninguna de las cantidades expresas en las tablas, se escribirá la inmediatamente inferior anotando el número correspondiente: se verá despues su diferencia con la mantisa dada, y la parte proporcional que manifiesten las tablitas de diferencias, será la cifra que deberá colocarse á la derecha de las ya halladas.

Si el logaritmo fuese 4,2977649, se anotaria el número 19850 correspondiente al logaritmo inmediatamente inferior 4,2977605. La diferencia 44 de estos dos logaritmos corresponde en la tablita de p. p. al número 2, que, agregado ó escrito despues del 0 del 19850, dará el número buscado 19850,2.

3.° Si la diferencia ó resíduo entre el logaritmo dado y el inmediatamente inferior, no se hallase en las tablas de p. p., se procederá como sigue.

Sea el logaritmo propuesto..................................	2,2214653
El inmediatamente inferior, cuyo número es 166,51............	2,2214402
El resíduo	250

no se halla en las tablas de p. p., pero se verá que en la inmediata diferencia 261 se halla la parte 235 que mas se aproxima á 250, correspondiendo á la cifra 9 que se agregará al número 166,51. Para otra cifra mas se atenderá á un segundo resíduo entre el 1.° 250 y la parte 235, que dará 15 : agregándole un cero, por el que se convierte en 150, se verá la parte mas próximamente menor en la misma tablita de p. p., la cual es 131, á que corresponde la cifra 5. El número buscado será, en consecuencia, 166,5195.

Si se deseara una cifra mas, se hubieran escrito 3 ceros á la derecha del primer resíduo; lo que daria 250000; dividido este por la diferencia 261, el cuociente 957 daria las tres cifras que se deberian agregar á las del número 166,51, resultando ser 166,51957 el que se buscaba.

4.° Si el logaritmo dado fuese negativo, se procederia análogamente considerándole positivo: el número correspondiente seria el denominador de un quebrado cuyo numerador es la unidad.

Por ejemplo, sea el logaritmo—0,82256. El número correspondiente á 82256 es 6,646, y la fraccion que se busca $\frac{1}{6,646}=\frac{1000}{6646}=0,15047$.

El logaritmo —0,05797 corresponde á $\frac{1}{1,1428}$

$$-0,875 \text{ dá } \frac{1}{7,499} \text{ ó } \frac{1}{7,5}=\frac{10}{75}=\frac{2}{15}$$

Es aun mas sencillo, cuando el resultado ha de ser decimal, tomar el complemento del número dado y quitar 10 del número que queda.

EJEMPLO.

Para el logaritmo—0,4285714, cuyo número, considerado positivo, es 2,6827, se hará

$$10-0,4285714-10=9,5714286-10$$

Por las tablas 9,5714286 corresponde al número 3727595000

en consecuencia, $-0,4285714=\log.\frac{3727595000}{10000000000}=\log.\ 0,3727595$

El número 10—10 que se agrega y quita al logaritmo dado puede ser otro cualquiera, 1—1, 2—2 &, con tal que la sustraccion quede positiva.

36. Ejemplos de varias operaciones aritméticas por logaritmos.

$$\sqrt[3]{\left(\frac{7}{19}\right)^9}\left\{\log.\sqrt[3]{\left(\frac{7}{19}\right)^9}=\tfrac{9}{3}\times-(\log.19-\log.7)\right\{\begin{array}{l}\log.19=1{,}2787536\\ \log.\ \ 7=0{,}8450980\\ \hline 0{,}4336556\end{array}$$

$$\text{multiplicado por}-\tfrac{9}{3}\text{ ó }-3=-1{,}3009668$$

número correspondiente

$$2-1{,}3009668-2=0{,}6990332-2=\log.\frac{5{,}0007}{100}=\log.0{,}050007$$

así, $\sqrt[3]{\left(\frac{7}{19}\right)^9}=0{,}050007$

Del propio modo serán

$$\sqrt[5]{\left(\frac{7}{19}\right)^9}=0{,}16574 \qquad \sqrt[7]{\left(\frac{7}{19}\right)^9}=0{,}27698 \qquad \sqrt[11]{\left(\frac{7}{19}\right)^9}=0{,}44177$$

$$\log.(0{,}0525)^7=7\log.\ 0{,}0525=7\times8{,}7201593=7(-2+0{,}7201593)=\overline{9}{,}0411151\ldots$$

$$\text{y }(0{,}0525)^7=0{,}0000000010993$$

$$\log.(92)^9=9\log.92=17{,}6740904 \quad » \quad 92^9=472.161^{2}\,363.300^{1}\,000.000$$

Para hallar el número verdadero $92^9=472.161^{2}363.286^{1}556.672$ por medio de los logaritmos, es preciso acudir á las tablas que dan la mantisa con 20 cifras, en las que este logaritmo multiplicado por 9 dá 17,67409044610999742̇37

$$x=\sqrt[37]{\left(\frac{15}{27}\right)^{19}}\ \Big\}\ \log.x=\frac{19}{37}\times-(\log.\ 27-\log.\ 15)=1-0{,}1310859-1=$$

$$=\log.\frac{7{,}3946}{10}=\log.\ 0{,}73946 \quad \text{y} \quad x=0{,}73946$$

37. REGLAS DE INTERÉS.

Interés simple.

Sea r el interés que en un año reditúa una moneda prestada: $100\,r$ será el interés de 100 monedas iguales; y si el capital es a, $a\,r$, serán los réditos. Si los llamamos α, la ecuacion $\alpha=ar$ servirá para determinar los réditos de cualquiera cantidad á un tanto por 100 en un año; como tambien para saber el interés ó capital conocidas las otras dos cantidades.

Si el capital y réditos se retiran el 1.er año, recibirá el prestamista al vencimiento del plazo .... $a+ar$

Si retirando solos los réditos dejase el capital por el término de dos años, habria recibido al cabo del 2.° .... $a+2ar$

En igualdad de circunstancias, los réditos percibidos y el capital que retira al fin de 3 años, serian.. $a+3ar$

Y, en general, despues de n años á interés simple se recibirian.... $a+n\,ar$

38. Interés compuesto.

Si el interés es compuesto, es decir, si los réditos van capitalizando de un año á otro, claro es que al fin del 1.er año el capital producirá $a\,r$ réditos, siendo igual á .... $a'=a+ar$

Al fin del 2.° año habrá de réditos $a\,r$ y el capital será... $=a\,(1+r)^2$

Al fin del 3.er año el capital llegará á.................... $a\,(1+r)^3$

y al cabo de n años.. $A=a\,(1+r)^n$

Esta expresion es el último término de la progresion geométrica

$$\because a:a\,(1+r):a\,(1+r)^2:a\,(1+r)^3:\&.$$

En ella hay cuatro cantidades, A, a, r, n, cuyo valor particular se conocerá dado que sea el de las otras tres, por las fórmulas siguientes

$$A = a(1+r)^n, \quad a = \frac{A}{(1+r)^n} \quad r = \sqrt[n]{\frac{A}{a}} - 1, \quad n = \frac{\log. A - \log. a}{\log. (1+r)}$$

39. Aplicaciones.

1.ª Si fuese 5 p. % el interés anual de 1000 escudos colocados á capitalizar por espacio de 10 años, la 1.ª fórmula daria $A = 1000\,(1+0{,}05)^{10}$, de donde

$$\log. A = \log. 1000 + 10 \times \log. 1{,}05 = 3{,}2119; \text{ y } A = 1629 \text{ escudos.}$$

2.ª Si del propio modo quisiéramos saber el capital que se deberia imponer para obtener en 10 años 1629 escudos, tendríamos por la 2.ª fórmula

$$\log. a = \log. A + n\ (\text{compl. } \log. (1+r) - 10) = 3{,}2119 + 99{,}7881 - 100 = 3$$

$$\text{y} \qquad a = 1000$$

3.ª Se obtendrá tambien el interés r, bajo iguales datos, por la 3.ª fórmula

$$1 + r = \sqrt[n]{\frac{A}{a}}$$

$$\log. (1+r) = \frac{1}{n} (\log. A + \text{compl. } \log. a - 10) = 0{,}1\,(3{,}2119 \times 7{,}0000 - 10) =$$

$$= 0{,}02119; \quad \text{y} \quad 1+r = 1{,}05; \quad r = 0{,}05$$

4.ª Por último, el número de años para obtener al 5 p. % compuesto 1629 escudos con 1000 de capital, seria por la última fórmula

$$n = \frac{3{,}2119 - 3}{0{,}02119} = 10.$$

El tiempo necesario para duplicar el capital al 5 p. % es

$$n = \frac{\log. A - \log. a}{\log. (1+r)} = \frac{\log. 2 + \log. a - \log. a}{\log. 1{,}05} = 14{,}21 \qquad (A = 2a)$$

Para triplicarle se necesitan $n = \dfrac{\log. 3}{\log. 1{,}05} = 22{,}517$ años.

Y para decuplarle 47 próximamente.

Siendo próximamente $\frac{1}{200}$ el aumento de la poblacion de España al año, y en el supuesto de mantenerse en esta proporcion se desea saber cuántos años tardará en doblarse.

$$n \log. (1 + \tfrac{1}{200}) = \log. 2; \quad \text{y} \quad n = \frac{\log. 2}{\log. 1{,}005} = \frac{0{,}30103}{0{,}0021661} = 139 \text{ años próximos.}$$

Se triplicará en poco mas de 220 años.

40. Si, no conociendo el interés, se sabe la suma A á que en el tiempo n llegó el capital a, se podrá saber á que suma A' llegará otro capital a' en el tiempo n' con igual interés, por medio de las ecuaciones

$$A = a(1+r)^n \quad » \quad A' = a'(1+r)^{n'} \quad ; \quad \text{que dán}$$

$$\log. A' = \frac{n'}{n} (\log. A - \log. a) + \log. a'$$

Si los capitales impuestos a y a' son iguales, se tendrá

$$\log. A' = \frac{n'}{n} \log. A + \frac{n - n'}{n} \log. a$$

De estas fórmulas se saca

1.° El tiempo n' en que el capital a ó a' viene á ser el A'

2.° El capital a conocidos A y A' en los tiempos n, n'

41. Caso de entregar nuevas cantidades anuales.

Cuando, además del capital primitivo a, se entregan al banquero nuevas cantidades anuales, $b, c, d, \ldots u$, igualmente á interés compuesto, en n años habrá producido el capital a, $a(1+r)^n$: la 2.ª cantidad b, impuesta desde el 2.° año da-

rá en $n-1$ años, $b(1+r)^{n-1}$: la 3.ª c, en $n-2$ años, $c(1+r)^{n-2}$; y la última u $u(1+r)$ en solo un año. La suma de todas estas cantidades

$$A=a(1+r)^n+b(1+r)^{n-1}+c(1+r)^{n-2}+\ldots\ldots u(1+r)$$

será el total adquirido.

42. Si fueran iguales estas imposiciones, a, b, c, &, su suma seria la de los términos de una progresion geométrica representada por la fórmula (nú.º 23.)

$$A=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

que para el presente caso, en que es el último término $a(1+r)$ y $1+r$ la razon, será

1.º $$A=a(1+r)\left(\frac{(1+r)^n-1}{r}\right)$$

de la que se deducen las 3 soluciones mas que siguen

2.º $$a=\frac{Ar}{(1+r)[(1+r)^n-1]}=\frac{rA}{(1+r)(nr+\frac{1}{2}n(n-1)r^2+\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)r^3)}$$

3.º $$n=\frac{\log.[a+r(A+a)]-\log.a}{\log.(1+r)}-1$$

4.º $$r=-\frac{3}{2(n-1)}+\sqrt{\frac{9}{4(n^2-2n+1)}+\frac{A-an}{0{,}1667\,a\,n\,(n^2-1)}}$$

Para llegar á esta última expresion se han despreciado, á partir del 5.º, los términos de la série.

$$(1+r^n)^{n+1}=1+(n+1)r+\tfrac{1}{2}n(n+1)r^2+\tfrac{1}{6}n(n^2-1)r^3+\&,$$

atendido á que sin ellos puede considerarse exacto el valor que dá la fórmula para r.

Aplicaciones.

1.ª Si del propio modo que en el caso anterior, queremos saber « á cuanto ascenderá un capital de 1000 escudos impuesto anualmente á interés compuesto por el término de 10 años, siendo 5 p. % la tasa del interés », la primera fórmula nos dará

$$\log.A=\log.a+\log.(1+r)+\log.\left(\frac{(1+r)^n-1}{r}\right)=3{,}0000+0{,}02119+1{,}09864$$
$$=4{,}11984;\qquad y\qquad A=13178 \text{ escudos.}$$

2.ª «¿Qué capital anual será menester entregar por 10 años al 5 p. % para tener al cabo de este tiempo 13178 escudos?» La 2.ª fórmula dará

$$\log.a=\log.r+\log.A+\text{comp.}\log.(1+r)+\text{comp.}\log.[(1+r)^n-1]-2\times10$$
$$\log.a=8{,}69897+4{,}11984+9{,}97881+0{,}20239-20=3;\ a=1000 \text{ escudos.}$$

3.ª «¿Cuántos años serán necesarios para producir 13178 escudos al 5 p. %, imponiendo 1000 escudos anuales?» Por la 3.ª fórmula se tiene,

$$n=\frac{\log.[1000+0{,}05\,(13178+1000)]-\log.1000}{\log.1{,}05}-1=\frac{0{,}23249}{0{,}02119}-1=10 \text{ años.}$$

4. «¿Cuál debe ser el interés anual para que 1000 escudos impuestos anualmente produzcan en 10 años 13178 escudos? » La 4.ª fórmula dá

$$r=-\frac{3}{2\times9}+\sqrt{\frac{9}{324}+\frac{13178-10000}{0{,}1667\times990000}}=0{,}05 \text{ muy próximamente.}$$

43. Caso de recibir una renta hasta la extincion del capital.

Tomando la cuestion inversamente, es decir, suponiendo que, en vez de entregar al acreedor cantidades anuales, ha de recibir de su banquero una renta a por el número n de años que impuso el capital A á interés compuesto hasta su extincion; y entendiéndose que los réditos se han de calcular refiriendo las anualida-

des á la última época de la imposicion, resultará que el valor total $A(1+r)^n$ del capital deberá ser igual á la suma de todas las anualidades $a(1+r)^{n-1}$, $a(1+r)^{n-2}$ $a(1+r)^{n-3}$, hasta la última época, cuyo valor será $=a$.

Tendrémos en consecuencia,

$$A(1+r)^n = a(1+r)^{n-1} + a(1+r)^{n-2} \ldots\ldots\ldots + a = \frac{a(1+r)^n - a}{r}$$

Se pueden deducir, como anteriormente, las cuatro fórmulas siguientes

1.ª $$A = \frac{a[(1+r)^n - 1]}{r(1+r)^n}$$

2.ª $$a = \frac{A r (1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

3.ª $$n = \frac{\log. a - \log. (a - A r)}{\log. (1+r)}$$

4.ª $$r = \frac{A}{a} - \frac{1}{n + 0{,}5n(n-1)r + 0{,}1667n(n-1)(n-2)r^2 + 0{,}0417n(n-1)(n-2)(n-3)r^3}$$

El valor de r en esta última se hallará por el método de las sustituciones.

Ejemplos.

« Supongamos que se quiere amortizar una deuda de 10000 escudos y sus réditos en 12 años á interés compuesto, siendo 5 el tanto por 100 anual, y se pregunta ¿qué cantidad deberá satisfacerse cada año? »

La 2.ª fórmula daria

$$a = \frac{10000 \times 0{,}05 \times 1{,}79586}{0{,}79586} = 1128{,}2 \text{ escudos.}$$

$$[\log. (1+r)^n = n \log. 1{,}05 = 0{,}25428;\ (1+r)^n = 1{,}79586]$$

Con iguales datos las fórmulas siguientes darian

$$A = \frac{1128{,}2 \times 0{,}79586}{0{,}089793} = 10000 \text{ escudos}$$

$$n = \frac{\log. 1128{,}2 - \log. (1128{,}2 - 500)}{\log. 1{,}05} = \frac{0{,}25428}{0{,}02119} = 12 \text{ años.}$$

$$r = 0{,}11282 - 0{,}06362 = 0{,}00492$$

es decir, 0,05, si se comprenden los términos que faltan de la série.

44. En vez de pagar la renta a por n años, se quiere saber á qué tiempo n' se deberá pagar de una sola vez la totalidad $n\,a$ para que se compensen los intereses compuestos de los atrasos con el beneficio del adelanto.

La 1.ª ecuacion del número 43 y la $n\,a = A(1+r)^{n'}$ dan

$$n' = \frac{\log. n + \log. r + n \log. (1+r) - \log. [(1+r)^n - 1]}{\log. (1+r)}$$

45. Si á mas de recibir el acreedor la renta anual a, percibe tambien de su banquero los intereses Ar del capital A impuesto á interés compuesto, claro es que al cabo del n.º n de años el banquero deberá la diferencia de las expresiones $A(1+r)^n$ » $a\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$: siendo el capital que resta

1.ª $$c = A(1+r)^n - a\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

(Si la renta a fuera entregada al banquero en vez de recibida por el acreedor se cambiaria en esta expresion el signo — de a en +).

De ella se deducen las tres mas que siguen, representando cada una una solucion.

2.ª $$A=\frac{c\,r+a\,[(1+r)^n-1]}{r\,(1+r)^n}$$

3.ª $$a=\frac{r\,(A\,(1+r)^n-c)}{(1+r)^n-1}$$

4.ª $$n=\frac{\log.\,(c\,r-a)-\log.\,(A\,r-a)}{\log.\,(1+r)}$$

Para ejemplo supongamos que un comerciante toma 20000 escudos con la condicion de pagar un 5% anual á mas de 1500 escudos en que se ha convenido para amortizar el capital, y se quiere saber qué capital queda por pagar á los 20 años.

La primera ecuacion, en que son, $A=20000$; $a=1500$; $r=0{,}05$ y $r=20$, dá

$$c=20000\times\overline{1{,}05}^{20}-1500\,\frac{\overline{1{,}05}^{20}-1}{0{,}05}=30000-10000\times\overline{1{,}05}^{20}$$

y pues que $20\log.\,1{,}05=0{,}423786$, y $\overline{1{,}05}^{20}=2{,}6533$, será $c=3467$ escudos. A los 22 años seria $c=747{,}4$

Para saber en cuantos años se amortizaria el capital, se hará en la cuarta ecuacion $c=o$, puesto que en el último año queda extinguido el capital : y observando que $-a=a\times(-1)$ y $Ar-a=(a-Ar)(-1)$, la fórmula quedará igual á la tercera del número 43, y dá para el presente caso

$$n=\frac{\log.\,1500-\log.\,(1500-1000)}{0{,}0211893}=22{,}51 \text{ años.}$$

Si la cantidad a fuese 2000 escudos en vez de 1500, resultaria $n=14{,}2$ años.

Y si $a=1000$, $n=141,53$.

46. **Para comparar dos ó mas cantidades pagaderas á diferentes plazos,** se deben referir todas á una misma época.

Si, por ejemplo, debe pagar un banquero una cantidad a en n años, empezando desde ahora, y entrega en descuento un libramiento b pagadero en p años; para saber cuánto deberá ó se le habrá de pagar, se referirán los dos valores de b y a á la época presente.

Para esto observaremos que, si $a=A\,(1+r)^n$, $A=\frac{a}{(1+r)^n}$, cantidad que habrá de satisfacer el banquero.

Del propio modo, el valor del libramiento será $\frac{b}{(1+r)^p}$, y la diferencia de estas dos cantidades será el crédito del uno ó del otro, segun el respectivo valor de estas dos sumas.

Sea la 1.ª mayor que la 2.ª, y supongamos que la resta $\frac{a}{(1+r)^n}-\frac{b}{(1+r)^p}=d$, no se pueda satisfacer hasta un número q de años. Considerando á d como un nuevo capital, en q años vendrá á equivaler á $d\,(1+r)^q$: de modo que despues de haber entregado el libramiento del valor b, tendrá el banquero que satisfacer al fin de q años la cantidad representada por $d\,(1+r)^q$ ó lo que es lo mismo,

$$\left(\frac{a}{(1+r)^n}-\frac{b}{(1+r)^p}\right)(1+r)^q;\ \text{ó bien } a\,(1+r)^{q-n}-b\,(1+r)^{q-p}$$

en cuya fórmula se supone $q>n$, y $q>p$.

Supongamos que el banquero haya de satisfacer 12000 escudos en 3 años al 5%, para lo que dá un libramiento de 10000 escudos pagaderos en 2 años; no debiéndose satisfacer la diferencia d hasta dentro de 4 años—

Será

$$d=a\,(1+r)^{q-n}-b\,(1+r)^{q-p}=12000\times(1,05)^{4-3}-10000\times(1,05)^{4-2}=1575$$

De modo que, al cabo de los 4 años, pagará el banquero, á mas del importe del libramiento, la cantidad de 1575 escudos.

47.

TABLAS

DE LOS

LOGARITMOS

DE LOS

NÚMEROS NATURALES

desde 1 hasta 20,000.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
0	0000000	0000000	3010300	4771213	6020600	6989700	7781513	8450980	9030900	9542425	
1	0000000	0413927	0791812	1139434	1461280	1760913	2041200	2304489	2552725	2787536	
2	3010300	3222193	3424227	3617278	3802112	3979400	4149734	4313638	4471580	4623980	
3	4771213	4913617	5051500	5185139	5314789	5440680	5563025	5682017	5797836	5910646	
4	6020600	6127839	6232493	6334685	6434527	6532125	6627578	6720979	6812412	6901961	
5	6989700	7075702	7160033	7242759	7323938	7403627	7481880	7558749	7634280	7708520	
6	7781513	7853298	7923917	7993405	8061800	8129134	8195439	8260748	8325089	8388491	
7	8450980	8512584	8573325	8633229	8692317	8750613	8808136	8864907	8920946	8976271	
8	9030900	9084850	9138139	9190781	9242793	9294189	9344985	9395193	9444827	9493900	
9	9542425	9590414	9637838	9684829	9731279	9777236	9822712	9867717	9912261	9956352	
10	0000000	0043214	0086002	0128372	0170333	0211893	0253059	0293838	0334238	0374265	
11	0413927	0453230	0492180	0530784	0569049	0606978	0644580	0681859	0718820	0755470	
12	0791812	0827854	0863598	0899051	0934217	0969100	1003706	1038037	1072100	1105897	
13	1139434	1172713	1205739	1238516	1271048	1303338	1335389	1367206	1398791	1430148	
14	1461280	1492191	1522883	1553360	1583625	1613680	1643529	1673173	1702617	1731863	
15	1760913	1789769	1818436	1846914	1875207	1903317	1931246	1958997	1986571	2013971	
16	2041200	2068259	2095150	2121876	2148438	2174839	2201081	2227165	2253093	2278867	
17	2304489	2329961	2355284	2380461	2405492	2430381	2455127	2479733	2504200	2528530	
18	2552725	2576786	2600714	2624511	2648178	2671717	2695129	2718416	2741578	2764618	
19	2787536	2810334	2833012	2855573	2878017	2900346	2922561	2944662	2966652	2988531	
20	3010300	3031961	3053514	3074960	3096302	3117539	3138672	3159704	3180633	3201463	
21	3222193	3242825	3263359	3283796	3304138	3324385	3344538	3364597	3384565	3404441	
22	3424227	3443923	3463530	3483049	3502480	3521825	3541084	3560259	3579348	3598355	
23	3617278	3636120	3654880	3673559	3692159	3710679	3729120	3747484	3765770	3783979	
24	3802112	3820170	3838154	3856063	3873898	3891661	3909351	3926970	3944517	3961994	
25	3979400	3996737	4014005	4031205	4048337	4065402	4082400	4099331	4116197	4132998	
26	4149734	4166405	4183013	4199557	4216039	4232459	4248816	4265113	4281348	4297523	
27	4313638	4329692	4345689	4361626	4377506	4393327	4409091	4424798	4440448	4456042	
28	4471580	4487063	4502491	4517864	4533183	4548449	4563660	4578819	4593925	4608978	
29	4623980	4638930	4653829	4668676	4683473	4698220	4712917	4727564	4742163	4756712	
30	4771213	4785665	4800069	4814420	4828736	4842998	4857214	4871384	4885507	4899585	
31	4913617	4927604	4941546	4955443	4969296	4983106	4996871	5010593	5024271	5037907	
32	5051500	5065050	5078559	5092025	5105450	5118834	5132176	5145478	5158738	5171959	
33	5185139	5198280	5211381	5224442	5237465	5250448	5263393	5276299	5289167	5301997	
34	5314789	5327544	5340261	5352941	5365584	5378191	5390761	5403295	5415792	5428254	
35	5440680	5453071	5465427	5477747	5490033	5502284	5514500	5526682	5538830	5550944	
36	5563025	5575072	5587086	5599066	5611014	5622929	5634811	5646661	5658478	5670264	
37	5682017	5693739	5705429	5717088	5728716	5740313	5751878	5763414	5774918	5786392	
38	5797836	5809250	5820634	5831988	5843312	5854607	5865873	5877110	5888317	5899496	
39	5910646	5921768	5932861	5943926	5954962	5965971	5976952	5987905	5998831	6009729	
40	6020600	6031444	6042261	6053050	6063814	6074550	6085260	6095944	6106602	6117233	
41	6127839	6138418	6148972	6159501	6170003	6180481	6190933	6201361	6211763	6222140	
42	6232493	6242821	6253125	6263404	6273659	6283889	6294096	6304279	6314438	6324573	
43	6334685	6344773	6354837	6364879	6374897	6384893	6394865	6404814	6414741	6424645	
44	6434527	6444386	6454223	6464037	6473830	6483600	6493349	6503075	6512780	6522463	
45	6532125	6541765	6551384	6560982	6570559	6580114	6589648	6599162	6608655	6618127	
46	6627578	6637009	6646420	6655810	6665180	6674529	6683859	6693169	6702459	6711728	
47	6720979	6730209	6739420	6748611	6757783	6766936	6776069	6785184	6794279	6803355	
48	6812412	6821451	6830470	6839471	6848454	6857417	6866363	6875290	6884198	6893089	
49	6901961	6910815	6919651	6928469	6937269	6946052	6954817	6963564	6972293	6981005	
50	6989700	6998377	7007037	7015680	7024305	7032914	7041505	7050080	7058637	7067178	
51	7075702	7084209	7092700	7101174	7109631	7118072	7126497	7134905	7143298	7151674	
52	7160033	7168377	7176705	7185017	7193313	7201593	7209857	7218106	7226339	7234557	
53	7242759	7250945	7259116	7267272	7275413	7283538	7291648	7299743	7307823	7315888	
54	7323938	7331973	7339993	7347998	7355989	7363965	7371926	7379873	7387806	7395723	
55	7403627	7411516	7419391	7427251	7435098	7442930	7450748	7458552	7466342	7474118	
56	7481880	7489629	7497363	7505084	7512791	7520484	7528164	7535831	7543483	7551123	
57	7558749	7566361	7573960	7581546	7589119	7596678	7604225	7611758	7619278	7626786	
58	7634280	7641761	7649230	7656686	7664128	7671559	7678976	7686381	7693773	7701153	
59	7708520	7715875	7723217	7730547	7737864	7745170	7752463	7759743	7767012	7774268	
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
60	7781513	788745	795965	803173	810369	817554	824726	831887	839036	846173	
61	853298	860412	867514	874605	881684	888751	895807	902852	909885	916906	
62	923917	930916	937904	944881	951846	958800	965743	972675	979596	986506	
63	993406 8	000294	007171	014037	020893	027737	034571	041394	048207	055009	
64	061800	068580	075350	082110	088859	095597	102325	109043	115750	122447	
65	129134	135810	142476	149132	155777	162413	169038	175654	182259	188854	
66	195439	202015	208580	215135	221681	228217	234742	241258	247765	254261	
67	260748	267225	273693	280151	286599	293038	299467	305887	312297	318698	
68	325089	331471	337844	344207	350561	356906	363241	369567	375884	382192	
69	388491	394781	401061	407332	413595	419848	426092	432328	438554	444772	
70	450980	457180	463371	469553	475727	481891	488047	494194	500333	506462	
71	512584	518696	524800	530895	536982	543060	549130	555192	561244	567289	
72	573325	579353	585372	591383	597386	603380	609366	615344	621314	627275	
73	633229	639174	645111	651040	656961	662873	668778	674675	680564	686444	
74	692317	698182	704039	709888	715729	721563	727388	733206	739016	744818	
75	750613	756399	762178	767950	773714	779470	785218	790959	796692	802418	
76	808136	813847	819550	825245	830934	836614	842288	847954	853612	859[illegible]63	
77	864907	870544	876173	881795	887410	893017	898617	904210	909796	915375	
78	920946	926510	932068	937618	943161	948697	954225	959747	965262	970770	
79	976271 9	981765	987252	992732	998205	003671	009131	014583	020029	025468	
80	030900	036325	041744	047155	052561	057959	063350	068735	074114	079485	
81	084850	090209	095560	100906	106244	111576	116902	122221	127533	132839	
82	138139	143432	148718	153998	159272	164540	169801	175055	180303	185545	
83	190781	196010	201233	206450	211661	216865	222063	227255	232440	237620	
84	242793	247960	253121	258276	263424	268567	273704	278834	283959	289077	
85	294189	299296	304396	309490	314579	319661	324738	329808	334873	339932	
86	344985	350032	355073	360108	365137	370161	375179	380191	385197	390198	
87	395193	400182	405165	410142	415114	420081	425041	429996	434945	439889	
88	444827	449759	454686	459607	464523	469433	474337	479236	484130	489018	
89	493900	498777	503649	508515	513375	518230	523080	527924	532763	537597	
90	542425	547248	552065	556878	561684	566486	571282	576073	580858	585639	
91	590414	595184	599948	604708	609462	614211	618955	623693	628427	633155	
92	637878	642596	647309	652017	656720	661417	666110	670797	675480	680157	
93	684829	689497	694159	698816	703469	708116	712759	717396	722028	726656	
94	731279	735896	740509	745117	749720	754318	758911	763500	768083	772662	
95	777236	781805	786369	790929	795484	800034	804579	809119	813655	818186	
96	822712	827234	831751	836263	840770	845273	849771	854265	858754	863238	
97	867717	872192	876663	881128	885590	890046	894498	898946	903389	907827	
98	912261	916690	921115	925535	929951	934362	938769	943172	947569	951963	
99	956352	960737	965117	969492	973864	978231	982593	986952	991305	995655	
100	0000000	004341	008677	013009	017337	021661	025980	030295	034605	038912	
101	043214	047512	051805	056094	060380	064660	068937	073210	077478	081742	
102	086002	090257	094509	098756	103000	107239	111474	115704	119931	124154	
103	128372	132587	136797	141003	145205	149404	153598	157788	161974	166155	
104	170333	174507	178677	182843	187005	191163	195317	199467	203613	207755	
105	211893	216027	220157	224284	228406	232525	236639	240750	244857	248960	
106	253059	257154	261245	265333	269416	273496	277572	281644	285713	289777	
107	293838	297895	301948	305997	310043	314085	318123	322157	326188	330214	
108	334238	338257	342273	346285	350293	354297	358298	362295	366289	370279	
109	374265	378248	382226	386202	390173	394141	398106	402066	406023	409977	
110	413927	417873	421816	425755	429691	433623	437551	441476	445398	449315	
111	453230	457141	461048	464952	468852	472749	476642	480532	484418	488301	
112	492180	496056	499929	503798	507663	511525	515384	519239	523091	526939	
113	530784	534626	538464	542299	546131	549959	553783	557605	561423	565237	
114	569049	572856	576661	580462	584260	588055	591846	595634	599419	603200	
115	606978	610753	614525	618293	622058	625820	629578	633334	637086	640834	
116	644580	648322	652061	655797	659530	663259	666986	670709	674428	678145	
117	681859	685569	689276	692980	696681	700379	704073	707765	711453	715138	
118	718820	722499	726175	729847	733517	737184	740847	744507	748164	751819	
119	755470	759118	762763	766404	770043	773679	777312	780942	784568	788192	
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
120	0791812	795430	799045	802656	806265	809870	813473	817073	820669	824263	
21	827854	831441	835026	838608	842187	845763	849336	852906	856473	860037	
22	863598	867157	870712	874265	877814	881361	884905	888446	891984	895519	
23	899051	902581	906107	909631	913152	916670	920185	923697	927206	930713	
24	934217	937718	941216	944711	948204	951694	955180	958665	962146	965624	
125	969100	972573	976043	979511	982975	986437	989896	993353	996806		
	1									000257	
26	003705	007151	010594	014034	017471	020905	024337	027766	031193	034616	
27	038037	041456	044871	048284	051694	055102	058507	061909	065309	068705	
28	072100	075491	078880	082267	085650	089031	092410	095785	099159	102529	
29	105897	109261	112625	115985	119343	122698	126050	129400	132747	136092	
130	139434	142773	146110	149444	152776	156105	159432	162756	166077	169396	
31	172713	176027	179338	182647	185954	189258	192559	195858	199154	202448	
32	205739	209028	212315	215598	218880	222159	225435	228709	231981	235250	
33	238516	241781	245042	248301	251558	254813	258065	261314	264561	267806	
34	271048	274288	277525	280760	283993	287223	290451	293676	296899	300119	
135	303338	306553	309767	312978	316187	319393	322597	325798	328998	332195	
36	335389	338581	341771	344959	348144	351327	354507	357685	360861	364034	
37	367206	370375	373541	376705	379867	383027	386184	389339	392492	395643	
38	398791	401937	405080	408222	411361	414498	417632	420765	423895	427022	
39	430148	433271	436392	439511	442628	445742	448854	451964	455072	458177	
140	461280	464381	467480	470577	473671	476763	479853	482941	486027	489110	
41	492191	495270	498347	501422	504494	507564	510633	513699	516762	519824	
	1										
42	522883	525941	528996	532049	535100	538149	541195	544240	547282	550322	
43	553360	556396	559430	562462	565492	568519	571544	574568	577589	580608	
44	583625	586640	589653	592663	595672	598678	601683	604685	607686	610684	
145	613680	616674	619666	622656	625644	628630	631614	634596	637575	640553	
46	643529	646502	649474	652443	655411	658376	661340	664301	667261	670218	
47	673173	676127	679078	682027	684975	687920	690864	693805	696744	699682	
48	702617	705551	708482	711412	714339	717265	720188	723110	726029	728947	
49	731863	734776	737688	740598	743506	746412	749316	752218	755118	758016	
150	760913	763807	766699	769590	772478	775365	778250	781133	784013	786892	
51	789769	792645	795518	798389	801259	804126	806992	809856	812718	815578	
52	818436	821292	824147	826999	829850	832698	835545	838390	841234	844075	
53	846914	849752	852589	855422	858254	861084	863912	866739	869563	872386	
54	875207	878026	880844	883659	886473	889285	892095	894903	897710	900514	
155	903317	906118	908917	911715	914510	917304	920096	922886	925675	928461	
56	931246	934029	936810	939590	942367	945143	947918	950690	953461	956229	
57	958997	961762	964525	967287	970047	972806	975562	978317	981070	983821	
58	986571	989319	992065	994809	997552						
	2					000293	003032	005769	008505	011239	
59	013971	016702	019431	022158	024883	027607	030329	033049	035768	038485	
160	041200	043913	046625	049335	052044	054750	057455	060159	062860	065560	
61	068259	070955	073650	076344	079035	081725	084414	087100	089785	092468	
62	095150	097830	100508	103185	105860	108534	111205	113876	116544	119211	
63	121876	124540	127202	129862	132521	135178	137833	140487	143139	145790	
64	148438	151086	153732	156375	159018	161659	164298	166936	169572	172207	
165	174839	177471	180100	182729	185355	187980	190603	193225	195845	198464	
66	201081	203696	206310	208922	211533	214142	216750	219356	221960	224563	
67	227165	229764	232363	234959	237555	240148	242740	245331	247920	250507	
68	253093	255677	258260	260841	263421	265999	268576	271151	273724	276296	
69	278867	281436	284004	286570	289134	291697	294258	296818	299377	301934	
170	304489	307043	309596	312146	314696	317244	319790	322335	324879	327421	
71	329961	332500	335038	337574	340108	342641	345173	347703	350232	352759	
72	355284	357809	360331	362853	365373	367891	370408	372923	375437	377950	
73	380461	382971	385479	387986	390491	392995	395497	397998	400498	402996	
74	405492	407988	410482	412974	415465	417954	420442	422929	425414	427898	
175	430380	432861	435341	437819	440296	442771	445245	447718	450189	452658	
76	455127	457594	460059	462523	464986	467447	469907	472365	474823	477278	
77	479733	482186	484637	487087	489536	491984	494430	496874	499318	501759	
78	504200	506639	509077	511513	513949	516382	518815	521246	523675	526103	
79	528530	530956	533380	535803	538224	540645	543063	545481	547897	550312	
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
180	2552725	555137	557548	559957	562365	564772	567177	569582	571984	574386	
81	576786	579185	581582	583978	586373	588766	591158	593549	595939	598327	
82	600714	603099	605484	607867	610248	612629	615008	617385	619762	622137	
83	624511	626883	629255	631625	633993	636361	638727	641092	643455	645817	
84	648178	650538	652896	655253	657609	659964	662317	664669	667020	669369	
185	671717	674064	676410	678754	681097	683439	685780	688119	690457	692794	
86	695129	697464	699797	702129	704459	706788	709116	711443	713769	716093	
87	718416	720738	723058	725378	727696	730013	732328	734643	736956	739268	
88	741578	743888	746196	748503	750809	753114	755417	757719	760020	762320	
89	764618	766915	769211	771506	773800	776092	778383	780673	782963	785250	
190	787536	789821	792105	794388	796669	798950	801229	803507	805784	808059	
91	810334	812607	814879	817150	819419	821688	823955	826221	825486	830750	
92	833012	835274	837534	839793	842051	844307	846563	848817	851070	853322	
93	855573	857823	860071	862319	864565	866810	869054	871296	873538	875778	
94	878017	880255	882492	884728	886964	889196	891428	893660	895890	898118	
195	900346	902573	904798	907022	909246	911468	913689	915908	918127	920344	
96	922561	924776	926990	929203	931415	933626	935835	938044	940251	942457	
97	944662	946866	949069	951271	953471	955671	957869	960067	962263	964458	
98	966652	968845	971037	973227	975417	977605	979792	981979	984164	986348	
99	988531	990713	992893	995073	997252	999429					
							001605	003781	005955	008128	
200	3010300	012471	014641	016809	018977	021144	023309	025474	027637	029799	
01	031961	034121	036280	038438	040595	042751	044905	047059	049212	051363	
02	053514	055663	057812	059959	062105	064250	066394	068537	070680	072820	
03	074960	077099	079237	081374	083509	085644	087778	089910	092042	094172	
04	096302	098430	100557	102684	104809	106933	109056	111178	113300	115420	
205	117539	119657	121774	123889	126004	128118	130231	132343	134454	136563	
06	138672	140780	142887	144992	147097	149201	151303	153405	155505	157605	
07	159703	161801	163898	165993	168088	170181	172273	174365	176455	178545	
08	180633	182721	184807	186893	188977	191061	193143	195224	197305	199384	
09	201463	203540	205617	207692	209767	211840	213913	215984	218055	220124	
210	222193	224261	226327	228393	230457	232521	234584	236645	238706	240766	
11	242825	244882	246939	248995	251050	253104	255157	257209	259260	261310	
12	263359	265407	267454	269500	271545	273589	275633	277675	279716	281757	
13	283796	285834	287872	289909	291944	293979	296012	298045	300077	302108	
14	304138	306167	308195	310222	312248	314273	316297	318320	320343	322364	
215	324385	326404	328423	330440	332457	334473	336488	338501	340514	342526	
16	344538	346548	348557	350565	352573	354579	356585	358589	360593	362596	
17	364597	366598	368598	370597	372595	374593	376589	378584	380579	382572	
18	384566	386557	388547	390537	392526	394514	396502	398488	400473	402458	
19	404441	406424	408405	410386	412366	414345	416323	418301	420277	422252	
	3										
220	424227	426200	428173	430145	432116	434086	436055	438023	439991	441957	
21	443923	445887	447851	449814	451776	453737	455698	457657	459615	461573	
22	463530	465486	467441	469395	471348	473300	475252	477202	479152	481101	
23	483049	484996	486942	488887	490832	492775	494718	496660	498601	500541	
24	502480	504419	506356	508293	510229	512163	514098	516031	517963	519895	
225	521825	523755	525684	527612	529539	531465	533391	535316	537239	539162	
26	541084	543006	544926	546846	548764	550682	552599	554515	556431	558345	
27	560259	562171	564083	565994	567905	569814	571723	573630	575537	577443	
28	579348	581253	583156	585059	586961	588862	590762	592662	594560	596458	
29	598355	600251	602146	604041	605934	607827	609719	611610	613500	615390	
230	617278	619169	621053	622939	624825	626709	628593	630476	632358	634236	
31	636120	637999	639878	641756	643634	645510	647386	649260	651134	653007	
32	654880	656751	658622	660492	662361	664230	666097	667964	669830	671695	
33	673559	675423	677285	679147	681009	682869	684728	686587	688445	690302	
34	692159	694014	695869	697723	699576	701428	703280	705131	706981	708830	
235	710679	712526	714373	716219	718065	719909	721753	723596	725438	727279	
36	729120	730960	732799	734637	736475	738311	740147	741983	743817	745651	
37	747483	749316	751147	752977	754807	756636	758464	760292	762119	763944	
38	765770	767594	769418	771240	773063	774884	776704	778524	780343	782161	
39	783979	785796	787612	789427	279114	793055	794868	796680	798492	800302	
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
240	38 02112	03922	05730	07538	09345	11151	12956	14761	16565	18368	1806
41	20170	21972	23773	25573	27373	29171	30969	32767	34563	36359	1798
42	38154	39948	41741	43534	45326	47117	48908	50698	52487	54275	1791
43	56063	57850	59636	61421	63206	64990	66773	68555	70337	72118	1784
44	73898	75678	77457	79235	81012	82789	84565	86340	88114	89888	1777
245	91661	93433	95205	96975	98746						
	39.					00515	02284	04052	05819	07585	1769
46	09351	11116	12880	14644	16407	18169	19931	21691	23452	25211	1762
47	26970	28727	30485	32241	33997	35752	37506	39260	41013	42765	1755
48	44517	46268	48018	49767	51516	53264	55011	56758	58504	60249	1748
49	61993	63737	65480	67223	68964	70706	72446	74185	75924	77663	1741
250	79400	81137	82873	84608	86343	88077	89811	91543	93275	95007	1734
51	96737	98467									
	40.		00196	01925	03653	05380	07106	08832	10557	12282	1727
52	14005	15728	17451	19173	20894	22614	24333	26052	27771	29488	1720
53	31205	32921	34637	36352	38066	39780	41492	43205	44916	46627	1714
54	48337	50047	51755	53464	55171	56878	58584	60289	61994	63698	1707
255	65402	67105	68807	70508	72209	73909	75608	77307	79005	80703	1700
56	82400	84096	85791	87486	89180	90874	92567	94259	95950	97641	1694
57	99331										
	41.	01021	02710	04398	06085	07772	09459	11144	12829	14513	1687
58	16197	17880	19562	21244	22925	24605	26285	27964	29643	31321	1680
59	32998	34674	36350	38025	39700	41374	43047	44719	46391	48063	1674
260	49733	51404	53073	54742	56410	58077	59744	61410	63076	64741	1667
61	66405	68069	69732	71394	73056	74717	76377	78037	79696	81355	1661
62	83013	84670	86327	87983	89638	91293	92947	94601	96254	97906	1655
63	99557										
	42	01208	02859	04509	06158	07806	09454	11101	12748	14394	1648
64	16039	17684	19328	20972	22615	24257	25898	27539	29180	30820	1642
265	32459	34097	35735	37372	39009	40645	42281	43916	45550	47183	1636
66	48816	50449	52081	53712	55342	56972	58601	60230	61858	63486	1630
67	65113	66739	68365	69990	71614	73238	74861	76484	78106	79727	1624
68	81348	82968	84588	86207	87825	89443	91060	92677	94293	95908	1618
69	97523	99137									
	43.		00751	02364	03976	05588	07199	08809	10419	12029	1612
270	13638	15246	16853	18460	20067	21673	23278	24883	26487	28090	1606
71	29693	31295	32897	34498	36098	37698	39298	40896	42495	44092	1600
72	45689	47285	48881	50476	52071	53665	55259	56851	58444	60035	1594
73	61626	63217	64807	66396	67985	69573	71161	72748	74334	75920	1588
74	77506	79090	80675	82258	83841	85423	87005	88587	90167	91747	1582
275	93327	94906	96484	98062	99639						
	44.					01216	02792	04368	05943	07517	1577
76	09091	10664	12237	13809	15380	16951	18522	20092	21661	23230	1571
77	24798	26365	27932	29499	31065	32630	34195	35759	37322	38885	1565
78	40448	42010	43571	45132	46692	48252	49811	51370	52928	54485	1560
79	56042	57598	59154	60709	62264	63818	65372	66925	68477	70029	1554
280	71580	73131	74681	76231	77780	79329	80877	82424	83971	85517	1549
81	87063	88608	90153	91697	93241	94784	96327	97868	99410		
	45.									00951	1543
82	02491	04031	05570	07109	08647	10185	11722	13258	14794	16329	1538
3	17864	19399	20932	22466	23998	25531	27062	28593	30124	31654	1533
84	33183	34712	36241	37769	39296	40823	42349	43875	45400	46924	1527
285	48449	49972	51495	53018	54540	56061	57582	59102	60622	62142	1521
86	63660	65179	66696	68213	69730	71246	72762	74277	75791	77305	1516
87	78819	80332	81844	83356	84868	86378	87889	89399	90908	92417	1510
88	93925	95433	96940	98446	99953						
	46.					01458	02963	04468	05972	07475	1505
89	08978	10481	11983	13484	14985	16486	17986	19485	20984	22482	1500
290	23980	25477	26974	28470	29966	31461	32956	34450	35944	37437	1495
91	38930	40422	41914	43405	44895	46386	47875	49364	50853	52341	1490
92	53829	55316	56802	58288	59774	61259	62743	64227	65711	67194	1485
93	68676	70158	71640	73121	74601	76081	77561	79039	80518	81996	1480
94	83473	84950	86427	87903	89378	90853	92327	93801	95275	96748	1475
295	98220	99692									
	47.		01164	02634	04105	05575	07044	08513	09982	11450	1470
96	12917	14384	15851	17317	18782	20247	21711	23175	24639	26102	1465
97	27564	29027	30488	31949	33410	34870	36329	37788	39247	40705	1460
98	42163	43620	45076	46533	47988	49443	50898	52352	53806	55259	1455
99	56712	58164	59616	61067	62518	63968	65418	66867	68316	6 9765	1450
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NUMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
300	47.71213	72660	74107	75553	76999	78445	79890	81334	82778	84222	1446
01	85665	87108	88550	89991	91432	92873	94313	95753	97192	98631	1441
02	48.00069	01507	02945	04381	05818	07254	08689	10124	11559	12993	1436
03	14426	15859	17292	18724	20156	21587	23018	24448	25878	27307	1431
04	28736	30164	31592	33020	34446	35873	37299	38725	40150	41574	1427
305	42998	44422	45845	47268	48690	50112	51533	52954	54375	55795	1422
06	57214	58633	60052	61470	62888	64305	65722	67138	68554	69969	1417
07	71384	72798	74212	75626	77039	78451	79863	81275	82686	84097	1412
08	85507	86917	88326	89735	91144	92552	93959	95366	96773	98179	1408
09	99585	00990	02395	03799	05203	06607	08010	09412	10814	12216	1404
310	49.13617	15018	16418	17818	19217	20616	22015	23413	24810	26207	1399
11	27604	29000	30396	31791	33186	34581	35974	37368	38761	40154	1395
12	41546	42938	44329	45720	47110	48500	49890	51279	52667	54056	1390
13	55443	56831	58218	59604	60990	62375	63761	65145	66529	67913	1385
14	69296	70679	72062	73444	74825	76206	77587	78967	80347	81727	1381
315	83106	84484	85862	87240	88617	89994	91370	92746	94121	95496	1377
16	96871	98245	99619	00992	02365	03737	05109	06481	07852	09222	1372
17	50.10593	11962	13332	14701	16069	17437	18805	20172	21539	22905	1368
18	24271	25637	27002	28366	29731	31094	32458	33821	35183	36545	1363
19	37907	39268	40629	41989	43349	44709	46068	47426	48785	50142	1359
320	51500	52857	54213	55569	56925	58280	59635	60990	62344	63697	1355
21	65050	66403	67755	69107	70459	71810	73160	74511	75860	77210	1351
22	78559	79907	81255	82603	83950	85297	86644	87990	89335	90680	1347
23	92025	93370	94714	96057	97400	98743	00085	01427	02768	04109	1343
24	51.05450	06790	08130	09469	10808	12147	13485	14823	16160	17497	1339
325	18834	20170	21505	22841	24175	25510	26844	28178	29511	30844	1335
26	32176	33508	34840	36171	37502	38832	40162	41491	42820	44149	1330
27	45478	46805	48133	49460	50787	52113	53439	54764	56089	57414	1326
28	58738	60062	61386	62709	64031	65354	66676	67997	69318	70639	1322
29	71959	73279	74598	75917	77236	78554	79872	81189	82507	83823	1318
330	85139	86455	87771	89086	90400	91715	93028	94342	95655	96968	1314
31	98280	99592	00903	02214	03525	04835	06145	07455	08764	10073	1310
32	52.11381	12689	13996	15303	16610	17916	19222	20528	21833	23138	1306
33	24442	25746	27050	28353	29656	30958	32260	33562	34863	36164	1302
34	37465	38765	40064	41364	42663	43961	45259	46557	47854	49151	1298
335	50448	51744	53040	54336	55631	56925	58220	59513	60807	62100	1294
36	63393	64685	65977	67269	68560	69851	71141	72431	73721	75010	1291
37	76299	77588	78876	80163	81451	82738	84024	85311	86596	87882	1287
38	89167	90452	91736	93020	94304	95587	96870	98152	99434	00716	1283
39	53.01997	03278	04558	05839	07118	08398	09677	10955	12234	13512	1280
340	14789	16066	17343	18619	19896	21171	22446	23721	24996	26270	1276
41	27544	28817	30090	31363	32635	33907	35179	36450	37721	38991	1272
42	40261	41531	42800	44069	45338	46606	47874	49141	50408	51675	1268
43	52941	54207	55473	56738	58003	59267	60532	61795	63059	64322	1264
44	65584	66847	68109	69370	70631	71892	73153	74413	75673	76932	1261
345	78191	79450	80708	81966	83223	84481	85737	86994	88250	89506	1258
46	90761	92016	93271	94525	95779	97032	98286	99538	00791	02043	1255
47	54.03295	04546	05797	07048	08298	09548	10798	12047	13296	14544	1251
48	15792	17040	18288	19535	20781	22028	23274	24519	25765	27010	1247
49	28254	29498	30742	31986	33229	34472	35714	36956	38198	39439	1243
350	40680	41921	43161	44401	45641	46880	48119	49358	50596	51834	1239
51	53071	54308	55545	56781	58018	59253	60489	61724	62958	64193	1235
52	65427	66660	67894	69126	70359	71591	72823	74055	75286	76517	1232
53	77747	78977	80207	81436	82665	83894	85123	86351	87578	88806	1229
54	90033	91259	92486	93712	94937	96162	97387	98612	99836	01060	1225
355	55.02284	03507	04730	05952	07174	08396	09618	10839	12059	13280	1222
56	14500	15720	16939	18158	19377	20595	21813	23031	24248	25465	1218
57	26682	27899	29115	30330	31545	32760	33975	35189	36403	37617	1215
58	38830	40043	41256	42468	43680	44892	46103	47314	48524	49735	1212
59	50944	52154	53363	54572	55781	56989	58197	59404	60612	61818	1208
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NUMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
360	55.36025	64231	65437	66643	67848	69053	70257	71461	72665	73869	1205
61	75072	76275	77477	78680	79881	81083	82284	83485	84686	85886	1202
62	87086	88285	89484	90683	91882	93080	94278	95476	96673	97870	1198
63	99066										
	56.	00262	01458	02654	03849	05044	06239	07433	08627	09821	1195
64	11014	12207	13399	14592	15784	16975	18167	19358	20548	21739	1191
365	22929	24118	25308	26497	27685	28874	30062	31250	32437	33624	1189
66	34811	35997	37183	38369	39555	40740	41925	43109	44293	45477	1185
67	46661	47844	49027	50209	51392	52573	53755	54936	56117	57298	1181
68	58478	59658	60838	62017	63196	64375	65553	66731	67909	69087	1178
69	70264	71440	72617	73793	74969	76144	77320	78495	79669	80843	1175
370	82017	83191	84364	85537	86710	87882	89054	90226	91397	92568	1172
71	93739	94910	96080	97249	98419	99588					
	57.						00757	01926	03094	04262	1169
72	05429	06597	07764	08930	10097	11263	12429	13594	14759	15924	1166
73	17088	18252	19416	20580	21743	22906	24069	25231	26393	27555	1163
74	28716	29877	31038	32198	33358	34518	35678	36837	37996	39154	1160
375	40313	41471	42628	43786	44943	46099	47256	48412	49568	50723	1156
76	51878	53033	54188	55342	56496	57650	58803	59956	61109	62261	1154
77	63414	64565	65717	66868	68019	69170	70320	71470	72620	73769	1151
78	74918	76067	77215	78363	79511	80659	81806	82953	84100	85246	1148
79	86392	87538	88683	89828	90973	92118	93262	94406	95550	96693	1145
380	97836	98979									
	58.		00121	01263	02405	03547	04688	05829	06969	08110	1142
81	09250	10389	11529	12668	13807	14945	16084	17222	18359	19497	1138
82	20634	21770	22907	24043	25179	26314	27450	28585	29719	30854	1135
83	31988	33122	34255	35388	36521	37654	38786	39918	41050	42181	1133
84	43312	44443	45574	46704	47834	48963	50093	51222	52331	53479	1130
385	54607	55735	56863	57990	59117	60244	61370	62496	63622	64748	1127
86	65873	66998	68123	69247	70371	71495	72618	73742	74865	75987	1124
87	77110	78232	79353	80475	81596	82717	83838	84958	86078	87198	1121
88	88317	89436	90555	91674	92792	93910	95028	96145	97263	98379	1118
89	99496										
	59.	00612	01728	02844	03959	05075	06189	07304	08418	09532	1116
390	10646	11760	12873	13986	15098	16210	17322	18434	19546	20657	1112
91	21768	22878	23988	25098	26208	27318	28427	29536	30644	31753	1110
92	32861	33968	35076	36183	37290	38397	39503	40609	41715	42820	1107
93	43926	45030	46135	47239	48344	49447	50551	51654	52757	53860	1104
94	54962	56064	57166	58268	59369	60470	61571	62671	63771	64871	1101
395	65971	67070	68169	69268	70367	71465	72563	73661	74758	75855	1098
96	76952	78048	79145	80241	81336	82432	83527	84622	85717	86811	1096
97	87905	88999	90092	91186	92279	93371	94464	95556	96648	97739	1093
98	98831	99922									
	60.		01013	02103	03193	04283	05373	06462	07551	08640	1090
99	09729	10817	11905	12993	14081	15168	16255	17341	18428	19514	1087
400	20600	21686	22771	23856	24941	26025	27109	28193	29277	30361	1084
01	31444	32527	33609	34692	35774	36855	37937	39018	40099	41180	1081
02	42261	43341	44421	45500	46580	47659	48738	49816	50895	51973	1079
03	53050	54128	55205	56282	57359	58435	59512	60587	61663	62739	1076
04	63814	64889	65963	67037	68111	69185	70259	71332	72405	73478	1074
405	74550	75622	76694	77766	78837	79909	80979	82050	83120	84191	1072
06	85260	86330	87399	88468	89537	90605	91674	92742	93809	94877	1069
07	95944	97011	98078	99144							
	61.				00210	01276	02342	03407	04472	05537	1066
08	06602	07666	08730	09794	10857	11921	12984	14046	15109	16171	1064
09	17233	18295	19356	20417	21478	22539	23599	24660	25720	26779	1061
410	27839	28898	29957	31015	32074	33132	34189	35247	36304	37361	1058
11	38418	39475	40531	41587	42643	43698	44754	45809	46863	47918	1055
12	48972	50026	51080	52133	53187	54240	55292	56345	57397	58449	1053
13	59501	60552	61603	62654	63705	64755	65805	66855	67905	68954	1050
14	70003	71052	72101	73149	74197	75245	76293	77340	78387	79434	1048
415	80481	81527	82573	83619	84665	85710	86755	87800	88845	89889	1045
16	90933	91977	93021	94064	95107	96150	97193	98235	99277		
	62.									00319	1043
17	01361	02402	03443	04484	05524	06565	07605	08645	09684	10724	1041
18	11763	12802	13840	14879	15917	16955	17992	19030	20067	21104	1038
19	22140	23177	24213	25249	26284	27320	28355	29390	30424	31459	1035
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NUMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
420	62.32493	33527	34560	35594	36627	37660	38693	39725	40757	41789	1033
21	42821	43852	44884	45915	46945	47976	49006	50036	51066	52095	1031
22	53125	54154	55182	56211	57239	58267	59295	60322	61350	62377	1028
23	63404	64430	65457	66483	67509	68534	69560	70585	71610	72634	1025
24	73659	74683	75707	76730	77754	78777	79800	80823	81845	82867	1023
425	83889	84911	85933	86954	87975	88996	90016	91037	92057	93076	1021
26	94096	95115	96134	97153	98172	99190	00209	01226	02244	03262	1018
27	63.04279	05296	06312	07329	08345	09361	10377	11393	12408	13423	1016
28	14438	15452	16467	17481	18495	19508	20522	21535	22548	23560	1013
29	24573	25585	26597	27609	28620	29632	30643	31654	32664	33674	1012
430	34685	35694	36704	37713	38723	39732	40740	41749	42757	43765	1009
31	44773	45780	46788	47795	48801	49808	50814	51820	52826	53832	1007
32	54837	55843	56848	57852	58857	59861	60865	61869	62873	63876	1004
33	64879	65882	66884	67887	68889	69891	70893	71894	72895	73897	1002
34	74897	75898	76898	77898	78898	79898	80897	81896	82895	83894	1000
435	84893	85891	86889	87887	88884	89882	90879	91876	92872	93869	998
36	94865	95861	96857	97852	98847	99842	00837	01832	02826	03820	995
37	64.04814	05808	06802	07795	08788	09781	10773	11765	12758	13749	993
38	14741	15733	16724	17715	18705	19696	20686	21676	22666	23656	991
39	24645	25634	26623	27612	28601	29589	30577	31565	32552	33540	988
440	34527	35514	36500	37487	38473	39459	40445	41431	42416	43401	986
41	44386	45371	46355	47339	48323	49307	50291	51274	52257	53240	984
42	54223	55205	56187	57169	58151	59133	60114	61095	62076	63057	982
43	64037	65018	65998	66977	67957	68936	69915	70894	71873	72851	979
44	73830	74808	75786	76763	77741	78718	79695	80671	81648	82624	977
445	83600	84576	85552	86527	87502	88477	89452	90426	91401	92375	975
46	93349	94322	95296	96269	97242	98215	99187	00160	01132	02104	973
47	65.03075	04047	05018	05989	06960	07930	08901	09871	10841	11811	970
48	12780	13749	14719	15687	16656	17624	18593	19561	20528	21496	968
49	22463	23431	24397	25364	26331	27297	28263	29229	30195	31160	966
450	32125	33090	34055	35011	35984	36948	37912	38876	39839	40802	964
51	41763	42728	43691	44653	45616	46378	47539	48501	49462	50423	962
52	51384	52345	53306	54266	55226	50186	57145	58105	59064	60023	960
53	60982	61941	62899	63857	64815	65773	66730	67688	68645	69602	958
54	70559	71515	72471	73427	74383	75339	76294	77250	78205	79159	956
455	80114	81068	82023	82977	83930	84884	85837	86790	87743	88696	954
56	89648	90601	91553	92505	93456	94408	95359	96310	97261	98212	952
57	99162	66.00112	01062	02012	02962	03911	04860	05809	06758	07706	950
58	08655	09603	10551	11499	12446	13393	14341	15287	16234	17181	947
59	18127	19073	20019	20964	21910	22855	23800	24745	25690	26634	945
460	27578	28522	29466	30410	31353	32296	33239	34182	35125	36067	943
61	37009	37951	38893	39835	40776	41717	42658	43599	44539	45480	941
62	46420	47360	48299	49239	50178	51117	52056	52995	53934	54872	939
63	55810	56748	57686	58623	59560	60497	61434	62371	63307	64244	937
64	65180	66116	67051	67987	68922	69857	70792	71727	72661	73595	935
465	74530	75463	76397	77331	78264	79197	80130	81062	81995	82927	933
66	83859	84791	85723	86654	87585	88516	00447	90378	91308	92239	931
67	93169	94099	95028	95958	96887	97816	98745	99674	00602	01530	929
68	67.02459	03386	04314	05242	06169	07096	08023	08950	09876	10802	927
69	11728	12654	13580	14506	15431	16356	17281	18206	19130	20054	925
470	20979	21903	22826	23750	24673	25596	26519	27442	28365	29287	923
71	30209	31131	32053	32974	33896	34817	35738	36659	37579	38500	921
72	39420	40340	41260	42179	43099	44018	44937	45856	46775	47693	919
73	48611	49529	50447	51365	52283	53200	54117	55034	55951	56867	917
74	57783	58700	59615	60531	61447	62362	63277	64192	65107	66022	915
475	66936	67850	68764	69678	70592	71505	72418	73332	74244	75157	913
76	76070	76982	77894	78806	79718	80629	81540	82452	83362	84273	911
77	85184	86094	87004	87914	88824	89734	90643	91552	92461	93370	910
78	94279	95187	96096	97004	97912	98819	99727	00634	01541	02448	908
79	68.03355	04262	05168	06074	06980	07886	08792	09697	10602	11507	906
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
480	68.12412	13317	14222	15126	16030	16934	17838	18741	19645	20548	904
81	21451	22354	23256	24159	25061	25963	26865	27766	28668	29569	902
82	30470	31371	32272	33173	34073	34973	35873	36773	37673	38572	900
83	39471	40370	41269	42168	43066	43965	44863	45761	46659	47556	899
84	48454	49351	50248	51145	52041	52938	53834	54730	55626	56522	897
485	57417	58313	59208	60103	60998	61892	62787	63681	64575	65469	895
86	66363	67256	68150	69043	69936	70828	71721	72613	73506	74398	893
87	75290	76181	77073	77964	78855	79746	80637	81528	82418	83308	891
88	84198	85088	85978	86867	87757	88646	89535	90423	91312	92200	889
89	93089	93977	94864	95752	96640	97527	98414	99301			
	69.								00188	01074	887
490	01961	02847	03733	04619	05505	06390	07275	08161	09046	09930	885
91	10815	11699	12584	13468	14352	15235	16119	17002	17885	18768	883
92	19651	20534	21416	22298	23180	24062	24944	25826	26707	27588	882
93	28469	29350	30231	31111	31991	32872	33752	34631	35511	36390	881
94	37269	38149	39027	39906	40785	41663	42541	43419	44297	45175	879
495	46052	46929	47806	48683	49560	50437	51313	52189	53065	53941	877
96	54817	55692	56568	57443	58318	69193	60067	60942	61816	62690	875
97	63564	64438	65311	66185	67058	67931	68804	69676	70549	71421	873
98	72293	73165	74037	74909	75780	76652	77523	78394	79264	80135	872
99	81005	81876	82746	83616	84485	85355	86224	87093	87963	88831	870
500	89700	90569	91437	92305	93173	94041	94908	95776	96643	97510	868
01	98377	99244									
	70.		00111	00977	01843	02709	03575	04441	05307	06172	866
02	07037	07902	08767	09632	10496	11361	12225	13089	13953	14816	865
03	15680	16543	17406	18269	19132	19995	20857	21720	22582	23444	863
04	24305	25167	26028	26890	27751	28612	29472	30333	31193	32054	861
505	32914	33774	34633	35493	36352	37212	38071	38930	39788	40647	860
06	41505	42363	43221	44079	44937	45794	46652	47509	48366	49223	858
07	50080	50936	51792	52649	53505	54360	55216	56072	56927	57782	856
08	58637	59492	60347	61201	62055	62910	63764	64617	65471	66325	855
09	67178	68031	68884	69737	70589	71442	72294	73146	73998	74850	853
510	75702	76553	77405	78256	79107	79957	80808	81659	82509	83359	851
11	84209	85059	85908	86758	87607	88456	89305	90154	91003	91851	849
12	92700	93548	94396	95244	96091	96939	97786	98633	99480		
	71.									00327	848
13	01173	02020	02866	03713	04559	05404	06250	07096	07941	08785	846
14	09631	10476	11321	12163	13010	13854	14698	15542	16385	17229	844
515	18072	18915	19759	20601	21444	22267	23129	23971	24813	25655	843
16	26497	27339	28180	29021	29862	30703	31544	32385	33225	34065	841
17	34905	35745	36585	37425	38264	39104	39943	40782	41620	42459	840
18	43298	44136	44974	45812	46650	47488	48325	49162	50000	50837	838
19	51674	52510	53347	54183	55019	55856	56691	57527	58363	59198	837
520	60033	60869	61703	62538	63373	64207	65042	65876	66710	67544	835
21	68377	69211	70044	70877	71710	72543	73376	74208	75041	75873	833
22	76705	77537	78369	79200	80032	80863	81694	82525	83356	84186	831
23	85017	85847	86677	87507	88337	89167	89996	90826	91655	92484	830
24	93313	94142	94970	95799	96627	97455	98283	99111	99938		
	72.									00766	828
525	01593	02420	03247	04074	04901	05727	06554	07380	08206	09032	826
26	09857	10683	11508	12334	13159	13984	14809	15633	16458	17282	825
27	18106	18930	19754	20578	21401	22225	23048	23871	24694	25517	824
28	26339	27162	27984	28806	29628	30450	31272	32093	32914	33736	822
29	34557	35378	36198	37019	37839	38660	39480	40300	41120	41939	821
530	42759	43578	44397	45216	46035	46854	47672	48491	49309	50127	819
31	50945	51763	52581	33398	54216	55033	55850	56667	57483	58300	817
32	59116	59933	60749	61565	62380	63196	64012	64827	65642	66457	816
33	67272	68087	68901	69716	70530	71344	72158	72972	73786	74599	814
34	75413	76226	77039	77852	78664	79477	80290	81102	81914	82726	813
535	83538	48350	85161	85972	86784	87595	88406	89216	90027	90838	811
36	91648	92458	93268	94078	94888	95697	96507	97316	98125	98934	809
37	99743										
	73.	00552	01360	02168	02977	03785	04593	05400	06208	07015	808
38	07823	08630	09437	10244	11051	11857	12663	13470	14276	15082	806
39	15888	16693	17499	18304	19109	19914	20719	21524	22329	23133	805
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
540	73.23938	24742	25546	26350	27153	27957	28760	29364	30367	31170	804
41	31973	32775	33578	34380	35183	35985	36787	37588	38390	39192	802
42	39993	40794	41595	42396	43197	43997	44798	45598	46398	47198	800
43	47998	48798	49598	50397	51196	51995	52794	53593	54392	55191	799
44	55989	56787	57585	58383	59181	59979	60776	61574	62371	63168	798
545	63965	64762	65558	66355	67151	67948	68744	69540	70335	71131	797
46	71926	72722	73517	74312	75107	75902	76696	77491	78235	79079	795
47	79873	80667	81461	82254	83048	83841	84634	85427	86229	87013	794
48	87806	88598	89390	90182	90974	91766	92558	93350	94141	94932	792
49	95723	96514	97305	98096	98887	99677	00467	01257	02047	02837	790
	74.										
550	03627	04416	05206	05995	06784	07573	08362	09151	09939	10728	789
51	11516	12304	13092	13080	14668	15455	16243	17030	17817	18604	788
52	19391	20177	20964	21750	22537	23323	24109	24895	25680	26466	486
553	27251	28037	28822	29607	30392	31176	31961	32745	33530	34314	785
54	35098	35882	36665	37449	38232	39016	39799	40582	41365	42147	784
55	42930	43712	44495	45277	46059	46841	47622	48404	49185	49967	782
56	50748	51529	52310	53091	53871	54652	55432	56212	56992	57772	781
57	58552	59332	60111	60890	61670	62449	63228	64006	64785	65564	779
58	66342	67120	67898	68676	69454	70232	71009	71787	72564	73341	778
59	74118	74895	75672	76448	77225	78001	78777	79553	80329	81105	777
560	81880	82656	83431	84206	84981	85756	86531	87306	88080	88854	775
61	89629	90403	91177	91950	92724	93498	94271	95044	95814	96590	774
62	97363	98136	98908	99681	00453	01225	01997	02769	03541	04312	772
	75.										
63	05084	05855	06626	07398	08168	08939	09710	10480	11251	12021	771
64	12791	13561	14331	15101	15870	16639	17409	18178	18947	19716	770
565	20484	21253	22022	22790	23558	24326	25094	25862	26629	27397	768
66	28164	28932	29699	30466	31232	31999	32766	33532	34298	35065	767
67	35831	36596	37362	38128	38893	39659	40424	41189	41954	42719	766
68	43483	44248	45012	45777	46541	47305	48069	48832	49596	50359	764
69	51123	51886	52649	53412	54175	54937	55700	56462	57224	57987	763
570	58749	59510	60272	61034	61795	62556	63318	64079	64840	65600	762
71	66361	67122	67882	68642	69402	70162	70922	71682	72442	73201	760
72	73960	74719	75479	76237	76996	77755	78513	79272	80030	80788	759
73	81546	82304	83062	83819	84577	85334	86091	86848	87605	88362	757
74	89119	89875	90632	91388	92144	92900	93656	94412	95168	95923	756
575	96678	97434	98189	98944	99699	00453	01208	01962	02717	03471	754
	76.										
76	04225	04979	05733	06486	07240	07993	08746	09500	10253	11005	753
77	11758	12511	13263	14016	14768	15520	16272	17024	17775	18527	752
78	19278	20030	20781	21532	22283	23034	23784	24535	25285	26035	751
79	26786	27536	28286	29035	29785	30534	31284	32033	32782	33531	749
580	34280	35029	35777	36526	37274	38022	38770	39518	40266	41014	748
81	41761	42509	43256	44003	44750	45497	46244	46991	47737	48484	747
82	49230	49976	50722	51468	52214	52959	53705	54459	55195	55941	746
83	56686	57430	58175	58920	59664	60409	61153	61897	62641	63385	745
84	64128	64872	65616	66359	67102	67845	68588	69331	70074	70816	743
585	71559	72301	73043	73785	74527	75269	76011	76752	77494	78235	742
86	78976	79717	80458	81199	81940	82680	83421	84161	84901	85641	740
87	86381	87121	87860	88600	89329	90079	90818	91557	92296	93035	739
88	93773	94512	95250	95988	96727	97465	98203	98940	99678	00416	738
	77.										
89	01153	01890	02627	03364	04101	04838	05573	06311	07048	07784	737
590	08520	09256	09992	10728	11463	12199	12934	13670	14405	15140	736
91	15875	16610	17344	18079	18813	19547	20282	21016	21750	22483	734
92	23217	23951	24684	25417	26150	26884	27616	28349	29082	29815	733
93	30547	31279	32011	32743	33475	34207	34939	35670	36402	37133	732
94	37864	38596	39326	40057	40788	41519	42249	42979	43710	44440	731
595	45170	45900	46629	47359	48088	48818	49547	50276	51005	51734	730
96	52463	53191	53920	54648	55376	56104	56832	57560	58288	59016	728
97	59743	60471	61198	61925	62652	63379	64106	64833	65559	66286	727
98	67012	67738	68464	69190	69916	70642	71367	72093	72818	73543	726
99	74268	74993	75718	76443	77167	77892	78616	79340	80065	08789	725
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
600	77.81513	82236	82960	83683	84407	85130	85853	86576	87299	88022	723
01	88745	89467	90190	90912	91634	92356	93078	93800	94522	95243	722
02	95965	96686	97408	98129	98850	99571					
	78.						00291	01012	01732	02453	721
03	03173	03893	04613	05333	06053	06773	07492	08212	08931	09650	720
04	10369	11088	11807	12526	13245	13963	14681	15400	16118	16836	718
605	17554	18272	18989	19707	20424	21141	21859	22576	23293	24010	717
06	24726	25443	26159	26876	27592	28308	29024	29740	30456	31171	716
07	31887	32602	33318	34033	34748	35463	36178	36892	37607	38321	715
08	39036	39750	40464	41178	41892	42606	43319	44033	44746	45460	714
09	46173	46886	47599	48312	49024	49737	50450	51162	51874	52586	713
610	53298	54010	54722	55434	56145	56857	57568	58279	58990	59701	712
11	60412	61123	61833	62544	63254	63965	64675	65385	66095	66805	711
12	67514	68224	68933	69643	70352	71061	71770	72479	73188	73896	709
13	74605	75313	76021	76730	77438	78146	78854	79561	80269	80976	708
14	81684	82391	83098	83805	84512	85219	85926	86632	87339	88045	707
615	88751	89457	90163	90869	91575	92281	92986	93692	94397	95102	706
16	95807	96512	97217	97922	98626	99331					
	79.						00035	00739	01444	02148	705
17	02852	03555	04259	04963	05666	06370	07073	07776	08479	09182	704
18	09885	10587	11290	11992	12695	13397	14099	14801	15503	16205	702
19	16906	17608	18309	19011	19712	20413	21114	21815	22716	23216	701
620	23917	24617	25318	26018	26718	27418	28118	28817	29517	30217	700
21	30916	31615	32314	33014	33712	34411	35110	35809	36507	37206	699
22	37904	38602	39300	39998	40696	41394	42091	42789	43486	44183	698
23	44880	45578	46274	46971	47668	48365	49061	49757	50454	51150	697
24	51846	52542	53238	53933	54629	55324	56020	56715	57410	58105	696
625	58800	59495	60190	60884	61579	62273	62967	63662	64356	65050	695
26	65743	66437	67131	67824	68517	69211	69904	70597	71290	71983	694
27	72675	73368	74060	74753	75445	76137	76829	77521	78213	78905	692
28	79596	80288	80979	81671	82362	83053	83744	84435	85125	85816	691
29	86506	87197	87887	88577	89267	89957	90647	91337	92027	92716	690
630	93405	94095	94784	95473	96162	96851	97540	98228	98917	99605	689
	80.										
31	00294	00982	01670	02358	03046	03734	04421	05109	05796	06484	688
32	07171	07858	08545	09232	09919	10605	11292	11978	12665	13351	687
	14037	14723	15409	16095	16781	17466	18152	18837	19522	20208	685
33											
34	20893	21578	22262	22947	23632	24316	25001	25685	26369	27053	684
635	27737	28421	29105	29789	30472	31156	31839	32522	33205	33888	683
36	34571	35254	35937	36619	37302	37984	38666	39348	40031	40712	682
37	41394	42076	42758	43439	44121	44802	45483	46164	46845	47526	681
38	48207	48887	49568	50248	50929	51609	52289	52969	53649	54329	680
39	55009	55688	56368	57047	57726	58405	59085	59764	60442	61121	679
640	61800	62478	63157	63835	64513	65191	65869	66547	67225	67903	678
41	68580	69258	69935	70612	71290	71967	72644	73320	73997	74674	677
42	75350	76027	76703	77379	78055	78731	79407	80083	80759	81434	676
43	82110	82785	83460	84136	84811	85486	86160	86835	87510	88184	675
44	88859	89533	90207	90881	91555	92229	92903	93577	94250	94924	674
645	95597	96270	96944	97617	98290	98962	99635				
	81.							00308	00980	01653	673
46	02325	02997	03670	04342	05013	05685	06357	07029	07700	08372	672
47	09043	09714	10385	11056	11727	12398	13068	13739	14409	15080	671
48	15750	16420	17090	17760	18430	19100	19769	20439	21108	21778	670
49	22447	23116	23785	24454	25123	25792	26460	27129	27797	28465	669
650	29134	29802	30470	31138	31805	32473	33141	33808	34475	35143	668
51	35810	35477	37144	37811	38478	39144	39811	40477	41144	41810	667
52	42476	43142	43808	44474	45140	45805	46471	47136	47801	48467	666
53	49132	49797	50462	51127	51791	52456	53120	53785	54449	55113	665
54	55777	56441	57105	57769	58433	59097	59760	60423	61087	61750	664
655	62413	63076	63739	64402	65064	65727	66389	67052	67714	68376	663
56	69038	69700	70362	71024	71686	72347	73009	73670	74331	74993	662
57	75654	76315	76976	77636	78297	78958	79618	80278	80939	81599	661
58	82259	82919	83579	84239	84898	85558	86217	86877	87536	88195	660
59	88854	89513	90172	90831	91489	92148	92806	93465	94123	94781	659
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
660	81.93439	96097	96755	97413	98071	98728	99386	00043	00700	01358	658
	82.										
61	02015	02672	03328	03985	04642	05298	05955	06611	07268	07924	657
62	08580	09236	09892	10548	11203	11859	12514	13170	13825	14480	656
63	15135	15790	16445	17100	17755	18409	19064	19718	20372	21027	655
64	21681	22335	22989	23643	24296	24950	25603	26257	26910	27563	654
665	28216	28869	29522	30175	30828	31481	32133	32786	33438	34090	653
66	34742	35394	36046	36698	37350	38002	38653	39305	39956	40607	652
67	41258	41909	42560	43211	43862	44513	45163	45814	46464	47114	651
68	47765	48415	49065	49715	50364	51014	51664	52313	52963	53612	650
69	54261	54910	55559	56208	56857	57506	58154	58803	59451	60100	649
670	60748	61396	62044	62692	63340	63988	64635	65283	65931	66578	648
71	67225	67872	68519	69166	69813	70460	71107	71753	72400	73046	647
72	73693	74339	74985	75631	76277	76923	77569	78214	78860	79505	646
73	80151	80796	81441	82086	82731	83376	84021	84665	85310	85955	645
74	86599	87243	87887	88532	89176	89820	90463	91107	91751	92394	644
675	93038	93681	94324	94967	95611	96254	96896	97539	98182	98824	643
76	99467										
	83.	00109	00752	01394	02036	02678	03320	03962	04604	05245	642
77	05887	06528	07169	07811	08452	09093	09734	10375	11016	11656	641
78	12297	12937	13578	14218	14858	15499	16139	16778	17418	18058	641
79	18698	19337	19977	20616	21255	21895	22534	23173	23812	24450	640
680	25089	25728	26366	27005	27643	28281	28919	29558	30195	30833	639
81	31471	32109	32716	33384	34021	34659	35296	35933	36570	37207	638
82	37844	38480	39117	39754	40390	41027	41663	42299	42935	43571	637
83	44207	44843	45479	46114	46750	47385	48021	48656	49291	49926	636
84	50561	51196	51831	52465	53100	53735	54369	55003	55638	56272	635
685	56906	57540	58174	58807	59441	60075	60708	61341	61975	62608	634
86	63241	63874	64507	65140	65773	66405	67038	67670	63303	68935	333
87	69567	70199	70832	71463	72095	72727	73359	73990	74622	75253	632
88	75884	76516	77147	77778	78409	79039	79670	80301	80931	81562	631
89	82192	82822	83453	84083	84713	85343	85973	86602	87232	87861	630
690	88491	89120	89750	90379	91008	91637	92266	92895	93523	94152	629
91	94780	95409	96037	96666	97294	97922	98550	99178	99806	00433	628
	84.										
92	01061	01688	02316	02943	03571	04198	04825	05452	06079	06706	627
93	07332	07959	08586	09212	09838	10465	11091	11717	12343	12969	627
94	13595	14220	14846	15472	16097	16723	17348	17973	18598	19223	626
695	19848	20473	21098	21722	22347	22971	23596	24220	24844	25468	625
96	26092	26716	27340	27964	28588	29211	29835	30458	31081	31705	624
97	32328	32951	33574	34197	34819	35442	36065	36687	37310	37932	623
98	38554	39176	39798	40420	41042	41664	42286	52907	43529	44150	622
99	44772	45393	46014	46635	47256	47877	48498	49119	49739	50360	621
700	50980	51601	52221	52841	53461	54081	54701	55321	55941	56561	620
01	57180	57800	58419	59038	59658	60277	60896	61515	62134	62752	619
02	63371	63990	64608	65227	65845	66463	67081	67700	68318	68935	618
03	69553	70171	70789	71406	72024	72641	73258	73876	74493	75110	617
04	75727	76343	76960	77577	78193	78810	79426	80043	80659	81275	616
705	81891	82507	83123	83739	84355	84970	85586	86201	86817	87432	615
06	88047	88662	89277	89892	90507	91122	91736	92351	92965	93580	615
07	94194	94808	95423	96037	96651	97264	97878	98492	99106	99719	614
08	85.00333	00946	01559	02172	02786	03399	04011	04624	05237	05850	613
09	06462	07075	07687	08300	08912	09524	10136	10748	11360	11972	612
710	12583	13195	13807	14418	15030	15641	16252	16863	17474	18085	611
11	18696	19307	19917	20528	21139	21749	22359	22970	32580	24190	610
12	24800	25410	26020	26629	27239	27849	28458	29068	29677	30286	610
13	30895	31504	32113	32722	33331	33940	34548	35157	35765	36374	609
14	36982	37590	38198	38807	39414	40022	40630	41238	41845	42453	608
715	43060	43668	44275	44882	45489	46096	46703	47310	47917	48524	607
16	49130	49737	50343	50950	51556	52162	52768	53374	53980	54586	606
17	55192	55797	56403	57008	57614	58219	58824	59429	60035	60640	605
18	61244	61849	62454	63059	63663	64268	64872	65476	66081	66685	605
19	67289	67893	68497	69101	69704	70308	70912	71515	72118	72722	604
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
720	85.73325	73928	74531	75134	75737	76340	76943	77545	78148	78750	603
21	79353	79955	89557	81159	81761	82363	82965	83567	84169	84770	602
22	85372	85973	86575	87176	87777	88379	88980	89581	90181	90782	602
23	91383	91984	92584	93185	93785	94385	94986	95586	96186	96786	601
24	97386	97985	98585	99185	99784						
	86.					00384	00983	01583	02182	02781	600
725	03380	03979	04578	05177	05776	06374	06973	07571	08170	08768	599
26	09366	09964	10562	11160	11758	12356	12954	13552	14149	14747	598
27	15344	15941	16539	17136	17733	18330	18927	19524	20121	20717	597
28	21314	21910	22507	23103	23699	24296	24892	25488	26084	26680	597
29	27275	27871	28467	29062	29658	30253	30848	31443	32039	32634	596
730	33229	33823	34418	35013	35608	36202	36797	37391	37985	38580	595
31	39174	39768	40362	40956	41550	42163	42737	43331	43924	44517	594
32	45111	45704	46297	46890	47483	48076	48669	49262	49855	50447	593
33	51040	51632	52225	52817	53409	54001	54593	55185	55777	56369	592
34	56961	57552	58144	58735	59327	59918	60509	61100	61691	62282	591
735	62873	63464	64055	64646	65236	65827	66417	67008	67598	68188	591
36	68778	69368	69958	70548	71138	71728	72317	72907	73496	74086	590
37	74675	75264	75853	76442	77031	77620	78209	78798	79387	79975	589
38	80564	81152	81740	82329	82917	83505	84093	84681	85269	85857	588
39	86444	87032	87620	88207	88794	89382	89969	90556	91143	91730	587
740	92317	92904	93491	94077	94664	95251	95837	96423	97010	97596	587
41	98182	98768	99354	99940							
	87.				00526	01112	01697	02283	02868	03454	586
42	04039	04624	05210	05795	06380	06965	07549	08134	08719	09304	585
43	09888	10473	11057	11641	12226	12810	13394	13978	14562	15146	584
44	15729	16313	16897	17480	18064	18647	19230	19814	20397	20980	583
745	21563	22146	22728	23311	23894	24476	25059	25641	26224	26806	582
46	27388	27970	28552	29134	29716	30298	30880	31462	32043	32625	582
47	33206	33787	34369	34950	35531	36112	36693	37274	37855	38435	581
48	39016	39597	40177	40757	41338	41918	42498	43078	43658	44238	580
49	44818	45398	45978	46557	47137	47716	48296	48875	49454	50034	579
750	50613	51192	51771	52349	52928	53507	54086	54664	55243	55821	579
51	56399	56978	57556	58134	58712	59290	59868	60446	61023	61601	578
52	62178	62756	63333	63911	64488	65065	65642	66219	66796	67373	577
53	67950	68526	69103	69680	70256	70833	71409	71985	72561	73137	577
54	73713	74289	74865	75441	76017	76592	77168	77743	78319	78894	576
755	79470	80045	80620	81195	81770	82345	82919	83494	84069	84643	575
56	85218	85792	86367	86941	87515	88089	88663	89237	89811	90385	574
57	90959	91532	92106	92680	93253	93825	94400	94973	95546	96119	573
58	96692	97265	97838	98411	98983	99556					
	88.						00128	00701	01273	01846	573
59	02418	02990	03562	04134	04706	05278	05850	06421	06993	07564	572
760	08136	08707	09279	09850	10421	10992	11563	12134	12705	13276	571
61	13847	14417	14988	15558	16129	16699	17269	17840	18410	18980	570
62	19550	20120	20689	21259	21829	22398	22968	23537	24107	24676	569
63	25245	25815	26384	26953	27522	28090	28659	29228	29797	30365	568
64	30934	31502	32070	32639	33207	33775	34343	34911	35479	36047	568
765	36614	37182	37750	38317	38885	39452	40019	40586	41154	41721	567
66	42288	42855	43421	43988	44555	45122	45688	46255	46821	47387	567
67	47954	48520	49086	49652	50218	50784	51350	51915	52481	53047	566
68	53612	54178	54743	55308	55874	56439	57004	57569	58134	58699	565
69	59263	59828	60393	60957	61522	62086	62651	63215	63779	64343	564
770	64907	65471	66035	66599	67163	67726	68290	68854	69417	69980	564
71	70544	71107	71670	72233	72796	73359	73922	74485	75048	75610	563
72	76173	76736	77298	77860	78423	78985	79547	80109	80671	81233	562
73	81795	82357	82918	83480	84042	84603	85165	85726	86287	86848	562
74	87410	87971	88532	89093	89653	90214	90775	91336	91896	92457	561
775	93017	93577	94138	94698	95258	95818	96378	96938	97498	98058	560
76	98617	99177	99736								
	89.			00296	00855	01415	01974	02533	03092	03651	560
77	04210	04769	05328	05887	06445	76004	07563	08121	08679	09238	559
78	09796	10354	10912	11470	12028	12586	13144	13702	14259	14817	558
79	15375	15932	16489	17047	17604	18161	18718	19275	19832	20389	557
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
780	89.20946	21503	22059	22616	23173	23729	24285	24842	25398	25954	556
81	26510	27066	27622	28178	28734	29290	29846	30401	30957	31512	556
82	32068	32623	33178	33733	34288	34843	35398	35953	36508	37063	555
83	37618	38172	38727	39281	39836	40390	40944	41498	42053	42607	554
84	43161	43715	44268	44822	45376	45929	46483	47037	47590	48143	554
785	48697	49250	49803	50356	50909	51462	52015	52568	53120	53673	553
86	54225	54778	55330	55883	56435	56987	57539	58092	58644	59195	552
87	59748	60299	60851	61403	61954	62506	63057	63608	64160	64711	552
88	65262	65813	66364	66915	67466	68017	68568	69118	69669	70220	551
89	70770	71320	71871	72421	72971	73521	74071	74621	75171	75721	550
790	76271	76821	77370	77920	78469	79019	79568	80117	80667	81216	550
91	81765	82314	82863	83412	83960	84509	85058	85606	86155	86703	549
92	87252	87800	88348	88897	89445	89993	90541	91089	91636	92184	548
93	92732	93279	93827	94375	94922	95469	96017	96564	97111	97658	547
94	98205	98752	99299	99846							
	90.				00392	00939	01486	02032	02579	03125	547
795	03671	04218	04764	05310	05856	06402	06948	07494	08039	08585	546
96	09131	09676	10222	10767	11313	11858	12403	12948	13493	14038	545
97	14583	15128	15673	16218	16762	17307	17851	18396	18940	19485	545
98	20029	20573	21117	21661	22205	22749	23293	23837	24381	24924	544
99	25468	26011	26555	27098	27641	28185	28728	29271	29814	30357	544
800	30900	31443	31985	32528	33071	33613	34156	34698	35241	35783	543
01	36325	36867	37409	37951	38493	39035	39577	40119	40661	41202	542
02	41744	42285	42827	43368	43909	44450	44992	45533	46074	46615	541
03	47155	47696	48237	48778	49318	49859	50399	50940	51480	52020	541
04	52560	53101	53641	54181	54721	55260	55800	56340	56880	57419	540
805	57959	58498	59038	59577	60116	60655	61195	61734	62273	62812	539
06	63350	63889	64428	64967	65505	66044	66582	67121	67659	68197	539
07	68735	69273	69812	70350	70887	71425	71963	72501	73038	73576	538
08	74114	74651	75188	75726	76263	76800	77337	77874	78411	78948	537
09	79485	80022	80559	81095	81632	82169	82705	83241	83778	84314	536
810	84850	85386	85922	86458	86994	87530	88066	88602	89137	89673	530
11	90209	90744	91279	91815	92350	92885	93420	93955	94490	95025	535
12	95560	96095	96630	97165	97699	98234	98768	99303	99837		
	91.									00371	535
13	00905	01440	01974	02508	03042	03576	04109	04643	05177	05710	534
14	06244	06778	07311	07844	08378	08911	09444	09977	10510	11043	533
815	11576	12109	12642	13174	13707	14240	14772	15305	15837	16369	532
16	16902	17434	17966	18498	19030	19532	20094	20626	21157	21689	532
17	22221	22752	23284	23815	24346	24878	25409	25940	26471	27002	531
18	27533	28064	28595	29126	29656	30187	30717	31248	31778	32309	531
19	32839	33369	33899	34430	34960	35490	36019	36549	37079	37609	530
820	38139	38668	39198	39727	40257	40786	41315	41844	42373	42903	529
21	43432	43961	44489	48018	45547	46076	46604	47133	47661	48190	529
22	48718	49246	49775	50303	50831	51359	51887	52415	52943	53471	528
23	53998	54526	55054	55581	56109	56636	57163	57691	58218	58745	527
24	59272	59799	60326	60853	61380	61907	62433	62960	63487	64013	527
825	64539	65066	65592	66118	66645	67171	67697	68223	68749	69275	526
26	69800	70326	70852	71378	71903	72429	72954	73479	74005	74530	525
27	75055	75580	76105	76630	77155	77680	78205	78730	79254	79779	525
28	80303	80828	81352	81877	82401	82925	83449	83973	84497	85021	524
29	85545	86069	86593	87117	87640	88164	88687	89211	89734	90258	524
830	90781	91304	91827	92350	92873	93396	93919	94442	94965	95488	523
31	96010	96533	97055	97578	98100	98623	99145	99667			
	92.								00189	00711	522
32	01233	01755	02277	02799	03321	03842	04364	04886	05407	05929	522
33	06450	06971	07493	08014	01535	09056	09577	10098	10619	11140	521
34	11661	12181	12702	18222	13743	14263	14784	15304	15824	16345	520
835	16863	17385	17905	18425	18945	19465	19984	20504	21024	21543	520
36	22063	22582	23102	23621	24140	24659	25179	25698	26217	26736	519
37	27255	27773	28292	28811	29330	29848	30367	30885	31404	31922	519
38	32440	32958	33477	33995	34513	35031	35549	36066	36584	37102	518
39	37620	38137	38655	39172	39699	40207	40724	41242	41759	42276	517
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
840	92.42793	43310	43827	44344	44860	45377	45894	46410	46927	47444	517
41	47960	48476	48993	49509	50025	50541	51057	51573	52089	52605	516
42	53121	53637	54152	54668	55184	55699	56215	56730	57245	57761	516
43	58276	58791	59306	59821	60336	60851	61366	61880	62395	62910	515
44	63424	63939	64453	64968	65482	65997	66511	67025	67539	68053	514
845	68567	69081	69595	70109	70622	71136	71650	72163	72677	73190	514
46	73704	74217	74730	75243	75757	76270	76783	77296	77808	78321	513
47	78834	79347	79859	80372	80885	81397	81909	82422	82934	83446	512
48	83959	84471	84983	85495	86007	86518	87030	87542	88054	88565	512
49	89077	89588	90100	90611	91123	91634	92145	92656	93167	93678	511
850	94189	94700	95211	95722	96233	96743	97254	97764	98275	98785	511
51	99296	99806									
	93.		00316	00826	01336	01847	02357	02866	03376	03886	510
52	04396	04906	05415	05925	06434	06944	07453	07963	08472	08981	510
53	09490	09999	10508	11017	11526	12035	12544	13053	13562	14070	509
54	14579	15087	15596	16104	16612	17121	17629	18137	18645	19153	508
855	19661	20169	20677	21185	21692	22200	22708	23215	23723	24230	508
56	24738	25245	25752	26259	26767	27274	27781	28288	28795	29301	507
57	29808	30315	30822	31328	31835	32341	32848	33354	33860	34367	507
58	34873	35379	35885	36391	36897	37403	37909	38415	38920	39826	506
59	39932	40437	40943	41448	41953	42459	42964	43469	43974	44479	505
860	44985	45489	45994	46499	47004	47509	48013	48518	49023	49527	505
61	50032	50536	51040	51544	52049	52553	53057	54561	54065	54569	504
62	55073	55576	56080	56584	57087	57591	58095	58598	59101	59605	504
63	60108	60611	61114	61617	62120	62623	63126	63629	64132	64635	503
64	65137	65640	66143	66645	67148	67650	68152	68655	69157	69659	503
865	70161	70663	71165	71667	72169	72671	73172	73674	74176	74677	502
66	75179	75680	76182	76683	77184	77686	78187	78688	79189	79690	501
67	80191	80692	81193	81693	82194	82695	83195	83696	84196	84697	501
68	85197	85698	86198	86698	87198	87698	88198	88698	89198	89698	500
69	90198	90697	91197	91697	92196	92696	93195	93695	94194	94693	500
870	95193	95692	96191	96690	97189	97688	98187	98685	99184	99683	499
71	94.00182	00680	01179	01677	02176	02674	03172	03670	40169	04667	498
72	05165	05663	06161	06659	07157	07654	08152	08650	09147	09645	498
73	10142	10640	11137	11635	12132	12629	13126	13623	14120	14617	497
74	15114	15611	16108	16605	17101	17598	18095	18591	19088	19584	497
875	20081	20577	21073	21569	22065	22562	23058	23553	24049	24545	496
76	25041	25537	26032	26528	27024	27519	28015	28510	29005	29501	496
77	29996	30491	30986	31481	31976	32471	32966	33461	33956	34450	495
78	34945	35440	35934	36429	36923	37418	37912	38406	38900	39395	495
79	39889	40383	40877	41371	41865	42358	42852	43346	43840	44333	494
880	44827	45320	45814	46307	46800	47294	47787	48280	48773	49266	493
81	49759	50252	50745	51238	51730	52223	52716	53208	53701	54193	493
82	54686	55178	55671	56163	56655	57147	57639	58131	58623	59115	492
83	59607	60099	60591	61082	61574	62066	62557	63049	63540	64031	492
84	64523	65014	65505	65996	66487	66978	67469	67960	68451	68942	491
885	69433	69923	70414	70905	71395	71886	72376	72866	73357	73847	491
86	74337	74827	75317	75807	76297	76787	77277	77767	78257	78747	490
87	79236	79726	80215	80705	81194	81684	82173	82662	83151	83641	489
88	84130	84619	85108	85597	86185	86574	87063	87552	88040	88529	489
89	89018	89506	89995	90483	90971	91460	91948	92436	92924	93412	488
890	93900	94338	94876	95364	95852	96339	96827	97315	97802	98290	488
91	98777	99264	99752								
	95.			00239	00726	01213	01701	02188	02675	03162	487
92	03649	04135	04622	05109	05596	06082	06569	07055	07542	08028	487
93	08515	09001	09487	09973	10459	10946	11432	11918	12404	12889	486
94	13375	13861	14347	14832	15318	15803	16289	16774	17260	17745	486
895	18230	18716	19201	19686	20171	20656	21141	21626	22111	22595	485
96	23080	23565	24049	24534	25018	25503	25987	26472	26956	27440	485
97	27924	28409	28893	29377	29861	30345	30828	31312	31796	32280	484
98	32763	33247	33731	34214	34697	35181	35664	36147	36631	37114	484
90	37597	38080	33563	39046	39529	40012	40494	40977	41460	41943	483
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
900	95.42425	42908	43390	43873	44355	44837	45319	45802	46284	46766	482
01	47248	47730	48212	48694	49176	49657	50139	50621	51102	51584	482
02	52065	52547	53028	53510	53991	54472	54953	55434	55916	56397	481
03	56878	57358	57839	58320	58801	59282	59762	60243	60723	61204	481
04	61684	62163	62645	63125	63606	64086	64566	65046	65526	66006	480
905	66486	66966	67445	67925	68405	68885	69364	69844	70323	70803	480
06	71282	71761	72241	72720	73199	73678	74157	74636	75115	75594	479
07	76073	76552	77030	77509	77988	78466	78945	79423	79902	80380	479
08	80858	81337	81815	82293	82771	83249	83727	84205	84683	85161	478
09	85639	86117	86594	87072	87549	88027	88505	88982	89459	89937	478
910	90414	90891	91368	91845	92322	92800	93276	93753	94230	94707	477
11	95184	95660	96137	96614	97090	97567	98043	98520	98996	99472	477
12	99948 96.	00425	00901	01377	01853	02329	02805	03281	03756	04232	476
13	04708	05183	05659	06135	06610	07076	07561	08036	98512	08987	476
14	09462	09937	10412	10887	11362	11837	12312	12787	13262	13736	475
915	14211	14686	15160	15635	16109	16583	17058	17532	18006	18481	475
16	18955	19429	19903	20377	20851	21325	21799	22272	22746	23220	474
17	23693	24167	24640	25114	25587	26061	26534	27007	27481	27954	474
18	28427	28900	29373	29846	30319	30792	31264	31737	32210	32683	473
19	33155	33628	34100	34573	35045	35517	35990	36462	36934	37406	472
920	37878	38350	38822	39294	39766	40238	40710	41181	41653	42125	472
21	42596	43068	43539	44011	44482	44953	45425	45896	46367	46838	471
22	47309	47780	48251	48722	49193	49664	50135	50605	51076	51546	471
23	52017	52488	52958	53428	53899	54369	54839	55309	55780	56250	470
24	56720	57190	57660	58130	58599	59069	59539	60009	60478	60948	470
925	61417	61887	62356	62826	63295	63764	64233	64703	65172	65641	469
26	66110	66579	67048	67517	67985	68454	68923	69392	69860	70329	469
27	70797	71266	71734	72203	72671	73139	73607	74076	74544	75012	468
28	75480	75948	76416	76884	77351	77819	78287	78754	79222	79690	468
29	80157	80625	81092	81559	82027	82494	82961	83428	83895	84362	467
930	84829	85296	85763	86230	86697	87164	87630	88097	88564	89030	467
31	89497	89963	90430	90896	91362	91829	92295	92761	93227	93693	466
32	94159	94625	95091	95557	96023	96488	96954	97420	97885	98351	466
33	98816 97.	99282	99747	00213	00678	01143	01608	02074	02539	03004	465
34	03469	03934	04399	04863	05328	05793	06258	06722	07187	07652	465
935	08116	08581	09045	09509	09974	10438	10902	11366	11830	12294	464
36	12758	13222	13686	14150	14614	15078	15542	16005	16469	16932	464
37	17396	17859	18323	18786	19249	19713	20176	20639	21102	21565	463
38	22028	22491	22954	23417	23800	24343	24805	25268	25731	26193	463
39	26656	27118	27581	28043	28506	28968	29430	29892	30354	30816	462
940	31279	31741	32202	32664	33126	33588	34050	34511	34973	35435	462
41	35896	36358	36819	37281	37742	38203	38664	39126	39587	40048	461
42	40509	40970	41431	41892	42353	42814	43274	43735	44196	44656	461
43	45117	45577	46038	46498	46959	47419	47879	48340	48800	49260	460
44	49720	50180	50640	51100	51560	52020	52479	52939	53399	53858	460
945	54318	54778	55237	55697	56156	56615	57075	57534	57993	58452	459
46	58911	59370	59829	60288	60747	61206	61665	62124	62582	63041	458
47	63500	63958	64417	64875	65334	65792	66251	66709	67167	67625	458
48	68083	68541	69000	69458	69915	70373	70831	71289	71747	72204	458
49	72662	73120	73577	74035	74492	74950	75407	75864	76322	76779	457
950	77236	77693	78150	78607	79064	79521	79978	80435	80892	81348	457
51	81805	82262	82718	83175	83631	84088	84544	85001	85457	85913	456
52	86369	86826	87282	87738	88194	88650	89106	89562	90017	90473	456
53	90929	91385	91840	92296	92751	93207	93662	94118	94573	95028	456
54	95484	95939	96394	96849	97304	97759	98214	98669	99124	99579	455
955	98.00034	00488	00943	01398	01852	02307	02761	03216	03670	04125	455
56	04579	05033	05487	05942	06396	06850	07304	07758	08212	08663	454
57	09119	09573	10027	10481	10934	11388	11841	12295	12748	13202	464
58	13655	14108	14562	15015	15468	15921	16374	16827	17280	17733	453
59	18186	18639	19092	19544	19997	20450	20902	21355	21807	22260	453
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
960	98·22712	23165	23617	24069	24522	24974	25426	25878	26330	26781	452
61	27234	27686	28138	28589	29041	29493	29945	30396	30848	31299	452
62	31751	32202	32654	33105	33556	34007	34459	34910	35361	35812	451
63	36263	36714	37165	37616	38066	38517	38968	39419	39869	40320	451
64	40770	41221	41671	42122	42572	43022	43473	43923	44373	44823	450
965	45273	45723	46373	46623	47073	47523	47973	48422	48872	49322	450
66	49771	50221	50670	51120	51569	52019	52468	52917	53366	53816	449
67	54265	54714	55163	55612	56061	56510	56959	57407	57856	58305	449
68	58754	59202	59651	60099	60548	60996	61445	61893	62341	62790	448
69	63238	63686	64134	64582	65030	65478	65926	66374	66822	67270	448
970	67717	68165	68613	69060	69508	69955	70403	70850	71298	71745	448
71	72192	72640	73087	73534	73981	74428	74875	75322	75769	76216	447
72	76663	77109	77556	78003	78450	78896	79343	79789	80236	80682	447
73	81128	81575	82021	82467	82913	83360	83806	84252	84698	85144	446
74	85590	86035	86481	86927	87373	87818	88264	88710	89155	89601	446
975	90046	90492	90937	91382	91828	92273	92718	93163	93608	94053	445
76	94498	94943	95388	95833	96278	96722	97167	97612	98057	98501	445
77	98946	99390	99835	00279	00723	01168	01612	02056	02500	02944	444
78	99.03389	03833	04277	04721	05164	05608	06052	06496	06940	07383	444
79	07827	08271	08714	09158	09601	10044	10488	10931	11374	11818	443
980	12261	12704	13147	13590	14033	14476	14919	15362	15805	16247	443
81	16690	17133	17575	18018	18461	18903	19345	19788	20230	20673	443
82	21115	21557	21999	22441	22884	23326	23768	24210	24651	25093	442
83	25535	25977	26419	26860	27302	27744	28185	28627	29068	29510	442
84	29951	30392	30834	31275	31716	32157	32598	33039	33480	33921	441
985	34362	34803	35244	35685	36126	36566	37007	37448	37888	38329	441
86	38769	39210	39650	40090	40531	40971	41411	41851	42291	42731	440
87	43172	43612	44051	44491	44931	45371	45811	46251	46690	47130	440
88	47569	48009	48448	48888	49327	49767	50206	50645	51085	51524	439
89	51963	52402	52841	53280	53719	54158	54597	55036	55474	55913	439
990	56352	56791	57229	57668	58106	58545	58983	59422	59860	60298	438
91	60737	61175	61613	62051	62489	62927	63365	63803	64241	64679	438
92	65117	65554	65992	66430	66868	67305	67743	68180	68618	69055	438
93	69492	69930	70367	70804	71242	71679	72116	72553	72990	73427	437
94	73864	74301	74738	75174	75611	76048	76485	76921	77358	77794	437
995	78231	78667	79104	79540	79976	80413	80849	81285	81721	82157	436
96	82593	83029	83465	83901	84337	84773	85209	85645	86080	86516	436
97	86952	87387	87823	88258	88694	89129	89564	90000	90435	90870	435
98	91305	91741	92176	92611	93046	93481	93016	94350	94785	95220	435
99	95655	96090	96524	96959	97393	97828	98262	98697	99131	99566	434
1000	00.00000	00434	00869	01303	01737	02171	02605	03039	03473	03907	434
01	04341	04775	05208	05642	06076	06509	06943	07377	07810	08244	434
02	08677	09111	09544	09977	10411	10844	11277	11710	12143	12576	433
03	13009	13442	13875	14308	14741	15174	15607	16039	16472	16905	433
04	17337	17770	18202	18635	19067	19499	19932	20364	20796	21228	432
1005	21661	22093	22525	22957	23389	23821	24253	24685	25116	25548	432
06	25980	26411	26843	27275	27706	28138	28569	29001	29432	29863	431
07	30295	30726	31157	31588	32019	32451	32882	33313	33744	34174	431
08	34605	35036	35467	35898	36328	36759	37190	37620	38051	38481	431
09	38912	39342	39772	40203	40633	41063	41493	41924	42354	42784	430
1010	43214	43644	44074	44504	44933	45363	45793	46223	46652	47082	430
11	47512	47941	48371	48800	49229	49659	50088	50517	50947	51376	429
12	51805	52234	52663	53092	53521	53950	54379	54808	55237	55666	429
13	56094	56523	56952	57380	57809	58238	58666	59094	59523	59951	428
14	60380	60808	61236	61664	62092	62521	62949	63377	63805	64233	428
1015	64660	65088	65516	65944	66372	66799	67227	67655	68082	68510	428
16	68937	69365	69792	70219	70647	71074	71501	71928	72355	72782	427
17	73210	73637	74064	74490	74917	77344	75771	76198	76624	77051	427
18	77478	77904	78331	78757	79184	79610	80037	80463	80889	81316	426
19	81742	82168	82594	83020	83446	83872	84298	84724	85150	85576	426
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1020	00.86002	86427	86853	87279	87704	88130	88556	88981	89407	89832
21	90257	90683	91108	91533	91959	92384	92809	93234	93659	94084
22	94509	94934	95359	95784	96208	96633	97058	94783	97907	98332
23	98756	99181	99605							
	01.			00030	00454	00878	01303	01727	02151	02575
24	03000	03424	03848	04272	04696	05120	05544	05967	06391	06815
1025	07239	07662	08086	08510	08933	09357	09780	10204	10627	11050
26	11474	11897	12320	12743	13166	13590	14013	14436	14859	15282
27	15704	16127	16550	16973	17396	17818	18241	18664	19086	19509
28	19931	20354	20776	21198	21621	22043	22465	22887	23310	23732
29	24154	24576	24998	25420	25842	26264	26685	27107	27529	27951
1030	28372	28794	29215	29637	30059	30480	30901	31323	31744	32165
31	32587	33008	33429	33850	34271	34692	35113	35534	35955	36376
32	36797	37218	37639	38059	38480	38901	39321	39742	40162	40583
33	41003	41424	41844	42264	42685	43105	43525	43945	44365	44785
34	45205	45625	46045	46465	46885	47305	47725	48144	48564	48984
1035	49403	49823	50243	50662	51082	51501	51920	52340	52759	53178
36	53598	54017	54436	54855	55274	55693	56112	56531	56950	57369
37	57788	58206	58625	59044	59462	59881	60300	60718	61137	61555
38	61974	62392	62810	63229	63647	64065	64483	64901	65319	65737
39	66155	66573	66991	67409	67827	68245	68663	69080	69498	69916
1040	70333	70751	71168	71586	72003	72421	72838	73256	73673	74090
41	74507	74924	75342	75759	76176	76593	77010	77427	77844	78260
42	78677	79094	79511	79927	80344	80761	81177	81594	82010	82427
43	82843	83259	83676	84092	84508	84925	85341	85757	86173	86589
44	87005	87421	87837	88253	88669	89084	89500	89916	90332	90747
1045	91163	91578	91994	92410	92825	93240	93656	94071	94486	94902
46	95317	95732	96147	96562	96977	97392	97807	98222	98637	99052
47	99467	99882								
	02.		00296	00711	01126	01540	01955	02369	02784	03198
48	03613	04027	04442	04856	05270	05684	06099	06513	06927	07341
49	07755	08169	08583	08997	09411	09824	10238	10652	11066	11479
1050	11893	12307	12720	13134	13547	13961	14374	14787	15201	15614
51	16027	16440	16854	17267	17680	18093	18506	18919	19332	19745
52	20157	20570	20983	21396	21808	22221	22634	23046	23459	23871
53	24284	24696	25109	25521	25933	26345	26758	27170	27582	27994
54	28406	28818	29230	29642	30054	30466	30878	31289	31701	32113
1055	32525	32936	33348	33759	34171	34582	34994	35405	35817	36228
56	36639	37050	37462	37873	38284	38695	39106	39517	39928	40339
57	40750	41161	41572	41982	42393	42804	43214	43625	44036	44446
58	44857	45267	45678	46088	46498	46909	47319	47729	48139	48549
59	48960	49370	49780	50190	50600	51010	51419	51829	52239	52649
1060	53059	53468	53878	54288	54697	55107	55516	55926	56335	56744
61	57154	57563	57972	58382	58791	59200	59609	60018	60427	60836
62	61245	61654	62063	62472	62881	63289	63698	64107	64515	64924
63	65333	65741	66150	66558	66967	67375	67783	68192	68600	69008
64	69416	69824	70233	70641	71049	71457	71865	72273	72680	73088
1065	73496	73904	74312	74719	75127	75535	75942	76350	76757	77165
66	77572	77979	78387	78794	79201	79609	80016	80423	80830	81237
67	81644	82051	82458	82865	83272	83679	84086	84492	84899	85306
68	85713	86119	86526	86932	87339	87745	88152	88558	88964	89371
69	89777	90183	90590	90996	91402	91808	92214	92620	93026	93432
1070	93838	94244	94649	95055	95461	95867	96272	96678	97084	97489
71	97895	98300	98706	99111	99516	99922				
	03.						00327	00732	01138	01543
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Dif. y p. p.

8	342
9	385

4	171
5	214
6	256
7	299
8	342
9	384

426	
1	43
2	85
3	128
4	170
5	213
6	256
7	2[illegible]8
8	341
9	383

425	
1	43
2	85
3	128
4	170
5	213
6	255
7	298
8	340
9	383

424	
1	42
2	85
3	127
4	170
5	212
6	254
7	297
8	339
9	382

423	
1	42
2	85
3	127
4	169
5	212
6	254
7	296
8	338
9	381

422	
1	42
2	84
3	127
4	169
5	211
6	253
7	295
8	338
9	380

421	
1	42
2	84
3	126
4	168
5	211
6	253
7	295
8	337
9	379

420	
1	42
2	84
3	126
4	168
5	210
6	252
7	294
8	336
9	378

419	
1	42
2	84
3	126
4	168
5	210
6	251
7	293
8	335
9	377

418	
1	42
2	84
3	125
4	167
5	209
6	251
7	293
8	334
9	376

417	
1	42
2	83
3	125
4	167
5	209
6	250
7	292
8	334
9	375

416	
1	42
2	83
3	125
4	166
5	208
6	250
7	291
8	333
9	374

415	
1	42
2	83
3	125
4	166
5	208
6	249
7	291
8	332
9	374

414	
1	41
2	83
3	124
4	166
5	207
6	248
7	290
8	331
9	373

413	
1	41
2	83
3	124
4	165
5	207
6	248
7	289
8	330
9	372

412	
1	41
2	82
3	124
4	165
5	206
6	247
7	288
8	330
9	371

411	
1	41
2	82
3	123
4	164
5	206
6	247
7	288
8	329
9	370

410	
1	41
2	82
3	123
4	164
5	205
6	246
7	287
8	328
9	369

409	
1	41
2	82
3	123
4	164
5	205
6	245
7	286
8	227
9	368

408	
1	41
2	82
3	122
4	163
5	204
6	245
7	286
8	326
9	367

407	
1	41
2	81
3	122
4	163
5	204
6	244
7	285

406	
1	41
2	84
3	122
4	162

405

Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1072	03.01948	02353	02758	03163	03568	03973	04378	04783	05188	05592
73	05997	06402	06807	07211	07616	08020	08425	08830	09234	09638
74	10043	10447	10851	11256	11660	12064	12468	12872	13277	13681
1075	14085	14489	14893	15296	15700	16104	16508	16922	17315	17719
76	18123	18526	18930	19333	19737	20140	20544	20947	21350	21754
77	22157	22560	22963	23367	23770	24173	24576	24970	25382	25785
78	26188	26590	26993	27396	27799	28201	28604	29007	29409	29812
79	30214	30617	31019	31422	31824	32226	32629	33031	33433	33835
1080	34238	34640	35042	35444	35846	36248	36650	37052	37453	37855
81	38257	38659	39060	39462	39864	40265	40667	41068	41470	41871
82	42273	42674	43075	43477	43878	44179	44680	45081	45482	45884
83	46285	46686	47087	47487	47888	48289	48690	49091	49491	49892
84	50293	50693	51094	51495	51895	52296	52696	53096	53497	53897
1085	54297	54698	55098	55468	55898	56298	56698	57098	57498	57898
86	58298	58698	59098	59498	59898	60297	60697	61097	61496	61896
87	62295	62695	63094	63494	63893	64293	64692	65091	65491	65890
88	66289	66688	67087	67486	67885	68284	68683	69082	69481	69880
89	70279	70678	71076	71475	71874	72272	72671	73070	73468	73867
1090	74265	74663	75062	75460	75858	76257	76655	77053	77451	77849
91	78248	78646	79044	79442	79839	80237	80635	81033	81431	81829
92	82226	82624	83022	83419	83817	84214	84612	85009	85407	85804
93	86202	86599	86996	87393	87791	88188	88585	88982	89379	89776
94	90173	90570	90967	91364	91761	92158	92554	92951	93348	93745
1095	94141	94538	94934	95331	95727	96124	96520	96917	97313	97709
96	98106	98502	98898	99294	99690	00086	00482	00878	01274	01670
	04.									
97	02066	02462	02858	03254	03650	04045	04441	04837	05232	05628
98	06023	06419	06814	07210	07605	08001	08396	08791	09187	09582
99	09977	10372	10767	11162	11557	11952	12347	12742	13137	13532
1100	13927	14322	14716	15111	15506	15900	16295	16690	17084	17479
01	17873	18268	18662	19056	19451	19845	20239	20633	21028	21422
02	21816	22210	22604	22998	23392	23786	24180	24574	24968	25361
03	25755	26149	26543	26936	27330	27723	28117	28510	28904	29297
04	29691	30084	30477	30871	31264	31657	32050	32444	32837	33230
1105	33623	34016	34409	34802	35195	35587	35980	36373	36766	37159
06	37551	37944	38337	38729	39122	39514	39907	40299	40692	41084
07	41476	41869	42261	42653	43045	43437	43829	44222	44614	45006
08	45398	45790	46181	46573	46965	47357	47749	48140	48532	48924
09	49315	49707	50099	50490	50882	51273	51664	52056	52447	52839
1110	53230	53621	54012	54403	54795	55186	55577	55968	56359	56750
11	57141	57531	57922	58313	58704	59095	59485	59876	06267	60657
12	61048	61438	61829	62219	62610	63000	63391	63781	64171	64561
13	64952	65342	65732	66122	66512	66902	67292	67682	68072	68462
14	68852	69242	69632	70021	70411	70801	71190	71580	71970	72359
1115	72749	73138	73528	73917	74306	74696	75085	75474	75864	76253
16	76642	77031	77420	77809	78198	78587	78976	79365	79754	80143
17	80532	80921	81309	81698	82087	82475	82864	83253	83641	84030
18	84418	84806	85195	85583	85972	86360	86748	87136	87525	87913
19	88301	88689	89077	89465	89853	90241	90629	91017	91405	91792
1120	92180	92568	92956	93343	93731	94119	94506	94894	95281	95669
21	96056	96444	96831	97218	97606	97993	98380	98767	99154	99541
22	99929	00316	00703	01090	01477	01863	02250	02637	03024	03411
23	05.03798	04184	04571	04958	05344	05731	06117	06504	06890	07277
24	07663	08049	08436	08822	09208	09595	09981	10367	10753	11139
1125	11525	11911	12297	12683	13069	13455	13841	14227	14612	14998
26	15384	15770	16155	16541	16926	17312	17697	18083	18468	18854
27	19239	19624	20010	20395	20780	21166	21561	21936	22321	22706
28	23091	23476	23871	24246	24631	25016	25400	25785	26170	26555
29	26939	27324	27709	28093	28478	28862	29247	29631	30016	30400
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Dif. y p. p.

8	326	
9	365	
5	203	
6	244	
7	284	
8	325	
9	365	

	405	404	403	402	401	400	399	398	397	396	395
1	41	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
2	81	81	81	80	80	80	80	80	79	79	79
3	122	121	121	121	120	120	120	119	119	119	119
4	162	162	161	161	160	160	160	159	159	158	158
5	203	202	202	201	201	200	200	199	199	198	198
6	243	242	242	241	241	240	239	239	238	238	237
7	284	283	282	281	281	280	279	279	278	277	277
8	324	323	322	322	321	320	319	318	318	317	316
9	365	364	363	362	361	360	359	358	357	356	356

	394	393	392	391	390	389	388	387	386	385
1	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39
2	79	79	78	78	78	78	78	77	77	77
3	118	118	118	117	117	117	116	116	116	
4	158	157	157	56	156	156	155	155	154	
5	197	197	196	196	195	195	194	194	193	
6	236	236	235	235	234	233	233	232	232	
7	276	275	274	274	273	272	272	271		
8	315	314	314	313	312	311	310	310		
9	355	354	353	352	351	350	349	348		

Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1130	05. 30784	31169	31553	31937	32321	32706	33090	33474	33858	34242
31	34626	35010	35394	35778	36162	36546	36929	37313	37697	38081
32	38464	38848	39232	39615	39999	40382	40766	41149	41532	41916
33	42099	42682	43066	43449	43832	44215	44598	44981	45365	45748
34	46131	46514	46896	47279	47662	48045	48428	48811	49193	49576
1135	49959	50341	50724	51106	51489	51871	52254	52636	53019	53401
36	53783	54166	54548	54930	55312	55694	56077	56459	56841	57223
37	57605	57987	58369	58750	59132	59514	59896	60278	60659	61041
38	61423	61804	62186	62567	62949	63330	63712	64093	64475	64856
39	65237	65619	66000	66381	66762	67143	67524	67905	68287	68668
1140	69049	69429	69810	70191	70572	70953	71334	71714	72095	72476
41	72856	73237	73618	73998	74379	74759	75140	75520	75900	76281
42	76661	77041	77422	77802	78182	78562	78492	79322	79702	80082
43	80462	80842	81222	81602	81982	82362	82741	83121	83501	83881
44	84260	84640	85019	85399	85778	86158	86537	86917	87296	87676
1145	88055	88434	88813	89193	89572	89951	90330	90709	91088	91467
46	91846	92225	92604	92983	93362	93741	94119	94498	94877	95256
47	95634	96013	96391	96770	97148	97527	97905	98284	98662	99041
48	99419	99797	00175	00554	00932	01310	01688	02066	02444	02822
	06.									
49	03200	03578	03956	04334	04712	05090	05468	05845	06223	06601
1150	06978	07356	07734	08111	08489	08866	09244	09621	09999	10376
51	10753	11131	11508	11885	12262	12639	13017	13394	13771	14148
52	14525	14902	15279	15656	16032	16409	16786	17163	17540	17916
53	18293	18670	19046	19423	19799	20976	20552	20929	21305	21682
54	22058	22434	22811	23187	23563	23939	24316	24692	25068	25444
1155	25820	26196	26572	26948	27324	27699	28075	28451	28827	29203
56	29578	29954	30330	30705	31081	31456	31832	32207	32583	32958
57	33334	33709	34084	34460	34835	55210	35585	35960	36335	36711
58	37086	37461	37836	38211	38585	38960	39335	39710	40085	40460
59	40834	41209	41584	41958	42333	42708	43082	43457	43831	44205
1160	44580	44954	45329	45703	46077	46451	46826	47200	47574	47948
61	48322	48696	49070	49444	49818	50192	50566	50940	51314	51688
62	52061	52435	52809	53182	53556	53930	54303	54677	55050	55424
63	55797	56171	56544	56917	57291	57664	58037	58410	58784	59157
64	59530	59903	60276	60649	61022	61395	61768	62141	62514	62886
1165	63259	63632	64005	64377	64750	65123	65495	65868	66241	66613
66	66986	67358	67730	68103	68475	68847	69220	69592	69964	70336
67	70709	71081	71453	71825	72197	72569	72941	73313	73685	74057
68	74428	74800	75172	75544	75915	76287	76659	77030	77402	77774
69	78145	78517	78888	79259	79631	80002	80374	80745	81116	81487
1170	81859	82230	82601	82972	83343	83714	84085	84456	84827	85198
71	85569	85940	86311	86681	87052	87423	87794	88164	88535	88906
72	89276	89647	90017	90388	90758	91129	91499	91869	92240	92610
73	92980	93350	93721	94091	94461	94831	95201	95571	95941	96311
74	96681	97051	97421	97791	98160	98530	98900	99270	99639	00009
	07.									
1175	00379	00748	01118	01487	01857	02226	02596	02965	03335	03704
76	04073	04442	04812	05181	05550	05919	06288	06658	07027	07396
77	07765	08134	08503	08871	09240	09609	09978	10347	10715	11084
78	11453	11822	12190	12559	12927	13296	13664	14033	14401	14770
79	15138	15506	15875	16243	16611	16979	17348	17716	18084	18452
1180	18820	19188	19556	19924	20292	20660	21028	21396	21763	22131
81	22499	22867	23234	23602	23970	24337	24705	25072	25440	25807
82	26175	26542	26910	27277	27644	28011	28379	28746	29113	29480
83	29847	30215	30582	30949	31316	31683	32050	32416	32783	33150
84	33517	33884	34251	34617	34984	35351	35717	36084	36450	36817
1185	37184	37550	37916	38283	38649	39016	39382	39748	40114	40481
86	40847	41213	41579	41945	42311	42677	43043	43409	43775	44141
87	44507	44873	45239	45605	45970	46336	46702	47068	47433	47799
88	48164	48530	48895	49261	49626	49992	50357	50723	51088	51453
89	51819	52184	52549	52914	53279	53644	54010	54375	54740	55105
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Dif. y p. p.

Dif.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
							270	309	347
			116	154	193	231	270	308	347
384	38	77	115	154	192	230	269	307	346
383	38	77	115	153	192	230	268	306	345
382	38	76	115	153	191	229	267	306	344
381	38	76	114	152	191	229	267	305	343
380	38	76	114	152	190	228	266	304	342
379	38	76	114	152	190	227	265	303	341
378	38	76	113	151	189	227	265	302	340
377	38	75	113	151	189	226	264	302	339
376	38	75	113	150	188	226	263	301	338
375	38	75	113	150	188	225	263	300	338
374	37	75	112	150	187	224	262	299	337
373	37	75	112	149	187	224	261	298	336
372	37	74	112	149	186	223	260	298	335
371	37	74	111	148	186	223	260	297	334
370	37	74	111	148	185	222	259	296	333
369	37	74	111	148	185	221	258	295	332
368	37	74	110	147	184	221	258	294	331
367	37	73	110	147	184	220	257	294	
366	37	73	110	146					
365									

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1190	07.55470	55835	56199	56564	56929	57294	57659	58024	58388	58753
91	59118	59482	59847	60211	60576	60940	61305	61669	62034	62398
92	62763	63127	63491	63855	64220	64584	64948	65312	65676	66040
93	66404	66768	67132	67496	67860	68224	68588	68952	69316	69680
94	70043	70407	70771	71134	71498	71862	72225	72589	72952	73316
1195	73679	74042	74406	74769	75133	75496	75859	76222	76585	76949
96	77312	77675	78038	78401	78764	79127	79490	79853	80216	80579
97	80942	81304	81667	82030	82393	82755	83118	83480	83843	84206
98	84568	84931	85293	85656	86018	86380	86743	87105	87467	87830
99	88192	88554	88916	89278	89640	90003	90365	90727	91089	91451
1200	91812	92174	92536	92898	93260	93622	93983	94345	94707	95068
01	95430	95792	96153	96515	96876	97238	97599	97961	98322	98683
02	99045	99406	99767							
	08.			00128	00490	00851	01212	01573	01934	02295
03	02656	03017	03378	03739	04100	04461	04822	05183	05543	05904
04	06265	06626	06986	07347	07707	08068	08429	08789	09150	09510
1205	09870	10231	10591	10952	11312	11672	12032	12393	12753	13113
06	13473	13883	14193	14553	14913	15273	15633	15993	16353	16713
07	17073	17432	17792	18152	18512	18871	19231	19591	19950	20310
08	20669	21029	21388	21748	22107	22467	22826	23185	23545	23904
09	24263	24622	24981	25341	25700	26059	26418	26777	27136	27495
1210	27854	28213	28571	28930	29289	29648	30007	30365	30724	31083
11	31441	31800	32159	32517	32876	33234	33593	33951	34309	34668
12	35026	35385	35743	36101	26459	36817	37176	37534	37892	38250
13	38608	38966	39324	39682	40040	40398	40756	41114	41471	41829
14	42187	42545	42902	43260	43618	43975	44333	44690	45048	45405
1215	45763	46120	46478	46835	47192	47550	47907	48264	48621	48979
16	49336	49693	50050	50407	50764	51121	51478	51835	52192	52549
17	52906	53263	53619	53976	54333	54690	55046	55403	55760	56116
18	56473	56829	57186	57542	57899	58255	58612	58968	59324	59681
19	60037	60393	60750	61106	61462	61818	62174	62530	62886	63242
1220	63598	63954	64310	64666	65022	65378	65734	66089	66445	66801
21	67157	67512	67868	68224	68579	68935	69290	69646	70001	70357
22	70712	71067	71423	71778	72133	72489	72844	73199	73554	73909
23	74265	74620	74975	75330	75685	76040	76395	76750	77104	77459
24	77814	78169	78524	78878	79233	79588	79943	80297	80652	81006
1225	81361	81715	82070	82424	82779	83133	83488	83842	84196	84550
26	84905	85259	85613	85967	86321	86676	87030	87384	87738	88092
27	88446	88800	89153	89507	89861	90215	90569	90923	91276	91630
28	91984	92337	92691	93045	93398	93752	94105	94459	94812	95165
29	95519	95872	96226	96579	96932	97285	97639	97992	98345	98698
1230	99051	99404	99757							
	09.			00110	00463	00816	01169	01522	01875	02228
31	02581	02933	03286	03639	03991	04344	04697	05049	05402	05755
32	06107	06460	06812	07164	07517	07869	08222	08574	08926	09279
33	09631	09983	10335	10687	11039	11392	11744	12096	12448	12800
34	13152	13504	13855	14207	14559	14911	15263	15614	15966	16318
1235	16670	17021	17373	17724	18076	18427	18779	19130	19482	19833
36	20185	20536	20887	21239	21590	21941	22292	22644	22995	23346
37	23697	24048	24399	24750	25101	25452	25803	26154	26505	26856
38	27206	27557	27908	28259	28609	28960	29311	29661	30012	30363
39	30713	31064	31414	31764	32115	32465	32816	33166	33516	33867
1240	34217	34567	34917	35267	35618	35968	36318	36668	37018	37368
41	37718	38068	38418	38768	39117	39467	39817	40167	40517	40866
42	41216	41566	41915	42265	42614	42964	43313	43663	44012	44362
43	44711	45061	45410	45759	46109	46458	46807	47156	47506	47855
44	48204	48553	48902	49251	49600	49949	50298	50647	50996	51345
1245	51694	52042	52391	52740	53089	53437	53786	54135	54483	54832
46	55180	55529	55877	56226	56574	56923	57271	57620	57968	58316
47	58665	59013	59361	59709	60057	60406	60754	61102	61450	61798
48	62146	62494	62842	63190	63538	63885	64233	64581	64929	65277
49	65624	65972	66320	66667	67015	67363	67710	68058	68405	68753
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Dif. y p. p.

			365	364	363	362	361	360	359	358	357	356	355	354	353	352	351	350	349	348
1			37	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	35	35	35	35	35	35	35
2			73	73	73	72	72	72	72	72	71	71	71	71	71	70	70	70	70	70
3			110	109	109	109	108	108	108	107	107	107	107	106	106	106	105	105	105	
4			146	146	145	145	144	144	144	143	143	142	142	142	141	141	140	140	140	
5		183	183	182	182	181	181	180	180	179	179	178	178	177	177	176	176	175	175	
6		220	219	218	218	217	217	216	215	215	214	214	213	212	212	211	211	210	209	
7		256	256	255	254	253	253	252	251	251	250	249	249	248	247	246	246	245	244	
8		293	292	291	290	290	289	288	287	286	286	285	284	283	282	282	281	280		
9	330	329	329	328	327	326	325	324	323	322	321	320	320	319	318	317	316	315		

Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1250	09.69100	69448	69795	70142	70490	70837	71184	71531	71879	72226
51	72573	72920	73267	73614	73962	74309	74656	75003	75349	75696
52	76043	76390	76737	77084	77431	77777	78124	78471	78817	79164
53	79511	79857	80204	80550	80897	81243	81590	81936	82283	82629
54	82975	83322	83668	84014	84360	84707	85053	85399	85745	86091
1255	86437	86783	87129	87475	87821	88167	88513	88859	89205	89551
56	89896	90242	90588	90934	91279	91625	91971	92316	92662	93007
57	93353	93698	94044	94389	94735	95080	95425	95771	96116	96461
58	96806	97152	97497	97842	98187	98532	98877	99222	99567	99912
59	10.00257	00602	00947	01292	01637	01982	02327	02671	03016	03361
1260	03705	04050	04395	04739	05084	05429	05773	06118	06462	06806
61	07151	07495	07840	08184	08528	08873	09217	09561	09905	10249
62	10594	10938	11282	11626	11970	12314	12658	13002	13346	13690
63	14034	14377	14721	15065	15409	15752	16096	16440	16784	17127
64	17471	17814	18158	18501	18845	19188	19532	19875	20219	20562
1265	20905	21249	21592	21935	22278	22621	22965	23308	23651	23994
66	24337	24680	25023	25366	25709	26052	26395	26738	27081	27423
67	27766	28109	28452	28794	29137	29480	29822	30165	30507	30850
68	31193	31535	31877	32220	32562	32905	33247	33589	33932	34274
69	34616	34958	35301	35643	35985	36327	36669	37011	37353	37695
1270	38037	38379	38721	39063	39405	39747	40089	40430	40772	41114
71	41456	41797	42139	42480	42822	43164	43505	43847	44188	44530
72	44871	45213	45554	45895	46237	46578	46919	47260	47602	47943
73	48284	48625	48966	49307	49648	49989	50331	50671	51012	51353
74	51694	52035	52376	52717	53058	53398	53739	54080	54421	54761
1275	55102	55442	55783	56124	56464	56805	57145	57486	57826	58166
76	58507	58847	59187	59528	59868	60208	60548	60889	61229	61569
77	61909	62249	62589	62929	63269	63609	63949	64289	64629	64969
78	65309	65648	65988	66328	66668	67007	67347	67687	68026	68366
79	68705	69045	69385	69724	70063	70403	70742	71082	71421	71760
1280	72100	72439	72778	73117	73457	73796	74135	74474	74813	75152
81	75491	75830	76169	76508	76847	77186	77525	77864	78203	78541
82	78880	79219	79558	79896	80235	80574	80912	81251	81590	81928
83	82267	82605	82944	83282	83620	83959	84297	84635	84974	85312
84	85650	85988	86327	86665	87003	87341	87679	88017	88355	88693
1285	89031	89369	89707	90045	90383	90721	91059	91396	91734	92072
86	92410	92747	93085	93423	93760	94098	94435	94773	95111	95448
87	95785	96123	96460	96798	97135	97472	97810	98147	98484	98821
88	99159	99496	99833	11. 00170	00507	00844	01181	01518	01855	02192
89	02529	02866	03203	03540	03877	04213	04550	04887	05224	05560
1290	05897	06234	06570	06907	07244	07580	07917	08253	08590	08926
91	09262	09599	09935	10272	10608	10944	11280	11617	11953	12289
92	12625	12961	13297	13633	13969	14306	14642	14977	15313	15649
93	15985	16321	16657	16993	17329	17664	18000	18336	18671	19007
94	19343	19678	20014	20350	20685	21021	21356	21691	22027	22362
1295	22698	23033	23368	23704	24039	24374	24709	25045	25380	25715
96	26050	26385	26720	27055	27390	27725	28060	28395	28730	29065
97	29400	29735	30069	30404	30739	31074	31408	31743	32078	32412
98	32747	33081	33416	33751	34085	34420	34754	35088	35423	35757
99	36092	36426	36760	37094	37429	37763	38097	38431	38765	39099
1300	39434	39768	40102	40436	40770	41104	41437	41771	42105	42439
01	42773	43107	43441	43774	44108	44442	44775	45109	45443	45776
02	46110	46443	46777	47110	47444	47777	48111	48444	48777	49111
03	49444	49777	50111	50444	50777	51110	51444	51777	52110	52443
04	52776	53109	53442	53775	54108	54441	54774	55107	55439	55772
1305	56105	56438	56771	57103	57436	57769	58101	58434	58767	59099
06	59432	59764	60097	60429	60762	61094	61427	71759	62091	62424
07	62736	63088	63420	63753	64085	64417	64749	65081	65413	65745
08	66077	66409	66741	67073	67405	67737	68069	68401	68733	69065
09	69396	69728	70060	70392	70723	71055	71387	71718	72050	72381
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Dif. y p. p.

Dif.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
348			104	139	174	209	244	279	314
347	35	69	104	139	174	208	243	278	312
346	35	69	104	138	173	208	242	277	311
345	35	69	104	138	173	207	242	276	311
344	34	69	103	138	172	206	241	275	310
343	34	69	103	137	172	206	240	274	309
342	34	68	103	137	171	205	239	274	308
341	34	68	102	136	171	205	239	273	307
340	34	68	102	136	170	204	238	272	3 6
339	34	68	102	136	170	203	237	271	305
338	34	68	101	135	169	203	237	270	304
337	34	67	101	135	169	202	236	270	303
336	34	67	101	134	168	202	235	269	302
335	34	67	101	134	168	201	235	268	302
334	33	67	100	134	167	200	234	267	301
333	33	67	100	133	167	200	233		
332	33	66							

Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1310	11.72713	73044	73376	73707	74039	74370	74702	75033	75364	75696
11	76027	76358	76689	77021	77352	77683	78014	78345	78676	79007
12	79338	79669	80000	80331	80662	80993	81324	81655	81986	82316
13	82647	82978	83309	83639	83970	84301	84631	84962	85293	85623
14	85954	86284	86615	86945	87276	87606	87936	88267	88597	88927
1315	89258	89588	89918	90248	90578	90909	91239	91569	91899	92229
16	92559	92889	93219	93549	93879	94209	94539	94868	95198	95528
17	95858	96187	96517	96847	97177	97506	97836	98165	98495	98825
18	99154	99484	99813							
	12.			00143	00472	00801	01131	01460	01789	02119
19	02448	02777	03106	03436	03765	04094	04423	04752	05081	05410
1320	05739	06068	06397	06726	07055	07384	07713	08042	08371	08699
21	09028	09357	09686	10014	10343	10672	11000	11329	11657	11986
22	12315	12643	12972	13300	13628	13957	14285	14614	14942	15270
23	15598	15927	16255	16583	16911	17239	17568	17896	18224	18552
24	18880	19208	19536	19864	20192	20520	20848	21175	21503	21831
1325	22159	22487	22814	23142	23470	23797	24125	24453	24780	25108
26	25435	25763	26090	26418	26745	27073	27400	27727	28055	28382
27	28709	29036	29364	29691	30018	30345	30672	31000	31327	31654
28	31981	32308	32635	32962	33289	33616	33942	34269	34596	34923
29	35250	35577	35903	36230	36557	36883	37210	37537	37863	38190
1330	38516	38843	39169	39496	39822	40149	40475	40802	41128	41454
31	41781	42107	42433	42759	43086	43412	43738	44064	44390	44716
32	45042	45368	45694	46020	46346	46672	46998	47324	47650	47976
33	48301	48627	48953	49279	49605	49930	50256	50582	50907	51233
34	51558	51884	52209	52535	52860	53186	53511	53837	54162	54487
1335	54813	55138	55463	55788	56114	56439	56764	57089	57414	57739
36	58065	58390	58715	59040	59365	59690	60015	60339	60664	60989
37	61314	61639	61964	62288	62613	62938	63263	63587	63912	64237
38	64561	64886	65210	65535	65859	66184	66508	66833	67157	67481
39	67806	68130	68454	68779	69103	69427	69751	70076	70400	70724
1340	71048	71372	71696	72020	72344	72668	72992	73316	73640	73964
41	74288	74612	74935	75259	75583	75907	76230	76554	76878	77202
42	77525	77849	78172	78496	78819	79143	79466	79790	80113	80437
43	80760	81083	81407	81730	82053	82377	82700	83023	83346	83670
44	83993	84316	84639	84962	85285	85608	85931	86254	86577	86900
1345	87223	87546	87869	88191	88514	88837	89160	89483	89805	90128
46	90451	90773	91096	91418	91741	92064	92386	92709	93031	93354
47	93676	93998	94321	94643	94965	95288	95610	95932	96255	96577
48	96899	97221	97543	97865	98187	98510	98832	99154	99476	99798
49	13.00119	00441	00763	01085	01407	01729	02051	02372	02694	03016
1350	03338	03659	03981	04303	04624	04946	05267	05589	05911	06232
51	06553	06875	07196	07518	07839	08161	08482	08803	09124	09446
52	09767	10088	10409	10730	11052	11373	11694	12015	12336	12657
53	12978	13299	13620	13941	14262	14583	14903	15224	15545	15866
54	16187	16507	16828	17149	17469	17790	18111	18431	18752	19072
1355	19393	19713	20034	20354	20675	20995	21316	21636	21956	22277
56	22597	22917	23237	23558	23878	24198	24518	24838	25158	25478
57	25798	26119	26439	26758	27078	27398	27718	28038	28358	28678
58	28998	29317	29637	29957	30277	30596	30916	31236	31555	31875
59	32195	32514	32834	33153	33473	33792	34112	34431	34750	35070
1360	35389	35708	36028	36347	36666	36985	37305	37624	37943	38262
61	38581	38900	39219	39538	39857	40176	40495	40814	41133	41452
62	41771	42090	42409	42728	43046	43365	43684	44003	44321	44640
63	44959	45277	45596	45914	46233	46551	46870	47188	47507	47825
64	48144	48462	48780	49099	49417	49735	50054	50372	50690	51008
1365	51327	51645	51963	52281	52599	52917	53235	53553	53871	54189
66	54507	54825	55143	55461	55779	56096	56414	56732	57050	57367
67	57685	58003	58320	58638	58956	59273	59591	59908	60226	60543
68	60861	61178	61496	61813	62131	62448	62765	63083	63400	63717
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Dif. y p. p.

			331	330	329	328	327	326	325	324	323	322	321	320	319	318
1			33	33	33	33	33	33	33	32	32	32	32	32	32	32
2			66	66	66	66	65	65	65	65	65	64	64	64	64	64
3	100		99	99	99	98	98	98	98	97	97	97	96	96	96	95
4	133		132	132	132	131	131	130	130	130	129	129	128	128	128	127
5	166		166	165	165	164	164	163	163	162	162	161	161	160	160	
6	199		199	198	197	197	196	196	195	194	194	193	193	192	191	
7	232		232	231	230	230	229	228	228	227	226	225	225	224	223	
8	266	266	265	264	263	262	262	261	260	259	258	258	257	256	255	
9	299	300	298	297	296	295	294	293	293	292	291	290	289	288	287	

Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NUMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1369	13.64034	64352	64669	64986	65303	65620	65937	66255	66572	66889
70	67206	67523	67840	68157	68473	68790	69107	69424	69741	70058
71	70375	70691	71008	71325	71641	71958	72275	72591	72908	73225
72	73541	73858	74174	74491	74807	75124	75440	75756	76073	76389
73	76705	77022	77338	77654	77970	78287	78603	78919	79235	79551
74	79867	80183	80499	80815	81131	81447	81763	82079	82395	82711
1375	83027	83343	83659	83974	84290	84606	84922	85237	85553	85869
76	86184	86500	86816	87131	87447	87762	88078	88393	88709	89024
77	89339	89655	89970	90285	90601	90916	91231	91547	91862	92177
78	92492	92807	93122	93438	93753	94068	94383	94698	95013	95328
79	95643	95958	96272	96587	96902	97217	97532	97847	98161	98476
1380	98791	99106	99420	99735	00050	00364	00679	00993	01308	01622
81	14. 01937	02251	02566	02880	03195	03509	03823	04138	04452	04766
82	05080	05395	05709	06023	06337	06651	06966	07280	07594	07908
83	08222	08536	08850	09164	09478	09792	10106	10419	10733	11047
84	11361	11675	11988	12302	12616	12930	13243	13557	13871	14184
1385	14498	14811	15125	15438	15752	16065	16379	16692	17006	17319
86	17632	17946	18259	18572	18885	19199	19512	19825	20138	20451
87	20765	21078	21391	21704	22017	22330	22643	22956	23269	23582
88	23895	24208	24520	24833	25146	25459	25772	26084	26397	26710
89	27022	27335	27648	27960	28273	28586	28898	29211	29523	29836
1390	30148	30460	30773	31085	31398	31710	32022	32335	32647	32959
91	33271	33584	33896	34208	34520	34832	35144	35456	35768	36080
92	36392	36704	37016	37328	37640	37952	38264	38576	38888	39199
93	39511	39823	40135	40446	40758	41070	41381	41693	42005	42316
34	42628	42939	43251	43562	43874	44185	44497	44808	45119	45431
1395	45742	46053	46365	46676	46987	47298	47610	47921	48232	48543
96	48854	49165	49476	49787	50098	50409	50720	51031	51342	51653
97	51964	52275	52586	52897	53207	53518	53829	54140	54450	54761
98	55072	55382	55693	56004	56314	56625	56935	57246	57556	57867
99	58177	58488	58798	59108	59419	59729	60039	60350	60660	60970
1400	61280	61591	61901	62211	62521	62831	63141	63451	63761	64071
01	64381	64691	65001	65311	65621	65931	66241	66551	66861	67170
02	67480	67790	68100	68409	68719	69029	69338	69648	69958	70267
03	70577	70886	71196	71505	71815	72124	72434	72743	73052	73362
04	73671	73980	74290	74599	74908	75217	75527	75836	76145	76454
1405	76763	77072	77381	77690	77999	78308	78617	78926	79235	79544
06	79853	80162	80471	80780	81089	81397	81706	82015	82324	82632
07	82941	83250	83558	83867	84175	84484	84793	85101	85410	85718
08	86027	86335	86643	86952	87260	87569	87877	88185	88493	88802
09	89110	89418	89726	90035	90343	90651	90959	91267	91575	91883
1410	92191	92499	92807	93115	93423	93731	94039	94347	94655	94962
11	95270	95578	95886	96193	96501	96809	97116	97424	97732	98039
12	98347	98655	98962	99270	99577	99885	00192	00499	00807	01114
13	15. 01422	01729	02036	02344	02651	02958	03265	03573	03880	04187
14	04494	04801	05108	05415	05722	06030	06337	06644	06951	07257
1415	07564	07871	08178	08485	08792	09099	09406	09712	10019	10326
16	10633	10939	11246	11553	11859	12166	12472	12779	13085	13392
17	13699	14005	14311	14618	14924	15231	15537	15843	16150	16456
18	16762	17069	17375	17681	17987	18293	18600	18906	19212	19518
19	19824	20130	20436	20742	21048	21354	21660	21966	22272	22578
1420	22883	23189	23495	23801	24107	24412	24718	25024	25329	25635
21	25941	26246	26552	26858	27163	27469	27774	28080	28385	28691
22	28996	29301	29607	29912	30217	30523	30828	31133	31439	31744
23	32049	32354	32659	32964	33270	33575	33880	34185	34490	34795
24	35100	35405	35710	36015	36320	36625	36929	37234	37539	37844
1425	38149	38453	38758	39063	39368	39672	39977	40281	40586	40891
26	41195	41500	41804	42109	42413	42718	43022	43327	43631	43935
27	44240	44544	44848	45153	45457	45761	46065	46370	46674	46978
28	47282	47586	47890	48194	48498	48802	49106	49410	49714	50018
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Dif. y p. p.

5	159
6	191
7	223
8	254
9	276

317	
1	32
2	63
3	95
4	127
5	159
6	190
7	222
8	254
9	285

316	
1	32
2	63
3	95
4	126
5	158
6	190
7	221
8	253
9	284

315	
1	32
2	63
3	65
4	126
5	158
6	189
7	221
8	252
9	284

314	
1	31
2	63
3	94
4	126
5	157
6	188
7	220
8	251
9	285

313	
1	31
2	63
3	94
4	125
5	157
6	188
7	219
8	250
9	282

312	
1	31
2	62
3	94
4	125
5	156
6	187
7	218
8	250
9	281

311	
1	31
2	62
3	93
4	124
5	156
6	187
7	218
8	249
9	280

310	
1	31
2	62
3	93
4	124
5	155
6	186
7	217
8	248
9	279

309	
1	31
2	62
3	93
4	124
5	155
6	185
7	216
8	247
9	278

308	
1	31
2	62
3	92
4	123
5	154
6	185
7	216
8	246
9	277

307	
1	31
2	61
3	92
4	123
5	154
6	184
7	215
8	246
9	276

306	
1	31
2	61
3	92
4	122
5	153
6	184
7	214
8	245
9	275

305	
1	31
2	61
3	92
4	122
5	153
6	183
7	214

304	
1	30

Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1429	15.50322	50626	50930	51234	51538	51842	52145	52449	52753	53057
1430	53360	53664	53968	54271	54575	54879	55182	55486	55789	56093
31	56396	56700	57003	57307	57610	57914	58217	58520	58824	59127
32	59430	59733	60037	60340	60643	60946	61249	61553	61856	62159
33	62462	62765	63068	63371	63674	63977	64280	64583	64886	65189
34	65492	65794	66097	66400	66703	67006	67308	67611	67914	68216
1435	68519	68822	69124	69427	69729	70032	70334	70637	70939	71242
36	71544	71847	72149	72452	72754	73056	73359	73661	73963	74265
37	74568	74870	75172	75474	75776	76079	76381	76683	76985	77287
38	77589	77891	78193	78495	78797	79099	79401	79702	80004	80306
39	80608	80910	81212	81513	81815	82117	82418	82720	83022	83323
1440	83625	83927	84228	84530	84831	85133	85434	85736	86037	86338
41	86640	86941	87243	87544	87845	88146	88448	88749	89050	89351
42	89653	89954	90255	90556	90857	91158	91459	91760	92061	92362
43	92663	92964	93265	93566	93867	94168	94469	94770	95070	95371
44	95672	95973	96273	96574	96875	97175	97476	97777	98077	98378
1445	98678	98979	99280	99580	99881	00181	00481	00782	01082	01383
46	16. 01683	01983	02284	02584	02884	03184	03485	03785	04085	04385
47	04685	04985	05286	05586	05886	06186	06486	06786	07086	07386
48	07686	07986	08285	08585	08885	09185	09485	09785	10084	10384
49	10684	10984	11283	11583	11883	12182	12482	12781	13081	13380
1450	13680	13980	14279	14578	14878	15177	15477	15776	16075	16375
51	16674	16973	17273	17572	17871	18170	18470	18769	19068	19367
52	19666	19965	20264	20563	20862	21161	21460	21759	22058	22357
53	22656	22955	23254	23553	23852	24150	24449	24748	25047	25345
54	25644	25943	26241	26540	26839	27137	27436	27734	28033	28331
1455	28630	28928	29227	29525	29824	30122	30420	30719	31017	31315
56	31614	31912	32210	32508	32807	33105	33403	33701	33999	34297
57	34596	34894	35192	35490	35788	36086	36384	36682	36979	37277
58	37575	37873	38171	38469	38767	39064	39362	39660	39958	40255
59	40553	40851	41148	41446	41743	42041	42339	42636	42934	43231
1460	43529	43826	44123	44421	44718	45016	45313	45610	45908	46205
61	46502	46799	47097	47394	47691	47988	48285	48582	48880	49177
62	49474	49771	50068	50365	50662	50959	51256	51553	51850	52146
63	52443	52740	53037	53334	53631	53927	54224	54521	54817	55114
64	55411	55707	56004	56301	56597	56894	57190	57487	57783	58080
1465	58376	58673	58969	59265	59562	59858	60155	60451	60747	61043
66	61340	61636	61932	62228	62525	62821	63117	63413	63709	64005
67	64301	64597	64893	65189	65485	65781	66077	66373	66669	66965
68	67261	67556	67852	68148	68444	68740	69035	69331	69627	69922
69	70218	70514	70809	71105	71400	71696	71991	72287	72582	72878
1470	73173	73469	73764	74060	74355	74650	74946	75241	75536	75831
71	76127	76422	76717	77012	77308	77603	77898	78193	78488	78783
72	79078	79373	79668	79963	80258	80553	80848	81143	81438	81733
73	82027	82322	82617	82912	83207	83501	83796	84091	84386	84680
74	84975	85269	85564	85859	86153	86448	86742	87037	87331	87626
1475	87920	88215	88509	88803	89098	89392	89686	89981	90275	90569
76	90864	91158	91452	91746	92040	92335	92629	92923	93217	93511
77	93805	94099	94393	94687	94981	95275	95569	95863	96157	96450
78	96744	97038	97332	97626	97920	98213	98507	98801	99094	99388
79	99682	99975	00269	00563	00856	01150	01443	01737	02030	02324
1480	17. 02617	02911	03204	03497	03791	04084	04377	04671	04964	05257
81	05551	05844	06137	06430	06723	07017	07310	07603	07896	08189
82	08482	08775	09068	09361	09654	09947	10240	10533	10826	11119
83	11412	11704	11997	12290	12583	12876	13168	13461	13754	14046
84	14339	14632	14924	15217	15509	15802	16095	16387	16680	16972
1485	17265	17557	17849	18142	18434	18727	19019	19311	19604	19896
86	20188	20480	20773	21065	21357	21649	21941	22233	22526	22818
87	23110	23402	23694	23986	24278	24570	24862	25154	25446	25737
88	26029	26321	26613	26905	27197	27488	27780	28072	28354	28653
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Dif. y p. p.

8 | 244; 9 | 275

2 | 61; 3 | 91; 4 | 122; 5 | 152; 6 | 182; 7 | 213; 8 | 243; 9 | 274

303: 1 | 30; 2 | 61; 3 | 91; 4 | 121; 5 | 152; 6 | 182; 7 | 212; 8 | 242; 9 | 273

302: 1 | 30; 2 | 69; 3 | 91; 4 | 121; 5 | 151; 6 | 181; 7 | 211; 8 | 242; 9 | 272

301: 1 | 30; 2 | 60; 3 | 90; 4 | 120; 5 | 151; 6 | 181; 7 | 211; 8 | 241; 9 | 271

300: 1 | 30; 2 | 60; 3 | 90; 4 | 120; 5 | 150; 6 | 180; 7 | 210; 8 | 240; 9 | 270

299: 1 | 30; 2 | 60; 3 | 90; 4 | 120; 5 | 150; 6 | 179; 7 | 209; 8 | 239; 9 | 269

298: 1 | 30; 2 | 60; 3 | 89; 4 | 119; 5 | 149; 6 | 179; 7 | 209; 8 | 238; 9 | 268

297: 1 | 30; 2 | 59; 3 | 89; 4 | 119; 5 | 149; 6 | 178; 7 | 208; 8 | 238; 9 | 267

296: 1 | 30; 2 | 59; 3 | 89; 4 | 118; 5 | 148; 6 | 178; 7 | 207; 8 | 237; 9 | 266

295: 1 | 30; 2 | 59; 3 | 89; 4 | 118; 5 | 148; 6 | 177; 7 | 207; 8 | 236; 9 | 266

294: 1 | 29; 2 | 59; 3 | 88; 4 | 118; 5 | 147; 6 | 176; 7 | 206; 8 | 235; 9 | 265

293: 1 | 29; 2 | 59; 3 | 88; 4 | 117; 5 | 147; 6 | 176; 7 | 205; 8 | 234; 9 | 264

292: 1 | 29; 2 | 58

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1489	17.28947	29239	29530	29822	30113	30405	30697	30988	31280	31571
1490	31863	32154	32446	32737	33028	33320	33611	33903	34194	34485
91	34776	35068	35359	35650	35941	36233	36524	36815	37106	37397
92	37688	37979	38270	38561	38852	39143	39434	39725	40016	40307
93	40598	40889	41180	41471	41761	42052	42343	42634	42925	43215
94	43506	43797	44087	44378	44669	44959	45250	45540	45831	46121
1495	46412	46702	46993	47283	47574	47864	48155	48445	48735	49026
96	49316	49606	49897	50187	50477	50737	51057	51348	51638	51928
97	52218	52508	52798	53088	53378	53668	53958	54248	54538	54828
98	55118	55408	55698	55988	56278	56567	56857	57147	57437	57727
99	58016	58306	58596	58885	59175	59465	59754	60044	60333	60623
1500	60913	61202	61492	61781	62071	62360	62649	62939	63228	63518
01	63807	64096	64386	64675	64964	65253	65543	65832	66121	66410
02	66699	66988	67278	67567	67856	68145	68434	68723	69012	69301
03	69590	69879	70168	70457	70745	71034	71323	71612	71901	72190
04	72478	72767	73056	73345	73633	73922	74211	74499	74788	75076
1505	75365	75654	75942	76231	76519	76808	77096	77385	77673	77961
06	78250	78538	78826	79115	79403	79691	79980	80268	80556	80844
07	81133	81421	81709	81997	82285	82573	82861	83149	83437	83725
08	84013	84301	84589	84877	85165	85453	85741	86029	86317	86605
09	86892	87180	87468	87756	88043	88331	88619	88907	89194	89482
1510	89769	90057	90345	90632	90920	91207	91495	91782	92070	92357
11	92645	92932	93219	93507	93794	94082	94369	94656	94943	95231
12	95518	95805	96092	96380	96667	96954	97241	97528	97815	98102
13	98389	98676	98963	99250	99537	99824				
	18.						00111	00398	00685	00972
14	01259	01546	01832	02119	02406	02693	02980	03266	03553	03840
1515	04126	04413	04700	04986	05273	05559	05846	06133	06419	06706
16	06992	07278	07565	07851	08138	08424	08711	08997	09283	09570
17	09856	10142	10428	10715	11001	11287	11573	11859	12145	12432
18	12718	13004	13290	13576	13862	14148	14434	14720	15006	15292
19	15578	15864	16150	16435	16721	17007	17293	17579	17864	18150
1520	18436	18722	19007	19293	19579	19864	20150	20435	20721	21007
21	21292	21578	21863	22149	22434	22720	23005	23290	23576	23861
22	24147	24432	24717	25002	25288	25573	25858	26143	26429	26714
23	26999	27284	27569	27854	28140	28425	28710	28995	29280	29565
24	29850	30135	30420	30704	30989	31274	31559	31844	32129	32414
1525	32698	32983	33268	33553	33837	34122	34407	34691	34976	35261
26	35545	35830	36114	36399	36684	36968	37253	37537	37822	38106
27	38390	38675	38959	39244	39528	39812	40096	40381	40665	40949
28	41234	41518	41802	42086	42370	42654	42939	43223	43507	43791
29	44075	44359	44643	44927	45211	45495	45779	46063	46347	46630
1530	46914	47198	47482	47766	48050	48333	48617	48901	49185	49468
31	49752	50036	50319	50603	50886	51170	51454	51737	52021	52304
32	52588	52871	53155	53438	53721	54005	54288	54572	54855	55138
33	55422	55705	55988	56271	56555	56838	57121	57404	57687	57970
34	58254	58537	58820	59103	59386	59669	59952	60235	60518	60801
1535	61084	61367	61650	61932	62215	62498	62781	63064	63347	63629
36	63912	64195	64478	64760	65043	65326	65608	65891	66174	66456
37	66739	67021	67304	67586	67869	68151	68434	68716	68999	69281
38	69563	69846	70128	70410	70693	70975	71257	71540	71822	72104
39	72386	72668	72951	73233	73515	73797	74079	74361	74643	74925
1540	75207	75489	75771	76053	76335	76617	76899	77181	77463	77745
41	78026	78308	78590	78872	79154	79435	79717	79999	80280	80562
42	80844	81125	81407	81689	81970	82252	82533	82815	83096	83378
43	83659	83941	84222	84504	84785	85066	85348	85629	85910	86192
44	86473	86754	87035	87317	87598	87879	88160	88441	88723	89004
1545	89285	89566	89847	90128	90409	90690	90971	91252	91533	91814
46	92095	92376	92657	92938	93218	93499	93780	94061	94342	94622
47	94903	95184	95465	95745	96026	96307	96587	96868	97148	97429
48	97710	97990	98271	98551	98832	99112	99393	99673	99953	
	19.									00234
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Dif. y p. p.

3	88
4	117
5	146
6	175
7	204
8	234
9	263

291	
1	29
2	58
3	87
4	116
5	146
6	175
7	204
8	233
9	262

290	
1	29
2	58
3	87
4	116
5	145
6	174
7	203
8	232
9	261

289	
1	29
2	58
3	87
4	116
5	145
6	173
7	202
8	231
9	260

288	
1	29
2	58
3	86
4	115
5	144
6	173
7	202
8	230
9	259

287	
1	29
2	57
3	86
4	115
5	144
6	172
7	201
8	230
9	258

286	
1	29
2	57
3	86
4	114
5	143
6	172
7	200
8	229
9	257

285	
1	29
2	57
3	86
4	114
5	143
6	171
7	200
8	228
9	257

284	
1	28
2	57
3	85
4	114
5	142
6	170
7	199
8	227
9	256

283	
1	28
2	57
3	85
4	113
5	142
6	170
7	198
8	226
9	255

282	
1	28
2	56
3	85
4	113
5	141
6	169
7	197
8	226
9	254

281	
1	28
2	56
3	84
4	112
5	141

Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1549	19. 00314	00795	01075	01355	01636	01916	02196	02476	02757	03037
1550	03317	03597	03877	04157	04438	04718	04998	05278	05558	05838
51	06118	06398	06678	06958	07238	07518	07798	08078	08357	08637
52	08917	09197	09477	09757	10036	10316	10596	10876	11155	11435
53	11715	11994	12274	12553	12833	13113	13392	13672	13951	14231
54	14510	14790	15069	15348	15628	15907	16187	16466	16745	17025
1555	17304	17583	17862	18142	18421	18700	18979	19259	19538	19817
56	20096	20375	20654	20933	21212	21491	21770	22049	22328	22607
57	22886	23165	23444	23723	24002	24281	24559	24838	25117	25396
58	25675	25953	26232	26511	26789	27068	27347	27625	27904	28183
59	28461	28740	29018	29297	29575	29854	30132	30411	30689	30968
1560	31246	31524	31803	32081	32359	32638	32916	33194	33473	33751
61	34029	34307	34585	34864	35142	35420	35698	35976	36254	36532
62	36810	37088	37366	37644	37922	38200	38478	38756	39034	39312
63	39590	39868	40145	40423	40701	40979	41257	41534	41812	42090
64	42367	42645	42923	43200	43478	43756	44033	44311	44588	44866
1565	45143	45421	45698	45976	46253	46531	46808	47086	47363	47640
66	47918	48195	48472	48749	49027	49304	49581	49858	50136	50413
67	50690	50967	51244	51521	51798	52075	52353	52630	52907	53184
68	53461	53738	54014	54291	54568	54845	55122	55399	55676	55953
69	56229	56506	56783	57060	57336	57613	57890	58167	58443	58720
1570	58997	59273	59550	59826	60103	60379	60656	60932	61209	61485
71	61762	62038	62315	62591	62867	63144	63420	63697	63973	64249
72	64525	64802	65078	65354	65630	65907	66183	66459	66735	67011
73	67287	67563	67839	68115	68391	68667	68943	69219	69495	69771
74	70047	70323	70599	70875	71151	71427	71702	71978	72254	72530
1575	72806	73081	73357	73633	73908	74184	74460	74735	75011	75287
76	75562	75838	76113	76389	76664	76940	77215	77491	77766	78042
77	78317	78592	78868	79143	79418	79694	79969	80244	80520	80795
78	81070	81345	81620	81896	82171	82446	82721	82996	83271	83546
79	83821	84096	84371	84646	84921	85196	85471	85746	86021	86296
1580	86571	86846	87121	87395	87670	87945	88220	88495	88769	89044
81	89319	89593	89868	90143	90417	90692	90967	91241	91516	91790
82	92065	92339	92614	92888	93163	93437	93712	93986	94260	94535
83	94809	95083	95358	95632	95906	96181	96455	96729	97003	97278
84	97552	97826	98100	98374	98648	98922	99197	99471	99745	
	20.									00019
1585	00293	00567	00841	01115	01389	01662	01936	02210	02484	02758
86	03032	03306	03579	03853	04127	04401	04674	04948	05222	05496
87	05769	06043	06317	06590	06864	07137	07411	07684	07958	08231
88	08505	08778	09052	09325	09599	09872	10146	10419	10692	10966
89	11239	11512	11786	12059	12332	12605	12879	13152	13425	13698
1590	13971	14244	14517	14791	15064	15337	15610	15883	16156	16429
91	16702	16975	17248	17521	17794	18066	18339	18612	18885	19158
92	19431	19703	19976	20249	20522	20794	21067	21340	21612	21885
93	22158	22430	22703	22976	23248	23521	23793	24066	24338	24611
94	24883	25156	25428	25700	25973	26245	26518	26790	27062	27335
1595	27607	27879	28151	28424	28696	28968	29240	29512	29785	30057
96	30329	30601	30873	31145	31417	31689	31961	32233	32505	32777
97	33049	33321	33593	33865	34137	34409	34681	34952	35224	35496
98	35768	36040	36311	36583	36855	37126	37398	37670	37941	38213
99	38485	38756	39028	39299	39571	39842	40114	40385	40657	40928
1600	41200	41471	41743	42014	42285	42557	42828	43099	43371	43642
01	43913	44185	44456	44727	44998	45269	45541	45812	46083	46354
02	46625	46896	47167	47438	47709	47980	48251	48522	48793	49064
03	49335	49606	49877	50148	50419	50690	50960	51231	51502	51773
04	52044	52314	52585	52856	53127	53397	53668	53939	54209	54480
1605	54750	55021	55292	55562	55833	56103	56374	56644	56915	57185
06	57455	57726	57996	58267	58537	58807	59078	59348	59618	59859
07	60159	60429	60699	60969	61240	61510	61780	62050	62320	62590
08	62860	63131	63401	63671	63941	64211	64481	64751	65021	65291

Dif. y p. p.

	(cont.)	280	279	278	277	276	275	274	273	272	271	270
1		28	28	28	28	28	28	27	27	27	27	
2		56	56	56	55	55	55	55	55	54	54	
3		84	84	83	83	83	83	82	82	82	81	
4		112	112	111	111	110	110	110	109	109	108	
5		140	140	139	139	138	138	137	137	136	136	
6	169	168	167	167	166	166	165	164	164	163	163	
7	197	196	195	195	194	193	193	192	191	190	190	
8	225	224	223	222	222	221	220	219	218	218		
9	253	252	251	250	249	248	248	247	246	245		

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1609	20. 65560	65830	66100	66370	66640	66910	67180	67449	67719	67989
1610	68259	68529	68798	69068	69338	69607	69877	70147	70416	70686
11	70955	71225	71495	71764	72034	72303	72573	72842	73112	73381
12	73650	73920	74189	74459	74728	74997	75267	75536	75805	76074
13	76344	76613	76882	77151	77421	77690	77959	78228	78497	78766
14	79035	79304	79573	79842	80111	80380	80649	80918	81187	81456
1615	81725	81994	82263	82532	82801	83070	83338	83607	83876	84145
16	84414	84682	84951	85220	85488	85757	86026	86294	86563	86832
17	87100	87369	87637	87906	88174	88443	88711	88980	89248	89517
18	89785	90054	90322	90590	90859	91127	91395	91664	91932	92200
19	92468	92737	93005	93273	93541	93810	94078	94346	94614	94882
1620	95150	95418	95686	95954	96222	96490	96758	97026	97294	97562
21	97830	98098	98366	98634	98902	99170	99437	99705	99973	00241
22	21. 00508	00776	01044	01312	01579	01847	02115	02382	02650	02918
23	03185	03453	03720	03988	04255	04523	04790	05058	05325	05595
24	05860	06128	06395	06662	06930	07197	07464	07732	07999	08266
1625	08534	08801	09068	09335	09603	09870	10137	10404	10671	10938
26	11205	11472	11740	12007	12274	12541	12808	13075	13342	13609
27	13876	14142	14409	14676	14943	15210	15477	15744	16010	16277
28	16544	16811	17078	17344	17611	17878	18144	18411	18678	18944
29	19211	19477	19744	20011	20277	20544	20810	21077	21343	21610
1630	21876	22142	22409	22675	22942	23208	23474	23741	24007	24273
31	24540	24806	25072	25338	25605	25871	26137	26403	26669	26935
32	27202	27468	27734	28000	28266	28532	28798	29064	29330	29596
33	29862	30128	30394	30660	30926	31191	31457	31723	31989	32255
34	32521	32786	33052	33318	33584	33849	34115	34381	34646	34912
1635	35178	35443	35609	35974	36240	36505	36771	37037	37302	37568
36	37833	38098	38364	38629	38895	39160	39425	39691	39956	40221
37	40487	40752	41017	41283	41548	41813	42078	42343	42609	42874
38	43139	43404	43669	43934	44199	44461	44730	44995	45260	45525
39	45790	46055	46319	46584	46849	47114	47379	47644	47909	48174
1640	48438	48703	48968	49233	49498	49762	50027	50292	50556	50821
41	51086	51350	51615	51880	52144	52409	52673	52938	53203	53467
42	53732	53996	54260	54525	54789	55054	55318	55583	55847	56111
43	56376	56640	56904	57169	57433	57697	57961	58226	58490	58754
44	59018	59282	59546	59811	60075	60339	60603	60867	61131	61395
1645	61659	61923	62187	62451	62715	62979	63243	63507	63771	64034
46	64298	64562	64826	65090	65454	65617	65881	66145	66409	66672
47	66936	67200	67463	67727	67991	68254	68518	68781	69045	69309
48	69572	69836	70099	70363	70626	70890	71153	71416	71680	71943
49	72207	72470	72733	72997	73260	73523	73786	74050	74313	74576
1650	74839	75103	75366	75629	75892	76155	76418	76682	76945	77208
51	77471	77734	77997	78260	78523	78786	79049	79312	79575	79838
52	80100	80363	80626	80889	81152	81415	81677	81940	82203	82466
53	82729	82991	83254	83517	83779	84042	84305	84567	84830	85092
54	85355	85618	85880	86143	86405	86668	86930	87193	87455	87718
1655	87980	88242	88505	88767	89030	89292	89554	88816	90079	90341
56	90603	90866	91128	91390	91652	91914	92177	92439	92701	92963
57	93225	93487	93749	94011	94273	94535	94797	95059	95321	95583
58	95845	96107	96369	96631	96893	97155	97417	97678	97940	98202
59	98464	98726	98987	99249	99511	99773	00034	00296	00558	00819
1660	22. 01081	01342	01604	01866	02127	02389	02650	02912	03173	03435
61	03696	03958	04219	04481	04742	05003	05265	05526	05788	06049
62	06310	06571	06833	07094	07355	07617	07878	08139	08400	08661
63	08922	09184	09445	09706	09967	10228	10489	10750	11011	11272
64	11533	11794	12055	12316	12577	12838	13099	13360	13621	13882
1665	14142	14403	14664	14925	15186	15446	15707	15968	16229	16489
66	16750	17011	17271	17532	17793	18053	18314	18574	18835	19095
67	19356	19617	19877	20138	20398	20658	20919	21179	21440	21700
68	21960	22221	22481	22741	23002	23262	23522	23783	24043	24303
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Dif. y p. p.

8	217
9	214

270	
1	27
2	54
3	81
4	108
5	135
6	162
7	189
8	216
9	243

269	
1	27
2	54
3	81
4	108
5	135
6	161
7	188
8	215
9	242

268	
1	27
2	54
3	80
4	107
5	134
6	161
7	188
8	214
9	241

267	
1	27
2	53
3	80
4	107
5	134
6	160
7	187
8	214
9	240

266	
1	27
2	53
3	80
4	106
5	133
6	160
7	186
8	223
9	239

265	
1	27
2	53
3	80
4	106
5	133
6	159
7	186
8	212
9	239

264	
1	26
2	53
3	79
4	106
5	132
6	158
7	185
8	211
9	238

263	
1	26
2	53
3	79
4	105
5	132
6	158
7	184
8	210
9	237

262	
1	26
2	52
3	79
4	105
5	131
6	157
7	183
8	210
9	236

261	
1	26
2	52
3	78
4	104
5	131

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1669	22.24563	24824	25084	25344	25604	25864	26124	26384	26645	26905	7: 183
1670	27165	27425	27685	27945	28205	28465	28725	28985	29245	29505	8: 209; 260
71	29764	30024	30284	30544	30804	31064	31324	31583	31843	32103	9: 235; 1: 26
72	32363	32622	32882	33142	33402	33661	33921	34181	34440	34700	2: 52
73	34959	35219	35479	35738	35998	36257	36517	36776	37036	37295	3: 78
74	37555	37814	38073	38333	38592	38852	39111	39370	39630	39889	4: 104; 5: 130; 6: 156
1675	40148	40407	40667	40926	41185	41444	41704	41963	42222	42481	7: 182
76	42740	42999	43258	43517	43777	44036	44295	44554	44813	45072	8: 208
77	45331	45590	45849	46107	46366	46625	46884	47143	47402	47661	259; 9: 234
78	47920	48178	48437	48696	48955	49213	49472	49731	49990	50248	1: 26
79	50507	50766	51024	51283	51541	51800	52059	52317	52576	52834	2: 52
1680	53093	53351	53610	53868	54127	54385	54644	54902	55160	55419	3: 78; 4: 104; 5: 130
81	55677	55935	56194	56452	56710	56969	57227	57485	57743	58002	6: 155
82	58260	58518	58776	59034	59293	59551	59809	60067	60325	60583	7: 181
83	60841	61099	61357	61615	61873	62131	62389	62647	62905	63163	8: 207
84	63421	63679	63937	64194	64452	64710	64968	65226	65484	65741	9: 233
1685	65999	66257	66515	66772	67030	67288	67545	67803	68060	68318	258
86	68576	68833	69091	69348	69606	69863	70121	70378	70636	70893	1: 26; 2: 52
87	71151	71408	71666	71923	72180	72438	72695	72953	73210	73467	3: 77
88	73724	73982	74239	74496	74753	75011	75268	75525	75782	76039	4: 103
89	76296	76554	70811	77068	77325	77582	77839	78096	78353	78610	5: 129; 6: 155; 7: 181
1690	78867	79124	79381	79638	79895	80152	80409	80666	80922	81179	257; 8: 206; 1: 26; 9: 232
91	81436	81693	81950	82206	82463	82720	82977	83233	83490	83747	2: 51
92	84004	84260	84517	84774	85030	85287	85543	85800	86057	86313	3: 77
93	86570	86826	87083	87339	87596	87852	88108	88365	88621	88878	4: 103
94	89134	89390	89647	89903	90159	90416	90672	90928	91185	91441	5: 129
1695	91697	91953	92209	92466	92722	92978	93234	93490	93746	94602	6: 154; 7: 189; 8: 205
96	94258	94515	94771	95027	95283	95539	95795	96051	96307	96562	9: 231; 256
97	96818	97074	97330	97586	97842	98098	98354	98609	98865	99121	1: 26
98	99377	99633	99888	00144	00400	00656	00911	01167	01423	01678	2: 51; 3: 77; 4: 102
99	23. 01934	02189	02445	02701	02956	03212	03467	03723	03978	04234	5: 128
1700	04489	04745	05000	05256	05511	05766	06022	06277	06532	06788	6: 154
01	07043	07298	07554	07809	08064	08320	08575	08830	09085	09340	7: 179; 8: 205
02	09596	09851	10106	10361	10616	10871	11126	11381	11636	11891	9: 230; 255
03	12146	12401	12656	12911	13166	13421	13676	13931	14186	14441	
04	14696	14951	15206	15460	15715	15970	16225	16480	16734	16989	1: 26; 2: 51
1705	17244	17499	17753	18008	18263	18517	18772	19026	19281	19536	3: 77; 4: 102
06	19790	20045	20299	20554	20808	21063	21317	21572	21826	22081	5: 128
07	22335	22590	22844	23098	23353	23607	23861	24116	24370	24624	6: 153; 7: 179
08	24879	25133	25387	25641	25896	26150	26404	26658	26912	27166	8: 204
09	27421	27675	27929	28183	28437	28691	28945	29199	29453	29707	9: 230
1710	29961	30215	30469	30723	30977	31231	31485	31739	31992	32246	254; 1: 25
11	32500	32754	33008	33262	33515	33769	34023	34277	34530	34784	2: 51
12	35038	35291	35545	35799	36052	36306	36559	36813	37067	37320	3: 76
13	37574	37827	38081	38334	38588	38841	39095	39348	39601	39855	4: 102; 5: 127
14	40108	40362	40615	40868	41122	41375	41628	41881	42135	42388	6: 152; 7: 178
1715	42641	42894	43148	43401	43654	43907	44160	44414	46667	44920	8: 203
16	45173	45426	45679	45932	46185	46438	46691	46944	47197	47450	9: 229; 253
17	47703	47956	48209	48462	48715	48967	49220	49473	49726	49979	1: 25
18	50232	50484	50737	50990	51243	51495	51748	52001	52253	52506	2: 51; 3: 76
19	52759	53011	53264	53517	53769	54022	54274	54527	54779	55032	4: 101
1720	55284	55537	55789	56042	56294	56547	56799	57052	57304	57556	5: 127; 6: 152
21	57809	58061	58313	58566	58818	59070	59323	59575	59827	60079	7: 177
22	60331	60584	60836	61088	61340	61592	61844	62097	62349	62601	8: 202; 9: 228
23	62853	63105	63357	63609	63861	64113	64365	64617	64869	65121	252
24	65373	65625	65876	66128	66380	66632	66884	67136	67387	67639	1: 25
1725	67891	68143	68394	68646	68898	69150	69401	69653	69905	70156	2: 50; 3: 76
26	70408	70660	70911	71163	71414	71666	71917	72169	72420	72672	4: 101; 5: 126
27	72923	73175	73426	73678	73929	74181	74432	74683	74935	75186	6: 151
28	75437	75689	75940	76191	76443	76694	76945	77196	77448	77699	7: 176
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p
1729	23. 77950	78201	78452	78703	78955	79206	79457	79708	79959	80210	251 ; 8 202
1730	80461	80712	80963	81214	81465	81716	81967	82218	82469	82720	9 227
31	82971	83222	83472	83723	83974	84225	84476	84727	84977	85228	1 25 ; 2 50
32	85479	85730	85980	86231	86482	86732	86983	87234	87484	87735	3 75 ; 4 100
33	87986	88236	88487	88737	88988	89238	89489	89739	89990	90240	5 126
34	90491	90741	90992	91242	91493	91743	91993	92244	92494	92744	6 151 ; 7 176
1735	92995	93245	93495	93746	93996	94246	94496	94747	94997	95247	8 201
36	95497	95747	95998	96248	96498	96748	96998	97248	97498	97748	9 226
37	97998	98248	98498	98748	98998	99248	99498	99748	99998	00248	
38	24. 00498	00748	00997	01247	01497	01747	01997	02247	02496	02746	250
39	02996	03246	03495	03745	03995	04244	04494	04744	04993	05243	1 25
1740	05492	05742	05992	06241	06491	06740	06990	07239	07489	07738	2 50 ; 3 75
41	07988	08237	08487	08736	08985	09235	09484	09734	09983	10232	4 100
42	10482	10731	10980	11229	11479	11728	11977	12226	12476	12725	5 125 ; 6 150
43	12974	13223	13472	13721	13970	14220	14469	14718	14967	15216	7 175 ; 249 ; 8 200
44	15465	15714	15963	16212	16461	16710	16959	17208	17457	17705	9 225 ; 1 25
1745	17954	18203	18452	18701	18950	19199	19447	19696	19945	20194	2 50
46	20442	20691	20940	21189	21437	21686	21935	22183	22432	22680	3 75 ; 4 100
47	22929	23178	23426	23675	23923	24172	24420	24669	24917	25166	5 125
48	25414	25663	25911	26160	26408	26656	26905	27153	27401	27650	6 149
49	27898	28146	28395	28643	28891	29139	29388	29636	29884	30132	7 174 ; 8 199
1750	30380	30629	30877	31125	31373	31621	31869	32117	32365	32613	9 274
51	32861	33109	33357	33605	33853	34101	34349	34597	34845	35093	248
52	35341	35589	35837	36085	36332	36580	36828	37076	37324	37571	1 25
53	37819	380[illegible]7	38315	38562	38810	39058	39305	39553	39801	40048	2 50 ; 3 74
54	40296	40543	40791	41039	41286	41534	41781	42029	42276	42524	4 99
1755	42771	43019	43266	43514	43761	44008	44256	44503	44750	44998	5 124 ; 6 149
56	45245	45492	45740	45987	46234	46482	46729	46976	47223	47470	7 174
57	47718	47965	48212	48459	48706	48953	49200	49448	49695	49942	8 198 ; 9 223
58	50189	50436	50683	50930	51177	51424	51671	51918	52165	52411	247
59	52658	52905	53152	53399	53646	53893	54140	54386	54633	54880	1 25
1760	55127	55373	55620	55867	56114	56360	56607	56854	57100	57347	2 49
61	57594	57840	58087	58333	58580	58826	59073	59320	59566	59813	3 74 ; 4 99
62	60059	60306	60552	60798	61045	61291	61538	61784	62030	62277	5 124 ; 6 148
63	62523	62769	63016	63262	63508	63755	64001	64247	64493	64740	7 173
64	64986	65232	65478	65724	65970	66217	66463	66709	66955	67201	8 198 ; 9 222
1765	67447	67693	67939	68185	68431	68677	68923	69169	69415	69661	
66	69907	70153	70399	70645	70891	71136	71382	71628	71874	72120	
67	72365	72611	72857	73103	73349	73594	73840	74086	74331	74577	246
68	74823	75068	75314	75559	75805	76051	76296	76542	76787	77033	1 25
69	77278	77524	77769	78015	78260	78506	78751	78997	79242	79487	2 49 ; 3 74
1770	79733	79978	80223	80469	80714	80959	81205	81450	81695	81940	4 98
71	82186	82431	82676	82921	83166	83412	83657	83902	84147	84392	5 123 ; 6 148
72	84637	84882	85127	85372	85617	85862	86107	86352	86597	86842	7 172
73	87087	87332	87577	87822	88067	88312	88557	88802	89047	89291	245 ; 8 197 ; 9 221
74	89536	89781	90026	90271	90515	90760	91005	91249	91494	91739	1 25 ; 2 49
1775	91984	92228	92473	92718	92962	93207	93451	93696	93341	94185	3 74
76	94430	94674	94919	95163	95408	95652	95897	96141	96385	96630	4 98 ; 5 123
77	96874	97119	97363	97607	97852	98096	98340	98585	98829	99073	6 147 ; 7 172
78	99318	99562	99806	25. 00050	00294	00539	00783	01027	01271	01515	8 196 ; 9 221
79	25. 01759	02004	02248	02492	02736	02980	03224	03468	03712	03956	
1780	04200	04444	04688	04932	05176	05420	05664	05908	06151	06395	
81	06639	06883	07127	07371	07614	07858	08102	08346	08599	08833	
82	09077	09321	09564	09808	10052	10295	10539	10783	11026	11270	244
83	11513	11757	12001	12244	12488	12731	12975	13218	13462	13705	1 24 ; 2 49
84	13949	14192	14435	14679	14922	15166	15409	15652	15896	16139	3 73
1785	16382	16625	16869	17112	17355	17599	17842	18085	18328	18571	4 98 ; 5 122
86	18815	19058	19301	19544	19787	20030	20273	20516	20759	21002	6 146 ; 7 171
87	21246	21489	21732	21975	2[illegible]218	22461	22703	22946	23189	23432	243 ; 8 195
88	23675	23918	24161	24404	24647	24889	25132	25375	25618	25861	9 220 ; 1 24
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
	25.										
1789	26103	26346	26589	26832	27074	27317	27560	27802	28045	28288	2 49
1790	28530	28773	29016	29258	29501	29743	29986	30228	30471	30713	3 73
91	30956	31198	31441	31683	31926	32168	32411	32653	32895	33138	4 97; 5 122
92	33380	33622	33865	34107	34349	34592	34834	35076	35318	35561	6 146; 7 170
93	35803	36045	36287	36529	36772	37014	37256	37498	37740	37982	8 194
94	38224	38466	38709	38951	39193	39435	39677	39919	40161	40403	9 219; 242
1795	40645	40886	41128	41370	41612	41854	42096	42338	42580	42822	1 24
96	43063	43305	43547	43789	44030	44272	44514	44756	44997	45239	2 48
97	45481	45722	45964	46206	46447	46689	46931	47172	47414	47655	3 73
98	47897	48138	48380	48621	48863	49104	49346	49587	49829	50070	4 97
99	50312	50553	50794	51036	51277	51519	51760	52001	52242	52484	5 121
1800	52725	52966	53208	53449	53690	53931	54172	54414	54655	54896	6 145; 7 169; 8 194
01	55137	55378	55619	55860	56102	56343	56584	56825	57066	57307	9 218
02	57548	57789	58030	58271	58512	58753	58994	59235	59475	59716	241
03	59957	60198	60439	60680	60921	61161	61402	61643	61884	62125	1 24; 2 48
04	62365	62606	62847	63987	63328	63569	63810	64050	64291	64531	3 72
1805	64772	65013	65253	65494	65734	65975	66215	66456	66696	66937	4 96; 5 121
06	67177	67418	67658	67899	68139	68380	68620	68860	69101	69341	6 145; 7 169
07	69582	69822	70062	70302	70543	70783	71023	71264	71504	71744	8 193
08	71984	72224	72465	72705	72945	73185	73425	73665	73905	74146	9 211
09	74386	74626	74866	75106	75346	75586	75826	76066	76306	76546	240
1810	76786	77026	77266	77506	77745	77985	78225	78465	78705	78945	1 24; 2 48
11	79185	79424	79664	70904	80144	80383	80623	80863	81103	81342	3 72
12	81582	81822	82061	82301	82541	82780	83020	83259	83499	83738	4 96; 5 120
13	83978	84218	84457	84697	84936	85176	85415	85655	85894	86133	6 144; 7 168
14	86373	86612	86852	87091	87330	87570	87809	88048	88288	88527	8 192
1815	88766	89006	89245	89484	89723	89963	90202	90441	90680	90919	9 216
16	91158	91398	91637	91876	92115	92354	92593	92832	93071	93310	239
17	93549	93788	94027	94266	94505	94744	94983	95222	95461	95700	1 24
18	95939	96178	96417	96655	96894	97133	97372	97611	97849	98088	2 48; 3 72
19	98327	98566	98804	99043	99282	99521	99759	99998			4 96
	26.								00237	00475	5 120; 6 143
1820	00714	00952	01191	01430	01668	01907	02145	02384	02622	02861	7 167
21	03099	03338	03576	03815	04053	04292	04530	04769	05007	05245	8 191; 9 215
22	05484	05722	05960	06199	06437	06675	06914	07152	07390	07628	
23	07867	08105	08343	08581	08820	09058	09296	09534	09772	10010	
24	10248	10486	10725	10963	11201	11439	11677	11915	12153	12391	238
1825	12629	12867	13105	13343	13580	13818	14056	14294	14532	14770	1 24
26	15008	15246	15483	15721	15959	16197	16435	16672	16910	17148	2 48
27	17385	17623	17861	18099	18336	18574	18811	19049	19287	19524	3 71; 4 95
28	19762	19999	20237	20475	20712	20950	21187	21425	21662	21900	5 119
29	22137	22374	22612	22849	23087	23324	23562	23799	24036	24274	6 143
1830	24511	24748	24986	25223	25460	25697	25935	26172	26409	26646	7 167
31											8 190
32	26883	27121	27358	27595	27832	28069	28306	28543	28781	29018	237; 9 214
33	29255	29492	29729	29966	30203	30440	30677	30914	31151	31388	1 24
	31625	31862	32098	32335	32572	32809	33046	33283	33520	33757	2 47
34											3 71
1835	33993	34230	34467	34704	34940	35177	35414	35651	35887	36124	4 95; 5 119
36	36361	36597	36834	37071	37307	37544	37780	38017	38254	38490	6 142
	38727	38963	39200	39436	39673	39909	40146	40382	40619	40855	7 166
37											8 190
38	41092	41328	41564	41801	42037	42273	42510	42746	42982	43219	9 213
39	43455	43691	43928	44164	44400	44636	44873	45109	45345	45581	
	45817	46053	46290	46526	46762	46998	47234	47470	47706	47942	
1840											
41	26.48178	48414	48650	48886	49122	49358	49594	49830	50066	50302	236
42	50538	50774	51010	51246	51481	51717	51953	52189	52425	52660	1 24
	52896	53132	53368	53604	53839	54075	54311	54546	54782	55018	2 47
43											3 71
44	55253	55489	55725	55960	56196	56431	56667	56903	57138	57374	4 94
	57609	57845	58080	58316	58551	58787	59022	59257	59493	59728	5 118; 6 142
1845	59964	60199	65434	60670	60905	61140	61376	61611	61846	62082	7 165
46	62317	62552	62787	63023	63258	63493	63728	63963	64199	64434	8 189; 9 122
47	64669	64904	65139	65374	65609	65844	66080	66315	66550	66785	235
48	67020	67255	67490	67725	67960	68195	68429	68664	68899	69134	1 24
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1849	26. 69369	69604	69839	70074	70309	70543	70778	71013	71248	71483	2 | 47
1850	71717	71952	72187	72421	72656	72891	73126	73360	73595	73830	3 | 71
51	74064	74299	74533	74768	75003	75237	75472	75706	75941	76175	4 | 94; 5 | 118
52	76410	76644	76879	77113	77348	77582	77817	78051	78285	78520	6 | 141; 7 | 165
53	78754	78989	79223	79457	79692	79926	80160	80394	80629	80863	8 | 188
54	81097	81332	81566	81800	82034	82268	82503	82737	82971	83205	9 | 212
1855	83439	83673	83907	84141	84376	84610	84844	85078	85312	85546	
56	85780	86014	86248	86482	86716	86950	87183	87417	87651	87885	234
57	88119	88353	88587	88821	89054	89288	89522	89756	89990	90223	1 | 23
58	90457	90691	90925	91158	91392	91626	91859	92093	92327	92560	2 | 47
59	92794	93028	93261	93495	93728	93962	94195	94429	94662	94896	3 | 70
1860	95129	95363	95596	95830	96063	96297	96530	96764	96997	97230	4 | 94; 5 | 117
61	97464	97697	97930	08164	98397	98630	98864	99097	99330	99564	6 | 140; 7 | 164
62	99797	00030	00263	00496	00730	00963	01196	01429	01662	01895	8 | 187; 9 | 211
63	27. 02129	02362	02595	02828	03061	03294	03527	03760	03993	04226	233; 1 | 23
64	04459	04692	04925	05158	05391	05624	05857	06090	06323	06555	2 | 47
1865	06788	07021	07254	07487	07720	07953	08185	08418	08651	08884	3 | 70
66	09116	09349	09582	09815	10047	10280	10513	10745	10978	11211	4 | 93
67	11443	11676	11908	12141	12374	12606	12839	13071	13304	13536	5 | 117; 6 | 140
68	13769	14001	14234	14466	14699	14931	15163	15396	15628	15861	7 | 163; 8 | 186
69	16093	16325	16558	16790	17022	17255	17487	17719	17952	18184	9 | 210
1870	18416	18648	18881	19113	19345	19577	19809	20041	20274	20506	
71	20738	20970	21202	21434	21666	21898	22130	22362	22594	22826	
72	23058	23290	23522	23754	23986	24218	24450	24682	24914	25146	
73	25378	25610	25841	26073	26305	26537	26769	27001	27232	27464	232; 1 | 23
74	27696	27928	28159	28391	28623	28854	29086	29318	29549	29781	2 | 46
1875	30013	30244	30476	30708	30939	31171	31402	31634	31865	32097	3 | 70; 4 | 93
76	32328	32560	32791	33023	33254	33486	33717	33949	34180	34411	5 | 116
77	34643	34874	35105	35337	35568	35799	36031	36262	36493	36725	6 | 139; 7 | 162
78	36956	37187	37418	37650	37881	38112	38343	38574	38806	39037	8 | 186
79	39268	39499	39730	39961	40192	40423	40654	40885	41116	41347	9 | 209; 231
1880	41578	41809	42040	42271	42502	42733	42964	43195	43426	43657	1 | 23
81	43888	44119	44350	44581	44811	45042	45273	45504	45735	45965	2 | 46; 3 | 69
82	46196	46427	46658	46888	47119	47350	47581	47811	48042	48273	4 | 92
83	48503	48734	48964	49195	49426	49656	49887	50117	50348	50578	5 | 116
84	50809	51039	51270	51500	51731	51961	52192	52422	52653	52883	6 | 139; 7 | 162
1885	27.53114	53344	53574	53805	54035	54265	54496	54726	54956	55187	8 | 185; 9 | 208
86	55417	55647	55877	56108	56338	56568	56798	57028	57259	57489	
87	57719	57949	58179	58409	58640	58870	59100	59330	59560	59790	
88	60020	60250	60480	60710	60940	61170	61400	61630	61860	62090	230
89	62320	62549	62779	63009	63239	63469	63699	63929	64158	64388	1 | 23
1890	64618	64848	65078	65307	65537	65767	65997	66226	66456	65686	2 | 46; 3 | 69
91	66915	67145	67375	67604	67834	68063	68293	68523	68752	68982	4 | 92
92	69211	69441	69670	69900	70129	70359	70588	70818	71047	71277	5 | 115
93	71506	71736	71965	72194	72424	72653	72882	73112	73341	73570	6 | 138; 7 | 161
94	73800	74029	74258	74488	74717	74946	75175	75405	75634	75863	8 | 184; 9 | 207
1895	76092	76321	76550	76780	77009	77238	77467	77696	77925	78154	229
96	78383	78612	78841	79070	79299	79528	79757	79986	80215	80444	1 | 23
97	80673	80902	81131	81360	81589	81818	82047	82276	82504	82733	2 | 46; 3 | 69
98	82962	83191	83420	83648	83877	84106	84335	84564	84792	85021	4 | 92
99	85250	85478	85707	85936	86164	86393	86622	86850	87079	87307	5 | 115; 6 | 137
1900	87536	87765	87993	88222	88450	88679	88907	89136	89364	89593	7 | 160
01	89821	90050	90278	90506	90735	90963	91192	91420	91648	91877	8 | 183
02	92105	92333	92562	92790	93018	93247	93475	93703	93931	94160	9 | 206
03	94388	94616	94844	95072	95801	95529	95757	95985	96213	96441	
04	96669	96898	97126	97354	97582	97810	98038	98266	98494	98722	
1905	98950	99178	99406	99634	99862	00090	00317	00345	00773	01001	228; 1 | 23
06	28. 01229	01457	01685	01912	02140	02368	02596	02824	03051	03279	2 | 46
07	03507	03735	03962	04190	04418	04645	04873	05101	05328	05556	3 | 68
08	05784	06011	06239	06467	06694	06222	07149	07377	07604	07832	4 | 91
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1909	28.08059	08287	08514	08742	08969	09197	09424	09651	09879	10106	5 | 114
1910	10334	10561	10788	11016	11243	11470	11698	11925	12152	12380	6 | 137
11	12607	12834	13061	13289	13516	13743	13970	14197	14425	14652	7 | 160 8 | 182 9 | 205
12	14879	15106	15333	15560	15787	16014	16242	16469	16696	16923	
13	17150	17377	17604	17831	18058	18285	18512	18739	18966	19192	227
14	19419	19646	19873	20100	20327	20554	20781	21007	21234	21461	1 | 23 2 | 45
1915	21688	21915	22141	22368	22595	22822	23048	23275	23502	23728	3 | 68
16	23955	24182	24408	24635	24862	25088	25315	25541	25768	25995	4 | 91 5 | 114
17	26221	26448	26674	26901	27127	27354	27580	27807	28033	28260	6 | 136
18	28486	28712	28939	29165	29392	29618	29844	30071	30297	30523	7 | 159
19	30750	30976	31202	31429	31655	31881	32107	32334	32560	32786	8 | 182
1920	33012	33238	33465	33691	33917	34143	34369	34595	34821	35048	9 | 204
21	35274	35500	35726	35952	36178	36404	36630	36856	37082	37308	
22	37534	37760	37986	38212	38438	38663	38889	39115	39341	39567	
23	39793	40019	40245	40470	40696	40922	41148	41373	41599	41825	226
24	42051	42276	42502	42728	42953	43179	43405	43630	43856	44082	1 | 23 2 | 45
1925	44307	44533	44759	44984	45210	45435	45661	45886	46112	46337	3 | 68
26	46563	46788	47014	47239	47465	47690	47916	48141	48366	48592	4 | 90 5 | 113
27	48817	49043	49268	49493	49719	49944	50169	50394	50620	50845	6 | 136
28	51070	51296	51521	51746	51971	52196	52422	52647	52872	53097	7 | 158 8 | 181
29	53322	53547	53773	53998	54223	54448	54673	54898	55123	55348	9 | 203
1930	55573	55798	56023	56248	56473	56698	56923	57148	57373	57598	
31	57823	58048	58273	58497	58722	58947	59172	59397	59622	59846	225
32	60071	60296	60521	60746	60970	61195	61420	61644	61869	62094	1 | 23 2 | 45
33	62319	62543	62768	62993	63217	63442	63666	63891	64116	64340	3 | 68
34	64565	64789	65014	65238	65463	65687	65912	66136	66361	66585	4 | 90
1935	66810	67034	67259	67483	67707	67932	68156	68381	68605	68829	5 | 143 6 | 135
36	28.69054	69278	69502	69726	69951	70175	70399	70624	70848	71072	7 | 158 8 | 180
37	71296	71520	71745	71969	72193	72417	72641	72865	73090	73314	9 | 203
38	73538	73762	73986	74210	74434	74658	74882	75106	75330	75554	
39	75778	76002	76226	76450	76674	76898	77122	77346	77570	77793	
1940	78017	78241	78465	78689	78913	79136	79360	79584	79808	80032	224
41	80255	80479	80703	80927	81150	81374	81598	81821	82045	82269	1 | 22
42	82492	82716	82939	83163	83387	83610	83834	84057	84281	84504	2 | 45
43	84728	84952	85175	85399	85622	85845	86069	86292	86516	86739	3 | 67
44	86963	87186	87409	87633	87856	88079	88303	88526	88749	88973	4 | 90 5 | 112
1945	89196	89419	89643	89866	90089	90312	90536	90759	90982	91205	6 | 134 7 | 157
46	91428	91652	91875	92098	92321	92544	92767	92990	93213	93436	8 | 179
47	93660	93883	94106	94329	94552	94775	94998	95221	95444	95667	9 | 202
48	95890	96112	96335	96558	96781	97004	97227	97450	97673	97896	
49	98118	98341	98564	98787	99010	99232	99455	99678	99901		223
1950	29.00346	00569	00792	01014	01237	01460	01682	01905	02127	00123 02350	1 | 22 2 | 45
51	02573	02795	03018	03240	03463	03686	03908	04131	04353	04576	3 | 67 4 | 89
52	04798	05021	05243	05466	05688	05910	06133	06355	06578	06800	5 | 112
53	07022	07245	07467	07690	07912	08134	08356	08579	08801	09023	6 | 134 7 | 156
54	09246	09468	09690	09912	10135	10357	10579	10801	11023	11245	8 | 178 9 | 201
1955	11468	11690	11912	12134	12356	12578	12800	13022	13244	13466	
56	13689	13911	14133	14355	14577	14799	15020	15242	15464	15686	
57	15908	16130	16352	16574	16796	17018	17240	17461	17683	17905	
58	18127	18349	18570	18792	19014	19236	19458	19679	19901	20123	222
59	20344	20566	20788	21009	21231	21453	21674	21896	22118	22339	1 | 22
1960	22561	22782	23004	23225	23447	23668	23890	24111	24333	24554	2 | 44 3 | 67
61	24776	24997	25219	25440	25662	25883	26105	26326	26547	26769	4 | 89
62	26990	27211	27433	27654	27875	28097	28318	28539	28760	28982	5 | 111 6 | 133
63	29.29203	29424	29645	29867	30088	30309	30530	30751	30973	31194	7 | 155 8 | 178
64	31415	31636	31857	32078	32299	32520	32741	32962	33183	33405	9 | 200
1965	33626	33847	34068	34289	34510	34730	34951	35172	35393	35614	
66	35835	36056	36277	36498	36719	36940	37160	37381	37602	37823	221
67	38044	38264	38485	38706	38927	39147	39368	39589	39810	40030	1 | 22 2 | 44
68	40251	40472	40692	40913	41134	41354	41575	41795	42016	42237	3 | 66 4 | 88
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1969	29.42457	42678	42898	43119	43339	43560	43780	44001	44221	44442	5 111
1970	44662	44883	45103	45324	45544	45764	45985	46205	46426	46646	6 133
71	46866	47087	47307	47527	47748	47968	48188	48408	48629	48849	7 155 8 177
72	49069	49289	49510	49730	49950	50170	50390	50610	50831	51051	9 199
73	51271	51491	51711	51931	52151	52371	52591	52811	53031	53251	220
74	53471	53691	53911	54131	54351	54571	54791	55011	55231	55451	1 22
1975	55671	55891	56111	56331	56550	56770	56990	57210	57430	57650	2 44 3 66
76	57869	58089	58309	58529	58748	58968	59188	59408	59627	59847	4 88
77	60067	60286	60506	60726	60945	61165	61385	61604	61824	62043	5 110
78	62263	62482	62702	62922	63141	63361	63580	63800	64019	64238	6 132
79	64458	64677	64897	65116	65336	65555	65774	65994	66213	66433	7 154
1980	66652	66871	67091	67310	67529	67748	67968	68187	68406	68626	8 176 9 198
81	68845	69064	69283	69502	69722	69941	70160	70379	70598	70817	
82	71037	71256	71475	71694	71913	72132	72351	72570	72789	73008	
83	73227	73446	73665	73884	74103	74322	74541	74760	74979	75198	219
84	75417	75636	75854	76073	76292	76511	76730	76949	77168	77386	1 22 2 44
1985	77605	77824	78043	78261	78480	78699	78918	79136	79355	79574	3 66
86	79792	80011	80230	80448	80667	80886	81104	81323	81542	81760	4 88
87	81979	82197	82416	82634	82853	83071	83290	83508	83727	83945	5 110 6 131
88	84164	84382	84601	84819	85038	85256	85474	85693	85911	86129	7 153
89	86348	86566	86785	87003	87221	87439	87658	87876	88094	88313	8 175 9 197
1890	88531	88749	88967	89185	89404	89622	89840	90058	90276	90494	
91	90713	90931	91149	91367	91585	91803	92021	92239	92457	92675	218
92	92893	93111	93329	93547	93765	93983	94201	94419	94637	94855	1 22
93	95073	95291	95509	95727	95945	96162	96380	96598	96816	97034	2 44 3 65
94	97252	97469	97687	97905	98123	98340	98558	98776	98994	99211	4 87
1995	99429	99647	99864	00082	00300	00517	00735	00953	01170	01388	5 109 6 131
96	30. 01605	01823	02041	02258	02476	02693	02911	03128	03346	03563	7 153 8 174
97	03781	03998	04216	04433	04650	04868	05085	05303	05520	05737	9 196
98	05955	06172	06390	06607	06824	07042	07259	07476	07693	07911	
99	08128	08345	08562	08780	08997	09214	09431	09648	09866	10083	
2000	10300	10517	10734	10951	11168	11386	11603	11820	12037	12254	
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

46. TABLAS de las circunferencias y superficies de círculos, y de los cuadrados, cubos, raices cuadradas y raices cúbicas de los números, desde 1 á 1000.

Números ó diámetros.	Cicunferencia.	Circulo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz Cuadrada.	Raiz cúbica.	Números ó diámetros.	Circunferencia.	Circulo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.
1	3,14	0,78	1	1	1,000	1,000	61	191,63	2922,46	3721	226981	7,810	3,936
2	6,28	3,14	4	8	1,414	1,259	62	194,77	3019,07	3844	238328	7,874	3,957
3	9,42	7,07	9	27	1,732	1,442	63	197,92	3117,24	3969	250047	7,937	3,979
4	12,57	12,57	16	64	2,000	1,587	64	201,06	3216,99	4096	262144	8,000	4,000
5	15,71	19,63	25	125	2,236	1,709	65	204,20	3318,30	4225	274625	8,062	4,020
6	18,85	28,27	36	216	2,449	1,817	66	207,34	3421,18	4356	287496	8,124	4,041
7	21,99	38,48	49	343	2,645	1,912	67	210,48	3525,65	4489	300763	8,185	4,061
8	25,13	50,26	64	512	2,828	2,000	68	213,62	3631,68	4624	314432	8,246	4,081
9	28,27	63,61	81	729	3,000	2,080	69	216,77	3739,28	4761	328509	8,306	4,101
10	31,41	78,54	100	1000	3,162	2,154	70	219,91	3848,45	4900	343000	8,366	4,121
11	34,55	95,03	121	1331	3,316	2,223	71	223,50	3959,19	5041	357911	8,426	4,140
12	37,69	113,09	144	1728	3,464	2,289	72	226,19	4071,50	5184	373248	8,485	4,160
13	40,84	132,73	169	2197	3,605	2,351	73	229,33	4185,38	5329	389017	8,544	4,179
14	43,98	153,93	196	2744	3,741	2,410	74	232,47	4300,84	5476	405224	8,602	4,198
15	47,12	176,71	225	3375	3,872	2,466	75	235,61	4417,86	5625	421875	8,660	4,217
16	50,26	201,06	256	4096	4,000	2,519	76	238,76	4536,45	5776	438976	8,717	4,235
17	53,40	226,98	289	4913	4,123	2.571	77	241,90	4656.62	5929	456533	8,774	4,254
18	56,54	254,46	324	5832	4,242	2,620	78	245,04	4778,36	6084	474552	8,831	4,272
19	59,69	283,52	361	6859	4,358	2,668	79	248,18	4901,66	6241	493039	8,888	4,290
20	62,83	314,15	400	8000	4,472	2,714	80	251,32	5026,54	6400	512000	8,944	4,308
21	65,97	346,36	441	19261	4,582	2,758	81	254,46	5153,00	6561	531441	9,000	4,326
22	69,11	380,13	484	10648	4,690	2,802	82	257,61	5281,01	6724	551368	9,055	4,344
23	72,25	415,47	529	12167	4,795	2,843	83	260,75	5410,59	6889	571787	9,110	4,362
24	75,39	452,38	576	13824	4,898	2,884	84	263,89	5541,77	7089	592704	9,165	4,379
25	78,54	490,87	625	15625	5,000	2,924	85	267,03	5674,50	7225	614125	9,219	4,396
26	81,68	530,93	676	17576	5.099	2.962	86	270,17	5808,80	7396	636056	9,273	4,414
27	84,82	572,55	729	19683	5,196	3,000	87	273,31	5944,67	7569	658503	9,327	4,431
28	87,96	615,75	784	21952	5.291	3,036	88	276,46	6082,11	7744	681472	9,380	4,447
29	91,10	660,52	841	24389	5,385	3,072	89	279,60	6221,13	7921	704969	9,433	4,464
30	94,24	706,85	900	27000	5,477	3,107	90	282,74	6361,72	8100	729000	9,486	4,481
31	97,38	754,79	961	29791	5,567	3,141	91	285,88	6503,87	8281	753571	9,539	4,497
32	100,53	804,24	1024	32768	5,656	3,174	92	289,02	6647,61	8464	778688	9,591	4,514
33	103,67	855.29	1089	35937	5,744	3,207	93	292,16	6792,90	8649	804357	9,643	4,530
34	106,81	907,92	1156	36304	5,830	3,239	94	295,31	6939,78	8836	830584	9,695	4,546
35	109,95	962,11	1225	42875	5.916	3,271	95	298,45	7088,21	9025	857375	9,746	4,562
36	113,09	1017,87	1296	46656	6,000	3,301	96	301,59	7238,23	9216	884736	9,797	4,578
37	116,23	1075,21	1369	50653	6,082	3,332	97	304,73	7389,81	9409	912673	9,848	4,594
38	119,38	1134,11	1444	54872	6,164	3,361	98	307,87	7542,96	9604	941192	9,899	4,610
39	122,52	1194,59	1521	59319	6,244	3,391	99	311,01	7697,68	9801	970299	9,949	4,626
40	125,66	1256,63	1600	64000	6,324	3,419	100	314,15	7853,97	10000	1000000	10,000	4,641
41	128,80	1320,25	1681	68921	6,403	3,448	101	317,30	8011,86	10201	1030301	10,049	4,657
42	131,94	1385,44	1764	74088	6,480	3,476	102	320,44	8171,30	10404	1061208	10,099	4,672
43	135,08	1452,20	1849	79507	6,557	3,503	103	323,58	8332,30	10609	1092727	10,148	4,687
44	138,23	1520,52	1936	85184	6,633	3,530	104	326,72	8494,88	10816	1124864	10,198	4,702
45	141.37	1590,43	2025	91125	6,708	3,556	105	329,86	8659,03	11025	1157625	10,246	4,717
46	144,51	1661,90	2116	97336	6,782	3,583	106	333,00	8824,75	11236	1191016	10,295	4,732
47	147,65	1734,94	2209	103823	6,855	3,608	107	336,15	8992,04	11449	1225043	10,344	4,747
48	150,79	1809,55	2304	110592	6,928	3,634	108	339,29	9160,90	11664	1259712	10,392	4,762
49	153,93	1885,74	2401	117649	7.000	3,659	109	342,43	9331,33	11881	1295029	10,440	4,776
50	157,08	1963,49	2500	125000	7,071	3,684	110	345,57	9503,34	12100	1331000	10,488	4,791
51	160,22	2042,82	2601	132651	7.141	3,708	111	348,71	9676,91	12321	1367631	10,535	4,805
52	163,36	2123,71	2704	140608	7,211	3,732	112	351,85	9852,05	12544	1404928	10,583	4,820
53	166,50	2206,18	2809	148877	7.280	3,756	113	355,01	10028,77	12769	1442897	10,630	4,834
54	169,64	2290,21	2916	157464	7,348	3,779	114	358,14	10207,05	12996	1481544	10,677	4,848
55	172,78	2375,82	3025	166375	7,416	3,802	115	361,28	10386,91	13225	1520875	10,723	4,862
56	175,92	2463,01	3136	175616	7,483	3,825	116	364,42	10568,34	13456	1560896	10,770	4,876
57	179,07	2551,75	3249	185193	7.549	3,848	117	367,56	10751,34	13689	1601613	10,816	4,890
58	182,21	2642,08	3364	195112	7,615	3,870	118	370,70	10935,90	13924	1643032	10,862	4,904
59	185,35	2733,97	3481	205379	7,681	3,892	119	373,85	11122,04	14161	1685159	10,908	4,918
60	188,49	2827,43	3600	216000	7,745	3,914	120	376,99	11309,76	14400	1728000	10,954	4,932

Números ó diámetros.	Circunferencia.	Circulo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.	Números ó diámetros.	Circunferencia.	Circulo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.
121	380,13	11499	14641	1771561	11,000	4,946	191	600,04	28652	36481	6967871	13,820	5,758
122	383,27	11689	14884	1815848	11,045	4.959	192	603,18	28952	36864	7077888	13,856	5,768
123	386,41	11882	15129	1860867	11,090	4.973	193	606,32	29255	37249	7189057	13,892	5,778
124	389,55	12076	15376	1906624	11,135	4,986	194	609,47	29559	37636	7301384	13,928	5,788
125	392,70	12271	15625	1953125	11,180	5,000	195	612,61	29864	38025	7414875	13,964	5,798
126	395,84	12469	15876	2000376	11,224	5,013	196	615,75	30171	38410	7429536	14,000	5,808
127	398,98	12667	16129	2048383	11,269	5,026	197	618,89	30480	38809	7645373	14,035	5,818
128	402,12	12867	16384	2097152	11,313	5,039	198	622.03	30790	39204	7762392	14,071	5,828
129	405,26	13069	16641	2146689	11,357	5,052	199	625,17	31102	39601	7880599	14,106	5,838
130	408,41	13273	16900	2197000	11,401	5,065	200	628,32	31416	40000	8000000	14,142	5,848
131	411,54	13478	17161	2248091	11,445	5,078	201	631,46	31730	40401	8120601	14,177	5,857
132	414,69	13684	17424	2299968	11,489	5,091	202	634,60	32047	40804	8242408	14,212	5,867
133	417,83	13892	17689	2352637	11,532	5,104	203	637,74	32365	41209	8365427	14,247	5,877
134	420,97	14102	17956	2406104	11,575	5,117	204	640,88	32685	41616	8489664	14,282	5,886
135	424,11	14313	18225	2460375	11,618	5,129	205	644,02	33006	42025	8615125	14,317	5,896
136	427,25	14526	18496	2515456	11,661	5,142	206	647,16	33329	42436	8741816	14,352	5,905
137	430,39	14741	18769	2571353	11,704	5,155	207	650,31	33653	42849	8869643	14,387	5,915
138	433,54	14957	19044	2620872	11.747	5,167	208	653,45	32979	43264	8998912	14,422	5,924
139	436,68	15174	19321	2685619	11,789	5,180	209	656,59	34307	43681	9123329	14,456	5,934
140	439,82	15393	19600	2744000	11,832	5,192	210	659,73	34636	44100	9261000	14,491	5.943
141	442,96	15614	19881	2803221	11,874	5,204	211	662,87	34966	44521	9393931	14,525	5,953
142	446,10	15836	20164	2863288	11,916	5,217	212	666,01	35299	44944	9528128	14,560	5,962
143	449,24	16060	20449	2924207	11,958	5,229	213	669,16	35632	45369	9663597	14,594	5,972
144	452,39	16286	20736	2985984	12,000	5,241	214	672,30	35968	45796	9800344	14,628	5,981
145	255,53	16513	21025	3048625	12,041	5,253	215	675,44	36305	46225	9938375	14,662	5,990
146	458,67	16741	21316	3112136	12,083	5,265	216	678,58	36643	46656	10077696	14,696	6,000
147	461,81	16971	21609	3176523	12,124	5.277	217	681,72	36983	47089	10218313	14,730	6,009
148	464,95	17203	21904	3241792	12,165	5,289	218	684,86	37325	47524	10360232	14,764	6.018
149	468,09	17436	22201	3307949	12,206	5,301	219	688,01	37668	47961	10503459	14,798	6,027
150	471,24	17671	22500	3375000	12,247	5,313	220	691,15	38013	48400	10648000	14,832	6,036
151	474,38	17907	22801	3442951	12,288	5,325	221	694,29	38359	48841	10793891	14,866	6,045
152	477,52	18145	23104	3511808	12,328	5,336	222	697,43	38707	49284	10941048	14,899	6,055
153	480,66	18385	23409	3581577	12,369	5,348	223	700,57	39057	49729	11089567	14,933	6,064
154	483,80	18626	23716	3652264	12,409	5,360	224	763,71	39408	50176	11239424	14.966	6,073
155	486,94	18869	24025	3723875	12,449	5,371	225	706,86	39760	50625	11390625	15,000	6,082
156	490.08	19113	24336	3796416	12,489	5.383	226	710,00	40115	51076	11543176	15,033	6,091
157	493,23	19359	24649	3869893	12,529	5,394	227	713,14	40470	51529	11697083	15,066	6,100
158	496,37	19606	24964	3944312	12,569	5.406	228	716,28	40828	51984	11852352	15,099	6,109
159	499,51	19855	25281	4019679	12,609	5,417	229	719,42	41187	52441	12008989	15,132	6,118
160	502,65	20106	25600	4096000	12,649	5,428	230	722,56	41547	52900	12167000	15,165	6,126
161	505,79	20358	25921	4173281	12,688	5,440	231	725,70	41909	53361	12326301	15,198	6,135
162	508.93	20612	26244	4251528	12,727	5,451	232	728,85	42273	53824	12487168	15,231	6,144
163	512,08	20867	26569	4330747	12,767	5,462	233	731,99	42638	54289	12649337	15,264	6,153
164	515,22	21124	26896	4410944	12,806	5,473	234	735,13	43005	54756	12812904	15,297	6,162
165	518,36	21382	27225	4492125	12,845	5,484	235	738,27	43373	55225	12977875	15,329	6,171
166	521,50	21642	27556	4574296	12,884	5,495	236	741,41	43743	55696	13144256	15,362	6,179
167	524,64	21904	27889	4657463	12,922	5,506	237	744,55	44115	56169	13312053	15,394	6,188
168	527,78	22197	28224	4741632	12,961	5,517	238	747,70	44488	56644	13481262	15,427	6,197
169	530,93	22431	28561	4826809	13,000	5,528	239	750,84	44862	57121	13651919	15,459	6,205
170	534,07	22698	28900	4913000	13,038	5.539	240	753,98	45239	57600	13824000	15,491	6,214
171	537,31	22965	29241	5000211	13,076	5,550	241	757,12	45616	58081	13997521	15,524	6,223
172	540,35	23235	29584	5088448	13,114	5,561	242	760,26	45996	58564	14172488	15,556	6,231
173	543,49	23506	29929	5167717	13,152	5,572	243	763,40	46377	59049	14348907	15,588	6,240
174	546,64	23778	30276	5268024	13,190	5,582	244	766,55	46759	59536	14526784	15,620	6,248
175	549,78	24052	30625	5359375	13,228	5,593	245	769,69	47143	60025	14706125	15,652	6,257
176	552,92	24328	30976	5451776	13,266	5,604	246	772,83	47529	60516	14886936	15,684	6,265
177	556,06	24605	31329	5545233	13,304	5,614	247	775,97	47916	61009	15069223	15,716	6,274
178	559,20	24884	31684	5639752	13,341	5,625	248	779,11	48305	61504	15252992	15.748	6,282
179	562,34	25165	32041	5735339	13,379	5,635	249	782,25	48695	62001	15438249	15,779	6,291
180	565.48	25446	32400	5832000	13.416	5,646	250	785,40	49087	62500	15625000	15,811	6,299
181	568,62	25730	32761	5929741	13,453	5;656	251	788,54	49481	63001	15813251	15,842	6.307
182	571,77	26015	33124	6028568	13,490	5,667	252	791,68	49876	63504	16003008	15,874	6,316
183	574.91	26302	33489	6128487	13,457	5,677	253	794,82	50272	64009	16194277	15,905	6,324
184	578,05	26590	33856	6229504	13,564	5,687	254	797,96	50670	64516	16387064	15,937	6,333
185	581,19	26880	34225	6331625	13,601	5,698	255	801,10	51070	65025	16581375	15,968	6,341
186	584,33	27171	34596	6434856	13,638	5,708	256	804,24	51471	65536	16777216	16,000	6,349
187	587,47	27464	34969	6539203	13,674	5,718	257	807.39	51874	66049	16974593	16,031	6,357
188	590.62	27759	35344	6644672	13,711	5,728	258	810.55	52279	66564	17173512	16,062	6,366
189	593,76	28055	35721	6751269	13,747	5,738	259	813,67	52685	67081	17373979	16.093	6,374
190	596,90	28352	36100	6859000	13,784	5,748	260	816,81	53093	67600	17576000	16,124	6,382

Números ó diámetros.	Circunferencia.	Círculo πr^2	Cuadrado.	Cubo.	Raiz Cuadrada.	Raiz cúbica.	Números ó diámetros.	Circunferencia.	Círculo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.
261	819,97	53502	68121	17770581	16,155	6,390	331	1039,86	86049	109561	36264691	18,193	6,917
262	823,09	53912	68644	17984728	16,186	6,398	332	1043,01	86569	110224	36594368	18,221	6,924
263	826,24	54325	69169	18191447	16,217	6,406	333	1046,15	87092	110889	36926037	18,248	6,931
264	829,38	54739	69696	18399744	16,248	6,415	334	1049,29	87616	111556	37259704	18,276	6,938
265	832,52	55154	70225	18609625	16,278	6,423	335	1052,43	88141	112225	37595375	18,303	6,945
266	835,66	55571	70756	18821096	16,309	6,431	336	1055,57	88668	112896	37933056	18.330	6,952
267	838,80	55990	71289	19034163	16,340	6,439	337	1058,71	89197	113569	38272753	18.357	6,959
268	841,94	56410	71824	19248832	16,370	6,447	338	1061,86	89727	114244	38614472	18,385	6,966
269	845 09	56832	72361	19465109	16,401	6,455	339	1065,00	90258	114921	38958219	18,412	6,973
270	848,23	57255	72900	19683000	16,431	6,463	340	1068,14	90792	115600	39304000	18,439	6,979
271	851,37	57680	73441	19902511	16,462	6,471	341	1071,28	91327	116281	39651821	18,466	6,986
272	854,51	58107	73984	20123648	16,492	6,479	342	1074,42	91863	116964	40001688	18,493	6,993
273	857,65	58535	74529	20346417	16,522	6,487	343	1077,56	92401	117649	40353607	18,520	7,000
274	860,79	58964	75076	20570824	16,552	6,495	344	1080,71	92941	118336	40707584	18,547	7,007
275	863,94	59395	75625	20796875	16,583	6,502	345	1083,85	93482	119025	41063625	18,574	7,014
276	867,08	59828	76176	21024576	16,613	6,510	346	1086,99	94024	119716	41421736	18;601	7,020
277	870,22	60262	76729	21253933	16,643	6,518	347	1090,13	94569	120409	41781923	18,628	7,027
278	873,36	60698	77284	21484952	16,673	6,526	348	1093,27	95115	121104	42144192	18,655	7,034
279	876,50	61136	77841	21717639	16,703	6,534	349	1096,41	95662	121801	42508549	18,681	7,040
280	879,64	61575	78400	21952000	16,733	6,542	350	1099,56	96211	122500	42875000	18,708	7,047
281	882,78	62015	78961	22188041	16,763	6,549	351	1102,70	96762	123201	43243551	18,735	7.054
282	885,93	62458	79524	22425768	16,792	6,557	352	1105,84	97814	123904	43614208	18,762	7,061
283	889,07	62901	80089	22665187	16,822	6,565	353	1108,98	97867	124609	43986977	18,788	7,067
284	892,21	63347	80656	22906304	16,852	6,573	354	1112,22	98423	125316	44361864	18,815	7,074
285	895,35	63794	81225	23149125	16,881	6,580	355	1115,26	98980	126025	44738875	18,842	7 081
286	898,49	64242	81796	23393656	16,911	6,588	356	1118,40	99538	126736	45118016	18,868	7,087
287	901,63	64692	82369	23639903	16,941	6,596	357	1121,55	100098	127449	45499293	18,894	7,094
288	904,78	65144	82944	23887872	16,970	6,603	358	1124,69	100660	128164	45882712	18,921	7,101
289	907,92	65597	83521	24137569	17,000	6,611	359	1127,83	101223	128881	46268279	18,947	7,107
290	911,06	66052	84100	24389000	17,029	6,619	360	1130,97	101787	129600	46656000	18,974	7,114
291	914,20	66508	84681	24642171	17,059	6.627	361	1134,11	102354	130321	47045881	19,000	7,120
292	917,31	66966	85264	24897088	17,088	6.634	362	1137,25	102921	131044	47437928	19,026	7,127
293	920,48	67425	85849	25153757	17,117	6,642	363	1140,40	103491	131769	47832147	19,052	7,133
294	923,63	67886	86436	25412184	17,146	6,649	364	1143,54	104062	132496	48228544	19,079	7,140
295	926,77	68349	87025	25672375	17,176	6,657	365	1146,68	104634	133225	48627125	19,105	7,146
296	929,91	68813	87616	25934336	17,205	6,664	366	1149,82	105209	133956	49027896	19,131	7,153
297	933,05	69279	88209	26198073	17,234	6,672	367	1152,96	105784	134689	49430863	19,157	7,159
298	936,19	69746	88804	26463592	17,263	6,679	368	1156,10	106362	135424	49836032	19,183	7,166
299	939,33	70215	89401	26730899	17,292	6,687	369	1159,25	106940	136161	50243409	19,209	7,172
300	942,48	70686	90000	27000000	17,320	6,694	370	1162,39	107521	136900	50653000	19,235	7,179
301	945,62	71158	90601	27270901	17,349	6,702	371	1165,53	108103	137641	51064811	19,261	7,185
302	948,76	71631	91204	27543608	17,378	6,709	372	1168,67	108686	138384	51478848	19,287	7,192
303	951,90	72106	91809	27818127	17,407	6,717	373	1171,81	109271	139129	51895117	19,313	7,198
304	955,04	72583	92416	28094464	17,436	6,724	374	1174,95	109858	139876	52313624	19.339	7,205
305	958.18	73061	93025	28372625	17,464	6,731	375	1178,10	110446	140625	52374375	19,365	7,211
306	961,32	73541	93636	28652616	17,493	6,739	376	1181,24	111036	141376	53157370	19,391	7,218
307	964,47	74022	94249	28934443	17,521	6,746	377	1184,38	111628	142129	53582633	19,416	7,224
308	967,61	74506	94864	29218112	17,549	6,753	378	1187,52	112221	142884	54010152	19,442	7,230
309	970,75	74990	95481	29503629	17,578	6,761	379	1190,66	112815	143641	54439939	19,468	7,237
310	973,89	75476	96100	29791000	17,607	6,768	380	1193,80	113411	144400	54872000	19,493	7,243
311	977,03	75964	96721	30089231	17,635	6.775	381	1196,94	114009	145161	55306341	19,519	7,249
312	980,17	76453	97344	.30371328	17,663	6,782	382	1200,09	114608	145924	55742968	19,545	7,256
313	983,32	76944	97969	30664297	17,692	6,789	383	1203,23	115209	146689	56181887	19,570	7,262
314	986,45	77437	98596	30959144	17,720	6,797	384	1206,37	115811	147456	56623104	19,596	7,268
315	989,60	77931	99225	31255875	17,748	6.804	385	1209,51	116415	148225	57066625	19,621	7,275
316	992,74	78426	99856	31554496	17,776	6,811	386	1212,65	117021	148996	57512456	19,647	7,281
317	995.88	78924	100489	31855013	17,804	6,818	387	1215,79	117628	149769	57960603	19,672	7,287
318	999,02	79422	101124	32157432	17,832	6.826	388	1218,94	118237	150544	58411072	19,698	7,294
319	1002,17	79923	101761	32461759	17,860	6.833	389	1222,08	118847	151321	58863869	19,723	7,299
320	1005,31	80424	102400	32768000	17,888	6,839	390	1225,22	119459	152100	59319000	19,748	7 306
321	1008,45	80928	103041	33076161	17,916	6,847	391	1228,36	120072	152881	59776471	19°774	7,312
322	1011,59	81433	103684	33386248	17,944	6,854	392	1231,50	120687	153664	60236288	19,799	7,319
323	1014,73	81939	104325	33698267	17,972	6,861	393	1234,64	121304	154449	60698457	19,824	7.325
324	1017,88	82448	104976	34012224	18,000	6,868	394	1237,79	121922	155236	61162984	19,849	7,331
325	1021,02	82957	105625	34328125	18,028	6,875	395	1240 93	122542	156025	61629875	19,875	7,337
326	1024.16	83469	106276	34645976	18,055	6,882	396	1244,07	123163	156816	62099136	19.899	7,343
327	1027,30	83982	106929	34965783	18,083	6,889	397	1247,21	123786	157609	62570773	19,925	7.349
328	1030,44	84496	107584	35287552	18,111	6,896	398	1250,35	124410	158404	63044792	19,949	7,356
329	1033,58	85012	108241	35611289	18,138	6,903	399	1253,49	125036	159201	63521199	19,975	7,362
330	1036,72	85530	108900	35937000	18,106	6.910	400	1256,64	125664	160000	64000000	20,000	7,368

Números ó diámetros.	Circunferencia.	Circulo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.	Números ó diámetros.	Circunferencia.	Circulo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cubica.
401	1259,78	126293	160801	64481201	20,025	7,374	471	1479,69	174233	221841	104487111	21,702	7,780
402	1262,92	126923	161604	64964808	20,049	7,380	472	1482,83	174974	222784	105154048	21,725	7,786
403	1266,06	127556	162409	65450827	20,075	7,386	473	1485,97	175716	223729	105823817	21,749	7,791
404	1269,20	128189	163216	65939264	20,099	7,392	474	1489,11	176460	224676	106496424	21,771	7,797
405	1272,34	128825	164025	66430125	20,125	7,399	475	1492,26	177205	225625	107171875	21,794	7'802
406	1275,48	129462	164836	66923416	20.149	7,405	476	1495,40	177952	226576	107850176	21,817	7,808
407	1278,63	130100	165649	67419143	20,174	7,411	477	1498,54	178701	227529	108531333	21.840	7,813
408	1281,77	130740	166464	67911312	20,199	7,417	478	1501,68	179451	228484	109215352	21.863	7,819
409	1284,91	1313·2	167281	68417929	20.224	7,422	479	1504,82	180202	229441	109902239	21,886	7,824
410	1288,05	132025	168100	68921000	20.248	7,429	480	1507,96	180956	230400	110592000	21,909	7,830
411	1291,19	132670	168921	69426531	20,273	7,434	481	1511,10	181710	231361	111284641	21,932	7,835
412	1294,34	133316	169744	69934528	20,298	7,441	482	1514,25	182467	232324	111980168	21,954	7,840
413	1297,48	133964	170569	70444997	20,322	7,447	483	1517,39	183225	233289	112678587	21,977	7,846
414	1300,62	134614	171396	70957944	20 347	7,453	484	1520,53	183984	234256	113379904	22,000	7,851
415	1303,76	135265	172225	71473375	20,371	7,459	485	1523,67	184745	235225	114084125	22,023	7,857
416	1306,90	135918	173056	71991296	20,396	7,465	486	1526,81	185508	236196	114791256	22,045	7,862
417	1310,04	136572	173889	72511713	20,421	7,471	487	1529,95	186272	237169	115501303	22,069	7,868
418	1313,18	137228	174724	73034632	20,445	7,477	488	1533,10	187038	238144	116214272	22,091	7,873
419	1316,32	137885	175561	73560059	20,469	7.483	489	1536,24	187805	239121	116936169	22.113	7,878
420	1319,47	138544	176400	74088000	20,494	7.489	490	1539,38	188574	240100	117649000	22,136	7,884
421	1322,61	139205	177241	74618461	20,518	7,495	491	1542,52	189345	241081	118370771	22,158	7,889
422	1325,75	139867	178084	75151448	20,543	7,501	492	1545,66	190117	242064	119095488	22,181	7,894
423	1328,89	140530	178929	75686967	20,567	7.507	493	1548,80	190890	243049	119823157	22,204	7,899
424	1332,03	141196	179776	76225024	20,591	7,513	494	1551,95	191665	244036	120553784	22,226	7,905
425	1335,18	141862	180625	76765625	20,615	7,518	495	1555,09	192442	245025	121287375	22,248	7,910
426	1338,32	142531	181476	77308776	20,639	7,524	496	1558,23	193220	246016	122023936	22,271	7,915
427	1341,46	143201	182329	77854483	20,664	7,530	497	1561,37	194000	247009	122763473	22.293	7,921
428	1344,60	143872	183184	78402752	20,688	7,536	498	1564,51	194782	248004	123505992	22.316	7,926
429	1347,74	144545	184041	78953589	20,712	7.542	499	1567,65	195565	249001	124251499	22.338	7,932
430	1350,88	145220	184900	79507000	20,736	7.548	500	1570,80	196350	250000	125000000	22,361	7,937
431	1354,02	145896	185761	80062991	20,760	7,554	501	1573,94	197136	251001	125751501	22,383	7,942
432	1357,17	146574	186624	80621568	20,785	7,559	502	1577,08	197923	252004	126506008	22,405	7,947
433	1360,32	147253	187489	81182737	20,809	7,565	503	1580,22	198713	253009	127263527	22,428	7'953
434	1363,45	147934	188356	81746504	26,833	7,571	504	1583,36	199504	254016	128024864	22,449	7,958
435	1366,59	148617	189225	82312875	20,857	7,577	505	1586,50	200296	255025	128787625	22,472	7,963
436	1369,73	149301	190096	82881856	20,881	7,583	506	1589,64	201090	256036	129554216	22,494	7,969
437	1372,87	149987	190969	83453453	20,904	7,588	507	1592,79	201886	257049	130323843	22,517	7,974
438	1376,02	150674	191844	84027672	20,928	7.594	508	1595,93	202683	258064	131096512	22,539	7,979
439	1379,16	151362	192721	84604519	20,952	7,600	509	1599,07	203481	259081	131872229	22,561	7,984
440	1382,39	152053	193600	85184000	20,976	7,606	510	1602,21	204282	260100	132651000	22,583	7,989
441	1385,44	152745	194481	85766121	21,000	7,612	511	1605,35	205084	261121	133432831	22,605	7,995
442	1388,58	153438	195364	86350388	21,024	7,617	512	1608,49	205887	262144	134217728	22.627	8,000
443	1391,72	154133	196249	86938307	21,047	7,623	513	1611,64	206692	263169	135005697	22,649	8;005
444	1394,87	154830	197136	87528384	21,071	7,629	514	1614,78	207499	264196	135796744	22,671	8,010
445	1398,01	155528	198025	88121125	21,095	7,635	515	1617,92	208307	265225	136590875	22,694	8,016
446	1401,15	156228	198916	88716536	21,119	7,640	516	1621,06	209117	266256	137388096	22,716	8,021
447	1404,29	156929	199809	89314623	21,142	7,646	517	1624,20	209928	267289	138188413	22,738	8,026
448	1407,43	157632	200704	89915392	21.166	7,652	518	1627,34	210741	268324	138991832	22,759	8,031
449	1410,57	158337	201601	90518849	21,189	7,657	519	1630,49	211556	269361	139798359	22,782	8,036
450	1413,72	159043	202500	91125000	21,213	7,663	520	1633,63	212372	270400	140608000	22.803	8,041
451	1416,86	159751	203401	91733851	21.237	7,669	521	1636,77	213189	271441	141420761	22,825	8,047
452	1420,00	160460	204304	92345408	21,260	7,674	522	1639,91	214008	272484	142236648	22,847	8,052
453	1423,14	161171	205209	92959677	21,284	7,680	523	1643,05	214829	273529	143055667	22,869	8,057
454	1426,28	161883	206106	93576664	21.307	7.686	524	1646,19	215651	274576	143877824	22,891	8,062
455	1429,42	162597	207025	94196375	21,331	7,691	525	1649,34	216475	275625	144703125	22,913	8,067
456	1432,56	163312	207936	94818816	21,354	7,697	526	1652,48	217301	276676	145531576	22,935	8,072
457	1435,71	164030	208849	95443993	21,377	7,703	527	1655,62	218128	277729	146363183	22,956	8,077
458	1438,85	164748	209764	96071912	21,401	7,708	528	1658,76	218956	278784	147197952	22,978	8,082
459	1441,99	165468	210681	96702579	21,424	7,714	529	1661,90	219787	279841	148035889	23,000	8,087
460	1445,13	166190	211600	97336000	21,447	7,719	530	1665,04	220618	280900	148877000	23,022	8,093
461	1448,27	166913	212521	97972181	21,471	7,725	531	1668,19	221452	281961	149724291	23,043	8,098
462	1451.41	167638	213444	98611128	21,494	7,731	532	1671,33	222287	283024	150568768	23,065	8,103
463	1454,56	168365	214369	99252847	21,517	7,736	533	1674,47	223123	284089	151419437	23,087	8,108
464	1457,70	169093	215296	99897345	21,541	7,742	534	1677,61	223961	285156	152273304	23,108	8,113
465	1460,84	169823	216225	100544624	21,564	7,747	535	1680,75	224801	286225	153130375	23,130	8,118
466	1463,98	170554	217156	101194696	21,587	7,753	536	1683,89	225642	287296	153990656	23,152	8,123
467	1467,12	171287	218089	101847563	21,610	7,758	537	1687,04	226484	288369	154854153	23,173	8 128
468	1470,26	172021	219024	102503232	21,633	7,764	538	1690,18	227329	289444	155720872	23,195	8,133
469	1473,41	172757	219961	103161709	21,656	7,769	539	1693,32	228175	290521	156590819	23,216	8,138
470	1476,55	173494	220900	103823000	21.679	7,775	540	1696,46	229022	291600	157464000	23,238	8,143

Números ó diámetros	Circunferencia.	Círculo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.	Números ó diámetros.	Circunferencia.	Círculo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.
541	1699,60	229871	292681	158340421	23,259	8,148	611	1919,51	293206	373321	228099131	24,718	8.485
542	1702,74	230722	293764	159220088	23,281	8,153	612	1922,65	294166	374544	229220928	24,739	8,490
543	1705,88	231574	294849	160103007	23,302	8,158	613	1925.80	295128	375769	230346397	24,758	8,495
544	1709,03	232428	295936	160989184	23,324	8,163	614	1928,94	296092	376996	231475544	24,779	8,499
545	1712,17	233283	297025	161878625	23,345	8,168	615	1932,08	297057	378225	232608375	24,799	8.504
546	1715,31	234140	298116	162771336	23.367	8,173	616	1935,22	298024	379456	233744896	24.819	8,509
547	1718,45	234998	299209	163667323	23,388	8,178	617	1938,36	298993	380689	234885113	24,839	8,513
548	1721,59	235858	300304	164566592	23.409	8,183	618	1941,50	299963	381924	236029032	24.859	8.518
549	1724,73	236720	301401	165469149	23,431	8,188	619	1944,65	300934	383161	237176659	24,879	8,522
550	1727,88	237583	302500	166375000	23,452	8,193	620	1947,79	301907	384400	238328000	24,899	8,527
551	1731,02	238448	303601	167284151	23,473	8,198	621	1950,93	302882	385641	239483061	24,919	8,532
552	1734,16	239314	304704	168196608	23,495	8,203	622	1954,07	303858	386884	240641848	24,939	8,536
553	1737,30	240182	305809	169112377	23,516	8,208	623	1957,21	304856	388129	241804367	24,959	8.541
554	1740,44	241051	506916	170031464	23,537	8,213	624	1960,35	305815	389376	242970624	24,980	8,545
555	1743,58	241922	308025	170953875	23,558	8,218	625	1963,50	306796	390625	244140625	25,000	8.549
556	1746,72	242795	309136	171879616	23,579	8,223	626	1966,64	307779	391876	245314376	25,019	8,554
557	1749,87	243669	310249	172808693	23,601	8,228	627	1969,78	308763	393129	246491883	25,040	8,559
558	1753,01	244545	311364	173741112	23,622	8,233	628	1972,92	309748	394384	247673152	25,059	8,563
559	1756,15	245422	312481	174676879	23,643	8,238	629	1976,06	310736	395641	248858189	25,079	8,568
560	1759,29	246301	313600	175616000	23.664	8,242	630	1279,20	311725	396900	250047000	25,099	8.573
561	1762,43	247181	314721	176558481	23,685	8,247	631	1982,34	312715	398161	251239591	25,119	8,577
562	1765,58	248063	315844	177504328	23,706	8,252	632	1985,49	313707	399424	252435968	25,139	8,582
563	1768,72	248947	316969	178453547	23,728	8,257	633	1988,63	314700	400689	253636137	25,159	8,586
564	1771,86	249832	318096	179406144	23,749	8,262	634	1991,77	315696	401956	254840104	25,179	8,591
565	1775,00	250719	319225	180362125	23,769	8,267	635	1994,91	316692	403225	256047875	25.199	8,595
566	1778,14	251607	320356	181321496	23,791	8,272	636	1998,05	317690	404496	257259456	25.219	8,599
567	1781,28	252497	321489	182284263	23,812	8,277	637	2001,19	318690	405769	258474853	25.239	8,604
568	1784,42	253388	322624	183250432	23,833	8,282	638	2004,34	319692	407044	259694072	25,259	8,609
569	1787,57	254281	323761	184220009	23,854	8,286	639	2007,48	320695	408321	260917119	25,278	8,613
570	1790,71	255176	324900	185193000	23,875	8,291	640	2010,62	321699	409600	262144000	25,298	8,618
571	1793,85	256072	326041	186169411	23,896	8,296	641	2013,76	322705	410881	263374721	25,318	8,622
572	1796,99	256970	327184	187149248	23,916	8,301	642	2016,90	323713	412164	264609288	25,338	8.627
573	1800,13	257869	328329	188132517	23,937	8,306	643	2020,04	324722	413449	265847707	25,357	8,631
574	1803,27	258770	329476	189119224	23,958	8,311	644	2023,19	325733	414736	267089984	25,377	8,636
575	1806,42	259672	330625	190109375	23,979	8,315	645	2026,33	326745	416025	268336125	25,397	8,640
576	1809,56	260576	331776	191102976	24,000	8,320	646	2029,47	327759	417316	269586136	25,416	8.644
577	1812,70	261482	332929	192100033	24,021	8,325	647	2032,61	328775	418609	270840023	25,436	8,649
578	1815,84	262388	334084	193100352	24,042	8,330	648	2035,76	329792	419904	272097792	25,456	8,653
579	1818,98	263298	535241	194104539	24,062	8,335	649	2038,89	330810	421201	273359449	25,475	8,658
580	1822,12	264208	336400	195112000	24,083	8,339	650	2042,04	331831	422500	274625000	25,495	8,662
581	1825,27	265120	337561	196122941	24,104	8,344	651	2045,18	332853	423801	275894451	25,515	8,667
582	1828,41	266033	338724	197137368	24,125	8,349	652	2048,32	333876	425104	277167808	25,534	8,671
583	1831,55	266948	339889	198155287	24,145	8,354	653	2051,46	334901	426409	278445077	25,554	8,676
584	1834,69	267865	341056	199176704	24,166	8,359	654	2054,60	335927	427716	279627264	25,573	8,680
585	1837,83	268783	342225	200201625	24,187	8,363	655	2057,74	336955	429025	281011375	25,593	8,684
586	1840,97	269703	343396	201230056	24,207	8,368	656	2060,88	337985	430336	282300416	25,612	8,689
587	1844,11	270624	344569	202262003	24,228	8,373	657	2064,03	339016	431649	283593393	25,632	8,693
588	1847,26	271547	345744	203297472	24,249	8,378	658	2067,17	340049	432964	284890312	25,651	8,698
589	1850,40	272471	346921	204336469	24,269	8,382	659	2070,31	341084	434281	286191179	25,671	8,702
590	1853,54	273397	348100	205379000	24,289	8,387	660	2073,45	342120	435600	287496000	25,690	8,706
591	1856,68	274325	349281	206425071	24,310	8,392	661	2076,59	343157	436921	288804781	25,710	8,711
592	1859,82	275254	350464	207474688	24,331	8,397	662	2079,73	344196	438244	290117528	25.729	8,715
593	1862,96	276184	351649	208527857	24,351	8,401	663	2082,88	345237	439569	291434247	25,749	8,719
594	1866,11	277117	352836	209584584	24,372	8,406	664	2086,02	346279	440896	292754944	25,768	8,724
595	1869,25	278051	354025	210644875	24,393	8,411	665	2089,16	347323	442225	294079625	25,787	8,728
596	1872,39	278986	355216	211708736	24,413	8,415	666	2092,30	348368	443556	295408296	25,807	8,733
597	1875,53	279923	356409	212776173	24,433	8,420	667	2095,44	349416	444889	296740963	25,826	8,737
598	1878,67	280862	357604	213847192	24,454	8,425	668	2098,58	350464	446224	298077632	25.846	8,742
599	1881,81	281802	358801	214921799	24,474	8,429	669	2101,73	351514	447561	299418309	25,865	8,746
600	1884,96	282743	360000	216000000	24,495	8,434	670	2104,87	352566	448900	300763000	25,884	8,750
601	1888,10	283687	361201	217081801	24,515	8,439	671	2108,01	353619	450241	302111711	25,904	8,753
602	1891,24	284631	362404	218167208	24,536	8,444	672	2111,15	354674	451584	303464448	25,923	8,759
603	1894,38	285578	363609	219256227	24,556	8,448	673	2114,29	355730	452929	304821217	25,942	8,763
604	1897,52	286526	364816	220348864	24,576	8,453	674	2117,43	356788	454276	306182024	25,961	8,768
605	1900,66	287476	366025	222445125	24,597	8,458	675	2120,58	357847	455625	307546875	25,981	8,772
606	1903,81	288426	367236	222545016	24,617	8.462	676	2123,72	358908	456976	308915776	26,000	8,776
607	1906,95	289379	368449	223648543	24,637	8,467	677	2126.86	359971	458329	310288733	26,019	8,781
608	1910,09	290333	369664	224755712	24,658	8,472	678	2130,00	361035	459684	311665752	26,038	8,785
609	1913,23	291289	370881	225866529	24,678	8,476	679	2133,14	362101	461041	313046839	26,058	8,789
610	1916.37	292247	372100	226981000	24,698	8,481	680	2136.28	363168	462400	314432000	26,077	8,794

Números ó diámetros.	Circunferencia.	Círculo πr^2	Cuadrado.	Cubo.	Raiz Cuadrada.	Raiz cúbica.	Números ó diámetros.	Circunferencia.	Círculo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.
681	2139,42	364237	463761	315821241	26,096	8,798	751	2359,34	442966	564001	423564751	27,404	9,089
682	2142,57	365308	465124	317214568	26,115	8.802	752	2362,48	444146	565504	425259008	27,423	9,094
683	2145,70	366380	466489	318611987	26,134	8,807	753	2365,62	445328	567009	426957777	27,441	9,098
684	2148,85	367454	467856	320013504	26.153	8,811	754	2368,76	446512	568516	428661064	27,459	9,102
685	2151,99	368529	469225	321419125	26,172	8,815	755	2371,90	447697	570025	430368875	27,477	9,106
686	2155,13	369605	470596	322828856	26,192	8,819	756	2375,04	448884	571536	432081216	27,495	9,109
687	2158,27	370684	471969	324242703	26,211	8,824	757	2378,19	450072	573049	433798093	27,514	9,114
688	2161,42	371764	473344	325660672	26,229	8,828	758	2381,33	451262	574564	435519512	27,532	9,118
689	2164,56	372845	474721	327082769	26,249	8,832	759	2384,47	452454	576081	437245479	27,549	9,122
690	2167,70	373928	476100	328509000	26,268	8,836	760	2387,61	453647	577600	438976000	27,568	9,126
691	2170,84	375013	477481	329939371	26,287	8,841	761	2390,75	454841	579121	440711081	27,586	9,129
692	2173,98	376039	478864	331373888	26,306	8,845	762	2393,89	456037	580644	442450728	27.604	9,134
693	2177,12	377187	480249	332812557	26,325	8,849	763	2397,04	457235	582169	444194947	27,622	9,138
694	2180,27	378276	481636	334255384	26,344	8,853	764	2400,18	458435	583696	445943744	27,640	9,142
695	2183,41	379367	483025	335702375	26.363	8,858	765	2403,32	459635	585225	447697125	27,659	9,146
696	2186,55	380460	484416	337153536	26.382	8,862	766	2406,46	460838	586756	449455096	27,677	9,149
697	2189,69	381554	485809	338608873	26,401	8,866	767	2409,60	462042	588289	451217663	27,695	9,154
698	2192,83	382650	487204	340068392	26,419	8,870	768	2412,74	463247	589824	452984832	27,713	9,158
699	2195.97	383747	488601	341532099	26.439	8,875	769	2415,88	464454	591361	454756609	27,731	9,162
700	2199,12	384846	490000	343000000	26,457	8.879	770	2419,03	465663	592900	456533000	27,749	9,166
701	2202,26	385945	491401	344472101	26,476	8,883	771	2422,17	466873	594441	458314011	27,767	9,170
702	2205,40	387048	492804	345948408	26,495	8.887	772	2425,31	468085	595984	460099648	27,785	9,174
703	2208,54	388151	494209	347428927	26,514	8,892	773	2428,45	469299	597529	461889917	27,803	9,178
704	2211,68	389256	495616	348913664	26.533	8,896	774	2431,59	470514	599076	463684824	27,821	9,182
705	2214,82	390363	497025	350402625	26.552	8,900	775	2434,74	471730	600625	465484375	27,839	9,185
706	2217,96	391471	498436	351895816	26,571	8.904	776	2437,88	472949	602176	467288576	27,857	9,189
707	2221,11	392581	499849	353393243	26.589	8,908	777	2441,02	474168	603729	469097433	27,875	9,193
708	2224,25	393692	501264	354894912	26.608	8,913	778	2444,16	475390	605284	470910952	27,893	5,197
709	2227,39	394805	502681	356400829	26,627	8.917	779	2447,30	476612	606841	472729139	27,911	9,201
710	2230,53	395920	504100	357911000	26,645	8,921	780	2450,44	477837	608400	474552000	27,928	9,205
711	2233,67	397036	505521	359425431	26,664	8,925	781	2453,58	479063	609961	476379541	27,946	9,209
712	2236,81	398155	506944	360944128	26,683	8,929	782	2456,73	480290	611524	478211768	27.964	9,213
713	2239,96	399273	508369	362467097	26,702	8,934	783	2459,87	481520	613089	480048687	27,982	9,217
714	2243.10	400393	509796	363994344	26,721	8,938	784	2463,01	482750	614656	481890304	28,000	9,221
715	2246,24	401516	511225	365525875	26 739	8,942	785	2466,15	483983	616225	483736025	28,018	9,225
716	2249,38	402640	512656	367061696	26,758	8,946	786	2469,29	485216	617796	485587656	28,036	9,229
717	2252.52	403765	514089	368601813	26.777	8,950	787	2472,43	486452	619369	487443403	28,054	9,233
718	2255,66	404892	515524	370146232	26,795	8,954	788	2475,58	487689	620944	489303872	28,071	9,237
719	2258,81	406021	516961	371694959	26,814	8,959	789	2478,72	488927	622521	491169069	28,089	9,240
720	2261,95	407151	518400	373248000	26,833	8,963	790	2481,86	490168	624100	493039000	28,107	9,244
721	2265,09	408283	519841	374805361	26,851	8,967	791	2485,00	491409	625681	494913671	28,125	9,248
722	2268,23	409416	521284	376367048	26,870	8,971	792	2488,14	492653	627264	496793088	28,142	9,252
723	2271,37	410551	522729	377933067	26,889	8,975	793	2491,28	493898	628849	498677257	28,160	9,256
724	2274.51	411687	524176	379503424	26,907	8.979	794	2494,43	495144	630436	500566184	28,178	9,260
725	2277,66	412825	525625	381078125	26,926	8.983	795	2497,57	496392	632025	502459875	28,196	9,264
726	2280,80	413965	527076	382657176	26.944	8 988	796	2500,71	497642	633616	504358336	28,213	9,268
727	2283.94	415106	528529	384240583	26,963	8,992	797	2503,85	498893	635209	506261573	28.231	9 272
728	2287,08	416249	529984	385828352	26.981	8,996	798	2506,99	500145	636804	508169592	28,249	9,275
729	2290,22	417393	531441	387420489	27,000	9,000	799	2510,13	501400	638401	510082399	28,267	9,279
730	2293,36	418539	532900	389017000	27.018	9,004	800	2513,27	502656	640000	512000000	28,284	9,283
731	2296,50	419687	534361	390617891	27,037	9,008	801	2516,42	503913	641601	513922401	28,302	9,287
732	2399,65	420836	535824	392223168	27,055	9,012	802	2519,56	505172	643204	515849608	28,320	9,291
733	2302,79	421986	537289	393832837	27,074	9,016	803	2522,70	506432	644809	517781627	28,337	9,295
734	2305,95	423138	538756	395446904	27,092	9,020	804	2525,84	507695	646416	519718464	28,355	9 299
735	2309,07	424292	540225	397065375	27,111	9,023	805	2528,98	508958	648025	521660125	28,373	9,302
736	2312.21	425442	541696	398688256	27.129	9,029	806	2532,12	510224	649636	523606616	28,390	9,306
737	2315.35	426604	543169	400315553	27,148	9,033	807	2535,27	511490	651249	525557943	28,408	9,310
738	2318.50	427763	544644	401947272	27,166	9,037	808	2538,41	512759	652864	527514112	28,425	9,314
739	2321,64	428923	546121	403583419	27.184	9,041	809	2541,55	514029	654481	529475129	28,443	9,318
740	2324.78	430085	547600	405224000	27,203	9,045	810	2544,69	515300	656100	531441000	28,460	9,322
741	2327,92	431248	549081	406869021	27,221	9,049	811	2547,83	516574	657721	533411731	28,478	9,326
742	2331,06	432412	550564	408518488	27,239	9,053	812	2550,97	517848	659344	535387328	28,496	9,329
743	2334,20	433579	552049	410172407	27,258	9,057	813	2554,12	519125	660969	537367797	28,513	9,333
744	2337,35	434747	553536	411830784	27,276	9.061	814	2557,26	520402	662596	539353144	28,531	9,337
745	2340.49	435916	555025	413493625	27,295	9,065	815	2560,40	521682	664225	541343375	28,548	9,341
746	2343,63	437087	556516	415160936	27.313	9.069	816	2563,54	522963	665856	543338496	28,566	9,345
747	2346,77	438260	558009	416832723	27,331	9,073	817	2566,68	524245	667489	545338513	28,583	9,348
748	3349,91	439434	559504	418508992	27,349	9,077	818	2569,82	525529	669124	547343432	28,601	9,356
749	2353,05	440610	561001	420189749	27,368	9,081	819	2572,97	526815	670761	549353259	28,618	9,352
750	2356,20	441787	562500	421875000	27,386	9,086	820	2576,11	528102	672400	551368000	28,636	9.360

Números ó diámetros.	Circunferencia.	Círculo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.	Números ó diámetros.	Circunferencia.	Círculo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.
821	2579,25	529391	674041	553387661	28,653	9,364	891	2799,16	623514	793881	707347971	29,850	9,623
822	2582,39	530682	675684	555412248	28,671	9,368	892	2802,30	624914	795664	709732288	29,866	9,626
823	2585,53	531974	677329	557441767	28,688	9,371	893	2805.44	626316	797449	712121957	29,883	9,630
824	2588,67	533267	678976	559476224	28,705	9,375	894	2808,59	627719	799236	714516984	29,900	9,633
825	2591,82	534562	680625	561515625	28,723	9,379	895	2811,73	629124	801025	716917375	29,917	9,637
826	2594,96	535859	682276	563559976	28.740	9,383	896	2814,87	630531	802816	719323136	29,933	9.641
827	2598,10	537158	683929	565609283	28.758	9,386	897	2818,01	631939	804609	721734273	29,950	9,644
828	2601,24	538457	685584	567663552	28.775	9,390	898	2821,15	633349	806404	724150792	29,967	9,648
829	2604,38	539759	687241	569722789	28.792	9,394	899	2824,29	634760	808201	726572699	29,983	9,651
830	2607,52	541062	688900	571787000	28.810	9,398	900	2827,44	636174	810000	729000000	30,000	9,655
831	2610,66	542366	690561	573856191	28,827	9,402	901	2830,58	637588	811804	731432701	30,017	9,658
832	2613,81	543672	692224	575930368	28,844	9,405	902	2833,72	639004	813604	733870808	30,033	9,662
833	2616,95	544980	693889	578009537	28,862	9,409	903	2836,86	640422	815409	736314327	30,050	9,666
834	2620,09	546289	695556	580093704	28,879	9,413	904	2840,00	641841	817216	738763264	30,067	9,669
835	2623,23	547600	697225	582182875	28,896	9,417	905	2843,14	643262	819025	741217625	30,083	9,673
836	2626,37	548912	698896	584277056	38,914	9,420	906	2846,28	644684	820836	743677416	30,100	9,676
837	2629,51	550226	700569	586376253	28.931	9,424	907	2849,43	646108	822649	746142643	30,116	9,680
838	2632,65	551542	702244	588480472	28,948	9,428	908	2852,57	647534	824464	748613312	37,133	9,683
839	2635,80	552859	703921	590589719	28,965	9,432	909	2855.71	648961	826281	751089429	30,150	9,687
840	2638,94	554178	705600	592704000	28,983	9,435	910	2858,85	650538	828100	753571000	30,166	9,691
841	2642,08	555498	707281	594823321	29,000	9,439	911	2861,99	651819	829921	756058031	30,183	9,694
842	2645,22	556820	708964	596947688	29,017	9.443	912	2865,13	653251	831744	758550528	30,199	9,698
843	2648,36	558143	710649	599077107	29.034	9,447	913	2868,27	654684	833569	761048497	30,216	9,701
844	2651,51	559468	712336	601211584	29,052	9,450	914	2871,42	656119	835396	763551944	30,232	9,705
845	2654,65	560795	714025	603351125	29.069	9,454	915	2874,56	657556	837225	766060875	30,249	9,708
846	2657,79	662123	715716	605495736	29,086	9,458	916	2877,70	658994	839056	768575296	30,265	9,712
847	2660,93	563452	717409	607645423	29,103	9,462	917	2880,84	660433	840889	771095213	30,282	9,715
848	2664,07	564784	719104	609800192	29,120	9,465	918	2883,98	661875	842724	773620632	30,299	9,719
849	2667,21	566117	720801	611960049	29,138	9,469	919	2887,13	663318	844561	776151559	30,315	9,722
850	2670,36	567451	722500	614125000	29,155	9,473	920	2890,27	664762	846400	778688000	30,332	9,726
851	2673,50	568787	724201	616295051	29,172	9,476	921	2893.41	666208	848241	781229961	30,348	9,729
852	2676,64	570125	725904	618470208	29,189	9,480	922	2896,55	667655	850084	783777448	30,364	9.733
853	2679,78	571464	727609	620650477	29,206	9,484	923	2899,69	669104	851929	786330467	30,381	9,736
854	2682,92	572804	729316	622835864	29,223	9,488	924	2902,83	670555	853776	788889024	30,397	0,740
855	2686,06	574147	731025	625026375	29,240	9,491	925	2905,98	672007	855625	791453125	30,414	9,743
856	2689,20	575490	732736	627222016	29,257	9,495	926	2909,12	673461	857476	794022776	30,430	9,747
857	2692,35	576836	734449	629422793	29,275	9,499	927	2912,26	674916	859329	796597983	30.447	9,750
858	2695,49	578183	736164	631628712	29,292	9,502	928	2915,40	676373	861184	799178752	30.463	9,754
859	2698,63	579531	737881	633839779	29.309	9,506	929	2918,54	677832	863041	801765089	39,480	9,758
860	2701,77	580881	739600	636056000	29,326	9,510	930	2921,68	679292	864900	804357000	30,496	9,761
861	2704,91	582233	741321	638277381	29,343	9,513	931	2924,82	680754	866761	806954491	30,512	9,764
862	2708,05	583586	743044	640503928	29,360	9,517	932	2927,97	682217	868624	809557568	30,529	9,768
863	2711,20	584941	744769	642735647	29,377	9,521	933	2931,11	683681	870489	812166237	30,545	9,771
864	2714,34	586297	746496	644972544	29,394	9,524	934	2934,25	685148	872356	814780504	30,561	9,775
865	2717,48	587655	748235	647214625	29.411	9,528	935	2937,39	686616	874225	817400375	10,578	5-778
866	2720,62	589015	749956	649461896	29,428	9,532	936	2940,53	688085	876096	820025856	30,594	9,783
867	2723,76	590376	751689	651714363	29,445	9,535	937	2943,67	689556	877969	822656953	30,610	9,785
868	2726,90	591739	753424	653972032	29,462	9,539	938	2946,82	691029	879844	825293672	30,627	9,789
869	2730,05	593103	755161	656234909	29,479	9,543	939	2949,96	692503	881721	827936019	30,643	9,792
870	2733,19	594469	756900	658503000	29,496	9,546	940	2953,10	693979	883600	830584000	30,659	9,796
871	2736,33	595836	758641	660776311	29,513	9,550	941	2956,24	695456	885481	833237621	30,676	9,799
872	2739,47	597205	760384	663054848	29,530	9,554	942	2959,38	696935	887364	835896888	30,692	9,803
873	2742,61	598576	762129	665338617	29,547	9,557	943	2962.52	698416	889249	838561807	30,708	9,806
874	2745,75	599948	763876	667627624	29,563	9,561	944	2965,67	699898	891136	841232384	30,725	9,810
875	2748,90	601321	765625	669921875	29,580	9,565	945	2968,81	701381	893025	843908625	30,741	9,813
876	2752,04	602697	767376	672221376	29,597	9,568	946	2971,95	702866	894916	846590536	30,757	9,817
877	2755,18	604073	769129	674526133	29,614	9,572	947	2975,09	704352	896809	849278123	30,773	9,820
878	2758,32	605451	770884	676836152	29,631	9,576	948	2978,23	705841	898704	851971392	30,790	9,824
879	2761,46	606832	772641	679151439	29,648	9,579	949	2981,37	707330	900601	854670349	30,806	9,827
880	2764,60	608213	774400	681472000	29,665	9,583	950	2984,52	708823	902500	857375000	30,822	9,830
881	2767,74	609596	776161	683797841	29,682	9,586	951	2987,66	710316	904401	860085351	30,838	9,834
882	2770,89	610981	777924	686128968	29,698	9,590	952	2990,80	711811	906304	862801408	30,854	9.837
883	2774,03	612367	779680	688465387	29,715	9,594	953	2993,94	713307	908209	865523177	30,871	9,841
884	2777,17	613755	781456	690807104	29,732	9,597	954	2997.08	714803	910116	868250664	30,887	9,844
885	2780,31	615144	783225	693154125	29,749	9-601	955	3000,22	716304	912025	870983875	30,903	9.848
886	2783,45	616535	784996	695506156	29,766	9,605	956	3003,36	717805	913936	873722816	30,919	9,451
887	2786,59	617928	786769	697864103	29,783	9,608	957	3006,51	719307	915849	876467493	30,935	9.855
888	2789,73	619322	788544	700227072	29,799	9,612	958	3096,35	720811	917764	879217912	30,952	9,858
889	2792,88	620718	790321	702595369	29,816	9,615	959	3012,79	722317	919681	881974079	30,968	9,861
890	2796,02	622115	792100	704969000	29,833	9,619	960	3015,93	723824	921600	884736000	30,984	9,865

Números ó diámetros.	Circunferencia.	Circulo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz Cuadrada.	Raiz cúbica.	Números ó diámetros.	Circunferencia.	Circulo πr^2.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.
961	3019,07	725333	923521	887503681	31,000	9,868	981	3081,90	755838	962361	944076141	31,321	9,936
962	3022,21	726843	925444	890277128	31,016	9,872	982	3085,05	757380	964324	946966168	31,337	9,940
963	3025,36	728354	927369	893056247	31,053	9,875	983	3088,19	758923	966289	949862087	31,353	9,943
964	3028,50	729867	929296	895841344	31,048	9,879	984	3091,33	760466	968256	952763904	31,369	9,946
965	3031,64	731384	931225	898632125	31,064	9,882	985	3094,47	762014	970225	955671625	31,385	9,950
966	3034,78	732900	933156	901428696	31,081	9,885	986	3097,61	763562	972196	958585256	31,401	9,953
967	3037,92	734418	935089	904231063	31,097	9,889	987	3100,75	765111	974169	961504803	31,417	9,956
968	3641,06	735938	937024	907029232	31,113	9,892	988	3103,89	766663	976144	964430272	31,432	9,960
969	3044,21	737459	938961	909853209	31,129	9,896	989	3107,04	768214	978121	967361669	31,448	9,963
970	3047,35	738982	950900	912673000	31,145	9,899	990	3110,18	769769	980100	970299000	31,464	9,967
971	3050-49	740507	942841	915498611	31,161	9,902	991	3113,32	771326	982081	973242271	31,480	9,970
672	3053,63	742033	944784	918330048	31-177	9,906	992	3116,46	772883	984064	976191488	32,496	9,973
973	3056,77	743560	946729	921167317	31,193	9.909	993	3119,60	774442	986049	979146657	31,512	9,977
974	3059,91	745088	948676	924010424	31,209	9,913	994	3122,75	776003	988036	982107784	31,528	9,980
975	3063,06	746620	950625	926859375	31,225	9,916	995	3125,89	777565	990025	985074875	31,544	9,983
976	3066,20	748153	952576	929714176	31,241	9,919	996	3129,03	779129	992016	988047936	31,559	9,987
977	3069,34	349687	954529	932574833	31,257	9,923	997	3132,17	780693	994009	991026973	31,575	9,990
978	3072,48	751222	956484	935441352	31,273	9.926	998	3135,31	782260	996004	994011992	31,591	9,993
979	3075,62	752759	958441	938313739	31,289	9 930	969	3138,45	783829	998001	997002999	31,607	9,997
980	3078,76	754296	960400	941192000	31,305	9,933	1000	3141,59	785399	1000000	1000000000	31,623	10,000

ARTÍCULO II.

Cuestiones de geometría, trigonometría y cálculos.

50. PROBLEMAS GEOMÉTRICOS.

Fig. 1. 1.° **Dividir una línea en media y extrema razon.**

Sea la línea A B. Levántese en *A* una perpendicular $AO=\frac{1}{2}AB$. Descríbase el círculo E A C y tírese la secante B E. Se sabe que la tangente es media proporcional entre la secante y su parte externa; así, $\overline{AB}^2=BE\times BC$, ó $BE:AB::AB:BC$; de donde $BE-AB:AB-BC::AB:BC$; ó bien

$$BD:AD::AB:BD,\ \text{ó}\ \overline{BD}^2=AB\times AD.$$

La 1.ª ecuacion dice que para hallar una media proporcional entre dos líneas B C y B E, basta tirar la tangente B A al círculo trazado con la mitad de la diferencia de ambas líneas.

Fig. 2. 2.° **De esta cuestion surge otra inmediatamente, cual es, determinar un círculo que pase por dos puntos dados y toque una recta.**

Como esta ha de ser tangente, la solucion anterior nos dará el punto de contacto; para lo cual basta hallar la media proporcional entre A C y C B que determinan la línea tirada entre dos puntos dados A B hasta encontrar la C D. Esta media proporcional C F debe ser igual á la tangente C D, para que pueda ser $\overline{CD}^2=AC\times BC$. Luego D será el punto de contacto. El punto D′ dá una segunda solucion.

Fig. 3. 3.° **Hallar un polígono semejante á otro dado y cuyas áreas estén en la razon** $m:n$.

Sobre la union de las dos líneas A C, B C que están en la razon $m:n$, levántese la perpendicular C D, hasta encontrar el semicírculo A D B, y tomando D A′ igual á un lado del polígono, la D B′ que dá la A′ B′, pararela á A B, será su homóloga y por consiguiente la línea que se busca. De modo que tendrémos

$$\overline{AD}^2:\overline{BD}^2::\overline{A'D}^2:\overline{DB'}^2::m:n.$$

De donde se deduce que B′D es la media proporcional entre A′D y $\frac{n}{m}\times A'D$.

Cuando se reduce un plano á menor ó mayor superficie, se toman generalmente las líneas de las escalas para determinar la relacion $m:n$.

4.° Para **hallar gráficamente la superficie de un polígono irregular**

Fig. 4. se transformará este en un triángulo uniendo sucesivamente dos ángulos inmediatos y tirando paralelas por el opuesto hasta encontrar un lado del polígono ó su prolongacion. Despues se tira la diagonal ó secante entre dos paralelas, como se vé en la figura; y es claro que lo que se pierde de esta es igual á lo que se gana, por ser ambas cosas iguales diferencias de triángulos equivalentes. De este modo el polígono *a b c d e f g h*, ha quedado reducido al triángulo *h* O X que le es equivalente.

Fig. 5. 5.° **Tirar tangentes á dos circunferencias dadas** P T, *pt* (*fig.* 5.)

Únanse los centros por una recta indefinida O *o* V, tírense dos rádios paralelos cualesquiera, O P, *op*, y la secante P*p* prolongada hasta encontrar la O V. El problema se reducirá, pues, á tirar tangentes á una circunferencia desde un punto

dado fuera de ella; para lo cual, considerada O V como diámetro se trazará la circunferencia T V que cortará la P T en los puntos de tangencia T, T. Las líneas T V serán las tangentes pedidas.

6.° **Si faltase lugar para encontrar el punto** V (*fig.* 6.) se trazaria dentro del círculo mayor otra circunferencia con un rádio=O T—*o t*, haciendo *a b*=*o t*. Desde el centro *o* se tirarian tangentes á este tercer círculo, y despues las paralelas T *t*, T *t*, que serian las que resolviesen el problema. *Fig.* 6.

7.° **Dado un punto** E **dentro del ángulo** D A B (*fig.* 7.) **trazar una circunferencia que pase por este punto y sea tangente á los dos lados del ángulo.** *Fig.* 7.

Dividido este en dos partes iguales por la bisectriz A O, se tirará á esta la perpendicular DEB, se tomará C B=E D, y B T=$\sqrt{BC \times BE}$. Por el punto T, así determinado, se hará T O perpendicular á AB; y el punto O será el centro.

8.° **Trazar varias circunferencias en el interior de un ángulo que sean tangentes entre sí y á los lados de este ángulo** (*fig.* 8). *Fig.* 8.

Trazada la bisectriz VO″, en que se hallarán todos los centros, y elegido el 1.° de estos O, tírese desde él la perpendicular O T al lado V T′, y por x la $x\,y$ á la bisectriz; trácese despues la semicircunferencia T x T′; en el punto T′, levántese la nueva perpendicular T′ O′ que dará el 2.° centro, y procédase del propio modo en todo lo demás.

Siendo $r, r'\ldots$ los rádios de estos diferentes círculos, y $2\,\alpha$ el ángulo dado se tiene

$$\frac{r}{r'}=\frac{1-\text{sen}\,\alpha}{1+\text{sen}\,\alpha}=\text{tang.}^2\,(\tfrac{1}{2}\pi+\tfrac{1}{2}\alpha)$$

Los rádios de todos los círculos, y, por consiguiente, sus circunferencias y superficies, forman una progresion por cuocientes.

9.° **Trazar un círculo tangente á una recta y otro círculo dados de posicion en un punto C de este último** (*fig.* 9.) *Fig.* 9.

Únase el centro O con el punto dado; tírese la tangente C A y desde A la bisectriz A O del ángulo B A C. El punto *o* será el centro del círculo buscado.

10.° **Igual problema que el anterior pero estando sobre la recta el punto dado** (*fig.* 10.) *Fig.* 10.

Tírese á la recta la perpendicular T Q igual al rádio OO′; únase Q con *o*, y en medio de O Q tírese la perpendicular P *o*: el punto *o* será el centro buscado.

11.° **Desarrollar la circunferencia de un círculo dado** (*fig.* 11.) *Fig.* 11.

Tiradas las tangentes B D, A E, trácese el arco OS, y considérese la OS cuya prolongacion cortará en D la B D.

Elévense sobre la A E tres rádios y únase E con D; la línea E D será la semicircunferencia desarrollada, y tan próxima como se puede desear en práctica, puesto que el cálculo solo dá, con la verdadera extension de π, 6 cien milésimos de diferencia. (1)

51. PROPIEDADES DE LOS POLIEDROS EN GENERAL.

1. El número menor de planos con que se puede cerrar un espacio es el de 4; llamándose *tetraedro* el cuerpo que resulta.

(1) Puede consultarse la geometría de Catalan, donde se hallan explicados 439 teoremas y problemas de esta ciencia elemental, todos ellos útiles en las aplicaciones.

2. Si por un punto cualquiera en el interior de un tetraedro regular se tiran perpendiculares á sus 4 caras, la suma de estas perpendiculares será igual á la altura del tetraedro.

3. **Dos tetraedros son iguales**

1.° Si tienen iguales un ángulo triedro compuesto de triángulos iguales y semejantemente dispuestos.
2.° Si tienen dos caras iguales y están semejantemente dispuestas.
3.° Si tienen iguales sus cuatro caras.

4. **Dos tetraedros son semejantes.**

1.° Cuando los triángulos que forman dos ángulos triedros homólogos son semejantes y semejantemente dispuestos.
2.° Si, teniendo dos caras semejantes, dispuestas por costados homólogos, fueran iguales los ángulos formados por ellas.
3.° Si tienen proporcionales todas sus aristas homólogas.

5. Las **pirámides** de igual altura y bases equivalentes son iguales en volúmen.
6. Dos pirámides cualesquiera serán semejantes si lo son y están semejantemente dispuestas las caras de que se componen.
7. Si se corta una pirámide por un plano paralelo á las bases, resultará otra pirámide que la será semejante.
8. Las aristas homólogas de las pirámides semejantes son proporcionales entre sí y á las perpendiculares bajadas del vértice á la base.
9. Las bases de las pirámides semejantes son entre sí como los cuadrados de dos aristas homólogas cualesquiera, ó como los cuadrados de las alturas de las pirámides.
10. Las secciones ss' SS', hechas á iguales distancias dd' de los vértices de dos pirámides cualesquiera, estarán siempre en relacion constante, cualesquiera que sean tambien estas distancias y la figura de las bases.

11. Un **poliedro cualquiera** se puede dividir en pirámides triangulares uniendo por rectas el vértice de uno de los ángulos con todos los demás y dividiendo las caras en triángulos.
12. Dos poliedros, compuestos de igual número de pirámides triangulares iguales y semejantemente dispuestas, son iguales.
13. Dos poliedros son semejantes si se componen de igual número de pirámides semejantes y semejantemente dispuestas.
14. Si se dividen en partes proporcionales las rectas tiradas de un punto cualquiera á los vértices de un poliedro dado, se tendrán los vértices de un nuevo poliedro semejante al primero.
15. Las aristas homólogas de los poliedros semejantes son proporcionales, así como tambien las diagonales de las caras homólogas y las interiores á los poliedros.
16. Las áreas de los poliedros semejantes son entre sí como los cuadrados de las aristas homólogas.
17. Dos poliedros semejantes son entre sí como los cubos de las rectas homólogas cualesquiera de estos dos poliedros.
18. Dos prismas triangulares de iguales bases y alturas son equivalentes.
19. Dos tetraedros de igual base y altura son equivalentes.
20. Un tetraedro cualquiera es equivalente al tercio del prisma triangular de igual base y altura.
21. Dos prismas cualesquiera son entre sí como los productos de sus bases por

sus alturas. Si tienen iguales bases son entre sí como sus alturas, y vice-versa. Igual sucede á dos pirámides cualesquiera.

22. Dos prismas son semejantes si tienen un ángulo triedro formado por polígonos semejantes y semejantemente dispuestos.

23. Dos prismas son iguales si tiene cada uno un ángulo triedro compuesto de polígonos iguales y semejantemente dispuestos: ó bien, si ambos tienen la base y una cara igual con la misma inclinacion.

24. Dos cuerpos son semejantes en todos los casos análogos á los de su igualdad.

25. Los paralelepípedos de igual base y altura son equivalentes.

26. Todo paralelepípedo se puede descomponer por un plano diagonal en dos prismas triangulares equivalentes, mitad cada uno del paralelepípedo.

27. Los paralelepípedos rectángulos son entre sí como los productos de las aristas que forman igual ángulo triedro. Si tienen iguales bases son entre sí como sus alturas.

28. Si se corta un paralelepípedo cualquiera por un plano inclinado á su base, el volúmen del tronco valdrá tanto como el producto de esta base por su distancia al centro del paralelógramo que dá la seccion.

29. En todo paralelepípedo la suma de los cuadrados de las cuatro diagonales es igual á la suma de los cuadrados de las 12 aristas.

52. Propiedades de los cuerpos redondos y poliedros regulares.

1. Todas las secciones hechas en un cono recto paralelamente á su base son círculos, que tienen entre sí igual relacion que los cuadrados de sus distancias al vértice, y cuyas circunferencias son entre sí como estas distancias.

2. En un cono cualquiera de base circular producirá un círculo la seccion antiparalela; es decir, la seccion de un plano perpendicular al de las generatrices, y tal que los ángulos que estas formen con el diámetro de la seccion sean inversamente iguales á los que forman con el diámetro de la base.

3. En un cilindro recto todas las secciones paralelas á la base son círculos.

4. Todas las secciones de una esfera por un plano son círculos.

5. Todos los círculos cuyos planos pasan por el centro de la esfera son siempre iguales entre sí.

6. El camino mas corto de un punto á otro en la superficie de la esfera es el arco de círculo máximo determinado por el centro y los dos puntos dados.

7. Si por el centro de un círculo cualquiera trazado sobre la superficie de una esfera se hace pasar una perpendicular á su plano, esta pasará tambien por el centro de la esfera, y la cortará en dos puntos igualmente distantes cada uno de los de la circunferencia propuesta.

8. Por cuatro puntos que no esten en línea recta ni en un plano, se puede siempre hacer pasar una sola superficie esférica.

9. La esfera es, entre todos los cuerpos de igual superficie, el que encierra mayor volúmen.

10. El área de un casquete esférico es á la de la esfera como la altura del primero es al diámetro de la segunda.

11. El círculo descrito sobre una esfera con un rádio cualquiera determina un casquete esférico ó zona de base equivalente al círculo descrito sobre un plano con igual rádio.

12. Los círculos descritos con igual rádio sobre esferas diferentes determinan sobre estas esferas casquetes equivalentes.

13. Se puede rodear una esfera cualquiera con otras 12 de igual rádio, siendo todas tanjentes entre sí, y la central á todas ellas.

14. En la proyeccion estereográfica las proyecciones de la esfera son círculos; y la perspectiva del ángulo de dos curvas cualesquiera de la superficie no difiere de este ángulo mismo.

15. Los arcos de los cuerpos redondos semejantes son entre sí como los cuadrados de sus líneas homólogas, y sus volúmenes como los cubos de estas mismas líneas.

16. Todo cono es la tercera parte de un cilindro de igual base y altura: y la esfera es los $\frac{2}{3}$ del cilindro circunscrito.

17. El volúmen de un poliedro cualquiera circunscrito á una esfera, ó cuyas caras la son tangentes, es al volúmen mismo de la esfera como la superficie del poliedro es á la de la esfera.

18. Todos los poliedros que se pueden circunscribir á una esfera dada son entre sí como superficies.

19. Solo hay cinco poliedros regulares, ó poliedros terminados por polígonos regulares iguales de iguales ángulos diedros; no siendo posible formarlos sino por medio de triángulos equiláteros, ó de cuadrados, ó de pentágonos.

1.° El *tetraedro* regular, formado de 4 caras triangulares iguales, y cuyos ángulos son triedros.

2.° El *hexaedro ó cubo*, formado por 6 caras ó cuadrados iguales, y cuyos ángulos son triedros.

3.° El *octaedro*, de ángulos tetraedros, formado por 8 triángulos equiláteros.

4.° El *dodecaedro*, de ángulos triedros, formado por 12 pentágonos iguales.

5.° El *icosaedro*, de ángulos pentaedros, formado de 20 triángulos equiláteros.

MEDIDAS DE LÍNEAS, SUPERFICIES Y VOLÚMENES.

53. Líneas.

Lado del cuadrado inscrito=relacion de la diagonal

$$l=r\sqrt{2}=1{,}414r \quad \text{ó} \quad \frac{10}{7}r \quad \Big\} \quad \text{si } r=1, \quad l=\sqrt{2}=1{,}414$$

Lado del *triángulo equilátero*.

$$l=\sqrt{2\bar{r}^2-r^2}=r\sqrt{3} \quad \Big\} \quad \text{si } r=1,\ l=\sqrt{3}$$

Lado del *exágono regular* $= r$

Lado del *decágono regular*=el mayor segmento del rádio dividido en media y extrema razon.

$$l=\tfrac{1}{2}r\left(\sqrt{5}-1\right)=0{,}618\,r$$

Lado del *pente-decágono*=á la cuerda que subtende la diferencia de arcos del exágono y decágono=cuerda de $(\frac{1}{6}-\frac{1}{10})=\frac{1}{15}$ de la circunferencia ó 24°; ó, en funcion del rádio, $l=0{,}4159\,r$.

Lado de un *polígono regular circunscrito* en funcion del correspondiente inscrito

$$a=\frac{2a}{\sqrt{4-a^2}} \qquad (x)$$

a=lado del polígono regular inscrito,

Lado de un *polígono regular inscrito* de doble número de lados.

$$\alpha=\sqrt{2-2\sqrt{1-\tfrac{1}{4}a^2}}=\sqrt{2-\sqrt{4-a^2}} \qquad (y)$$

a=lado del polígono inscrito de n lados, α=lado del polígono inscrito de $2\,n$ lados.

Si $r=1$ en el círculo circunscrito á los polígonos regulares de un número n de lados, siendo Y el ángulo recto, se tiene

Polígonos de	Ángulo en el centro.	Ángulo en la circunferencia.	Lado.	Apotema.
n lados.....	$\frac{4\,Y}{n}=\frac{360^\circ}{n}$....	$\frac{2\,Y\,(n-2)}{n}$....	a	$\frac{a}{2}\cot.\frac{180^\circ}{n}$
3..........	$\frac{4}{3}$ Y..........	$\frac{2}{3}$ Y..........	$\sqrt{3}$..........	$\frac{1}{2}$
4..........	Y..........	Y..........	$\sqrt{2}$..........	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
5..........	$\frac{4}{5}$ Y..........	$\frac{6}{5}$ Y..........	$\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$....	$\frac{1+\sqrt{5}}{4}$
6..........	$\frac{2}{3}$ Y..........	$\frac{4}{3}$ Y..........	1..........	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
8..........	$\frac{1}{2}$ Y..........	$\frac{3}{2}$ Y..........	$\sqrt{2-\sqrt{2}}$....	$\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$
10..........	$\frac{2}{5}$ Y..........	$\frac{8}{5}$ Y..........	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.....	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$
12..........	$\frac{1}{3}$ Y..........	$\frac{5}{3}$ Y..........	$\sqrt{2-\sqrt{3}}$....	$\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$

Siendo a, a' a'' & los lados de los polígonos inscritos de n, $2\,n$, $4\,n$ & lados, y b, b', b'' & las cuerdas de los arcos suplementarios á los de estos respectivos lados a, a', &, se tendrá

$$b=\sqrt{4-a^2} \qquad b'=\sqrt{4-a'^2}=\sqrt{4-2+\sqrt{4-a^2}}=\sqrt{2+b} \qquad b''=\sqrt{2+b'}$$
$$b'''=\sqrt{2+b''} \quad \& \quad (z)$$

Partiendo del exágono regular inscrito, ó haciendo $a=1$ en estas fórmulas ó en las anteriores (x) (y), se podrá determinar la relacion de la circunferencia al diámetro. Usando de las últimas fórmulas (z), es decir, calculando, en vez de los lados de los polígonos de n, $2\,n$, $4\,n$ & lados, las cuerdas de los arcos suplementarios se llegará á la relacion π ahorrándose la mitad de extracciones de raices. En el supuesto dicho de $a=1$, tendríamos

$$b=\sqrt{3}=1{,}7320508075, \quad b'=1{,}9318516525, \quad b^{\text{VII}}=\sqrt{3{,}9999330678}$$

Correspondiendo la representacion b á la cuerda del arco suplementario en un polígono de 6 lados, la b^{VII} corresponderá á la de uno de 768. Será, pues, el lado de este último polígono

$$a^{\text{VII}}=\sqrt{4-b^{\text{VII}2}}=\sqrt{0{,}0000669322}=0{,}00818121$$

y el perímetro $\quad p\times a^{\text{VII}}=0{,}00818121\times 768=6{,}2831678$

Del propio modo se calcularia el polígono circunscrito correspondiente, resultando ser el de 768 lados $=6{,}2832203$; y así de los demás.

Por este medio se llegaria á la expresion de la circunferencia $\pi=6{,}2831853$, siendo el diámetro$=2$, límite de la cuerda del arco suplementario, ó $b\infty$; y por consiguiente 2 : 6,2831853 ó su igual 1 : 3415926 la relacion del diámetro á la circunferencia; ó $\pi=3{,}1415926$ la de la circunferencia al diámetro $=1$.

La relacion $\frac{22}{7}$ que dedujo Arquimedes calculando los perímetros de polígonos

inscritos y circunscritos hasta los de 96 lados, solo se aproxima á la verdadera en las tres primeras cifras 3,14 de su decimal equivalente. Esto, sin embargo, se usa bastante en práctica dicha relacion.

La $\frac{355}{113}$, que dedujo Pedro Mecio, es mucho mas aproximada, puesto que, trasformada en expresion decimal 3,1415929, solo difiere de la verdadera desde la octava cifra.

Diámetro correspondiente á la circunferencia $=1$ » $2r=0,318309$,

Circunferencia del círculo......... $C=2\pi r$: y $r=\dfrac{C}{2\pi}$

Longitud de un arco de α grados........... $L=\dfrac{\pi}{180}\alpha\, r$

Suma de los ángulos de un triángulo $=2$ rectos

Suma de los ángulos de un polígono cualquiera $=180°\,(n-2)$

$n=$ número de lados.

54. Superficies.

La *superficie ó área de un triángulo* cualquiera, siendo $a\ b\ c$ los lados, (de que b la base), h la altura, A, B, C, los ángulos opuestos, $2p$ el perímetro $=a+b+c$, y R, r los rádios de los círculos circunscrito é inscrito, se tiene por cualquiera de las siguientes expresiones, segun los datos de que se puede disponer

$$S=\frac{bh}{2}=\sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}=r\,p=\frac{a\,b\,c}{4\,R}=\tfrac{1}{2}\,b\,c \text{ sen. } A=$$

$$=\frac{c^2 \text{ sen. A sen. B}}{2 \text{ sen. }(A+B)}=p^2 \text{ tang. } \tfrac{1}{2}A \text{ tang. } \tfrac{1}{2}B \text{ tang. } \tfrac{1}{2}C$$

Si el triángulo es rectángulo y a la hipotenusa

$$S=\frac{b\,c}{2}=\tfrac{1}{2}b\sqrt{a^2-b^2}=\tfrac{1}{2}\,b^2 \text{ tang. } C=\tfrac{1}{2}\,b^2 \text{ cot. } B=\tfrac{1}{4}a^2 \text{ sen. } 2\,B$$

El *área de un paralelógramo* es $S=b\,h=$ base por altura. Lo mismo para el *rectángulo*. Es tambien $S=bc$ sen. A

La *del cuadrado* $S=b^2=4r^2=2\,R^2$

$b=$ lado r, R rádios de las circunferencias inscrita y circunscrita.

La de un *cuadrilátero cualquiera*

$S=\frac{1}{2}\,d\,d'$ sen. O $\Big\{$ d, d' diagonales; O = ángulo que ellas forman.

Si el cuadrilátero se puede inscribir en un círculo su área será, llamando a, b, c, d, sus lados, φ el ángulo formado por $a\,b$, y $2\,p$ su perímetro.

$$S=\sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)\,(p-d)}=\tfrac{1}{2}\,(ab+cd) \text{ sen. } \varphi.$$

El *área de un trapecio* es

$$S=\tfrac{1}{2}h\,(b+b')=b''h$$

$h=$ altura, b, b' bases paralelas, b'' base media.

Si no fuese conocida h, llamando d la diferencia $b-b'$ y a, c, los otros dos lados, siendo, además, $p=\frac{1}{2}\,(a+c+d)$,

$$S=\frac{b+b'}{d}\sqrt{p\,(p-a)\,(p-c)\,(p-d)}$$

La de *un polígono irregular cualquiera*, $S=\frac{1}{2}\,b\,h$, ó la del triángulo equivalente: ó bien S = á la suma de las áreas de los diferentes triángulos en que le dividen las diagonales tiradas desde uno de sus vértices. En topografía se halla tambien encontrando la diferencia entre un cuadrilátero circunscrito y la suma de las distintas figuras triangulares ó cuadriláteras que resultan de tirar coordenadas desde

los ángulos del polígono á los lados del rectángulo ó cuadrilátero circunscrito.

La *superficie de un polígono regular*

$$S=\tfrac{1}{2}\,r\,p=\tfrac{1}{4}\,p\,l^2\cot.\frac{180^\circ}{n}=\tfrac{1}{4}p\sqrt{4\,R^2-l^2}$$

r R = rádios recto y oblícuo.
n = número de lados.
l = lado, p = perímetro.

Superficie del círculo, $S=\pi\,r^2=\tfrac{1}{4}\,\pi\,d^2=0{,}7854\,d^2$

La de *un sector* de α grados. $S=\dfrac{\pi\,\alpha}{180}\,r^2=$ su arco $\times\tfrac{1}{2}\,r$

La de *un segmento* = área del sector de igual graduacion menos la del triángulo correspondiente.

$$S=\tfrac{1}{2}\,r\,(\alpha-\tfrac{1}{2}\text{ cuerda }2\,\alpha)=\tfrac{1}{2}\,r\,(\alpha-\text{sen. }\alpha)$$

y tambien $S=\tfrac{1}{2}\,r^2\left(\dfrac{\pi\,\alpha}{180}-\text{sen. }\alpha\right)$ α = número de grados.

La de *un trapecio circular*

$$S=\tfrac{1}{2}(c+c')(r-r')=c''(r-r')=\frac{\pi\,\alpha}{360^\circ}(r^2-r'^2)=\frac{\pi\,\alpha}{360^\circ}\,r''^2$$

c, c' bases circulares.
c'' base media.
r, r' r'' rádios extremos y medio.

La *anular* comprendida entre dos superficies concéntricas.

$S=\pi\,(R^2-r^2)=\pi\,t^2=$ arco del círculo cuyo rádio $=t$

$2\,t$ = tangente al círculo menor terminada por la circunferencia del mayor.

Area de una superficie plana terminada por dos curvas cualesquiera. Se la descompone en un número cualquiera de partes iguales n por medio de paralelas equidistantes. Siendo d d', d''... d^n las longitudes de estas paralelas, y a su distancia igual, resulta

$$S=\tfrac{1}{2}\,a\,(d+2\,d'+2\,d''+2\,d'''+\ldots\ldots\ldots d^n)$$

Superficie de un cilindro recto $S=2\,\pi\,r\,h$ | h = altura

La de *un cono recto* $S=\pi\,r\,g$ | g = generatriz $=\sqrt{h^2+r^2}$

La de un *tronco de un cono recto y bases paralelas*

$$S=2\,\pi\,(r+r')\times\tfrac{1}{2}\,g=\pi\,g\,(r+r')=c\,g$$

c = circunferencia media.
g = generatriz del tronco.

La de una *pirámide* = á la suma de las superficies de los triángulos que forman sus caras.

La de una *pirámide recta*, $S=\tfrac{1}{2}\,p\,a$;

p = perímetro de la base; a = altura de los triángulos que forman las caras.

Superficie de un *prisma* $=p\,a$,

p = perímetro de una seccion perpendicular al eje; a = arista.

Superficie de la *esfera*, $S=4\,\pi\,r^2=4$ círculos máximos.

Superficie de una *zona esférica*, $S=2\,\pi\,r\,a$:

a = espesor ó altura entre los círculos que la terminan; r = rádio de la esfera.

Superficie de un *casquete esférico*, $S=2\,\pi\,r\,a$;

a = altura; r = rádio de la esfera.

Superficie de un *triángulo esférico*, $=\dfrac{\pi\,r^2}{2\,D}(X+Y+Z-2\,D)$

X, Y, Z, ángulos del triángulo esférico. D = ángulo recto.

Superficie del *huso*, $S=4\,\pi\,r^2\,\dfrac{X}{4\,D}=\pi\,r^2\dfrac{X}{D}$

X = ángulo ó arco recto que la mide. D = ángulo recto.

Superficie *engendrada por la revolucion completa de muchos lados de un polígono regular al rededor de un eje.* S = la proyeccion sobre este eje de los lados del polígono, multiplicada por la circunferencia del círculo inscrito.

Superficie *engendrada por una curva plana cualquiera, girando al rededor de un eje situado en su plano.* $S =$ á la longitud desarrollada de la curva multiplicada por el camino recorrido por su centro de gravedad.

Superficie de la *elipse*, $S = \pi a b$, $\{ a, b$, semi-ejes.

Superficie de intradós de una bóveda en rincon de claustro sobre planta cuadrada $S = 8 r^2$ ó doble de su proyeccion horizontal.

La de otra de arista es $S = \frac{32}{7} r^2 = \frac{8}{7} . 4 r^2$ ó los $\frac{8}{7}$ de la proyeccion horizontal.

55. Volúmenes.

Volúmen de un *prisma* $= b h$. $\{ b =$ base. $h =$ altura.

Volúmen de un tronco de *prisma triangular*, $V = \frac{1}{3} b (h + h' + h''.)$

$b =$ base, h, h', h'', $=$ alturas de cada uno de los tres tetraedros de que se compone.

Volúmen de un *tetraedro* $= \frac{1}{3}$ del prisma triangular.

Volúmen de una *pirámide cualquiera*, $V = \frac{1}{3} b h$; $\{ b, h$, base y altura. Es igual tambien á la suma de todos los tetraedros de que se compone.

Volúmen de un *tronco de pirámide de bases paralelas.* $V = \frac{1}{3} h (b + b' + \sqrt{b b'})$

y tambien $$V = P \left(1 - \frac{1}{S^n}\right)$$

$P =$ volúmen de la pirámide mayor.

$S =$ la relacion $\frac{a}{a'}$ de un lado de esta al correspondiente de la pirámide menor.

$n =$ número de aristas.

Si el tronco no tuviera sus bases paralelas, sería

$$V = P \left(1 - \frac{1}{s r t ...} \right)$$

$s, r, t, \& =$ relaciones $\frac{a}{a'}$, $\frac{b}{b'}$, &, de las aristas de la pirámide total y deficiente.

Volúmen de un *cilindro*, $V = \pi r^2 h$; $h =$ altura.

Volúmen de un *cono recto*, $V = \frac{2}{3} \pi r^2 h$; $h =$ altura.

Volúmen de un *tronco de cono recto de bases paralelas.*

$$V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + R r)$$

$h =$ distancia entre las bases.

Volúmen de la *esfera*, $V = \frac{4}{3} \pi r^3 =$ su área multiplicada por el tercio del rádio $=$ los $\frac{2}{3}$ del cilindro circunscrito $= \frac{1}{6} \pi D^3 = 0{,}5236\ D^3 = 4{,}18879\ r^3$

Volúmen de un *sector esférico* $=$ área del casquete multiplicada por $\frac{1}{3} r$;

ó $$V = \frac{2}{3} \pi r^2 h$$

$h =$ altura del casquete: $r =$ rádio de la esfera.

Volúmen de una *zona esférica de bases paralelas.* $V =$ producto de la altura h entre las bases por la semi-suma de estas, mas una esfera que tiene h por diámetro $V = \frac{1}{2} \pi h (r^2 + r'^2) + \frac{1}{6} \pi h^3 = 1{,}571\ h (r^2 + r'^2) + 0{,}5236\ h^3$

Volúmen de un *segmento esférico* de una sola base. Haciendo en la anterior $r' = o$

$$V = \frac{1}{2} \pi r^2 h + \frac{1}{6} \pi h^3$$

$h =$ altura del casquete; $r =$ rádio dela esfera.

Volúmen de una úngula esférica $V = \frac{2}{3} r^3 \times Y$ $\{ Y =$ ángulo diedro de la úngula; $r =$ rádio de la esfera.

Volúmen de un elipsoide. $V = \frac{4}{3} \pi a b c$ $\{ a, b, c =$ los semi-ejes.

Volúmen de un *cuerpo cualquiera de revolucion*, $V = 2 \pi r s$.

$s =$ área ó superficie de la seccion por el eje; $r =$ distancia del centro de gravedad de esta área al eje de rotacion.

Para hallar el volúmen de un cuerpo cualquiera, se le descompone en cierto número par de partes paralelas y equidistantes, cuyo espesor ó altura sea a, y s s', s'', s'''.... s^n las superficies de los diferentes trozos; resultando

$$V = \frac{1}{3} a (s + 4 s' + 2 s'' + 4 s''' + 2 s^{IV} + ... s^n)$$

Un sólido compuesto de dos prismas triangulares, cuyas aristas son perpendi-

culares á la base, tiene por volúmen la suma de los dos prismas triangulares truncados de que se compone.

$$V = b\frac{a+d+c}{3} + b'\frac{a'+d'+c}{3}$$

b, b'=las dos bases triangulares en que se divide la base cuadrilátera,
a, d, c, a' d' c',=aristas de cada uno de estos prismas parciales.

Se aplicará igualmente la fórmula cuando fuere cero una cualquiera de las aristas.

Si la base es un paralelógramo = B, y a, d, c, e las cuatro aristas,

$$V = \tfrac{1}{2} B \times \tfrac{1}{3} (2a + 2c + d + e)$$

Volúmen de los *pontones*, de ciertos *wagones* y otros objetos de bases trapezoidales.

Llamando L, A, la longitud y anchura de la base mayor, l, a iguales líneas de la menor, y h la altura ó distancia vertical entre las bases, se tiene

$$V = \tfrac{1}{2} A\, h \left(\frac{2L+l}{3}\right) + \tfrac{1}{2} a\, h \left(\frac{2l+L}{3}\right)$$

Cuando no son muy diferentes L, A de l, a se tendrá con bastante aproximacion para la práctica, $V = \dfrac{LA + la}{2} h$.

56. Cubicacion y escuadría de maderas.

Antes de labrar la madera, se la *escuadra* ó reduce á un paralelepípedo rectángulo; entendiéndose entónces por escuadría el cuadrado inscrito en el círculo formado por la circunferencia del tronco. Cuando el tronco es de poco espesor, la escuadría se evalua por la seccion hecha al medio de su longitud. Siendo d el diámetro medio, r el rádio, h la altura del árbol, y v el vólumen de su escuadría, se tiene

$$\tfrac{1}{2} d^2 = 2r^2 = \text{escuadría; y } v = \tfrac{1}{2} d^2 h = 2r^2 h.$$

En el comercio se sigue el siguiente método para hallar el costado c de la escuadría. De la circunferencia πd se quita el sexto ó $\dfrac{\pi d}{6}$, y el $\dfrac{1}{4}$ del resíduo se llama c. Se tiene así próximamente

$$c = 0{,}655\, d = 1{,}3\, r,\quad c^2 = 0{,}429\, d^2 = 1{,}7\, r^2;\quad v = 1{,}7\, r^2 h = 0{,}429\, d^2 h.$$

En los arsenales de artillería se cubican las maderas por las fórmulas siguientes, establecidas de manera que solo se tomen en cuenta las partes del árbol empleadas,

$$c = \frac{2\pi r}{5};\quad c^2 = \frac{(2\pi r)^2}{25};\quad v = 1{,}579\, r^2 h.$$

57. Toneles.

Siendo muy variada la forma de los toneles no se puede establecer una fórmula general, ni aun alguna que sea exacta.

Si D es el diámetro de la parte mas curva, d el diámetro medio de los fondos, l la longitud interior del tonel y V su contenido, resulta:

1.° Cuando el tonel forma en su medio una gran curvatura,

$$V = \frac{1}{4}\pi l \left(d + \frac{2}{3}(D-d) \right)^2$$

2.° Si el tonel está menos arqueado

$$V = \frac{1}{4}\pi l \left(d + \frac{3}{5}(D-d) \right)^2$$

3.° Y en fin, si fuere casi cilíndrico

$$V = \frac{1}{4}\pi l \left(d + \frac{11}{10}(D-d) \right)^2$$

Las cantidades dentro de los paréntesis son, en este caso, los diámetros de cilindros de igual capacidad que los toneles.

La siguiente fórmula es próximamente un término medio

$$V = 0{,}0873\; l\; (d+2D)^2$$

Si estando tumbado el tonel se quiere saber el líquido que contiene, dado caso que no esté lleno, se medirá la altura de aquel por medio de una vara recta que se introduce por la abertura practicada en un punto de la mayor curvatura: y siendo h la mayor altura que resulta del vacío ó lleno, la fórmula siguiente dará el volúmen correspondiente á la parte de menor altura

$$\tfrac{1}{4}\,\pi\, l\,(1,\,5\,h)^2 = 1{,}767\; l\; h^2$$

Para el caso en que el vacío se aproxime á la extremidad de los dos diámetros de las bases ó fondos se tendria,

1.° En el supuesto de hallarse el líquido en la parte superior, ó el tonel casi lleno, y llamando h la altura del vacío

$$\text{volúmen vacío} = \tfrac{1}{4}\;\pi\; l\;(\tfrac{7}{4}\,h)^2 = 2{,}4\; l\, h^2$$

2.° En el supuesto contrario de hallarse el líquido en la parte inferior ó estar próximamente tocando la parte inferior de los diámetros de los fondos, la misma fórmula servirá para el volúmen del líquido, siendo entonces h la altura de este.

3.° Y, en fin, si el líquido no llegare aun á tocar los extremos superiores de los diámetros de los fondos, se tendria para el vacío que resultare, siendo h su respectiva altura,

$$\text{Volúmen del vacío} = \tfrac{1}{4}\;\pi\; l\;(\tfrac{5}{3}\,h)^2 = 2{,}18\; l\; h^2.$$

VOLÚMEN DE BÓVEDAS.

De medio punto y cañon seguido

$$V = 2\, r\, l\left(l + \frac{3m}{14}\right)$$ r, l, e, m, rádio, longitud del cañon, espesor en la clave y montea.

Esquifada circular.

$$V = \frac{3\, m^2 (l+a-m)}{7} + l\; a\; e$$ l, a, m, e, largo, ancho, montea y espesor.

Esquifada elíptica.

$$V = \frac{1}{21}\, m\, n\,[9\,(l+a) - 8\, m] + l\; a\; e$$ n = avance de la curva.

Vaida.

$$V = \frac{967}{4949}\; l\; a\;(m+m') + l\; a\; e$$ m' = altura del casquete = Fórmulas aplicables á los casos de ser los arcos rebajados ó peraltados.

Vaida truncada.

$$V = \frac{179}{5250}\, l\; a\; m + l\; a\; e$$

Media naranja.

$$V = \frac{44}{21}\,(R^3 - r^3 + R^2\, e)$$ R, r, rádios exterior é interior. e = espesor uniforme.

Cúpula cualquiera.

$$V = \frac{11}{21}\;[\,(l + 2\,e')\,(a + 2\,e')\,(m + e) - l\; a\; m\,]$$ e' = espesor en la imposta.

Pechina truncada.

$$V = \frac{11}{21}\, h\left[\frac{2\, r^2 + 3\, h^2 + 4\, b\, h + b^2}{2} - 2\, r\, h\right]$$ b, h, r, base ó ancho de la base de la pechina, su altura y rádio á que corresponde.

Pechinas.

$$V = \frac{179}{5250}\, l\, a\, h.$$

Aplicable á las pechinas circulares y elíptica.

Rincon de claustro.

$$V = \frac{1}{3}\, B\, m + B\, e \quad \{B,\ m,\ e,\ \text{área de la base, montea y espesor.}$$

Aplicable á todos los casos, ya sean iguales ó nó los lados del polígono que forma la imposta.

Arista.

$$V = l\, a \left(\frac{199}{950} (m + m' + e) \right) \quad \{ m' = \text{altura desde la clave de los arcos al centro de la bóveda.}$$

Arista truncada.

$$V = l\, a \left(\frac{2}{21}\, m + e \right)$$

Luneto llano.

$$V = \frac{5}{42}\, m\, l\, a \quad \{ c = \text{cuerda ó ancho.}$$

Luneto empinado.

$$V = \frac{353}{5700} (m + m') \quad \{ m' = \text{el esceso de altura del vértice del luneto sobre la montea.}$$

La **mayor extension de terreno** que puede alcanzar á ver un areonauta á la altura h de su elevacion es la superficie abrazada por el cono cuyo vértice es el punto que ocupa el globo,

$$\omega = 4000\, h \quad \text{hectáreas.}$$

Teniendo España de superficie 458000 kilómetros cuadrados próximamente, ó 45'800.000 hectáreas, si un areonauta se eleva á 4000^{m} de altura, partiendo de un punto céntrico de la Peninsula, divisará una extension de terreno igual á

$$\omega = 16'000.000 \quad \text{hectáreas.}$$

Y para abrazar todo el territorio español se debería elevar á una altura proxima de

$$h = \frac{45'800.000}{4000} = 11650^{m}$$

Volúmen de una lenta biconvexa en funcion de su espesor e y rádios $r\, r'$ de las esferas á que corresponden las caras

$$V = \tfrac{1}{12}\, \pi \frac{e^2}{(r + r' - e)^2} \left[e^2 - 4\, (r + r')\, e + 12\, r\, r' \right]$$

Si las dos caras de las lentes son de igual curvatura $r = r'$ y

$$V = \tfrac{1}{12}\, \pi \frac{e^2}{(2\, r - e)^2} \left[e^2 - 8\, r\, e + 12\, r^2 \right]$$

Volúmen del romboedro ó paralelepípedo de rombos iguales, en funcion de las diagonales D y d grandes y chichas de sus caras

1.° Romboedro obtuso

$$V = \tfrac{1}{4}\, D^2 \sqrt{3\, d^2 - D^2}$$

2.° Romboedro agudo

$$V = \tfrac{1}{4}\, d^2 \sqrt{3 D^2 - d^2}$$

Volúmen del dodecaedro romboidal, formado de rombos iguales, en funcion de la arista a

$$V = \frac{8}{3}\, a^3 \sqrt{3}$$

Volúmen engendrado por un semidecágono de revolucion.

En funcion del lado l

$$V = \frac{1}{12} \pi l^3 \sqrt{1885 + 842\sqrt{5}}$$

En funcion de la apotema a

$$V = \frac{2}{15} \pi a^3 (15 - 2\sqrt{5})$$

58. **Lados, superficies y volúmenes de los cinco poliedros regulares en funcion del rádio R de la esfera circunscrita (el lado, además, en funcion de rádio *r* de la esfera inscrita.)** (*Fórmulas de* TORNER.)

	TETRAEDRO.	HEXAEDRO.	OCTAEDRO.	DODECAEDRO.	YCOSAEDRO.
Lado	$L = 2R\sqrt{\frac{2}{3}} = 1{,}6330\,R$ $= 2r\sqrt{6} = 4{,}8989\,r$	$L = R\frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}1547\,R$ $= 2r$	$L = R\sqrt{2} = 1{,}4142\,R$ $= r\sqrt{6} = 2{,}44948\,r$	$L = 2R\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{6}} = 0{,}7136R$ $L = r\frac{(\sqrt{5}-1)\left(\sqrt{10-2\sqrt{5}}\right)}{1+\sqrt{5}}$ $= 0{,}898\,r$	$L = 2R\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}}} = 1{,}0514\,R$ $L = r\sqrt{3}\,(3-\sqrt{5}) = 1{,}3233\,r$
Superficie.	$S = 8R^2\frac{1}{\sqrt{3}} = 4{,}6188\,R^2$	$S = 8\,R^2$	$S = 4R^2\sqrt{3} = 6{,}9282\,R^2$	$S = 20R^2\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}} = 10{,}515R^2$	$S = 2\,R^2\sqrt{3}\,(5-\sqrt{5} = 9{,}5745\,R^2$
Volúmen..	$V = \frac{8}{24}R^3\sqrt{3} = 0{,}5132R^3$	$V = \frac{8}{9}\,R^3\sqrt{3} = 1{,}5396R^3$	$V = \frac{4}{3}R^3 = 1{,}3333\,R^3$	$V = \frac{2}{3}\,R^3\,\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = 2{,}7852\,R^3$	$V = \frac{2}{3}R^3\,(5-\sqrt{5})\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} =$ $= 2{,}5362\,R^3$

6

59. **FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS.** (Rádio $r = 1$)

$$\text{Arco } a = \begin{cases} \text{sen. } a + \dfrac{1 \text{ sen.}^3 a}{2.3} + \dfrac{1.3 \text{ sen.}^5 a}{2.4.5} + \dfrac{1.3.5 \text{ sen.}^7 a}{2.4.6.7} + \dfrac{1.3.5.7. \text{ sen.}^9 a}{2.4.6.8.9} + \&. \\ = \text{tang. } a - \tfrac{1}{3} \text{ tang.}^3 a + \tfrac{1}{5} \text{ tang.}^5 a - \tfrac{1}{7} \text{ tang.}^7 a + \&. \end{cases}$$

$$\text{sen. } a = \begin{cases} \text{cos.} a \text{ tang.} a = \tfrac{1}{2} \text{cuerda}(2a) = \sqrt{1 - \text{cos.}^2 a} = \dfrac{\text{tang. } a}{\sqrt{1 + \text{tang.}^2 a}} = \dfrac{1}{\text{sec.} a} \sqrt{\text{sec.}^2 a - 1} \\ = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \text{cot.}^2 a}} = \dfrac{1}{\text{cosec. } a} = 2 \text{ sen. } \tfrac{1}{2} a \text{ cos. } \tfrac{1}{2} a = \\ = a - \dfrac{a^3}{1.2.3} + \dfrac{a^5}{1.2.3.4.5} - \dfrac{a^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \&. \end{cases}$$

$$\text{sen. verso } a = 1 - \text{cos. } a = 2 \text{ sen.}^2 \tfrac{1}{2} a$$

$$\text{cos. } a = \begin{cases} \dfrac{\text{sen } a}{\text{tang. } a} = \sqrt{1 - \text{sen.}^2 a} = 1 - 2 \text{ sen.}^2 \tfrac{1}{2} a = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \text{tang.}^2 a}} = \text{sen. } a \text{ cot. } a \\ = \dfrac{1}{\text{sec. } a} = 2 \text{ cos.}^2 \tfrac{1}{2} a - 1 = \dfrac{\text{cot. } a}{\sqrt{1 + \text{cot.}^2 a}} = \dfrac{\sqrt{\text{cosec.}^2 a - 1}}{\text{cosec. } a} = \\ = 1 - \dfrac{a^2}{1.2} + \dfrac{a^4}{1.2.3.4} - \dfrac{a^6}{1.2.3.4.5.6} + \&. \end{cases}$$

$$\text{tang. } a = \begin{cases} \dfrac{\text{sen. } a}{\text{cos. } a} = \dfrac{1}{\text{cot. } a} = \sqrt{\text{sec.}^2 a - 1} = \dfrac{1}{\sqrt{\text{cosec.}^2 a - 1}} \\ = a + \dfrac{a^3}{1.2} + \dfrac{2a^5}{1.3.5} + \dfrac{17 a^7}{5.7.9} + \&. \end{cases}$$

$$\text{cot. } a = \begin{cases} \dfrac{1}{\text{tang. } a} = \dfrac{\text{cos. } a}{\text{sen. } a} = \dfrac{1}{\sqrt{\text{sec.}^2 a - 1}} = \dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{3} a - \dfrac{1}{45} a^3 - \dfrac{2}{945} a^5 - \& = \\ = \sqrt{\text{cosec.}^2 a - 1} \end{cases}$$

$$\text{sec. } a = \begin{cases} \dfrac{1}{\text{cos. } a} = \sqrt{1 + \text{tang.}^2 a} = \text{cot. } (45^\circ - \tfrac{1}{2} a) - \text{tang. } a = \dfrac{\text{cosec. } a}{\text{cot. } a} = \\ \dfrac{\sqrt{1 + \text{cot.}^2 a}}{\text{cot. } a} = \dfrac{\text{cosec. } a}{\sqrt{\text{cosec.}^2 a - 1}} \end{cases}$$

$$\text{cosec. } a = \dfrac{1}{\text{sen. } a} = \text{cot.} \tfrac{1}{2} a - \text{cot. } a = \dfrac{\text{sec. } a}{\text{tang. } a} = \dfrac{\sqrt{1 + \text{tang.}^2 a}}{\text{tang. } a} = \sqrt{1 + \text{cot.}^2 a} = \dfrac{\text{sec. } a}{\sqrt{\text{sec.}^2 a - 1}}$$

$$\text{Rádio } 1 = \begin{cases} \text{sen.}^2 a + \text{cos.}^2 a = \text{sen. ver. } a + \text{cos. } a = \text{cos. } a + 2 \text{ sen.}^2 \tfrac{1}{2} a = \\ = 2 \text{ cos.}^2 \tfrac{1}{2} a - \text{cos. } a = \text{cot. } a \text{ tang. } a = \dfrac{\text{cos. } a \text{ tang. } a}{\text{sen. } a} = \text{cos. } a \text{ sec. } a \\ = \text{cosec. } a \text{ sen. } a = \text{cos. } a \sqrt{1 + \text{tang.}^2 a} = 2 \text{ cos.}^2 a - \text{cos. } 2a = \\ = \text{cos. } 2a + 2 \text{ sen.}^2 a = \sqrt{\text{sen. } a \text{ cosec. } a} = \sqrt{\text{sec. } a \text{ cos. } a} = \dfrac{\text{tang. } a \text{ cos. } a}{\text{sen. } a} = \\ = \text{sen.}^2 \tfrac{1}{2} a + \text{cos.}^2 \tfrac{1}{2} a = \text{sec.}^2 a - \text{tang.}^2 a = \text{cosec.}^2 a - \text{cot.}^2 a = \\ = \text{sen. } 90^\circ = \text{cos. } 0^\circ = \text{tang. } 45^\circ = \text{cot. } 45^\circ = \text{sec. } 0^\circ = \text{cosec. } 90^\circ. \end{cases}$$

$$1 + \text{sen. } a = 2 \text{ sen. } (45^\circ + \tfrac{1}{2} a) \text{ cos. } (45^\circ - \tfrac{1}{2} a = 2 \text{ sen.}^2 (45^\circ + \tfrac{1}{2} a)$$

$$1 - \text{sen. } a = 2 \text{ cos.}^2 (45^\circ + \tfrac{1}{2} a) = 2 \text{ sen.}^2 (45^\circ - \tfrac{1}{2} a)$$

$$1 + \text{cos. } a = 2 \text{ cos.}^2 \tfrac{1}{2} a \; ; \quad 1 - \text{cos. } a = 2 \text{ sen.}^2 \tfrac{1}{2} a.$$

$$\dfrac{1 + \text{sen. } a}{\text{cos. } a} = \text{tang. } (45^\circ + \tfrac{1}{2} a) \; ; \quad \dfrac{1 - \text{sen. } a}{\text{cos. } a} = \text{tang. } (45^\circ - \tfrac{1}{2} a)$$

$$\frac{1+\text{sen. } a}{1-\text{sen. } a}=\text{tang. } (45^\circ+\tfrac{1}{2}a)\,; \qquad \frac{1-\text{sen. } a}{1+\text{sen. } a}=\text{tang.}^2 (45^\circ-\tfrac{1}{2}a)$$

$$\frac{1+\cos. a}{1-\cos. a}=\cot.^2 \tfrac{1}{2} a\,; \qquad \frac{1+\text{sen. } a}{1+\cos. a}=\frac{\text{sen.}^2 (45^\circ+\frac{1}{2}a)}{\cos.^2 \frac{1}{2} a}$$

$$\frac{1-\text{sen. } a}{1-\cos. a}=\frac{\text{sen.}^2 (45^\circ-\frac{1}{2}a)}{\text{sen.}^2 \frac{1}{2} a}\,; \qquad \frac{1+\text{sen. } b}{1+\cos. a}=\frac{\text{sen.}^2 (45^\circ+\frac{1}{2}b)}{\cos.^2 \frac{1}{2} a}$$

$$\text{sen.}^2 a+\cos.^2 a=1\,; \quad \sec.^2 a-\text{tang.}^2 a=1$$

$$\text{sen.}^2 a=\tfrac{1}{2}(1-\cos. 2a)=1-\cos.^2 a=(1-\cos. a)\,(1+\cos. a).$$

$$\cos.^2 a=\tfrac{1}{2}(1+\cos. 2a)=1-\text{sen.}^2 a=(1-\text{sen. } a)\,(1+\text{sen, } a)$$

$$\text{tang.}^2 a=\frac{1-\cos.^2 a}{1-\text{sen.}^2 a}=\sec.^2 a-1\,; \qquad \cot.^2 a=\text{cosec.}^2 a-1$$

$$\text{sen.}^2 a-\text{sen.}^2 b=\cos.^2 b-\cos.^2 a=\text{sen. } (a+b)\ \text{sen. } (a-b)$$

$$\cos.^2 a-\text{sen.}^2 b=\cos. (a+b)\ \cos. (a-b)$$

$$\text{tang.}^2 a-\text{tang.}^2 b=\frac{\text{sen. } (a+b)\ \text{sen. } (a-b)}{\cos.^2 a \cos.^2 b}$$

$$\cot.^2 a-\cot.^2 b=-\frac{\text{sen. } (a+b)\ \text{sen. } (a-b)}{\text{sen.}^2 a\ \text{sen.}^2 b}.$$

$$\text{sen. } (a\pm b)=\text{sen. } a \cos. b\pm\text{sen. } b \cos. a$$

$$\cos. (a\pm b)=\cos. a \cos. b\mp\text{sen. } a\ \text{sen. } b$$

$$\text{tang. } (a\pm b)=\frac{\text{sen. } (a\pm b)}{\cos. (a\pm b)}=\frac{\text{tang. } a\pm\text{tang. } b}{1\mp\text{tang. } a\ \text{tang. } b}\,; \ \cot. (a\pm b)=\frac{\cot. a \cot. b\mp 1}{\cot. b\pm\cot. a}$$

$$\frac{\text{sen. } (a+b)}{\text{sen. } (a-b)}=\frac{\cot. b+\cot. a}{\cot. b-\cot. a}=\frac{\text{tang. } a+\text{tang. } b}{\text{tang. } a-\text{tang. } b}$$

$$\frac{\text{sen. } (a\pm b)}{\cos. (a\mp b)}=\frac{\cot. b\pm\cot. a}{\pm 1+\cot. a \cot. b}=\frac{\text{tang. } a\pm\text{tang. } b}{1\pm\text{tang. } a\ \text{tang. } b}$$

$$\frac{\cos. (a+b)}{\cos. (a-b)}=\frac{\cot. b-\text{tang. } a}{\cot. b+\text{tang. } a}=\frac{1-\text{tang. } a\ \text{tang. } b}{1+\text{tang. } a\ \text{tang. } b}$$

$$\text{sen. } a\ \text{sen. } b=\tfrac{1}{2}\cos. (a-b)-\tfrac{1}{2}\cos. (a+b)$$

$$\text{sen. } a \cos. b=\tfrac{1}{2}\text{sen. } (a+b)+\tfrac{1}{2}\text{sen. } (a-b)$$

$$\cos. a \cos. b=\tfrac{1}{2}\cos. (a+b)+\tfrac{1}{2}\cos. (a-b)=\cos.^2 \tfrac{1}{2}(a-b)-\text{sen.}^2 \tfrac{1}{2}(a+b)$$

$$\cos. a\ \text{sen. } b=\tfrac{1}{2}\text{sen. } (a+b)-\tfrac{1}{2}\text{sen. } (a-b)$$

$$\text{sen. } a\ \text{sen. } m\,a=\tfrac{1}{2}\cos. (m-1)\,a-\tfrac{1}{2}\cos. (m+1)\,a.$$

$$\text{sen. } a \cos. m\,a=\tfrac{1}{2}\text{sen. } (m+1)\,a-\tfrac{1}{2}\text{sen. } (m-1)\,a.$$

$$\cos. a \cos. m\,a=\tfrac{1}{2}\cos. (m+1)\,a+\tfrac{1}{2}\cos. (m-1)\,a.$$

$$\cos. a\ \text{sen. } m\,a=\tfrac{1}{2}\text{sen. } (m+1)\,a+\tfrac{1}{2}\text{sen. } (m-1)\,a.$$

$$\text{sen. } 2a=2\ \text{sen. } a \cos. a=2\ \text{sen. } a\ \text{sen. } (90^\circ-a)=\frac{2\ \text{tang. } a}{1+\text{tang.}^2 a}=\text{tang. } a\,(1+\cos. 2a)$$
$$=\cot. a\,(1-\cos. 2a)$$

$$\cos. 2a=\cos.^2 a-\text{sen.}^2 a=2\cos.^2 a-1=1-2\ \text{sen.}^2 a=\frac{1-\text{tang.}^2 a}{1+\text{tang.}^2 a}=\frac{\cot. a-\text{tang. } a}{\cot. a+\text{tang. } a}$$

$$\text{tang. } 2a=\frac{2\ \text{tang. } a}{1-\text{tang.}^2 a}=\frac{2 \cot. a}{\cot.^2 a-1}\,; \ \cot. 2a=\tfrac{1}{2}(\cot. a-\text{tang. } a)=\frac{\cot.^2 a-1}{2 \cot. a}$$

$$\text{sen. } 3a=3\ \text{sen. } a-4\ \text{sen.}^3 a\,; \qquad \cos. 3a=4\cos.^3 a-3\cos. a\,;$$

$$\text{tang. } 3a=\frac{3\ \text{tang. } a-\text{tang.}^3 a}{1-3\ \text{tang.}^2 a}$$

$$\text{sen.}\,(m+1)\,a = 2\cos.\,a\ \text{sen.}\,m\,a - \text{sen.}\,(m-1)\,a$$
$$\cos.\,(m+1)\,a = 2\cos.\,a\cos.\,m\,a - \cos.\,(m-1)\,a$$

$$\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}a = \tfrac{1}{2}\sqrt{2-2\cos.\,a} \qquad \text{sen.}^2\,\tfrac{1}{2}a = \tfrac{1}{2}(1-\cos.\,a)$$
$$\cos.\,\tfrac{1}{2}a = \tfrac{1}{2}\sqrt{2+2\cos.\,a} \qquad \cos.^2\,\tfrac{1}{2}a = \tfrac{1}{2}(1+\cos.\,a)$$
$$\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}a = \frac{\text{sen.}\,a}{1+\cos.\,a} = \frac{1-\cos.\,a}{\text{sen.}\,a} = \sqrt{\frac{1-\cos.\,a}{1+\cos.\,a}}$$
$$\cot.\,\tfrac{1}{2}a = \frac{\text{sen.}\,a}{1-\cos.\,a} = \frac{1+\cos.\,a}{\text{sen.}\,a} = \text{cosec.}\,a + \cot.\,a$$
$$\cot.^2\,\tfrac{1}{2}a = \frac{1+\cos.\,a}{1-\cos.\,a} = \frac{1}{\text{tang.}^2\,\tfrac{1}{2}a}$$

$$\text{sen.}\,a + \text{sen.}\,b = 2\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(a+b)\cos.\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\text{sen.}\,a - \text{sen.}\,b = 2\cos.\,\tfrac{1}{2}(a+b)\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\cos.\,a + \cos.\,b = 2\cos.\,\tfrac{1}{2}(a+b)\cos.\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\cos.\,b - \cos.\,a = 2\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(a+b)\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\cos.\,a - \cos.\,b = -2\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(a+b)\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\text{tang.}\,a + \text{tang.}\,b = \frac{\text{sen.}\,(a+b)}{\cos.\,a\cos.\,b} = \frac{\text{sen.}\,a\cos.\,b + \text{sen.}\,b\cos.\,a}{\cos.\,a\cos.\,b}$$
$$\text{tang.}\,a - \text{tang.}\,b = \frac{\text{sen.}\,(a-b)}{\cos.\,a\cos.\,b} = \frac{\text{sen.}\,a\cos.\,b - \text{sen.}\,b\cos.\,a}{\cos.\,a\cos.\,b}$$
$$\cot.\,a + \cot.\,b = \frac{\text{sen.}\,(a+b)}{\text{sen.}\,a\,\text{sen.}\,b}; \quad \cot.\,a - \cot.\,b = -\frac{\text{sen.}\,(a-b)}{\text{sen.}\,a\,\text{sen.}\,b} = -\frac{\text{sen.}\,(b-a)}{\text{sen.}\,a\,\text{sen.}\,b}$$
$$\text{tang.}\,a \pm \cot.\,b = \frac{\pm\cos.\,(a\mp b)}{\cos.\,a\,\text{sen.}\,b}; \quad \cot.\,a \pm \text{tang.}\,b = \frac{\cos.\,(a\mp b)}{\text{sen.}\,a\cos.\,b}$$

$$\frac{\text{sen.}\,a + \text{sen.}\,b}{\text{sen.}\,a - \text{sen.}\,b} = \frac{\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(a+b)}{\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(a-b)} = \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(a+b)\cot.\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\frac{\text{sen.}\,a + \text{sen.}\,b}{\cos.\,a + \cos.\,b} = \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(a+b) = \frac{\cos.\,b - \cos.\,a}{\text{sen.}\,a - \text{sen.}\,b}$$
$$\frac{\text{sen.}\,a + \text{sen.}\,b}{\cos.\,a - \cos.\,b} = -\cot.\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\frac{\text{sen.}\,a - \text{sen.}\,b}{\cos.\,a + \cos.\,b} = \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(a-b)\,; \quad \frac{\text{sen.}\,a - \text{sen.}\,b}{\cos.\,a - \cos.\,b} = -\cot.\,\tfrac{1}{2}(a+b)$$
$$\frac{\text{sen.}\,a - \text{sen.}\,b}{\cos.\,b - \cos.\,a} = \cot.\,\tfrac{1}{2}(a+b)$$
$$\frac{\cos.\,a + \cos.\,b}{\cos.\,a - \cos.\,b} = -\frac{\cot.\,\tfrac{1}{2}(a+c)}{\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(a-b)} = -\frac{\sec.\,a + \sec.\,b}{\sec.\,a - \sec.\,b} = -\cot.\,\tfrac{1}{2}(a+b)\cot.\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$
$$\frac{\text{sen.}\,a + \cos.\,b}{\text{sen.}\,a - \cos.\,b} = \frac{\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(90^\circ + a - b)}{\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(a + b - 90^\circ)}$$
$$\frac{\sec.\,a + \sec.\,b}{\sec.\,a - \sec.\,b} = \frac{\cot.\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(a+b)}$$
$$\frac{\text{sen.}\,(a+b)}{\text{sen.}\,a + \text{sen.}\,b} = \frac{\cos.\,\tfrac{1}{2}(a+b)}{\cos.\,\tfrac{1}{2}(a-b)}; \quad \frac{\text{sen.}\,(a+b)}{\text{sen.}\,a - \text{sen.}\,b} = \frac{\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(a+b)}{\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}$$
$$\frac{\text{tang.}\,a + \text{tang.}\,b}{\text{tang.}\,a - \text{tang.}\,b} = \frac{\text{sen.}\,(a+b)}{\text{sen.}\,(a-b)} = \frac{\cot.\,b + \cot.\,a}{\cot.\,b - \cot.\,a}$$

$$\frac{\text{tang.}\, a+\text{tang.}\, b}{\text{cot.}\, a+\text{cot.}\, b}=\text{tang.}\, a\, \text{tang.}\, b \quad » \quad \frac{\text{tang.}\, a+\text{tang.}\, b}{\text{cot.}\, a-\text{cot.}\, b}=-\text{tang.}\, a\, \text{tang.}\, b\frac{\text{sen.}\,(a+b)}{\text{sen.}\,(a-b)}.$$

$$\frac{\text{tang.}\, a+\text{tang.}\, b}{\text{tang.}\, a\pm\text{cot.}\, b}=\pm\text{tan.}\, b\frac{\text{sen.}\,(a+b)}{\text{cos.}\,(a-b)} \quad » \quad \frac{\text{tang.}\, a-\text{tang.}\, b}{\text{cot.}\, a+\text{cot.}\, b}=\text{tang.}\, a\, \text{tang.}\, b\frac{\text{sen.}\,(a-b)}{\text{cos.}\,(a+b)}$$

$$\frac{\text{tang.}\, a-\text{tang.}\, b}{\text{cot.}\, a-\text{cot.}\, b}=-\text{tang.}\, a\, \text{tang.}\, b \quad » \quad \frac{\text{tang.}\, a-\text{tang.}\, b}{\text{tang.}\, a+\text{cot.}\, b}=\text{tang.}\, b\, \text{tang.}\,(a-b)$$

$$\frac{\text{tang.}\, a-\text{tang.}\, b}{\text{tang.}\, a-\text{cot.}\, b}=-\text{tang.}\, b\, \text{sen.}\,(a-b) \quad » \quad \frac{\text{cot.}\, a+\text{cot.}\, b}{\text{tang.}\, a+\text{cot.}\, b}=\text{cot.}\, a\frac{\text{sen.}\,(a+b)}{\text{cos.}\,(a-b)}$$

$$\frac{\text{cot.}\, a+\text{cot.}\, b}{\text{cot.}\, a-\text{cot.}\, b}=-\frac{\text{sen.}\,(a+b)}{\text{sen.}\,(a-b)} \quad » \quad \frac{\text{cot.}\, a\pm\text{cot.}\, b}{\text{tang.}\, a\mp\text{cot.}\, b}=-\text{cot.}\, a\, \text{tang.}\,(a\pm b)$$

$$\frac{\text{cot.}\, a-\text{cot.}\, b}{\text{tang.}\, a-\text{cot.}\, b}=\text{cot.}\, a\frac{\text{sen.}\,(a-b)}{\text{cos.}\,(a+b)} \quad » \quad \frac{\text{tang.}\, a+\text{cot.}\, b}{\text{tang.}\, a-\text{cot.}\, b}=-\frac{\text{cos.}\,(a-b)}{\text{cos.}\,(a+b)}$$

$$\text{sen.}\,(-a)=-\text{sen.}\, a;\quad \text{cos.}\,(-a)=\text{cos.}\, a;\quad \text{tang.}\,(-a)=-\text{tang.}\, a$$
$$\text{cot.}\,(-a)=-\text{cot.}\, a;\quad \text{sec.}\,(-a)=\text{sec.}\, a;\quad \text{cosec.}\,(-a)=-\text{cosec.}\, a$$

60. En todas las anteriores fórmulas se ha supuesto ser el rádio la unidad Mas para cuando queramos restituirle en la expresion que hayamos de usar ó nos convenga emplear para la solucion de un problema determinado, bastará escribir homogénea la fórmula, haciendo de manera que no pase de la unidad el número que indique el exponente del término ó términos de que aquella se componga, puesto que la línea recta solo tiene una dimension.

Por ejemplo, en la fórmula

$$\text{tang.}\,(a\pm b)=\frac{\text{tang.}\, a\pm\text{tang.}\, b}{1\pm\text{tang.}\, a\, \text{tang.}\, b}$$

cuyo resultado ha de ser una línea recta, vemos que para conseguirlo es preciso hacer porque el numerador tenga una dimension mas que el denominador; y como en este el 2.° término tiene dos dimensiones, si se las quitamos dividiéndole por r^2 habrémos conseguido hacer la fórmula homogénea, viniendo á ser

$$\text{tang.}\,(a\pm b)=\frac{r^2(\text{tang.}\, a\pm\text{tang.}\, b)}{r^2\pm\text{tang.}\, a\, \text{tang.}\, b}$$

Del propio modo se procederá en todas las demás expresiones, segun lo hacen ver los siguientes ejemplos

$$\text{sec.}\, a=\frac{1}{\text{cos.}\, a}=\sqrt{1+\text{tang.}^2 a}=\frac{\sqrt{1+\text{cot.}^2 a}}{\text{cot.}\, a};$$ que serán, poniendo el rádio,

$$\text{sec.}\, a=\frac{r^2}{\text{cos.}\, a}=\sqrt{r^2+\text{tang.}^2 a}=\frac{r\sqrt{r+\text{cot.}^2 a}}{\text{cot.}\, a}$$

$1-\text{sen.}\, a=2\,\text{sen.}^2\,(45°-\frac{1}{2}a)$ » será $1-\text{sen.}\, a=\dfrac{2\,\text{sen.}^2\,(45°-\frac{1}{2}a)}{r}$

$\text{sen.}\, 2a=2\,\text{sen.}\, a\, \text{cos.}\, a$ .... $\text{sen.}\, 2a=\dfrac{2\,\text{sen.}\, a.\, \text{cos.}\, a}{r}$

$\text{tang.}\, 2a=\dfrac{2\,\text{tang.}\, a}{1-\text{tang.}^2 a}$ .... $\text{tang.}\, 2a=\dfrac{2r^2\,\text{tang.}\, a}{r^2-\text{tang.}^2 a}$

$\text{sen.}\, a.\, \text{sen.}\, b=\frac{1}{2}\text{cos.}(a-b)-\frac{1}{2}\text{cos.}\,(a+b)$ » $\text{sen.}\, a.\, \text{sen.}\, b=\frac{1}{2}r[\text{cos.}\,(a-b)-\text{cos.}\,(a+b)$

$\text{tang.}\, a\, \text{tang.}\, b=\dfrac{\text{tang.}\, a}{\text{cot.}\, b}$ .... $\text{tang.}\, a.\, \text{tang.}\, b=\dfrac{r^2\,\text{tang.}\, a}{\text{cot.}\, b}$

$\text{cot.}\, b=\dfrac{\text{sen.}\,(a+b)+\text{sen.}\,(a+b)}{\text{cos.}\,(a-b)-\text{cos},\,(a-b)}$ .... $\text{cot.}\, b=r\dfrac{\text{sen.}\,(a+b)+\text{sen.}\,(a-b}{\text{cos.}\,(a-b)-\text{cos.}\,(a+b)}$

&.

61. **Valores de las líneas trigonométricas.** (RICHARD.)

Arcos.	Senos.	Coseno	Tangentes.	Cotang.s	Secantes.	Cosecants	Observaciones.
Arco(—a)........	—sen. a	cos. a	—tang. a	—cot. a	sec. a	—cosec. a	Se consideran positivas las cantidades >0 y negativas las <0.
Arco[—(90+a)°]	—sen. a	—cos. a	tang. a	cot. a	—sec. a	—cosec. a	
Arco 0°..........	0	1	0	∞	1	∞	
Entre 0° y 90°....	<1	<1	>0	>0	>0	>0	
Arco (0+a)°.....	sen. a	cos. a	tang. a	cot. a	sec. a	cosec. a	Siempre se supone $a<90°$
Arco de 30°......	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2	Los seno, coseno, tangente y cotangente de un ángulo menor que un recto son positivos.
Arco de 45°......	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1	1	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	
Arco de 60°......	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	
Arco de (90—a)°.	cos. a	sen. a	cot. a	tang. a	cosec. a	sec. a	En general, la secante tiene el mismo signo que el coseno, y la cosecante el mismo que el seno.
Arco de 90°......	1	0	∞	0	∞	1	
Entre 90° y 180°..	>0	<0	<0	<0	<0	>0	
Arco de (90+a)°.	cos. a	—sen. a	—cot. a	—tang. a	—cosec. a	sec. a	Todo ángulo comprendido entre 90 y 180° tiene todas sus líneas trigonométricas negativas, menos el seno y la cosecante que son positivas.
Arco de 120°	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	
Arco de 135°.....	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1	-1	$-\frac{2}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	
Arco de 150°.....	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	2	
Arco de (180—a)°.	sen. a	—cos. a	—tang. a	—cot. a	—sec. a	cosec. a	
Arco de 180°.....	0	-1	0	∞	-1	∞	
Entre 180° y 270.°	<0	<0	>0	>0	<0	<0	Entre 180° y 270° el seno y coseno son negativos: la tangente y cotangente positivas, y la secante y cosecante negativas.
Arco de (180+a)°.	—sen. a	—cos. a	tang. a	cot. a	—sec. a	—cosec. a	
Arco de 210°.....	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	-2	
Arco de 225°.....	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1	1	$-\frac{2}{\sqrt{2}}$	$-\frac{2}{\sqrt{2}}$	
Arco de 240°.....	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	-2	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	
Arco de (270—a)°.	—cos. a	—sen. a	cot. a	tang. a	—cosec. a	—sec. a	
Arco de 270......	-1	0	∞	0	∞	-1	

Arcos.	Senos.	Cosenos	Tangentes.	Cotang.s	Secantes.	Cosecants	Observaciones.
Entre 270° y 360°.	<0	>0	<0	<0	>0	<0	Entre 270° y 360° el coseno y la secante son positivas, y las demás líneas negativas.
Arco de $(270+a)°$.	—cos. a	sen. a	—cot. a	—tang. a	cosec. a	—sec. a	
Arco de 300°.....	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	
Arco de 315°.....	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1	-1	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	$-\frac{2}{\sqrt{2}}$	
Arco de 330°.....	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	-2	
Arco de $(360-a)°$	—sen. a	cos. a	—tang. a	—cot. a	sec. a	—cosec. a	
Arco de 360°.....	0	1	0	∞	1	∞	
Arco de $(360+a)°$	sen. a	cos. a	tang. a	cot. a	sec. a	cosec. a	

62. **Recíprocamente.**

A los valores	*corresponden los arcos.*
Sen. a......................	$(a)°$ $(180-a)°$ $(360+a)°$; ó $(a)°$ $(\pi-a)$ $(2\pi+a)$
Cos. a......................	$(\mp a)$ $(2\pi\mp a)$
Tang. a.....................	(a) $[-(\frac{1}{2}\pi+a)]$ $(\pi+a)$ $(2\pi+a)$
—sen. a.....................	$(-a)$ $[-(\frac{1}{2}\pi+a)]$ $(\pi+a)$ $(2\pi-a)$
—cos. a.....................	$(\pi\mp a)$ $[-(\frac{1}{2}\pi+a)]$
—tang. a....................	$(-a)$ $(\pi-a)$ $(2\pi-a)$
+sen. a, y +cos. a..........	(a) $(2\pi+a)$
+sen. a, y —cos. a..........	$(\pi-a)$
—sen. a, y +cos. a..........	$(-a)$ $(2\pi-a)$
—sen. a, y —cos. a..........	$[-(\frac{1}{2}\pi+a)]$ $(\pi+a)$
Sen. $=0$.....................	0° π 2π ó 0° 180° 360°
Sen. $=1$.....................	$\frac{1}{2}\pi$ ó 90°
Sen. $=-1$....................	270°
Cos. $=0$.....................	90° 270°
Cos. $=+1$....................	0° 360°
Cos. $=-1$....................	180°
Tang. $=0$....................	0° 180° y 360°
Tang. $=\infty$...................	90° 270°
Sen. $=0$, y cos. $=1$..........	0° 360°
Sen. $=0$, y cos. $=-1$.........	180°
Sen. $=1$, y cos. $=0$..........	90°
Sen. $=-1$, y cos. $=0$.........	270°

El arco que desarrollado tendria la misma longitud que el rádio es el de 57° 17′44″, 22‴,5. Su seno=0,8414709848

Su coseno=0,5403023058

63. RESOLUCION TRIGONOMÉTRICA DE LAS ECUACIONES BINOMIAS Y TRINOMIAS.

Imaginarias. Antes de entrar en la resolucion de estas ecuaciones, observemos, que toda cantidad imaginaria cuyo índice sea 4, 6, 8... se puede trans-

formar en cantidad imaginaria del 2.° grado, de la forma $a \pm \sqrt{-1}$, siendo a positiva ó negativa. Y en efecto

$$\sqrt[2m]{-a}=0+\sqrt[2m]{a}.\sqrt[2m]{-1}=0+\sqrt[2m]{a}.\sqrt[m]{\sqrt{-1}} \Big\} \sqrt{a}-\sqrt[4]{-3}=\sqrt{a}-1.\sqrt{\sqrt{-3}}$$

Debemos tambien tener presente:

1.° Que toda expresion imaginaria de una de las formas $a \pm b\sqrt{-1}$, puede tambien transformarse en otra equivalente, de la forma

$$\mathrm{M}\,(\cos.\ \varphi \pm \text{sen}.\ \varphi\sqrt{-1})$$

puesto que, multiplicando y dividiendo aquella por $\sqrt{a^2+b^2}$, y observando que $\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (positiva ó negativa) es menor que 1, y por consiguiente que se puede representar por un coseno, siendo así

$$1-\frac{a^2}{a^2+b^2}=\frac{b^2}{a^2+b^2}=\text{sen.}^2\text{, será}$$

$$a \pm b\sqrt{-1}=\sqrt{a^2+b^2}\,(\cos.\ \varphi \pm \text{sen}.\ \varphi\sqrt{-1})$$

En esta expresion es $\sqrt{a^2+b^2}=\mathrm{M}$ el módulo de la imaginaria, φ el ángulo que tiene por coseno $\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, por seno $\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ y por tangente $\dfrac{b}{a}$.

Así, en la expresion $-2+\sqrt{-5}$ ó $-2+\sqrt{5}.\sqrt{-1}$, son

$a=-2$, $b=\sqrt{5}$ » $\sqrt{a^2+b^2}=3$ » $\cos.\ \varphi=-\frac{2}{3}$, $\text{sen}.\ \varphi=\frac{1}{3}\sqrt{5}$ y

$$\text{tang}.\ \varphi=-\tfrac{1}{2}\sqrt{5}=-1{,}1180335$$

Corresponde φ á $-6°22',75$; ó por ser el seno positivo y el coseno y tangente negativas (tabla pág. 86), $\varphi=180°-6°\,22',25=173°\,37',25$

$$\text{Por tanto}\quad -2+\sqrt{-5}=3\,(\cos.\ 173°\,37',25+\text{sen}.\ 173°\,37',25\sqrt{-1})$$

Del propio modo seria $\sqrt{-1}=0+1.\sqrt{-1}$, que dá, $\text{sen}.\ \varphi=1$, $\cos.\ \varphi=0$ $\text{tang}.\ \varphi=\infty$ y $\varphi=\frac{1}{2}\pi$, y por consiguiente

$$\sqrt{-1}=\cos.\ \tfrac{1}{2}\pi+\text{sen}.\ \tfrac{1}{2}\pi\sqrt{-1}$$

2.° Las expresiones $\cos.\ \alpha+\text{sen}.\ \alpha\sqrt{-1}$ y $\cos.\ \beta+\text{sen}.\ \beta\sqrt{-1}$,

multiplicadas, dan $\cos.\ (\alpha+\beta)+\text{sen}.\ (\alpha+\beta)\sqrt{-1}$

divididas, $\cos.\ (\alpha-\beta)+\text{sen}.\ (\alpha-\beta)\sqrt{-1}$

elevada una á la potencia m, $\cos.\ m\,\alpha+\text{sen}.\ m\,\alpha\sqrt{-1}$

y extraida la raiz m, $\cos.\dfrac{\alpha}{m}+\text{sen}.\dfrac{\alpha}{m}\sqrt{-1}$

Siendo del propio modo

$$\sqrt[q]{\left(\cos.\ \alpha+\text{sen}.\ \alpha\sqrt{-1}\right)^p}=\cos.\frac{p}{q}\alpha+\text{sen}.\frac{p}{q}\alpha\sqrt{-1}$$

$$\sqrt[2m]{a \pm b\sqrt{-1}}=\sqrt[2m]{\mathrm{M}}\left(\cos.\frac{\varphi}{m}+\text{sen}.\frac{\varphi}{m}\sqrt{-1}\right)$$

&.

64. BINOMIAS. Esto expuesto, supongamos 1.° que C sea una cantidad real positiva ó negativa; la ecuacion de dos términos podrá tener la forma

$$x^m=\pm\,\mathrm{C}$$

Y si r es una raiz numérica del grado m, será $x^m = r^m$; y haciendo $x = r\,y$

$$y^m = \pm 1$$

Resultan dos géneros de ecuaciones

$$y^m = +1 \qquad y^m = -1 \qquad (1)$$

Consideremos la 1.ª $y^m = +1$: la cual quedará satisfecha si existe una expresion de la forma $\cos.\varphi + \text{sen.}\,\varphi\sqrt{-1}$ igual á la unidad; puesto que fácilmente se extraerá de ella la raiz m segun se ha visto en 2.° del número anterior. Esto sucederá cuando sea $\varphi = 2\,k\,\pi$ ó un arco positivo ó negativo de una ó mas circunferencias, puesto que entonces sen. $= 0$ y cos. $= 1$; por consiguiente la 1.ª de las (1) será

$$y^m = \cos.\,2\,k\,\pi \pm \text{sen.}\,2\,k\,\pi\sqrt{-1}$$

ó $$y = \cos.\frac{2\,k\,\pi}{m} \pm \text{sen.}\frac{2\,k\,\pi}{m}\sqrt{-1}$$

Cuya fórmula, dando á k valores positivos ó negativos, expresará los m valores desiguales de y, ya sea este m núm.° impar ó par, positivo ó negativo; puesto que para $k=0$ y $k=m-1$ se tendrán los valores extremos 0 y $2\,k\,\pi$, arco menor que $2\,\pi$ cuyos senos y cosenos no pueden ser iguales; luego los m valores de y serán desiguales.

Si $m=3$ y no tomamos mas que el signo $+$, será

$$y = \cos.\frac{2\,k\,\pi}{3} + \text{sen.}\frac{2\,k\,\pi}{3}\sqrt{-1}$$

ó $$y = \left(\cos.\frac{2\,\pi}{3} + \text{sen.}\frac{2\,\pi}{3}\sqrt{-1}\right)^k \qquad (3)$$

$k=0$ dá.................... $y = 1$

$k=1$........................ $y = \cos.\frac{2\,\pi}{3} + \text{sen.}\frac{2\,\pi}{3}\sqrt{-1} = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$

$k=2$........................ $y = \left(\cos.\frac{2\,\pi}{3} + \text{sen.}\frac{2\,\pi}{3}\sqrt{-1}\right)^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

Lo propio sucederá tomando la ecuacion correspondiente el signo —.

Para la 2.ª fórmula (1)

$$y^m = -1$$

resulta del propio modo, que un arco $\varphi = (2\,k+1)\,\pi$ de un número impar de semicircunferencias, dá, sen. $= 0$ y cos. $= -1$; por consiguiente, que se tendrá

$$y = \cos.\frac{(2\,k+1)\,\pi}{m} \pm \text{sen.}\frac{(2\,k+1)\,\pi}{m}\sqrt{-1}$$

Cuya fórmula nos ofrecerá, como las anteriores, todas las raices del grado m de -1, ya sea m par, impar, positivo ó negativo.

Las ecuaciones

$$y = \cos.\frac{(2\,k+1)\,\pi}{m} + \text{sen.}\frac{(2\,k+1)\,\pi}{m}\sqrt{-1} \qquad (4)$$

$$y = \cos.\frac{(2\,k+1)\,\pi}{m} - \text{sen.}\frac{(2\,k+1)\,\pi}{m}\sqrt{-1} \qquad (5)$$

que de ellas se deducen, dán, por un razonamiento análogo el anterior para la ecuacion (3), los m valores de y.

$k=0$ transformará la (4) en la $y=\cos.\frac{\pi}{m}+\text{sen.}\frac{\pi}{m}\sqrt{-1}$

$k=1$ .... $y=\cos.\frac{3\pi}{m}+\text{sen.}\frac{3\pi}{m}\sqrt{-1}=\left(\cos.\frac{\pi}{m}+\text{sen.}\frac{\pi}{m}\sqrt{-1}\right)^3$

$k=2$ .... $y=\left(\cos.\frac{\pi}{m}+\text{sen.}\frac{\pi}{m}\sqrt{-1}\right)^5$

& &

Todas las raices del grado m de -1 son las m primeras potencias impares sucesivas de la 1.ª correspondiente á $k=0$.

Idénticamente se puede discurrir respecto á la ecuacion (5).

65. BINOMIAS IMAGINARIAS. Sabiendo que toda imaginaria se puede reducir á una expresion de la forma $a\pm b\sqrt{-1}$ (siendo a positiva ó negativa) ó á la

$$M(\cos.\varphi\pm\text{sen.}\varphi\sqrt{-1})$$

se tendrá $x^m=a\pm b\sqrt{-1}=M(\cos.\varphi\pm\text{sen.}\varphi\sqrt{-1})$

Haciendo $\sqrt[m]{M}\left(\cos.\frac{\varphi}{m}+\text{sen.}\frac{\varphi}{m}\sqrt{-1}\right)=r$ y $x=ry$, resulta

$$y^m=\pm 1$$

Se tiene para este caso del propio modo que antes para la ecuacion $y^m=+1$

$$y=\cos.\frac{2k\pi}{m}+\text{sen.}\frac{2k\pi}{m}\sqrt{-1}$$

y, pues que $x=ry$,

$$y=\sqrt[m]{M}\left(\cos.\frac{\varphi+2k\pi}{m}+\text{sen.}\frac{\varphi+2k\pi}{m}\sqrt{-1}\right)$$

fórmula que dará los m valores diferentes de x para $k=0$, $k=1$, $k=2$ hasta $k=m-1$

La otra ecuacion, $y^m=-1$ será tambien

$$x=\sqrt[m]{M}\left(\cos.\frac{\varphi+2k\pi}{m}-\text{sen.}\frac{\varphi+2k\pi}{m}\sqrt{-1}\right)$$

que dará los m valores de x correspondientes.

66. TRINOMIAS.

Son las que se reducen á la forma

$$Ax^{2m}+Bx^m+C=0$$

Siendo $x^m=z$, resulta $Az^2+Bz+C=0$; cuyas dos raices, fáciles de hallar, pueden representarse por r y r', dando lugar á las dos ecuaciones binomias

$$x^m=r \quad » \quad x^m=r' \;\Big|\; x^m=a+b\sqrt{-1} \quad » \quad x^m=a-b\sqrt{-1}$$

que, reducidas, á $y^m=\pm 1$, se resolverian como acabamos de hacerlo en los números anteriores.

RESOLUCION DE TRIÁNGULOS RECTILÍNEOS.

67. Triángulos rectángulos.

Todo triángulo rectángulo tiene su semejante entre los que pueden construirse con el rádio de las tablas; y comparándolos entre sí suponiendo el rádio$=1$ y llamando b, a, la base y altura, h la hipotenusa, y B, A los ángulos opuestos á los catetos, tendremos las siguientes proporciones y ecuaciones,

$$1:\text{sen. B}=\cos.\text{A}::h:b=h\,\text{sen. B}=h\cos.\text{A} \quad \cos.\text{A}=\frac{b}{h}=\text{sen. B.}$$

$$1:\text{sen. A}=\cos.\text{B}::h:a=h\,\text{sen. A}=h\cos.\text{B} \quad \cos.\text{B}=\frac{a}{h}=\text{sen. A.}$$

$1:\text{tang. B}::a:b=a\ \text{tang. B}$ $\qquad$ $\text{tang. B}=\frac{b}{a}$

$1:\text{tang. A}::b:a=b\ \text{tang. A}$ $\qquad$ $\text{tang. A}=\frac{a}{b}$

Se tiene además, $h=\sqrt{a^2+b^2}$

Sea, por ejemplo, el caso de un triángulo en que tengamos conocida la hipotenusa $h=56^m,925$, el cateto $a=34^m,154$ y el ángulo comprendido $B=53°\ 7',48''$. Para conocer el otro cateto b y ángulo A harémos sucesivamente

$b=\sqrt{h^2-a^2}=\sqrt{2073,9599}=45^m,54$ ó $\log. b=\log. h+\log. \text{sen. B}$

$$\begin{aligned}\log. h=\log. 56,925&= 1,7553030\\ \log. \text{sen. } 53°\ 7'\ 48''&= 9,9030900\\ \hline \log. b&=11,6583930 \qquad b=45,54\end{aligned}$$

$\text{sen. A}=\frac{a}{h}=\frac{34^m,154}{56^m,925}=0,5999$ ó $\log. \text{sen. A}=\log. a+\text{comp. log. } h=9,7781386$

que dá, sen. A$=0,59998$ ó $0,6$; y $A=36°52'7''$

68. **Triángulos oblicuángulos.**

Lo que se acaba de decir para los rectángulos es extensivo á los triángulos oblicuángulos, dividiéndoles en otros dos rectángulos cada uno por una perpendicular á la base; de lo que deduciríamos que los senos son entre sí como los lados opuestos.

Pero como con sola esta propiedad no se pueden resolver todos los casos de los triángulos rectilíneos, lo haremos de un modo mas general, observando que en todo triángulo oblicuángulo se verifica, siendo a, b, c sus lados y A, B, C sus ángulos opuestos, que

$$a^2=b^2+c^2\mp 2\,b\,\delta \quad \text{ó} \quad a=\sqrt{b^2+c^2-2\,b\,c\cos. A}$$

puesto que $\delta=c$ cos. A y que el signo $\mp$ es—en razon á que cuando el ángulo A es obtuso su coseno es negativo.

De esta fórmula sale, $\qquad \cos. A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2\,b\,c}$

pudiendo tener del propio modo, $\qquad \cos. B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2\,a\,c}$ $\qquad (a)$

y $\qquad \cos. C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2\,a\,b}$

con cuyas tres ecuaciones se podrán resolver todos los casos de la trigonometría rectilínea.

69. Para aplicar los logaritmos las convertiremos en otras mas cómodas, sustituyendo por cada coseno las expresiones $1-2\ \text{sen.}^2\frac{1}{2}A$; $1-2\text{sen.}^2\frac{1}{2}B$; $1-2\ \text{sen.}^2\frac{1}{2}C$; teniendo entonces

$$\left.\begin{aligned}\text{sen. }\tfrac{1}{2}A&=\sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s-b)\ (\frac{1}{2}s-c)}{b\,c}};\ \text{sen. }\tfrac{1}{2}B=\sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s-a)\ (\frac{1}{2}s-c)}{a\,c}}\\ \text{sen. }\tfrac{1}{2}C&=\sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s-b)\ (\frac{1}{2}s-a)}{a\,b}}\end{aligned}\right\}\ (b)$$

$s=(a+b+c)$.

Si hacemos tambien en las (a) $\cos. A = \sqrt{1 - \text{sen.}^2 A}$; &, llegaríamos á

$$\frac{\text{sen. A}}{a} = \frac{1}{2abc}\sqrt{2b^2c^2 + 2b^2a^2 + 2a^2c^2 - b^4 - c^4 - a^4}$$

$$\frac{\text{sen. B}}{b} = \text{lo mismo}$$

$$\frac{\text{sen. C}}{c} = \text{lo mismo.}$$

resultando la propiedad $\dfrac{\text{sen. A}}{a} = \dfrac{\text{sen. B}}{b} = \dfrac{\text{sen. C}}{c}$

con cuyas ecuaciones y las (b) se resolverán los siguientes casos.

1.° Dados los tres lados a, b, c, hallar un ángulo.

2.° Dados un lado y los ángulos que le comprenden hallar el otro ángulo y ados.

3.° Dados dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos encontrar los otros ángulos y 3.er lado.

Para el 4.° caso, de conocer dos lados y el ángulo comprendido, se hallará primero uno de los ángulos desconocidos por la proporcion

$$a+b : a-b :: \text{tang.} \tfrac{1}{2}(A+B) : \text{tang.} \tfrac{1}{2}(A-B)$$

que dará $\frac{1}{2}(A-B)$, ó la mitad de la diferencia : y pues que la mitad de la suma $\frac{1}{2}(A+B) = \frac{1}{2}(180 - C)$ es tambien conocida, se tendrá para el ángulo mayor A=$\frac{1}{2}$ suma + $\frac{1}{2}$ diferencia, y para el menor B=$\frac{1}{2}$ suma — $\frac{1}{2}$ diferencia.

EJEMPLO:

Supongamos conocidos los dos lados a, b, y el ángulo comprendido C, y propongámonos hallar el 3.er lado c.

Sean, $a = 28^m,442$, $b = 17^m,803$, $C = 78°17'25'',6$

Hallemos 1.° los otros dos ángulos por la ecuacion

$$\text{tang.} \tfrac{1}{2}(A-B) = \frac{\text{tang.} \tfrac{1}{2}(A+B)\,(a-b)}{a+b}$$

$\frac{1}{2}(A+B) = 50°\,51'\,17'',2$, $a+b = 46,245$, $a-b = 10,639$

	log. tang.$\frac{1}{2}$(A + B) =	0,0893813
	log. ($a - b$)...... =	1,0269008
compt.°	log. ($a + b$)...... =	9,3349352

log. tang. $\frac{1}{2}$(A—B) = 10,4512173 y tang. $\frac{1}{2}$ (A — B) = 15°46′54″, 66

$\frac{1}{2}(A+B) + \frac{1}{2}(A-B) = A = 66°\,38'\,11''86$, $\frac{1}{2}(A+B) - \frac{1}{2}(A-B) = B = 35°\,4'\,22'',44$

Hecho esto, la ecuacion $c = \dfrac{b\,\text{sen. C}}{\text{sen. B}}$ dará

log. b = log. 17,803........ =	1,2504932
log. sen.C = log. 78°17′25″6 =	9,9908665
compt.° log. sen. B......... =	0,2406203

log. c = 11,4819800

y, por consiguiente, c = 30^m,338.

70. TRIGONOMETRÍA ESFÉRICA.

Los triángulos esféricos, compuestos de tres arcos de círculos máximos, tienen, como los rectilíneos, tres cosas por determinar conocidas que sean las otras tres; á saber, tres ángulos ó tres lados solamente, ó dos ángulos y un lado, ó un ángulo y dos lados.

Estos, por ser arcos de círculo, se expresan por sus líneas trigonométricas: así que los senos, por ejemplo, serán desde luego las perpendiculares bajadas, de dos de sus ángulos á las aristas del ángulo triedro que determina el triángulo. De modo que en la figura 12, *Fig. 12.*

$BF=\text{sen.}\ a$, $BE=\text{sen.}\ c$, $AH=\text{sen.}\ b$, $FO=\cos.\ a$, $OE=\cos.\ c$, $OH=\cos.\ b$.

A la manera de la trigonometría rectilínea se verifica tambien en la esférica, que los senos de los ángulos A, B, C, son como sus lados opuestos a, b, c, pudiéndose escribir.

$$\frac{\text{sen. A}}{\text{sen.}\ a}=\frac{\text{sen. B}}{\text{sen.}\ b}=\frac{\text{sen. C}}{\text{sen.}\ c} \qquad (1)$$

como se puede ver y demostrar si, bajando la B D, perpendicular al plano C A O, y tirando las D F, D E, quisiera determinarse el valor de B D en los triángulos B D F, B D E en funcion del seno.

Si por el punto E se tira la E Y perpendicular á E O, y por D la D G paralela á O C, se tendrá, siendo el rádio de la esfera$=1$,

$\cos.\ a=OF=OY+DG$; $OY=\cos.\ c\cos.\ b$, DG (en el triángulo D E G)$=$ $DE\,\text{sen.}\ b$, y D E (en el triángulo B D E)$=\text{sen.}\ c\cos.\ A$; luego

$$\left.\begin{array}{ll} & \cos.\ a=\cos.\ c\cos.\ b+\text{sen.}\ c\ \text{sen.}\ b\cos.\ A\\ \text{Tambien seria,} & \cos.\ b=\cos.\ a\cos.\ c+\text{sen.}\ a\ \text{sen.}\ c\cos.\ B\\ \text{y}\ldots\ldots\ldots & \cos.\ c=\cos.\ a\cos.\ b+\text{sen.}\ a\ \text{sen.}\ b\cos.\ C \end{array}\right\} \quad (2)$$

Con estas ecuaciones y las (1) se resolverá cualquier triángulo esférico, conocidas tres de sus partes.

71. Tomando los cosenos negativos se habrá pasado á un triángulo suplementario del A B C, pues que $-\cos.\ A=\cos.\ (\pi-A)$, y $-\cos\ a=\cos.\ (\pi-a)$.

Resultarán, pues, estas otras tres idénticas ecuaciones

$$\left.\begin{array}{l} \cos.\ A=-\cos.\ B\cos.\ C+\text{sen.}\ B\ \text{sen.}\ C\cos.\ a\\ \cos.\ B=-\cos.\ A\cos.\ C+\text{sen.}\ A\ \text{sen.}\ C\cos.\ b\\ \cos.\ C=-\cos.\ A\cos.\ B+\text{sen.}\ A\ \text{sen.}\ B\cos.\ c \end{array}\right\} \quad (3)$$

Eliminando $\cos.\ a$ de las (2), poniendo despues por $\text{sen.}\ a$ su valor (1), y observando que $\frac{\cos.}{\text{sen.}}=\cot.$ y que $\cos.^2=1-\text{sen.}^2$, se tendrá

$$\left.\begin{array}{l} \cot.\ B=\dfrac{\cos.\ b\ \text{sen.}\ c-\cos.\ A\ \text{sen.}\ b\cos.\ c}{\text{sen.}\ A\ \text{sen.}\ b}\\ \cot.\ C=\dfrac{\text{sen.}\ b\cos.\ c-\cos.\ A\cos.\ b\ \text{sen.}\ c}{\text{sen.}\ A\ \text{sen.}\ c}\\ \cot.\ A=\dfrac{\cos.\ a\ \text{sen.}\ c-\cos.\ B\ \text{sen.}\ a\cos.\ b}{\text{sen.}\ B\ \text{sen.}\ a} \end{array}\right\} \quad (4)$$

y cambiando los lados en ángulos, y vice versa,

$$\left.\begin{array}{l} \cot.\ b=\dfrac{\cos.\ B\ \text{sen.}\ C+\cos.\ a\ \text{sen.}\ B\cos.\ C}{\text{sen.}\ a\ \text{sen.}\ B}\\ \cot.\ c=\dfrac{\text{sen.}\ B\cos.\ C+\cos.\ a\cos.\ B\ \text{sen.}\ C}{\text{sen.}\ a\ \text{sen.}\ C}\\ \cot.\ a=\dfrac{\cos.\ A\ \text{sen.}\ C+\cos.\ b\ \text{sen.}\ A\cos.\ C}{\text{sen.}\ b\ \text{sen.}\ A} \end{array}\right\} \quad (5)$$

de cuyos dos últimos sistemas nacen otras 6 idénticas ecuaciones ó expresiones.

72. Antes de pasar á la resolucion de los triángulos escribamos las siguientes propiedades que conviene tener presentes.

1. No considerándose generalmente en la trigonometría esférica, segun ya lo hemos dicho, mas triángulos que los formados por arcos de círculos máximos, menores cada uno que la semicircunferencia, será necesariamente cada lado < 180° y cada ángulo < que 2 rectos. Partiendo de esta convencion, los senos, cosenos, tangentes, &, solo pertenecerán á arcos < que 180°.

2. La suma $a+b+c$ de los tres lados en todo triángulo esférico es < 360° ó < que la circunferencia de un círculo máximo.

3. La suma A+B+C de los tres angulos está siempre comprendida entre 2 y 6 ángulos rectos.

4. Un lado cualquiera de un triángulo esférico es menor que la suma de los otros dos, y mayor que su diferencia; y $\frac{1}{2}(a+b+c)$ mayor que un lado cualquiera.

5. En todo triángulo esférico el mayor ángulo se opone al mayor lado, el ángulo medio al lado medio, y el menor al menor.

6. Dos triángulos esféricos, trazados sobre una misma esfera, serán iguales, 1.° cuando lo sean sus tres ángulos; 2.° cuando lo sean tambien sus tres lados; 3.° cuando tengan respectivamente iguales 2 lados y el ángulo comprendido; y 4.° cuando tengan tambien iguales un lado y los ángulos adyacentes.

7. Serán semejantes dos triángulos: 1.° cuando sean equiángulos; 2.° cuando tengan semejantes sus lados homólogos; y 3.° cuando tengan un ángulo igual comprendido entre lados homólogos semejantes.

73. Triángulos rectángulos.

Si el triángulo esférico es rectángulo en C, será $C=\frac{1}{2}\pi$, cos. C=0, sen. C=1, lo que dará en las fórmulas anteriores, y no tomando mas ecuaciones que una por cada sistema

$\cos. c = \cos. a \cos. b$ ..... (deducida de las (2))
$\cos. c = \cot. A \cot. B$ .... (de las (3))
$\text{sen}. a = \text{sen}. c\, \text{sen}. A$ ..... (de las (1))
$\text{tang}. a = \cos. B\, \text{tang}. c$ .. (de las (5))
$\text{tang}. a = \text{sen}. b\, \text{tang}. A$. (de las (5))

De estas fórmulas y las (1) (considerados todos los sistemas) se deducen las siguientes, puestas en tabla, para los 6 casos de resoluciones de triángulos rectángulos.

$C=90°$, $c=$hipotenusa, $a, b,=$catetos.

Dados.	Hallar.		
a, b	c, A, B	$\cos. c=\cos. a \cos. b$, $\text{tang. } A=\frac{\text{tang. } a}{\text{sen. } b}$, $\text{tang. } B=\frac{\text{tang. } b}{\text{sen. } a}$	1.r caso.
c, a	b, A, B	$\cos. b=\frac{\cos. c}{\cos. a}$, $\text{sen. } A=\frac{\text{sen. } a}{\text{sen. } c}$, $\cos. B=\frac{\text{tang. } a}{\text{tang. } c}$ $\text{tang. } \frac{1}{2} b=\sqrt{\text{tang. } \frac{1}{2}(c+a), \text{tang. } \frac{1}{2}(c-a)}$, $\text{tang. } \frac{1}{2} B=\sqrt{\frac{\text{sen. } (c-a)}{\text{sen. } (c+a)}}$ Los senos $(c-a)$ y $(c+a)$ deben tener iguales signos.	2.°
a, B	b, c, B	$\text{sen. } b=\frac{\text{tang. } a}{\text{tang. } A}$, $\text{sen. } c=\frac{\text{sen. } a}{\text{sen. } A}$, $\text{sen. } B=\frac{\text{sen. } b}{\text{sen. } c}=\frac{\cos. A}{\cos. a}$	3.°
a, B	b, c, A	$\text{tang. } b=\text{sen. } a \text{ tang. } B$, $\text{tang. } c=\frac{\text{tang. } a}{\cos. B}$, $\cos. A=\cos. a \text{ sen. } B$	4.°
c, A	a, b, B	$\text{sen. } a=\text{sen. } c \text{ sen. } A$ $\begin{cases} \text{tang. } x=\text{sen. } c \text{ sen. } A & \text{ecuacion auxiliar.} \\ \text{tang. } (45°-\frac{1}{2} a)=\sqrt{\text{tang. } (45°-x)} \end{cases}$ $\text{tang. } b=\text{tang. } c \cos. A$, $\text{tang. } B=\frac{\text{tang. } b}{\text{sen. } a}=\frac{1}{\cos. c \text{ tang. } A}$	5.°
A, B	c, a, b	$\cos. c=\cos. a \cos. b=\frac{1}{\text{tang. } A \text{ tang. } B}=\cot. A \cot. B$, $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} c=-\frac{\cos. (A+B)}{\cos. (A-B)}$ $\cos. a=\frac{\cos. A}{\text{sen. } B}$, $\text{tang. } \frac{1}{2} a=\sqrt{\text{tang. } [\frac{1}{2}(A-B)+45°] \text{ tang. } [\frac{1}{2}(A+B)-45°]}$, $\cos. b=\frac{\cos. B}{\text{sen. } A}$	6.°

EJEMPLO.

Dados los ángulos C=90°, B=62°39'28"38, A=36°,25' hallar los lados c, b, a. Las últimas fórmulas nos darán.

$$\begin{array}{rll}
\text{log. cot. B} = & 9{,}7135491 & \\
\text{log. cot. A} = & 0{,}1321127 & \\
\text{log. cos. } c = & \overline{9{,}8456618} & c = 45°{,}30' \\
\text{log. cos. B} = & \overline{9{,}6620989} & \\
\text{comp.° log. sen. A} = & 0{,}2264673 & \\
\text{log. cos. } b = & \overline{9{,}8885662} & b = 39°18'49''{,}36 \\
\text{log. cos. A} = & \overline{9{,}9056154} & \\
\text{comp.° log. sen. B.} = & 0{,}0514502 & \\
\text{log. cos. } a = & \overline{9{,}9570956} & a = 25°3'3''{,}26.
\end{array}$$

74. Triángulos oblicuángulos.

Las anteriores fórmulas se preparan convenientemente para poder aplicar los logaritmos, transformando sus diferentes sistemas en otros á propósito, por sencillas operaciones y sustituciones de formúlas trigonométricas.

Recapituladas todas tendrémos los 6 casos siguientes para las resoluciones que en ellos se indican.

1.° Conocidos los lados a, b, c, dispuestos en su órden decreciente $a>b>c$ hallar los tres ángulos A, B, C.

$$\text{sen. } \tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\text{sen. } (\frac{1}{2}s - c) \text{ sen. } (\frac{1}{2}s - b)}{\text{sen. } c \text{ sen. } b}} \quad (\alpha) \quad s = a + b + c$$

$$\text{cosen. } \tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\text{sen. } \frac{1}{2}s \text{ sen. } (\frac{1}{2}s - a)}{\text{sen. } b \text{ sen. } c}} \quad (\beta)$$

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\text{sen. } (\frac{1}{2}s - c) \text{ sen. } (\frac{1}{2}s - b)}{\text{sen. } \frac{1}{2}s \text{ sen. } (\frac{1}{2}s - a)}} \quad (\gamma)$$

Las dos 1.as fórmulas (α) (β) son las mas usadas : la (β) daria, sin embargo resultados poco exactos si A fuere muy pequeño, pero será preferible á la primera (α) si A fuere muy obtuso.

Se calcularán B y C, despues de hallado A, por las fórmulas

$$\text{sen. B} = \frac{\text{sen. } b \text{ sen. A}}{\text{sen. } a} \qquad \text{sen. C} = \frac{\text{sen. } c \text{ sen. A}}{\text{sen. } a}$$

2.° Dados los tres ángulos A, B, C, dispuestos en su órden decreciente A>B>C hallar los tres lados a, b, c

$$\text{sen. } \tfrac{1}{2}a = \sqrt{\frac{-\text{cos. } \frac{1}{2}S \text{ cos. } (\frac{1}{2}(S - A)}{\text{sen. B sen. C}}} \qquad A + B + C = S$$

$$\text{cos. } \tfrac{1}{2}a = \sqrt{\frac{\text{cos. } (\frac{1}{2}S - B) \text{ cos. } (\frac{1}{2}S - C)}{\text{sen. B sen. C}}}$$

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2}a = \sqrt{\frac{-\text{cos } \frac{1}{2}S \text{ cos. } (\frac{1}{2}S - A)}{\text{cos. } (\frac{1}{2}S - C) \text{ cos. } (\frac{1}{2}S - B)}}$$

Obsérvese que $-$cos. $\frac{1}{2}$S debe siempre ser una cantidad positiva á causa de que $\frac{1}{2}S = \frac{1}{2}(A+B+C) > 90°$: por manera que la expresion sen. $\frac{1}{2}a$ no es imaginaria: $\frac{1}{2}a$ es, además, necesariamente agudo.

Se calculará 1.° a, y despues b y c observando que los signos de cos. b y cos. c serán suficientes para determinar la especie de b y c, si no fuera conocida de antemano; es decir, si los arcos b y c son menores ó mayores que un cuadrante, lo que harán ver las ecuaciones (2).

3.° Dados los lados b, c y el ángulo comprendido A, encontrar B, C y a

$$\operatorname{tang.} \tfrac{1}{2}(B+C) = \cot. \tfrac{1}{2} A \frac{\cos. \frac{1}{2}(b-c)}{\cos. \frac{1}{2}(b+c)}$$

$$\operatorname{tang.} \tfrac{1}{2}(B-C) = \cot. \tfrac{1}{2} A \frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2}(b-c)}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2}(b+c)}$$

supuesto $B > C$

$$B = \tfrac{1}{2}(B+C) + \tfrac{1}{2}(B-C)$$
$$C = \tfrac{1}{2}(B-C) - \tfrac{1}{2}(B-C)$$

$$\operatorname{sen.} a = \frac{\operatorname{sen.} b \operatorname{sen.} A}{\operatorname{sen.} B}$$

Si a fuere muy pequeño se le calculará con mas exactitud hallando desde luego la tangente ó el seno de un arco auxiliar x por las fórmulas

$$\operatorname{tang.} x = \frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} A \sqrt{\operatorname{sen.} b \operatorname{sen.} c}}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2}(b-c)} \qquad \operatorname{sen.} x = \frac{\cos. \frac{1}{2} A \sqrt{\operatorname{sen.} b \operatorname{sen.} c}}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2}(b+c)}.$$

y se tendrá

$$\operatorname{sen.} \tfrac{1}{2} a = \frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2}(b-c) \operatorname{tang.} x}{\operatorname{sen.} x} = \frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2}(b+c) \operatorname{sen.} x}{\operatorname{tang.} x}$$

Si, por el contrario, fuere a muy grande, las fórmulas auxiliares serian

$$\operatorname{sen.} x = \frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} A \sqrt{\operatorname{sen.} b \operatorname{sen.} c}}{\cos. \frac{1}{2}(b-c)}, \qquad \operatorname{tang.} x = \frac{\cos. \frac{1}{2} A \sqrt{\operatorname{sen.} b \operatorname{sen.} c}}{\cos. \frac{1}{2}(b+c)}$$

y

$$\cos. \tfrac{1}{2} a = \frac{\cos. \frac{1}{2}(b-c) \operatorname{sen.} x}{\operatorname{tang.} x} = \frac{\cos. \frac{1}{2}(b+c) \operatorname{tang.} x}{\operatorname{sen.} x}$$

4.° Dados B, C y el lado comprendido a, hallar el tercer ángulo A y los otros dos lados b, c.

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(b+c) = \operatorname{tang.} \tfrac{1}{2} a \frac{\cos. \frac{1}{2}(B-C)}{\cos. \frac{1}{2}(B+C)}$$

$$\operatorname{tang.} \tfrac{1}{2}(b-c) = \operatorname{tang.} \tfrac{1}{2} a \frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2}(B-C)}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2}(B+C)}$$

supuesto $b > c$

$$b = \tfrac{1}{2}(b+c) + \tfrac{1}{2}(b-c)$$
$$c = \tfrac{1}{2}(b+c) - \tfrac{1}{2}(b-c)$$

$$\operatorname{sen.} A = \frac{\operatorname{sen.} a \operatorname{sen.} B}{\operatorname{sen.} b}$$

La especie del ángulo A será determinada por el signo que tomaría cos. A en las fórmulas (3), si no estuviere manifiesto de antemano.

5.° Dados a, c, y el ángulo opuesto al último C, hallar A, B, y b.

$$\operatorname{tang.} \tfrac{1}{2} b = \operatorname{tang.} \tfrac{1}{2}(a+c) \frac{\cos. \frac{1}{2}(A+C)}{\cos. \frac{1}{2}(A-C)}$$

$$\operatorname{tang.} \tfrac{1}{2} B = \cot. \tfrac{1}{2}(A+C) \frac{\cos. \frac{1}{2}(a-c)}{\cos. \frac{1}{2}(a+c)}$$

$$\operatorname{sen.} A = \frac{\operatorname{sen.} a \operatorname{sen.} C}{\operatorname{sen.} c}$$

A no admitirá mas que un valor si

$C = 90°$

$C < 90°$ $a < 90°$ y $c > a$

$C < 90°$ $a > 90°$ $c > 180° - a$

$C > 90°$ $a < 90°$ $c < 180° - a$

$C > 90°$ $a > 90°$ $c < a$

EJEMPLO.

El triángulo no admitiria mas que una forma si se tuviera $a = 120°$, $c = 100°$, $C = 108°$; y en este caso A es de la misma especie que a.

A tendrá dos valores si

$C < 90°$ $a < 90°$ $c < a$

$C < 90°$ $a > 90°$ $c < 180° - a$

$C > 90°$ $a < 90°$ $c > 180° - a$

$C > 90°$ $a > 90°$ $c > a$

$C < 90°$ ó $> 90°$ y $a = 90°$

EJEMPLO.

El triángulo tendria dos formas si fueren $a = 69°$, $c = 45°$, $C = 50.°$

En este caso se introducirian uno despues de otro los dos valores de A en las 1.as fórmulas. lo que daria dos valores para b y dos para B,

6.° Dados los ángulos C, A y el lado a opuesto al último, hallar, c, b, B.

$$\text{sen. } c = \frac{\text{sen. } a \text{ sen. C}}{\text{sen. A}}$$

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2} b = \text{tang. } \tfrac{1}{2}(a+c) \frac{\cos. \tfrac{1}{2}(A+C)}{\cos. \tfrac{1}{2}(A-C)}$$

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2} B = \cot. \tfrac{1}{2}(A+C) \frac{\cos. \tfrac{1}{2}(a-c)}{\cos. \tfrac{1}{2}(a+c)}$$

c no admitirá mas que un valor si

$a=90°$		
$a>90°$	$C>90°$	$A>C$
$a>90°$	$C>90°$	$A<180°-C$
$a<90°$	$C>90°$	$A>180°-C$
$a<90°$	$C<90°$	$A>C$

EJEMPLO.

El triángulo no tendrá mas que una forma si $a=90°$, $C=67°$, $A=79°$: en cuyo supuesto c será de la misma especie que C; pero en este ejemplo c seria agudo. No habrá mas que una forma si $a=75°$, $C=108°$, $A=79°$, pero c seria obtuso.

c admitirá dos valores si

$a>90°$	$C>90°$	$A>C$
$a>90°$	$C<90°$	$A>180°-C$
$a<90°$	$C>90°$	$A<180°-C$
$a<90°$	$C<90°$	$A<C$
$a<ó>90°$		$C=90°$

EJEMPLO.

Si se tiene $a=75°$, $C=107°$ $A=69°$, el triángulo tendrá dos formas, y c dos valores que se introducirán en los de tang. $\tfrac{1}{2}b$ y tang. $\tfrac{1}{2}$B para tener estos 4 últimos.

75. Ejemplos.

1.° Siendo conocidos $a=120°$, $c=100°$, $C=108°$,
hallar A, B, b

Las fórmulas del 5.° caso nos darán

$$\text{sen. A} = \frac{\text{sen. } 120° \times \text{sen. } 108°}{\text{sen. } 100°} = \frac{\text{sen. } 60° \times \text{sen. } 72°}{\text{sen. } 80°},$$

A es obtuso puesto que $a>90°$.

$$\begin{aligned} \text{log. sen. } 60° &= 9{,}9375306 \\ \text{log. sen. } 72° &= 9{,}9782063 \\ \text{compt.° log. sen. } 80° &= 0{,}0066485 \end{aligned}$$

log. sen. A$=19{,}9223854$; de donde A$=56°,45'22''$, ó por ser A obtuso A$=123°14'30''$,

Para hallar b tenemos $\tfrac{1}{2}(a+c)=110°$, $\tfrac{1}{2}(A+C)=115°37'19''$, $\tfrac{1}{2}(A-C)=7°37'19''$

$$\text{tang.} \tfrac{1}{2} b = \text{tang. } 110° \frac{\cos. (115°37'19'')}{\cos. (7°37'19'')} = -(\text{tang. } 70°) \frac{-\cos. (64°22'4'')}{\cos. (7°37'19'')} =$$

$$= \text{tang. } 70° \frac{\cos. (64°, 22', 4'')}{\cos. (7°37'19'')}$$

$$\begin{aligned} \text{log. cos. } 64°22'4'' &= 9{,}6360791 \\ \text{log. tang. } 70° &= 0{,}4389341 \\ \text{compt.° log. cos. } (7°37'19'') &= 0{,}0038541 \qquad \tfrac{1}{2} b = 50°10'16'',5 \\ \text{log. tang. } \tfrac{1}{2} b &= 10{,}0788673 \qquad b = 100°20'33'' \end{aligned}$$

Para hallar B tenemos del propio modo

$$\text{tang. } \tfrac{1}{2} B = \cot. (115°37'19'') \frac{\cos. 10°}{\cos. 110°} = -\text{tang. } (25°37'19'') \frac{\cos. 10°}{-\cos. 70°} =$$

$$+\text{tang. } (25°37'19'') \frac{\cos. 10°}{\cos. 70°}$$

de donde vendria, log. tang. $\frac{1}{2}$B $=0,1401705$, y B $=108°10'46''$

2.° Si tuviéramos los datos $a=75°$, C $=107°$, A $=69°$ para hallar c, b y B; lo que corresponde al 6.° caso, veríamos desde luego que el triángulo tiene dos formas posibles, pues que se pueden admitir para c los dos ángulos que tienen por seno sen. c.

Estos dos valores serian $c=81°39'52'',3$, $c=180°-c=98°20'7'',7$ Tomando el 1.° y sustituyéndole en las fórmulas de tang. $\frac{1}{2}b$, tang. $\frac{1}{2}$B, se llegaria á $b=20°16'5''24$, B $=19°33'40''$

Tomando el 2.° valor de c resultaria $b=64°44'37'',6$, y B $=61°38'2''$.

Caso imposible. — Si aconteciera que por una equivocacion al sentar los datos los valores de los arcos ó ángulos no fuesen los convenientes, el resultado de la operacion lo daria á conocer.

Si se tuviera $a=60°$ A $=80°$ $c=67°$, llegaríamos á la expresion log. sen. C $=10,0198470$, que corresponde á un arco imaginario, puesto que el mayor seno tiene por logaritmo 10,000000 y el de sen. C le excede.

3.° Si dados B, C y el arco comprendido a, quisiéramos hallar los otros dos lados b, c y el otro ángulo A, las expresiones del 4.° caso nos darian la resolucion siguiente:

Datos. $\left\{\begin{array}{l} B=58°,32' \\ a=25°,17' \\ C=17°,43' \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} \frac{1}{2}(B+C)=38°7'30'' \\ \frac{1}{2}a\ \ldots\ldots=12°38'30'' \\ \frac{1}{2}(B-C)=20°24'30'' \end{array}$

log. cos. $\frac{1}{2}$(B—C) $=9,9718468$	$\frac{1}{2}(b+c)=14°57'39'',38$	log. sen. $\frac{1}{2}$(B—C) $=9,5424624$
log. tang. $\frac{1}{2}a=9,3508102$	$\frac{1}{2}(b-c)=7°13'11'',92$	log. tang. $\frac{1}{2}a=9,3508102$
comp. log. cos. $\frac{1}{2}$(B+C) $=0,1042098$	$b=22°10'51'',3$	comp. log. sen. $\frac{1}{2}$(B+C) $=0,209448$
log. tang. $\frac{1}{2}(b+c)=19,4268668$	$c=7°47'27'',46$	log. tang. $\frac{1}{2}(b-c)=19,1027206$

log. sen. $a=9,6305242$
log, sen. B $=9,9309205$
compt.° log. sen. C $=0,4230473$
log. sen. A $=19,984492$

de donde A $=74°12'24''$; pero como la suma A + B + C es menor que 180°, límite inferior de esta suma (n.° 72 (3)), el ángulo A verdadero deberá ser el suplemento del anterior á que corresponde el mismo seno; y por consiguiente

$$A=105°47'36''$$

76. En todas las fórmulas precedentes se ha supuesto el rádio igual á la unidad. Pero si tomase un valor cualquiera r, y quisiéramos la longitud absoluta de un lado, cuyo total fuera s, tendríamos para la longitud buscada

$$l=\frac{2\pi r s}{360°}=0,017448\, s\, r$$

ó log. $l=$ log. s + log. r + log. 0,017448.

Recíprocamente, dados el rádio de la esfera y la longitud absoluta de un lado cualquiera de un triángulo esférico, se tendrá su graduacion s en grados por la fórmula

$$s=\frac{360°}{2\pi}\times\frac{l}{r}$$

En una esfera de 100^{m} de rádio

el arco $=79^{m},4125$ tendria por graduacion 45°,30'

el arco $=25°3'3'',266$ tendria de longitud $43^{m},7221$.

77. Distancia geográfica entre dos puntos.

Conocida la latitud y longitud de dos puntos podemos hallar la distancia que los separa siguiendo la marcha indicada en el 3.er caso.

EJEMPLO.

Supongamos que queremos saber lo que distan geográficamente Cádiz y S. Sebastian, cuyas latitudes y longitudes respecto al meridiano de Madrid son

Cádiz { longitud O= 2° 33′ 30″, latitud N=36° 32′ } S. Sebastian { longitud E= 1° 43′ 30″, latitud N=43° 19′ 30″ }

En el triángulo esférico formado con los puntos C=Cádiz, B= S. Sebastian y A=polo, se tiene

Para el arco entre S. Sebastian y el polo, B A $=c=90°-43°19'30''=46°40'30''$

Para el de Cádiz y el polo.............. C A $=b=90°-36°32'=53°28'$

La diferencia de longitud entre C y B es $A=4°17'$

Con lo cual, $\frac{1}{2}(b-c)=3°23'45''$ » $\frac{1}{2}(b+c)=50°4'15''$

Y por la fórmula 1.ª del 3.er caso

$$\begin{array}{rl} \log.\cot.\frac{1}{2}A= & 1,4271684 \\ \log.\cos.\frac{1}{2}(b-c)= & 9,9992368 \\ \text{comp.}\log.\cos.\frac{1}{2}(b+c)= & 0,1925732 \\ \hline \log.\tan g.\frac{1}{2}(B+C)= & 11,6189784 \end{array}$$

$$y\ \frac{1}{2}(B+C)=88°37'21''$$

Por la 2.ª 3.°

$$\begin{array}{rl} \log.\cot.\frac{1}{2}A= & 1,4271684 \\ \log.\text{sen}.\frac{1}{2}(b-c)= & 8,7725694 \\ \text{comp.}\log.\text{sen}.\frac{1}{2}(b+c)= & 0,1152960 \\ \hline \log.\tan g.\frac{1}{2}(B-C)= & 10,3150338 \end{array}$$

$$y\ \frac{1}{2}(B-C)=64°10'$$

Por consiguiente

$$B=\frac{1}{2}(B+C)+\frac{1}{2}(B-C)=152°47'21''$$
$$C=\frac{1}{2}(B+C)-\frac{1}{2}(B-C)=24°27'21''$$

Y por la fórmula $\text{sen}.\,a=\dfrac{\text{sen}.\,b\ \text{sen}.\,A}{\text{sen}.\,B}$

$$\begin{array}{rl} \log.\text{sen}.\,b= & 9,9049946 \\ \log.\text{sen}.\,A= & 8,8732546 \\ \text{comp.}\log.\text{sen}.\,B= & 0,3398269 \\ \hline \log.\text{sen}.\,a= & 19,1180761 \end{array} \quad y\ a=s=7°32'29''=7°,5414$$

Como se verá mas adelante, al tratar en la mecánica de la pesantez ó fuerza de gravedad, el rádio medio terrestre que corresponde entre Cádiz y S. Sebastian es r=6368240m, por consiguiente la fórmula anterior

$$l=0,017448\times s\,r$$

dará para la distancia geográfica que buscamos

$$l=0,017448\times7,5414\times6368240=837948^{m}$$

ó bien 838 kilómetros, ó 151 leguas de 20000 pies.

78. Para distancias pequeñas, y para todas las de la topografía, bastará poner por r el rádio medio terrestre 6366200m, siendo, en este caso, la fórmula anterior

$$l=111111,15\times s$$

79. **TABLAS de logaritmos de los senos y tangentes, de minuto en minuto.**

′	Sen. 0	Dif.	Tan. 0	Dif.c	Cot. 0	Cos. 0	′	′	Sen. 1	Dif.	Tan. 1	Dif.c	Cot 1	Cos. 1	′
0						0,00000	60	0	8,24186	717	8,24192	718	1,75808	9,99993	60
1	6,46373	30103	6,46373	30103	3,53627	0,00000	59	1	8,24903	706	8,24910	706	1,75090	9,99993	59
2	6,76476	17609	6,76476	17609	3,23524	0,00000	58	2	8,25609	695	8,25616	696	1,74384	9,99993	58
3	6,94085	12494	6,94085	12494	3,05915	0,00000	57	3	8,26304	684	8,26312	684	1,73688	9,99993	57
4	7,06579	9691	7,06579	9691	2,93421	0,00000	56	4	8,26988	673	8,26996	673	1,73004	9,99992	56
5	7,16270	7918	7,16270	7918	2,83730	0,00000	55	5	8,27661	663	8,27669	663	1,72331	9,99992	55
6	7,24188	6694	7,24188	6694	2,75812	0,00000	54	6	8,28324	653	8,28332	654	1,71668	9,99992	54
7	7,30882	5800	7,30882	5800	2,69118	0,00000	53	7	8,28977	644	8,28986	643	1,71014	9,99992	53
8	7,36682	5115	7,36682	5115	2,63318	0,00000	52	8	8,29621	634	8,29629	634	1,70371	9,99992	52
9	7,41797	4576	7,41797	4576	2,58203	0,00000	51	9	8,30255	624	8,30263	625	1,69737	9,99991	51
10	7,46373	4139	7,46373	4139	2,53627	0,00000	50	10	8,30879	616	8,30888	617	1,69112	9,99091	50
11	7,50512	3779	7,50512	3779	2,49488	0,00000	49	11	8,31495	608	8,31505	607	1,68495	9,99991	49
12	7,54291	3476	7,54291	3476	2,45709	0,00000	48	12	8,32103	599	8,32112	599	1,67888	9,99990	48
13	7,57767	3218	7,57767	3219	2,42233	0,00000	47	13	8,32702	590	8,32711	591	1,67289	9,99990	47
14	7,60985	2997	7,60986	2996	2,39014	0,00000	46	14	8,33292	583	8,33302	584	1,66698	9,99990	46
15	7,63982	2802	7,63982	2803	2,36018	0,00000	45	15	8,33875	575	8,33886	575	1,66114	9,99990	45
16	7,66784	2633	7,66785	2633	2,33215	0,00000	44	16	8,34450	568	8,34461	568	1,65539	9,99989	44
17	7,69417	2483	7,69418	2482	2,30582	9,99999	43	17	8,35018	560	8,35029	561	1,64971	9,99989	43
18	7,71900	2348	7,71900	2348	2,28100	9,99999	42	18	8,35578	553	8,35590	553	1,64410	9,99989	42
19	7,74248	2227	7,74248	2228	2,25752	9,99999	41	19	8,36131	547	8,36143	546	1,63857	9,99989	41
20	7,76475	2119	7,76476	2119	2,23524	9,99999	40	20	8,36678	539	8,36689	540	1,63311	9,99988	40
21	7,78594	2021	7,78595	2020	2,21405	9,99999	39	21	8,37217	533	8,37229	533	1,62771	9,99988	39
22	7,80615	1930	7,80615	1931	2,19385	9,99999	38	22	8,37750	526	8,37762	527	1,62238	9,99988	38
23	7,82545	1848	7,82546	1848	2,17454	9,99999	37	23	8,38276	520	8,38289	520	1,61711	9,99987	37
24	7,84393	1773	7,84394	1773	2,15606	9,99999	36	24	8,38796	514	8,38809	514	1,61191	9,99987	36
25	7,86166	1704	7,86167	1704	2,13833	9,99999	35	25	8,39310	508	8,39323	509	1,60677	9,99987	35
26	7,87870	1639	7,87871	1639	2,12129	9,99999	34	26	8,39818	502	8,39832	502	1,60168	9,99986	34
27	7,89509	1579	7,89510	1579	2,10490	9,99999	33	27	8,40320	496	8,40334	496	1,59666	9,99986	33
28	7,91088	1524	7,91089	1524	2,08911	9,99999	32	28	8,40816	491	8,40830	491	1,59170	9,99986	32
29	7,92612	1472	7,92613	1473	2,07387	9,99998	31	29	8,41307	485	8,41321	486	1,58679	9,99985	31
30	7,94084	1424	7,94086	1424	2,05914	9,99998	30	30	8,41792	480	8,41807	480	1,58193	9,99985	30
31	7,95508	1379	7,95510	1379	2,04490	9,99998	29	31	8,42272	474	8,42287	475	1,57713	9,99985	29
32	7,96887	1336	7,96889	1336	2,03111	9,99998	28	32	8,42746	470	8,42762	470	1,57238	9,99984	28
33	7,98223	1297	7,98225	1297	2,01775	9,90998	27	33	8,43216	464	8,43232	464	1,56768	9,99984	27
34	7,99520	1259	7,99522	1259	2,00478	9,99998	26	34	8,43680	459	8,43696	460	1,56304	9,99984	26
35	8,00779	1223	8,00781	1223	1,99219	9,99998	25	35	8,44139	455	8,44156	455	1,55844	9,99983	25
36	8,02002	1190	8,02004	1190	1,97996	9,99998	24	36	8,44594	450	8,44611	450	1,55389	9,99983	24
37	8,03192	1158	8,03194	1159	1,96806	9,99997	23	37	8,45044	445	8,45061	446	1,54939	9,99983	23
38	8,04350	1128	8,04353	1128	1,95647	9,99997	22	38	8,45489	441	8,45507	441	1,54493	9,99982	22
39	8,05478	1100	8,05481	1100	1,94519	9,99997	21	39	8,45930	436	8,45948	437	1,54052	9,99982	21
40	8,06578	1072	8,06581	1072	1,93419	9,99997	20	40	8,46366	433	8,46385	432	1,53615	9,99982	20
41	8,07650	1046	8,07653	1047	1,92347	9,99997	19	41	8,46799	427	8,46817	428	1,53183	9,99981	19
42	8,08696	1022	8,08700	1022	1,91300	9,99997	18	42	8,47226	424	8,47245	424	1,52755	9,99981	18
43	8,09718	999	8,09722	998	1,90278	9,99997	17	43	8,47650	419	8,47669	420	1,52331	9,99981	17
44	8,10717	976	8,10720	976	1,89280	9,99996	16	44	8,48069	416	8,48089	416	1,51911	9,99980	16
45	8,11693	954	8,11696	955	1,88304	9,99996	15	45	8,48485	411	8,48505	412	1,51495	9,99980	15
46	8,12647	934	8,12651	934	1,87349	9,99996	14	46	8,48896	408	8,48917	408	1,51083	9,99979	14
47	8,13581	914	8,13585	915	1,86415	9,99996	13	47	8,49304	404	8,49325	404	1,50675	9,99979	13
48	8,14495	896	8,14500	895	1,85500	9,99996	12	48	8,49708	400	8,49729	401	1,50271	9,99979	12
49	8,15391	877	8,15395	878	1,84605	9,99996	11	49	8,50108	396	8,50130	397	1,49870	9,99978	11
50	8,16268	860	8,16273	860	1,83727	9,99995	10	50	8,50504	393	8,50527	393	1,49473	9,99978	10
51	8,17128	843	8,17133	843	1,82867	9,99995	9	51	8,50897	390	8,50920	390	1,49080	9,99977	9
52	8,17971	827	8,17976	828	1,82024	9,99995	8	52	8,51287	386	8,51310	386	1,48690	9,99977	8
53	8,18798	812	8,18804	812	1,81196	9,99995	7	53	8,51673	382	8,51696	383	1,48304	9,99977	7
54	8,19610	797	8,19616	797	1,80384	9,99995	6	54	8,52055	379	8,52079	380	1,47921	9,99976	6
55	8,20407	782	8,20413	782	1,79587	9,99994	5	55	8,52434	376	8,52459	376	1,47541	9,99976	5
56	8,21189	769	8,21195	769	1,78805	9,99994	4	56	8,52810	373	8,52835	373	1,47165	9,99975	4
57	8,21958	755	8,21964	756	1,78036	9,99994	3	57	8,53183	369	8,53208	370	1,46792	9,99975	3
58	8,22713	743	8,22720	742	1,77280	9,99994	2	58	8,53552	367	8,53578	363	1,46422	9,99974	2
59	8,23456	730	8,23462	730	1,76538	9,99994	1	59	8,53919	363	8,53945	363	1,46055	9,99974	1
60	8,24186		4,24928		1,75808	9,99993	0	60	8,54282		8,54308		1,45692	9,99974	0
′	Cos.89		Cot.89		Tan.89	Sen.89	′	′	Cos.88		Cot.88		Tan.88	Sen.88	′

′	Sen. 2	D.	Tan. 2	d.c.	Cot. 2	Cos. 2	′	′	Sen. 3	D.	Tan. 3	d.c.	Cot. 3	Cos. 3	′
0	8,54282	360	8,54308	361	1,45692	9,99974	60	0	8,71880	240	8,71940	241	1,28060	9,99940	60
1	8,54642	357	8,54669	358	1,45331	9,99973	59	1	8,72120	239	8,72181	239	1,27819	9,99940	59
2	8,54999	355	8,55027	355	1,44973	9,99973	58	2	8,72359	238	8,72420	239	1,27580	9,99939	58
3	8,55354	351	8,55382	352	1,44618	9,99972	57	3	8,72597	237	8,72659	237	1,27341	9,99938	57
4	8,55705	349	8,55734	349	1,44266	9,99972	56	4	8,72834	235	8,72896	236	1,27104	9,99938	59
5	8,56054	346	8,56083	346	1,43917	9,99971	55	5	8,73069	234	8,73132	234	1,26868	9,99937	55
6	8,56400	343	8,56429	344	1,43571	9,99971	54	6	8,73303	232	8,73366	234	1,26634	9,99936	54
7	8,56743	341	8,56773	341	1,43227	9,99970	53	7	8,73535	232	8,73600	232	1,26400	9,99936	53
8	8,57084	337	8,57114	338	1,42886	9,99970	52	8	8,73767	230	8,73832	231	1,26168	9,99935	52
9	8,57421	336	8,57452	336	1,42548	9,99969	51	9	8,73997	229	8,74063	229	1,25937	9,99934	51
10	8,57757	332	8,57788	333	1,42212	9,99969	50	10	8,74226	228	8,74292	229	1,25708	9,99934	50
11	8,58089	330	8,58121	330	1,41879	9,99968	49	11	8,74454	226	8,74521	227	1,25479	9,99933	49
12	8,58419	328	8,58451	328	1,41549	9,99968	48	12	8,74680	226	8,74748	226	1,25252	9,99932	48
13	8,58747	325	8,58779	326	1,41221	9,99967	47	13	8,74906	224	8,74974	225	1,25026	9,99932	47
14	8,59072	323	8,59105	323	1,40895	9,99967	46	14	8,75130	223	8,75199	224	1,24801	9,99931	46
15	8,53395	320	8,59428	321	1,40572	9,95967	45	15	8,75353	222	8,75423	222	1,24577	9,99930	45
16	8,59715	318	8,59749	319	1,40251	9,99966	44	16	8,75575	220	8,75645	222	1,24355	9,99929	44
17	8,60033	316	8,60068	316	1,39932	9,99966	43	17	8,75795	220	8,75867	220	1,24133	9,99929	43
18	8,60349	313	8,60384	314	1,39616	9,99965	42	18	8,76015	219	8,76087	219	1,23913	9,99928	42
19	8,60662	311	8,60698	311	1,39302	9,99964	41	19	8,76234	217	8,76306	219	1,23694	9,99927	41
20	8,60973	309	8,61009	310	1,38991	9,99964	40	20	8,76451	216	8,76525	217	1,23475	9,99926	40
21	8,61282	307	8,61319	307	1,38681	9,99963	39	21	8,76667	216	8,76742	216	1,23258	9,99926	39
22	8,61589	305	8,61626	305	1,38374	9,99963	38	22	8,76883	214	8,76958	215	1,23042	9,99925	38
23	8,61894	302	8,61931	303	1,38069	9,99962	37	23	8,77097	213	8,77173	214	1,22827	9,99924	37
24	8,62196	301	8,62234	301	1,37766	9,99962	36	24	8,77310	212	8,77387	213	1,22613	9,99923	36
25	8,62497	298	8,62535	299	1,37465	9,99961	35	25	8,77522	211	8,77600	211	1,22400	9,99923	35
26	8,62795	296	8,62834	297	1,37166	9,99961	34	26	8,77733	210	8,77811	211	1,22189	9,99922	34
27	8,63091	294	8,63131	295	1,36869	9,39960	33	27	8,77943	209	8,78022	210	1,21978	9,99921	33
28	8,63385	293	8,63426	292	1,36574	9,99960	32	28	8,78152	208	8,78232	209	1,21768	9,99920	32
29	8,63678	290	8,63718	291	1,36282	9,99959	31	29	8,78360	208	8,78441	208	1,21559	9,99920	31
30	8,63968	288	8,64009	289	1,35991	9,99959	30	30	8,78588	206	8,78649	206	1,21351	9,99919	30
31	8,64256	287	8,64298	287	1,35702	9,99958	29	31	8,78774	205	8,78855	206	1,21145	9,99918	29
32	8,64543	284	8,64585	285	1,35415	9,99958	28	32	8,78979	204	8,79061	205	1,20939	9,99917	28
33	8,64827	283	8,64870	284	1,35130	9,99957	27	33	8,79183	203	8,79266	204	1,20734	9,99917	27
34	8,65110	281	8,65154	281	1,34846	9,99956	26	34	8,79386	202	8,79470	203	1,20530	9,99916	26
35	8,65391	279	8,65435	280	1,34565	9,99956	25	35	8,79588	201	8,79673	202	1,20327	9,99915	25
36	8,65670	277	8,65715	278	1,34285	9,99965	24	36	8,79789	201	8,79875	201	1,20125	9,99914	24
37	8,65947	276	8,65993	276	1,34007	9,99955	23	37	8,79990	199	8,80076	201	1,19924	9,99913	23
38	8,66223	274	8,66269	274	1,33731	9,99954	22	38	8,80189	199	8,80277	199	1,19723	9,99913	22
39	8,66497	272	8,66543	273	1,33457	9,99954	21	39	8,80388	197	8,80476	198	1,19524	9,99912	21
40	8,66769	270	8,66816	271	1,33184	9,99953	20	40	8,80585	197	8,80674	198	1,19326	9,99911	20
41	8,67039	269	8,67087	269	1,32913	9,99952	19	41	8,80782	196	8,80872	196	1,19128	9,99910	19
42	8,67308	267	8,67356	268	1,32644	9,99952	18	42	8,80978	195	8,81068	196	1,18932	9,99909	18
43	8,67575	266	8,67624	266	1,32376	9,99951	17	43	8,81173	194	8,81264	195	1,18736	9,99909	17
44	8,67841	263	8,67890	264	1,32110	9,99951	16	44	8,81367	193	8,81459	194	1,18541	9,99908	16
45	8,68104	263	8,68154	263	1,31846	9,99950	15	45	8,81560	192	8,81653	193	1,18347	9,99907	15
46	8,68367	260	8,68417	261	1,31583	9,99949	14	46	8,81752	192	8,81846	192	1,18154	9,99906	14
47	8,68627	259	8,68678	260	1,31322	9,99949	13	47	8,81944	190	8,82038	192	1,17962	9,99905	13
48	8,68886	258	8,68938	258	1,31062	9,99948	12	48	8,82134	190	8,82230	190	1,17770	9,99904	12
49	8,69144	256	8,69196	257	1,30804	9,99948	11	49	8,82324	189	8,82420	190	1,17580	9,99904	11
50	8,69400	254	8,69453	255	1,30547	9,99947	10	50	8,82513	188	8,82610	189	1,17390	9,99903	10
51	8,69654	253	8,69708	254	1,30292	9,99946	9	51	8,82701	187	8,82799	188	1,17201	9,99902	9
52	8,69907	252	8,69962	252	1,30038	9,99946	8	52	8,82888	187	8,82987	188	1,17013	9,99901	8
53	8,70159	250	8,70214	251	1,29786	9,99945	7	53	8,83075	186	8,83175	186	1,16825	9,99900	7
54	8,70409	249	8,70465	249	1,29535	9,99944	6	54	8,83261	185	8,83361	186	1,16639	9,99899	6
55	8,70658	247	8,70714	248	1,29286	9,99944	5	55	8,83446	184	8,83547	185	1,16453	9,99898	5
56	8,70905	246	8,70962	246	1,29038	9,99943	4	56	8,83630	183	8,83732	184	1,16268	9,99898	4
57	8,71151	244	8,71208	245	1,28792	9,99942	3	57	8,83813	183	8,83916	184	1,16084	9,99897	3
58	8,71395	243	8,71453	244	1,28547	9,99942	2	58	8,83996	181	8,84100	182	1,15900	9,99896	2
59	8,71638	242	8,71697	243	1,28303	9,99941	1	59	8,84177	181	8,84282	182	1,15718	9,99895	1
60	8,71880		8,71940		1,28060	9,99940	0	60	8,84358		8,44648		1,15536	9,99894	0
′	Cos.87		Cot.87		Tan.87	Sen.87	′	′	Cos.86		Cot.86		Tan.86	Sen.86	′

'	Sen. 4	D.	Tan. 4	d.c.	Cot. 4.	Cos. 4	'	'	Sen. 5	D.	Tan. 5	d.c.	Cot. 5	Cos. 5	'
0	8,84358		8,84464		1,15536	9,99894	60	0	8,94030		8,94195		1,05805	9,99834	60
1	8,84539	181	8,84646	182	1,15354	9,99893	59	1	8,94174	144	8,94340	145	1,05660	9,99833	59
2	8,84718	179	8,84826	180	1,15174	9,99892	58	2	8,94317	143	8,94485	145	1,05515	9,99832	58
3	8,84897	179	8,85006	180	1,14994	9,99891	57	3	8,94461	144	8,94630	145	1,05370	9,99831	57
4	8,85075	178	8,85185	179	1,14815	9,99891	56	4	8,94603	142	8,94773	143	1,05227	9,99830	56
5	8,85252	177	8,85363	178	1,14637	9,99890	55	5	8,94746	143	8,94917	144	1,05083	9,99829	55
6	8,85429	177	8,85540	177	1,14460	9,99889	54	6	8,94887	141	8,95060	143	1,04940	9,99828	54
7	8,85605	176	8,85717	177	1,14283	9,99888	53	7	8,95029	142	8,95202	142	1,04798	9,99827	53
8	8,85780	175	8,85893	176	1,14107	9,99887	52	8	8,95170	141	8,95344	142	1,04656	9,99825	52
9	8,85955	175	8.86069	176	1,13931	9,99886	51	9	8,95310	140	8,95486	142	1,04514	9,99824	51
10	8,86128	173	8.86243	174	1,13757	9,99885	50	10	8,95450	140	8,95627	141	1,04373	9,99823	50
11	8,86301	173	8,86417	174	1,13583	9,99884	49	11	8,95589	139	8,95767	140	1,04233	9,99822	49
12	8,86474	173	8,86591	174	1,13409	9,99883	48	12	8,95728	139	8,95908	141	1,04092	9,99821	48
13	8,86645	171	8,86763	172	1,13237	9,99882	47	13	8,95867	139	8,96047	139	1,03953	9,99820	47
14	8,86816	171	8,86935	172	1,13065	9,99881	46	14	8,96005	138	8,96187	140	1,03813	9,99819	46
15	8.86987	171	8,87106	171	1,12894	9,99880	45	15	8,96143	138	8,96325	138	1,03675	9,99817	45
16	8,87156	169	8,87277	171	1,12723	9,99879	44	16	8,96280	137	8,96464	139	1,03536	9,99816	44
17	8,87325	169	8,87447	170	1,12553	9,99879	43	17	8,96417	137	8,96602	138	1,03398	9,99815	43
18	8,87494	169	8,87616	169	1,12384	9,99878	42	18	8,96553	136	8,96739	137	1,03261	9,99814	42
19	8,87661	167	8,87785	169	1,12215	9,99877	41	19	8,96689	136	8,96877	138	1,03123	9,99813	41
20	8,87829	168	8,87953	168	1,12047	9,99876	40	20	8,96825	136	8,97013	136	1,02987	9,99812	40
21	8,87995	166	8,88120	167	1,11880	9,99875	39	21	8,96960	135	8,97150	137	1,02850	9,99810	39
22	8,88161	166	8,88287	167	1,11713	9,99874	38	22	8,97095	135	8,97285	135	1,02715	9,99809	38
23	8,88326	165	8,88453	166	1,11547	9,99873	37	23	8,97229	134	8,87421	136	1,02579	9,99808	37
24	8,88490	164	8.88618	165	1,11382	9,99872	36	24	8,97363	134	8,97556	135	1,02444	9,99807	36
25	8,88654	164	8,88783	165	1,11217	9,99871	35	25	8,97496	133	8,97691	135	1,02309	9,99806	35
26	8,88817	163	8,88948	165	1,11052	9,99870	34	26	8,97629	133	8,97825	134	1,02175	9,99804	34
27	8,88980	163	8,89111	163	1,10889	9,99869	33	27	8,97762	133	8,97959	134	1,02041	9,99803	33
28	8,89142	162	8,89274	163	1,10726	9,99868	32	28	8,97894	132	8,98092	133	1,01908	9,99802	32
29	8,89304	162	8.89437	163	1,10563	2,99867	31	29	8,98026	132	8,98225	133	1,01775	9,99801	31
30	8,89464	160	8,89598	161	1,10402	9,99866	30	30	8,98157	131	8,98358	133	1,01642	9,99800	30
31	8,89625	161	8,89760	162	1,10240	9,99865	29	31	8,98288	131	8,98490	132	1,01510	9,99798	29
32	8,89784	159	8,89920	160	1,10080	9,99864	28	32	8,98419	131	8,98622	132	1,01378	9,99797	28
33	8,89943	159	8,90080	160	1,09920	9,99863	27	33	8,98549	130	8,98753	131	1,01247	9,99796	27
34	8,90102	159	8,90240	160	1,09760	9,99862	26	34	8,98679	130	8,98884	131	1,01116	9,99795	26
35	8,90260	158	8,90399	159	1.09601	9,99861	25	35	8,98808	129	8,99015	131	1,00985	9,99793	25
36	8,90417	157	8,90557	158	1,09443	9,99860	24	36	8,98937	129	8,99145	130	1,00855	9,99072	24
37	8,90574	157	8,90715	158	1,09285	9,99859	23	37	8,99066	129	8,99275	130	1,00725	9,99791	23
38	8,90730	156	8,90872	157	1,09128	9,99858	22	38	8,99194	128	8,99405	130	1,00595	9,99790	22
39	8,90885	155	8,91029	157	1,08971	9,99857	21	39	8,99322	128	8,99534	129	1,00466	9,99788	21
40	8,91040	155	8,91185	156	1,08815	9,99856	20	40	8,99450	128	8,99662	128	1,00338	9,99787	20
41	8,91195	155	8,91340	155	1,08660	9,99855	19	41	8,99577	127	8,99791	129	1,00209	9,99786	19
42	8,91349	154	8,91495	155	1,08505	9,99854	18	42	8,99704	127	8,99919	128	1,00081	9,99785	18
43	8,91502	153	8,91650	155	1,08350	9,99853	17	43	8,99830	126	9,00046	127	0,99954	9,99783	17
44	8,91655	153	8,91803	153	1,08197	9,99852	16	44	8,99956	126	9,00174	128	0,99826	9,99782	16
45	8,91807	152	8,91957	154	1,08043	9,99851	15	45	9,00082	126	9,00301	127	0,99699	9,99781	15
46	8,91959	152	8,92110	153	1,07890	9,99850	14	46	9,00207	125	9,00427	126	0,99573	9,99780	14
47	8,92110	151	8,92262	152	1,07738	9,99848	13	47	9,00332	125	9,00553	126	0,99447	9,99778	13
48	8,92261	151	8,92414	152	1,07586	9,99847	12	48	9,00456	124	9,00679	126	0,99321	9,99777	12
49	8,92411	150	8,92565	151	1,07435	9,99846	11	49	9,00581	125	9,00805	126	0,99195	9,99776	11
50	8,92561	150	8,92716	151	1,07284	9,99845	10	50	9,00704	123	9,00930	125	0,99070	9,99775	10
51	8,92710	149	8,92866	150	1,07134	9,99844	9	51	9,09828	124	9,01055	125	0,98945	0,99773	9
52	8,92859	149	8,93016	150	1,06984	9,99843	8	52	9,00951	123	9,01179	124	0,98821	9,99772	8
53	8,93007	448	8,93165	149	1,06835	9,99842	7	53	9,01674	123	9,01303	124	0,98697	9,99771	7
54	8,93154	147	8,93313	148	1,06687	9,99841	6	54	9,01196	122	9,01427	124	0,98573	9,99769	6
55	8,93301	147	8,93462	149	1,06538	9,99840	5	55	9,01318	122	9,01550	123	0,98450	9,99768	5
56	8,93448	147	8,93609	147	1,06391	9,99839	4	56	9,01440	122	9,01673	123	0,98327	9,99767	4
57	8,93594	146	8,93756	147	1,06244	9,99838	3	57	9,01561	121	9,01796	123	0,98204	9,99765	3
58	8,93740	146	8,93903	147	1,06097	9,99837	2	58	9,01682	121	9,01918	122	0,98082	9,99764	2
59	8,93885	145	8,94049	146	1,05951	9,99836	1	59	9,01803	121	9,02040	122	0,97960	9,99763	1
60	8,94030	145	8,94195	146	1,05805	9,99834	0	60	9,01923	120	9,02162	122	0,97838	9,99761	0
'	Cos.85		Cot.85		Tan.85	Sen.85	'	'	Cos.84		Cot.84		Tan.84	Sen.84	'

′	Sen. 6	D.	Tan. 6	d.c	Cot. 6	Cos. 6	′	′	Sen. 7	D.	Tan. 7	d.c.	Cot. 7	Cos. 7	′
0	9,01923		9,02162		0,97838	9,99761	60	0	9,08589		9,08914		0,91086	9,99675	60
1	9,02043	120	9,02283	121	0,97717	9,99760	59	1	9,08692	103	9,09019	105	0,90981	9,99674	59
2	9,02163	120	9,02404	121	0,97596	9,99759	58	2	9,08795	103	9,09123	104	0,90877	9,99672	58
3	9,02283	120	9,02525	121	0,97475	9,99757	57	3	9,08897	102	9,09227	104	0,90773	9,99670	57
4	9,02402	119	9,02645	120	0,97355	9,99756	56	4	9,08999	102	9,09330	103	0,90670	9,99669	56
5	9,02520	118	9,02766	121	0,97234	9,99755	55	5	9,09101	102	9,09434	104	0,90566	9,99667	55
6	9,02639	119	9,02885	119	0,97115	9,99753	54	6	9,09202	101	9,09537	103	0,90463	9,99666	54
7	9,02757	118	9,03005	120	0,96995	9,99752	53	7	9,09304	102	9,09640	103	0,90360	9,99664	53
8	9,02874	117	9,03124	119	0,96876	9,99751	52	8	9,09405	101	9,09742	102	0,90258	9,99663	52
9	9,02992	118	9,03242	118	0,96758	9,99749	51	9	9,09506	101	9,09845	103	0,90155	9,99661	51
10	9,03109	117	9,03361	119	0,96639	9,99748	50	10	9,09606	100	9,09947	102	0,90053	9,99659	50
11	9,03226	117	9,03479	118	0,96521	9,99747	49	11	9,09707	101	9,10049	102	0,89951	9,99658	49
12	9,03342	116	9,03597	118	0,96403	9,99745	48	12	9,09807	100	9,10150	101	0,89850	9,99656	48
13	9,03458	116	9,03714	117	0,96286	9,99744	47	13	9,09907	100	9,10252	102	0,89748	9,99655	47
14	9,03574	116	9,03832	118	0,96168	9,99742	46	14	9,10006	99	9,10353	101	0,89647	9,99653	46
15	9,03690	116	9,03948	116	0,96052	9,99741	45	15	9,10106	100	9,10454	101	0,89546	9,99651	45
16	9,03805	115	9,04065	117	0,95935	9,99740	44	16	9,10205	99	9,10555	101	0,89445	9,99650	44
17	9,03920	115	9,04181	116	0,95819	9,99738	43	17	9,10304	99	9,10656	101	0,89344	9,99648	43
18	9,04034	114	9,04297	116	0,95703	9,99737	42	18	9,10402	98	9,10756	100	0,89244	9,99647	42
19	9,04149	115	9,04413	116	0,95587	9,99736	41	19	9,10501	99	9,10856	100	0,89144	9,99645	41
20	9,04262	113	9,04528	115	0,95472	9,99734	40	20	9,10599	98	9,10956	100	0,89044	9,99643	40
21	9,04376	114	9,04643	115	0,95357	9,99733	39	21	9,10697	98	9,11056	100	0,88944	9,99642	39
22	9,04490	114	9,04758	115	0,95242	9,99731	38	22	9,10795	98	9,11155	99	0,88845	9,99640	38
23	9,04603	113	9,04873	115	0,95127	9,99730	37	23	9,10893	98	9,11254	99	0,88746	9,99638	37
24	9,04715	112	9,04987	114	0,95013	9,99728	36	24	9,10990	97	9,11353	99	0,88647	9,99637	36
25	9,04828	113	9,05101	114	0,94899	9,99727	35	25	9,11087	97	9,11452	99	0,88548	9,99635	35
26	9,04940	112	9,05214	113	0,94786	9,99726	34	26	9,11184	97	9,11551	99	0,88449	9,99633	34
27	9,05052	112	9,05328	114	0,94672	9,99724	33	27	9,11281	97	9,11649	98	0,88351	9,99632	33
28	9,05164	112	9,05441	113	0,94559	9,99723	32	28	9,11377	96	9,11747	98	0,88253	9,99630	32
29	9,05275	111	9,05553	112	0,94447	9,99721	31	29	9,11474	97	9,11845	98	0,88155	9,99629	31
30	9,05386	111	9,05666	113	0,94334	9,99720	30	30	9,11570	96	9,11943	98	0,88057	9,99627	30
31	9,05497	111	9,05778	112	0,94222	9,99718	29	31	9,11666	96	9,12040	97	0,87960	9,99625	29
32	9,05607	110	9,05890	112	0,94110	9,99717	28	32	9,11761	95	9,12138	98	0,87862	9,99624	28
33	9,05717	110	9,06002	112	0,93998	9,99716	27	33	9,11857	96	9,12235	97	0,87765	9,99622	27
34	9,05827	110	9,06113	111	0,93887	9,99714	26	34	9,11952	95	9,12332	97	0,87668	9,99620	26
35	9,05937	110	9,06224	111	0,93776	9,99713	25	35	9,12047	95	9,12428	96	0,87572	9,99618	25
36	9,06046	109	9,06335	111	0,93665	9,99711	24	36	9,12142	95	9,12525	97	0,87475	9,99617	24
37	9,06155	109	9,06445	110	0,93555	9,99710	23	37	9,12236	94	9,12621	96	0,87379	9,99615	23
38	9,06264	109	9,06556	111	0,93444	9,99708	22	38	9,12331	95	9,12717	96	0,87283	9,99613	22
39	9,06372	108	9,06666	110	0,93334	9,99707	21	39	9,12425	94	9,12813	96	0,87187	9,99612	21
40	9,06481	109	9,06775	109	0,93225	9,99705	20	40	9,12519	94	9,12909	96	0,87091	9,99610	20
41	9,06589	108	9,06885	110	0,93115	9,99704	19	41	9,12612	93	9,13004	95	0,86996	9,99608	19
42	9,06696	107	9,06994	109	0,93006	9,99702	18	42	9,12706	94	9,13099	95	0,86901	9,99607	18
43	9,06804	108	9,07103	109	0,92897	9,99701	17	43	9,12799	93	9,13194	95	0,86806	9,99605	17
44	9,06911	107	9,07211	108	0,92789	9,99699	16	44	9,12892	93	9,13289	95	0,86711	9,99603	16
45	9,07018	107	9,07320	109	0,92680	9,99698	15	45	9,12985	93	9,13384	95	0,86616	9,99601	15
46	9,07124	106	9,07428	108	0,92572	9,99696	14	46	9,13078	93	9,13478	94	0,86522	9,99600	14
47	9,07231	107	9,07536	108	0,92464	9,99695	13	47	9,13171	93	9,13573	95	0,86427	9,99598	13
48	9,07337	106	9,07643	107	0,92357	9,99693	12	48	9,13263	92	9,13667	94	0,86333	9,99596	12
49	9,07442	105	9,07751	108	0,92249	9,99692	11	49	9,13355	92	9,13761	94	0,86239	9,99595	11
50	9,07548	106	9,07858	107	0,92142	9,99690	10	50	9,13447	92	9,13854	93	0,86146	9,99593	10
51	9,07653	105	9,07964	106	0,92036	9,99689	9	51	9,13539	92	9,13948	94	0,86052	9,99591	9
52	9,07758	105	9,08071	107	0,91929	9,99687	8	52	9,13630	91	9,14041	93	0,85959	9,99589	8
53	9,07863	105	9,08177	106	0,91823	9,99686	7	53	9,13722	92	9,14134	93	0,85866	9,99588	7
54	9,07968	105	9,08283	106	0,91717	9,99684	6	54	9,13813	91	9,14227	93	0,85773	9,99586	6
55	9,08072	104	9,08389	106	0,91611	9,99683	5	55	9,13904	91	9,14320	93	0,85680	9,99584	5
56	9,08176	104	9,08495	106	0,91505	9,99681	4	56	9,13994	90	9,14412	92	0,85588	9,99582	4
57	9,08280	104	9,08600	105	0,91400	9,99680	3	57	9,14085	91	9,14504	92	0,85496	9,99581	3
58	9,08383	103	9,08705	105	0,91295	9,99678	2	58	9,44175	90	9,14597	93	0,85403	9,99579	2
59	9,08486	103	9,08810	105	0,91190	9,99677	1	59	9,14266	91	9,14688	91	0,85312	9,99577	1
60	9,08589	103	9,08914	104	0,91086	9,99675	0	60	9,14356	90	9,14780	92	0,85220	9,99575	0
′	Cos.83		Cot.83		Tan.83	Sen.83	′	′	Cos.82		Cot.82		Tan.82	Sen.82	′

'	Sen. 8	D.	Tan. 8	d.c.	Cot. 8	Cos. 8	'	'	Sen. 9	D.	Tan. 9	d.c.	Cot. 9	Cos. 9	'
0	9,14356	89	9,14780	92	0,85220	9,99575	60	0	9,19433	80	9,19971	82	0,80029	9,99462	60
1	9,14445	90	9,14872	91	0,85128	9,99574	59	1	9,19513	79	9,20053	81	0,79947	9,99460	59
2	9,14535	89	9,14963	91	0,85937	9,99572	58	2	9,19592	80	9,20134	82	0,79866	9,99458	58
3	9,14624	90	9,15054	91	0,84946	9,99570	57	3	9,19672	79	9,20216	81	0,79784	9,99456	57
4	9,14714	89	9,15145	91	0,84855	9,99568	56	4	9,19751	79	9,20297	81	0,79703	9,99454	56
5	9,14803	88	9,15236	91	0,84764	9,99566	55	5	9,19830	79	9,20378	81	0,79622	3,99452	55
6	9,14891	89	9,15327	90	0,84673	9,99565	54	6	9,19909	79	9,20459	81	0,79541	9,99450	54
7	9,14980	89	9,15417	91	0,84583	9,99563	53	7	9,19988	79	9,20540	81	0,79460	9,99448	53
8	9,15069	88	9,15508	90	0,84492	9,99561	52	8	9,20067	78	9,20621	80	0,79379	9,99446	52
9	9,15157	88	9,15598	90	0,84402	9,99559	51	9	9,20145	78	9,20701	81	0,79299	9,99444	51
10	9,15245	88	9,15688	89	0,84312	9,99557	50	10	9,20223	79	9,20782	80	0,79218	9,99442	50
11	9,15333	88	9,15777	90	0,84223	9,99556	49	11	9,20302	78	9,20862	80	0,79138	9,99440	49
12	9,15421	87	9,15867	89	0,84133	9,99554	48	12	9,20380	78	9,20942	80	0,79058	9,99438	48
13	9,15508	88	9,15956	90	0,84044	9,99552	47	13	9,20458	77	9,21022	80	0,78978	9,99436	47
14	9,15596	87	9,16046	89	0,83954	9,99550	46	14	9,20535	78	9,21102	80	0,78898	9,99434	46
15	9,15683	87	9,16135	89	0,83865	9,99548	45	15	9,20613	78	9,21182	79	0,78818	9,99432	45
16	9,15770	87	9,16224	88	0,83776	9,99546	44	16	9,20691	77	9,21261	80	0,78739	9,99429	44
17	9,15857	87	9,16312	89	0,83688	9,99545	43	17	9,20768	77	9,21341	79	0,78659	9,99427	43
18	9,15944	86	9,16401	88	0,83599	9,99543	42	18	9,20845	77	9,21420	79	0,78580	9,99425	42
19	9,16030	86	9,16489	88	0,83511	9,99541	41	19	9,20922	77	9,21499	79	0,78501	9,99423	41
20	9,16116	87	9,16577	88	0,83423	9,99539	40	20	9,20999	77	9,21578	79	0,78422	9,99421	40
21	9,16203	86	9,16665	88	0,83335	9,99537	39	21	9,21076	77	9,21657	79	0,78343	9,99419	39
22	9,16289	85	9,16753	88	0,83247	9,99535	38	22	9,21153	76	9,21736	78	0,78264	9,99417	38
23	9,16374	86	9,16841	87	0,83159	9,99533	37	23	9,21229	77	9,21814	79	0,78186	9,99415	37
24	9,16460	85	9,16928	88	0,83072	9,99532	36	24	9,21306	76	9,21893	78	0,78107	9,99413	36
25	9,16545	86	9,17016	87	0,82984	9,99530	35	25	9,21382	76	9,21971	78	0,78029	9,99411	35
26	9,16631	85	9,17103	87	0,82897	9,99528	34	26	9,21458	76	9,22049	78	0,77951	9,99409	34
27	9,16716	85	9,17190	87	0,82810	9,99526	33	27	9,21534	76	9,22127	78	0,77873	9,99407	33
28	9,16801	85	9,17277	86	0,82723	9,99524	32	28	9,21610	75	9,22205	78	0,77795	9,99404	32
29	9,16886	84	9,17363	87	0,82637	9,99522	31	29	9,21685	76	9,22283	78	0,77717	9,99402	31
30	9,16970	85	9,17450	86	0,82550	9,99520	30	30	9,21761	75	9,22361	77	0,77639	9,99400	30
31	9,17055	84	9,17536	86	0,82464	9,99518	29	31	9,21836	76	9,22438	78	0,77562	9,99398	29
32	9,17139	84	9,17622	86	0,82378	9,99517	28	32	9,21912	75	9,22516	77	0,77484	9,99396	28
33	9,17223	84	9,17708	86	0,82292	9,99515	27	33	9,21987	75	9,22593	77	0,77407	9,99394	27
34	9,17307	84	9,17794	86	0,82206	9,99513	26	34	9,22062	75	9,22670	77	0,77330	9,99392	26
35	9,17391	83	9,17880	85	0,82120	9,99511	25	35	9,22137	74	9,22747	77	0,77253	9,99390	25
36	9,17474	84	9,17965	86	0,82035	9,99509	24	36	9,22211	75	9,22824	77	0,77176	9,99388	24
37	9,17558	83	9,18051	85	0,81949	9,99507	23	37	9,22286	75	9,22901	76	0,77099	3,99385	23
38	9,17641	83	9,18136	85	0,81864	9,99505	22	38	9,22361	74	9,22977	77	0,77023	9,99383	22
39	9,17724	83	9,18221	85	0,81779	9,99503	21	39	9,22435	74	9,23054	76	0,76946	9,99381	21
40	9,17807	83	9,18306	85	0,81694	9,99501	20	40	9,22509	74	9,23130	76	0,76870	9,99379	20
41	9,17890	83	9,18391	84	0,81609	9,99499	19	41	9,22583	74	9,23206	77	0,76794	9,99377	19
42	9,17973	82	9,18475	85	0,81525	9,99497	18	42	9,22657	74	9,23283	76	0,76717	9,99375	18
43	9,18055	82	9,18560	84	0,81440	9,99495	17	43	9,22731	74	9,23359	76	0,76641	9,99372	17
44	9,18137	83	9,18644	84	0,81356	9,99494	16	44	9,22805	73	9,23435	75	9,76565	9,99370	16
45	9,18220	82	9,18728	84	0,81272	9,99492	15	45	9,22878	74	9,23510	76	0,76490	9,99368	15
46	9,18302	81	9,18812	84	0,81188	9,99490	14	46	9,22952	73	9,23586	75	0,76414	9,99366	14
47	9,18383	82	9,18896	83	0,81104	9,99488	13	47	9,23025	73	9,23661	76	0,76339	9,99364	13
48	9,18465	82	9,18979	84	0,81021	9,99486	12	48	9,23098	73	9,23737	75	0,76263	9,99362	12
49	9,18547	81	9,19063	83	0,80937	9,99484	11	49	9,23171	73	9,23812	75	0,76188	9,99359	11
50	9,18628	81	9,19146	83	0,80854	9,99482	10	50	9,23244	73	9,23887	75	0,76113	9,99357	10
51	9,18709	81	9,19229	83	0,80771	9,99480	9	51	9,23317	73	9,23962	75	0,76038	9,99355	9
52	9,18790	81	9,19312	83	0,80688	9,99478	8	52	9,23390	72	9,24037	75	0,75963	9,99353	8
53	9,18871	81	9,19395	83	0,80605	9,99476	7	53	9,23462	73	9,24112	74	0,75888	9,99351	7
54	9,18952	81	9,19478	83	0,80522	9,99474	6	54	9,23535	72	9,24186	75	0,75814	9,99348	6
55	9,19033	80	9,19561	82	0,80439	9,99472	5	55	9,23607	72	9,24261	74	0,75739	9,99346	5
56	9,19113	80	9,19643	82	0,80357	9,99470	4	56	9,23679	73	9,24335	75	0,75665	9,99344	4
57	9,19193	80	9,19725	82	0,80275	9,99468	3	57	9,23752	71	9,24410	74	0,75590	9,99342	3
58	9,19273	80	9,19807	82	0,80193	9,99466	2	58	9,23823	72	9,24484	74	0,75516	9,99340	2
59	9,19353	80	9,19889	82	0,80111	9,99464	1	59	9,23895	72	9,24558	74	0,75442	9,99337	1
60	9,19433		9,19971		0,80029	9,99462	0	60	9,23967		9,24632		0,75368	9,99335	0
'	Cos.81		Cot.81		Tan.81	Sen.81	'	'	Cos.80		Cot.80		Tan.80	Sen.80	'

'	Sen.10	D.	Tan.10	d.c.	Cot.10	Cos.10	'	'	Sen.11	D.	Tan.11	d.c.	Cot.11	Cos.11	'
0	9,23967		9,24632		0,75368	9,99335	60	0	9,28060		9,28865		0,71135	9,99195	60
1	9,24039	72	9,24706	74	0,75294	9,99333	59	1	9,28125	65	9,28933	68	0,71067	9,99192	59
2	9,24110	71	9,24779	73	0,75221	9,99331	58	2	9,28190	65	9,29000	67	0,71000	9,99190	58
3	9,24181	71	9,24853	74	0,75147	9,99328	57	3	9,28254	64	9,29067	67	0,70933	9,99187	57
4	9,24253	72	9,24926	73	0,75074	9,99326	56	4	9,28319	65	9,29134	67	0,70866	9,99185	56
5	9,24324	71	9,25000	74	0,75000	9,99324	55	5	9,28384	65	9,29201	67	0,70799	9,99182	55
6	9,24395	71	9,25073	73	0,74927	9,99322	54	6	9,28448	64	9,29268	67	0,70732	9,99180	54
7	9,24466	71	9,25146	73	0,74854	9,99319	53	7	9,28512	64	9,29335	67	0,70665	9,99177	53
8	9,24536	70	9,25219	73	0,74781	9,99317	52	8	9,28577	65	9,29402	67	0,70598	9,99175	52
9	9,24607	71	9,25292	73	0,74708	9,99315	51	9	9,28641	64	9,29468	66	0,70532	9,99172	51
10	9,24677	70	9,25365	73	0,74635	9,99313	50	10	9,28705	64	9,29535	67	0,70465	9,99170	50
11	9,24748	71	9,25437	72	0,74563	9,99310	49	11	9,28769	64	9,29601	66	0,70399	9,99167	49
12	9,24818	70	9,25510	73	0,74490	9,99308	48	12	9,28833	64	9,29668	67	0,70332	9,99165	48
13	9,24888	70	9,25582	72	0,74418	9,99306	47	13	9,28896	63	9,29734	66	0,70266	9,99162	47
14	9,24958	70	9,25655	73	0,74345	9,99304	46	14	9,28960	64	9,29800	66	0,70200	9,99160	46
15	9,25028	70	9,25727	72	0,74273	9,99301	45	15	9,29024	64	9,29866	66	0,70134	9,99157	45
16	9,25098	70	9,25799	72	0,74201	9,99299	44	16	9,29087	63	9,29932	66	0,70068	9,99155	44
17	9,25168	70	9,25871	72	0,74129	9,99297	43	17	9,29150	63	9,29998	66	0,70002	9,99152	43
18	9,25237	69	9,25943	72	0,74057	9,99294	42	18	9,29214	64	9,30064	66	0,69936	9,99150	42
19	9,25307	70	9,26015	72	0,73985	9,99292	41	19	9,29277	63	9,30130	66	0,69870	9,99147	41
20	9,25376	69	9,26086	71	0,73914	9,99290	40	20	9,29340	63	9,30195	65	0,69805	9,99145	40
21	9,25445	69	9,26158	72	0,73842	9,99288	39	21	9,29403	63	9,30261	66	0,69739	9,99142	39
22	9,25514	69	9,26229	71	0,73771	9,99285	38	22	9,29466	63	9,30326	65	0,69674	9,99140	38
23	9,25583	69	9,26301	72	0,73699	9,99283	37	23	9,29529	63	9,30391	65	0,69609	9,99137	37
24	9,25652	69.	9,26372	71	0,73628	9,99281	36	24	9,29591	62	9,30457	66	0,69543	9,99135	36
25	9,25721	69	9,26443	71	0,73557	9,99278	35	25	9,29654	63	9,30522	65	0,69478	9,99132	35
26	9,25790	69	9,26514	71	0,73486	9,99276	34	26	9,29716	62	9,30587	65	0,69413	6,99130	34
27	9,25858	68	9,26585	71	0,73415	9,99274	33	27	9,29779	63	9,30652	65	0,69348	9,99127	33
28	9,25927	69	9,26655	70	0,73345	9,99271	32	28	9,29841	62	9,30717	65	0,69283	9,99124	32
29	9,25995	68	9,26726	71	0,73274	9,99269	31	29	9,29903	62	9,30782	65	0,69218	9,99122	31
30	9,26063	68	9,26797	71	0,73203	9,99267	30	30	9,29966	63	9,30846	64	0,69154	9,99119	30
31	9,26131	68	9,26867	70	0,73133	9,99264	29	31	9,30028	62	9,30911	65	0,69089	9,99117	29
32	9,26199	68	9,26937	70	0,73063	9,99262	28	32	9,30090	62	9,30975	64	0,69025	9,99114	28
33	9,26267	68	9,27008	71	0,72992	9,99260	27	33	9,30151	61	9,31040	65	0,68960	9,99112	27
34	0,26335	68	9,27078	70	0,72922	9,99257	26	34	9,30213	62	9,31104	64	0,68896	9,99109	26
35	9,26403	68	9,27148	70	0,72852	9,99255	25	35	9,30275	62	9,31168	64	0,68832	9,99106	25
36	9,26470	67	9,27218	70	0,72782	9,99252	24	36	9,30336	61	9,31233	65	0,68767	9,99104	24
37	9,26538	68	9,27288	70	0,72712	9,99250	23	37	9,30398	62	9,31297	64	0,68703	9,99101	23
38	9,26605	67	9,27357	69	0,72643	9,99248	22	38	9,30459	61	9,31361	64	0,68639	9,99099	22
39	9,26672	67	9,27427	70	0,72573	9,99245	21	39	9,30521	62	9,31425	64	0,68575	9,99096	21
40	9,26739	67	9,27496	69	0,72504	9,99243	20	40	9,30582	61	9,31489	64	0,68511	9,99093	20
41	9,26806	67	9,27566	70	0,72434	9,99241	19	41	9,30643	61	9,31552	63	0,68448	9,99091	19
42	9,26873	67	9,27635	69	0,72365	9,99238	18	42	9,30704	61	9,31616	64	0,68384	9,99088	18
43	9,26940	67	9,27704	69	0,72296	9,99236	17	43	9,30765	61	9,31679	63	0,68321	9,99086	17
44	9,27007	67	9,27773	69	0,72227	9,99233	16	44	9,30826	61	9,31743	64	0,68257	9,99083	16
45	9,27073	66	9,27842	69	0,72158	9,99231	15	45	9,30887	61	9,31806	63	0,68194	9,99080	15
46	9,27140	67	9,27911	69	0,72089	9,99229	14	46	9,30947	60	9,31870	64	0,68130	9,99078	14
47	9,27206	66	9,27980	69	0,72020	9,99226	13	47	9,31008	61	9,31933	63	0,68067	9,99075	13
48	9,27273	67	9,28049	69	0,71951	9,99224	12	48	9,31068	60	9,31996	63	0,68004	9,99072	12
49	9,27339	66	9,28117	68	0,71883	9,99221	11	49	9,31129	61	9,32059	63	0,67941	9,99070	11
50	9,27405	66	9,28186	69	0,71814	9,99219	10	50	9,31189	60	9,32122	63	0,67878	9,99067	10
51	9,27471	66	9,28254	68	0,71746	9,99217	9	51	9,31250	61	9,32185	63	0,67815	9,99064	9
52	9,27537	66	9,28323	69	0,71677	9,99214	8	52	9,31310	60	9,32248	63	0,67752	9,99062	8
53	9,27602	65	9,28391	68	0,71609	9,99212	7	53	9,31370	60	9,32311	63	6,97689	9,99059	7
54	9,27668	66	9,28459	68	0,71541	9,99209	6	54	9,31430	60	9,32373	62	9,67627	9,99056	6
55	9,27734	66	9,28527	68	0,71473	9,99207	5	55	9,31490	60	9,32436	63	9,67564	9,99054	5
56	9,27799	65	9,28595	68	0,71405	9,99204	4	56	9,31549	59	9,32498	62	9,67502	9,99051	4
57	9,27864	65	9,28662	67	0,71338	9,99202	3	57	9,31609	60	9,32561	63	0,67439	9,99048	3
58	9,27930	66	9,28730	68	0,71270	9,99200	2	58	9,31669	60	9,32623	62	0,67377	9,99046	2
59	9,27995	65	9,28798	68	0,71202	9,99197	1	59	9,31728	59	9,32685	62	0,67315	9,99043	1
60	9,28060	65	9,28865	67	0,71135	9,99195	0	60	9,31788	60	9,32747	62	0,67253	9,99040	0
'	Cos.79		Cot.79		Tan.79	Sen.7	'	'	Cos.78		Cot.78		Tan.78	Sen.78	'

′	Sen.12	D.	Tan.12	d.c.	Cot.12	Cos.12	′	′	Sen.13	D.	Tan.13	d.c.	Cot.13	Cos.13	′
0	9,31788		9,32747		0,67253	9,99040	60	0	9,35209		9,36336		0,63664	9,98872	60
1	9,31847	59	9,32810	63	0,67190	9,99038	59	1	9,35263	54	9,36394	58	0,63606	9,98869	59
2	9,31907	60	9,32872	62	0,67128	9,99035	58	2	9,35318	55	9,36452	58	0,63548	9,98867	58
3	9,31966	59	9,32933	61	0,67067	9,99032	57	3	9,35373	55	9,36509	57	0,63491	9,98864	57
4	9,32025	59	9,32995	62	0,67005	9,99030	56	4	9,35427	54	9,36566	57	0,63434	9,98861	56
5	9,32084	59	9,33057	62	0,66943	9,99027	55	5	9,35481	54	9,36624	58	0,63376	9,98858	55
6	9,32143	59	9,33119	62	0,66881	9,99024	54	6	9,35536	55	9,36681	57	0,63319	9,98855	54
7	9,32202	59	9,33180	61	0,66820	9,99022	53	7	9,35590	54	9,36738	57	0,63262	9,98852	53
8	9,32261	59	9,33242	62	0,66758	9,99019	52	8	9,35644	54	9,36795	57	0,63205	9,58849	52
9	9,32319	58	9,33303	61	0,66697	9,99016	51	9	9,35698	54	9,36852	57	0,63148	9,98846	51
10	9,32378	59	9,33365	62	0,66635	9,99013	50	10	9,35752	54	9,36909	57	0,63091	9,98843	50
11	9,32437	59	9,33426	61	0,66574	9,99011	49	11	9,35806	54	9,36966	57	0,63034	9,98840	49
12	9,32495	58	9,33487	61	0,66513	9,99008	48	12	9,35860	54	9,37023	57	0,62977	9,98837	48
13	9,32553	58	9,33548	61	0,66452	9,99005	47	13	9,35914	54	9,37080	57	0,62920	9,98834	47
14	9,32612	59	9,33609	61	0,66391	9,99002	46	14	9,35968	54	9,37137	57	0,62863	9,98831	46
15	9,32670	58	9,33670	61	0,66330	9,99000	45	15	9,36022	54	9,37193	56	0,62807	9,98828	45
16	9,32728	58	9,33731	61	0,66269	9,98997	44	16	9,36075	53	9,37250	57	0,62750	9,98825	44
17	9,32786	58	9,33792	61	0,66208	9,98994	43	17	9,36129	54	9,37306	56	0,62694	9,98822	43
18	9,32844	58	9,33853	61	0,66147	9,98991	42	18	9,36182	53	9,37363	57	0,62637	9,98819	42
19	9,32902	58	9,33913	60	0,66087	9,98989	41	19	9,36236	54	9,37419	56	0,62581	9,98816	41
20	9,32960	58	9,33974	61	0,66026	9,98986	40	20	9,36289	53	9,37476	57	0,62524	9,98813	40
21	9,33018	58	9,34034	60	0,65966	9,98983	39	21	9,36342	53	9,37532	56	0,62468	9,98810	39
22	9,33075	57	9,34095	61	0,65905	9,98980	38	22	9,36395	53	9,37588	56	0,62412	9,98807	38
23	9,33133	58	9,34155	60	0,65845	9,98978	37	23	9,36449	54	9,37644	56	0,62356	9,98804	37
24	9,33190	57	9,34215	60	0,65785	9,98975	36	24	9,36502	53	9,37700	56	0,62300	9,98801	36
25	9,33248	58	9,34276	61	0,65724	9,98972	35	25	9,36555	53	9,37756	56	0,62244	9,98798	35
26	9,33305	57	9,34336	60	0,65664	9,98969	34	26	9,36608	53	9,37812	56	0,62188	9,98795	34
27	9,33362	57	9,34396	60	0,65604	9,98967	33	27	9,36660	52	9,37868	56	0,62132	9,98792	33
28	9,33420	58	9,34456	60	0,65544	9,98964	32	28	9,36713	53	9,37924	56	0,62076	9,98789	32
29	9,33477	57	9,34516	60	0,65484	9,98961	31	29	9,36766	53	9,37980	56	0,62020	9,98786	31
30	9,33534	57	9,34576	60	0,65424	9,98958	30	30	9,36819	53	9,38035	55	0,61965	9,98783	30
31	9,33591	57	9,34635	59	0,65365	9,98955	29	31	9,36871	52	9,38091	56	0,61909	9,98780	29
32	9,33647	56	9,34695	60	0,65305	9,98953	28	32	9,36924	53	9,38147	56	0,61853	9,98777	28
33	9,33704	57	9,34755	60	0,65245	9,98950	27	33	9,36976	52	9,38202	55	0,61798	9,98774	27
34	9,33761	57	9,34814	59	0,65186	9,98947	26	34	9,37028	52	9,38257	55	0,61743	9,98771	26
35	9,33818	57	9,34874	60	0,65126	9,98944	25	35	9,37081	53	9,38313	56	0,61687	9,98768	25
36	9,33874	56	9,34933	59	0,65067	9,98941	24	36	9,37133	52	9,38368	55	0,61632	9,98765	24
37	9,33931	57	9,34992	59	0,65008	9,98938	23	37	9,37185	52	9,38423	55	0,61577	9,98762	23
38	9,33987	56	9,35051	59	0,64949	9,98936	22	38	9,37237	52	9,38479	56	0,61521	9,98759	22
39	9,34043	56	9,35111	60	0,64889	9,98933	21	39	9,37289	52	9,38534	55	0,01456	9,98756	21
40	9,34100	57	9,35170	59	0,64830	9,98930	20	40	9,37341	52	9,38589	55	0,61411	9,98753	20
41	9,34156	56	9,35229	59	0,64771	9,98927	19	41	9,37393	52	9,38644	55	0,61356	9,98750	19
42	9,34212	56	9,35288	59	0,64712	9,98924	18	42	9,37445	52	9,38699	55	0,61301	9,98746	18
43	9,34268	56	9,35347	59	0,64653	9,98921	17	43	9,37497	52	9,38754	55	0,61246	9,98743	17
44	9,34324	56	9,35405	58	0,64595	9,98919	16	44	9,37549	52	9,38808	54	0,61192	9,98740	16
45	9,34380	56	9,35464	59	0,64536	9,98916	15	45	9,37600	51	9,38863	55	0,61137	9,98737	15
46	9,34436	56	9,35523	59	0,64477	9,98913	14	46	9,37652	52	9,38918	55	0,61082	9,98734	14
47	9,34491	55	9,35581	58	0,64419	9,98910	13	47	9,37703	51	9,38972	54	0,61028	9,98731	13
48	9,34547	56	9,35640	59	0,64360	9,98907	12	48	9,37755	52	9,39027	55	0,60973	9,98728	12
49	9,34602	55	9,35698	58	0,64302	9,98904	11	49	9,37806	51	9,39082	55	0,60918	9,98725	11
50	9,34658	56	9,35757	59	0,64243	9,98901	10	50	9,37858	52	9,39136	54	0,60864	9,98722	10
51	9,34713	55	9,35815	58	0,64185	9,98898	9	51	9,37909	51	9,39190	54	0,60810	9,98719	9
52	9,34769	56	9,35873	58	0,64127	9,98896	8	52	9,37960	51	9,39245	55	0,60755	9,98715	8
53	9,34824	55	9,35931	58	0,64069	9,98893	7	53	9,38011	51	9,39299	54	0,60701	9,98712	7
54	9,34879	55	9,35989	58	0,64011	9,98890	6	54	9,38062	51	9,39353	54	0,60647	9,98709	6
55	9,34934	55	9,36047	58	0,63953	9,98887	5	55	9,38113	51	9,39407	54	0,60593	9,98706	5
56	9,34989	55	9,36105	58	0,63895	9,98884	4	56	9,38164	51	9,39461	54	0,60539	9,98703	4
57	9,35044	55	9,36163	58	0,63837	9,98881	3	57	9,38215	51	9,39515	54	0,60485	9,98700	3
58	9,35099	55	9,36221	58	0,63779	9,98878	2	58	9,38266	51	9,39569	54	0,60431	9,98697	2
59	9,35154	55	9,36279	58	0,63721	9,98875	1	59	9,38317	51	9,39623	54	0,60377	9,98694	1
60	9,35209	55	9,36336	57	0,63664	9,98872	0	60	9,38368	51	9,39677	54	0,60323	9,98690	0
′	Cos.77		Cot.77		Tan.77	Sen.77	′	′	Cos.76		Cot.76		Tan.76	Sen.76	′

'	Sen.14	D.	Tan.14	d.c.	Cot. 14	Cos. 14	'	'	Sen.15	D.	Tan.15	d.c.	Cot. 15	Cos.15	'
0	9,38368		9,39677		0,60323	9,98690	60	0	9,41300		9,42805		0,57195	9,98494	60
1	9,38418	50	9,39731	54	0,60269	9,98687	59	1	9,41347	47	9,42856	51	0,57144	9,98491	59
2	9,38469	51	9,39785	54	0,60215	9,98684	58	2	9,41394	47	9,42906	50	0,57094	9,98488	58
3	9,38519	50	9,39838	53	0,60162	9,98681	57	3	9,41441	47	9,43957	51	0,57043	9,98484	57
4	9,38570	51	9,39892	54	0,60108	9,98678	56	4	9,41488	47	9,43007	50	0,56993	9,98481	56
5	9,38620	50	9,39945	53	0,60055	9,98675	55	5	9,41535	47	9,43057	50	0,56943	9,98477	55
6	9,38670	50	9,39999	54	0,60001	9,98671	54	6	9,41582	47	9,43108	51	0,56892	9,98474	54
7	9,38721	51	9,40052	53	0,59948	9,98668	53	7	9,41628	46	9,43158	50	0,56842	9,98471	53
8	9,38771	50	9,40106	54	0,59894	9,98665	52	8	9,41675	47	9,43208	50	0,56792	9,98467	52
9	9,38821	50	9,40159	53	0,59841	9,98662	51	9	9,41722	47	9,43258	50	0,56742	9,98464	51
10	9,38871	50	9,40212	53	0,59788	9,98659	50	10	9,41768	46	9,43308	50	0,56692	9,98460	50
11	9,38921	50	9,40266	54	0,59734	9,98656	49	11	9,41815	47	9,43358	50	0,56642	9,98457	49
12	9,38971	50	9,40319	53	0,59681	9,98652	48	12	9,41861	46	9,43408	50	0,56592	9,98453	48
13	9,39021	50	9,40372	53	0,59628	9,98649	47	13	9,41908	47	9,43458	50	0,56542	9,98450	74
14	9,39071	50	9,40425	53	0,59575	9,98646	46	14	9,41954	46	9,43508	50	0,56492	9,98447	46
15	9,39121	50	9,40478	53	0,59522	9,98643	45	15	9,42001	47	9,43558	50	0,56442	9,98443	45
16	9,39170	49	9,40531	53	0,59469	9,98640	44	16	9,42047	46	9,43607	49	0,56393	9,98440	44
17	9,39220	50	9,40584	53	0,59416	9,98636	43	17	9,42093	46	9,43657	50	0,56343	9,98436	43
18	9,39270	50	9,40636	52	0,59364	9,98633	42	18	9,42140	47	9,43707	50	0,56293	9,98433	42
19	9,39319	49	9,40689	53	0,59311	9,98630	41	19	9,42186	46	9,43756	49	0,56244	9,98429	41
20	9,39369	50	9,40742	53	0,59258	9,98627	40	20	9,42232	46	9,43806	50	0,56194	9,98426	40
21	9,39418	49	9,40795	53	0,59205	9,98623	39	21	9,42278	46	9,43855	49	0,56145	9,98422	39
22	9,39467	49	9,40847	52	0,59153	9,98620	38	22	9,42324	46	9,43905	50	0,56095	9,98419	38
23	9,39517	50	9,40900	53	0,59100	9,98617	37	23	9,42370	46	9,43954	49	0,56046	9,98415	37
24	9,39566	49	9,40952	52	0,59048	9,98614	36	24	9,42416	46	9,44004	50	0,55996	9,98412	36
25	9,39615	49	9,41005	53	0,58995	9,98610	35	25	9,42461	45	9,44053	49	0,55947	9,98409	35
26	9,39664	49	9,41057	52	0,58943	9,98607	34	26	9,42507	46	9,44102	49	0,55898	9,98405	34
27	9,39713	49	9,41109	52	0,58891	9,98604	33	27	9,42553	46	9,44151	49	0,55849	9,98402	33
28	9,39762	49	9,41161	52	0,58839	9,98601	32	28	9,42599	46	9,44201	50	0,55799	9,98398	32
29	9,39811	49	9,41214	53	0,58786	9,98597	31	29	9,42644	45	9,44250	49	0,55750	9,98395	31
30	9,39860	49	9,41266	52	0,58734	9,98594	30	30	9,42690	46	9,44299	49	0,55701	9,98391	30
31	9,39909	49	9,41318	52	0,58682	9,98591	29	31	9,42735	45	9,44348	49	0,55652	9,98388	29
32	9,39958	49	9,41370	52	0,58630	9,98588	28	32	9,42781	46	9,44397	49	0,55603	9,98384	28
33	9,40006	48	9,41422	52	0,58578	9,98584	27	33	9,42826	45	9,44447	49	0,55554	9,98381	27
34	9,40055	49	9,41474	52	0,58526	9,98581	26	34	9,42872	46	9,44495	49	0,55505	9,98377	26
35	9,40103	48	9,41526	52	0,58474	9,98578	25	35	9,42917	45	9,44544	49	0,55456	9,98373	25
36	9,40152	49	9,41578	52	0,58422	9,98574	24	36	9,42962	45	9,44592	48	0,55408	9,98370	24
37	9,40200	48	9,41629	51	0,58371	9,98571	23	37	9,43008	46	9,44641	49	0,55359	9,98366	23
38	9,40249	49	9,41681	52	0,58319	9,98568	22	38	9,43053	45	9,44690	49	0,55310	9,98363	22
39	9,40297	48	9,41733	52	0,58267	9,98565	21	39	9,43098	45	9,44738	48	0,55262	9,98359	21
40	9,40346	49	9,41784	51	0,58216	9,98561	20	40	9,43143	45	9,44737	49	0,55213	9,98356	20
41	9,40394	48	9,41836	52	0,58164	9,98558	19	41	9,43188	45	9,44836	49	0,55164	9,98352	19
42	9,40442	48	9,41887	51	0,58113	9,98555	18	42	9,43233	45	9,44884	48	0,55116	9,98349	18
43	9,40490	48	9,41939	52	0,58061	9,98551	17	43	9,43278	45	9,44933	49	0,55067	9,98345	17
44	9,40538	48	9,41990	51	0,58010	9,98548	16	44	9,43323	45	9,44981	48	0,55019	9,98342	16
45	9,40586	48	9,42041	51	0,57959	9,98545	15	45	9,43367	44	9,45029	48	0,54971	9,98338	15
46	9,40634	48	9,42093	52	0,57907	9,98541	14	46	9,43412	45	9,45078	49	0,54922	9,98334	14
47	9,40682	48	9,42144	51	0,57856	9,98538	13	47	9,43457	45	9,45126	48	0,54874	9,98331	13
48	9,40730	48	9,42195	51	0,57805	9,98535	12	48	9,43502	45	9,45174	48	0,54826	9,98327	12
49	9,40778	48	9,42246	51	0,57754	9,98531	11	49	9,43546	44	9,45222	48	0,54778	9,98324	11
50	9,40825	47	9,42297	51	0,57703	9,98528	10	50	9,43591	45	9,45271	49	0,54729	9,98320	10
51	9,40873	48	9,42348	51	0,57652	9,98525	9	51	9,43635	44	9,45319	48	0,54681	9,98317	9
52	9,40921	48	9,42399	51	0,57601	9,98521	8	52	9,43680	45	9,45367	48	0,54633	9,98313	8
53	9,40968	47	9,42450	51	0,57550	9,98518	7	53	9,43724	44	9,45415	48	0,54585	9,98309	7
54	9,41016	48	9,42501	51	0,57499	9,98515	6	54	9,43769	45	9,45463	48	0,54537	9,98306	6
55	9,41063	47	9,42552	51	0,57448	9,98511	5	55	9,43813	44	6,45511	48	0,54489	9,98302	5
56	9,41111	48	9,42603	51	0,57397	9,98508	4	56	9,43857	44	9,45559	48	0,54441	9,98299	4
57	9,41158	47	9,42653	50	0,57347	9,98505	3	57	9,43901	44	9,45606	47	0,54394	9,98295	3
58	9,41205	47	9,42704	51	0,57296	9,98501	2	58	9,43946	45	9,45654	48	0,54346	9,98291	2
59	9,41252	47	9,42755	51	0,57245	9,98498	1	59	9,43990	44	9,45702	48	0,54298	9,98288	1
60	9,41300	48	9,42805	50	0,57195	9,98494	0	60	9,44034	44	9,45750	48	0,54250	9,98284	0
'	Cos.75		Cot. 75		Tan.75	Sen.75	'	'	Cos.74		Cot. 74		Tan 74	Sen 74	'

'	Sen.16	D.	Tan.16	d.c.	Cot.16	Cos.16	'	'	Sen.17	D.	Tan.17	d.c.	Cot.17	Cos.17	'
0	9,44034		9,45750		0,54250	9,98284	60	0	9,46594		9,48534		0,51466	9,98060	60
1	9,44078	44	9,45797	47	0'54203	9,68281	59	1	9,46635	41	9,48579	45	0,51421	9,98056	59
2	9,44122	44	9,45845	48	0,54155	9,98277	58	2	9,46676	41	9,48624	45	0,51376	9,98052	58
3	9,44166	44	9,45892	47	0,54108	9 98273	57	3	9,46717	41	9,48669	45	0,51331	9,98048	57
4	9,44210	44	9,45940	48	0,54060	9.98270	56	4	9,46758	41	9,48714	45	0,51286	9,98044	56
5	9,44253	43	9,45987	47	0,54013	9-98266	55	5	9,46800	42	9,48759	45	0,51241	9,98040	55
6	9,44297	44	9,46035	48	0,53965	9.98262	54	6	9,46841	41	9,48804	45	0,51196	9,98036	54
7	9,44341	44	9,46082	47	0.53918	9,98259	53	7	9,46882	41	9,48849	45	0,51151	9,98032	53
8	9,44385	44	8,46130	48	0,53870	9,98255	52	8	9,46923	41	9,48894	45	0,51106	9,98029	52
9	9,44428	43	9,46177	47	0,53823	9,98251	51	9	9,46964	41	9,48939	45	0,51061	9,98025	51
10	9,44472	44	9,46224	47	0,53776	9,98248	50	10	9,47005	41	9,48984	45	0,51016	9,98021	50
11	9,44516	44	9,46271	47	0,53729	9,98244	49	11	9,47045	40	9,49029	45	0,50971	9,98017	49
12	9,44559	43	9,46319	48	0,53681	9,98240	48	12	9,47086	41	9,49073	44	0,50927	9,98013	48
13	9,44602	43	9.46366	47	0,53634	9,98237	47	13	9,47127	41	9,49118	45	0,50882	9,98009	47
14	9,44646	44	9,46413	47	0,53587	9,98233	46	14	9,47168	41	9,49163	45	0,50837	9,98005	46
15	9,44689	43	9,46460	47	0,53540	9,98229	45	15	9,47209	41	9,49207	44	0,50793	9,98001	45
16	9,44733	44	9,46507	47	0,53493	9,98226	44	16	9,47249	40	9,49252	45	0,50748	9,97997	44
17	9,44776	43	9,46554	47	0,53446	9,98222	43	17	9,47290	41	9,49296	44	0,50704	9,97993	43
18	9,44819	43	9,46601	47	0,53399	9,98218	42	18	9,47330	40	9,49341	45	0,50659	9,97989	42
19	9,44862	43	9,46648	47	0,53352	9,98215	41	19	9,47371	41	9,49385	44	0,50615	9,97986	41
20	9,44905	43	9,46694	46	0,53306	9,98211	40	20	9,47411	40	9,49430	45	0,50570	9,97982	40
21	9,44948	43	9,46741	47	0,53259	9.98207	39	21	9,47452	41	9,49474	44	0,50526	9,97978	39
22	9,44992	44	9,46788	47	0,53212	9,98204	38	22	9,47492	40	9,49519	45	0,50481	9,97974	38
23	9,45035	43	9,46835	47	0,53165	9,98200	37	23	9,47533	41	9,49563	44	0,50437	9,97970	37
24	9,45077	42	9,46881	46	0,53119	9,98196	36	24	9,47573	40	9,49607	44	0,50393	9,97966	36
25	9,45120	43	9,46928	47	0,53072	9,98192	35	25	9,47613	40	9,49652	45	0,50348	9,97962	35
26	9,45163	43	9,46975	47	0,53025	9,98189	34	26	9,47654	41	9,49696	44	0,50304	9,97958	34
27	9,45206	43	9.47021	46	0,52979	9,98185	33	27	9,47694	40	9,49740	44	0,50260	9,97954	33
28	9,45249	43	9,47068	47	0,52932	9.98181	32	28	9,47734	40	9,49784	44	0,50216	9,97950	32
29	9,45292	43	9,47114	46	0,52886	9,98177	31	29	9,47774	40	9,49828	44	0,50172	9,97946	31
30	9,45334	42	9,47160	46	0,52840	9,98174	30	30	9,47814	40	9,49872	44	0,50128	9,97942	30
31	9,45377	43	9,47207	47	0,52793	9,98170	29	31	9,47854	40	9,49916	44	0,50084	9,97938	29
32	9,45419	42	9,47253	46	0,52747	9,98166	28	32	9,47894	40	9,49960	44	0,50040	9,67934	28
33	9,45462	43	9,47299	46	0,52701	9,98162	27	33	9,47934	40	9,50004	44	0,49996	9,97930	27
34	9,45504	42	9,47346	47	0,52654	9,98159	26	34	9,47974	40	9,50048	44	0,49952	9,97926	26
35	9,45547	43	9,47392	46	0,52608	9,98155	25	35	9,48014	40	9,50092	44	0,49908	9,97922	25
36	9,45589	42	9,47438	46	0,52562	9,98151	24	36	9,48054	40	9,50136	44	0,49864	9,97918	24
37	9,45632	43	9,47484	46	0,52516	9,98147	23	37	9,48094	40	9,50180	44	0,49820	9,97914	23
38	9,45674	42	9,47530	46	0,52470	9,98144	22	38	9,48133	39	9,50223	43	0,49777	9,97910	22
39	9,45716	42	9,47576	46	0,52424	9,98140	21	39	9,48173	40	9,50267	44	0,49733	9,97906	21
40	9,45758	42	9,47622	46	0,52378	9,98136	20	40	9,48213	40	9,50311	44	0,49689	9,97902	20
41	9,45801	43	9,47668	46	0,52332	9,98132	19	41	9,48252	39	9,50355	44	0,49645	9,97898	19
42	9,45843	42	9,47714	46	0,52286	9,98129	18	42	9,48292	40	9,50398	43	0,43602	9,97894	18
43	9,45885	42	9.47760	46	0,52240	9,98125	17	43	9,48332	40	9,50442	44	0,49558	9,97890	17
44	9,45927	42	9,47806	46	0,52194	9,98121	16	44	9,48371	39	9,50485	43	0,49515	9,97886	16
45	9,45969	42	9,47852	46	0,52148	9,98117	15	45	9,48411	40	9,50529	44	0,49471	9,97882	15
46	9,46011	42	9,47897	45	0,52103	9,98113	14	46	9,48450	39	9,50572	43	0,49428	9,97878	14
47	9,46053	42	9,47943	46	0,52057	9,98110	13	47	9,48490	40	9,50616	44	0,49384	9,97874	13
48	9,46095	42	9,47989	46	0,52011	9,98106	12	48	9,48529	39	9,50659	43	0,49341	9,97870	12
49	9,46136	41	9,48035	46	0,51965	9,98102	11	49	9,48568	39	9,50703	44	0,49297	9,97866	11
50	9,46178	42	9,48080	45	0,51920	9,98098	10	50	9,48607	39	9,50746	43	0,49254	9,97861	10
51	9,46220	42	9,48126	46	0,51874	9,98094	9	51	9,48647	40	9,50789	43	0,49211	9,97857	9
52	9,46262	42	9.48171	45	0.51829	9,98090	8	52	9,48686	39	9,50833	44	0,49167	9,97853	8
53	9,46303	41	9,48217	46	0,51783	9,98087	7	53	9,48725	39	9,50876	43	0,49124	9,97849	7
54	9,46345	42	9,48262	45	0,51738	8,98083	6	54	9,48764	39	9,50919	43	0,49081	9,97845	6
55	9,46386	41	9,48307	45	0,51693	9,98079	5	55	9,48803	39	9,50962	43	0,49038	9,97841	5
56	9,46428	42	9.48353	46	0,51647	9,98075	4	56	9,48842	39	9,51005	43	0,48995	9,97837	4
57	9,46469	41	9,48398	45	0,51602	9,98071	3	57	9,48881	39	9,51048	43	0,48952	9,97833	3
58	9,46511	42	9,48443	45	0,51557	9,98067	2	58	9,48920	39	9,51092	44	0,48908	9,97829	2
59	9 46552	41	9,48489	46	0,51511	9,98063	1	59	9,48959	39	9,51135	43	0,48865	9,97825	1
60	9,46594	42	9,48534	45	0.51466	9,98060	0	60	9,48998	39	9,51178	43	0,48822	9,97821	0
'	Cos.73		Cot.73		Tan.73	Sen.73	'	'	Cos.72		Cot.72		Tan.72	Sen.72	'

′	Sen.18	D.	Tan.18	d.c.	Cot. 18	Cos. 18	′
0	9,48998		9,51178		0,48822	9,97821	60
1	9,49037	39	9,51221	43	0,48779	9,97817	59
2	9,49076	39	9,51264	43	0,48736	9,97812	58
3	9,49115	39	9,51306	42	0,48694	9,97808	57
4	9,49153	38	9,51349	43	0 48651	9,97804	56
5	9,49192	39	9,51392	43	0,48608	9,97800	55
6	9,49231	39	9,51435	43	0,48565	9,97796	54
7	9,49269	38	9,51478	43	0,48522	9,97792	53
8	9,49308	39	9,51520	42	0,48480	9,97788	52
9	9,49347	39	9,51563	43	0,48437	9,97784	51
10	9,49385	38	9,51606	43	0,48394	9,97779	50
11	9,49424	39	9,51648	42	0,48352	9,97775	49
12	9,49462	38	9,51691	43	0,48309	9,97771	48
13	9,49500	38	9,51734	43	0,48266	9,97767	47
14	9,49539	39	9,51776	42	0,48224	9,97763	46
15	9,49577	38	9,51819	43	0,48181	9,97759	45
16	9,49615	38	9,51861	42	0,48139	9,97754	44
17	9,49654	39	9,51903	42	0,48097	9,97750	43
18	9,49692	38	9,51946	43	0,48054	9,97746	42
19	9,49730	38	9,51988	42	0,48012	9,97742	41
20	9,49768	38	9,52031	43	0,47969	9,97738	40
21	9,49806	38	9,52073	42	0,47927	9,97734	39
22	9,49844	38	9,52115	42	0,47885	9,97729	38
23	9,49882	38	9,52157	42	0,47843	9,97725	37
24	9,49920	38	9,52200	43	0,47800	9,97721	36
25	9,49958	38	9,52242	42	0,47758	9,97717	35
26	9,49996	38	9,52284	42	0,47716	9,97713	34
27	9,50034	38	9,52326	42	0,47674	9,97708	33
28	9,50072	38	9,52368	42	0,47632	9,97704	32
29	9,50110	38	9,52410	42	0,47590	9,97700	31
30	9,50148	38	9,52452	42	0,47548	9,97696	30
31	9,50185	37	9,52494	42	0,47506	9,97691	29
32	9,50223	38	9,52536	42	0,47464	9,97687	28
33	9,50261	38	9,52578	42	0,47422	9,97683	27
34	9,50298	37	9,52620	42	0,47380	9,97679	26
35	9,50336	38	9,52661	41	0,47339	9,97674	25
36	9,50374	38	9,52703	42	0,47297	9,97670	24
37	9,50411	37	9,52745	42	0,47255	9,97666	23
38	9,50449	38	9,52787	42	0,47213	9,97662	22
39	9,50486	37	9,52829	42	0,47171	9,97657	21
40	9,50523	37	9,52870	41	0,47130	9,97653	20
41	9,50561	38	9,52912	42	0,47088	9,97649	19
42	9,50598	37	9,52953	41	0,47047	9,97645	18
43	9,50635	37	9,52995	42	0,47005	9,97640	17
44	9,50673	38	9,53037	42	0,46963	9,97636	16
45	9,50710	37	9,53078	41	0,46922	9,97632	15
46	9,50747	37	9,53120	42	0,46880	9,97628	14
47	9,50784	37	9,53161	41	0,46839	9,97623	13
48	9,50821	37	9,53202	41	0,46798	9,97619	12
49	9,50858	37	9,53244	42	0,46756	9,97615	11
50	9,50896	38	9,53285	41	0,46715	9,97610	10
51	9,50933	37	9,53327	42	0,46673	9,97606	9
52	9,50970	37	9,53368	41	0,46632	9,97602	8
53	9,51007	37	9,53409	41	0,46591	9,97597	7
54	9,51043	36	9,53450	41	0,46550	9,97593	6
55	9,51080	37	9,53492	42	0,46508	9,97589	5
56	9,51117	37	9,53533	41	0,46467	9,97584	4
57	9,51154	37	9,53574	41	0,46426	9,97580	3
58	9,51191	37	9,53615	41	0,46385	9,97576	2
59	9,51227	36	9,53656	41	0,46344	9,97571	1
60	9,51264	37	9,53697	41	0,46803	9,97567	0
′	Cos.71		Cot. 71		Tan.71	Sen.71	′

′	Sen.19	D.	Tan.19	d.c.	Cot.19	Cos.19	′
0	9,51264		9,53697		0,46303	9,97567	60
1	9,51301	37	9.53738	41	0,46262	9,97563	59
2	9,51338	37	9,53779	41	0,46221	9,97558	58
3	9,51374	36	9,53820	41	0,46180	9,97554	57
4	9,51411	37	9,53861	41	0,46139	9,97550	56
5	9,51447	36	9,53902	41	0,46098	9,97545	55
6	9,51484	37	9,53943	41	0,46057	9,97541	54
7	9,51520	36	9,53984	41	0,46016	9,97536	53
8	9,51557	37	9,54025	41	0,45975	9,97532	52
9	9,51593	36	9,54065	40	0,45935	9,97528	51
10	9,51629	36	9,54106	41	0.45894	9,97523	50
11	9.51666	37	9.54147	41	0,45853	9,97519	49
12	9,51702	36	9.54187	40	0,45813	9,97515	48
13	9.71738	36	9,54228	41	0,45772	9,97510	47
14	9,51774	36	9,54269	41	0,45731	9,97506	46
15	9,51811	37	9,54309	40	0,45691	9,97501	45
16	9,51847	36	9,54350	41	0,45650	9,97497	44
17	9,51883	36	9,54390	40	0,45610	9,97492	43
18	9,51919	36	9,54431	41	0,45569	9,97488	42
19	9,51955	36	9,54471	40	0,45529	9,97484	41
20	9,51991	36	9,54512	41	0,45488	9,97479	40
21	9,52027	36	9,54552	40	0,45448	9,97475	39
22	9.52063	36	9,54593	41	0,45407	9,97470	38
23	9,52099	36	9,54633	40	0,45367	9,97466	37
24	9,52135	36	9,54673	40	0,45327	9,97461	36
25	9.52171	36	9,54714	41	0,45286	9,97457	35
26	9,52207	36	9,54754	40	0,45246	9,97453	34
27	9,52242	35	9,54794	40	0,45206	9.97448	33
28	9,52278	36	9,54835	41	0,45165	9,97444	32
29	9,52314	36	9,54875	40	0,45125	9.97439	31
30	9,52350	36	9,54915	40	0,45085	9,97435	30
31	9,52385	35	9,54955	40	0,45045	9,97430	29
32	9,52421	36	9.54995	40	0,45005	9,97426	28
33	9,52456	35	9,55035	40	0,44965	9,97421	27
34	9,52492	36	9,55075	40	6,44925	9,97417	26
35	9,52527	35	9,55115	40	0,44885	9,97412	25
36	9,52563	36	9,55155	40	0.44845	9,97408	24
37	9,52598	35	9,55195	40	0,44805	9,97403	23
38	9,52634	36	9,55235	40	0,44765	9,97399	22
39	9.52669	35	9,55275	40	0,44725	9,97394	21
40	9,52705	36	9,55315	40	0,44685	9,97390	20
41	9,52740	35	9,55355	40	0,44645	9,97385	19
42	9,52775	35	9,55395	40	0,44605	9,97381	18
43	9,52811	36	9,55434	39	0,44566	9,97376	17
44	9,52846	35	9,55474	40	0,44526	9,97372	16
45	9,52881	35	9,55514	40	0,44486	9,97367	15
46	9,52916	35	9,55554	40	0,44446	9,97363	14
47	9,52951	35	9,55593	39	0,44407	9,97358	13
48	9,52986	35	9,55633	40	0,44367	9,97353	12
49	9,53021	35	9,55673	40	0,44327	9,97349	11
50	9,53056	35	9,55712	39	0,44288	9,97344	10
51	9,53092	36	9,55752	40	0,44248	9,97340	9
52	9.53126	34	9,55791	39	0,44209	9,97335	8
53	9,53161	35	9,55831	40	0,44169	9-97331	7
54	9,53196	35	9,55870	39	0,44130	9,97326	6
55	9,53231	35	9,55910	40	0.44090	9,97322	5
56	9,53266	35	9 55949	39	0,44051	9,97317	4
57	9,53301	35	9,55989	40	0,44011	9,97312	3
58	9,53336	35	9,56028	39	0,43972	9,97308	2
59	9,53370	34	9,56067	39	0,43933	9,97303	1
60	9,53405	35	9,56107	40	0,43893	9,97399	0
′	Cos.70		Cot. 70		Tan.70	Sen.70	′

'	Sen.20	D.	Tan.20	dc	Cot.20	Cos.20	D.	'
0	9,53405	35	9,56107	39	0,43893	9,97299	5	60
1	9,53440	35	9,56146	39	0,43854	9,97294	5	50
2	9,53475	34	9,56185	39	0,43815	9,97289	4	58
3	9,53509	35	9,56224	40	0,43776	9,97285	5	57
4	9,53544	34	9,56264	39	0,43736	9,97280	4	56
5	9,53578	35	9,56303	39	0,43697	9,97276	5	55
6	9,53613	34	9,56342	39	0,43658	9,97271	5	54
7	9,53647	35	9,56381	39	0,43619	9,97266	4	53
8	9,53682	34	9,56420	39	0,43580	9,97262	5	52
9	9,53716	35	9,56459	39	0,43541	9,97257	5	51
10	9,53751	34	9,56498	39	0,43502	9,97252	4	50
11	9,53785	34	9,56537	39	0,43463	9,97248	5	49
12	9,53819	35	9,56576	39	0,43424	9,97243	5	48
13	9,53854	34	9,56615	39	0,43385	9,97238	4	47
14	9,53888	34	9,56654	39	0,43346	9,97234	5	46
15	9,53922	35	9,56693	39	0,43307	9,97229	5	45
16	9,53957	34	9,56732	39	0,43268	9,97224	4	44
17	9,53991	34	9,56771	39	0,43229	9,97220	5	43
18	9,54025	34	9,56810	39	0,43190	9,97215	5	42
19	9,54059	34	9,56849	38	0,43151	9,97210	4	41
20	9,54093	34	9,56887	39	0,43113	9,97206	5	40
21	9,54127	34	9,56926	39	0,43074	9,97201	5	39
22	9,54161	34	9,56965	39	0,43035	9,97196	4	38
23	9,54195	34	9,57004	38	0,42996	9,97192	5	37
24	9,54220	34	9,57042	39	0,42958	9,97187	5	36
25	9,54263	34	9,57081	39	0,42919	9,97182	4	35
26	9,54297	34	9,57120	38	0,42880	9,97178	5	34
27	9,54331	34	9,57158	39	0,42842	9,97173	5	33
28	9,54365	34	9,57197	38	0,42803	9,97168	5	32
29	9,54399	34	9,57235	39	0,42765	9,97163	4	31
30	9,54433	33	9,57274	38	0,42726	9,97159	5	30
31	9,54466	34	9,57312	39	0,42688	9,97154	5	29
32	9,54500	34	9,57351	38	0,42649	9,97149	4	28
33	9,54534	33	9,57389	39	0,42611	9,97145	5	27
34	9,54567	34	9,57428	38	0,42572	9,97140	5	26
35	9,54601	34	9,57466	38	0,42534	9,97135	5	25
36	9,54635	33	9,57504	39	0,42496	9,97130	4	24
37	9,54668	34	9,57543	38	0,42457	9,97126	5	23
38	9,54702	33	9,57581	38	0,42419	9,97121	5	22
39	9,54735	34	9,57619	39	0,42381	9,97116	5	21
40	9,54769	33	9,57658	38	0,42342	9,97111	4	20
41	9,54802	34	9,57696	38	0,42304	9,97107	5	19
42	9,54836	33	9,57734	38	0,42266	9,97102	5	18
43	9,54869	34	9,57772	38	0,42228	9,97097	5	17
44	9,54903	33	9,57810	39	0,42190	9,97092	5	16
45	9,54936	33	9,57849	38	0,42151	9,97087	4	15
46	9,54969	34	9,57887	38	0,42113	9,97083	5	14
47	9,55003	33	9,57925	38	0,42075	9,97078	5	13
48	9,55036	33	9,57963	38	0,42037	9,97073	5	12
49	9,55069	33	9,58001	38	0,41999	9,97068	5	11
50	9,55102	34	9,58039	38	0,41961	9,97063	4	10
51	9,55136	33	9,58077	38	0,41923	9,97059	5	9
52	9,55169	33	9,58115	38	0,41885	9,97054	5	8
53	9,55202	33	9,58153	38	0,41847	9,97049	5	7
54	9,55235	33	9,58191	38	0,41809	9,97044	5	6
55	9,55268	33	9,58229	38	0,41771	9,97039	4	5
56	9,55301	33	9,58267	37	0,41733	9,97035	5	4
57	9,55334	33	9,58304	38	0,41696	9,97030	5	3
58	9,55367	33	9,58342	38	0,41658	9,97025	5	2
59	9,55400	33	9,58380	38	0,41620	9,97020	5	1
60	9,55433		9,58418		0,41582	9,97015		0
'	Cos.69		Cot.69		Tan.69	Sen.69		'

'	Sen.21	D.	Tan.21	dc	Cot.21	Cos.21	D.	'
0	9,55433	33	9,58418	37	0,41582	9,97015	5	60
1	9,55466	33	9,58455	38	0,41545	9,97010	5	59
2	9,55499	33	9.58493	38	0,41507	9,97005	4	58
3	9,55532	32	9,58531	38	0,41469	9,97001	5	57
4	9,55564	33	9,58569	37	0,41431	9,96996	5	56
5	9,55597	33	9,58606	38	0,41394	9,96991	5	55
6	9,55630	33	9,58644	37	0,41356	9,96986	5	54
7	9,55663	32	9,58681	38	0,41319	9,96981	5	53
8	9,55695	33	9,58719	38	0,41281	9,96976	5	52
9	9,55728	33	9,58757	37	0,41243	9,96971	5	51
10	9,55761	32	9,58794	38	0,41206	9,96966	4	50
11	9,55793	33	9,58832	37	0,41168	9,96962	5	49
12	9,55826	32	9,58869	38	0,41131	9,96957	5	48
13	9,55858	33	9,58907	37	0,41093	9,96952	5	47
14	9,55891	32	9,58944	37	0,41056	9,96947	5	46
15	9,55923	33	9,58981	38	0,41019	9,96942	5	45
16	9,55956	32	9,59019	37	0,40981	9,96937	5	44
17	9,55988	33	9,59056	38	0,40944	9,96932	5	43
18	9,56021	32	9,59094	37	0,40906	9,96927	5	42
19	9,56053	32	9,59131	37	0,40869	9,96922	5	41
20	9,56085	33	9,59168	37	0,40832	9,96917	5	40
21	9,56118	32	9,59205	38	0,40795	9,96912	5	39
22	9,56150	32	9,59243	37	0,40757	9,96907	4	38
23	9,56182	33	9,59280	37	0,40720	9,96903	5	37
24	9,56215	32	9,59317	37	0,40683	9,96898	5	36
25	9,46247	32	9,59354	37	0,40646	9,96893	5	35
26	9,56279	32	9,59391	38	0,40609	9,96888	5	34
27	9,56311	32	9,59429	37	0,40571	9,96883	5	33
28	9,56343	32	9,59466	37	0,40534	9,96878	5	32
29	9,56375	33	9,59503	37	0,40497	9,96873	5	31
30	9,56408	32	9,59540	37	0,40460	9,96868	5	30
31	9,56440	32	9,59577	37	0,40423	9,96863	5	29
32	9,56472	32	9,59614	37	0,40386	9,96858	5	28
33	9,56504	32	9,59651	37	0,40349	9,96853	5	27
34	9,56536	32	9,59688	37	0,40312	9,96848	5	26
35	9,56568	31	9,59725	37	0,40275	9,96843	5	25
36	9.56599	32	9,59762	37	0,40238	9,96838	5	24
37	9,56631	32	9,59799	36	0,40201	9,96833	5	23
38	9,56663	32	9,59835	37	0,40165	9.96828	5	22
39	9,56695	32	9,59872	37	0,40128	9,96823	5	21
40	9,56727	32	9,59909	37	0,40091	9,96818	5	20
41	9,56759	31	9,59946	37	0,40054	9,96813	5	19
42	9,56790	32	9,59983	36	0,40017	9,96808	5	18
43	9,56822	32	6,60019	37	0,39981	9,96803	5	17
44	9,56854	32	9,60056	37	0,39944	9,96798	5	16
45	9,56886	31	9,60093	37	0,39907	9,96793	5	15
46	9,56917	32	9,60130	36	0,39870	9,96788	5	14
47	9,56949	31	9,60166	37	0,39834	9,96783	5	13
48	9,56980	32	9,60203	37	0,39707	9.96778	6	12
49	9,57012	32	9,60240	36	0,39760	9,96772	5	11
50	9,57044	31	9,60276	37	0,39724	9,96767	5	10
51	9,57075	32	9,60313	36	0,39687	9,96762	5	9
52	9,57107	31	9,60349	37	0,39651	9,96757	5	8
53	,57138	31	9,60386	36	0,39614	9,96752	5	7
54	9,57169	32	9,60422	37	0,39578	9,99747	5	6
55	9,57201	31	9,60459	36	0,39541	9,96742	5	5
56	9,57232	32	9,80495	37	0,39505	9,96737	5	4
57	0,57264	31	9,60532	36	0,39468	9,96732	5	3
58	9,57295	31	9,60568	37	0,39432	9,96727	5	2
59	9,57326	32	9,60605	36	0,39395	9,96722	5	1
60	9,57358		9,60641		0,39359	9,96717		0
'	Cos.68		Cot.68		Tan.68	Sen.68		'

'	Sen.22	D.	Tan.22	dc	Cot.22	Cos.22	D.	'	'	Sen.23	D.	Tan.23	dc	Cot.23	Ccs.23	D.	'
0	9,57358		9,60641		0,39359	9,96717		60	0	9,59188		9,62785		0,37215	9,96403		60
1	9,57389	31	9,60677	36	0,39323	9,96711	6	59	1	9,59218	30	9,62820	35	0,37180	9,96397	6	56
2	9,57420	31	9,60714	37	0,39286	9,96706	5	58	2	9,59247	29	9,62855	35	0,37145	9,96392	5	58
3	9,57451	31	9,60750	36	0,39250	9,96701	5	57	3	9,59277	30	9,62890	35	0,37110	9,96387	5	57
4	9,57482	31	9,60786	36	0,39214	9,96696	5	56	4	9,59307	30	9,62926	36	0,37074	9,96381	6	56
5	9,57514	32	9,60823	37	0,39177	9,96691	5	55	5	9,59336	29	9,62961	35	0,37039	9,96376	5	55
6	9,57545	31	9,60859	36	0,39141	9,96686	5	54	6	9,59366	30	9,62996	35	0,37004	9,96370	6	54
7	9,57576	31	9,60895	36	0,39105	9,96681	5	53	7	9,59396	30	9,63031	35	0,36969	9,96365	5	53
8	9,57607	31	9,60931	36	0,39069	9,96676	5	52	8	9,59425	29	9,63066	35	0,36934	9,96360	5	52
9	9,57638	31	9,60967	36	0,39033	9,96670	6	51	9	9,59455	30	9,63101	35	0,36899	9,96354	6	51
10	9,57669	31	9,61004	37	0,38996	9,96665	5	50	10	9,59484	29	9,63135	34	0,36865	9,96349	5	50
11	9,57700	31	9,61040	36	0,38960	9,96660	5	49	11	9,59514	30	9,63170	35	0,36830	9,96343	6	49
12	9,57731	31	9,61076	36	0,38924	9,96655	5	48	12	9,59543	29	9,63205	35	0,36795	9,96338	5	48
13	9,57762	31	9,61112	36	0,38888	9,96650	5	47	13	9,59573	30	9,63240	35	0,36760	9,96333	5	47
14	9,57793	31	9,61148	36	0,38852	9,96645	5	46	14	9,59602	29	9,63275	35	0,36725	9,96327	6	46
15	9,57824	31	9,61184	36	0,38816	9,96640	5	45	15	9,59632	30	9,63310	35	0,36690	9,96322	5	45
16	9,57855	31	9,61220	36	0,38780	9,96634	6	44	16	9,59661	29	9,63345	35	0,36655	9,96316	6	44
17	9,57885	30	9,61256	36	0,38744	9,96629	5	43	17	9,59690	29	9,63379	34	0,36621	9,96311	5	43
18	9,57916	31	9,61292	36	0,38708	9,96624	5	42	18	9,59720	30	9,63414	35	0,36586	9,99305	6	42
19	9,57947	31	9,61328	36	0,38672	9,96619	5	41	19	9,59749	29	9,63449	35	0,36551	9,96300	5	41
20	9,57978	31	9,61364	36	0,38636	9,96614	5	40	20	9,59778	29	9,63484	35	0,36516	9,96294	6	40
21	9,58008	30	9,61400	36	0,38600	9,96608	6	39	21	9,59808	30	9,63519	35	0,36481	9,96289	5	39
22	9,58039	31	9,61436	36	0,38564	9,96603	5	38	22	9,59837	29	9,63553	34	0,36447	9,96234	5	38
23	9,58070	31	9,61472	36	0,38528	9,96598	5	37	23	9,59866	29	9,63588	35	0,36412	9,96278	6	37
24	9,58101	31	9,61508	36	0,38492	9,96593	5	36	24	9,59895	29	9,63623	35	0,36377	9,96273	5	36
25	9,58131	30	9,61544	36	0,38456	9,96588	5	35	25	9,59924	29	9,63657	34	0,36343	9,96267	6	35
26	9,58162	31	9,61579	35	0,38421	9,96582	6	34	26	9,59954	30	9,63692	35	0,36308	9,96262	5	34
27	9,58192	30	9,61615	36	0,38385	9,96577	5	33	27	9,59983	29	9,63726	34	0,36274	9,96256	6	33
28	9,58223	31	9,61651	36	0,38349	9,96572	5	32	28	9,60012	29	9,63761	35	0,36239	9,96251	5	32
29	9,58253	30	9,61687	36	0,38312	9,96567	5	31	29	9,60041	29	9,63796	35	0,35204	9,96245	6	31
30	9,58284	31	9,61722	35	0,38278	9,96562	5	30	30	9,60070	29	9,63830	34	0,36170	9,96240	5	30
31	9,58314	30	9,61758	36	0,38242	9,96556	6	29	31	9,60099	29	9,63865	35	0,36135	9,96234	6	29
32	9,58345	31	9,61794	36	0,38206	9,96551	5	28	32	9,66128	29	9,63899	34	0,36101	9,96229	5	28
33	9,58375	30	9,61830	36	0,38170	9,96546	5	27	33	9,60157	29	9,63934	35	0.36066	9,96223	6	27
34	9,58406	31	9,61865	35	0,38135	9,96541	5	26	34	9,60186	29	9,63968	34	0,36032	9,96218	5	26
35	9,58436	30	9,61901	36	0,38099	9,96535	6	25	35	9,60215	29	9,64003	35	0,35997	9,96212	6	25
36	9,58467	31	9,61936	35	0,38064	9,96530	5	24	36	9,60244	29	9,64037	34	0,35963	9,96207	5	24
37	9,58497	30	9,61972	36	0,38028	9,96525	5	23	37	9,60273	29	9,64072	35	0,35928	9,96201	6	23
38	9,58527	30	9,62008	36	0,37992	9,96520	5	22	38	9,60302	29	9,64106	34	0.35894	9,96196	5	22
39	9,58557	30	9,62043	35	0,37957	9,96514	6	21	39	9,60331	29	9,64140	34	0,35860	9,96190	6	21
40	9,58588	31	9,62079	36	0,37921	9,96509	5	20	40	9,60359	28	9,64175	35	0,35825	9,96185	5	20
41	9,58618	30	9,62114	35	0,37886	9,96504	5	19	41	9,60388	29	9,64209	34	0,35791	9,96179	6	19
42	9,58648	30	9,62150	36	0,37850	9,96498	6	18	42	9,60417	29	9,64243	34	0,35757	9,96174	5	18
43	9,58678	30	9,62185	35	0,37815	9,96493	5	17	43	9,60446	29	9,64278	35	0,35722	9,96168	6	17
44	9,58709	31	9,62221	36	0,37779	9,96488	5	16	44	9,60474	28	9,64312	34	0,35688	9,96162	6	16
45	9,58739	30	9,62256	35	0,37744	9,96483	5	15	45	9,60503	29	9,64346	34	0,35654	9,96157	5	15
46	9,58769	30	9,62292	36	0,37708	9,96477	6	14	46	9,60532	29	9,64381	35	0,35619	9,96151	6	14
47	9,58799	30	9,62327	35	0,37673	9,96472	5	13	47	9,60561	29	9,64415	34	0,35585	9,96146	5	13
48	9,58829	30	9,62362	35	0,37638	9,96467	5	12	48	9,60589	28	9,64449	34	0,35551	9,96140	6	12
49	9,58859	30	9,62398	36	0,37602	9,96461	6	11	49	9,60618	29	9,64483	34	0,35517	9,96135	5	11
50	9,58889	30	9,62433	35	0,37567	9,96456	5	10	50	9,60646	28	9,64517	34	0,35483	9,96129	6	10
51	9,58919	30	9,62468	35	0,37532	9,96451	5	9	51	9,60675	29	9,64552	35	0,35448	9,96123	6	9
52	9,58949	30	9,62504	36	0,37496	9,96445	6	8	52	9,60704	29	9,64586	34	0,35414	9,96118	5	8
53	9,58979	30	9,62539	35	0,37461	9,96440	5	7	53	9,60732	28	9,64620	34	0,32380	9,96112	6	7
54	9,59009	30	9,62574	35	0,37426	9,96435	5	6	54	9,60761	29	9,64654	34	0,33346	9,96107	5	6
55	9,59039	30	9,62609	35	0,37391	9,96429	6	5	55	9,60789	28	9,64688	34	0,33312	9,96101	6	5
56	9,59069	30	9,62645	36	0,37355	9,96424	5	4	56	9,60818	29	9,64722	34	0,32278	9,96095	6	4
57	9,59098	29	9,62680	35	0,37320	9,96419	5	3	57	9,60846	28	9,64756	34	0,33244	9,96090	5	3
58	9,59128	30	9,62715	35	0,37285	9,96413	6	2	58	9,60875	29	9,64790	34	0,35210	9,96084	6	2
59	9,59158	30	9,62750	35	0,37250	9,96408	5	1	59	9,60903	28	9,64824	34	0,35176	9,96079	5	1
60	9,59188	30	9.62785	35	0,37215	9,96403	5	0	60	9,60931	28	9,64858	34	0,35142	9,96073	6	0
'	Cos.67		Cot.67		Tan.67	Sen 67		'	'	Cos.66		Cot.66		Tan.66	Sen.66		'

'	Sen.24	D.	Tan.24	dc	Cot.24	Cos.24	D.	'
0	9,60931	29	9,64858	34	0,35142	9,96073	6	60
1	9,60960	28	9,64892	34	0,35108	9,96067	5	59
2	9,60988	28	9,64926	34	0,35074	9,96062	6	58
3	9,61016	29	9,64960	34	0,35040	9,96056	6	57
4	9,61045	28	9,64994	34	0,35006	9,96050	5	56
5	9,61073	28	9,65028	34	0,34972	9,96045	6	55
6	9,61101	28	9,65062	34	0,34938	9,96039	5	54
7	9,61129	29	9,65096	34	0,34904	9,96034	6	53
8	9,61158	28	9,65130	34	0,34870	9,96028	6	52
9	9,61186	28	9,65164	33	0,34836	9,96022	5	51
10	9,61214	28	9,65197	34	0,34803	9,96017	6	50
11	9,61242	28	9,65231	34	0,34769	9,96011	6	49
12	9,61270	28	9,65265	34	0,34735	9,96005	5	48
13	9,61298	28	9,65299	34	0,34701	9,96000	6	47
14	9,61326	28	9,65333	33	0,34667	9,95994	6	46
15	9,61354	28	9,65366	34	0,34634	9,95988	6	45
16	9,61382	29	9,65400	34	0,34600	9,9 982	5	44
17	9,61411	27	9,65434	33	0,34566	9,95977	6	43
18	9,61438	28	9,65467	34	0,34533	9,95971	6	42
19	9,61466	28	9,65501	34	0,34499	9,95965	5	41
20	9,61494	28	9,65535	33	0,34465	9,95960	6	40
21	9,61522	28	9,65568	34	0,34432	9,95954	6	39
22	9,61550	28	9,65602	34	0,34398	9,95948	6	38
23	9,61578	28	9,65636	33	0,34364	9,95942	5	37
24	9,61606	28	9,65669	34	0,34331	9,95937	6	36
25	9,61634	28	9,65703	33	0,34297	9,95931	6	35
26	9,61662	27	9,65736	34	0,34264	9,95925	5	34
27	9,61689	28	9,65770	33	0,34230	9,95920	6	33
28	9,61717	28	9,65803	34	0,34197	9,95914	6	32
29	9,61745	28	9,65837	33	0,34163	9,95908	6	31
30	9,61773	27	9,65870	34	0,34130	9,95902	5	30
31	9,61800	28	9,65904	33	0,34096	9,95897	6	29
32	9,61828	28	9,65937	34	0,34063	9,95891	6	28
33	9,61856	27	9,65971	33	0,34029	9,95885	6	27
34	9,61883	28	9,66004	34	0,33996	9,95879	6	26
35	9,61911	28	9,66038	33	0,33962	9,95873	5	25
36	9,61939	27	9,66071	33	0,33929	9,95868	6	24
37	9,61966	28	9,66104	34	0,33896	9,95862	6	23
38	9,61994	27	9,66138	33	0,33862	9,95856	6	22
39	9,62021	28	9,66171	33	0,33829	9,95850	6	21
40	9,62049	27	9,66204	34	0,33796	9,95844	5	20
41	9,62076	28	9,66238	33	0,33762	9,95839	6	19
42	9,62104	27	9,66271	33	0,33729	9,95833	6	18
43	9,62131	28	9,66304	33	0,33696	9,95827	6	17
44	9,62159	27	9,66337	34	0,33663	9,95821	6	16
45	9,62186	28	9,66371	33	0,33629	9,95815	5	15
46	9,62214	27	9,66404	33	0,33596	9,95810	6	14
47	9,62241	27	9,66437	33	0,33563	9,95804	6	13
48	9,62268	28	9,66470	33	0,33530	9,95798	6	12
49	9,62296	27	9,66503	34	0,33497	9,95792	6	11
50	9,62323	27	9,66537	33	0,33463	9,95786	6	10
51	9,62350	27	9,66570	33	0,33430	9,95780	5	9
52	9,62377	28	9,66603	33	0,33397	9,95775	6	8
53	9,62405	27	9,66636	33	0,33364	9,95769	6	7
54	9,62432	27	9,66669	33	0,33331	9,95763	6	6
55	9,62459	27	9,66702	33	0,33298	9,95757	6	5
56	9,62486	27	9,66735	33	0,33265	9,95751	6	4
57	9,62513	28	9,66768	33	0,33232	9,95745	6	3
58	9,62541	27	9,66801	33	0,33199	9,95739	6	2
59	9,62568	27	9,66834	33	0,33166	9,95733	5	1
60	9,62595		9,66867		0,33133	9,95728		0
'	Cos.65		Cot. 65		Tan.65	Sen. 65		'

'	Sen.25	D.	Tan.25	dc	Cot. 25	Cos.25	D.	'
0	9,62595	27	9,66867	33	0,33133	9,95728	6	60
1	9,62622	27	9,66900	33	0,33100	9,95722	6	59
2	9,62649	27	9,66933	33	0,33067	9,95716	6	58
3	9,62676	27	9,66966	33	0,33034	9,95710	6	57
4	9,62703	27	9,66999	33	0,33001	9,95704	6	56
5	9,62730	27	9,67032	33	0,32968	9,95698	6	55
6	9,62757	27	9,67065	33	0,32935	9,95692	6	54
7	9,62784	27	9,67098	33	0,32902	9,95686	6	53
8	9,62811	27	9,67131	32	0,32869	9,95680	6	52
9	9,62838	27	9,67163	33	0,32837	9,95674	6	51
10	9,62865	27	9,67196	33	0,32804	9,95668	5	50
11	9,62892	26	9,67229	33	0,32771	9,95663	6	49
12	9,62918	27	9,67262	33	0,32738	9,95657	6	48
13	9,62945	27	9,67295	32	0,32705	9,95651	6	47
14	9,62972	27	9,67327	33	0,32673	9,95645	6	46
15	9,62999	27	9,67360	33	0,32640	9,95639	6	45
16	9,63026	26	9,67393	33	0,32607	9,95633	6	44
17	9,63052	27	9,67426	32	0,32574	9,95627	6	43
18	9,63079	27	9,67458	33	0,32542	9,95621	6	42
19	9,63106	27	9 67491	33	0,32509	9,95615	6	41
20	9,63133	26	9,67524	32	0,32476	9,95609	6	40
21	9,63159	27	9,67556	33	0,32444	9,95603	6	39
22	9,63186	27	9,67589	33	0,32411	9,95597	6	38
23	9,63213	26	9,67622	32	0,32378	9,95591	6	37
24	9,63239	27	9,67654	33	0,32346	9,95585	6	36
25	9,63266	26	9,67687	32	0,32313	9,95579	6	35
26	9,63292	27	9,67719	33	0,32281	9,95573	6	34
27	9,63319	26	9,67752	33	0,32248	9,95567	6	33
28	9,63345	27	9,67785	32	0,32215	9,95561	6	32
29	9,63372	26	9,67817	33	0,32183	9,95555	6	31
30	9,63398	27	9,67850	32	0,32150	9,95549	6	30
31	9,63425	26	9,67882	33	0,32118	9,95543	6	29
32	9,63451	27	9,67915	32	0,32085	9,95537	6	28
33	9,63478	26	9,67947	33	0,32053	9,95531	6	27
34	9,63504	27	9,67980	32	0,32020	9,95525	6	26
35	9,63531	26	9,68012	32	0,31988	9,95519	6	25
36	9,63557	26	9,68044	33	0,31956	9,95513	6	24
37	9,63583	27	9,68077	32	0,31923	9,95507	7	23
38	9,63610	26	9,68109	33	0,31891	9,95500	6	22
39	9,63636	26	9,68142	32	0,31858	9,95494	6	21
40	9,63662	27	9,68174	32	0,31826	9,95488	6	20
41	9,63689	26	9,68206	33	0,31794	9,95482	6	19
42	9,63715	26	9,68239	32	0,31761	9,95476	6	18
43	9,63741	26	9,68271	32	0,31729	9,95470	6	17
44	9,63767	27	9,68303	33	0,31697	9,95464	6	16
45	9,63794	26	9,68336	32	0,31664	9,95458	6	15
46	9,63820	26	9,68368	32	0,31632	9,95452	6	14
47	9,63846	26	9,68400	32	0,31600	9,95446	6	13
48	9,63872	26	9,68432	33	0,31568	9,95440	6	12
49	9,63898	26	9,68465	32	0,31535	9,95434	7	11
50	9,63924	26	9,68497	32	0,31503	9,95427	6	10
51	9,63950	26	9,68529	32	0,31471	9,95421	6	9
52	9,63976	26	9,68561	32	0,31439	9,95415	6	8
53	9,64002	26	9,68593	33	0,31407	9,95409	6	7
54	9,64028	26	9,68626	32	0,31374	9,95403	6	6
55	9,64054	26	9,68658	32	0,31342	9,95397	6	5
56	9,64080	26	9,68690	32	0,31310	9,95391	7	4
57	9,64106	26	9,68722	32	0,31278	9,95384	6	3
58	9,64132	26	9,68754	32	0,31246	9,95378	6	2
59	9,64158	26	9,68786	32	0,31214	9,95372	6	1
60	9,64184		9,68818		0,31182	9,95366		0
'	Cos.64		Cot. 64		Tan.64	Sen.64		'

′	Sen.26	D.	Tan.26	dc	Cot. 26	Cos.26	D.	′	′	Sen.27	D.	Tan.27	dc	Cot.27	Cos. 27	D.	′
0	9,64184	26	9,68818	32	0,31182	9,95366	6	60	0	9,65705	24	9,70717	31	0,29283	9,94988	6	60
1	9,64210	26	9,68850	32	0,31150	9,95360	6	59	1	9,65729	25	9,70748	31	0,29252	9,94982	7	59
2	9,64236		9,68882		0,31118	9,95354		58	2	9,65754		9,70779		0,29221	9,94975		58
		26		32			6				25		31			6	
3	9,64262	26	9,68914	32	0,31086	9,95348	7	57	3	9,65779	25	9,70810	31	0,29190	9,94969	7	57
4	9,64288	25	9,68946	32	0,31054	9,95341	6	56	4	9,65804	24	9,70841	32	0,29159	9,94962	6	56
5	9,64313		9,68978		0,31022	9,95335		55	5	9,65828		9,70873		0,29127	9,94956		55
		26		32			6				25		31			7	
6	9,64339	26	9,69010	32	0,30990	9,95329	6	54	6	9,65853	25	9,70904	31	0,29096	9,94949	6	54
7	9,64365	26	9,69042	32	0,30958	9,95323	6	53	7	9,65878	24	9,70935	31	0,29065	9,94943	7	53
8	9,64391		9,69074		0,30926	9,95317		52	8	9,65902		9,70966		0,29034	9,94936		52
		26		32			7				25		31			6	
9	9,64417	25	9,69106	32	0,30894	9,95310	6	51	9	9,65927	25	9,70997	31	0,29003	9,94930	7	51
10	9,64442	26	9,69138	32	0,30862	9,95304	6	50	10	9,65952	24	9,71028	31	0,28972	9,94923	6	50
11	9,64468		9,69170		0,30830	9,95298		49	11	9,65976		9,71059		0,28941	9,94917		49
		26		32			6				25		31			6	
12	9,64494	25	9,69202	32	0,30798	9,95292	6	48	12	9,66001	24	9,71090	31	0,28910	9,94911	7	48
13	9,64519	26	9,69234	32	0,30766	9,95286	7	47	13	9,66025	25	9,71121	32	0,28879	9,94904	6	47
14	9,64545		9,69266		0,30734	9,95279		46	14	9,66050		9,71153		0,28847	9,94898		46
		26		32			6				25		31			7	
15	9,64571	25	9,69298	31	0,30702	9,95273	6	45	15	9,66075	24	9,71184	31	0,28816	9,94891	6	45
16	9,64596	26	9,69329	32	0,30671	9,95267	6	44	16	9,66099	25	9,71215	31	0,28785	9,94885	7	44
17	9,64622		9,69361		0,30639	9,95261		43	17	9,66124		9,71246		0,28754	9,94878		43
		25		32			7				24		31			7	
18	9,64647	26	9,69393	32	0,30607	9,95254	6	42	18	9,66148	25	9,71277	31	0,28723	9,94871	6	42
19	9,64673	25	9,69425	32	0,30575	9,95248	6	41	19	9,66173	24	9,71308	31	0,28692	9,94865	7	41
20	9,64698		9,69457		0,30543	9,95242		40	20	9,66197		9,71339		0,28661	9,94858		40
		26		31			6				24		31			6	
21	9,64724	25	9,69488	32	0,30512	9,95236	7	39	21	9,66221	25	9,71370	31	0,28630	9,94852	7	39
22	9,64749	26	9,69520	32	0,30480	9,95229	6	38	22	9,66246	24	9,71401	30	0,28599	9,94845	6	38
23	9,64775		9,69552		0,30448	9,95223		37	23	9,66270		9,71431		0,28569	9,94839		37
		25		31			6				25		31			7	
24	9,64800	26	9,69584	32	0,30416	9,95217	6	36	24	9,66295	24	9,71462	31	0,28538	9,94832	6	36
25	9,64826	25	9,69615	32	0,30385	9,95211	7	35	25	9,66319	24	9,71493	31	0,28507	9,94826	7	35
26	9,64851		9,69647		0,30353	9,95204		34	26	9,66343		9,71524		0,28476	9,94819		34
		26		32			6				25		31			6	
27	9,64877	25	9,69679	31	0,30321	9,95198	6	33	27	9,66368	24	9,71555	31	0,28445	9,94813	7	33
28	9,64902	25	9,69710	32	0,30290	9,95192	7	32	28	9,66392	24	9,71586	31	0,28414	9,94806	7	32
29	9,64927		9,69742		0,30258	9,95185		31	29	9,66416		9,71617		0,28383	9,94799		31
		26		32			6				25		31			6	
30	9,64953	25	9,69774	31	0,30226	9,95179	6	30	30	9,66441	24	9,71648	31	0,28352	9,94793	7	30
31	9,64978	25	9,69805	32	0,30195	9,95173	6	29	31	9,66465	24	9,71679	30	0,28321	9,94786	6	29
32	9,65003		9,69837		0,30163	9,95167		28	32	9,66489		9,71709		0,28291	9,94780		28
		26		31			7				24		31			7	
33	9,65029	25	9,69868	32	0,30132	9,95160	6	27	33	9,66513	24	9,71740	31	0,28260	9,94773	6	27
34	9,65054	25	9,69900	32	0,30100	9,95154	6	26	34	9,66537	25	9,71771	31	0,28229	9,94767	7	26
35	9,65079		9,69932		0,30068	9,95148		25	35	9,66562		9,71802		0,28198	9,94760		25
		25		31			7				24		31			7	
36	9,65104	26	9,69963	32	0,30037	9,95141	6	24	36	9,66586	24	9,71833	30	0,28167	9,94753	6	24
37	9,65130	25	9,69995	31	0,30005	9,95135	6	23	37	9,66610	24	9,71863	31	0,28137	9,94747	7	23
38	9,65155		9,70026		0,29974	9,95129		22	38	9,66634		9,71894		0,28106	9,94740		22
		25		32			7				24		31			6	
39	9,65180	25	9,70058	31	0,29942	9,95122	6	21	39	9,66658	24	9,71925	30	0,28075	9,94734	7	21
40	9,95205	25	9,70089	32	0,29911	9,95116	6	20	40	9,66682	24	9,71955	31	0,28045	9,94727	7	20
41	9,65230		9,70121		0,29879	9,95110		19	41	9,66706		9,71986		0,28014	9,94720		19
		25		31			7				25		31			6	
42	9,65255	26	9,70152	32	0,29848	9,95103	6	18	42	9,66731	24	9,72017	31	0,27983	9,94714	7	18
43	9,65281	25	9,70184	31	0,29816	9,95097	7	17	43	9,66755	24	9,72048	30	0,27952	9,94707	7	17
44	9,65306		9,70215		0,29785	9,95090		16	44	9,66779		9,72078		0,27922	9,94700		16
		25		32			6				24		31			6	
45	9,65331	25	9,70247	31	0,29753	9,95084	6	15	45	9,66803	24	9,72109	31	0,27891	9,94694	7	15
46	9,65356	25	9,70278	31	0,29722	9,95078	7	14	46	9,66827	24	9,72140	30	0,27860	9,94687	7	14
47	9,65381		9,70309		0,29691	9,95071		13	47	9,66851		9,72170		0,27830	9,94680		13
		25		32			6				24		31			6	
48	9,65406	25	9,70341	31	0,29659	9,95065	6	12	48	9,66875	24	9,72201	30	0,27799	9,94674	7	12
49	9,65431	25	9,70372	32	0,29628	9,95059	7	11	49	9,66899	23	9,72231	31	0,27769	9,94667	7	11
50	9,65456		9,70404		0,29596	9,95052		10	50	9,66922		9,72262		0,27738	9,94660		10
		25		31			6				24		31			6	
51	9,65481	25	9,70435	31	0,29565	9,95046	7	9	51	9,66946	24	9,72293	30	6,27707	9,94654	7	9
52	9,65506	25	9,70466	32	0,29534	9,95039	6	8	52	9,66970	24	9,72323	31	0,27677	9,94647	7	8
53	9,65531		9,70498		0,29502	9,95033		7	53	9,66994		9,72354		0,27646	9,94640		7
		25		31			6				24		30			6	
54	9,65556	24	9,70529	31	0,29471	9,95027	7	6	54	9,67018	24	9,72384	31	0,27616	9,94634	7	6
55	9,65580	25	9,70560	32	0,29440	9,95020	6	5	55	9,67042	24	9,72415	30	0,27585	9,94627	7	5
56	9,65605		9,70592		0,29408	9,95014		4	56	9,67066		9,72445		0,27555	9,94620		4
		25		31			7				24		31			6	
57	9,65630	25	9,70623	31	0,29377	9,95007	6	3	57	9,67090	23	9,72476	30	0,27524	9,94614	7	3
58	9,65655	25	9,70654	31	0,29346	9,95001	6	2	58	9,67113	24	9,72506	31	0,27494	9,94607	7	2
59	9,65680	25	9,70685	32	0,29315	9,94995	7	1	59	9,67137	24	9,72537	30	0,27463	9,94600	7	1
60	9,65705		9,70717		0,29283	9,94988		0	60	9,67161		9,72567		0,27433	9,94593		0
′	Cos. 63		Cot. 63		Tan.63	Sen. 63		′	′	Cos.62		Cot. 62		Tan.62	Sen.62		′

′	Sen. 28	D.	Tan.28	dc	Cot.28	Cos.28	D.	′	′	Sen.29	D.	Tan.29	dc	Cot.29	Cos.29	D.	′
0	9,67161	24	9,72567	31	0,27433	9,94593	6	60	0	9,68557	23	9,74375	30	0,25625	9,94182	7	60
1	9,67185	23	9,72598	30	0,27402	9,94587	7	59	1	9,68580	23	9,74405	30	0,25595	9,94175	7	59
2	9,67208	24	9,72628	31	0,27372	9,94580	7	58	2	9,68603	22	9,74435	30	0,25565	9,94168	7	58
3	9,67232	24	9,72659	30	0,27341	9,94573	6	57	3	9,68625	23	9,74465	29	0,25535	9,94161	7	57
4	9,67256	24	9,72689	31	0,27311	9,94567	7	56	4	9,68648	23	9,74494	30	0,25506	9,94154	7	56
5	9,67280	23	9,72720	30	0,27280	9,94560	7	55	5	9,68671	23	9,74524	30	0,25476	9,94147	7	55
6	9,67303	24	9,72750	30	0,27250	9,94553	7	54	6	9,68694	22	9,74554	29	0,25446	9,94140	7	54
7	9,67327	23	9,72780	31	0,27220	9,94546	6	53	7	9,68716	23	9,74583	30	0,25417	9,94133	7	53
8	9,67350	24	9,72811	30	0,27189	9,94540	7	52	8	9,68739	23	9,74613	30	0,25387	9,94126	7	52
9	9,67374	24	9,72841	31	0,27159	9,94533	7	51	9	9,68762	22	9,74643	30	0,25357	9,94119	7	51
10	9,67398	23	9,72872	30	0,27128	9,94526	7	50	10	9,68784	23	9,74673	29	0,25327	9,94112	7	50
11	9,67421	24	9,72902	30	0,27098	9,94519	6	49	11	9,68807	22	9,74702	30	0,25298	9,94105	7	49
12	9,67445	23	9,72932	31	0,27068	9,94513	7	48	12	9,68829	23	9,74732	30	0,25268	9,94098	8	48
13	9,67468	24	9,72963	30	0,27037	9,94506	7	47	13	9,68852	23	9,74762	29	0,25238	9,94090	7	47
14	9,67492	23	9,72993	30	0,27007	9,94499	7	46	14	9,68875	22	9,74791	30	0,25209	9,94083	7	46
15	9,67515	24	9,73023	31	0,26977	9,94492	7	45	15	9,68897	23	9,74821	30	0,25179	9,94076	7	45
16	9,67539	23	9,73054	30	0,26946	9,94485	6	44	16	9,68920	22	9,74851	29	0,25149	9,94069	7	44
17	9,67562	24	9,73084	30	0,26916	9,94479	7	43	17	9,68942	23	9,74880	30	0,25120	9,94062	7	43
18	9,67586	23	9,73114	30	0,26886	9,94472	7	42	18	9,68965	22	9,74910	29	0,25090	9,94055	7	42
19	9,67609	24	9,73144	31	0,26856	9,94465	7	41	19	9,68987	23	9,74939	30	0,25061	9,94048	7	41
20	9,67633	23	9,73175	30	0,26825	9,94458	7	40	20	9,69010	22	9,74969	29	0,25031	9,94041	7	40
21	9,67656	24	9,73205	30	0,26795	9,94451	6	39	21	9,69032	23	9,74998	30	0,25002	9,94034	7	39
22	9,67680	23	9,73235	30	0,26765	9,94445	7	38	22	9,69055	22	9,75028	30	0,24972	9,94027	7	38
23	9,67703	23	9,73265	30	0,26735	9,94438	7	37	23	9,69077	23	9,75058	29	0,24942	9,94020	8	37
24	9,67726	24	9,73295	31	0,26705	9,94431	7	36	24	9,69100	22	9,75087	30	0,24913	9,94012	7	36
25	9,67750	23	9,73326	30	0,26674	9,94424	7	35	25	9,69122	22	9,75117	29	0,24883	9,94005	7	35
26	9,67773	23	9,73356	30	0,26644	9,94417	7	34	26	9,69144	23	9,75146	30	0,24854	9,93998	7	34
27	9,67796	24	9,73386	30	0,26614	9,94410	6	33	27	9,69167	22	9,75176	29	0,24824	9,93991	7	33
28	9,67820	23	9,73416	30	0,26584	9,94404	7	32	28	9,69189	23	9,75205	30	0,24795	9,93984	7	32
29	9,67843	23	9,73446	30	0,26554	9,94397	7	31	29	9,69212	22	9,75235	29	0,24765	9,93977	7	31
30	9,67866	23	9,73476	31	0,26524	9,94390	7	30	30	9,69234	22	9,75264	30	0,24736	9,93970	7	30
31	9,67890	23	9,73507	30	0,26493	9,94383	7	29	31	9,69256	23	9,75294	29	0,24706	9,93963	8	29
32	9,67913	23	9,73537	30	0,26463	9,94376	7	28	32	9,69279	22	9,75323	30	0,24677	9,93955	7	28
33	9,67936	24	9,73567	30	0,26433	9,94369	7	27	33	9,69301	22	9,75353	29	0,24647	9,93948	7	27
34	9,67959	23	9,73597	30	0,26403	9,94362	7	26	34	9,69323	22	9,75382	29	0,24618	9,93941	7	26
35	9,67982	24	9,73627	30	0,26373	9,94355	6	25	35	9,69345	23	9,75411	30	0,24589	9,93934	7	25
36	9,68006	23	9,73657	30	0,26343	9,94349	7	24	36	9,69368	22	9,75441	29	0,24559	9,93927	7	24
37	9,68029	23	9,73687	30	0,26313	9,94342	7	23	37	9,69390	22	9,75470	30	0,24530	9,93920	8	23
38	9,68052	23	9,73717	30	0,26283	9,94335	7	22	38	9,69412	22	9,75500	29	0,24500	9,93912	7	22
39	9,68075	23	9,73747	30	0,26253	9,94328	7	21	39	9,69434	22	9,75529	29	0,24471	9,93905	7	21
40	9,68098	23	9,73777	30	0,26223	9,94321	7	20	40	9,69456	23	9,75558	30	0,24442	9,93898	7	20
41	9,68121	23	9,73807	30	0,26193	9,94314	7	19	41	9,69479	22	9,75588	29	0,24412	9,93891	7	19
42	9,68144	23	9,73837	30	0,26163	9,94307	7	18	42	9,69501	22	9,75617	30	0,24383	9,93884	8	18
43	9,68167	23	9,73867	30	0,26133	9,94300	7	17	43	9,69523	22	9,75647	29	0,24353	9,93876	7	17
44	9,68190	23	9,73897	30	0,26103	9,94293	7	16	44	9,69545	22	9,75676	29	0,24324	9,93869	7	16
45	9,68213	24	9,73927	30	0,26073	9,94286	7	15	45	9,69567	22	9,75705	30	0,24295	9,93862	7	15
46	9,68237	23	9,73957	30	0,26043	9,94279	6	14	46	9,69589	22	9,75735	29	0,24265	9,93855	8	14
47	9,68260	23	9,73987	30	0,26013	9,94273	7	13	47	9,69611	22	9,75764	29	0,24236	9,93847	7	13
48	9,68283	22	9,74017	30	0,25983	9,94266	7	12	48	9,69633	22	9,75793	29	0,24207	9,93840	7	12
49	9,68305	23	9,74047	30	0,25953	9,94259	7	11	49	9,69655	22	9,75822	30	0,24178	9,93833	7	11
50	9,68328	23	9,74077	30	0,25923	9,94252	7	10	50	9,69677	22	9,75852	29	0,24148	9,93826	7	10
51	9,68351	23	9,74107	30	0,25893	9,94245	7	9	51	9,69699	22	9,75881	29	0,24119	9,93819	8	9
52	9,68374	23	9,74137	29	0,25863	9,94238	7	8	52	9,69721	22	9,75910	29	0,24090	9,93811	7	8
53	9,68397	23	9,74166	30	0,25834	9,94231	7	7	53	9,69743	22	9,75939	30	0,24061	9,93804	7	7
54	9,68420	23	9,74196	30	0,25804	9,94224	7	6	54	9,69765	22	9,75969	29	0,24031	9,93797	8	6
55	9,68443	23	9,74226	30	0,25774	9,94217	7	5	55	9,69787	22	9,75998	29	0,24002	9,93789	7	5
56	9,68466	23	9,74256	30	0,25744	9,94210	7	4	56	9,69809	22	9,76027	29	0,23973	9,93782	7	4
57	9,68489	23	9,74286	30	0,25714	9,94203	7	3	57	9,69831	22	9,76056	30	0,23944	9,93775	7	3
58	9,68512	22	9,74316	29	0,25684	9,94196	7	2	58	9,69853	22	9,76086	29	0,23914	9,93768	8	2
59	9,68534	23	9,74345	30	0,25655	9,94189	7	1	59	9,69875	22	9,76115	29	0,23885	9,93760	7	1
60	9,68557		9,74375		0,25625	9,94182		0	60	9,69897		9,76144		0,23856	9,93753		0
′	Cos. 61		Cot. 61		Tan.61	Sen. 61		′	′	Cos.60		Cot. 60		Tan.60	Sen.60		′

′	Sen.30	D.	Tan.30	dc	Cot. 30	Cos. 30	D.	′	′	Sen.31	D.	Tan.31	dc	Cot. 31	Cos. 31	D.	′
0	9,69897	22	9,76144	29	0,23856	9,93753	7	60	0	9,71184	21	9,77877	29	0,22123	9,93307	8	60
1	9,69919	22	9,76173	29	0,23827	9,93746	8	59	1	9,71205	21	9,77906	29	0,22094	9,93299	8	59
2	9,69941	22	9,76202	29	0,23798	9,93738	7	58	2	9,71226	21	9,77935	28	0,22065	9,93291	7	58
3	9,69963	21	9,76231	30	0,23769	9,93731	7	57	3	9,71247	21	9,77963	29	0,22037	9,93284	8	57
4	9,69984	22	9,76261	29	0,23739	9,93724	7	56	4	9,71268	21	9,77992	28	0,22008	9,93276	7	56
5	9,70006	22	9,76290	29	0,23710	9,93717	8	55	5	9,71289	21	9,78020	29	0,21980	9,93269	8	55
6	9,70028	22	9,76319	29	0,23681	9,93709	7	54	6	9,71310	21	9,78049	28	0,21951	9,93261	8	54
7	9,70050	22	9,76348	29	0,23652	9,93702	7	53	7	9,71331	21	9,78077	29	0,21923	9,93253	7	53
8	9,70072	21	9,76377	29	0,23623	9,93695	8	52	8	9,71352	21	9,78106	29	0,21894	9,93246	8	52
9	9,70093	22	9,76406	29	0,23594	9,93687	7	51	9	9,71373	20	9,78135	28	0,21865	9,93238	8	51
10	9,70115	22	9,76435	29	0,23565	9,93680	7	50	10	9,71393	21	9,78163	29	0,21837	9,93230	7	50
11	9,70137	22	9,76464	29	0,23536	9,93673	8	49	11	9,71414	21	9,78192	28	0,21808	9,93223	8	49
12	9,70159	21	9,76493	29	0,23507	9,93665	7	48	12	9,71435	21	9,78220	29	0,21780	9,93215	8	48
13	9,70180	22	9,76522	29	0,23478	9,93658	8	47	13	9,71456	21	9,78249	28	0,21751	9,93207	7	47
14	9,70202	22	9,76551	29	0,23449	9,93650	7	46	14	9,71477	21	9,78277	29	0,21723	9,93200	8	46
15	9,70224	21	9,76580	29	0,23420	9,93643	7	45	15	9,71498	21	9,78306	28	0,21694	9,93192	8	45
16	9,70245	22	9,76609	30	0,23391	9,93636	8	44	16	9,71519	20	9,78334	29	0,21666	9,93184	7	44
17	9,70267	21	9,76639	29	0,23361	9,93628	7	43	17	9,71539	21	9,78363	28	0,21637	9,93177	8	43
18	9,70288	22	9,76668	29	0,23332	9,93621	7	42	18	9,71560	21	9,78391	28	0,21609	9,93169	8	42
19	9,70310	22	9,76697	28	0,23303	9,93614	8	41	19	9,71581	21	9,78419	29	0,21581	9,93161	7	41
20	9,70332	21	9,76725	29	0,23275	9,93606	7	40	20	9,71602	20	9,78448	28	0,21552	9,93154	8	40
21	9,70353	22	9,76754	29	0,23246	9,93599	8	39	21	9,71622	21	9,78476	29	0,21524	9,93146	8	39
22	9,70375	21	9,76783	29	0,23217	9,93591	7	38	22	9,71643	21	9,78505	28	0,21495	9,93138	7	38
23	9,70396	22	9,76812	29	0,23188	9,93584	7	37	23	9,71664	21	9,78533	29	0,21467	9,93131	8	37
24	9,70418	21	9,76841	29	0,23159	9,93577	8	36	24	9,71685	20	9,78562	28	0,21438	9,93123	8	36
25	9,70439	22	9,76870	29	0,23130	9,93569	7	35	25	9,71705	21	9,78590	28	0,21410	9,93115	7	35
26	9,70461	21	9,76899	29	0,23101	9,93562	8	34	26	9,71726	21	9,78618	29	0,21382	9,93108	8	34
27	9,70482	22	9,76928	29	0,23072	9,93554	7	33	27	9,71747	20	9,78647	28	0,21353	9,93100	8	33
28	9,70504	21	9,76957	29	0,23043	9,93547	8	32	28	9,71767	21	9,78675	29	0,21325	9,93092	8	32
29	9,70525	22	9,76986	29	0,23014	9,93539	7	31	29	9,71788	21	9,78704	28	0,21296	9,93084	7	31
30	9,70547	21	9,77015	29	0,22985	9,93532	7	30	30	9,71809	20	9,78732	28	0,21268	9,93077	8	30
31	9,70568	22	9,77044	29	0,22956	9,93525	8	29	31	9,71829	21	9,78760	29	0,21240	9,93069	8	29
32	9,70590	21	9,77073	28	0,22927	9,93517	7	28	32	9,71850	20	9,78789	28	0,21211	9,93061	8	28
33	9,70611	22	9,77101	29	0,22899	9,93510	8	27	33	9,71870	21	9,78817	28	0,21183	9.93053	7	27
34	9,70633	21	9,77130	29	0,22870	9,93502	7	26	34	9,71891	20	9,78845	29	0,21155	9,93046	8	26
35	9,70654	21	9,77159	29	0,22841	9,93495	8	25	35	9,71911	21	9,78874	28	0,21126	9,93038	8	25
36	9,70675	22	9,77188	29	0,22812	9,93487	7	24	36	9,71932	20	9,78902	28	0,21098	9,93030	8	24
37	9,70697	21	9,77217	29	0,22783	9,93480	8	23	37	9,71952	21	9,78930	29	0,21070	9,93022	8	23
38	9,70718	21	9,77246	28	0,22754	9,93472	7	22	38	9,71973	21	9,78959	28	0,21041	9,93014	7	22
39	9,70739	22	9,77274	29	0,22726	9,93465	8	21	39	9,71994	20	9,78987	28	0,21013	9,93007	8	21
40	9,70761	21	9,77303	29	0,22697	9,93457	7	20	40	9,72014	20	9,79015	28	0,20985	9,92999	8	20
41	9,70782	21	9,77332	29	0,22668	9,93450	8	19	41	9,72034	21	9,79043	29	0,20957	9,92991	8	19
42	9,70803	21	9,77361	29	0,22639	9,93442	7	18	42	9,72055	20	9,79072	28	0,20928	9,92983	7	18
43	9,70824	22	9,77390	28	0,22610	9,93435	8	17	43	9,72075	21	9,79100	28	0,20900	9,92976	8	17
44	9,70846	21	9,77418	29	0,22582	9,93427	7	16	44	9,72096	20	9,79128	28	0,20872	9,92968	8	16
45	9,70867	21	9,77447	29	0,22553	9,93420	8	15	45	9,72116	21	9,79156	29	0,20844	9,92960	8	15
46	9,70888	21	9,77476	29	0,22524	9,93412	7	14	46	9,72137	20	9,79185	28	0,20815	9,92952	8	14
47	9,70909	22	9,77505	28	0,22495	9,93405	8	13	47	9,72157	20	9,79213	28	0,20787	9,92944	8	13
48	9,70931	21	9,77533	29	0,22467	9,93397	7	12	48	9,72177	21	9,79241	28	0,20759	9,92936	7	12
49	9,70952	21	9,77562	29	0,22438	9,93390	8	11	49	9,72198	20	9,79269	28	0,20731	9,92929	8	11
50	9,70973	21	9,77591	28	0,22409	9,93382	7	10	50	9,72218	20	9,79297	29	0,20703	9,92921	8	10
51	9,70994	21	9,77619	29	0,22381	9,93375	8	9	51	9,72238	21	9,79326	28	0,20674	9,92913	8	9
52	9,71015	21	9,77648	29	0,22352	9,93367	7	8	52	9,72259	20	9,79354	28	0,20646	9,92905	8	8
53	9,71036	22	9,77677	29	0,22323	9,93360	8	7	53	9,72279	20	9,79382	28	0,20618	9,92897	8	7
54	9,71058	21	9,77706	28	0,22294	9,93352	8	6	54	9,72299	21	9,79410	28	0,20590	9,92889	8	6
55	9,71079	21	9,77734	29	0,22266	9,93344	7	5	55	9,72320	20	9,79438	28	0,20562	9,92881	7	5
56	9,71100	21	9,77763	28	0,22237	9,93337	8	4	56	9,72340	20	9,79466	29	0,20534	9,92874	8	4
57	9,71121	21	9,77791	29	0,22209	9,93329	7	3	57	9,72360	21	9,79495	28	0,20505	9,92866	8	3
58	9,71142	21	9,77820	29	0,22180	9,93322	8	2	58	9,72381	20	9,79523	28	0,20477	9,92858	8	2
59	9,71163	21	9,77849	28	0,22151	9,93314	7	1	59	9,72401	20	9,79551	28	0,20449	9,92850	8	1
60	9,71184		9,77877		0,22123	9,93307		0	60	9,72421		9,79579		0,20421	9,92842		0
′	Cos.59		Cot. 59		Tan.59	Sen.59		′	′	Cos.58		Cot. 58		Tan.58	Sen.58		′

′	Sen.32	D.	Tan.32	dc	Cot. 32	Cos.3	D.	′
0	9,72421	20	9,79579	28	0,20421	9,92842	8	60
1	9,72441	20	9,79607	28	0,20393	9,92834	8	59
2	9,72461	21	9,79635	28	0,20365	9,92826	8	58
3	9,72482	20	9,79663	28	0,20337	9,92818	8	57
4	9,72502	20	9,79691	28	0,20309	9,92810	7	56
5	9,72522	20	9,79719	28	0,20281	9,92803	8	55
6	9,72542	20	9,79747	29	0,2 253	9,92795	8	54
7	9,72562	20	9,79776	28	0,20224	9,92787	8	53
8	9,72582	20	9,79804	28	0,20196	9,92779	8	52
9	9,72602	20	9,79832	28	0,20168	9,92771	8	51
10	9,72622	21	9,79860	28	0,20140	9,92763	8	50
11	9,72643	20	9,79888	28	0,20112	9,92755	8	49
12	9,72663	20	8,79916	28	0,20084	9,92747	8	48
13	9,72683	20	9,79944	28	0,20056	9,92739	8	47
14	9,72703	20	9,79972	28	0,20028	9,92731	8	46
15	9,72723	20	9,80000	28	0,20000	9,92723	8	45
16	9,72743	20	9,80028	28	0,19972	9,92715	8	44
17	9,72763	20	9,80056	28	0,19944	9,92707	8	43
18	9,72783	20	9,80084	28	0,19916	9,92699	8	42
19	9,72803	20	9,80112	28	0,19888	9,92691	8	41
20	9,72823	20	9,80140	28	0,19860	9,92683	8	40
21	9,72843	20	9,80168	27	0,19832	9,92675	8	39
22	9,72863	20	9,80195	28	0,19805	9,92667	8	38
23	9,72883	19	9,80223	28	0,19777	9,92659	8	37
24	9,72902	20	9,80251	28	0,19749	9,92651	8	36
25	9,72922	20	9,80279	28	0,19721	9,92643	8	35
26	9,72942	20	9,80307	28	0,19693	9,92635	8	34
27	9,72962	20	9,80335	28	0,19665	9,92627	8	33
28	9,72982	20	9,80363	28	0,19637	9,92619	8	32
29	9,73002	20	9,80391	28	0,19609	9,92611	8	31
30	9,73022	19	9,80419	28	0,19581	9,92603	8	30
31	9,73041	20	9,80447	27	0,19553	9,92595	8	29
32	9,73061	20	9,80474	28	0,19526	9,92587	8	28
33	9,73081	20	9,80502	28	0,19498	9,92579	8	27
34	9,73101	20	9,80530	28	0,19470	9,92571	8	26
35	9,73121	19	9,80558	28	0,19442	9,92563	8	25
36	9,73140	20	9,80586	28	0,19414	9,92555	9	24
37	9,73160	20	9,80614	28	0,19386	9,92546	8	23
38	9,73180	20	9,80642	27	0,19358	9,92538	8	22
39	9,73200	19	9,80669	28	0,19331	9,92530	8	21
40	9,73219	20	9,80697	28	0,19303	9,92522	8	20
41	9,73239	20	9,80725	28	0,19275	9,92514	8	19
42	9,73259	19	9,80753	28	0,19247	9,92506	8	18
43	9,73278	20	9,80781	27	0,19219	9,92498	8	17
44	9,73298	20	9,80808	28	0,19192	9,92490	8	16
45	9,73318	19	9,80836	28	0,19164	9,92482	9	15
46	9,73337	20	9,80864	28	0,19136	9,92473	8	14
47	9,73357	20	9,80892	27	0,19108	9,92465	8	13
48	9,73377	19	9,80919	28	0,19081	9,92457	8	12
49	9,73396	20	9,80947	28	0,19053	9,92449	8	11
50	9,73416	19	9,80975	28	0,19025	9,92441	8	10
51	9,73435	20	9,81003	27	0,18997	9,92433	8	9
52	9,73455	19	9,81030	28	0,18970	9,92425	9	8
53	9,73474	20	9,81058	28	0,18942	9,92416	8	7
54	9,73494	19	9,81086	27	0,18914	9,92408	8	6
55	9,73513	20	9,81113	28	0,18887	9,92400	8	5
56	9,73533	19	9,81141	28	0,18859	9,92392	8	4
57	9,73552	20	9,81169	27	0,18831	9,92384	8	3
58	9,83572	19	9,81196	28	0,18804	9,92376	9	2
59	9,73591	20	9,81224	28	0,18776	9,92367	8	1
60	9,73611		9,81252		0,18748	9,92359		0
′	Cos.57		Cot. 57		Tan.57	Sen.57		′

′	Sen.33	D.	Tan.33	dc	Cot. 33	Cos.33	D.	′
0	9,73611	19	9,81252	27	0,18748	9,92359	8	60
1	9,73630	20	9,81279	28	0,18721	9.92351	8	59
2	9,73650	19	9,81307	28	0,18693	9.92343	8	58
3	9,73669	20	9,81335	27	0,18665	9,92335	9	57
4	9,73689	19	9,81362	28	0,18638	9,92326	8	56
5	9,73708	19	9,81390	28	0,18610	9,92318	8	55
6	9,73727	20	9,81418	27	0,18582	9,92310	8	54
7	9,73747	19	9,81445	28	0,18555	9,92302	9	53
8	9,73766	19	9,81473	27	0,18527	9,92293	8	52
9	9,73785	20	9,81500	28	0,18500	9,92285	8	51
10	9,73805	19	9,81528	28	0,18472	9,92277	8	50
11	9,73824	19	9,81556	27	0,18444	9,92269	9	49
12	9,73843	20	9,81583	28	0,18417	9,92260	8	48
13	9,73863	19	9,81611	27	0,18389	9,92252	8	47
14	9,73882	19	9,81638	28	0,18362	9,92244	9	46
15	9,73901	20	9,81666	27	0,18334	9,92235	8	45
16	9,73921	19	9,81693	28	0,18307	9,92227	8	44
17	9,73940	19	9,81721	27	0,18279	9,92219	8	43
18	9,73959	19	9,81748	28	0,18252	9,92211	9	42
19	9,73978	19	9,81776	27	0,18224	9,92202	8	41
20	9,73997	20	9,81803	28	0,18197	9,92194	8	40
21	9,74017	19	9,81831	27	0,18169	9,92186	9	39
22	9,74036	19	9,81858	28	0,18142	9,92177	8	38
23	9,74055	19	9,81886	27	0,18114	9,92169	8	37
24	9,74074	19	9,81913	28	0,18087	9,92161	9	36
25	9,74093	20	9,81941	27	0,18059	9,92152	8	35
26	9,34113	19	9,81968	28	0,18032	9,92144	8	34
27	9,74132	19	9,81996	27	0,18004	9,92136	9	33
28	9,74151	19	9,82023	28	0,17977	9,92127	8	32
29	9,74170	19	9,82051	27	0,17949	9,92119	8	31
30	9,74189	19	9,82073	28	0,17922	9,92111	9	30
31	9,74208	19	9,82106	27	0,17894	9,92102	8	29
32	9,74227	19	9,82133	28	0,17867	9,92094	8	28
33	9,74246	19	9,82161	27	0.17839	9,92086	9	27
34	9,74265	19	9,82188	27	0,17812	9,92077	8	26
35	9,74284	19	9,82215	28	0,17785	9,92069	9	25
36	9,74303	19	9,82243	27	0,17757	9,92060	8	24
37	9,74322	19	9,82270	28	0.17730	9,92052	8	23
38	9,74341	19	9,82298	27	0,17702	9,92044	9	22
39	9,74360	19	9,82325	27	0,17675	9,92035	8	21
40	9,74379	19	9,82352	28	0,17648	9,92027	9	20
41	9,74398	19	9,82380	27	0,17620	9,92018	8	19
42	9,74417	19	9,82407	28	0,17593	9,92010	8	18
43	9,74436	19	9,82435	27	0,17565	9,92002	9	17
44	9,74455	19	9,82462	27	0,17538	9,91993	8	16
45	9,74474	19	9,82489	28	0,17511	9,91985	9	15
46	9,74493	19	9,82517	27	0,17483	9,91976	8	14
47	9,74512	19	9,82544	27	0,17456	9,91968	9	13
48	9,74531	18	9,82571	28	0,17429	9,91959	8	12
49	9,74549	19	9,82599	27	0,17401	9,91951	9	11
50	9,74568	19	9,82626	27	0,17374	9,91942	8	10
51	9,74587	19	9,82653	28	0,17347	9,91934	9	9
52	9,74606	19	9,86681	27	0,17319	9,91925	8	8
53	9,74625	19	9.82708	27	0,17292	9,91917	9	7
54	9,74644	18	9.82735	27	0,17265	9,91908	8	6
55	9,74662	19	9,82762	28	0,17238	9,91900	9	5
56	9,74681	19	9.82790	27	0,17210	9,91891	8	4
57	9,74700	19	9,82817	27	0.17183	9,91883	9	3
58	9,74719	18	9,82844	27	0,17156	9,91874	8	2
59	9,74737	19	9,82871	28	0,17129	9,91866	9	1
60	9,74756		9,82899		0,17101	9,91857		0
′	Cos.56		Cot. 56		Tan.56	Sen.56		′

'	Sen. 34	D.	Tan. 34	dc	Cot. 34	Cos. 34	D.	'
0	9,74756	19	9,82899	27	0,17101	9,91857	8	60
1	9,74775	19	9,82926	27	0,17074	9,91849	9	59
2	9,74794	18	9,82953	27	0,17047	9,91840	8	58
3	9,74812	19	9,82980	28	0,17020	9,91832	9	57
4	9,74831	19	9,83008	27	0,16992	9,91823	8	56
5	9,74850	18	9,83035	27	0,16965	9,91815	9	55
6	9,74868	19	9,83062	27	0,16938	9,91806	8	54
7	9,74887	19	9,83089	28	0,16911	9,91798	9	53
8	9,74906	18	9,83117	27	0,16883	9,91789	8	52
9	9,74924	19	3,83144	27	0,16856	9,91781	9	51
10	9,74943	18	9,83171	27	0,16829	9,91772	9	50
11	9,74961	19	9,83198	27	0,16802	9,91763	8	49
12	9,74980	19	9,83225	27	0,16775	9,91755	9	48
13	9,74999	18	9,83252	28	6,16748	9,91746	8	47
14	9,75017	19	9,83280	27	0,16720	9,91738	9	46
15	9,75036	18	9,83307	27	0,16693	9,91729	9	45
16	9,75054	19	9,83334	27	0,16666	9,91720	8	44
17	9,75073	18	9,83361	27	0,16639	9,91712	9	43
18	9,75091	19	9,83388	27	0,16612	9,91703	8	42
19	9,75110	18	9,83415	27	0,16585	9,91695	9	41
20	9,75128	19	9,83442	28	0,16558	9,91686	9	40
21	9,75147	18	9,83470	27	0,16530	9,91677	8	39
22	9,75165	19	9,83497	27	0,16503	9,91669	9	38
23	9,75184	18	9,83524	27	0,16476	9,91660	9	37
24	9,75202	19	9,83551	27	0,16449	9,91651	8	36
25	9,75221	18	9,83578	27	0,16422	9,91643	9	35
26	9,75239	19	9,83605	27	0,16395	9,91634	9	34
27	9,75258	18	9,83632	27	0,16368	9,91625	8	33
28	9,75276	18	9,83659	27	0,10341	9,91617	9	32
29	9,75294	19	9,83686	27	0,16314	9,91608	9	31
30	9,75313	18	9,83713	27	0,16287	9,91599	8	30
31	9,75331	19	9,83740	28	0,16260	9,91591	9	29
32	9,75350	18	9,83768	27	0,16232	9,91582	9	28
33	9,75368	18	9,83795	27	0,16205	9,91573	8	27
34	9,75386	19	9,83822	27	0,16178	9,91565	9	26
35	9,75405	18	9,83849	27	0,16151	9,91556	9	25
36	9,75423	18	9,83876	27	0,16124	9,91547	9	24
37	9,75441	18	9,83903	27	0,16097	9,91538	8	23
38	9,75459	19	9,83930	27	0,16070	9,91530	9	22
39	9,75478	18	9,83957	27	0,16043	9,91521	9	21
40	9,75496	18	9,83984	27	0,16016	9,91512	8	20
41	9,75514	19	9,84011	27	0,15989	9,91504	9	19
42	9,75533	18	9,84038	27	0,15962	9,91495	9	18
43	9,75551	18	9,84065	27	0,15935	9,91486	9	17
44	9,75569	18	9,84092	27	0,15908	9,91477	8	16
45	9,75587	18	9,84119	27	0,15881	9,91469	9	15
46	9,75605	19	9,84146	27	0,15854	9,91460	9	14
47	9,75624	18	9,84173	27	0,15827	9,91451	9	13
48	9,75642	18	9,84200	27	0,15800	9,91442	9	12
49	9,75660	18	9,84227	27	0,15773	9,91433	8	11
50	9,75678	19	9,84254	26	0,15746	9,91425	9	10
51	9,75696	18	9,84280	27	0,15720	9,91416	9	9
52	9,75714	19	9,84307	27	0,15693	9,91407	9	8
53	9,75733	18	9,84334	27	0,15666	9,91398	9	7
54	9,75751	18	9,84361	27	0,15639	9,91389	8	6
55	9,75769	18	9,84388	27	0,15612	9,91381	9	5
56	9,75787	18	9,84415	27	0,15585	9,91372	9	4
57	9,75805	18	9,84442	27	0,15558	9,91363	9	3
58	9,75823	18	9,84469	27	0,15531	9,91354	9	2
59	9,75841	18	9,84496	27	0,14504	9,91345	9	1
60	9,75859		9,84523		0,15477	9,91336		0
'	Cos. 55		Cot. 55		Tan. 55	Sen. 55		'

'	Sen. 35	D	Tan. 35	dc	Cot. 35	Cos. 35	D.	'
0	9,75859	18	9,84523	27	0,15477	9,91336	8	60
1	9,75877	18	9,84550	26	0,15450	9,91328	9	59
2	9,75895	18	9,84576	27	0,15424	9,91319	9	58
3	9,75913	18	9,84603	27	0,15397	9,91310	9	57
4	9,75931	18	9,84630	27	0,15370	9,91301	9	56
5	9,75949	18	9,84657	27	0,15343	9,91292	9	55
6	9,75967	18	9,84684	27	0,15316	9,91283	9	54
7	9,75985	18	9,84711	27	0,15289	9,91274	8	53
8	9,76003	18	9,84738	26	0,15262	9,91266	9	52
9	9,76021	18	9,84764	27	0,15236	9,91257	9	51
10	9,76039	18	9,84791	27	0,15209	9,91248	9	50
11	9,76057	18	9,84818	27	0,15182	9,92239	9	49
12	9,76075	18	9,84845	27	0,15155	9,91230	9	48
13	9,76093	18	9,84872	27	0,15128	9,91221	9	47
14	9,76111	18	9,84899	26	0,15101	9,91212	9	46
15	9,76129	17	9,84925	27	0,15075	9,91203	9	45
16	9,76146	18	9,84952	27	0,15048	9,91194	9	44
17	9,76164	18	9,84979	27	0,15021	9,81185	9	43
18	9,76182	18	9,85006	27	0,14994	9,91176	9	42
19	9,76200	18	9,85033	26	0,14967	9,91167	9	41
20	9,76218	18	9,85059	27	0,14941	9,91158	9	40
21	9,76236	17	9,°5086	27	0,14914	9,91149	8	39
22	9,76253	18	9,85113	27	0,14887	9,91141	9	38
23	9,76271	18	9,85140	26	0,14860	9,91132	9	37
24	9,76289	18	6,85166	27	0,14834	9,91123	9	36
25	9,76307	17	9,85193	27	0,14807	9,91114	9	35
26	9,76324	18	9,85220	27	0,14780	9,91105	9	34
27	9,76342	18	9,85247	26	0,14753	9,91096	9	33
28	9,76360	18	9,85273	27	0,14727	9,91087	9	32
29	9,76378	17	9,85300	27	0,14700	9,91078	9	31
30	9,76395	18	9,85327	27	0,14673	9,91069	9	30
31	9,76413	18	9,85354	26	0,14646	9,91060	9	29
32	9,76431	17	9,85380	27	0,14620	9,91051	9	28
33	9,76448	18	9,85407	27	0,14593	9,91042	9	27
34	9,76466	18	9,85434	26	0,14566	9,91033	10	26
35	9,76484	17	9,85460	27	0,14540	9,91023	9	25
36	9,76501	18	9,85487	27	0,14513	9,91014	9	24
37	9,76519	18	9,85514	26	0,14486	9,91005	9	23
58	9,76537	17	9,85540	27	0,14460	9,90996	9	22
39	9,76554	18	9,85567	27	0,14433	9,90987	9	21
40	9,76572	18	9,85594	26	0,14406	9,90978	9	20
41	9,76590	17	9,85620	27	0,14380	9.90969	9	19
42	9,76607	18	9,85647	27	0,14353	9,90960	9	18
43	9,76625	17	9,85674	26	0,14326	9,90951	9	17
44	9,76642	18	9,85700	27	0,14300	9,90942	9	16
45	9,76660	17	9,85727	27	0,14273	9,90933	9	15
46	9,76677	18	9,85754	26	0,14246	9,90924	9	14
47	9,76695	17	9,85780	27	0,14220	9,90915	9	13
48	9,76712	18	9,85807	27	0,14193	9,90906	10	12
49	9,76730	17	9,85834	26	0,14166	9,90896	9	11
50	9,76747	18	9,85860	27	0,14140	9,90887	9	10
51	9,76765	17	9,85887	26	0,14113	9,90878	9	9
52	9,76782	18	9,85913	27	0,14087	9,90869	9	8
53	9,76800	17	9,85940	27	0,14060	9,90860	9	7
54	9,76817	18	9,85967	26	0,14033	9,90851	9	6
55	9,76835	17	9,85993	27	0,14007	9,90842	10	5
56	9,76 852	18	9,86020	27	0,13980	9,90832	9	4
57	9,76870	17	9,86046	27	0,13954	9,90823	9	3
58	9,76887	17	9,86073	27	0,13927	9,90814	9	2
59	9,76904	18	9,86100	25	0,13900	9,90805	9	1
60	9,76922		9,86126		0,13874	9,90796		0
'	Cos. 54		Cot. 54		Tan. 54	Sen. 54		'

′	Sen.36	D.	Tan.36	dc	Cot.37	Cos.36	D.	′	′	Sen.37	D.	Tan.37	dc	Cot. 37	Cos. 37	D.	′
0	9,76922	17	9,86126	27	0,13874	9,90796	9	60	0	9,77946	17	9,87711	27	0,12289	9,90235	10	60
1	9,76939	18	9,86153	26	0,13847	9,90787	10	59	1	9,77963	17	9,87738	26	0,12262	9,90225	9	59
2	9,76957	17	9,86179	27	0,13821	9,90777	9	58	2	9,77980	17	9,87764	26	0,12236	9,90216	10	58
3	9,76974	17	9,86206	26	0,13794	9,90768	9	57	3	9,77997	16	9,87790	27	0,12210	9,90206	9	57
4	9,76991	18	9,86232	27	0,13768	9,70759	9	56	4	9,78013	17	9,87817	26	0,12183	9,90197	10	56
5	9,77009	17	9,86259	26	0,13741	9,90750	9	55	5	9,78030	17	9,87843	26	0,12157	9,90187	9	55
6	9,77026	17	9,86285	27	0,13715	9,90741	10	54	6	9,78047	16	9,87869	26	0,12131	9,90178	10	54
7	9,77043	18	9,86312	26	0,13688	9,90731	9	53	7	9,78063	17	9,87895	27	0,12105	9,90168	9	53
8	9,77061	17	9,86338	27	0,13662	9,90722	9	52	8	9,78080	17	9,87922	26	0,12078	9,90159	10	52
9	9,77078	17	9,86365	27	0,13635	9,90713	9	51	9	9,78097	16	9,87948	26	0,12052	9,90149	10	51
10	9,77095	17	9,86392	26	0,13608	9,90704	10	50	10	9,78113	17	9,87974	26	0,12026	9,90139	9	50
11	9,77112	18	9,86418	27	0,13582	9,90694	9	49	11	9,78130	17	9,88000	27	0,12000	9,90130	10	49
12	9,77130	17	9,86445	26	0,13555	9,90685	9	48	12	9,78147	16	9,88027	26	0,11973	9,90120	9	48
13	9,77147	17	9,86471	27	0,13529	9,90676	9	47	13	9,78163	17	9,88053	26	0,11947	9,90111	10	47
14	9,77164	17	9,86498	26	0,13502	9,90667	10	46	14	9,78180	17	9,88079	26	0,11921	9,90101	10	46
15	9,77181	18	9,86524	27	0,13476	9,90657	9	45	15	9,78197	16	9,88105	26	0,11895	9,90091	9	45
16	9,77199	17	9,86551	26	0,13449	9,90648	9	44	16	9,78213	17	9,88131	27	0,11869	9,90082	10	44
17	9,77216	17	9,86577	26	0,13423	9,90639	9	43	17	9,78230	16	9,88158	26	0,11842	9,90072	9	43
18	9,77233	17	9,86603	27	0,13397	9,90630	10	42	18	9,78246	17	9,88184	26	0,11816	9,90063	10	42
19	9,77250	18	9,86630	26	0,13370	9,90620	9	41	19	9,78263	17	9,88210	26	0,11790	9,90053	10	41
20	9,77268	17	9,86656	27	0,13344	9,90611	9	40	20	9,78280	16	9,88236	26	0,11764	9,90043	9	40
21	9,77285	17	9,86683	26	0,13317	9,90602	10	39	21	9,78296	17	9,88262	27	0,11738	9,90034	10	39
22	9,77302	17	9,86709	27	0,13291	9,90592	9	38	22	9,78313	16	9,88289	26	0,11711	9,90024	10	38
23	9,77319	17	9,86736	26	0,13264	9,90583	9	37	23	9,78329	17	9,88315	26	6,11685	9,90014	9	37
24	9,77336	17	9,86762	27	0,13238	9,90574	9	36	24	9,78346	16	9,88341	26	0,11659	9,90005	10	36
25	9,77353	17	9,86789	26	0,13211	9,90565	10	35	25	9,78362	17	9,88367	26	0,11633	9,89995	10	35
26	9,77370	17	9,86815	27	0,13185	9,90555	9	34	26	9,78379	16	9,88393	27	0,11607	9,89985	9	34
27	9,77387	18	9,86842	26	0,13158	9,90546	9	33	27	9,78395	17	9,88420	26	0,11580	9,89976	10	33
28	9,77405	17	9,86868	26	0,13132	9,90537	10	32	28	9,78412	16	9,88446	26	0,11554	9,89966	10	32
29	9,77422	17	9,86894	27	0,13106	9,90527	9	31	29	9,78428	17	9,88472	26	0,11528	9,89956	9	31
30	9,77439	17	9,86921	26	0,13079	9,90518	9	30	30	9,78445	16	9,88498	26	0,11502	9,89947	10	30
31	9,77456	17	9,86947	27	0,13053	9,90509	10	29	31	9,78461	17	9,88524	26	0,11476	9,89937	10	29
32	9,77473	17	9,86974	26	0,13026	9,90499	9	28	32	9,78478	16	9,88550	27	0,11450	9,89927	9	28
33	9,77490	17	9,87000	27	0,13000	9,90490	10	27	33	9,78494	16	9,88577	26	0,11423	9,89918	10	27
34	9,77507	17	9,87027	26	0,12973	9,90480	9	26	34	9,78510	17	9,88603	26	0,11397	9,89908	10	26
35	9,77524	17	9,87053	26	0,12947	9,90471	9	25	35	9,78527	16	9,88629	26	0,11371	9,89898	10	25
36	9,77541	17	9,87079	27	0,12921	9,90462	10	24	36	9,78543	17	9,88655	26	0,11345	9,89888	9	24
37	9,77558	17	9,87106	26	0,12894	9,90452	9	23	37	9,78560	16	9,88681	26	0,11319	9,89879	10	23
38	9,77575	17	9,87132	26	0,12868	9,90443	9	22	38	9,78576	16	9,88707	26	0,11293	9,89869	10	22
39	9,77592	17	9,87158	27	0,12842	9,90434	10	21	39	9,78592	17	9,88733	26	0,11267	9,89859	10	21
40	9,77609	17	9,87185	26	0,12815	9,90424	9	20	40	9,78609	16	9,88759	27	0,11241	9,89849	9	20
41	9,77626	17	9,87211	27	0,12789	9,90415	10	19	41	9,78625	17	9,88786	26	0,11214	9,89840	10	19
42	9,77643	17	9,87238	26	0,12762	9,90405	9	18	42	9,78642	16	9,88812	26	0,11188	9,89830	10	18
43	9,77660	17	9,87264	26	0,12736	9,90396	10	17	43	9,78658	16	9,88838	26	0,11162	9,89820	10	17
44	9,77677	17	9,87290	27	0,12710	9,90386	9	16	44	9,78674	17	9,88864	26	0,11136	9,89810	9	16
45	9,77694	17	9,87317	26	0,12683	9,90377	9	15	45	9,78691	16	9,88890	26	0,11110	9,89801	10	15
46	9,77711	17	9,87343	26	0,12657	9,90368	10	14	46	9,78707	16	9,88916	26	0,11084	9,89791	10	14
47	9,77728	16	9,87369	27	0,12631	9,90358	9	13	47	9,78723	16	9,88942	26	0,11058	9,89781	10	13
48	9,77744	17	9,87396	26	0,12604	9,90349	10	12	48	9,78739	17	9,88968	26	0,11032	9,89771	10	12
49	9,77761	17	9,87422	26	0,12578	9,90339	9	11	49	9,78756	16	9,88994	26	0,11006	9,89761	9	11
50	9,77778	17	9,87448	26	0,12552	9,90330	10	10	50	9,78772	16	9,89020	26	0,10980	9,89752	10	10
51	9,77795	17	9,87475	26	0,12525	9,90320	9	9	51	9,78788	17	9,89046	27	0,10954	9,89742	10	9
52	9,77812	17	9,87501	27	0,12499	9,90311	10	8	52	9,78805	16	9,89073	26	0,10927	9,89732	10	8
53	9,77829	17	9,87527	27	0,12473	9,90301	9	7	53	9,78821	16	9,89099	26	0,10901	9,89722	10	7
54	9,77846	16	9,87554	26	0,12446	9,90292	10	6	54	9,78837	16	9,89125	26	0,10875	9,89712	10	6
55	9,77862	17	9,87580	26	0,12420	9,90282	9	5	55	9,78853	16	9,89151	26	0,10849	9,89702	9	5
56	9,77879	17	9,87606	27	0,12394	9,90273	10	4	56	9,78869	17	9,89177	26	0,10823	9,89693	10	4
57	9,77896	17	9,87633	26	0,12367	9,90263	9	3	57	9,78886	16	9,89203	26	0,10797	9,89683	10	3
58	9,77913	17	9,87659	26	0,12341	9,90254	10	2	58	9,78902	16	9,89229	26	0,10771	9,89673	10	2
59	9,77930	16	9,87685	26	0,12315	9,90244	9	1	59	9,78918	16	9,89255	26	0,10745	9,89663	10	1
60	9,77946		9,87711		0,12289	9,90235		0	60	9,78934		9,89281		0,10719	9,89653		0
	Cos.53		Cot.53		Tan.53	Sen.53		′	′	Cos.52		Cot.52		Tan.52	Sen.52		′

'	Sen.38	D.	Tan.38	dc	Cot.38	Cos.38	D.	'
0	9,78934	16	9,89281	26	0,10719	9,89653	10	60
1	9,78950	17	9,89307	26	0,10693	9,89643	10	59
2	9,78967	16	9,89333	25	0,10667	9,89633	9	58
3	9,78983	16	9,89359	26	0,10641	9,89624	10	57
4	9,78999	16	9,89385	26	0,10615	9,89614	10	56
5	9,79015	16	9,89411	26	0,10589	9,89604	10	55
6	9,79031	16	9,89437	26	0,10563	9,89594	10	54
7	9,79047	16	9,89463	25	0,10537	9,89584	10	53
8	9,79063	16	9,83489	26	6,10511	9,89574	10	52
9	9,79079	16	9,89515	26	0,10485	9,89564	10	51
10	9,79095	16	9,89541	26	0,10459	9,89554	10	50
11	9,79111	17	9,89567	26	0,10433	9,89544	10	49
12	9,79128	16	9,89593	26	0,10407	9,89534	10	48
13	9,79144	16	9,89619	26	0,10381	9,89524	10	47
14	9,79160	16	9,89645	26	0,10355	9,89514	10	46
15	9,79176	16	9,89671	26	0,10329	9,89504	9	45
16	9,79192	16	9,89697	26	0,10303	9,89495	10	44
17	9,79208	16	9,89723	26	0,10277	9,89485	10	43
18	9,79224	16	9,89749	25	0,10251	9,89475	10	42
19	9,79240	16	9,89775	26	0,10225	9,89465	10	41
20	9,79256	16	9,89801	26	0,10199	9,89455	10	40
21	9,79272	16	9,89827	26	0,10173	9,89445	10	39
22	9,79288	16	9,89853	26	0,10147	9,89435	10	38
23	9,79304	15	9,89879	26	0,10121	9,89425	10	37
24	9,79319	16	9,89905	26	0,10095	9,89415	10	36
25	9,79335	16	9,89931	26	0,10069	9,89405	10	35
26	9,79351	16	9,89957	26	0,10043	9,89395	10	34
27	9,79367	16	9,89983	26	0,10017	9,89385	10	33
28	9,79383	16	9,90009	26	0,09991	9,89375	11	32
29	9,79399	16	9,90035	26	0,09965	9,89364	10	31
30	9,79415	16	9,90061	25	0,09939	9,89354	10	30
31	9,79431	16	9,90086	26	0,09914	9,89344	10	29
32	9,79447	16	9,90112	26	0,09888	9,89334	10	28
33	9,79463	15	9,90138	26	0,09862	9,89324	10	27
34	9,79478	16	9,90164	26	0,09836	9,89314	10	26
35	9,79494	16	9,90190	26	0,09810	9,89304	10	25
36	9,79510	16	9,90216	26	0,09784	9,89294	10	24
37	9,79526	16	9,90242	26	0,09758	9,89284	10	23
38	9,79542	16	9,90268	26	0,09732	9,89274	10	22
39	9,79558	15	9,90294	26	0,09706	9,89264	10	21
40	9,79573	16	9,90320	26	0,09680	0,89254	10	20
41	9,79589	16	6,90346	25	0,09654	9,89244	11	19
42	9,79605	16	9,90371	26	0,09629	9,89233	10	18
43	9,79621	15	9,90397	26	0,09603	9,89223	10	17
44	9,79636	16	9,90423	26	0,09577	9,89213	10	16
45	9,79652	16	9,90449	26	0,09551	9,89203	10	15
46	9,79668	16	9,99475	26	0,09525	9,89193	10	14
47	9,79684	15	9,90501	26	0,09499	9,89183	10	13
48	9,79699	16	9,90527	26	0,09473	9,89173	11	12
49	9,79715	16	9,90553	25	0,09447	9,89162	10	11
50	9,79731	15	9,90578	26	0,09422	9,89152	10	10
51	9,79746	16	9,90604	26	0,09396	9,89142	10	9
52	9,79762	16	9,90630	26	0,09370	9,89132	10	8
53	9,79778	15	9,90656	26	0,09344	9,89122	10	7
54	9,79793	16	9,90682	26	0,09318	9,89112	11	6
55	9,79809	16	9,90708	26	0,09292	9,89101	10	5
56	9,79825	15	9,90734	25	0,09266	9,89091	10	4
57	9,79840	16	9,90759	26	0,09241	9,89081	10	3
58	9,79856	16	9,90785	26	0,09215	9,89071	11	2
59	9,79872	15	9,90811	26	0,09189	9,89060	10	1
60	9,79887		9,90837		0,09163	9,89050		0
'	Cos.51		Cot. 51		Tan.51	Sen.51		'

'	Sen.39	D.	Tan.39	dc	Cot. 39	Cos. 39	D.	'
0	9,79887	16	9,90837	26	0,09163	9,89050	10	60
1	9,79903	15	9,90863	26	0,09137	9,89040	10	59
2	9,79918	16	9,90889	25	0,09111	9,89030	10	58
3	9,79934	16	9,90914	26	0,09086	9,89020	11	57
4	9,79950	15	9,90940	26	0,09060	9,89009	10	56
5	9,79965	16	9,90966	26	0,00034	9,88999	10	55
6	9,79981	15	9,90992	26	0,09008	9,88989	11	54
7	9,79996	16	9,91018	25	0,08982	9,88978	10	53
8	9,80012	15	9,91043	26	0,08957	9,88968	10	52
9	9,80027	16	9,91069	26	0,08931	9,88958	10	51
10	9,80043	15	9,91095	26	0,08905	9,88948	11	50
11	9,80058	16	9,91121	26	0,08879	9,88937	10	49
12	9,80074	15	9,91147	25	0,08853	9,88927	10	48
13	9,80089	16	9,91172	26	0,08828	9,88917	11	47
14	9,80105	15	9,91198	26	0,08802	9,88906	10	46
15	9,80120	16	9,91224	26	0,08776	9,88896	10	45
16	9,80136	15	9,91250	26	0,08750	9,88886	11	44
17	9,80151	15	9,91276	25	0,08724	9,88875	10	43
18	9,80166	16	9,91301	26	0,08699	9,88365	10	42
19	9,80182	15	9,91327	26	0,08673	9,88855	11	41
20	9,80197	16	9,91353	26	0,08747	9,88844	10	40
21	9,80213	15	9,91379	25	0,08621	9,88834	10	39
22	9,80228	16	9,91404	26	0,08596	9,88824	11	38
23	9,80244	15	9,91430	26	0,08570	9,88813	10	37
24	9,80259	15	9,91456	26	0,08544	9,88803	10	36
25	9,80274	16	9,91482	25	0,08518	9,88793	11	35
26	9,80290	15	9,91507	26	0,08493	9,88782	10	34
27	9,80305	15	9,91533	26	0,08467	9,88772	11	33
28	9,80320	16	9,91559	26	0,08441	9,88761	10	32
29	9,80336	15	9,91585	25	0,08415	9,88751	10	31
30	9,80351	15	9,91610	26	0,08390	9,88741	11	30
31	9,80366	16	9,91636	26	0,08364	9,88730	10	29
32	9,80382	15	9,91662	26	0,08338	9,88720	11	28
33	9,80397	15	9,91688	25	0,08312	9,88709	10	27
34	9,80412	16	9,91713	26	0,08287	9,88699	11	26
35	9,80428	15	9,91739	26	0,08261	9,88688	10	25
36	9,80443	15	9,91765	26	0,08235	9,88678	10	24
37	9,80458	15	9,91791	25	0,08209	9,88668	11	23
38	9,80473	16	9,91816	26	0,08184	9,88657	10	22
39	9,80489	15	9,91842	26	0,08158	9,88647	11	21
40	9,80504	15	9,91868	25	0,08132	9,88636	10	20
41	9,80519	15	9,91893	26	0,08107	9,88626	11	19
42	9,80534	16	9,91919	26	0,08081	9,88615	10	18
43	9,80550	15	9,91945	26	0,08055	9,88605	11	17
44	9,80565	15	9,91971	25	0,08029	9,88594	10	16
45	9,80580	15	9,91996	26	0,08004	9,88584	11	15
46	9,80585	15	9,92022	26	0,07978	9,88573	10	14
47	9,80610	15	9,92048	25	0,07952	9,88563	11	13
48	9,80625	16	9,92073	26	0,07927	9,88552	10	12
49	9,80641	15	9,92099	26	0,07901	9,88542	11	11
50	9,80656	15	9,92125	25	0,07875	9,88531	10	10
51	9,80671	15	9,92150	26	0,07850	9,88521	11	9
52	9,80686	15	9,92176	26	0,07824	9,88510	11	8
53	9,80701	15	9,92202	25	0,07798	9,88499	10	7
54	9,80716	15	9,92227	26	0,07773	9,88489	11	6
55	3,80731	15	9,92253	26	0,07747	9,88478	10	5
56	9,80746	16	9,92279	25	0,07721	9,88468	11	4
57	9,80762	15	9,92304	26	0,07696	9,88457	10	3
58	9,80777	15	9,92330	26	0,07670	9,88447	11	2
59	9,80792	15	9,92356	25	0,07644	9,88436	11	1
60	9,80807		9,92381		0,07619	9,88425		0
'	Cos.50		Cot. 50		Tan.50	Sen.50		'

'	Sen.40	D.	Tan.40	dc	Cot.40	Cos.40	D.	'
0	9,80807		9,92381		0,07619	9,88425		60
1	9,80822	15	9,92407	26	0,07593	9,88415	10	59
2	9,80837	15	9,92433	26	0,07567	9,88404	11	58
3	9,89852	15	9,92458	25	0,07542	9,88394	10	57
4	9,80867	15	9,92484	26	0,07516	9,88383	11	56
5	9,80882	15	9,92510	26	0,07490	9,88372	11	55
6	9,80897	15	9,92535	25	0,07465	9,88362	10	54
7	9,80912	15	9,92561	26	0,07439	9,88351	11	53
8	9,80927	15	9,92587	26	0,07413	9,88340	11	52
9	9,80942	15	9,92612	25	0,07388	9,88330	10	51
10	9,80957	15	9,92638	26	0,07362	9,88319	11	50
11	9,80972	15	9,92663	25	0,07337	9,88308	11	49
12	9,80987	15	9,92689	26	0,07311	9,88298	10	48
13	9,81002	15	9,92715	26	0,07285	9,88287	11	47
14	9,81017	15	9,92740	25	0,07260	9,88276	11	46
15	9,81032	15	9,92766	26	0,07234	9,88266	10	45
16	9,81047	15	9,92792	26	0,07208	9,88255	11	44
17	9,81061	14	9,92817	25	0,07183	9,88244	11	43
18	9,81076	15	9,92843	26	0,07157	9,88234	10	42
19	9,81091	15	9,92868	25	0,07132	9 88223	11	41
20	9,81106	15	9,92894	26	0,07106	9.88212	11	40
21	9,81121	15	9,92920	26	0,07080	9,88201	11	39
22	9,81136	15	9,92945	25	0,07055	9,88191	10	38
23	9,81151	15	9,92971	26	0,07029	9,88180	11	37
24	9,81166	15	9,92996	25	0,07004	9,88169	11	36
25	9,81180	14	9,93022	26	0,06978	9,88158	11	35
26	9,81195	15	9,93048	26	0;06952	9,88148	10	34
27	9,81210	15	9,93073	25	0,06927	9,88137	11	33
28	9,31225	15	9,93099	26	0,06901	9,88126	11	32
29	9,81240	15	9,93124	25	0,06876	9,88115	11	31
30	9,81254	14	9,93150	26	0,06850	9,88105	10	30
31	9,81269	15	9,93175	25	0,06825	9,88094	11	29
32	9,81284	15	9,93201	26	0,06799	9,88083	11	28
33	9,81299	15	9,93227	26	0,06773	9,88072	11	27
34	9,81314	15	9,93252	25	0,06748	9,88061	11	26
35	9,81328	14	9,93278	26	0,06722	9,88051	10	25
36	9,81343	15	9,93303	25	0,06697	9,88040	11	24
37	9,81358	15	9,93329	26	0,06671	9,88029	11	23
38	9,81372	14	9,93354	25	0,06646	9,88018	11	22
39	9,81387	15	9,93380	26	0,06620	9,88007	11	21
40	9,81402	15	9,93406	26	0,06594	9,87996	11	20
41	9,81417	15	9,93431	25	0,06569	9,87985	11	19
42	9,81431	14	9,93457	26	0.06543	9,87975	10	18
43	9,81446	15	9,93482	25	0,06518	9,87964	11	17
44	9,81461	15	9,93508	26	0,06492	9,87953	11	16
45	9,81475	14	9,93533	25	0,06467	9,87942	11	15
46	9,81490	15	9,93559	26	0,06441	9,87931	11	14
47	9,81505	15	9,93584	25	0,06416	9,87920	11	13
48	9,81519	14	9,93610	26	0,06390	9,87909	11	12
49	9,81534	15	9,93636	26	0,06364	9,87898	11	11
50	9,81549	15	9,93661	25	0,06339	9,87887	11	10
51	9,81563	14	9,93687	26	0,06313	9,87877	10	9
52	9,81578	15	9,93712	25	0,06288	9,87866	11	8
53	9,81592	14	9,93738	26	0,06262	9,87855	11	7
54	9,81607	15	9,93763	25	0.06237	9,87844	11	6
55	9,81622	15	9,93789	26	0,66211	9,87833	11	5
56	9;81636	14	9,93814	25	0,06186	9,87822	11	4
57	9,81651	15	9,93840	26	0,06160	9,87811	11	3
58	9,81665	14	9,93865	25	0,06135	9,87800	11	2
59	9,81680	15	9,93891	26	0,06109	9,87789	11	1
60	9,81694	14	9,93916	25	0,06084	9,87778	11	0
'	Cos:49		Cot.49		Tan.49	Sen.49		'

'	Sen.41	D.	Tan.41	dc	Cot.41	Cos.41	D.	'
0	9,81694		9,93916		0,06084	9,87778		60
1	9,81709	15	9,93942	26	0,06058	9,87767	11	59
2	9,81723	14	9,93967	25	0,06033	9,87756	11	58
3	9,81738	15	9,93993	26	0,06007	9,87745	11	57
4	9,81752	14	9,94018	25	0,05982	9,87734	11	56
5	9,81767	15	9,94044	26	0,05956	9,87723	11	55
6	9,81781	14	9,94069	25	0,05931	9,87712	11	54
7	9,81796	15	9,94095	26	0,05905	9,87701	11	53
8	9,81810	14	9,94120	25	0,05880	9,87690	11	52
9	9,81825	15	9,94146	26	0,05854	9,87679	11	51
10	9,81839	14	9,94171	25	0,05829	9,87668	11	50
11	9,81854	15	9,94197	26	0,05803	9,87657	11	49
12	9,81868	14	9,94222	25	0,05778	9,87646	11	48
13	9,81882	14	9,94248	26	0,05752	9,87635	11	47
14	9,81897	15	9,94273	25	0,05727	9,87624	11	46
15	9,81911	14	9,94299	26	0,05701	9,87613	11	45
16	9,81926	15	9,94324	25	0,05676	9,87601	12	44
17	9,81940	14	9,94350	26	0,05650	9,87590	11	43
18	9,81955	15	9,94375	25	0,05625	9,87579	11	42
19	9,81969	14	9,94401	26	0,05599	9,87568	11	41
20	9,81983	14	9,94426	25	0,05574	9,87557	11	40
21	9,81998	15	9,94452	26	0,05548	9,87546	11	39
22	9,82012	14	9,94477	25	0,05523	9,87535	11	38
23	9,82026	14	9,94503	26	0,05497	9,87524	11	37
24	9,82041	15	9,94528	25	0,05472	9,87513	11	36
25	9,82055	14	9,94554	26	0,05446	9,87501	12	35
26	9,82069	14	9,94579	25	0,05421	9,87490	11	34
27	9,82084	15	9,94604	25	0,05396	9,87479	11	33
28	9,82098	14	9,94630	26	0,05370	9,87468	11	32
29	9,82112	14	9,94655	25	0,05345	9,87457	11	31
30	9,82126	14	9,94681	26	0,05319	9,87446	11	30
31	9,82141	15	9,64706	25	0,05294	9,87434	12	29
32	9,82155	14	9,94732	26	0;05268	9,84423	11	28
33	9,82169	14	9,94757	25	0,05243	9,87412	11	27
34	9,82184	15	9,94783	26	0,05217	9,87401	11	26
35	9,82198	14	9,94808	25	0,05102	9,87390	11	25
36	9,82212	14	9,94834	26	0,05166	9,87378	12	24
37	9,82226	14	9,94859	25	0,05141	9,87367	11	23
38	9,82240	14	9,94884	25	0,05116	9,87356	11	22
39	9,82255	15	9,94910	26	0,05090	9,87345	11	21
40	9,82269	14	9,94935	25	0,05065	9,87334	11	20
41	9,82283	14	9,94961	26	0,05039	9,87322	12	19
42	9,82297	14	9,94986	25	0,05014	9,87311	11	18
43	9,82311	14	9,95012	26	0,04988	9,87300	11	17
44	9,82326	15	9,95037	25	0,04963	9,87288	12	16
45	9.82340	14	9,95062	25	0,04938	9,83277	11	15
46	9,82354	14	9,95088	26	0,04912	9,57266	11	14
47	9,82368	14	9,95113	25	0,04887	9,87255	11	13
48	9,82382	14	9,95139	26	0,04861	9.87243	12	12
49	9,82396	14	9,95164	25	0,04836	5,87232	11	11
50	9,82410	14	9,95190	26	0,04810	9,87221	11	10
51	9,82424	14	9,95215	25	0,04785	9,87209	12	9
52	9,82439	15	9,95240	25	0,04760	9,87198	11	8
53	9.82453	14	9,95266	26	0,04734	9,87187	11	7
54	9,82467	14	9,95291	25	0,04709	9,87175	12	6
55	9,82481	14	9,95317	26	0,04683	9,87164	11	5
56	9,82495	14	9,95342	25	0,04658	9,87153	11	4
57	9,82509	14	9,95368	26	0,04632	9,87141	12	3
58	9,82523	14	9,95393	25	0,04607	9,87130	11	2
59	9,82537	14	9,95418	25	0,04582	9,87119	11	1
60	9,82551	14	9,95444	26	0,04556	9,87107	12	0
'	Cos.48		Cot.48		Tan.48	Sen.48		'

′	Sen.42	D.	Tan.42	dc	Cot.42	Cos.42	D.	′
0	9,82551	14	9,95444	25	0,04556	9,87107	11	60
1	9,82565	14	9,95469	26	0,04531	9,87096	11	59
2	9,82579	14	9,95495	25	0,04505	9,87085	12	58
3	9,82593	14	9,95520	25	0,04480	9,87073	11	57
4	9,82607	14	9,95545	26	0,04455	9,87062	12	56
5	9,82621	14	9,95571	25	0,04429	9,87050	11	55
6	9,82635	14	9,95596	26	0,04404	9,87039	11	54
7	9,82649	14	9,95622	25	0,04378	9,87028	12	53
8	9,82663	14	9,95647	25	0,04353	9,87016	11	52
9	9,82677	14	9,95672	26	0,04328	9,87005	12	51
10	9,82691	14	9,95698	25	0,04302	9,86993	11	50
11	9,82705	14	9,95723	25	0,04277	9,86982	12	49
12	9,82719	14	9,95748	26	0,04252	9,86970	11	48
13	9,82733	14	9,95774	25	0,04226	9,86959	12	47
14	9,82747	14	9,95799	26	0,04201	9,86947	11	46
15	9,82761	14	9,95825	25	0,04175	9,86936	12	45
16	9,82775	15	9,95850	25	0,04150	9,86924	11	44
17	9,82788	14	9,95875	26	0,04125	9,86913	11	43
18	9,82802	14	9,95901	25	0,04099	9,86902	12	42
19	9,82816	14	9,95926	26	0,04074	9,86890	11	41
20	9,82830	14	9,95952	25	0,04048	9,86879	12	40
21	9,82844	14	9,95977	25	0,04923	9,86867	12	39
22	9,82858	14	9,96002	26	0,03998	9,86855	11	38
23	9,82872	13	9,96028	25	0,03972	9,86844	12	37
24	9,82885	14	9,96053	25	0,03947	9,86832	11	36
25	9,82899	14	9,96078	26	0,03922	9,86821	12	35
26	9,82913	14	9,96104	25	0,03896	9,86809	11	34
27	9,82927	14	9,96129	26	0,03871	9.86798	12	33
28	9,82941	14	9,96155	25	0,03845	9.86786	11	32
29	9,82955	13	9,96180	25	0,03820	9,86775	12	31
30	9,82968	14	9,96205	26	0,03795	9,86763	11	30
31	9,82982	14	9,96231	25	0,03769	9,86752	12	29
32	9,82996	14	9,96256	25	0,03744	9,86740	12	28
33	9,83010	13	9,96281	26	0,03719	9.86728	11	27
34	9,83023	14	9,96307	25	0,03693	9,86717	12	26
35	9,83037	14	9,96332	25	0,03668	9,86705	11	25
36	9,83051	14	9,96357	26	0,03643	9,86694	12	24
37	9,83065	13	9.96383	25	0,03617	9,86682	12	23
38	9,83078	14	9,96408	25	0,03592	9,86670	11	22
39	9,83092	14	9,96433	26	0,03567	9,86659	12	21
40	7,83106	14	9,96459	25	0,03541	9,86647	12	20
41	9,83120	13	9,96484	26	0,03516	9,86635	11	19
42	9,83133	14	9,96510	25	0,03490	9,86624	12	18
43	9,83147	14	9,96535	25	0,03465	9,86612	12	17
44	9,83161	13	9,96560	26	0,03440	9,86600	11	16
45	9,83174	14	9,96586	25	0,03414	9,86589	12	15
46	9,83188	14	9,96611	25	0,03389	9,86577	12	14
47	9,83202	13	9,96636	26	0,03364	9,86565	11	13
48	9,83215	14	9,96662	25	0,03338	9,86554	12	12
49	9,83229	13	9,96687	25	0,03313	9,86542	12	11
50	9,83242	14	9,96712	26	0,03288	9,86530	12	10
51	9,83256	14	9,96738	25	0,03262	9,86518	11	9
52	9,83270	13	9,96763	25	0,03237	9,86507	12	8
53	9,83283	14	9,96788	26	0,03212	9,86495	12	7
54	9,83297	13	9,96814	25	0,03186	9,86483	11	6
55	9,83310	14	9,96839	25	0,03161	9,86472	12	5
56	9,83324	14	9,96864	26	0,03136	9,86460	12	4
57	9,83338	13	9,96890	25	0,03110	9,86448	12	3
58	9,83351	14	9,96915	25	0,03085	9,86436	11	2
59	9,83365	13	9,96940	26	0,03060	9.86425	12	1
60	9,83378		9,96966		0,03034	9,86413		0
′	Cos.47		Cot.47		Tan.47	Sen.47		′

′	Sen.43	D.	Tan.43	dc	Cot.43	Cos.43	D.	′
0	9,83378	14	9,96966	25	0,03034	9,86413	12	60
1	9,83392	13	9,96991	25	0,03009	9,86401	12	59
2	9,83405	14	9,97016	26	0,02984	9,86389	12	58
3	9,83419	13	9,97042	25	0,02958	9,86377	11	57
4	9,83432	14	9,97067	25	0,02933	9,86366	12	56
5	9,83446	13	9,97092	26	0,02908	9,86354	12	55
6	9,83459	14	9,97118	25	0,02882	9,86342	12	54
7	9,83473	13	9,97143	25	0,02857	9,86330	12	53
8	9,83486	14	9,97168	25	0,02832	9,86318	12	52
9	9,83500	13	9,97193	26	0,02807	9,86306	11	51
10	9,83513	14	9,97219	25	0,02781	9,86295	12	50
11	9,83527	13	9.97244	25	0,02756	9,86283	12	49
12	9,83540	14	9.97269	26	0,02731	9,86271	12	48
13	9,83554	13	9,97295	25	0,02705	9,86259	12	47
14	9,83567	14	9,97320	25	0,02680	9,86247	12	46
15	9,83581	13	9,97345	26	0,02655	9,86235	12	45
16	9,83594	14	9,97371	25	0,02629	9,86223	12	44
17	9,83608	13	9,97396	25	0,02604	9,86211	11	43
18	9,83621	13	9,97421	26	0,02579	9,86200	12	42
19	9,83634	14	9,97447	25	0,02553	9,86188	12	41
20	9,83648	13	9,97472	25	0,02528	9,86176	12	40
21	9,83661	13	9,97497	26	0,02503	9,86164	12	39
22	9,83674	14	9,97523	25	0,02477	9,86152	12	38
23	9,83688	13	9,97548	25	0,02452	9,86140	12	37
24	9,83701	14	9,97573	25	0,02427	9,86128	12	36
25	9,83715	13	9,97598	26	0,02402	9,86116	12	35
26	9,83728	13	9,97624	25	0,02376	9,86104	12	34
27	9,83741	14	9,97649	25	0,02351	9,86092	12	33
28	9,83755	13	9.97674	26	0,02326	9,86080	12	32
29	9,83768	13	9,97700	25	0,02300	9,86068	12	31
30	9,83781	14	9,97725	25	0,02275	9,86056	12	30
31	9,83795	13	9,97750	26	0,02250	9,86044	12	29
32	9,83808	13	9,97776	25	0,02224	9,86032	12	28
33	9,83821	13	9,97801	25	0,02199	9,86020	12	27
34	9,83834	14	9,97826	25	0,02174	9,86008	12	26
35	9,83848	13	9,97851	26	0,02149	9,85996	12	25
36	9,83861	13	9,97877	25	0,02123	9,85984	12	24
37	9,83874	13	9.97902	25	0,02098	9,85972	12	23
38	9,83887	14	9,97927	26	0,02073	9,85960	12	22
39	9,83901	13	9,97953	25	0,02047	9,85948	12	21
40	9,83914	13	9.97978	25	0,02022	9,85936	12	20
41	9,83927	13	9,98003	26	0,01997	9,85924	12	19
42	9,83940	14	9.98029	25	0,01971	9,85912	12	18
43	9,83954	13	9,98054	25	0,01946	9,85900	12	17
44	9,83967	13	9,98079	25	0,01921	9,85888	12	16
45	9,83980	13	9,98104	26	0,01896	9,85876	12	15
46	9,83993	13	9.98130	25	0,01870	9,85864	13	14
47	9,84006	14	9,98155	25	0,01845	9,85851	12	13
48	9,84020	13	9,98180	26	0,01820	9,85839	12	12
49	9,84033	13	9,98206	25	0,01794	9,85827	12	11
50	9,84046	13	9,98231	25	0,01769	9,85815	12	10
51	9,84059	13	9,98256	25	0,01744	9,85803	12	9
52	9,84072	13	9,98281	26	0,01719	9,85791	12	8
53	9,84085	13	9,98307	25	0,01693	9,85779	13	7
54	9,84098	14	9,98332	25	0,01668	9,85766	12	6
55	9,84112	13	9,98357	26	0,01643	9,85754	12	5
56	9,84125	13	9,98383	25	0,01617	9,85742	12	4
57	9,84138	13	9,98408	25	0,01592	9,85730	12	3
58	9,84151	13	9,98433	25	0,01567	9,85718	12	2
59	9,84164	13	9,98458	26	0,01542	9,85706	13	1
60	9,84177		9,98484		0,01516	9,85693		0
′	Cos.46		Cot.46		Tan.46	Sen.46		′

′	Sen.44	D.	Tan.44	dc	Cot.44	Cos.44	D.	′
0	9,84177	13	9,98484	25	0,01516	9,85693	12	60
1	9,84190	13	9.98509	25	0,01491	9,85681	12	59
2	9.84203	13	9,98534	26	0,01466	9,85669	12	58
3	9,84216	13	9,98560	25	0,01440	9.85657	12	57
4	9,84229	13	9,98585	25	0,01415	9,85645	13	56
5	9,84242	13	9,98610	25	0,01390	9,85632	12	55
6	9,84255	14	9,98635	26	0,01365	9,85620	12	54
7	9,84269	13	9.98661	25	0,01339	9.85608	12	53
8	9,84282	13	9,98686	25	0,01314	9,85596	13	52
9	9,84295	13	9,98711	26	0,01289	9,85583	12	51
10	9,84308	13	9,98737	25	0,01263	9,85571	12	50
11	9,84321	13	9,98762	25	0,01238	9,85559	12	49
12	9,84334	13	9,98787	25	0,01213	9,85547	13	48
13	9,84347	13	9,98812	26	0,01188	9,85534	12	47
14	9,84360	13	9,98838	25	0,01162	9,85522	12	46
15	9,84373	12	9,98863	25	0,01137	9,85510	13	45
16	9,84385	13	9,98888	25	0,01112	9,85497	12	44
17	9,84398	13	9,98913	26	0,01087	9,85485	12	43
18	9,84411	13	9,98939	25	0,01061	9‘85473	13	42
19	9 84424	13	9,98964	25	0,01036	9,85460	12	41
20	9,84437	13	9,98989	26	0,01011	9 85448	12	40
21	9,84450	13	9,99015	25	0,00985	9,85436	13	39
22	9,84463	13	9,99040	25	0,00960	9,85423	12	38
23	9,84476	13	9,99065	25	0,00935	9,85411	12	37
24	9,84489	13	9,99090	26	0,00910	9,85399	13	36
25	9,84502	13	9,99116	25	0,00884	9,85386	12	35
26	9,84515	13	9,99141	25	0,00859	9,85374	13	34
27	9,84528	12	9,99166	25	0,00834	9,85361	12	33
28	9,84540	13	9,99191	26	0,00809	9,85349	12	32
29	9,84553	13	9,99217	25	0,00783	9,85337		31
30	9,84566		9,99242		0,00758	9,85324	13	30
′	Cos.45		Cot.45		Tan.45	Sen.45		′

′	Sen.44	D.	Tan.44	dc	Cot.44	Cos.44	D.	′
30	9,84566	13	9,99242	25	0,00758	9,85324	12	30
31	9,84579	13	9,99267	26	0,00733	9,85312	13	29
32	9,84592	13	9,99293	25	0,00707	9,55299	12	28
33	9,84605	13	9,99318	25	0,00682	9,85287	13	27
34	9,84618	12	9,99343	25	0,00657	9,85274	12	26
35	9,84630	13	9,99368	26	0,00632	9,85262	12	25
36	9.84643	13	9,99394	25	0,00606	9,85250	13	24
37	9,84656	13	0,99419	25	0,00581	9,85237	12	23
38	9,84669	13	9,99444	25	0,00556	9,85225	13	22
39	9,84682	12	9,99469	26	0,00531	9,85212	12	21
40	9,84694	13	9,99495	25	0.00505	9,85200	13	20
41	9,84707	13	9,99520	25	0,00480	9,85187	12	19
42	9,84720	13	9,99545	25	0,00455	9,85175	13	18
43	9,84733	12	9,99570	26	0,00430	9,85162	12	17
44	9,84745	13	9,99596	25	0,00404	9,85150	13	16
45	9,84758	13	9,99621	25	0,00379	9,85137	12	15
46	9,84771	13	9,99646	26	0,00354	9,85125	13	14
47	9,84784	12	9,99672	25	0,00328	9,85112	12	13
48	9,84796	13	9,99697	25	0,00303	9,85100	13	12
49	9,84809	13	9,99722	25	0,00278	9,85087	13	11
50	9,84822	13	9,99747	26	0,00253	9,85074	12	10
51	9,84835	12	9.99773	25	0,00227	9,85062	13	9
52	9,84847	13	9,99798	25	0,00202	9,85049	12	8
53	9,84860	13	9,99823	25	0,00177	9,85037	13	7
54	9,84873	12	9,99848	26	0,00152	9,85024	12	6
55	9,84885	13	9,99874	25	0,00126	9,85012	13	5
56	9,84898	13	9,99899	25	0,00101	9,84999	13	4
57	9,84911	12	9,99924	25	0,00076	9,84986	12	3
58	9,84923	13	9,99949	26	0,00051	9,84974	13	2
59	9,84936	13	9,99975	25	0,00025	9,84961	12	1
60	8,84949		0,00000		0,00000	9,84949		0
′	Cos.45		Cot.45		Tan.45	Sen.45		′

CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y VICEVERSA.

80. 1.° **Líneas.**

Ecuaciones de 1.er grado.

Las ecuaciones

$$x = a + b - c \quad (1) \quad » \quad x = \frac{a\,b}{c} \quad (2) \quad » \quad x = \frac{a^2}{c} \quad (3) \quad » \quad x = \sqrt{a\,b} \quad (4)$$

pertenecientes á la línea recta, por no tener mas que una sola dimension, dicen que en la (1) basta, para hallar la recta x, agregar á una línea a la longitud de otra b, y restar del todo la c. Si $a+b<c$ el resultado será negativo; lo que quiere decir, que el sobrante de la línea c quedará á la izquierda de la $a+b$ si el sentido de esta fuese á la derecha, ó viceversa.

En la ecuacion (2) se tendrá x hallando una cuarta proporcional á c a y b.

En la (3) será x una 3.ª proporcional á c y a.

En la (4) es x media proporcional entre a y b.

Por la inversa, todas estas expresiones pueden considerarse como resultados de problemas geométricos. La (2), por ejemplo, que puede ser $x = \dfrac{a\,b}{a+b}$ (siendo $c = a+b$),

equivale á esta cuestion : *Dado un triángulo cualquiera inscribirle un cuadrado;*
Fig. a pues si en la (*fig. a*) bajamos la perpendicular Cc, tendrémos

$$\text{A B} = a : d\,e = x :: Cc = b : C\,i = b - x$$

de donde

$$x = \frac{a\,b}{a+b} = \frac{ab}{c}$$

Vista la significacion de las ecuaciones (1) (2) (3) y (4), si podemos reducir cualquiera expresion de 1.er grado á una de estas formas, tendrémos de seguida la correspondiente construccion.

Sean, por ejemplo,

$$x = \frac{a^2 - b^2}{c} \quad (\alpha) \quad » \quad x = \frac{abc+ad-ar}{e+h} \quad (\beta) \quad » \quad x = \sqrt{a^2+b^2} \quad (\gamma)$$

$$x = \sqrt{a^2+2\,rs - \frac{4\,b\,c\,d}{n}} \quad (\delta) \quad » \quad x = \frac{a}{b^2\,c^2} \quad (\varepsilon) \quad » \quad x = \frac{a^4}{b} \quad » \quad (\theta)$$

La primera (α) es lo mismo que $x = \dfrac{(a-b)\ (a+b)}{c}$, y por consiguiente que la (2).

La (β) es tambien $a = \dfrac{a\,b\,c}{e+h} + \dfrac{a\,(d-r)}{e+h}$; de cuyos dos términos el 2.° representa una 4.ª proporcional á $e+h$, a y $d-r$, que podrémos llamar p: el 1.° $\dfrac{a\,b\,c}{e+h}$ es lo mismo que $\dfrac{a\,b}{e+h} \times c$; pero $\dfrac{a\,b}{e+h}$ es una 4.ª proporcional á $e+h$, a y b; y si la llamamos z reducirá el término á $z\,c$, que á su vez es 4.ª proporcional q á la unidad z y c Luego $x = p+q$, ecuacion idéntica á la (1).

La expresion (γ) es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos son a y b. Puede tambien hallarse la construccion haciendo $b^2 = a\,n$, lo que dá $x = \sqrt{a\,(a+n)}$, ecuacion idéntica á la (4). Si el signo + fuese —, la expresion $x = \sqrt{a^2 - b^2}$ sería un cateto correspondiente á la hipotenusa a y cateto b; ó una media proporcional entre $(a+b)$ y $(a-b)$.

Para construir la expresion (δ) se puede hacer $2\,rs = a\,p$, y $\dfrac{4\,b\,c\,d}{n} = a\,q$; que dán $p = \dfrac{2\,r\,s}{a}$ » $q = \dfrac{4\,b\,c\,d}{n\,a} = \dfrac{4\,b\,c}{n} \times \dfrac{d}{a}$ idénticas á la (2): resultando $x = \sqrt{a\,(a+p-q)}$ idéntica á la (4).

Puede tambien procederse de este modo; reducir los términos del radical á cuadrados, haciendo $2\,r\,s = b^2$ y $\dfrac{4\,b\,c\,d}{n} = c^2$; construir luego la hipotenusa $\sqrt{a^2+b^2} = h$ y despues el cateto $\sqrt{h^2 - c^2} = x$.

La expresion $x = \dfrac{a\,(a^2 - b^2)}{a^2+b^2}$, es la misma que la

$$x = \frac{a\,(a-b)\ (a+b)}{\sqrt{a^2+b^2} \times \sqrt{a^2+b^2}} = \frac{a\,m}{p} \times \frac{n}{p}$$

La ecuacion (ε) es igual á $x = \dfrac{a\times1\times1\times1\times1}{b^2\,c^2} = \dfrac{a\times1}{b} \times \dfrac{1}{b} \times \dfrac{1}{c} \times \dfrac{1}{c}$

La (θ) $x = \dfrac{a^4}{b}$ es del propio modo, $a = \dfrac{a^2}{b} \times \dfrac{a}{1} \times \dfrac{a}{1}$

El resultado numérico $x=\sqrt{\frac{2}{3}}$, es media proporcional entre 1 y $\frac{2}{3}$

El $x=\frac{5}{7}$ es cuarta proporcional á 7, 1 y 5.

&

81. *Ecuaciones de 2.° grado.*

La ecuacion $x^2+px=\pm q$, dá $\quad x=-\frac{1}{2}p\pm\sqrt{\frac{1}{4}p^2\pm q}$

Su construccion es bien sencilla, pues se reduce á hallar la hipotenusa cuyos catetos son $\frac{1}{2}p$ y $\sqrt{q}$ ó el cateto $\sqrt{\frac{1}{4}p^2-q}$, y sumar positiva ó negativamente con $-\frac{1}{2}p$.

Esta ecuacion se puede mirar como resultado del siguiente problema. *Dada el área* q *de un rectángulo, y la suma ó diferencia de dos líneas contiguas, construir el rectángulo.*

Si p es la suma ó diferencia de estos lados contíguos, y x uno de ellos, $p-x$ y $p+x$ será el otro; de donde salen las dos ecuaciones

$$x(p+x)=q \quad \text{y} \quad x(p-x)=q$$

Se hallan tambien gráficamente las raices x de estas ecuaciones por las propiedades de las líneas del círculo.

Con efecto, siendo la tangente media proporcional entre la secante y su parte externa (*fig.* 1.ª), si $AB=\sqrt{q}$, y $AO=\frac{1}{2}p$, será $BC : BA :: BA : BE$, ó

$$x:\sqrt{q}::\sqrt{q}:x+p; \quad \text{y de aquí} \quad x(x+p)=q.$$

Para $x(p-x)=q$ » es $x=BE$

Si la ecuacion fuera $x^2-px=-q$ ó $px-x^2=q$, se referiría á las cuerdas que se cortan en el círculo.

Si $AB=p$ y $BB'=\sqrt{q}$ (*fig.* 3.) tirando la $B'D'$ y las ordenadas DC y $D'C'$, se tiene $q=BC\times CA=x(p-x)$; siendo asi $x=BC$. Tambien puede ser $x=BC'$ *Fig.* 3

82. 2.° **Superficies y volúmenes.**

Cuando las expresiones á que se llega en un problema son homogéneas y tienen dos dimensiones ó factores, pertenecerán á superficies; y si las dimensiones fuesen tres representarian volúmenes.

La ecuacion

$$S=\frac{a^2bc+a^3d-e^4}{c^2+ab}$$

representa una superficie rectángular, y para construirla, ó buscar el rectángulo que supone, se hará

$$\left.\begin{array}{l} a^2bc=a^3r \;\text{»}\; a^3d=a^3r' \;\text{»}\; e^4=a^3r'' \\ c^2=ar_{,} \;\text{»}\; ab=ar_{,,} \end{array}\right\} \begin{array}{c}\text{que darán} \\ S=a\dfrac{a(r+r'+r'')}{r_{,}+r_{,,}}\end{array}$$

Los coeficientes $r.$, r'.... se construyen fácilmente por sus ecuaciones respectivas.

La
$$V=\frac{a^7+b^3c^4-d^5e^2+h^7}{a^4+b^3c}$$

representa un volúmen.

Procediendo de idéntico modo, por medio de las ecuaciones auxiliares

$$b^3c^4=a^6r \;\text{»}\; d^5e^2=a^6r' \;\text{»}\; h^7=a^6r'' \quad \Big\} \quad b^3c=a^3r_{,}$$

se tendrá

$$V=a^2\frac{a(a+r-r'+r'')}{a+r_{,}}$$

volúmen de un paralelepípedo rectángulo de base $=a^2$

Ecuaciones de las líneas de 1.er órden.

83. 1.° *Punto y línea recta sobre un plano.*

Referido el punto á sus ejes coordenados X Y, cuyas abscisas y ordenadas son x, y, quedará fijo dicho punto cuando se dé un valor particular á estas líneas.
Fig. b Llamándolas a, b, tendrémos (*fig. b*)

Para el cuadrante (1) $x=a$ » $y=b$
Para el (2) $x=-a$ » $y=b$
Para el cuadrante (3) $x=a$ » $y=-b$
Para el (4) $x=-a$ » $y=-b$
En el orígen se tiene $x=o$ » $y=o$

Para una recta en un plano, la ecuacion entre las dos variables x y es,

$$C\,y=B\,x+D \quad ó \quad y=a\,x+b \quad \left\{ \frac{B}{C}=a \text{ » } \frac{D}{C}=b \right.$$

como directamente se deduce del triángulo retángulo M A′P′, pues que

$$\text{rádio}=1:\text{tang. } A'=a :: x : y-b$$

Si $b=o$ » $y=ax$ ó $a=\frac{y}{x}$; es decir, que considerando la línea OS, el ángulo en O tiene por tangente trigonométrica $\frac{y}{x}$ ó a; relacion general para cualquiera otra línea; y por consiguiente $y=ax+b$ la ecuacion que comprende á todas ellas con solo cambiar el signo á b a, segun el cuadrante en que se cuenten las coordenadas.

Tendrémos, pues, de la ecuacion general $y=\pm ax\pm b$, el cuadro siguiente:

Cuad.te (1) $y=ax+b$ línea A′M
- $b=o$ » $y=ax=$ línea OS
- $y=o$ » $x=-\frac{b}{a}=AO$
- $x=o$ » $y=b=OA'$

Cuad.te (2) $y=-ax+b$ línea A′M′
- $b=o$ » $y=-ax=OS'$
- $y=o$ » $x=\frac{b}{a}=OA$
- $x=o$ » $y=+b=OA'$

Cuad.te (3) $y=ax-b$ línea A″A,
- $b=o$ » $y=ax=OS$
- $y=o$ » $x=\frac{b}{a}=OA,$
- $x=o$ » $y=-b=OA''$

Cuad.te (4) $y=-ax-b$ línea A″A
- $b=o$ » $y=-ax=OS$
- $y=o$ » $x=-\frac{b}{a}=AO$
- $x=o$ » $y=-b=OA''$

- $y=o$, la línea es el eje X
- $x=o$, la línea el eje Y
- $y=\pm\beta$, la línea paralela el eje X,
- $x=\pm\alpha$, la línea paralela el eje Y.

84. La ecuacion de una recta que pase por un punto cuyas coordenadas son α β, será

$$y-\beta=a\,(x-\alpha) \quad ó \quad y=a\,(x-\alpha)+\beta$$

cuya direccion dependerá de la tangente a

Esta misma recta para otro punto α' β' es

$$y=a\,(x-\alpha')+\beta'$$

Y la ecuacion de la recta que pase por los dos puntos α β, α' β'.

$$y=\frac{\beta'-\beta}{\alpha'-\alpha}(x-\alpha)+\beta$$

85. Dos rectas paralelas tienen iguales las tangentes trigonometricas a. Así, pues. sus ecuaciones serán

$$y=ax+b \quad » \quad y=ax+b'$$

86. Dos rectas que se cortan tienen iguales coordenadas en el punto de interseccion, y son, puesto que $a\,x+b=a'\,x+b'$,

$$x=\frac{b'-b}{a'-a} \quad » \quad y=\frac{a'b-a\,b'}{a'-a}$$

87. La distancia entre dos puntos cuyas coordenadas son $\alpha\beta, \alpha'\beta'$, es

$$d=\sqrt{(\alpha'-\alpha)^2+(\beta'-\beta)^2}$$

y si uno de los puntos es el orígen, $d=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$; ecuacion que corresponde á un círculo de rádio $=d$

88. Siendo a la tangente del ángulo que forma una recta con el eje X, $\frac{1}{a}$ será la de otra que la sea perpendicular. De lo que se sigue que las ecuaciones de dos líneas perpendiculares entre sí, son

$$y=ax+b \quad » \quad y=-\frac{1}{a}x+b'=a'x+b'$$

La tangente del ángulo que estas líneas forman entre sí, es

$$\text{tang. } \varphi=\frac{a'-a}{1+a\,a'}$$

como lo podemos ver observando que (fórmulas trigonométricas)

$$\text{tang. } (a\pm b)=\frac{\text{tang. } a\pm\text{tang. } b}{1\mp\text{tang. } a\,\text{tang. } b}\ \Bigg\}\ \text{tang. } a=a' \quad » \quad \text{tang. } b=a$$

Puede tambien deducirse de las expresiones, fáciles de hallar, del *seno* y *coseno* de este ángulo φ; las cuales son

$$\text{sen}\,\varphi=\frac{r\,(a'-a)}{\sqrt{1+a^2}\times\sqrt{1+a'^2}} \quad » \quad \cos.\,\varphi=\frac{r\,(1+a\,a')}{\sqrt{1+a^2}\times\sqrt{1+a'^2}}$$

89. Para hallar la longitud de la perpendicular á una recta desde un punto dado $\alpha\,\beta$, observarémos que, siendo la ecuacion de la recta $y=a\,x+b$, y la de la perpendicular $y-\beta=-\frac{1}{a}(x-\alpha)$, que dán, $x-\alpha=\frac{\alpha\,(\beta-b-a\,\alpha)}{1+a^2}$, y sustituyendo en la anterior ecuacion de la perpendicular, y despues los valores de $x-\alpha$ é $y-\beta$ en la de la distancia $d=\sqrt{(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2}$, saldrá, por fin

$$\text{perpendicular}=\frac{\beta-a\,\alpha-b}{\sqrt{1+a^2}},\ \text{y para el orígen } \alpha=o, \beta=o,\ p=\frac{-b}{\sqrt{1+a^2}}$$

90. Con el auxilio de estas ecuaciones se pueden hallar las propiedades de las figuras geométricas terminadas por líneas rectas: asi como de la combinacion de estas ecuaciones y la del círculo, se hallan las propiedades que del mismo círculo y sus líneas demuestra la Geometría.

El área del triángulo que tuviese su vértice en el orígen, seria en funcion de las coordenadas $\alpha\beta$, $\alpha'\beta'$ de los otros vértices

$$S=\frac{\alpha\,\beta'-\alpha'\,\beta}{2}$$

Si siguiese dicha área en funcion de los dos lados de este triángulo, pues que dichos lados son $\sqrt{\alpha^2+\beta^2}=a$ » $\sqrt{\alpha'^2+\beta'^2}=b$ » $\sqrt{(\alpha'-\alpha)^2+(\beta'-\beta)^2}=c$, de-

duciéndose del 3.° $\alpha\alpha'+\beta\beta'=\frac{1}{2}(a^2+b^2-c^2)$, y si del producto a^2b^2 ó de las dos primeras ecuaciones restamos el cuadrado de la última, se tendrá

$$\alpha\beta'-\alpha'\beta=\tfrac{1}{2}\sqrt{4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2}\ ;\quad \text{y si } \tfrac{1}{2}(a+b+c)=p$$
$$S=\tfrac{1}{2}(\alpha\beta'-\alpha'\beta)=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

91. 2.° *Puntos y líneas en el espacio.*

En vez de un plano y dos ejes perpendiculares se suponen ahora 3 planos que cortándose perpendicularmente entre sí, determinarán 3 ejes X, Y, Z, á los que se refieren todos los puntos, y por consiguiente todos los cuerpos en el espacio.

Un punto, en consecuencia, quedará determinado por sus tres perpendiculares $x=a, y=b, z=c$, respectivamente á los planos YZ, XZ, YX, medidas sobre los ejes X, Y, Z. Si, pues, fueren sucesivamente $a=o$, $b=o$, $c=o$, resultarian las ecuaciones de un punto $y=b, z=c$ sobre el plano YZ; $x=a, z=c$, sobre el plano XZ, y $x=a, y=b$ sobre el plano XY. Si fueran cero $a\,b\,c$ de dos en dos las ecuaciones $x=a, y=b$, $z=c$ determinarían un punto sobre los ejes X, Y, Z Por último, $x=o, y=o, z=o$ son las ecuaciones del orígen.

Para determinar las ecuaciones de una línea, se proyectará esta en dos planos coordenados, y las ecuaciones de las proyecciones serán las de la línea. Si los planos coordenados son los XZ y XY, se tendrá

$$z=a'x+b' \quad » \quad y=az+b.$$

Si la recta pasa por el orígen, $z=a'x$, $y=ax$.

Si pasa por dos puntos en el espacio $\alpha\beta\gamma$ $\alpha'\beta'\gamma'$, serán las ecuaciones de la línea

$$y-\beta=\frac{\beta-\beta'}{\alpha-\alpha'}(x-\alpha) \quad » \quad z-\gamma=\frac{\gamma-\gamma'}{\alpha-\alpha'}(x-\alpha)$$

La distancia entre dos puntos en el espacio, $\alpha\beta\gamma$, $\alpha'\beta'\gamma'$, es

$$d=\sqrt{(\alpha-\alpha')^2+(\beta-\beta')^2+(\gamma-\gamma')^2}$$

y si uno de estos puntos es el orígen

$$d=\sqrt{\alpha'^2+\beta'^2+\gamma'^2} \quad \text{ó} \quad d=\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}$$

resultado que expresa la ecuacion de una esfera cuyo centro se halla en el orígen de los coordenados, y cuyo rádio es d.

92. Para hallar directamente las relaciones que existen entre los ángulos que forma una recta cualquiera con los ejes coordenados, relaciones de que se hace
Fig. c mucho uso en la mecánica, supongamos (*fig. c.*)

1.° que la recta OA pasa por el orígen, siendo x, y, z, las coordenadas de A, y α, β, γ los ángulos que forma en O con los ejes X, Y, Z. Por los triángulos AOB, AOD y AOC, rectángulos en B, D, y C, se tendrá

$$\cos.\alpha=\frac{BO}{AO}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \quad » \quad \cos.\beta=\frac{OD}{AO}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \quad » \quad \cos\gamma=\frac{CO}{AO}=\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

ó, por ser $y=az$ y $z=a'x$,

$$\cos.\alpha=\frac{1}{\sqrt{1+a^2+a'^2}} \quad » \quad \cos.\beta=\frac{a}{\sqrt{1+a^2+a'^2}} \quad » \quad \cos.\gamma=\frac{a'}{\sqrt{1+a^2+a'^2}}$$

y de aquí

$$\cos.^2\alpha+\cos.^2\beta+\cos.^2\gamma=1$$

2.° En el triángulo AOB, se tiene $BO=OA\cos.\alpha$: en el OCA

$CO=BB'=OA\cos.\gamma$ » de donde $\frac{OB}{OC}=\frac{x}{z}=\frac{\cos.\alpha}{\cos.\gamma}$. Sería igualmente $\frac{y}{z}=\frac{\cos.\beta}{\cos.\gamma}$ (a)

3.° Por los triángulos AOA' y A'OB, se tiene

$AA' = z = OA \text{ sen. } \theta$ » $OA' = OA \cos. \theta$ » $A'B = y = OA' \text{ sen. } \varphi = OA \cos. \theta \text{ sen. } \varphi$

$$OB = x = OA' \cos. \varphi = OA \cos. \theta \cos. \varphi$$

De cuyas ecuaciones se deduce

$$\frac{x}{z} = \frac{\cos. \theta \cos. \varphi}{\text{sen. } \theta} \text{ » } \frac{y}{z} = \frac{\cos. \theta \text{ sen. } \varphi}{\text{sen. } \theta}$$

por medio de las cuales y las (a), y teniendo presente que θ es complemento de γ resulta,

$$\cos. \gamma = \text{sen. } \theta \text{ » } \cos. \beta = \cos. \theta \text{ sen. } \varphi \text{ » } \cos \alpha = \cos. \theta \cos. \varphi$$

de las que por fin, cuadrando y sumando, se saca otra vez

$$\cos.^2\alpha + \cos.^2\beta + \cos.^2\gamma = 1 \quad \Big\} \quad OA = r = 1 = \text{rádio de la esfera.}$$

93. El coseno del ángulo que forman dos rectas en el espacio es

$$\cos. \varphi = \frac{1 + ab + a'b'}{\sqrt{(1 + a^2 + a'^2)(1 + b^2 + b'^2)}} \qquad (s)$$

Siendo aa' las tangentes de los ángulos de la 1.ª línea con los ejes XY, y bb', las de la 2.ª línea.

94. **Secciones cónicas ó líneas de 2.° órden.** (*fig.* 13) *Fig.* 13.

Si un plano corta en todos sentidos á un cono cualquiera de base circular, resultarán siete secciones, segun el sitio por donde pase y la cantidad de cono en que se interese el plano.

1.ª Si pasa por el vértice S sin tocar la superficie, la seccion será el mismo vértice, y por consiguiente un punto.

2.ª Si en el mismo sitio se le hace girar al plano hasta que toque la superficie, tendrá de comun con el cono la línea recta en que le es tangente.

3.ª Si el plano corta al cono en el sentido del eje producirá dos líneas rectas.

4.ª Si toma una direccion y posicion cualquiera OA, secante á las dos generatrices por la parte inferior ó su prolongacion, la seccion será una elipse, OCA.

5.ª Cuando corta al cono paralelamente á una de sus generatrices, la curva de interseccion es la parábola KA'J.

6.ª Si tomase la direccion AO', las dos ramas PO'Q, LAN, determinarian la hipérbola.

7.ª Por último, si el plano cortase al cono paralelamente á la base, la seccion seria una curva semejante á aquella, y segun el supuesto un círculo.

Tambien resultaria un círculo si el plano secante fuese perpendicular al de las generatrices SB, SD que pasa por el eje, y tal que el ángulo SOA, fuese igual al SDB, y el SAO igual al SBD. Esta seccion es llamada anti-paralela.

Para demostrarlo basta observar que los triángulos GOP y APF (*fig.* 14), son semejantes; por lo que *Fig.* 14.

$$Op \times pA = Gp \times Fp = \overline{Mp}^2.$$

95. Hallemos la ecuacion general de estas curvas; para lo cual supondrémos cortado el cono recto (*fig.* 14) por un plano cualquiera MAO. Consideremos el vértice A de la seccion como orígen de las coordenadas; y concibiendo además un segundo plano horizontal ó paralelo á la base, cuya seccion será el círculo GMF, tendrémos

$$\overline{pM}^2 = Gp \times pF, \text{ ó } y^2 = Gp \times pF.$$

Llamemos

β el ángulo S del vértice } sen. GFS $= \cos. \frac{1}{2}\beta$
α el ángulo OAS } sen. GAF $= \text{sen. } (\pi - \alpha) = \text{sen. } \alpha$
d la distancia AS
$x\,y$ las coordenadas.

En el triángulo A p F, se tiene $p\,F=\dfrac{x \text{ sen. } \alpha}{\cos. \frac{1}{2}\beta}$

En el G O p, $G\,p=\dfrac{p\,O \text{ sen. } (\alpha+\beta)}{\cos. \frac{1}{2}\beta}=(A\,O-x)\dfrac{\text{sen. } (\alpha+\beta)}{\cos. \frac{1}{2}\beta}$

En el S A O, $A\,O=\dfrac{d \text{ sen. } \beta}{\text{sen. } (\alpha+\beta)}$; luego

$$y^2=\frac{\text{sen. } \alpha \text{ sen. } (\alpha+\beta)}{\cos.^2 \frac{1}{2}\beta}\left(\frac{d \text{ sen. } \beta}{\text{sen. } (\alpha+\beta)}x-x^2\right) \qquad \text{(A)}$$

que es la ecuacion general de las secciones cónicas, por comprenderlas á todas como vamos á ver.

En efecto, si el plano de la seccion le vamos haciendo girar alrededor de la recta proyectada en A, el ángulo α irá creciendo desde cero á dos rectos, determinando su límite la tangente SD como última seccion. Variando despues la distancia d cortará el plano secante al cono en todos sus puntos, hasta que, siendo aquel paralelo á la base y $d=o$, la seccion se convierta en un punto.

En este último caso la ecuacion (A) será

$$y^2=-\frac{\text{sen. } \alpha \text{ sen. } (\alpha+\beta)}{\cos.^2 \frac{1}{2}\beta}x^2$$

que solo se verifica cuando $x=o$; lo que da $y=o$, como debe ser.

96. Si además de $d=o$ fuese sen. $(\alpha+\beta)=o$, y despues

sen.$(\alpha+\beta)=-$ sen. $(\alpha+\beta)$, resultaría

$y^2=o\times x^2$ para el primer supuesto, é $y=\dfrac{\text{sen. } \alpha \text{ sen. } (\alpha+\beta)}{\cos.^2 \frac{1}{2}\beta}x^2$ para el 2.°

La primera de estas expresiones dá cero para y por cualquier valor de x, y corresponderá á una recta. La 2.ª da dos valores iguales positivo y negativo que corresponden á dos rectas.

97. Círculo.

Cuando, á causa de uno de los diferentes valores que puede tomar α por el giro del plano secante, llegara este á ser $\alpha+\beta$, ó cuando $\alpha+\beta=\pi-\alpha$, la seccion seria un círculo, y la ecuacion se reducia á $y^2=2d.x.\cos.\alpha-x^2$.

Y puesto que en este caso $d\cos.\alpha=$ al semi-eje ó rádio, llamándole a, será

$$y^2=2a\,x-x^2.$$

Ecuacion del círculo cuando el orígen de las coordenadas está en el vértice ó extremo del diámetro.

Para referirla al centro no hay mas que sustituir por x el valor de la nueva abscisa; lo que daria $y^2=a^2-x^2$.

Para referirla á un orígen fuera de la curva (*fig.* 15) se observará que

$$r^2=(a-x)^2+(y-b)^2=a^2+x^2+y^2+b^2-2\,a\,x-2\,b\,y$$

que es la ecuacion general del círculo, de la que salen las anteriores haciendo $b=o$ y despues, $a=r$, $a=o$.

Fácil seria ver que estas ecuaciones satisfacen todas las propiedades de la curva.

98. Elipse.

Si $\alpha+\beta<\pi$, la ecuacion general (A) quedará la misma y pertenecerá á la elipse de donde procede; y puesto que el factor $\dfrac{d \text{ sen. } \beta}{\text{sen. } (\alpha+\beta)}$ de x, es (73) $A\,O=2\,a$, la ecuacion se convertirá en la siguiente,

$$y^2=\frac{\text{sen. } \alpha \text{ sen. } (\alpha+\beta)}{\cos.^2 \frac{1}{2}\beta}(2\,a\,x-x^2)$$

Si $x=o$ resulta $y=o$: luego la curva tiene su orígen en el vértice.

Si $y=o$ $\{$ $x=o, x=2a$: lo que dice que la curva se halla limitada desde cero á $2a$, puesto que si fuese $x<o$ ó $x>2a$, se tendria para y un valor imaginario.

El mayor valor de $2ax-x^2$ se tiene cuando $x=a$; despues va decreciendo hasta $x=2a$ que hace $y=o$. Si, pues, llamamos b la mayor ordenada, que será cuando $x=a$, y la sustituimos por y resulta

$$\frac{b^2}{a^2}=\frac{\text{sen.}\ \alpha\ \text{sen.}\ (\alpha+6)}{\cos.^2\frac{1}{2}6};\ \text{y entonces}\quad y^2=\frac{b^2}{a^2}(2ax-x^2)\quad \text{(B)}.$$

99. Para referir esta ecuacion al centro no hay mas que sustituir el valor de la nueva abscisa en vez de x; y la ecuacion seria

$$y^2=\frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2)\quad \text{(C)}.$$

100. Referida al vértice de la mayor ordenada b ó eje menor, es

$$y^2=\frac{a^2}{b^2}(2bx-x^2)\quad \text{(D)}.$$

101. *Parámetro* de un eje es una tercera proporcional á este y el otro eje. Llamándole p, será $p=\frac{2b^2}{a}$ el parámetro del eje mayor, y $p=\frac{2a^2}{b}$ el del menor.

Dividiendo el 1.° por $2a$ y el 2.° por $2b$, se tiene

$\frac{p}{2a}=\frac{b^2}{a^2}$, y $\frac{p}{2b}=\frac{a^2}{b^2}$; que, sustituidos en las ecuaciones (B), (D), dan

$$y^2=\frac{p}{2a}(2ax-x^2),$$

ecuacion de la elipse con relacion al parámetro del eje mayor; y la

$$y^2=\frac{p}{2b}(2bx-x^2)$$

con relacion al del eje menor.

102. Si sustituimos por y,x, las coordenadas y', x' de otro punto M′, y comparamos las ecuaciones respectivas de la elipse referidas al centro, resulta

$$y^2 : y'^2 :: (a+x)(a-x) : (a+x')(a-x')$$

que dice que los cuadrados de las ordenadas M P, M′P′ son como los productos de las abscisas; entendiéndose por estas las partes en que queda dividido el eje por las ordenadas.

103. La ecuacion de la elipse referida á su centro es

$$y^2=\frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2)$$

y la del círculo cuyo rádio sea$=a$,

$$Y^2=a^2-x^2;$$

de donde $y=\frac{b}{a}Y$. En la cual, segun sea $b>$ ó $<a$ será $y>$ ó $<Y$. Luego la elipse estará comprendida entre dos círculos trazados con los semi-ejes. Y si fuesen conocidas las coordenadas de uno de estos círculos podríamos, en virtud de la anterior relacion, trazar la elipse por puntos. En efecto, bajando las ordenadas D h, $e\,g$, y tirando la ef, el punto f pertenecerá á la elipse; porque $fh=\frac{b}{a}Y$.

104. La doble ordenada que pasa por los focus es igual al parámetro del eje mayor; y los focus se determinan por la interseccion de un círculo de rádio$=a$, cuyo centro es el vértice del eje menor. La ecuacion de esta construccion seria, $e=\pm\sqrt{a^2-b^2}$, que dá la escentricidad de la elipse.

105. El valor de los rádios vectores se saca directamente de los triángulos rec-

tángulos que forman cada uno con la ordenada y parte de la escentricidad correspondiente. Sus valores son

$$R = a + \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} x; \qquad r = a - \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} x$$

multiplicados, $$R\, r = a^2 - \frac{e^2 x^2}{a^2}$$

y sumados, $$R + r = 2\, a.$$

Con cuya propiedad se traza la elipse por puntos ó un movimiento contínuo, fijando en los focus un hilo ó alambre flexible igual al eje mayor.

Con igual propiedad, de ser la suma de los rádios vectores igual al eje mayor puede tambien deducirse la ecuacion de la elipse.

106. Se llaman tangente, subtangente, normal y subnormal, las porciones de líneas MT, P T. M R, R P; de las que la normal es perpendicular á la tangente. Hallado el valor de una se determina el de las demás por medio de los triángulos que ellas forman con la ordenada y eje de abscisas.

107 .Se llaman diámetros las rectas, que pasando por el centro, dividen en dos partes iguales dos paralelas entre la curva, y diámetros conjugados los paralelos á las tangentes que pasan por los extremos de los diámetros opuestos entre sí. En toda elipse hay 2 diámetros conjugados iguales.

108. Para tirar una tangente á la elipse por un punto M de la curva (*fig.* 17) bastará trazar los rádios vectores, prolongar uno en una cantidad igual á la longitud del otro, y dividir la línea O F′ en dos partes iguales por una perpendicular. Segun esta construccion no puede haber mas punto de contacto con la curva que el M, á fin de que se verifique $R + r = 2\, a$.

Si el punto dado N estuviese fuera de la curva, se tomaria $NG = NF'$ y $FG = 2a$.

Los puntos G, G′ da interseccion de arcos se unen con el focus F; y resultando que $m\,G = m\,F'$, m será un punto de contacto; y por el otro lado, m'.

109. La superficie de la elipse es$=\pi\, a\, b$, porque comparándola con la de un círculo de $2r = 2a$, se tiene por el cálculo integral.

$$\text{Círculo : elipse} :: \int d\,x \sqrt{2\,a\,x - x^2} : \frac{b}{a} \int d\,x \sqrt{2\,a\,x - x^2} :: a : b,$$

y $$\text{elipse} = \text{círculo} \times \frac{b}{a} = \pi\, a^2 \frac{b}{a} = \pi\, a\, b.$$

El rádio de curvatura en un punto cualquiera M es $\rho = \dfrac{N^3}{\frac{1}{4} p^2}$

N=normal p=parámetro.

Tambien es $\rho = \dfrac{\sqrt{R\, r}^{\,3}}{a\, b}$

R, r, rádios vectores.

Haciendo $x = o, x = a$, se tiene para los rádios de mayor y menor curvatura, correspondientes á los vértices del mayor y menor eje

$$\rho' = \tfrac{1}{2} p = \frac{b^2}{a} \qquad \rho'' = \frac{a^2}{b}.$$

110. **Parábola.**

Si en la ecuacion general (A) es $\alpha + \beta = \pi$, será sen. $(\alpha + \beta) = o$,

$$\text{sen.}\,\alpha = \text{sen.}\,\beta = 2\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}\beta\,\cos.\,\tfrac{1}{2}\beta \quad \text{y la ecuacion,}$$

$$y^2 = 4\,d\,\text{sen.}^2\,\tfrac{1}{2}\beta x = p\,x$$

(haciendo $4\,d\,\text{sen.}^2\,\frac{1}{2}\beta = p$).

$x = o$ dá $y = o$; é $y = o$ dá $x = o$: luego el orígen de las coordenadas es el único

punto de contacto con la curva; la cual, en virtud de lo que expresa su ecuacion $y=\pm\sqrt{px}$, se extenderá indefinidamente arriba y abajo del eje de las x.

111. Para un punto cualquiera cuyas coordenadas fueran X, Y, resultaría $Y^2=p\,X$, y comparando con la primera, $Y^2:y^2::X:x$; es decir, que los cuadrados de las ordenadas son como las abscisas correspondientes.

112. La ecuacion de la curva dá un medio de trazarla por puntos. Para ello se toma A H=parámetro p; y describiendo diversas circunferencias H G P... con rádios arbitrarios, á partir de H, y trasladando Am, Am', &, á P M,P' M', &, se tendrá la curva, puesto que en todos los puntos se verifica $y^2=px$.

113. La doble ordenada que pasa por el focus F M es igual al parámetro, y por consiguiente, $\frac{1}{4}p^2=px$, ó $x=$A F$=\frac{1}{4}p$.

114. El rádio vector F M es igual á $\sqrt{y^2+(x-\frac{1}{4}p)^2}$, ó F M$=x+\frac{1}{4}p$, (poniendo $p\,x$ por y^2).

Luego si tiramos la B D (llamada directriz), distante de A $\frac{1}{4}p$, todos los puntos de esta línea estarán á igual distancia del focus que los correspondientes de la curva. Por cuya propiedad podrémos trazarla con un movimiento contínuo fijando un hilo en F y E, (extremo de una escuadra que ha de correr á lo largo de la directriz) siendo el hilo$=$G E$=$F M E.

115. Lo mismo que en la elipse se llaman en la parábola tangente, subtangente, normal y subnormal las M T, P T, M N, P N. Diámetro es toda línea paralela al eje de la parábola partiendo de un punto de esta.

La subtangente P T es doble de la abscisa A P; porque si referimos la curva al punto F en que la tangente corta al eje, y llamamos x' la A T, será $y^2=p\,(x+x')$, y $x=\frac{y^2}{p}-x'$. Pero $\frac{y^2}{p}=x$, luego $x=x-x'$, ó $x'=x-x$; resultado que fuera absurdo si no entendiésemos que lo que nos dice esta expresion es que la subtangente P T se compone de dos abscisas iguales, una positiva A P y otra A T negativa, por estar á la izquierda del orígen comun A. Debe, pues prescindirse del signo negativo y tener x', ó subtangente$=2x$.

La subnormal P N es siempre igual $\frac{1}{2}p$; porque en el triángulo T M N, es

$$\text{P N}=\frac{\overline{\text{P M}}^2}{\text{P T}}=\frac{y^2}{2\,x}=\frac{p\,x}{2\,x}=\tfrac{1}{2}p.$$

La tangente M T divide el ángulo F M G en dos partes iguales; porque, si tratando de tirar la tangente, uniésemos para ello F con G, punto de interseccion de la directriz y el diámetro que pasa por M, y dividiéramos por mitad la FG con una perpendicular (que no podria ser otra que la tangente, puesto que F M$=$G M) los ángulos en M serian iguales por opuestos á lados iguales.

De este modo puede tirarse una tangente á la curva por un punto dado en ella. Tambien se puede hacer esto con suma facilidad tirando una perpendicular al extremo de la normal, siempre determinada por ser la subnormal conocida é $=\frac{1}{2}p$. Si el punto estuviera fuera de la curva, en N', por ejemplo, con un rádio N F se señala F G, y tirando el diámetro G M se tendrá el punto de tangencia; puesto que G M$=$F M.

116. La superficie del semisegmento A P M, es $S=\frac{2}{3}xy$ (*) lo que demuestra que la parábola es una curva cuadrable.

(*) Con efecto; siendo $\int y\,dx$, la superficie de toda curva, para la parábola será $\int y\,dx=\int dx.\sqrt{p\,x}=p^{\frac{1}{2}}.\,\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}x\sqrt{p\,x}=\frac{2}{3}\,xy.$

La longitud de un arco $AM=s$ es

$$s=\sqrt{x^2+\tfrac{1}{2}p}\,x+\tfrac{1}{4}p \text{ log. hip.}\left[\sqrt{\frac{x}{\frac{1}{4}p}}+\sqrt{\frac{x}{\frac{1}{4}p}+1}\right];$$

y la de otro cualquiera M M', $s_{,}=AM'-AM=s'-s$

El rádio de curvatura en un punto cualquiera es, $\rho=\dfrac{N^3}{\frac{1}{4}p^2}$

y en el vértice,

$$\rho=\tfrac{1}{2}p.$$

117. Hipérbola.

Figs. 13, 19 Siendo $\alpha+\beta>\pi$ el plano secante encontrará la prolongacion del cono y producirá la hipérbola. La distancia d es ahora A O' (*fig.* 13), y por el triángulo A O'S verémos que $O'=-(\pi-\alpha-\beta)$, y sen. $O'=-$sen. $(\alpha+\beta)$. La ecuacion (A) quedará la misma para la hipérbola con solo mudar el signo á sen. $(\alpha+\beta)$, ó, lo que es lo mismo, á $-x^2$. Así, tendrémos

$$y^2=\frac{\text{sen. }\alpha\text{ sen. }(\alpha+\beta)}{\cos.^2\frac{1}{2}\beta}\left(\frac{d\text{ sen. }\beta}{\text{sen. }(\alpha+\beta)}x+x^2\right)$$

Desde luego podemos notar que esta ecuacion, que solo lo difiere de la hallada para la elipse en el signo de x^2, tendrá ó dará, por consecuencia, propiedades idénticas á las de aquella curva. Puesta la ecuacion en valores de los ejes $a\,b$ será

$$y^2=\frac{b^2}{a^2}(2\,a\,x+x^2).$$

Si $y=o$, $x=o$ y $x=-2\,a$. Luego la curva corta el eje de las x en dos puntos, B y B', uno el orígen B y otro distante de él á la izquierda la cantidad $2\,a$.
Si $x=o$, $y=o$: es decir, que solo toca la curva al eje de las ordenadas en el orígen.

Cuanto mayor sea x mayores son las ordenadas, y por tanto, la curva se extenderá indefinidamente á la derecha, arriba y abajo del eje de las abscisas.

Si x es negativa, $y^2=\dfrac{b^2}{a^2}\cdot(x^2-2ax)$ En cuya ecuacion se ve que mientras se tenga $x<2\,a$ el valor de la expresion será imaginario; lo que quiere decir que en el eje $BB'=2a$ no hay rama de curva. Siendo $x=2a$, resulta $y=o$; punto que corresponde al orígen de la 2.ª rama; y si $x>2\,a$ la curva crece en iguales términos que la rama de la derecha.

($BB'=2\,a=$ 1.er eje. $bb'=2b=$ 2.° $A=$ centro.)

118. Referida á su centro la curva, su ecuacion será

$$y^2=\frac{b^2}{a^2}(x^2-a^2)$$

Referida al parámetro del 1.er eje

$$y^2=\frac{p}{2a}(2\,a\,x+x^2)$$

119. Del mismo modo que en la elipse se verifica

$$y^2:y'^2::(x+a)\,(x-a):(x'+a)\,(x'-a)$$

Las abscisas que representan estos productos son B P, B' P.

Diámetros son las líneas que como $m\,m'$ pasan por el centro y terminan en la curva. Están divididos en dos partes iguales.

120. Si $b=a$, $y^2=x^2-a^2$, ecuacion de la hipérbola equilátera, es decir, de la hipérbola cuyos ejes son iguales.

121. La doble ordenada que pasa por los focus es $p=\dfrac{2b^2}{a}=$ parámetro del primer eje.

Para hallar los focus se sustituye su ordenada ó el parámetro en la ecuacion referida al centro, y se tiene $y=\pm\sqrt{a^2+b^2}$. Para su construccion se forma el triángulo rectángulo ABE, en que BE$=b$, y con el rádio AE se lleva E á F y F'.

122. Los rádios vectores son $MF=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}-a$; $F'M=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}+a$, y restando, $F'M-FM=2a$. Propiedad contraria á la de la elipse, por la que se puede trazar la curva por puntos y aun por un movimiento contínuo. En el 1.er supuesto se harán dos arcos de círculo desde ambos focus con los rádios $r=$BO arbitrario y $R=B'O=2a+BO$. Para trazarla por un movimiento contínuo se fija una regla F'MQ, de modo que gire alrededor de F'. Se ata en Q *y* F un hilo tal que $F'MQ-FMQ=2a$, y el punzon que mantenga tirante el hilo trazará la curva siguiendo el movimiento de la regla.

123. Igualmente que en la elipse hay en la hipérbola diámetros conjugados, tángente, subtangente normal y subnormal. Hay además otras dos líneas VU, V'U', que pasan por el centro y comprenden ambas ramas de la curva sin tocarla jamás; por cuya propiedad se llaman estas rectas asíntotas.

124. Para tirar una tangente en un punto M de la curva, se toma en el rádio vector F'M la MG=MF; unidos luego F y G se tira la mT perpendicular al medio de FG, que será la tangente; puesto que se tiene $F'M-FM=2a$. Por esta construccion queda dividido en dos partes iguales el ángulo formado por los dos rádios vectores.

125. Para trazar las asíntotas basta levantar la perpendicular BE$=b$, y unir E con A. Lo mismo por la parte inferior. En efecto, la tang. de BAE$=\frac{b}{a}$, y $BE=AB\times\frac{b}{a}=b$. La fraccion $\frac{b}{a}$, tangente de BAE, es el límite de todas las tangentes: en consecuencia de lo cual las asíntotas son las tangentes de la curva al infinito. Para convencerse de ello no hay mas que observar que el ángulo MTF tiene por tangente trigonométrica $\frac{bx}{a\sqrt{x^2-a^2}}$; y dividiendo por x ambos términos queda $\frac{b}{a}\times\frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}}$, en cuya expresion cuanto mayor sea x tanto menor es la fraccion sin llegar jamás á ser nula. Su límite será cuando $x=a$, en cuyo caso el punto T se habrá confundido con el A.

126. Para hallar la ecuacion de la hipérbola referida á sus asíntotas, no hay mas que tirar á una de estas, desde un punto M de la curva, una recta MQ paralela á la otra línea. De lo que resultarán las nuevas coordenadas MQ, OQ, ó y' x', cuyos valores se sustituirán en la ecuacion de la hipérbola con relacion á sus ejes Estos valores son los siguientes

$$x'=OQ=\frac{Os}{\cos.\alpha},\quad y'=\frac{Qm}{\text{sen.}\,\alpha},\ \text{pues que ángulo } QMm=\alpha$$

pero $Os=x-Mm=x-y'\cos.\alpha$; $Qm=x'\,\text{sen.}\,\alpha-y$; luego

$$\left.\begin{array}{l} x'\cos.\alpha=x-y'\cos.\alpha \\ y'\,\text{sen.}\,\alpha=x'\,\text{sen.}\,\alpha-y \end{array}\right\} \begin{array}{l} x=\cos.\alpha\,(x'+y')=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}(x'+y') \\ y=\text{sen.}\,\alpha\,(x'-y')=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}(x'-y') \end{array}$$

sustituyendo en $y^2=\frac{b^2}{a^2}(x^2-a^2)$, queda

$$x'\ y'=\tfrac{1}{4}(a^2+b^2).$$

Si la hipérbola es equilátera, $b=a$ y $x'\ y'=\frac{1}{2}a^2$, en cuya ecuacion el producto de las coordenadas es igual á la mitad del cuadrado del 1.er semi-eje.

Tirando las B D, B D'; resulta igualmente $\overline{BD}^2=x'\ y'=\frac{1}{4}(a^2+b^2)$, cuya expresion es lo que se llama *potencia de la hipérbola.*

127. Seria fácil probar que las partes Z r, Z' r' de una secante Z Z', interceptadas por la curva y las asíntotas, son iguales. Con cuya propiedad se puede trazar la hipérbola facilísimamente dadas que sean las asíntotas y un punto de la curva, puesto que no hay mas que tirar por este punto cuantas líneas se quieran y tomar, desde sus intersecciones con la asíntota opuesta, las distancias determinadas por el punto dado y la asíntota correspondiente.

128. Puede suponerse otra hipérbola J K J' K' entre los ángulos superior é inferior de las asíntotas: cuya ecuacion con relacion á estas líneas sería la misma que la anterior, puesto que ambas tienen igual potencia.

Por causa de semejante relacion se llaman estas curvas hipérbolas conjugadas.

El área de la hipérbola comprendida entre el vértice y una doble ordenada $2y$ cuya abscisa fuera x' es,

$$S=2\frac{b}{a}\int dx'\,(2ax'+x'^2)^{\frac{1}{2}}=2\sqrt{px'}\left(\frac{2}{3}x'+\frac{x'^2}{10a}-\frac{x'^3}{112a^2}+\frac{x'^4}{576a^3}-\&\right)$$

Su rádio de curvatura en un punto cualquiera es, $\rho=\frac{N^3}{\frac{1}{4}p^2}$ y tambien

$$\rho=\frac{\sqrt{\overline{Rr}^3}}{ab}\Big\}\ x=a\quad \text{dá}\quad \rho=\tfrac{1}{2}p=\frac{b^2}{a}$$

129. Al tratar de las coordenadas polares se verán las ecuaciones polares de todas estas curvas.

130. En toda esta doctrina hemos procedido al análisis por consideraciones sintéticas. Iguales resultados hubiéramos obtenido por el método contrario, es decir, dada la ecuacion general de 2.° grado entre dos variables x, y

$$Ay^2+Bxy+Cx^2+Dy+Ex+F=o$$

determinar las diferentes líneas de este grado que puede representar, formas que deben afectar, y sus propiedades especiales.

131. Modo de conocer á qué curva de 2.° grado puede pertenecer un arco dado.

Cuando se nos dá un arco desconocido y queremos saber si pertenece á alguna curva de 2.° grado, se tirarán primero dos paralelas que corten la curva, y, divididas por su mitad, se verá si la línea prolongada que une estos dos puntos medios divide tambien en dos partes iguales otra 3.ª paralela. Si esto se verifica, la curva será parte de una seccion cónica, y la recta por en medio de las paralelas representará uno de sus diámetros. Para saber despues el carácter de esta curva se repetirá la operacion en otra parte cualquiera de ella: y si el diámetro nuevamente hallado fuera paralelo al 1.° la curva sería una parábola; si le cortase por la parte cóncava, la línea sería una elipse ó círculo, y si por la convexa una hipérbola.

Para determinar despues las líneas propias de la curva que haya resultado, bastará hallar un diámetro como acabamos de indicar; dividirle en dos partes iguales si la curva fuera elipse ó hipérbola para tener el centro, desde el cual se cortará la curva dada con un rádio cualquiera; teniendo así dos puntos que, unidos

por una recta, y tirada á ella una perpendicular desde el centro dará el eje mayor. Si la curva fuese parábola se tiraria una perpendicular cualquiera á uno de sus diámetros, la que dividida en su medio nos dará el punto por donde pasará el eje perpendicularmente á ella.

Las demás líneas se encuentran fácilmente como antes se ha explicado, ó consultando sus ecuaciones.

Conocimiento de algunas otras curvas interesantes engendradas por la línea recta y el círculo.

132. **Espiral de Arquímedes.** (*fig. d*) *Fig. d*

Si mientras un rádio traza su circunferencia, se supone que su extremo b, ó un punto independiente en este sitio, recorre todo el rádio ba, marchando ambos uniformemente, de modo que b llegue á a, cuando se termine la circunferencia, la curva que por este doble movimiento resulte será la espiral bca.

Si, pues, se divide la circunferencia del círculo regulador en cierto número de partes iguales y en otras tantas el rádio, llevando estas partes, á empezar de b, sobre cada uno de los diámetros, resultarán otros tantos puntos de la curva. Si se quiere una 2.ª espiral, se prolongará el rádio otro tanto, dividiendo la nueva línea en igual número de partes que la $b\,a$, con lo que, y por igual procedimiento que antes, se tendrá la 2.ª curva ó prolongacion de la 1.ª *a. c.* 16.

Para hallar su ecuacion, sea C la longitud de la circunferencia correspondiente á la 1.ª espiral, r el rádio, x la abscisa ó longitud del arco relativo al punto que se considera, (e por ejemplo), y la ordenada ó rádio vector el $b\,c$.

Por el movimiento uniforme generador resulta la proporcion,

$$C : x :: r : y, \text{ de donde } \quad y = \frac{rx}{C} = \frac{x}{2\pi}$$

La subtangente es $T = \frac{x^2}{2\pi r}$; será, por consiguiente, perpendicular al rádio vector. Cuando $x = C = 2\pi r$, $T = 2\pi r$ ó la circunferencia rectificada.

Esta espiral puede aplicarse en la mecánica industrial á producir un movimiento rectilíneo por otro curvilíneo, estando siempre en relacion constante la velocidad de ascension del vástago, con la de rotacion de la espiral.

La ecuacion $y = \frac{x}{2\pi} = kx$, se puede considerar como fundamento de la numerosa familia de espirales, representada por la $y = k\,x^m$.

Siendo $m = -1$ resulta $yx = k$, perteneciente á la *espiral hiperbólica*.

Si se toma para y Cc en vez de bc, la ecuacion $y^2 = ks$ pertenecerá á la *espiral parabólica*, cuya generacion se puede comprender concibiendo el eje de la parábola tangente al círculo primitivo; con lo que las ordenadas se cunfundirán con los rádios.

133. **Curva cuadratriz.** (*fig. e*) *Fig. e*

Del movimiento simultáneo y uniforme del rádio AO alrededor de O, y de la tangente AT paralelamente á sí misma, de modo que, al terminar el uno en B termine la otra en O, resulta, por las intersecciones a, b, c, &, la curva AC llamada *cuadratriz*.

Para hallar su ecuacion observemos que á las ordenadas circulares A1, A2, &, corresponden las abscisas A1′, A2′, & : con lo cual, y á causa de la proporcionalidad entre los arcos y partes del rádio, en virtud del movimiento uniforme, se tiene

$$\tfrac{1}{2}\pi : r :: y : x \quad \text{ó} \quad \pi : 2r :: y : x$$

de donde

$$y = \pi \frac{x}{2r} \quad \text{ó} \quad x = \frac{2ry}{\pi}$$

Idéntica aplicacion puede hacerse en la mecánica industrial con esta que con la anterior curva.

Por medio de ella, tambien, se puede verificar la multiseccion del ángulo; pues determinada que sea la cuadratriz, si suponemos el ángulo AO3 (para dividirle en tres partes), bajando luego la $c3'$, y dividida la $3'$A en 3 partes iguales, las $1'a$, $2'b$,$3'c$, darán por su interseccion con la cuadratriz los puntos a, b y c que resuelven la cuestion.

Para la ecuacion polar de esta curva, si O es el polo, $Oa = z$ el rádio vector, y si prolongamos Oa hasta 1, tendrémos,

$$O1 : OD :: Oa : O1', \text{ ó } r : \cos. y :: z : r - x \quad \text{y} \quad z = \frac{r(r-x)}{\cos. y}$$

ó poniendo por x su anterior valor $\frac{2ry}{\pi}$

$$z = \frac{r^2(\pi - 2y)}{\pi \cos. y}$$

Para cuando $y = \frac{1}{2}\pi$, resultaria indeterminado el valor de $OC = z$. Mas si se diferencia el 2.° miembro, se tendrá para este caso, $z = \frac{r^2}{\frac{1}{2}\pi}$; es decir, que OC será una media proporcional al cuadrante y el rádio.

Si fuera conocido el punto C se hallaria con la última ecuacion la cuadratura del círculo, puesto que el cuadrante sería la relacion entre dos líneas.

Fig. f **134. Cisóide** (*fig. f*)

La *Cisóide* es una curva AF que resulta, como lo demuestra la figura, de tomar en las secantes al círculo generador Ob'A las distancias $Ab = Bb'$ &, ó A $b' = $B b &.

Siendo $AO = 2r$ el eje de la Cisóide y A el vèrtice, se tendrá $db'^2 = Od \times Ad$; pero $Od = Ab'' = x$ (puesto que $Bb' = Ab$), y $Ad = 2r - x$, luego $db' = \sqrt{2rx - x^2}$; y por los triángulos db'A, bb''A, es $x(\sqrt{2rx - x^2}) = y(2r - x)$; de donde

$$y^2 = \frac{x^3}{2r - x}.$$

Si $x = 2r$ resulta $y = \pm\infty$. La curva se extenderá, pues, indefinidamente á uno y otro lado del punto O sin tocar jamás á la tangente TT', que será su asíntota. = El espacio asintótico entero comprendido por la tangente y las dos ramas de la curva es igual á $3\pi r^2$, ó tres veces la surperficie del círculo generador.

Fig. g **135. Cyclóide** (*fig. g*)

Se llama Cyclóide la curva que describe un punto P (*fig. g*) tomado en un círculo PRQ (generador) al rodar este sobre una recta indifinida OX, que es la base de la curva.

Si la generacion empieza en O, donde se supone el orígen de las coordenadas, al llegar el punto P á la posicion que representa en el círculo PRQ, el arco PR será igual á la línea OR; y cuando haya terminado su carrera hasta encontrar de nuevo el punto P á la base OX en O', la línea OO' será la circunferencia desarrollada del círculo generador: por manera que base $= 2\pi r$; y cualquier arco

$$PR = OR = \text{arco } [\text{sen} = Ps = \sqrt{(2r - y)y}]$$

Así, la abscisa $OP' = x = OR - P'R$, ó $x = \text{arco } (\text{sen} = \sqrt{2ry - y^2}) - \sqrt{2ry - y^2}$,

ó $$x = \text{arco } (\text{sen. ver.} = y) - \sqrt{2ry - y^2}$$

serán las ecuaciones de la Cyclóide para el orígen en el punto de partida.

Si este se hallara en el centro de la base, la ecuacion sería

$Ps'' = x =$ arco (sen. $= \sqrt{(2r-y)y}) + \sqrt{(2r-y)y}$; su ecuacion diferencial es

$$dx = \frac{y\,dy}{\sqrt{2ry-y^2}} = dy\sqrt{\frac{y}{2r-y}}$$

La tangente es $PT = \frac{y\sqrt{2ry}}{\sqrt{2ry-y^2}}$. Subtangente $P'T = \frac{y^2}{\sqrt{2ry-y^2}}$. Normal $PR = \sqrt{2ry}$.

Subnormal $P'R = \sqrt{2ry-y^2}$. Rádio de curv.ª $PM = 2\sqrt{2ry}$ = doble de la normal.

La tangente prolongada pasa por el extremo Q del diámetro, como se puede ver comparando los triángulos PP'T y TRQ: por lo que dicha prolongacion será siempre la cuerda del arco suplementario al generador. La cuerda de este arco es la normal: el doble de la normal es el rádio de curvatura del punto correspondiente, tangente á su vez al arco invertido de la Cyclóide inferior; por consiguiente la evolvente del arco Cyclóidal OK es un arco cyclóidal igual á la evoluta en sentido inverso $= 4r$; y por tanto la Cyclóide total $= 8\,r$.

Las horizontales ab, cd &, son respectivamente iguales á los arcos bk, dk, &; puesto que tiradas las cuerdas $P''O_{,}$... y sus paralelas PR... tendrémos

$$PP'' = RO_{,} = OO_{,} - OR = \pi r - \text{arco } PR = \text{arco } P''K$$

El área de la Cyclóide es

$$S = \tfrac{3}{2}\,rx - \tfrac{1}{2}y\sqrt{2ry-y^2}$$

Para la semi-Cyclóide es $x = \pi r$, $y = 2r$; y de aquí $S = \frac{3}{2}\pi r^2$

Para toda ella $S = 3\pi r^2$, ó tres veces el área del círculo generador. Así, pues, el espacio, por cada lado, entre el círculo del eje y el contorno de la curva y base, es igual á este círculo.

Trazado.

Para trazar la Cyclóide, determinada que sea la base $= 2\pi r$, el eje $= 2r$ y su círculo generador, divídase este en cierto número de partes iguales, de $O_{,}$ á K, y en igual número de partes la base; y tiradas las paralelas ba dc, fe, &, tómese $ba = O_{,}h'$, $dc = O_{,}f'$ &, y se tendrán diferentes puntos de la curva. Tambien puede trazarse por la interseccion de estas paralelas con los círculos trazados á las alturas h', f', d', &.

136. Epicyclóide.

Se llama Epicyclóide la curva PsP' (*fig. h*) que describe un punto P del círculo generador o P b s' al rodar sobre otro fijo O P S. Si el círculo movible estuviera dentro del fijo, la Epicyclóide seria interna. *Fig. h*

De esta generacion se deduce, que si el círculo generador se divide en partes iguales, los puntos a b c... determinarán sobre el círculo fijo arcos P A, PB... de igual desarrollo que los P a, P b... siendo naturalmente

$$r \times d^{\circ} = R \times D^{\circ}, \quad \text{ó} \quad r\alpha' = R\alpha$$

ó el número de grados del arco P a ó a b, $\alpha' = \frac{R\alpha}{r}$ (teniendo P A ó A B, α°)

Si, pues, se tiran los rádios O A, O B,... y los círculos correspondientes O a, O b..., y de los puntos O', O''... de la circunferencia ó línea de centros del círculo generador, se trazan otros círculos o' A, o'' B... las intersecciones de estos círculos y los concéntricos serán puntos de la Epicyclóide. Igual construccion se hará para la interna.

Si el rádio R del círculo fijo es igual al r del generador, este no describirá mas que una sola Epicyclóide. Si $R = 2r$ habrá dos curvas iguales; y habria 3, 4 &. si fuera $R = 3r$, $R = 4r$ &.

Si en el círculo fijo es $R = \infty$ la curva se convierte en una Cyclóide. Si el cír-

culo generador inferior tiene su rádio $r=\frac{1}{2}$R, la Epicyclóide interna será la recta P P'.

Para tirar una tangente á esta curva, elegido que sea el punto s de tangencia, y trazado el arco $s\,s'$, se llevará el desarrollo de Ps' sobre P A S, á cuyo punto, S corresponde el círculo $o^{VI}s$. La línea $S\,s$ será la normal, y su perpendicular en s la tangente pedida.

137. Líneas de órden superior al 2.°

Cuando las ecuaciones que se hayan de discutir ó construir sean de 3.° 4.° ó mas grados con dos incógnitas, las líneas que representen serán curvas del mismo grado, cuyas raices, en el supuesto de hacer la ordenada $y=o$, determinarán los puntos de interseccion de estas curvas con el eje X.

Una ecuacion del grado n tendrá

$1+2+3+\ldots n+1=1+\frac{3}{2}n+\frac{1}{2}n^2$ términos, y $\frac{3}{2}n+\frac{1}{2}n^2$ coeficientes,

que son otros tantos puntos por donde puede pasar dicha curva.

Una línea de 1.er órden, en consecuencia, estará determinada por 2 puntos, que es lo que sucede á la línea recta: otra de 2.° órden la determinarán $\frac{6}{2}+\frac{4}{2}=5$ puntos; una de 3.° 9 puntos; otra de 4.° 14; &.

Antes de emplearse los métodos de aproximacion que hoy dia se usan hasta el grado de perfeccion que puede desearse, se aplicaban mucho los geómetras á la construccion de las ecuaciones por medio de las curvas mas fáciles de describir; siendo así como se verificaban las de 3.° y 4.° grado empleando dos parábolas ó una parábola y una hipérbola, ó mejor una parábola y un círculo.

Al presente se hace muy poco uso de este método, siendo mas seguido el muy sencillo que á continuacion se expresa.

Sea la ecuacion que se ha de considerar

$$a+b\,x+c\,x^2+d\,x^3=o.$$

Se hará

$$y=a+b\,x+c\,x^2+d\,x^3 \quad » \quad (1)$$

Puesto que $y=o$ conduce á la ecuacion dada, se deduce que las raices de ella serán los puntos de interseccion de la curva con el eje X.

Haciendo la ecuacion (1) homogénea por la introduccion de la unidad, se tiene

$$y=a+\frac{b\,x}{1}+\frac{c\,x^2}{1\times1}+\frac{d\,x^3}{1\times1\times1}$$

cuya construccion es sumamente fácil por medio de las líneas proporcionales
Fig. i abreviándose mucho la operacion por el método siguiente. (*fig. i*)

Tómese A O $=1$ » O $g=a$ » $g\,h=b$ » $h\,i=c$ » $i\,j=d$ » O A'$=x$, A' B'$=y$

Tirando la j B paralela á O X, y uniendo i B se tirará luego la horizontal $j''\,j'$ se unirá e con h y se tirará luego la horizontal $h''\,i'$, que dará la $k\,g$ y el punto g'', teniendo así A' $g''=y$

En efecto, los triángulos j B i, $j'\,j''\,i$ dan, $i\,j'=\frac{d\,x}{1}$, y por consiguiente

$h\,j=c+\frac{d\,x}{1}$. Los $j'e\,h$, $i'\,h''\,h$, dan $h\,i'=\frac{e\,x}{1}+\frac{d\,x^2}{1^2}$, y por tanto

$g\,i'=b+\frac{c\,x}{1}+\frac{d\,x^2}{1^2}$. En fin, los triángulos $i'k\,g$ » $h'\,g''\,g$, dan

$$g\,h'=\frac{b\,x}{1}+\frac{c\,x^2}{1^2}+\frac{d\,x^3}{1^3}$$

Y por tanto $O\,h'=A'\,g''=y=a+\frac{b\,x}{1}+\frac{c\,x^2}{1^2}+\frac{d\,x^3}{1^3}$

Este método es general, y puede servir para cualquiera ecuacion de n términos y grado $n-1$: conociendo así, por cierto número de puntos hallados, el camino que sigue la curva.

138. **Triseccion del ángulo.** (Véase la solucion gráfica por medio de la curva cuadratriz.)

Para dar una idea del método primero, el de la construccion por medio de puntos correspondientes á intersecciones de curvas de 2.° grado, propongámonos hallar la triseccion del ángulo.

Por las fórmulas trigonométricas tenemos

$$\cos. 3a = 4\cos.^3 a - 3\cos. a$$

ó, introduciendo el rádio,

$$\cos. 3a = \frac{1}{R^2}(4\cos.^3 a - 3R^2 \cos. a)$$

Si la incógnita es $\cos. a = x$, y hacemos $\cos. 3a = a$, será $x^3 - \frac{3}{4}R^2 x - \frac{1}{4}R^2 a = o$ ó, multiplicando por x y haciendo $\frac{3}{4}R^2 = b^2$ y $\frac{1}{4}R^2 a = c^3$,

$$x^4 - b^2 x^2 - c^3 x = o$$

Ecuacion que podrémos suponer el resultado de la eliminacion de la incógnita y entre dos ecuaciones de 2.° grado y las dos variables x, y.

Tomando arbitrariamente para la

$$\left.\begin{array}{ll}\text{ecuacion 1.}^{\text{a}}, & x^2 = ky \\ \text{la 2.}^{\text{a}}\text{ será necesariamente} & y^2 = \frac{b^2}{k^2}\left(x^2 + \frac{c^3}{b^2}x\right)\end{array}\right\} \quad (a)$$

Ecuaciones, la 1.ª de una parábola y la 2.ª de una hipérbola, que, para $x = o$ dará el 1.er punto de interseccion ó el orígen: raiz que proviene del factor introducido x. Los otros 3 puntos darán las tres raices de la ecuacion propuesta.

Sumadas las ecuaciones (a) tendrémos el sistema de ecuaciones

$$x^2 = ky$$

$$x^2 + y^2 - \left(\frac{b^2}{k} + k\right)y - \frac{c^3 x}{k^2} = o$$

de las que la 1.ª corresponde á una parábola y la 2.ª á un círculo. La abscisa de punto de interseccion será $= \cos. a$

139. **Duplicacion del cubo.**

El problema de la duplicacion del cubo es igualmente, haciendo $x =$ lado del cubo que se busca, y a el del conocido,

$$x^3 = 2a^3, \quad \text{ó} \quad x^4 = 2a^3 x$$

que dá lugar á los tres sistemas siguientes:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 = ay \\ y^2 = 2ax \end{array}\right\} \text{dos parábolas.} \qquad \left.\begin{array}{l} x^2 = 2ay \\ xy = a^2 \end{array}\right\} \begin{array}{c}\text{Una parábola} \\ \text{y} \\ \text{una hipérbola.}\end{array} \qquad \left.\begin{array}{l} y^2 = 2ax \\ x^2 + y^2 - ay - 2ax = o \end{array}\right\} \begin{array}{c}\text{Una parábola} \\ \text{y} \\ \text{un círculo.}\end{array}$$

Construyendo las curvas de cualquiera de estos sistemas, la abscisa del punto de interseccion será el lado x del cubo pedido. El sistema último es el que siempre se debe preferir para esta clase de construcciones por la sencillez de la curvas.

ECUACIONES DE LAS SUPERFICIES.

140. 1.° **Superficies planas ó de 1.er grado.**

La ecuacion general del plano con relacion á los tres ejes X Y Z, es

$$Ax + By + Cz + D = o \qquad (b)$$

La cual, por no tener mas que 3 constantes necesarias, quedará determinada por otras tantas condiciones.

Si el plano ha de pasar por 3 puntos dados x', y', z' » x'', y'', z'' » x''', y''', z''', las tres ecuaciones á que daria lugar esta condicion serian idénticas á la (*b*): y de ellas se deducirian las constantes $\frac{A}{D}, \frac{B}{D}, \frac{C}{D}$.

141. La ecuacion de un plano paralelo á otro, pasando por un punto cuyas coordenadas son x', y', z' es

$$A\,(x-x')+B\,(y-y')+C\,(z-z')=o$$

142. Un plano que pase por un punto $x'\,y'\,z'$ perpendicular á una recta dada tiene por ecuacion.

$$a\,(x-x')+b\,(y-y')+z-z'=o \quad \left\{\; a=\frac{A}{C} \quad » \quad b=\frac{B}{C}\right.$$

143. Al contrario, conociendo el plano, las ecuaciones de la recta que le sea perpendicular, son

$$x-x'=a\,(z-z') \quad » \quad y-y'=b\,(z-z')$$

144. El coseno del ángulo que formen dos planos entre sí, es el de las dos rectas que le miden. Trasladando el vértice al orígen, las ecuacionos de estas rectas serán

$$x=\alpha z \;»\; y=\beta z \;\Big\{\; x=\alpha' z \;»\; y=\beta' z \;\Big\}\; \left(\alpha=\frac{A}{C} \;»\; \beta=\frac{B}{C} \;»\; \alpha'=\frac{A'}{C'} \;»\; \beta'=\frac{B'}{C'}\right)$$

145. Sustituyendo, pues, en la ecuacion (*s*) (n.° 93) del coseno de dos líneas en el espacio por $a\,a', b\,b'$ las letras $\alpha\,\alpha', \beta\,\beta'$, tendrémos

$$\cos.\,\varphi'=\frac{1+\alpha\alpha'+\beta\beta'}{\sqrt{(1+\alpha^2+\beta^2)\,(1+\alpha'^2+\beta'^2)}}=\frac{A\,A'+BB'+C\,C'}{\sqrt{(A^2+B^2+C^2)\,(A'^2+B'^2+C'^2)}} \qquad (s')$$

146. Si los planos fuesen entre sí perpendiculares, $\cos.\,\varphi'=o$, y

$$1+\alpha\,\alpha'+\beta\,\beta'=o \quad ó \quad A\,A'+B\,B'+C\,C'=o$$

y si fuesen paralelos,

$$\alpha=\alpha',\ \beta=\beta',\ \text{y } \cos.\,\varphi'=1.$$

De esta expresion (s') se deducen los cosenos de los ángulos del plano con los coordenados; para lo cual basta suponer que uno de aquellos dos planos se convierte sucesivamente en plano de las XY, XZ, ZY; pues siendo para cada uno de estos casos

$$z=o \text{ y } A=o,\ B=o \;»\; y=o,\ A'=o,\ C'=o \;»\; x=o,\ B'=o,\ C'=o,$$

se tiene

$$\cos.\,\varphi_{,}=\frac{C}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \;»\; \cos.\,\varphi_{,,}=\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \;»\; \cos.\,\varphi_{,,,}=\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

ó

$$\cos.\,\varphi_{,}=\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2+\beta^2}} \;»\; \cos.\,\varphi_{,,}=\frac{\beta}{\sqrt{1+\alpha^2+\beta^2}} \;»\; \cos.\,\varphi_{,,,}=\frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2+\beta^2}}$$

PROYECCIONES DE LAS LÍNEAS Y DE LAS ÁREAS.

147. Líneas.

Sabemos que para 3 ejes rectangulares X, Y, Z, las proyecciones sobre ellos de una recta *r* que parta del orígen, siendo α, β, γ, los ángulos que forma la recta con dichos ejes, son

$$x=r\cos.\,\alpha \;»\; y=r\cos.\,\beta \;»\; z=r\cos.\,\gamma$$

Las proyecciones de la misma recta sobre otros ejes rectangulares X′ Y′ Z′, de igual orígen que los anteriores, son

$$x'=r\cos.\,\alpha' \;»\; y'=r\cos.\,\beta' \;»\; z=r\cos.\,\gamma'$$

De cuyas ecuaciones, se deduce,

$$r^2=x^2+y^2+z^2=x'^2+y'^2+z'^2 \qquad (a)$$

148. Si los ejes X′ Y′ Z′ fuesen oblícuos se tendria para el cuadrado de la diagonal *r*

$$r^2=x'^2+y'^2+z'^2+2\,x'\,y'\cos.\,\widehat{X'Y'}+2\,x'\,z'\cos.\,\widehat{X'Z'}+2\,y'\,z'\cos.\,\widehat{Y'Z'}.$$

Llamando a, b, c, los ángulos del eje X con los tres X′ Y′ Z′, se tiene $x = x' \cos. a + y' \cos. b + z' \cos. c$, y como para $y' = o$ $z' = o$ resulta de la ecuacion (a) el máximo por $x' = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, se tendrá para este caso

$$\cos. a = \frac{x}{x'} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

Del propio modo seria,

$$\cos. a' = \frac{y}{x'} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \text{ » } \cos. a'' = \frac{z}{x'} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

siendo a', a'' los ángulos de X′ con los ejes XZ.

149. Areas.

Si α, 6, γ, son los ángulos que un área plana s forma con los planos XY, XZ, YZ, y s', s'', s''' sus proyecciones sobre estos mismos planos, se tendrá

$$s' = s \cos. \alpha \text{ » } s'' = s \cos. 6 \text{ » } s''' = s \cos. \gamma;$$

y de aquí, cuadrando

$$s^2 = s'^2 + s''^2 + s'''^2$$

Si análogamente á las líneas son $m n p$ los ángulos que un plano X′ Y′ forma con los coordenados XY, XZ, YZ, y S′ la proyeccion del área s sobre dicho plano X′ Y′, se tendrá

$$S' = s' \cos. m + s'' \cos. n + s''' \cos. p \qquad (b)$$

Sumadas con estas las dos ecuaciones análogas (correspondientes á los planos, XZ, YZ,) elevando al cuadrado, y observando que
$\cos.^2 m + \cos.^2 n + \cos.^2 p = 1$ y $\cos. m \cos. n + \cos. m' \cos. n' + \cos. m'' \cos. n'' = o$, se tiene

$$S^2 = s'^2 + s''^2 + s'''^2 = S'^2 + S''^2 + S'''^2$$

y de aquí

$$s' = \sqrt{S'^2 + S''^2 + S'''^2 - s''^2 - s'''^2}$$

y para el máximo

$$s' = \sqrt{S'^2 + S''^2 + S'''^2}$$

Con lo que y las (b) se obtendrá

$$\cos. m = \frac{S'}{s'} = \frac{S'}{\sqrt{S'^2+S''^2+S'''^2}} \text{ » } \cos. n = \frac{S''}{s'} \text{ » } \cos. p = \frac{S'''}{s'}$$

150. Transformacion de coordenadas.

Se hace uso de la transformacion de coordenadas cuando conviene simplificar las ecuaciones de las líneas y llegar así con mas claridad al análisis de las mismas.

Cualquiera que sea el sistema de ejes dados X Y, bastará, para obtener la ecuacion de una línea con relacion á los nuevos ejes X′ Y′, determinar el valor que tomarán las coordenadas x, y, de un punto de la línea en funcion de las x', y'.

Si el orígen de los nuevos ejes no es el mismo que el de los antiguos, se agregará al valor que se halle para las coordenadas x, y, z, el que supongan las distancias $\alpha, 6, \gamma$, del nuevo orígen á los antiguos ejes.

Se reducirá, por consiguiente, la cuestion á determinar las coordenadas correspondientes á los nuevos ejes sin variar el orígen.

Por las proyecciones de las líneas sabemos que los ángulos $a\, b\, c$, $a'\, b'\, c'$, $a''\, b''\, c''$ de los ejes rectangulares X, Y, Z con cada uno de los X′ Y′ Z′ (que pueden ser oblícuos ó tambien rectangulares), son

$$\left.\begin{aligned} x &= x' \cos. a + y' \cos. b + z' \cos. c \\ y &= x' \cos. a' + y' \cos. b' + z' \cos. c' \\ z &= x' \cos. a'' + y' \cos. b'' + z' \cos. c'' \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

151. En el espacio.

1.° *Cuando el 1.er sistema es rectangular y el 2.° oblícuo*, resulta

$$\left.\begin{array}{l}\cos.^2 a+\cos^2 a'+\cos.^2 a''=1\\ \cos.^2 b+\cos.^2 b'+\cos.^2 b''=1\\ \cos.^2 c+\cos.^2 c'+\cos.^2 c''=1\end{array}\right\}(b)$$

no quedando, en consecuencia, mas que seis ángulos indeterminados entre estas tres ecuaciones (a)

2.° *Si se pasa de un sistema rectangular á otro tambien rectangular*, á mas de las condiciones (b) se verificarán tambien las siguientes por ser rectangulares los segundos ejes

$$\left.\begin{array}{l}\cos. a \cos. b+\cos. a' \cos. b'+\cos. a'' \cos. b''=o\\ \cos. a \cos. c+\cos. a' \cos. c'+\cos. a'' \cos. c''=o\\ \cos. b \cos. c+\cos. b' \cos. c'+\cos. b'' \cos. c''=o\end{array}\right\}(c)$$

con lo que no habrá mas que 3 indeterminadas.

3.° *Si se pasa de un sistema oblícuo á otro rectangular* no habrá mas que invertir las fórmulas (a)

4.° *Para pasar de un sistema oblícuo á otro oblícuo* se procederia pasando 1.° á un sistema rectangular y de este al oblícuo que se desea. Con lo cual se tendria dos clases de fórmulas (a), que igualadas darian

$$x' \cos. a+y' \cos. b+z' \cos. c=x' \cos. a_{\prime}+y' \cos. b_{\prime}+z' \cos. c_{\prime}$$
$$x' \cos. a'+y' \cos. b'+z' \cos. c'=x' \cos. a_{\prime}'+y' \cos. b_{\prime}'+z' \cos. c_{\prime}'$$
$$x' \cos. a''+y' \cos. b''+z' \cos. c''=x' \cos. a_{\prime}''+y' \cos. b_{\prime}''+z' \cos. c_{\prime}''$$

En las cuales, á causa del sistema rectangular intermedio, se verificarian las condiciones

$$\cos.^2 a+\cos.^2 a'+\cos.^2 a''=1 \quad » \quad \cos.^2 a_{\prime}+\cos.^2 a'_{\prime}+\cos.^2 a_{\prime}''=1$$

con las cuales se reducirian á 12 los ángulos de las (c); y aun á 6 si fueran conocidos los ángulos de ambos sistemas oblícuos.

Fig. j **152. En un plano.** (*fig. j*)

Para la transformacion de coordenadas en el plano, basta suponer $z=o$ en las fórmulas anteriores, ó deducir directamente de la figura los valores de las nuevas coordenadas O C+B D; A D+B C por los tres triángulos O B C, A B D. Se tendria

1.° Para pasar de un sistema oblícuo á otro oblícuo,

$$x=\alpha+\frac{x' \text{sen. } a'+y' \text{sen. } b'}{\text{sen. } \varphi} \quad » \quad y=\beta+\frac{x' \text{sen. } a+y' \text{sen. } b}{\text{sen. } \varphi}$$

2.° *Los antiguos ejes rectos y los nuevos oblícuos.*

$$\varphi=90° \;»\; \text{sen. } \varphi=1 \;»\; \text{sen. } a'=\cos. a \;»\; \text{sen. } b'=\cos. b$$

y
$$x=\alpha+x' \cos. a+y' \cos. b$$
$$y=\beta+x' \text{sen. } a+y' \text{sen. } b$$

3.° *Los dos sistemas rectangulares.*

$$\varphi=90° \;»\; b=90°+a \;»\; \text{sen. } \varphi=1 \;»\; \text{sen. } a'=\cos. a \;»\; \cos. b'=\cos. b=-\text{sen. } a$$
$$\text{sen. } b=\cos. a$$

y
$$x=\alpha+x' \cos. a-y' \text{sen. } a$$
$$y=\beta+x' \text{sen. } a-y' \cos. a$$

4.° *El 1.er sistema oblícuo, y el 2.° rectangular.*

$$b=90°+a \;»\; \text{sen. } b=\cos. a \;»\; \text{sen. } b'=-\cos. a'$$

y
$$x=\alpha+\frac{x' \text{sen. } a'+y' \cos. a}{\text{sen. } \varphi}$$
$$y=\beta+\frac{x' \text{sen. } a+y' \cos. a}{\text{sen. } \varphi}$$

Fig. k

351. Coordenadas polares. (*fig. k*)

Conviene á veces, para mas simplificar los cálculos, emplear las *coordenadas polares* en vez de las rectangulares, : entendiéndose por las primeras la distancia ρ de un punto cualquiera al orígen *P* (llamado polo) y el ángulo θ que ρ forma con una línea dada de posicion *P M* (llamada eje polar.) A la distancia ρ se la dá el nombre de *rádio vector*.

El caso mas general es el representado en la figura *k*, donde, siendo P el polo, A el punto dado, P M el eje polar y X Y los ejes coordenados, se tiene

$$x=\alpha+\mathrm{PB} \quad » \quad y=\beta+\mathrm{AB}$$

y por el triángulo A P B

$$x=\alpha+\frac{\rho \text{ sen. } (\varphi-\theta-\gamma)}{\text{sen. } \varphi} \quad » \quad y=\beta+\frac{\rho \text{ sen. } (\theta+\gamma)}{\text{sen. } \varphi}$$

Expresiones que se simplifican segun los casos particulares.

1.° *El eje polar* P M *paralelo al eje* X. » $\gamma=o$, y por consiguiente

$$x=\alpha+\frac{\rho \text{ sen. } (\varphi-\theta)}{\text{sen. } \varphi} \quad » \quad y=\beta+\frac{\rho \text{ sen. } \theta}{\text{sen. } \varphi}$$

2.° *Los ejes rectilíneos son rectangulares.*

$$\varphi=90° \qquad \text{sen. } (\varphi-\theta-\gamma)=\cos. (\theta+\gamma)$$

y por tanto

$$x=\alpha+\rho \cos. (\theta+\gamma)$$
$$y=\beta+\rho \text{ sen. } (\theta+\gamma)$$

3.° *Ejes rectangulares y el polar* P M *paralelo al* X. En las últimas $\beta=o$, y

$$x=\alpha+\rho \cos. \theta \quad » \quad y=\beta+\rho \text{ sen. } \theta$$

Este último caso es el que generalmente tiene lugar; simplificado todavía mas si el polo se considera en el orígen.

Aplicando estas fórmulas á la ecuacion del círculo referida al centro, y tomando por polo el extremo del diámetro horizontal, siendo entonces $\alpha=-r$ » $\beta=o$ se tendrá

$$x=\rho \cos. \theta-r \quad » \quad y=\rho \text{ sen. } \theta$$

y sustituyendo en $x^2+y^2=r^2$, resultará la ecuacion polar del círculo $\rho=2\,r \cos. \theta$.

Si el polo fuese el centro ú orígen, $\rho=r$ seria la ecuacion polar.

La ecuacion polar de la elipse referida al centro es,

$$\rho=\frac{a\,b}{\sqrt{a^2 \text{ sen.}^2 \theta+b^2 \cos.^2 \theta}}$$

y si el polo pasa al focus, lo que hace $x=x'+e=\rho \cos. \theta+e$ » $(e=\sqrt{a^2-b^2})$ se tendrá

$$\rho=\frac{a^2-e^2}{a+e \cos. \theta}=\frac{b^2}{a+e \cos. \theta}$$

La idéntica de la hipérbola es

$$\rho=-\frac{b^2}{a+e. \cos. \theta}$$

La de la parábola

$$\rho=\frac{\frac{1}{2}p}{1+\cos. \theta}$$

Todas ellas nacen de la 1.ª puesta en funcion del parámetro, porque, siendo $b^2=\frac{1}{2}p\,a$,

$$\rho=\frac{\frac{1}{2}\,p}{1+\frac{e}{a}\cos. \theta} \qquad \text{para la elipse}$$

Si $e>a$ y a negativa se tiene la de la hipérbola.

Si $e>a$ y a infinita, se tiene la de la parábola.

Si $e=o$, $\rho=\frac{1}{2}p=r$, que es la del círculo.

158. Para pasar de una ecuacion polar á otra de coordenadas rectangulares $x\,y$, se pondrá

$$\text{sen.}\,\theta=\frac{y}{\rho}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \text{ » } \cos.\,\theta=\frac{x}{\rho}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

352. 2.° **Superficies curvas ó de 2.° grado.**

Se llama *plano diametral* de una superficie de 2.° grado al que divide en dos partes iguales un sistema de cuerdas paralelas; y si esto se verificase perpendicularmente, el plano se llamaria *plano diametral principal.*

Dos planos diámetrales producen por su interseccion un *diámetro;* y si aquellos fueren principales, la interseccion seria un *eje* de la superficie, y los dos puntos en que el eje la corta serían los *vértices;* siendo, por fin, el *centro* el punto comun á tres planos diametrales.

La ecuacion mas general de estas superficies, referida á un sistema de ejes rectangulares, cuyo orígen es un vértice de dicha superficie, es

$$Ax^2+By^2+Cz^2+Mx=o \qquad (a)$$

Si el orígen estuviese en el centro, ó si movemos paralelamente á sí mismo el sistema XYZ, llevando el orígen á un punto del eje X, siendo $x=x'+m'$, $y=y'$ » $z=z'$, y si se hace en la ecuacion que resulta la condicion $m'=-\frac{M}{2A}$, llamando P la parte constante, se tendrá, despues de suprimir los acentos de x', y', z',

$Ax^2+By^2+Cz^2=P$ (ecuacion para las superficies con centro.)

y si A=o en la ecuacion (a), lo que supone que el centro está al infinito, pues que $m'=o$

$By^2+Cz^2+Mz=o$ (ecuaciones para las superficies sin centro.)

De estas ecuaciones nacen estas otras

Superficies con centro	$Ax^2+By^2+Cz^2=P$	(Elipsóide)	(b)
	$Ax^2+By^2-Cz^2=P$	(Hiperbolóide de una hoja)	
	$Ax^2-By^2-Cz^2=P$	(Hiperbolóide de dos hojas)	

ó, por ser las intersecciones de los ejes con la superficie,

$$x=\pm\sqrt{\frac{P}{A}}=\pm a \text{ » } y=\pm\sqrt{\frac{P}{B}}=\pm b \text{ » } z=\pm\sqrt{\frac{P}{C}}=\pm c$$

se tendrá en expresion de los semiejes

$$\left.\begin{array}{l} b^2c^2x^2+a^2c^2y^2+a^2b^2z^2=a^2b^2c^2 \\ b^2c^2x^2+a^2c^2y^2-a^2b^2z^2=a^2b^2c^2 \\ b^2c^2x^2-a^2c^2y^2-a^2b^2z^2=a^2b^2c^2 \end{array}\right\}. \qquad (c)$$

Superficies sin centro.	$By^2+Cz^2=Qx$	(Parabolóide elíptico)	(d)
	$By^2-Cz^2=Qx$	(Parabolóide hiperbólico)	

Fig. l 353. **Elipsóide.** (*fig. l*)

Las secciones de planos coordenados sobre el elipsóide se obtienen haciendo sucesivamente en la 1.ª de las (b) $z=o$, $y=o$, $x=o$; siendo asi

$$Ax^2+By^2=P \text{ » } Ax^2+Cz^2=P \text{ » } By^2+Cz^2=P \qquad (e)$$

ecuaciones todas de otras tantas elipses, que se ven en la figura. Los ejes son todos reales.

Las secciones por planos paralelos á los coordenados son siempre elipses, que van disminuyendo de magnitud hasta reducirse á un punto en uno de los 6 vértices de la superficie.

Si los ejes son iguales entre sí, $A = B = C$, el elipsóide se convierte en una esfera. Si fueran iguales de dos en dos, $A = B$, ó $B = C$, ó $A = C$, el elipsóide será de revolucion.

Si $A = o$, ó $B = o$, ó $C = o$, ó bien si fuese infinito uno de los ejes a, b, c, la superficie se convertiria en un cilindro proyectante cuya base es una de las ecuaciones (e). Pero si fuesen cero á la vez dos de los tres coeficientes A, B, C, ó infinitos dos de los tres ejes, la superficie degeneraria en dos planos paralelos.

Si $P = o$ la superficie se reduciria á un punto.

354. Hiperbolóide de una hoja. (*fig. m*) Fig. m

Haciendo igualmente $z = o$, $y = o$, $x = o$ en la 2.ª de las ecuaciones (b) se tendrán las tres secciones por los planos coordenados

$$Ax^2 + By^2 = P \quad » \quad Ax^2 - Cz^2 = P \quad » \quad By^2 - Cz^2 = P;$$

ó en expresion de los semiejes,

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2 \quad » \quad c^2x^2 - a^2z^2 = a^2b^2 \quad » \quad c^2y^2 - b^2z^2 = a^2b^2$$

correspondientes, la 1.ª á una elipse por el plano X Y, y las otras á dos hipérbolas por los X Z, Y Z. Los ejes a, b son reales y el c imaginario, puesto que para este

$$z = \pm\sqrt{-\frac{P}{C}} = \pm\sqrt{-1} \times c$$

Los secciones por planos paralelos á los coordenados son tambien idénticas á estas, iguales de dos en dos, y simétricamente colocadas respecto de los ejes.

La superficie cambia de curvatura en los puntos $a a'$, $b b'$, y las ecuaciones de las hipérbolas en este caso son

$$z = \pm\frac{c}{a}x \quad » \quad z = \pm\frac{c}{b}y$$

que son las de las asíntotas de las hipérbolas principales producidas por los planos coordenados X Z, Y Z.

Si $A = B$ ó $a = b$ el hiperbolóide es de revolucion.

Si A ó B ó C son cero, ó si fuere infinito uno cualquiera de los ejes de la superficie, se reduciría esta á uno de los tres cilindros proyectantes de base elíptica ó hiperbólica.

Si á la vez fuesen infinitos dos ejes, ó $A = B = o$, ó $B = C = o$, la superficie se se convertiria en dos planos paralelos.

Y por fin, si $P = o$, la ecuacion 2.ª de las (b) representaria un cono cuyo vértice estaria en el orígen; al que se llama *cono asintótico*, por ser el lugar de las asíntotas de todas las hipérbolas determinadas por planos verticales ó que pasan por el eje Z.

355. Hiperbolóide de dos hojas. (*fig. n*) Fig. n

Siguiendo igual rumbo que hasta aquí, al considerar la ecuacion 3.ª de las (b), observando antes que los ejes b, c son imaginarios y el a real, por tener

$$x = \pm a \quad » \quad y = \pm b\sqrt{-1} \quad » \quad z = \pm c\sqrt{-1},$$ tendrémos

Secciones principales

$Ax^2 - By^2 = P$	Ecuacion de una hipérbola	por el plano X Y
$Ax^2 - Cz^2 = P$	Id. id.	por el plano X Z
$By^2 - Cz^2 = P$	No hay seccion.	

Las secciones por planos paralelos á los coordenados producen tambien hipérbolas por los correspondientes á los X Y, X Z; pero los paralelos al Y Z solo dan dos puntos, segun que pasen por los vértices á las distancias $+a, -a$. Si pasaren á mayor distancia á derecha ó izquierda, las secciones serian elipses.

Si $B = C$ ó $b = c$ el hiperbolóide lo es de revolucion.

Si $B=o$ ó $C=o$ ó infinito uno de los ejes imaginarios, la superficie es la de dos cilindros proyectantes sobre bases hiperbólicas.

Si $B=C=o$, habrá entonces dos planos paralelos que pasarán por los vértices reales.

Si $P=o$ el hiperbolóide se transforma en un cono exterior llamado *asintótico*, por ser el lugar de todas las asíntotas de las diversas hipérbolas por el eje $2a$.

Las secciones de este cono por ZX y ZY son

$$z=\pm x\sqrt{\frac{A}{C}} \quad » \quad y=\pm z\sqrt{\frac{C}{B}}$$

Fig. o 356. **Parabolóide elíptico.** (*fig. o*)

La ecuacion 1.ª de las (*d*) $By^2+Cz^2=Qx$ nos dá, haciendo del propio modo

$$z=o,\ y=o,\ x=o,$$

$By^2=Qx$ una parábola producida por el plano X Y

$Cz^2=Qx$ Id. Id. por el plano X Z

$By^2+Cz^2=o$ ecuacion del orígen.

Las secciones por planos paralelos dan parábolas de igual vértice que las primeras, é iguales de dos en dos, y elipses por el plano paralelo á Z Y, cuyos vértices están en las parábolas anteriores.

Si $B=C$, la superficie es un parabolóide de revolucion

$$y^2+z^2=p\,x \quad » \quad \left(p=\frac{Q}{B}\right)$$

Si $B=o$ ó $C=o$, la superficie se convierte en un cilindro proyectante de base parabólica.

Fig. p 357. **Parabolóide hiperbólico.** (*fig. p*)

La 2.ª ecuacion (*d*) $By^2-Cz^2=Qx$ dá, por $z=o$, ó $y=o$ ó $x=o$,

$By^2=Qx$ » parábola por el plano horizontal XY

$Cz^2=-Qx$ » id. por el vertical XZ á la izquierda de las x.

$By^2-Cz^2=o$ » Dos rectas, que son las trazas sobre el plano YZ ó dos planos á él perpendiculares, ó las asíntotas de las hipérbolas correspondientes á secciones paralelas al plano YZ.

Las secciones paralelas á los otros dos planos X Y, XZ, son siempre parábolas, cuyos vértices están en puntos de las parábolas principales.

Si $B=o$, ó $C=o$, la superficie se convierte en la de un cilindro proyectante sobre las parábolas secciones principales.

Para concebir la generacion de esta superficie basta suponer que la parábola vertical B′OC′ causada por el plano XZ, se mueve paralelamente á sí misma, siguiendo los puntos de la parábola horizontal B O C ocasionada por el plano XY.

358. Para hallar la ecuacion de una superficie de revolucion producida por el movimiento de una curva conocida alrededor de un eje cualquiera, no hay mas que combinar con la del círculo la ecuacion propia de la curva, con relacion al eje que se considera.

La *parábola*, alrededor del eje z, siendo entonces las ordenadas x, y el rádio del círculo director r, dará para la superficie,

$$\left.\begin{matrix} x^2=pr \\ y^2+z^2=r^2 \end{matrix}\right\} \quad x^4=p^2y^2+p^2z^2$$

El *círculo* cuyo vértice es el orígen, girando tambien alrededor del eje z, dá.

$$\left.\begin{matrix} x^2=2Rr-r^2 \\ y^2+z^2=r^2 \end{matrix}\right\} \quad x^2+y^2+z^2=2R\sqrt{y^2+z^2}$$

DIFERENCIACION É INTEGRACION DE LAS FUNCIONES.

359. Tratando el álgebra, en general, de averiguar las diversas relaciones que tienen entre sí las cantidades, representadas simbólicamente y combinadas ó enlazadas de diferentes modos, todo problema que dependa de esta vasta ciencia, se reducirá en cualquier caso; 1.° á descubrir, por medio del entendimiento, la representacion algebráica de las cantidades que entran en la composicion del problema, y las modificaciones que debe sufrir esta representacion para llegar al resultado apetecido; que es lo que se llama plantear la cuestion: 2.° á efectuar, por los procedimientos propios del álgebra, todas las operaciones de modificacion de la suma general á que se ha reducido el problema, para tener de un modo esplícito y conveniente el valor de la cantidad que nos hayamos propuesto determinar.

El cálculo diferencial é integral es uno de los ramos del álgebra que solo tiene por objeto, determinar, entre los infinitos medios con que pueden variar las cantidades que dependan de sus variables componentes, el que tendrá lugar cuando esta variabilidad sea por efecto de un incremento positivo ó negativo que se suponga á la funcion primitiva.

Por la primera parte de este cálculo se vendrá en conocimiento de la relacion entre la funcion y su límite; y por la 2.ª se determinará la funcion conocido su elemento, ó el límite de la relacion de su incremento con el de la variable.

360. **Enunciacion de las 4 leyes fundamentales.**

Para la solucion de todas las cuestiones que giren sobre cantidades que varian por incrementos positivos ó negativos de sus variables componentes, deduce el análisis cuatro leyes especiales á que precisamente están sujetas las cantidades expresadas y que pueden explicarse así.

1.ª **ley**. Toda cantidad $f(x)$ que varie por incrementos positivos ó negativos de sus variables componentes, puede tener en virtud de sus nuevos estados de magnitud, expresados por $(x+h)$, la representacion algebráica del desarrollo ó série siguiente:

$$f(x+h)=f(x)+\frac{df(x)}{dx}h+\tfrac{1}{2}\frac{d^2f(x)}{dx^2}h^2+\frac{1}{2.3}\frac{d^3f(x)}{dx^3}h^3+\&$$

bajo las leyes particulares de quienes depende la forma de esta expresion.

$$\text{ó}\quad f(x+h)=f(x)+f'(x)h+\tfrac{1}{2}f''(x)h^2+\frac{1}{2.3}f'''(x)h^3+\&$$

bajo cuya forma se conoce con el nombre de fórmula de Taylor.

Si se hace $x=o$, $h=x$, resulta

$$f(x)=f(o)+f'(o)h+\tfrac{1}{2}f''(o)h^2+\frac{1}{2.3}f'''(o)h^3+\&$$

que es la fórmula de Maclaurin.

2.ª **ley**. Todas las cantidades expresadas por $f(x)$, pueden suponerse que varian por incrementos indeterminados ideales ó imaginarios, cuya relacion, independiente de sus valores particulares, medirá de este modo la disposicion á crecer ó decrecer de la cantidad á que se refieran : que en este modo ideal ó imaginario de variar la cantidad, los incrementos de la funcion son proporcionales á los de la cantidad, los incrementos de la funcion son proporcionales á los de la variable; y por último, que siendo dichos incrementos verdaderas cantidades susceptibles de aumento ó disminucion, como cualquiera otra, estarán sujetos en su escritura algebráica á todas las modificaciones y á todas las condiciones á que se sujete ó se descubra que está sujeta en general la representacion algebráica.

3.ª **ley.** Cuando la cantidad $f(x)$ varia por incrementos positivos ó negativos, los de la llamada funcion y los de su variable están sujetos á admitir en su límite cero una cierta relacion.

4.ª **ley.** Toda cantidad $f(x)$ que pase á un estado de magnitud cualquiera $f(x+h)$ crea una série de cantidades de número finito ó infinito, cuya existencia está intimamente ligada con la de aquella y dependiente de ella, cuyas formas algebráicas podrán deducirse sucesivamente de la que tenga la primera, segun ciertos procedimientos, y cuyos modos de ser ó de existir podrán conducir al conocimiento de los que convengan á aquella, concibiendo retrógados los referidos procedimientos que rigen á su formacion.

COEFICIENTES DIFERENCIALES.

361. Esponenciales de la forma $z=x^m$.

Suponiendo siempre á la funcion z el incremento h se podrá aplicar el desarrollo general establecido por la 1.ª ley, que dará

$$z=(x+h)^m=x^m+\frac{dz}{dx}h+\tfrac{1}{2}\frac{d^2z}{dx^2}h^2+\&;\ \text{ó}\ z=(x+h)^m+\text{A}h+\text{B}h^2+\&$$

llamando A, B, C, &, los coeficientes diferenciales $\frac{dz}{dx}, \frac{d^2z}{dx^2}$, &

Suponiendo en el último $x=1$, poniendo $\frac{h}{x}$ en vez de h, y observando que los nuevos coeficientes que resulten A′, B′ &, independientes de h, deberán su existencia variable á m, que por consiguiente será funcion suya, podrémos escribir multiplicando despues por x^m

$$(x+h)^m=x^m+x^{m-1}hf(m)+\&: \quad (1)$$

y comparando con la 1.ª ecuacion resultará,

$$\frac{dz}{dx}=f(m)x^{m-1} \quad (2)$$

Ahora bien, si en la funcion primitiva $(x+h)^m$ suponemos $m=m'$ seria

$$(x+h)^{m'}=x^{m'}+x^{m'-1}f(m')+\&.$$

Multiplicando ordenadamente esta y la (1), y haciendo el desarrollo consiguiente á poner $m+m'$ en vez de m en la (1), tendriamos dos séries que por su comparacion nos darian $f(m+m')=fm+fm'$. Y desarrollando $f(m+m')$ y comparándolo con esta última ecuacion, ó poniendo el desarrollo hallado en vez del 1.er miembro, nos daria, despues de destruir el término semejante $f(m')$,

$$f(m)=\frac{df(m')}{dm'}m+\tfrac{1}{2}\frac{d^2f(m')}{dm^2}m^2+\&$$

en la cual, las cantidades m y m' no deben establecer relacion alguna entre sí: circunstancia que hace ser una cantidad constante el 1.er coeficiente diferencial, quedando reducidos á cero todos los demás, por no poderse aplicar á las constantes el desarrollo general en virtud del carácter de invariabilidad que se las supone. Resultará de esto $f(m)=am$, siendo $a=\frac{df(m')}{dm'}$. Y como se ha de verificar esta ecuacion cualquiera que sea el valor de a, si hacemos $a=1$, será $f(m)=m$, y la funcion z vendrá á tener por expresion

$$(x+h)^m=x^m+mx^{m-1}h+\&,\ \text{luego}\ \frac{dz}{dx}=mx^{m-1}.$$

Por la propia razon $\frac{d^2z}{dx^2}=m(m-1)x^{m-2}$, y así para los demás; resultando

$$(x+h)^m = x^m + m x^{m-1} h + \tfrac{1}{2} m (m-1) x^{m-2} h^2 + \frac{1}{2.3}(m-1)\ (m-2)\ x^{m-3} h^3, \&,$$

fórmula del binomio de Newton.

362. Los diferentes coeficientes diferenciales de sen. $x = f(x)$ son, como se verá mas adelante,

$$\cos. x, -\operatorname{sen}. x, -\cos. x, \operatorname{sen}. x, \cos. x, -\operatorname{sen}. x, \&$$

Lo mismo los de cos. $x = f(x)$, á partir de $-$ sen. x, &

Por consiguiente, haciendo, segun Maclaurin (360) $x = o$ y $h = x$, con lo que, sen. $= o$, cos. $= 1$, $-$ sen $= -o$, $-$cos. $= -1$, se tendrán las dos séries

$$\operatorname{sen}. x = x - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5} - \frac{x^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \&$$

$$\cos. x = 1 - \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^4}{1.2.3.4} - \frac{x^6}{1.2.3.4.5.6} + \frac{x^8}{1.2.3.4.5.6.7.8} - \&$$

363. Esponenciales de la forma $z = a^x$.

Siguiendo el mismo método tendríamos sucesivamente

$$a^{x+h} = a^x + \frac{dz}{dx} h + \tfrac{1}{2}\frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \frac{1}{2.3}\frac{d^3 z}{dx^3} h^3 + \&, \text{ y como, } a^{x+h} = a^x \times a^h,$$

si $a = 1 + b$, desarrollando $(1+b)^h$, y ordenando con respecto á h, se tendrá

$$a^{x+h} = a^x + a^x (b - \tfrac{1}{2} b^2 + \tfrac{1}{3} b^3 - \tfrac{1}{4} b^4 + \&)\ h + \&$$

y pues que $b = a - 1$, el coeficiente de h será

$$a - 1 - \frac{(a-1)^2}{2} + \frac{(a-1)^3}{3} - \frac{(a-1)^4}{4} + \& = \mathrm{K}, \text{ y } a^{x+h} = a^x + \mathrm{K}\, a^x\, h + \&.$$

De la comparacion de la 1.ª ecuacion y la anterior sale,

$$\frac{dz}{dx} = \mathrm{K}\, a^x, \text{ y } \frac{d^2 z}{dx^2} = \mathrm{K}^2 a^x, \quad \frac{d^3 z}{dx^3} = \mathrm{K}^3 a^x, \&$$

sustituyendo en la ecuacion 1.ª, y dividiendo por a^x resulta

$$a^h = 1 + \mathrm{K} h + \tfrac{1}{2} \mathrm{K}^2 h^2 + \frac{1}{2.3} \mathrm{K}^3 h^3 + \& \qquad (X)$$

Suponiendo a la base de un sistema de logaritmos y poniendo $\frac{1}{\mathrm{K}}$ en vez de h, será la última

$$a^{\frac{1}{\mathrm{K}}} = 1 + 1 + \tfrac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \& = 2{,}718281828159 = e$$

de donde $a = e^{\mathrm{K}}$ y $\mathrm{K} = \dfrac{\log. a}{\log. e}$.

K es el módulo de las cantidades esponenciales.

364. Funciones logarítmicas de la forma $z = \log. x$.

Desarrollando log. $(x+h)$ segun la 1.ª ley, será

$$\log. (x+h) = \log. x + \frac{dz}{dx} h + \tfrac{1}{2}\frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \&;$$

y siendo a la base de los logaritmos,

$$x + h = x\, a^{\left(\frac{dz}{dx} h + \frac{1}{2}\frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \&\right)}; \text{ y, } 1 + \frac{h}{x} = a^{\left(\frac{dz}{dx} h + \frac{1}{2}\frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \&\right)}$$

sustituyendo el esponente de a de esta ecuacion en vez de h en el desarrollo (X), y ordenando con relacion á las potencias de h, será

$$1+\frac{h}{x}=1+K\left(\frac{dz}{dx}h+\&\right);$$

y debiéndose verificar esta ecuacion independientemente de los valores que se asignen á h, si dividimos por esta cantidad y hacemos luego $h=o$, se tendrá

$$\frac{1}{x}=K\frac{dz}{dx},\quad ó\quad \frac{dz}{dx}=\frac{1}{Kx}=\frac{1}{K}x^{-1};$$

de donde se vendrá, segun el final del número 361, á los coeficientes de 2.°, 3.°, & órden

$$\frac{d^2z}{dx^2}=-\frac{1}{K}x^{-2},\quad \frac{d^3z}{dx^3}=\frac{2}{K}x^{-3},\quad \&.$$

365. **Funciones circulares de la forma** $z=$ sen. x.

Por el desarrollo (361) se tiene

$$\text{sen.}(x+h)=\text{sen.}x+\frac{dz}{dx}h+\tfrac{1}{2}\frac{d^2z}{dx^2}h^2+\frac{1}{2.3}\frac{d^3z}{dx^3}h^3+\&.$$

Segun las fórmulas trigonométricas

sen. $(x+h)=$ sen. h cos. $x+$ sen. x cos. $h=$sen. h cos. $x+$sen. $x\sqrt{1-\text{sen.}^2 h}$. Desarrollando $(1-\text{sen.}^2 h)^{\frac{1}{2}}$, multiplicando por sen. x, sacando el factor sen. h, é igualando los segundos miembros de esta ecuacion y la primera, resulta

$$\text{sen.}x+\frac{dz}{dx}h+\&=\text{sen.}x+\text{sen.}h\,(\cos x-\tfrac{1}{2}\text{sen.}x\,\text{sen.}h-\&)$$

de donde, dividiendo por h, $\frac{dz}{dx}+\&=\frac{\text{sen.}h}{h}(\cos.x-\tfrac{1}{2}\text{sen.}x\,\text{sen.}h-\&)$.

Y como esta ecuacion se ha de verificar independientemente de h, siendo $h=o$, y, en este supuesto $\frac{\text{sen.}h}{h}=M$, será $\frac{dz}{dx}=M\cos.x$. Pero sen. $h<h$, de donde

$$\frac{\text{sen.}h}{h}<1,\ y\ \frac{\text{sen.}h}{\cos.h}>1,\ ó\ \frac{\text{sen.}h}{\sqrt{1-\text{sen.}^2h}}>1;$$

despejando de la última desigualdad sen. h, desarrollando $(1-\text{sen.}^2 h)^{\frac{1}{2}}$ y dividiendo por h se tiene

$$\frac{\text{sen.}h}{h}>1-\tfrac{1}{2}h^2+\tfrac{3}{8}h^4+\&,\ y\ 1-\frac{\text{sen.}h}{h}>\tfrac{1}{2}h^2-\tfrac{3}{8}h^4+\&.$$

Esta desigualdad y la $\frac{\text{sen.}h}{h}<1$ nos hacen ver que cuando $h=0$, $\frac{\text{sen.}h}{h}$ ó M no puede ser mayor ni menor que la unidad, luego será igual; y por consiguiente

$$\frac{dz}{dx}=\cos.x.$$

366. Procediendo análogamente para la funcion $z=\cos.(x+h)$, hallaríamos $\frac{dz}{dx}=-$ sen. x: con lo que tendrémos

Para z=sen. x.	*Para z=cos. x.*
$\frac{dz}{dx}=\cos.x,\quad \frac{d^2z}{dx^2}=-\text{sen.}x.$	$\frac{dz}{dx}=-\text{sen.}x,\quad \frac{d^2z}{dx^2}=-\cos.x$
$\frac{d^3z}{dx^3}=-\cos.x,\ \&.$	$\frac{d^3z}{dx^3}=\text{sen.}x,\ \&.$

367. Con mas facilidad se hallarian los coeficientes diferenciales de las funcio

nes $z=\text{tang.}x$, $z=\cot. x$, $z=\sec. x$, $z=\text{cosec.}\, x$, $z=\text{sen. ver.}\, x$, $z=\text{cos.ver.}\, x$. comparando siempre los desarrollos semejantes al de $z=x^m$ y de los que diera la division de las expresiones trigonométricas equivalentes á cada una de las funciones de que se trata, puesto, por ejemplo, que $\text{tang.}=\frac{\text{sen.}}{\cos.}$.

Para $z=\text{tang.}x$.	*Para* $z=\cot. x$.	*Para* $z=\sec. x$.
$\frac{dz}{dx}=\sec.^2 x$	$\frac{dz}{dx}=-\text{cosec.}^2 x$	$\frac{dz}{dx}=\text{tang.}x\sec.x$
$\frac{d^2z}{dx^2}=\text{tang.}^2 x\sec.^2 x$	$\frac{d^2z}{dx^2}=\cot.^2 x\,\text{cosec.}^2 x$	$\frac{d^2z}{dx^2}=\sec.^3 x\,\text{tang.}\, x$
$\frac{d^3z}{dx^3}=\sec.^6 x\,\text{tang.}^2 x$	$\frac{d^3z}{dx^3}=\text{cosec.}^6 x\cot.^2 x$	$\frac{d^3z}{dx^3}=\text{tang.}^3 x\sec.^5 x$
&.	&.	&.
Para $z=\text{cosec.}\, x$	*Para* $z=\text{sen. ver.}\, x$.	*Para* $z=\text{cos. ver.}\, x$.
$\frac{dz}{dx}=-\cot. x\,\text{cosec.}\, x$	$\frac{dz}{dx}=\text{sen.}\, x$	$\frac{dz}{dx}=-\cos.\, x$
$\frac{d^2z}{dx^2}=-\text{cosec.}^3 x\cot.x$	$\frac{d^2z}{dxz}=\cos.\, x$	$\frac{d^2z}{dx^2}=\text{sen.}\, x$
$\frac{d^3z}{dx^3}=\cot.^3 x\,\text{cosec.}^5 x$	$\frac{d^3z}{dx^3}=-\text{sen.}\, x$	$\frac{d^3z}{dx^3}=\cos.\, x$
&.	&.	&.

Se hallan con igual facilidad las diferenciales de las funciones circulares inversas; pues siendo $x=\text{arco}\ (\text{sen}=z)$ lo mismo que la expresion inversa $z=\text{sen}\ x$, de la diferencial de esta se deduce la de aquella: porque siendo, $\frac{dx}{dz}=\frac{1}{\frac{dz}{dx}}$, si se conoce la $\frac{dz}{dx}$ bastará dividir la unidad por ella para tener la diferencial inversa; resultando así el cuadro siguiente:

$x=\text{arco}\ (\text{sen}=z)$, correspondiente á la inversa $z=\text{sen.}\, x$ $\left\{\frac{dx}{dz}=\frac{1}{\frac{dz}{dx}}=\frac{1}{\cos.x}=\frac{1}{\sqrt{1-z^2}}\right.$

$x=\text{arco}\ (\cos.=z)$, ó $z=\cos.\, x$ $\left\{\frac{dx}{dz}=\frac{1}{\frac{dz}{dx}}=\frac{-1}{\text{sen.}\, x}=-\frac{1}{\sqrt{1-z^2}}\right.$

$x=\text{arco}\,(\text{tang.}=z)$ ó $z=\text{tang.}\, z$ $\left\{\frac{dx}{dz}=\frac{1}{\frac{dz}{dx}}=\frac{1}{\sec.^2 x}=\frac{1}{1+\text{tang.}^2 x}=\frac{1}{1+z^2}\right.$

$x=\text{arco}\ (\cot.=z)$ $\left\{\frac{dx}{dz}=-\frac{1}{\text{cosec.}^2 x}=-\frac{1}{1+\cot.^2 x}=-\frac{1}{1+z^2}\right.$

$x=\text{arco}\ (\sec.=z)$ $\left\{\frac{dx}{dz}=\frac{1}{\text{tang.}\, x\sec.\, x}=\frac{1}{z\sqrt{z^2-1}}\right.$

$x=\text{arco}\ (\text{cosec.}=z)$ $\left\{\frac{dx}{dz}=-\frac{1}{\cot.\, x\ \text{cosec.}\, x}=-\frac{1}{z\sqrt{z^2-1}}\right.$

$x=\text{arco}\ (\text{sen. ver.}=z)$ $\left\{\frac{dx}{dz}=\frac{1}{\text{sen.}\, x}=\frac{1}{\sqrt{2z-z^2}}\right.$ » $(\text{sen.}=\text{sen. ver.}\,(2-\text{sen.ver.})$

$x=\text{arco}\ (\text{cos. ver.}=z)$ $\left\{\frac{dx}{dz}=-\frac{1}{\sqrt{2z-z^2}}\right.$

368. Funciones compuestas.

Si dos cantidades p y q son ambas funciones de x, cuyos primeros coeficientes diferenciales sean conocidos, el que corresponderá á una funcion compuesta de estas dos cantidades $f(p, q,)$ se hallará sustituyendo $x+h$ en vez de x en las dos funciones p y q, desarrollando despues $f(p, q,)$ segun la ley 1.ª El coeficiente de h en el 2.° término de este desarrollo será el 1.° diferencial buscado.

Hechas estas operaciones se hallaria $\frac{d f(pq)}{dx} = \frac{d f(p)}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{d f(q)}{dq} \cdot \frac{dq}{dx}$: y del propio modo, para $f(p.q.r)$,

$$\frac{d f(p.q.r)}{dx} = \frac{d f(p)}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{d f(q)}{dq} \cdot \frac{dq}{dx} + \frac{d f(r)}{dr} \cdot \frac{dr}{dx}.$$

Si dos variables x, z, dependiesen una de otra, se podría decir que x es funcion de z y z funcion de x. Su coeficiente diferencial puede igualmente mirarse bajo estos dos aspectos. Así, pues, teniendo presentes las leyes segunda y tercera podrémos escribir, $\frac{dz}{dx} = A$, y de aquí $\frac{dx}{dz} = \frac{1}{A} = \frac{1}{\frac{dz}{dx}}$.

Este será el primer coeficiente diferencial de toda funcion x dependiente, en cuanto á su variabilidad, de z dependiente de x.

369. Funciones de dos ó mas variables.

Las cuatro leyes fundamentales del número 360, que expresan la manera de variar una funcion por incrementos positivos ó negativos, dados á su variable, tienen lugar tambien del propio modo para el caso de ser la funcion compuesta de dos ó mas variables, con solo considerar separadas entre sí y sucesiva la variabilidad de estas variables componentes.

Suponiendo la funcion $Z = f(xy)$, cuyas dos variables xy reciban los incrementos positivos ó negativos $h\,k$, se podrá aplicar el desarrollo (360) considerando primero el incremento h de x é y constante, que dará

$$f(x+h, y) = f(xy) + \frac{dz}{dx} h + \tfrac{1}{2} \frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \&.$$

En este desarrollo los diferentes coeficientes de h son otras tantas funciones de y, dando lugar cada uno á un nuevo desarrollo idéntico, cuyos términos sumados serán los correspondientes por cada órden de la funcion desarrollada $f(x+h, y+k)$ del modo siguiente:

$$\begin{aligned} f(y+h, y+k) = f(xy) &+ \frac{dz}{dx} h + \tfrac{1}{2} \frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \frac{1}{2.3} \frac{d^3 z}{dx^3} h^3 + \&. \\ &+ \frac{dz}{dy} k + \frac{d^2 z}{dx.dy} hk + \tfrac{1}{2} \frac{d^3 z}{dx^2 dy} h^2 k + \&. \\ &+ \tfrac{1}{2} \frac{d^2 z}{dy^2} k^2 + \tfrac{1}{2} \frac{d^3 z}{dx dy^2} hk^2 + \&. \\ &+ \frac{1}{2.3} \frac{d^3 z}{dy^3} k^3 + \&. \\ &+ \&. \end{aligned}$$

Considerando primero la variabilidad de y y luego la de x en cada término del desarrollo resultante, el que tuviera lugar para la funcion $f(y+k, x+h)$ sería idéntico al anterior, y los coeficientes los mismos.

Por manera que el primer coeficiente diferencial total de toda funcion de dos variables será la suma $\frac{dz}{dx} + \frac{dz}{dy}$ de los relativos de primer órden de la funcion

con relacion á cada una de las variables $x\,y$, consideradas independientemente.

El segundo será la suma de los $\frac{d^2 z}{dx^2}$, $\frac{d^2 z}{dy^2}$, y el $\frac{d\,z}{d\,x.d\,y}$ y $\frac{d\,z}{d\,y.d\,z}$ ó $\frac{2\,d\,z}{d\,x.d\,y}$

Supongamos la funcion $z = x^m y^n$; se tendrá

$\frac{d\,z}{d\,x} = m\,x^{m-1}\,y^n$ » $\frac{d\,z}{d\,y} = x^m\,n\,y^{n-1}$ para el primer coeficiente diferencial.

$\frac{d^2 z}{dx^2} = y^n m\,(m-1)\,x^{m-2}$ » $\frac{d^2 z}{d\,y^2} = x^m\,n\,(n-1)\,y^{n-2}$ » $\frac{d^2 z}{d\,x\,d\,y} = m\,n\,x^{m-1}\,y^{n-1}$, para el segundo.

Lo mismo para los demás, y lo propio para otra cualquiera funcion.

370. **Ejemplos.**

1.° Sea $z = A\,p + B\,q + C\,r + \&.$

Por lo que se acaba de decir, y suponiendo que p, q, r &, sean funciones de x, se tendrá

$$\frac{d\,z}{d\,x} = \frac{d\,z}{d\,p}\cdot\frac{d\,p}{d\,x} + \frac{d\,z}{d\,q}\cdot\frac{d\,q}{d\,x} + \&. = A\frac{d\,p}{dx} + B\frac{d\,q}{d\,x} + C\frac{d\,r}{d\,x} + \&.$$

2.° $z = p.\,q.\,r.\,s.\,t.\,\&.$ } siendo igualmente p, q, r, &, funciones de x.

$$\frac{d\,z}{d\,x} = \frac{d\,z}{d\,p}\cdot\frac{d\,p}{d\,x} + \frac{d\,z}{d\,q}\cdot\frac{d\,q}{d\,x} + \frac{d\,z}{d\,r}\cdot\frac{d\,r}{d\,x} + \&.$$

Para hallar las diferenciales $\frac{d\,z}{d\,p}$, $\frac{d\,z}{d\,q}$, &, se deben suponer constantes los respectivos factores $q.\,r.\,s.\,\&$, $p.\,r.\,s.\,t.\,\&$, $p.\,q.\,s.\,t.\,\&$: en cuyo caso, será

$$\frac{d\,z}{d\,x} = q.\,r.\,s... \times \frac{d\,p}{d\,x} + p.\,r.\,s... \times \frac{d\,q}{d\,x} + p.\,q.\,s... \times \frac{d\,r}{d\,x} + \&.$$

3.° $z = \frac{p}{q} = p\,q^{-1}$ } p, q funciones de x.

$\frac{d\,z}{d\,x} = q^{-1}\frac{d\,p}{d\,x} + p\frac{d\,q^{-1}}{d\,x}$ } pero $\frac{d\,q^{-1}}{d\,x} = \frac{d\,q^{-1}}{d\,q}\cdot\frac{d\,q}{d\,x}$, y $\frac{d\,q^{-1}}{d\,q} = -q^{-2}$; luego

$$\frac{d\,z}{d\,x} = \frac{q\,\frac{d\,p}{d\,x} - p\,\frac{d\,q}{d\,x}}{q^2}$$

4.° $z = \frac{1}{q}$ } $\frac{d\,z}{d\,x} = \frac{q\,\frac{d\,1}{d\,x} - 1\,\frac{d\,q}{d\,x}}{q^2} = -\frac{\frac{d\,q}{d\,x}}{q^2}$;

5.° $z = \sqrt{p} = p^{\frac{1}{2}}$ } $\frac{d\,z}{d\,x} = \frac{d\,p^{\frac{1}{2}}}{d\,p}\cdot\frac{d\,p}{d\,x} = \frac{1}{2}\,p^{-\frac{1}{2}}\frac{d\,p}{d\,x} = \frac{\frac{d\,p}{d\,x}}{2\sqrt{p}}$

6.° $z = (\log.\,x)^n$ } Haciendo $\log.\,x = p$, se tiene

$$\frac{d\,z}{d\,x} = \frac{d\,p^n}{d\,p}\cdot\frac{d\,p}{d\,x} = n\,p^{n-1}\frac{d\,p}{d\,x} = n\,(\log.\,x)^{n-1} \times \frac{1}{x}$$

y $$\frac{d\log.\,(\log.\,x)}{d\,x} = \frac{1}{x\log.\,x}$$

y $$d.\,\log.\,x^n = d.\,n\log.\,x = \frac{n\,d\,x}{x}$$

y $\quad d.\log.(x\,y)=\frac{d\,x}{x}+\frac{d\,y}{y}. \quad d.\log.\frac{x}{y}=\frac{d\,x}{x}-\frac{d\,y}{y}$

y $\quad d.\log.\frac{a+x}{a-x}=\frac{d\,x}{a+x}-\frac{d\,x}{a-x}$ »

y $\quad d.\log.\sqrt{a^2+x^2}=d\tfrac{1}{2}\left[\log.\left(a^2+x^2\right)\right]=\frac{x\,d\,x}{a^2+x^2}$

y $\quad d.\log.(x^m(a+b\,x^n)^p)=d\,[\,m\log.x+p\log.(a+b\,x^n)]$

$$=\frac{m\,d\,x}{x}+\frac{p\,n\,b\,x^{n-1}}{a+b\,x^n}$$

7.° $\quad z=a^{b^x}\Big\}$

$\frac{d\,z}{d\,x}=\frac{d\,a^{b^x}}{d\,b^x}\cdot\frac{d\,b^x}{d\,x}.$ Pero $\frac{d\,a^{b^x}}{d\,b^x}=a^{b^x}$ K=log. hip. $a.\,a^{b^x}$, y $\frac{d.\,b^x}{d\,x}$=K′ b^x=log.hip.$b.b^x$

(tomando los logaritmos en el sistema cuya base es igual al número e); luego

$$\frac{d\,z}{d\,x}=a^{b^x}\times b^x\times\text{log. hip. }a\times\text{log. hip. }b;$$

$d.\,x^x=x^x\,(1+\log.x)\,d\,x$

$d.\,(a^x+y^x)\;=a^x d\,x\log.a+y^x\left[d\,x\log.\,y+\frac{x\,d\,y}{y}\right]$

$d.\,(a^2+x^2)^x=(a^2+x^2)^x\left[d\,x\log\;(a^2+x^2)+\frac{2\,x^2\,d\,x}{a^2+x^2}\right]$

8.° $\quad z=p^{q^r}\;\Big\{\,p,\,q,\,r$ son funciones de x,

$\frac{d\,z}{d\,x}=\frac{d\,p^{q^r}}{d\,p}\cdot\frac{d\,p}{d\,x}+\frac{d\,p^{q^r}}{d\,q}\cdot\frac{d\,q}{d\,x}+\frac{d\,p^{q^r}}{d\,r}\cdot\frac{d\,r}{x}\Big\{$ (véase el segundo ejemplo y funciones compuestas.)

$\frac{d\,p^{q^r}}{d\,p}=q^r p^{q^r-1}=\frac{p^{q^r}.\,q^r}{p},$

$\frac{d\,p^{q^r}}{d\,q}=\frac{\log.\,p}{\log.\,e}\,p^{q^r}.\frac{d\,q^r}{d\,q}=\text{K}\,p^{q^r}\,r\,q^{r-1}=\frac{r}{q}\,q^r\,p^{q^r}$ log. hip. p (Suponiendo como anteriormente que los logaritmos son los hiperbólicos.)

$\left.\begin{array}{l}\frac{d\,p^{q^r}}{d\,r}=\text{log. hip. }p.\,p^{q^r}\frac{d\,q^r}{dr}\\ \frac{d\,q^r}{d\,r}=\text{log. hip. }q.\,q^r\ldots\ldots\end{array}\right\}\frac{d\,p^{q^r}}{dr}=\text{log. hip. }p\,\text{log. hip. }q.\,p^{q^r}.\,q^r$

luego

$$\frac{d\,z}{d\,x}=p^{q^r}\,q^r\left(\frac{1}{p}\cdot\frac{d\,p}{d\,x}+\frac{r\,\text{log. hip. }p}{q}\cdot\frac{d\,q}{d\,x}+\text{log. hip. }p\,\text{log. hip. }q\,\frac{d\,r}{d\,x}\right)$$

9° $\quad z=\cos.x^{\text{sen.}x}\Big\}\cos.x=p,\;\text{sen.}x=q,\;\; z=p^q$, idéntica á la anterior

$$\frac{dz}{dx}=\frac{d\cos.x^{\text{sen.}x}}{d\cos.x}\cdot\frac{d\cos.x}{dx}+\frac{d\cos.x^{\text{sen.}x}}{d\,\text{sen.}x}\cdot\frac{d\,\text{sen.}x}{dx},$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{d\cos.x^{\text{sen.}x}}{d\cos.x}=\text{sen.}x\cos.x^{(\text{sen.}x)-1}=\dfrac{\text{sen.}x\cos.x^{\text{sen.}x}}{\cos.x}\\ \dfrac{d\cos.x}{dx}=-\text{sen.}x\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \dfrac{d\cos.x^{\text{sen.}x}}{d\,\text{sen.}x}=\text{log. hip. cos.}x\cos.x^{\text{sen.}x}\ldots\ldots\\ \dfrac{d\,\text{sen.}x}{dx}=\cos.x\ldots\ldots\ldots\ldots\end{array}\right\}\frac{dz}{dx}=\cos.x^{\text{sen}\,x}\times\left(\cos.x\,\text{log. hip. cos.}x-\frac{\text{sen.}^2x}{\cos.x}\right)$$

10.° $z=x\,(a^2+x^2)\sqrt{a^2-x^2}$ } es idéntica á $z=p.q.r.$

$$\frac{dz}{dx}=(a^2+x^2)\sqrt{a^2-x^2}\,\frac{dx}{dx}+x\sqrt{a^2-x^2}\,\frac{d\,(a^2+x^2)}{dx}+x\,(a^2+x^2)\,\frac{d\sqrt{a^2-x^2}}{dx}$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{dx}{dx}=1\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \dfrac{d\,(a^2+x^2)}{dx}=2x\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \dfrac{d\sqrt{a^2-x^2}}{dx}=-\dfrac{2x}{2\sqrt{a^2-x^2}}\ldots\ldots\end{array}\right\}\frac{dz}{dx}=\frac{a^4+a^2x^2-4x^4}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

11.° $z=\sqrt{\dfrac{x^2\,(x-b)}{a}}$, idéntica á $z=\sqrt{p}$

$$\frac{dz}{dx}=\frac{\frac{dp}{dx}}{2\sqrt{p}};\quad \frac{dp}{dx}=\frac{3ax^2-2abx}{a^2};\quad \frac{dz}{dx}=\frac{3ax^2-2abx}{2a^2\sqrt{\dfrac{x^2\,(x-b)}{a}}}=\frac{3x-2b}{2\sqrt{a\,(x-b}}$$

12.° $z=\text{log. hip.}\left(\dfrac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}\right)^{\frac{1}{2}}$ } es idéntica á z=log. hip. (p), en que $\dfrac{dz}{dx}=\dfrac{1}{p}\cdot\dfrac{dp}{dx}$

Haciendo $\dfrac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}=p'$, resulta

$$\frac{dz}{dx}=\tfrac{1}{2}\,p'^{-\frac{1}{2}}\,\frac{dp'}{dx}$$

$$\frac{dp'}{dx}=\frac{\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)\dfrac{d\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)}{dx}-\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)\dfrac{d\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)}{dx}}{\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)^2}$$

$$\frac{d\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)}{dx}=\frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}+1=\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}};$$

$$\frac{d\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)}{dx}=-\frac{\sqrt{1+x^2}-x}{\sqrt{1+x^2}},\ \text{luego}$$

$$\frac{d\,p'}{d\,x}=\frac{\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)\;[2\sqrt{1+x^2}+x)\,]}{\sqrt{1+x^2}\,\left(\sqrt{1+x^2}-x^2\right)}=\frac{2\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)}{\sqrt{1+x^2}\,\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)},$$ con lo que

$$\frac{d\,p}{d\,x}=\frac{2\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)}{2\left(\dfrac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)\sqrt{1+x^2}}=\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}}$$ pues que

$$\sqrt{\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}}\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)=1$$

Así, $$\frac{d\,z}{d\,x}=\frac{1}{\left(\dfrac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}\right)^{\frac{1}{2}}}\times\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\left[\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{\dfrac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}}}=1\right]$$

Seria tambien la diferencial de

$$z=\text{log. hip. }\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\;\left\{\;\frac{d\,z}{d\,x}=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right.$$

13° $z=\dfrac{1}{\sqrt{-1}}$ log. hip. $\left(x\sqrt{-1}+\sqrt{1-x^2}\right)$

Hagamos log. hip. $\left(x\sqrt{-1}+\sqrt{1-x^2}\right)=$ log. hip. $\left(\sqrt{-x^2}+\sqrt{1-x^2}\right)=$ log. hip. p

$$\frac{d\,z}{d\,x}=\frac{1}{\sqrt{-1}}\,\frac{d\,\text{log. hip. }p}{d\,x};\qquad \frac{d\,\text{log. hip. }p}{d\,x}=\frac{1}{p}\cdot\frac{d\,p}{d\,x}$$

$$\frac{d\,p}{d\,x}=\frac{-2\,x}{2\,x\sqrt{-1}}-\frac{2\,x}{2\sqrt{1-x^2}}=-\frac{1}{\sqrt{-1}}-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}=-\frac{\sqrt{-x^2}+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{-1}\,\sqrt{1-x^2}}:$$

por consiguiente

$$\frac{d\,z}{d\,x}=\frac{1}{\sqrt{-1}}\times\frac{1}{\sqrt{-x^2}+\sqrt{-x^2}}=-\frac{\sqrt{-x^2}+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{-1}\,\sqrt{1-x^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

14.° $z=b+\sqrt{(x-a)^2\,(x-c)}=b+p\;\Big\}\;(x-a)^2=q,\quad x-c=r$

$$\frac{d\,z}{d\,x}=\frac{1}{2\sqrt{q\,r}}\times\frac{d\,p}{d\,x}$$

$$\frac{d\,p}{d\,x}=r\,\frac{d\,q}{d\,x}+q\,\frac{d\,r}{d\,x}=(x-c)\,(2\,x-2\,a)+(x-a)^2=(x-a)[\,2\,(x-c)+(x-a)\,]$$

$$\frac{d\,z}{d\,x}=\frac{(x-a)\,[\,2\,(x-c)+(x-a)\,]}{2\sqrt{(x-a)^2\,(x-c)}}=\frac{2\,(x-c)+x-a}{2\sqrt{x-c}}$$

15.° $z=(a+b\,x^m)^n\left\{a+b\,x^m=y\right.$ « $d\,y=m\,b\,x^{m-1}\,d\,x$ » $d\,y^n=n\,y^{n-1}\,d\,y$

$$\frac{d\,z}{d\,x}=m\,n\,b\,x^{m-1}\,(a+b\,x^m)^{n-1}$$

16.° $x = \text{arco sen.} = 2z\sqrt{1-z^2}$ $\left\{ \dfrac{dx}{dz} = \dfrac{dx}{d\,2z\sqrt{1-z^2}} \times \dfrac{d2z\sqrt{1-z^2}}{dz} \right.$

por lo dicho (367) y teniendo presente que x es una funcion compuesta, (n.° 368.)

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{dx}{d\,2z\sqrt{1-z^2}} = \dfrac{1}{\cos.\,x} = \dfrac{1}{\sqrt{1-(2z\sqrt{1-z^2})^2}} = \dfrac{1}{1-2z^2} \\ \dfrac{d\,2z\sqrt{1-z^2}}{dz} = \dfrac{2(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \dfrac{dx}{dz} = \dfrac{2}{\sqrt{1-z^2}}$$

17.° $\text{d.arc.}\left(\text{tang.} = \dfrac{x}{y}\right) = \dfrac{y\,dx - x\,dy}{y^2+x^2}$

INTEGRACION DE LAS FUNCIONES DE UNA SOLA VARIABLE.

371. **Principios generales.**

Integrar una cantidad es llegar al conocimiento de la funcion que la ha producido, sabido el límite de la relacion entre el incremento de esta y el de su variable. Así, pues, el cálculo integral es enteramente inverso del diferencial; por consiguiente, l s reglas que se establezcan para el primero no pueden menos de ser opuestas á las determinadas para el segundo, como luego vamos á ver.

La característica $\int$ que abreviadamente significa *suma de términos*, es la que se emplea, antepuesta á la funcion que se ha de integrar, para simbolazar ó dejar in'i:ada esta misma operacion.

En este concepto, la integral de la funcion $N\,d\,f(x)\,dx$ estará simbólicamente representada por la expresion $\int N\,d\,f(x)\,dx$. La letra N que se vé en ella supone la constante ó suma de constantes que acompaña á la funcion: respecto de lo cual debemos observar que, así como los procedimientos de la diferenciacion fueron independientes de las constantes que por suma ó resta envolvian las diversas c n- tid des consideradas, así tambien las operaciones relativas á la integracion tendrán esta misma independencia, sin que de manera alguna influyan en ellas las propias cantidades representadas por N, pudiendo, en consecuencia, sacarlas fuera del signo $\int$ y escribir

$$N \int d\,f(x)\,dx.$$

Por esta independencia, al deducir las funciones derivadas, podemos decir que desaparecieron las constantes de la funcion primitiva; no siéndonos posible, por tanto, saber las que se eliminaron de la funcion á que corresponde la que se nos presenta para integrar. Pero como fuera posible la existencia de uno ó mas constantes en aquella expresion, podrémos y aun deberémos agregar á la integral una cantidad arbitraria C que represente la suma de todas las que se hubieron de eliminar, y determinarla por una condicion expresa del problema; como, por ejemplo, que el valor de la integral sea igu l á b cuando $x=a$, ó igual á cero cuando $x=o$ ó $x=a$: entónces se despeja C en la ecuacion resultante, y su valor completará la integral. Así, la expresion anterior

$$N \int d\,f(x)\,dx$$

será completa escrita bajo la forma $N \int df(x)\,dx + C$. Para que sea completamente determinada es preciso dar á la variable un valor particular entre los límites que se establezcan para hallar la constante; lo que se puede expresar bajo la forma $N \int_0^a df(x)\,dx + C$; en la cual el límite cero es el valor que toma x para determinar la constante, y a el que fija á la variable para determinar la integral.

Aunque en la mayor parte de los ejercicios que seguirán se prescinde de la constante, conviene tener presente que no se debe omitir en las aplicaciones del cálculo.

372. **Integracion de las funciones cuya forma primitiva se conoce.** Invirtiendo las reglas de la diferenciacion, podrémos hallar las de la tabla siguiente para la integracion de las funciones de una sola variable.

DEDUCIDAS de las expresiones	LAS DIFERENCIALES	LAS INTEGRALES COMPLETAS	SERÁN.
$z=x^m$	$m x^{m-1} dx$	$\int m x^{m-1} dx + C$ .... =	$x^m + C$ 1.ª
$z=a^x$	$K a^x dx$	$K\int a^x dx + C$ .... =	$\frac{K}{K} a^x + C = a^x + C$ 2.ª
$z=$ log. hip. x	$\frac{1}{K}\frac{dx}{x}$	$\frac{1}{K}\int\frac{dx}{x} + C$	$\frac{1}{K}\int x^{-1} dx + C =$
			$\frac{K}{K}$ log hip. $x + C =$ log. hip. $x + C$. 3.ª
$z=$ sen. x	cos. $x\,dx$	$\int$ cos. $x\,dx + C$ ...... =	sen. $x + C$ 4.ª
$z=-$ cos. x	sen. $x\,dx$	$\int$ sen $x\,dx + C$ ...... =	$-$cos. $x + C$ 5.ª
$z=$ tang. x	sec.$^2 x\,dx$	$\int$ sec.$^2 x\,dx + C$ ...... =	tang. $x + C$ 6.ª
$z=-$cot. x	cosec.$^2 x\,dx$	$\int$ cosec.$^2 x\,dx + C$ ..... =	$-$ cot. $x + C$ 7.ª
$z=$ sec. x	tang. x sec. $x\,dx$ ..	$\int$ tang. x sec. $x\,dx + C$.=	sec. $x + C$ 8.ª
$z=-$ cosec. x	cot. x cosec. $x\,dx$ ..	$\int$ cot. x cosec. $x\,dx + C$.=	$-$ cosec. $x + C$ 9.ª
$z=Ap+Bq+$ etc. .	$Adp+B\,dq+$ etc.	$\int(Adp+Bdq+\text{etc.})+C=$	$A\int dp + B\int dq +$ etc. $+ C$
			p, q, r, etc. son funciones de x.. 10.ª
$z=pq$	$q\,dp+p\,dq$	$\int(q\,dp+p\,dq)+C$	$\int q\,dp = qp - \int p\,dq + C$
			p, q, son funciones de x.... 11.ª
$z=\sqrt{p}$	$\frac{dp}{2\sqrt{p}}$	$\int\frac{dp}{2\sqrt{p}} + C$ ....=	$\sqrt{p} + C$ 12.ª
$x=$ arco (sen. $=z$) ...	$\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}$	$\int\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} + C$ .... =	arco (sen. $=z$) $+ C$ 13.ª
$x=$ arco (cos. $=z$) ...	$-\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}$	$\int-\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} + C$ ... .. =	arco (cos $=z$) $+ C$ 14.ª
$x=$ arco (tang. $=z$) ..	$\frac{dz}{1+z^2}$	$\int\frac{dz}{1+z^2} + C$ .... =	arco (tang. $=z$) $+ C$. 15.ª
$x=$ arco (cot. $=z$) ...	$-\frac{dz}{1+z^2}$	$\int-\frac{dz}{1+z^2} + C$ ...... =	arco (cot. $=z$) $+ C$ 16.ª
$x=$ arco (sec. $=z$) ...	$\frac{dz}{z\sqrt{z^2-1}}$	$\int\frac{dz}{z\sqrt{z^2-1}} + C$ ...... =	arco (sec. $=z$) $+ C$ 17.ª
$x=$ arco (cosec. $=z$) ..	$-\frac{dz}{z\sqrt{z^2-1}}$	$\int-\frac{dz}{z\sqrt{z^2-1}} + C$ .... =	arco (cosec. $=z$) $+ C$ 18.ª
$x=$ arco (sen. ver. $=z$)	$\frac{dz}{\sqrt{2z-z^2}}$	$\int\frac{dz}{\sqrt{2z-z^2}} + C$ ...... =	arco (sen. ver. $=z$) $+ C$ 19.ª

373. De los resultados contenidos en esta tabla se pueden deducir las reglas que ellos mismos expresan, y son las siguientes:

1.ª *Para integrar una funcion diferencial monomia de la forma* $Ax^m dx$, *se aumenta una unidad al esponente de la funcion, dividiéndola despues por el mismo esponente asi aumentado.*

Agregando en esta, como en todas las que siguen, la constante arbitraria C, se tendrá la integral completa.

2.ª *La integral de una funcion esponencial de la forma* $N\int a^x dx$, *es igual á la diferencial* NKa^x *dividida por el módulo* K *de la esponencial.*

3.ª *La integral de toda funcion de la forma* $\int \frac{dx}{x}$, *cuyo numerador sea la diferencial exacta del denominador, es igual al logaritmo hiperbólico de este denominador: y si á la diferencial la multiplicase una cantidad constante, como en* $\int A\frac{dx}{x}$, *el log. hip. se multiplicaria tambien por la misma cantidad.*

4.ª *Las integrales (de la 4.ª á la 9.ª de la tabla) de funciones circulares expresadas por el* COSENO, SENO, SECANTE², COSECANTE², TANG.SEC. *y* COTANG.COSEC., *son otras funciones circulares expresadas respectivamente por el* SENO, COSENO, TANGENTE, COTANGENTE, SECANTE, *y* COSECANTE.

5.ª *La integral de toda funcion diferencial compuesta de la suma de distintas diferenciales parciales de funciones de una sola variable, es igual á la suma de las integrales de estas diferenciales.*

6.ª *La integral de toda funcion diferencial de la forma* $\int q\,dp$, *es igual á* $qp-\int p\,dq$: *resultado que constituye el principio conocido con el nombre de integracion por partes,* cuya explicacion es la siguiente.

Si en una diferencial $N\,dx$ la funcion N se puede descomponer en dos factores P, Q, y se sabe, por ejemplo, integrar $Q\,dx$, se tendrá, haciendo

$$\int Q\,dx = v, \quad \text{la integral de la funcion,}$$

$$\int N\,dx = \int PQ\,dx = Pv - \int v\,dP$$

de donde se deduce la siguiente regla práctica, de que darémos despues ejemplos que la hagan mas perceptible.

1.° Descompóngase la diferencial propuesta $N\,dx$ en dos factores P *y* Q, de que el uno sea directamente integrable con relacion á la variable x de la funcion. 2.° Verifíquese su integracion mirando el otro factor como constante; lo que dará Pv ó Qv, segun sea Q ó P el factor integrado; 3.° diferénciese el resultado Pv con relacion á la sola funcion P tomada antes como constante; lo que dará la diferencial $v\,dP$; y 4.° intégrese esta diferencial y réstesela de la anterior: el resultado será la integracion de la funcion propuesta.

7.ª *La integral de toda funcion irracional de la forma* $\frac{dp}{2\sqrt{p}}$ *es* $=\sqrt{p}$ *ó mitad del denominador.*

8.ª *La integral de toda funcion cuya forma sea una de las manifiestas en los casos 12 á 19, será igual á la correspondiente expresion circular escrita en la última columna de la tabla.*

374. Se podrán integrar del propio modo todas las expresiones referentes á

funciones diferenciales de forma conocida, de que son ejemplo las de la siguiente tabla.

$$\int dx \cos. mx = \frac{1}{m} \text{sen. } mx + C \qquad \int dx \text{sen. } mx = -\frac{1}{m} \cos. mx + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos.^2 mx} = \frac{1}{m} \text{tang. } mx + C \qquad \int \frac{dx}{\text{sen.}^2 mx} = -\frac{1}{m} \cot. mx + C$$

$$\int \frac{dx \text{ sen. } mx}{\cos.^2 mx} = \frac{1}{m} \sec. mx + C \qquad \int dx \text{ sen.}^m x \cos. x = \frac{\text{sen.}^{m+1} x}{m+1} + C$$

$$\int \frac{\text{sen.}^2 mx}{dx \text{ cosen. } mx} = -\frac{1}{m} \text{cosec. } mx + C \qquad \int dx \cos.^m x \text{ sen. } x = \frac{-\cos.^{m+1} x}{m+1} + C.$$

Las dos últimas fórmulas conducen á la integracion de $dx \text{ sen.}^n mx \cos. mx$, porque multiplicando por $\frac{m}{m}$ se tiene para la primera

$$\frac{dx \text{ sen.}^n mx \cos. mx}{m} = \frac{\text{sen.}^n mx}{m} \times d \text{ sen. } mx$$

lo que trae la expresion á la forma $\frac{z^n dz}{m}$, haciendo sen. $mx = z$, cuya integral es $= \frac{z^{n+1}}{m(n+1)}$; y por consiguiente $\int dx \text{ sen.}^n mx \cos. mx = \frac{\text{sen.}^{n+1} mx}{m(n+1)} + C$

Tambien seria $\int dx \cos.^n mx \text{ sen. } mx = -\frac{\cos.^{n+1} mx}{m(n+1)} + C.$

Si en ellas fueran $m=1, n=1$, y $m=1, n=2$ & resultaría

$$\int dx \text{ sen. } x \cos. x = \tfrac{1}{2} \text{sen.}^2 x \quad \text{»} \quad \int dx \cos. x \text{ sen. } x = -\tfrac{1}{2} \cos.^2 x$$

$$\int dx \text{ sen.}^2 x \cos. x = \tfrac{1}{3} \text{sen.}^3 x \quad \text{»} \quad \int dx \cos.^2 x \text{ sen. } x = -\tfrac{1}{3} \cos.^3 x$$

& &

375. Funciones racionales.

La integracion de las funciones enteras monomias de uno ó mas términos es tan sencilla como expresan la 1.ª y 5.ª reglas acabadas de dictar y se manifiestan en la primera y décima casilla de la tabla (pág. 161). Asi, pues,

$$\int A x^m dx = \frac{A x^{m+1}}{m+1} + C.$$

$$\int (A x^m + B x^n + \&) dx + C = \frac{A x^{m+1}}{m+1} + \frac{B x^{n+1}}{n+1} + \& + C$$

$$\int 5 a^2 x^4 dx + C = \frac{5 a^2 x^5}{5} + C = a^2 x^5 + C$$

$$z = \int_0^n 3 a^3 b x^2 dx + C = a^3 b x^3 + C \begin{Bmatrix} x=o \\ x=n \end{Bmatrix} \text{ dan } \begin{Bmatrix} C=o \\ z=a^3 b n^3 \end{Bmatrix}$$

$$z = \int_a^n 2 a b^2 x^3 dx + C = \tfrac{1}{2} a b^2 x^4 + C \begin{Bmatrix} x=a \\ x=n \end{Bmatrix} \text{ dan } \begin{Bmatrix} C=-\tfrac{1}{2} a^5 b^2 \\ z=\tfrac{1}{2} a b^2 (n^4 - a^4). \end{Bmatrix}$$

376. Para las expresiones binomias de la forma $\int (ax+b)^m dx$, se procederá del mismo modo que para las monomias, bien desarrollando la série é integrando separadamente cada término, ó mejor haciendo uso de una variable auxiliar u á que se iguala el binomio. Si, por ejemplo, fuese $dz = (ax+b)^m dx$ la funcion dada se hará $ax + b = u$, de donde $x = \frac{u-b}{a}$ y $dx = \frac{du}{a}$; con lo que

$$\int u^m \frac{du}{a} = \frac{u^{m+1}}{a(m+1)}, \text{ y } \int (ax+b)^m dx = \frac{(ax+b)^{m+1}}{a(m+1)}$$

tambien sería $\int (ax^m + b)^m x^{n-1} dx = \frac{(ax^n + b)^{m+1}}{na(m+1)}$.

Este procedimiento conduce á la siguiente regla general para cuando los factores que multiplican el paréntesis forman la diferencial de la cantidad que expresa el binomio, y aun la diferencial multiplicada ó dividida por cualquiera constante.

Agregada la unidad al esponente del paréntesis divídase por el exponente que resulte y por la diferencial de la cantidad contenida en el paréntesis. Así, pues, serán,

$$\int (a^m + x^m)^{n-1} x^{m-1} dx = \frac{(a^m + x^m)^n x^{m-1} dx}{nm x^{m-1} dx} = \frac{1}{mn}(a^m + x^m)^n$$

$$\int (a + bx^n)^{\frac{p}{q}} x^{n-1} dx = \frac{q}{nb(p+q)}(a + bx^n)^{\frac{p}{q}+1}$$

$$\int (a - x^4)^{\frac{5}{3}} 3x^3 dx = -\frac{9}{32}(a - x^4)^{\frac{8}{3}}$$

$$\int x\,dx\sqrt{a^2 - x^2} = \int (a^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} x\,dx = \frac{(a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}}{3}$$

$$\int_0^a x\,dx\sqrt{a^2 - x^2} = \frac{a^3}{3} - \frac{(a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}}{3}$$

377. Las expresiones fraccionarias se podrán integrar como las enteras, siempre que por cualquiera transformacion se las puede hacer tomar una forma entera.

Si la funcion integral fuera $\int \frac{A x^m dx}{(ax+b)^n}$, se podrá, como antes, hacer uso de una variable auxiliar, teniendo $ax + b = u$, $x = \frac{u-b}{a}$, $dx = \frac{du}{a}$, y

$$z = \int \frac{A(u-b)^m du}{a^{m+1} u^n} = \frac{A}{a^{m+1}} \int \frac{(u-b)^m du}{u^n} = \frac{A}{a^{m+1}} \int (B + C + D + \&)\, du.$$

A, B & son términos enteros que resultan de la division.

Si fuesen $m = 3, n = 2$ se tendria

$$z = \frac{A}{a^4}\left(\tfrac{1}{2}u^2 - 3bu + 3b^2 \log.\text{ hip.}\, u + b^3 u^{-1}\right); \text{ ó sustituyendo}$$

$$z = \frac{A}{a^4}\left(\tfrac{1}{2}(ax+b)^2 - 3b(ax+b) + 3b^2 \log.\text{ hip.}\,(ax+b) + \frac{b^3}{(ax+b)}\right).$$

Se puede ahorrar el desarrollo cuando los exponentes de x fuera y dentro del paréntesis, aumentando el 1.° en unidad y dividido por el 2.°, dan por cuociente un núm. entero y positivo; pues de no, será necesario la integracion directamente desarrollando antes el binomio, y efectuando la division.

Si la integral fuere $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \int x^3 (a^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}}$, como $3+1$ es divisible por 2, exponente de x dentro del paréntesis, se podría hacer $a^2 + x^2 = u$

$x^2 = u - a^2$ $x^4 = (u - a^2)^2$; y diferenciando para obtener $x^3 dx$,

$4x^3 dx = 2(u - a^2) du$ $x^3 dx = \frac{1}{2}(u - a^2) du$; con lo cual llegaríamos á

$$\int \frac{x^3 dx}{(a^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{20}(6x^2 - 9a^2)\sqrt[3]{(a^2 + x^2)^2}.$$

378. Las expresiones que no se hallen en este caso se pueden tambien inte-

grar, sin necesidad de desarrollarlas, por el recurso de otras transformaciones ó artificios.

Las expresiones $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$ $\int \frac{(a-x)\,dx}{\sqrt{2ax-x^2}}$ $\int \frac{(a^2+2ax)\,dx}{\sqrt{ax+x^2}}$,

por ejemplo, se hallan en el caso del número 376 puesto que escritas de este modo

$$\int x(a^2+x^2)^{-\frac{1}{2}}dx \quad \int (a-x)\,(2ax-x^2)^{-\frac{1}{2}}dx \quad \int (a^2+2ax)\,(ax+x^2)^{-\frac{1}{2}}dx,$$

se vé que los factores x, $a-x$, a^2+2ax, son las diferenciales de los respectivos paréntesis, divididas las primeras por 2 y multiplicada la tercera por a.

Una de las transformaciones, para casos diferentes á los anteriores, consiste en hacer que el esponente de x en el binomio cambie de signo. Basta para esto *dividir los dos términos del binomio por la potencia de* x *dentro del paréntesis, y en compensacion multiplicar la cantidad de afuera por esta misma potencia despues de elevarla á la marcada en el binomio.*

La funcion $\frac{a^2\,dx}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}}$ es igual á $a^2dx(a^2+x^2)^{-\frac{3}{2}}=a^2x^{-3}\,(a^2x^{-2}+1)^{-\frac{3}{2}}dx$.

Ahora, pues que $\frac{-3+1}{-2}=+1$ (número anterior), será integrable está funciondel modo como hemos hecho arriba, por sustitucion de una variable auxiliar.

Se tiene, pues, $a^2x^{-2}+1=u$ $x^{-2}=\frac{u-1}{a^2}$ ó $\frac{1}{x^2}$ $a^2=u-1$, cuya diferencial $-2a^2x^{-3}\,dx=du$, dá $a^2x^{-3}\,dx=-\frac{du}{2}$: por consiguiente, la integral será

$$\int \frac{-u^{-\frac{3}{2}}du}{2}=\frac{1}{\sqrt{u}}; \quad \text{y} \quad \int \frac{a^2\,dx}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}}=\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}.$$

Se tendria del propio modo

$$\int \frac{dx}{x^4\sqrt{a+bx^2}}=\left(\frac{2b}{3a^2x}-\frac{1}{3ax^2}\right)\sqrt{a+bx^2}.$$

Si los dos términos del paréntesis contienen la variable x, *se dividirá el binomio por una de las potencias de la misma variable multiplicando los demás términos de la expresion por la misma potencia elevada á la del binomio.* Así, pues,

$$\int \frac{a^2\,dx}{x\sqrt{ax+x^2}}=\int a^2x^{-1}\,dx\,(ax+x^2)^{-\frac{1}{2}}=\int a^2x^{-\frac{3}{2}}dx\,(a+x)^{-\frac{1}{2}}=$$

$$=\int a^2x^{-2}\,dx\,(ax^{-1}+1)^{-\frac{1}{2}}$$

y

$$\int \frac{a^2\,dx}{x\sqrt{ax+x^2}}=-2a\sqrt{\frac{a}{x}+1}.$$

379. Métodos de los coeficientes indeterminados.

Cuando el dominador de la fraccion se puede descomponer en factores, se procederá como vamos á ver en el ejemplo siguiente.

Sea la funcion integral $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$, cuyo denominador se puede descomponer

en los dos factores $(a+x)$ y $(a-x)$. Hagamos

$$\frac{dx}{a^2-x^2}=\frac{N\,dx}{a+x}+\frac{N'\,dx}{a-x}$$

en que N y N' son dos coeficientes indeterminados cuyo valor vamos á encontrar: para lo cual, reduciendo los dos términos del segundo miembro á un comun denominador y trasladando al primero, tendrémos,

$$1+Nx-Na-N'x-N'a=o.$$

Esta ecuacion debe tener lugar cualquiera que sea el valor de x; luego la suma de términos que multipliquen igual potencia de x será cero, de que resultará $1-Na-N'a=o$ y $N-N'=o$, de cuyas dos ecuaciones sale

$N=\frac{1}{2a}$ y $N'=\frac{1}{2a}$: por lo que

$$\int\frac{dx}{a^2-x^2}=\int\frac{\frac{1}{2a}d\,x}{a+x}-\frac{\frac{1}{2a}dx}{a-x}=$$

$$=\frac{1}{2a}\text{ log. hip. }(a+x)-\frac{1}{2a}\text{ log. hip. }(a-x)=\frac{1}{2a}\text{ log. hip.}\left[\frac{a+x}{a-x}\right].$$

380. El método general siguiente comprende todos los casos de factores iguales y desiguales reales, é iguales y desiguales imaginarios.

Sea la fraccion integral $\int\left(\frac{A\,x^m+B\,x^n+C\,x^p+\&}{A'\,x^{m'}+B'\,x^{n'}+C'\,x^{p'}+\&}\right)d\,x=\int\frac{V}{V'}d\,x$;

la cual puede ser propia ó impropia segun que el numerador sea menor ó mayor que el denominador. En el segundo caso, verificada la division, nos resultaria por cuociente una parte entera y racional V'', fácil de integrar, y un nuevo quebrado $\frac{U}{U'}$; para cuya integracion se le deberá preparar de un modo conveniente, observando todos los factores reales de 1er grado con relacion á x, iguales y desiguales, y los imaginarios de 2.° grado, tambien desiguales ó iguales en que se puede descomponer el denominador U': hecho lo cual se llegaría á la ecuacion ó fórmula general siguiente:

$$\int\frac{V}{V'}d\,x=\int V''\,d\,x+\left(\int\frac{N\,d\,x}{x-a}+\int\frac{N'\,d\,x}{x-a'}+\&\right)+\left(\int\frac{M\,d\,x}{(x-a)^m}+\right.$$

$$\left.+\int\frac{M'\,d\,x}{(x-a)^{m-1}}+\&\ldots\frac{P}{Q}\right)+\left(\int\frac{(R\,x+r)\,d\,x}{x^2-2\,\alpha\,x+\alpha^2+\beta^2}+\&\right)+$$

$$+\left(\int\frac{(S\,x+s)\,d\,x}{(x^2-2\,\alpha\,x+\alpha^2+\beta^2)^{m'}}+\&\right).$$

El 1er término es la parte entera que resulta de la division de $\frac{V}{V'}$.

El 2.° período comprende la série de fracciones que resultan por la descomposicion de U' en factores desiguales de la forma $x-a$.

El 3.° la correspondiente á las fracciones por los factores iguales de la forma $(x-a)^m$.

El 4.° período expresa la série de términos correspondientes á los factores desiguales imaginarios de 2.° órden de la forma $x^2-2\alpha\,x+\alpha^2+\beta^2$.

(Se consideran en este caso factores de segundo grado y no los de primero, como los $x-\alpha-\beta\sqrt{-1}$, $x-\alpha+\beta\sqrt{-1}$, porque solo así es como se puede descomponer la fraccion que resulta para este cuarto período de manera que no entren ó se tengan en la série mas términos que fracciones simples reales.)

El 5.° periodo corresponde á las fracciones que resultan por factores imaginarios iguales de segundo órden.

La integracion de las primeras fracciones $\frac{N}{x-a}$ & $\frac{M}{(x-a)^m}$&, nos es ya conocida, como asimismo la de las siguientes

$$\frac{R\,x+r}{x^2-2\alpha\,x+\alpha^2+\beta^2} \qquad \frac{S\,x+s}{(x^2-2\alpha\,x+\alpha^2+\beta^2)^{m'}};$$

pues haciendo en la primera de estas $x-\alpha=z$, $R\,\alpha+r=R'$, daria

$$\int\frac{(R\,x+r)\,d\,x}{x^2-2\,\alpha\,x+\alpha^2+\beta^2}=\int\frac{R\,z\,d\,z}{z^2+\beta^2}+\int\frac{R'\,d\,z}{z^2+\beta^2}=\frac{R}{2}\log.\text{hip.}\,(z^2+\beta^2)+$$

$\frac{R'}{\beta}\text{arco}\left(\text{tang.}=\frac{z}{\beta}\right)$ (Para la integracion del primer término se hace $z^2+\beta^2=u$ que dá $z\,d\,z=\frac{1}{2}\,d\,u$; y para la del segundo $z=\beta\,u$)

Y haciendo del propio modo para la segunda $x-\alpha=z$ $S\,\alpha-s=S'$

$$\int\frac{(S\,x+s)\,d\,x}{(x^2-2\,\alpha\,x+\alpha^2+\beta^2)^{m'}}=\int\frac{S\,z\,d\,z}{(z^2+\beta^2)^{m'}}+\int\frac{S'\,d\,z}{(z^2+\beta^2)^{m'}}=\frac{S}{2}.$$

$$\frac{1}{(1-m')(z^2+\beta^2)^{m'-1}}+\int\frac{S'\,d\,z}{(z^2+\beta^2)^{m'}}.$$

381. Solo faltará, por consiguiente, en la fórmula general conocer los coeficientes aún indeterminados (N, N' &) (M, M', &) (R, r, &), (S, s, &).

Para ello tenemos,

1° Llamando $\frac{U}{U'}$ la fraccion que resume las de los factores desiguales, y P Q, funciones enteras de x, representando $\frac{P}{Q}$ las fracciones que siguen á la primera $\frac{N}{x-a}$,

$\frac{U}{U'}=\frac{N}{x-a}+\frac{P}{(x-a')(x-a'')\,\&}=\frac{N}{x-a}+\frac{P}{Q}$; de donde, despejando P y observando que $Q\,(x-a)=U'$, $P=\frac{U-Q\,N}{x-a}$; (1)

Haciendo $x=a$, y llamando v, q á lo en que se convierten U y Q por esta sustitucion, se tiene $N=\frac{v}{q}$ (1').

2.° Si $\frac{U}{U'}$ fuese la fraccion que resumiere las de los factores iguales se tendria del propio modo

$$\frac{U}{U'}=\frac{M}{(x-a)^m}+\frac{M'}{(x-a)^{m-1}}+\&\ldots\ldots+\frac{P}{Q}, \qquad \text{que dá}$$

$$P=\frac{U-Q\,M-Q\,M'\,(x-a)-Q\,M''\,(x-a)^2-\&}{(x-a)^m}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{y} \quad v-q\,M=o \quad M=\frac{v}{q} \\ U-\frac{v}{q}\,Q=U_{,}\,(x-a) \end{array}\right\}\quad (2) \qquad (v,\ q,\ \text{son los valores de U y Q por } x=a)$$

Sustituyendo en la anterior, y suprimiendo el factor $x-a$, resulta para el segundo coeficiente M'

$$P=\frac{U_{,}-Q\,M'-Q\,M''\,(x-a)-\&}{(x-a)^{m-1}}; \qquad \text{y por } x=a$$

$$\left.\begin{array}{l} v_{,} - q\,M' = o,\ \ M' = \dfrac{v_{,}}{q} \\ U_{,} - Q\,M' = U_{,} - \dfrac{v_{,}}{q}Q = U_{,,}(x-a) \end{array}\right\} \quad (3).$$

Del propio modo tendríamos para M'',

$$P = \frac{U_{,,} - Q\,M' - QM'''\,(x-a) - \&}{(x-a)^{m-2}}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_{,,} - q\ \ M'' = 0,\ \ M'' = \dfrac{v_{,,}}{q} \\ v_{,,} - Q\,M'' = U_{,,} - \dfrac{v_{,,}}{q}Q = U_{,,,}(x-a) \end{array}\right\} \quad (4)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{y para } M''',\ \ M''' = \dfrac{v_{,,,}}{q} \\ U_{,,,} - \dfrac{v_{,,,}}{q}Q = U_{IV}\ (x-a) \end{array}\right\} \quad (5) \qquad \&.$$

3.° Para las otras dos especies de coeficientes, tendríamos análogamente por la descomposiccion de la fraccion $\frac{U}{U'}$

$$\frac{U}{U'} = \frac{Rx + r}{x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 + \beta^2} + \frac{P}{Q}$$

en cuya ecuacion el factor de 2.° órden $x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 + \beta^2$ reemplaza al $x-a$ de los dos casos anteriores. Si observamos que este factor será cero cuando lo sean á la vez sus dos factores de primer grado $x - \alpha - \beta\sqrt{-1}$, $x - \alpha + \beta\sqrt{-1}$, y llamamos $v \pm v'\sqrt{-1}$ y $q \pm q'\sqrt{-1}$ los valores que tomarán U y Q por la sustitucion sucesiva de las raices $\alpha + \beta\sqrt{-1}$ y $\alpha - \beta\sqrt{-1}$ en vez de x, se tendrá la ecuacion

$v \pm v'\sqrt{-1} - (q \pm q'\sqrt{-1})\,[R\,(\alpha \pm \beta\sqrt{-1}) + r] = 0$; de que salen las dos

$$\left.\begin{array}{l} v - q\alpha R + q'\beta R - q\,r = 0 \\ v' - q\beta R - q'\alpha R - q'r = 0 \end{array}\right\} \text{ que dan R y } r \quad (6)$$

4.° Por iguales consideraciones se tendrá para el último periodo, en que se supone cierto número de factores de la forma $x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 + \beta^2 = F$

$$\frac{U}{U'} = \frac{S\,x + s}{F^{m'}} + \frac{S'x + s'}{F^{m'-1}} + \&\ldots\ldots\ + \frac{P}{Q},$$

$$P = \frac{U - Q[Sx + s + F\,(S'\,x + s') + F^2\,(S''x + s'') + \&.]}{F^{m'}}$$

y $\quad v \pm v'\sqrt{-1} - (q \pm q'\sqrt{-1})\,[S\,(\alpha \pm \beta\sqrt{-1}) + s] = 0$

382. Propongámonos como ejemplo resolver la integral siguiente:

$$\int \frac{dx}{x^8 + x^7 - x^4 - x^3} = \int \frac{dx}{x^3\,(x-1)\,(x+1)^2\,(x^2+1)}$$

Aplicando la fórmula general se tiene

$$\int \frac{dx}{x^3\,(x-1)\,(x+1)^2\,(x^2+1)} = \int \frac{N\,dx}{x-1} + \int \frac{M\,dx}{(x+1)^2} + \int \frac{M'\,dx}{x+1} +$$
$$\int \frac{M_{,}d\,x}{x^3} + \int \frac{M_{,,}dx}{x^2} + \int \frac{M_{,,,}\,dx}{x} + \int \frac{(R\,x + r)\,dx}{x^2+1}$$

Para hallar N tenemos en la ecuacion (1) del primer caso, $U = 1$, $Q = x^3\,(x+1)^2\,(x^2+1)$, $x = 1$; de donde $v = 1$, $q = 8$ y $N = \frac{1}{8}$.

Para hallar M se tiene en la ecuacion (2), $U = 1$, $Q = x^3\,(x-1)\,(x^2+1)$, $x = 1$ y $v = 1$, $q = 4$, $M = \frac{1}{4}$.

Para M′ se tiene en la (2) y (3)

$$U_{,}=\frac{U-QM}{x+1}=\frac{4-x^6+x^5-x^4+x^3}{4(x+1)}=\tfrac{1}{4}(-x^5+2x^4-3x^3+4x^2-4x+4)$$

$$Q=x^3(x-1)(x^2+1),\ x=-1,\ \text{y}\ v'=\frac{18}{4},\ q=4,\ M'=\frac{v'}{q}=\frac{9}{8}.$$

Para M_I se tiene en la ecuacion (2)

$$U=1,\ Q=(x-1)(x+1)^2(x^2+1),\ x=0;\ v=1,\ q=-1,\ M_{,}=\frac{v}{q}=-1$$

Para M_{II}, en la (3), $U_I=\dfrac{U-M_IQ}{x}=\dfrac{1+(x^5+x^4-x-1)}{x}=x^4+x^3-1$

$$Q=(x-1)(x+1)^2(x^2+1),\ x=0;\ \text{y}\ v'=-1,\ q=-1,\ M_{II}=\frac{v'}{q}=1$$

Para M_{III}, en la (4),

$$U_{II}=\frac{U'-QM_{II}}{x}=\frac{x^4+x^3-1-(x^5+x^4-x-1)}{x}=-x^4+x^2+1$$

$$Q=(x-1)(x+1)^2(x^2+1),\ x=0;\ \text{y}\ v''=1,\ q=-1,\ M_{III}=\frac{v''}{q}=-1$$

Para R y r se tiene en las ecuaciones (6)

$$U=1,\ Q=x^3(x-1)(x+1)^2,\ x=\pm\sqrt{-1},\ \beta=1,\ \alpha=0,\ q=-2,\ q'=2,$$
$$v=1,\ v'=0$$

$$\text{y}\ \left.\begin{array}{l}1+2R+2r=0\\ 2R-2r=0\ldots\end{array}\right\}\ R=r=-\tfrac{1}{4}$$

Será, por tanto, la integral

$$\int\frac{dx}{x^8+x^7-x^4-x^3}=\frac{1}{8}\int\frac{dx}{x-1}+\frac{1}{4}\int\frac{dx}{(x+1)^2}+\frac{9}{8}\int\frac{dx}{x+1}-\int\frac{dx}{x^3}+$$
$$+\int\frac{dx}{x^2}-\int\frac{dx}{x}-\frac{1}{4}\int\frac{(x+1)\,dx}{x^2+1}$$

$$=\frac{1}{8}\text{log. hip. }(x-1)-\frac{1}{4(x+1)}+\frac{9}{8}\text{ log. hip, }(x+1)+\frac{1}{2x^2}-\frac{1}{x}-\text{log. hip. }x-$$
$$\frac{1}{8}\text{log. hip. }(x^2+1)-\frac{1}{4}\text{ arco (tang. }=x)+C$$

(Téngase presente que la integral de $\dfrac{x+1}{x^2+1}$ es la de los dos términos que manifiesta el numerador $=\displaystyle\int\frac{x\,dx}{1+x^2}+\int\frac{dx}{1+x^2}=\tfrac{1}{2}\int\frac{2\,dx}{1+x^2}+\int\frac{dx}{1+x^2}$).

Reduciendo, se tiene por último

$$\int\frac{dx}{x^8+x^7-x^4-x^3}=-\frac{5x^2+2x-2}{4x^2(1+x)}+\tfrac{1}{8}\text{ log. hip.}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)+$$
$$+\text{log. hip.}\left(\frac{x+1}{x}\right)-\tfrac{1}{4}\text{arco (tang. }=x)+C$$

383. Funciones irracionales.

Las funciones irracionales se integran facilmente siempre que por cualquiera transformacion se las pueda convertir en racionales, ó reducir á una série de monomios irracionales, aplicando despues la regla 7.ª (num.° 372), ó la que corresponda á cada uno de los términos parciales segun la representacion de cada cual.

Sea la funcion propuesta

$$dz = \frac{1+\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^2}}{1+\sqrt[3]{x}}dx.$$

Sustituyendo en ella por x otra letra elevada á la potencia 2×3 de los dos radicales tendrémos una expresion racional. Hagamos $x=y^6$, con lo que

$$dx = 6y^5 y\, dy$$

y

$$dz = \frac{1+y^2-y^4}{1+y^2}6y^5\,dy = -6\frac{y^9-y^8-y^5}{1+y^2}dy; \text{ y dividiendo}$$

$$dz = -6\left(y^7dy - y^6dy - y^5dy + y^4dy - y^2dy + dy - \frac{dy}{1+y^2}\right).$$

Integrando cada término y poniendo por y su valor $\sqrt[6]{x}$

$$z = -\frac{6}{8}x\sqrt[6]{x^2} + \frac{6}{7}x\sqrt[6]{x} + x - \frac{6}{5}\sqrt[6]{x^5} + 2\sqrt[6]{x^3} - 6\sqrt[6]{x} +$$
$$6 \text{ arco}\left(\text{tang.} = \sqrt[6]{x}\right) + C.$$

384. Cuando la funcion que se ha de integrar es binomia de la forma $du = Ax^{m-1}dx\,(a+bx^n)^{\frac{p}{q}}$, se convertirá en otra mas sencilla por medio del principio de la integracion por partes; ó bien, si es posible, se la convertirá en otra racional estableciendo la hipótesis de ser $a+bx^n = z^q$, á la manera que en el párrafo anterior, lo que daria

$(a+bx^n)^{\frac{p}{q}} = z^p$, $x = \left(\frac{z^q-a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$, $x^m = \left(\frac{z^q-a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}$; y, diferenciando y dividiendo por m,

$$x^{m-1}dx = \frac{1}{nb}q\,z^{q-1}dz\left(\frac{z^q-a}{b}\right)^{\frac{m}{n}-1}; \text{ y } du = A\frac{q}{nb}z^{p+q-1}\left(\frac{z^q-a}{b}\right)^{\frac{m}{n}-1}dz$$

expresion que será racional siempre que el esponente $\frac{m}{n}$ dé por la division un número entero.

385. La expresion $\int\frac{dx}{\sqrt{a^2\pm x^2}}$ se podrá integrar desde luego si la convertimos en una cuyo numerador sea la diferencial exacta del denominador (número 373 regla 3.ª): para lo cual harémos

$$\int\frac{dx}{\sqrt{a^2\pm x^2}} = \int dx\,(a^2\pm x^2)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{x+(a^2\pm x^2)^{\frac{1}{2}}}{x+(a^2\pm x^2)^{\frac{1}{2}}}\right) =$$

$$= \int\frac{x\,dx\,(a^2\pm x^2)^{-\frac{1}{2}} + \left(dx\,(a^2\pm x^2)^0\right)}{x+\sqrt{a^2\pm x^2}} = \text{log. hip. } (x+\sqrt{a^2\pm x^2}.$$

Tambien seria

$$\int\frac{dx}{x\sqrt{a^2\pm x^2}} = -\frac{1}{a}\int\frac{d(ax^{-1})}{\sqrt{(ax^{-1})^2\pm 1}} = \frac{1}{a}\text{log. hip.}\left[\frac{x}{a+\sqrt{a^2\pm x^2}}\right]$$

386. Aplicando el principio de *integracion por partes* (número 373 regla 6.ª) á la diferencial $dx\sqrt{x^2+a^2}$, se tendrá sucesivamente

$$\int dx\sqrt{x^2+a^2} = x\sqrt{a^2+a^2} - \int x d\sqrt{x^2+a^2}, \quad d\sqrt{x^2+a^2} = \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$\int x d\sqrt{x^2+a^2}=\int\frac{x^2\,dx}{\sqrt{x^2+a^2}}=\int\frac{(x^2+a^2-a^2)\,dx}{\sqrt{x^2+a^2}}=\int dx\sqrt{x^2+a^2}-a^2\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}};$$

Segun el ejemplo anterior $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}=\text{long.hip.}(x+\sqrt{x^2+a^2})$; luego

$$\int dx\sqrt{x^2+a^2}=x\sqrt{x^2+a^2}-\int dx\sqrt{x^2+a^2}+a^2\ \text{log.hip.}\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)$$

y por fin, $\int dx\sqrt{x^2+a^2}=\frac{1}{2}x\sqrt{x^2+a^2}+\frac{1}{2}a^2\ \text{log.hip.}\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)$

Será del propio modo para la expresion $dx\sqrt{2ax-x^2}$

$$\int dx\sqrt{2ax-x^2}=x\sqrt{2ax-x^2}-\int x\,d\sqrt{2ax-x^2}\ \Big\{\ d\sqrt{2ax-x^2}=\frac{a-x}{\sqrt{2ax-x^2}}$$

$$\int x d\sqrt{2ax-x^2}=\int\frac{ax\,dx}{\sqrt{2ax-x^2}}+\int\frac{-x^2+2ax-2ax}{\sqrt{2ax-x^2}}=$$

$$=\int\frac{ax\,dx}{\sqrt{2ax-x^2}}+\int\sqrt{2ax-x^2}.\,dx-\int\frac{2ax\,dx}{\sqrt{2ax-x^2}}=$$

$$\int dx\sqrt{2ax-x^2}-\int\frac{ax\,dx}{\sqrt{2ax-x^2}}$$

pero $\int\frac{ax\,dx}{\sqrt{2ax-x^2}}=a\int\frac{x+a-a}{\sqrt{2ax-x^2}}=-a\sqrt{2ax-x^2}+\int\frac{a\,dx}{\sqrt{2ax-x^2}}$

y $\int\frac{a\,dx}{\sqrt{2ax-x^2}}=\int\frac{a\,dx}{\sqrt{2ax-x^2+a^2-a^2}}=\int\frac{a^2\,dx}{\sqrt{1-\left(\frac{x-a}{a}\right)^2}}=$

luego $a^2\times\text{arco}\left(\text{sen.}=\frac{x-a}{a}\right)$

$$2\int dx\sqrt{2ax-x^2}=(x-a)\sqrt{2ax-x^2}+a^2\ \text{arco}\left(\text{sen.}=\frac{x-a}{a}\right)$$

ó $\int dx\sqrt{2ax-x^2}=\frac{1}{2}(x-a)\sqrt{2ax-x^2}+\frac{1}{2}a^2\ \text{arco}\left(\cos.=\frac{(a-x)}{a}\right)$

Se tendrian de la propia manera

$$\int dx\sqrt{2ax+x^2}=\tfrac{1}{2}(r+a)\sqrt{2ax+x^2}-\tfrac{1}{2}a^2\ \text{lon. hip.}\ (x+a+\sqrt{2ax+x^2}$$

$$\int dx\sqrt{a^2-x^2}=\tfrac{1}{2}x\sqrt{a^2-x^2}+\tfrac{1}{2}a^2\ \text{arco}\left(\text{sen.}=\frac{x}{a}\right)$$

$$\int dx\sqrt{x^2-a^2}=\tfrac{1}{2}x\sqrt{x^2-a^2}-\tfrac{1}{2}a^2\ \text{log. hip.}\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)$$

387. Funciones logarítmicas y esponenciales.

Logarítmicas (números 370 y 371.)

Sea $dz=P\,dx\,(\text{log. hip.}\,x)^n$; en que P es funcion de x. Aplicando el principio de integracion por parte se tiene

$$z=\int P\,dx=(\text{log. hip.}\,x)^n=(\text{log. hip.}\,x)^n\int Pdx-\int d\,(\text{log. hip.}\,x)^n.\int Pdx.$$

Haciendo $\int Pdx=N$, y observando que $d(\text{log. hip.}\,x)^n=n\,(\text{log. hip.}\,x)^{n-1}\frac{dx}{x}$;

será $z=N\,(\text{log. hip.}\,x)^n-n\int(\text{log. hip.}\,x)^{n-1}\frac{dx}{x}N.$

Haciendo con $\int(\text{log.hip. } x)^{n-1}\frac{dx}{x}\text{N}$, lo que hemos ejecutado con $\int \text{P}dx(\text{log hip.}x)^n$,

y llamando M la integral de $\text{N}\frac{dx}{x}$, se tiene

$$\int\frac{dx}{x}\text{N} (\text{log. hip. } x)^{n-1} = \text{M} (\text{log. hip. } x)^{n-1} = (n-1)\int\frac{dx}{x}(\text{log. hip. } x)^{n-2}\text{ M}.$$

Continuando de este modo llegaríamos á

$$z = \text{N} (\text{log. hip. } x)^n - n\text{ M} (\text{log. hip. } x)^{n-1} + n(n-1)\text{ L} (\text{log. hip. } x)^{n-2} \ldots -$$

$$-(n(n-1)(n-2)\ldots n-(n-1))\text{ V}\int\frac{dx}{x}(\text{log. hip. } x)^{n-(n-1)}.$$

el siguiente término daría $n-n=0$, y todo él seria nulo; supuesto siempre n número entero.

Ejemplo. $dz = x^m dx (\text{log. hip. } x)^2$

1.er término, $(\text{log. hip. } x)^2\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1}(\text{log. hip. } x)^2$

2.°: $2(\text{log.hip. } x)\int \text{M}\frac{dx}{x} = 2(\text{log. hip. } x)\int\frac{x^{m+1}}{m+1}.\ \frac{dx}{x} = 2\text{ log. hip. } x\,\frac{x^{m+1}}{(m+1)^2}$

3.°: $2\int \text{L}\frac{dx}{x} = 2\int\frac{x^{m+1}}{(m+1)}.\ \frac{dx}{x} = \frac{2x^{m+1}}{(m+1)^3}$

$$z = x^{m+1}\left(\frac{(\text{log. hip. } x)^2}{m+1} - \frac{2(\text{log. hip. } x)}{(m+1)^2} + \frac{2}{(m+1)^3}\right) + \text{C}$$

Seria del propio modo

$$\int\frac{dx}{x\text{ log. hip. } x} = \text{log. hip. (log. hip. } x); \int\frac{dx}{x(\text{log. hip. } x)^n} = -\frac{n}{n-1}.\ \frac{1}{(\text{log. hip. } x)^{n-1}}$$

$$\int\frac{dx}{x}(a + b\text{ (log. hip.)}x)^n = \frac{(a+b\text{ log. hip. } x)^{n+1}}{(n+1)\,b}.$$

La integral de $dz = \text{log. hip. } x\,dx$

es $z = x\text{ log. hip. } x - x$

y si fueran los logaritmos los vulgares

$$z = x\log.\frac{x}{e}$$

388. **Esponenciales.** Segun la regla 2.ª (pág. 161 y 162) y lo dicho en números anteriores, si tenemos la expresion

$$dz = \frac{a^x dx}{\sqrt{1+a^{2x}}},\text{ haciendo } a^x = u,\text{ de que } dx = \frac{du}{u\text{ log. hip. } a}$$

será
$$dz = \frac{du}{\text{log. hip. } a\sqrt{1+u^2}}$$

$$\int dz = \frac{1}{\text{log. hip. } a}\int\frac{du}{\sqrt{1+u^2}} = \frac{1}{\text{log. hip. } a}\int du\,(1+u^2)^{-\frac{1}{2}}\frac{u+(1+u^2)^{\frac{1}{2}}}{u+(1+u^2)^{\frac{1}{2}}} =$$

$$= \frac{1}{\text{log. hip. } a}\int\frac{u\,du\,(1+u^2)^{-\frac{1}{2}} + du}{u+(1+u^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{(núm. 385)}$$

$$\int dz = \frac{1}{\text{log. hip. } a}\text{log. hip.}\left(u+(1+u^2)^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{\text{log. hip. } a}\text{log.hip.}\left(a^x + \sqrt{1+a^{2x}}\right)$$

389. Sea $dx = \text{P}a^x dx$; (P funcion de x). Se tendrá

$$z = \mathrm{P}\,a^x \frac{1}{\log.\,\mathrm{hip.}\,a} - \frac{1}{\log.\,\mathrm{hip.}\,a}\int a^x\,d\,\mathrm{P}.$$ Haciendo $d\,\mathrm{P} = \mathrm{Q}\,d\,x$, $d\,\mathrm{Q} = \mathrm{R}\,d\,x$, &, resultará

$$z = \int \mathrm{P}\,a^x\,d\,x = \frac{1}{\log.\,\mathrm{hip.}\,a}\,\mathrm{P}\,a^x - \frac{1}{(\log.\,\mathrm{hip.}\,a)^2}\,\mathrm{Q}a^x + \frac{1}{(\log.\,\mathrm{hip.}\,a)^3}\,\mathrm{R}\,a^x \ldots \pm \frac{1}{(\log.\,\mathrm{hip.}\,a)^n}\int \mathrm{U}\,a^x\,dx + \mathrm{C}.$$

El último término tendrá signo + si ocupa lugar impar, y signo — si ocupa lugar par.

Si P es una cantidad racional y entera, el número de términos de esta série será limitado, y la última cantidad U será constante, teniendo $\int \mathrm{U}\,a^x\,d\,x$ por expresion $\int \mathrm{U}\,a^x\,d\,x = \mathrm{U}\,\dfrac{a^x}{\log.\,\mathrm{hip.}\,a} + \mathrm{C}$.

Haciendo $\mathrm{P} = x^n$, siendo n entero y positivo, se tiene $d\,\mathrm{P} = nx^{n-1}\,d\,x$,

$$\mathrm{Q} = n\,x^{n-1}; \qquad \mathrm{R} = n\,(n-1)\,x^{n-2};$$ &, y la serie,

$$z = \int a^x x^n\,d x = \frac{a^x}{\log.\,\mathrm{hip.}\,a}\left(x^n - \frac{n}{\log.\,\mathrm{hip.}\,a}\,x^{n-1} + \frac{n\,(n-1)}{(\log.\,\mathrm{hip.}\,a)^2}\,x^{n-2} \ldots\ldots \pm \pm \frac{n\,(n-1)\ldots\ldots 1}{(\log.\,\mathrm{hip.}\,a)^{n-1}}\right) + \mathrm{C}.$$

Si en esta fórmula n es negativo, será $x^{-n} = \dfrac{1}{x^n}$, y

$$z = \int \frac{a^x d x}{x^n} = -\frac{a^x}{(n-1)\,x^{n-1}} + \frac{a^x \log.\,\mathrm{hip.}\,a}{(n-1)\,(n-2)\,x^{n-2}} \ldots\ldots\ldots \ldots\ldots \frac{(\log.\,\mathrm{hip.}\,a)^{n-1}}{(n-1)\,(n-2)\,\ldots..1}\int \frac{a^x}{x}\,d x$$

Siendo n fraccionario, positivo ó negativo, la série sería infinita.

390. **Funciones circulares.**

Se integrarán fácilmente estas funciones diferenciales si por alguna reduccion ó transformacion conveniente se hace depender su integracion de una funcion algebráica.

Vistas las reglas de los números 373 y 374, propongámonos ahora determinar la

$$\int x^n\,d\,x \text{ arco (sen.} = x):$$

para lo cual, recordando el principio de integracion por partes, y observando que d arco (sen. $= x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$, se escribirá,

$$\int x^n\,d\,x \text{ arco (sen.} = x) = \frac{x^{n+1}}{n+1}\text{ arco (sen.} = x) - \frac{1}{n+1}\int \frac{x^{n+1}\,d x}{\sqrt{1-x^2}};$$

cuyo valor depende de la funcion algebráica $\displaystyle\int \frac{x^{n+1}\,d x}{\sqrt{1-x^2}}$ ya conocida.

Sea, ahora, la funcion $\int z^n\,d\,x$, en que z es un arco y x su seno : se tendrá de igual manera

$$\int z^n\,d\,x = x\,z^n - n\int z^{n-1}\frac{x\,d\,x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int z^{n-1} \frac{x\,d\,x}{\sqrt{1-x}} = -z^{n-1}\sqrt{1-x^2} + (n-1)\int x^{n-2}\,d\,x;\ \&.$$

de donde se saca la fórmula

$$\int z^n\,d\,x = z^n\,x + n\,z^{n-1}\sqrt{1-x^2} - n\,(n-1)\,z^{n-2}\,x - n\,(n-1)\,(n-2)\,z^{n-3}\sqrt{1-x^2} + \&$$

cuyo valor será determinado siempre que n sea entero y positivo.

391. La funcion $\int d\,x \operatorname{sen.} p\,x \cos.\, q\,x$ se integrará, como todas las diferenciales racionales y enteras del seno y coseno de un arco, transformándola en otra que solo contenga monomios de senos y cosenos por medio de las fórmulas trigono métricas.

$$\operatorname{sen.} a \cos.\, b = \tfrac{1}{2}\operatorname{sen.}(a+b) + \tfrac{1}{2}\operatorname{sen.}(a-b)$$
$$\cos.\, a \cos.\, b = \tfrac{1}{2}\cos.\,(a+b) + \tfrac{1}{2}\cos.\,(a-b)$$
$$\operatorname{sen.} a \operatorname{sen.} b = \tfrac{1}{2}\cos.\,(a-b) - \tfrac{1}{2}\cos.\,(a+b)$$

con las que

$$\int d\,x \operatorname{sen.} p\,x \cos.\, q\,x = \tfrac{1}{2}\int [\operatorname{sen.}(p+q)\,x + \operatorname{sen.}(p-q)\,x]\,d\,x =$$
$$= \tfrac{1}{2}\int \frac{(p+q)\,d\,x \operatorname{sen.}(p+q)\,x}{p+q} + \tfrac{1}{2}\int \frac{(p-q)\,d\,x \operatorname{sen.}(p-q)\,x}{p-q}$$
$$= \frac{-\tfrac{1}{2}\cos.\,(p+q)\,x}{p+q} - \frac{\tfrac{1}{2}\cos.\,(p-q)\,x}{p-q} + \mathrm{C}.$$

392. Se pueden igualmente integrar las expresiones

$$\int d\,x \cos.^m x, \qquad \int d\,x \operatorname{sen.}^m x,$$

siendo m entero y positivo, poniendo los exponentes del coseno y seno en funcion de los cosenos y senos de los arcos múltiplos con el auxilio de las fórmulas trigo-métricas siguientes:

$$2\cos.^2 x = \cos.\, 2x + 1 \qquad 2\operatorname{sen.}^2 x = -\cos.\, 2x + 1$$
$$4\cos.^3 x = \cos.\, 3x + 3\cos.\, x \qquad 4\operatorname{sen.}^3 x = -\operatorname{sen.} 3x + 3\operatorname{sen.} x$$
$$8\cos.^4 x = \cos.\, 4x + 4\cos.\, 2x + 3 \qquad 8\operatorname{sen.}^4 x = \cos.\, 4x - 4\cos.\, 2x + 3$$
$$16\cos.^5 x = \cos.\, 5x + 5\cos.\, 3x + 10\cos.\, x; \quad 16\operatorname{sen.}^5 x = \operatorname{sen.}^5 x - 5\operatorname{sen.} 3x + 10\operatorname{sen.} x$$

Asi, pues, siendo $m=5$, $m=4$, &, se tiene

$$\int d\,x \cos.^5 x = \int \left(\frac{\cos.\, 5\,x}{16} + \frac{5\cos.\, 3\,x}{16} + \frac{10\cos.\, x}{16}\right) d\,x =$$
$$= \frac{1}{80}\operatorname{sen.} 5\,x + \frac{5}{48}\operatorname{sen.} 3x + \frac{5}{8}\operatorname{sen.} x + \mathrm{C}$$

$$\int d\,x \cos.^4 x = \frac{1}{32}\operatorname{sen.} 4x + \frac{1}{4}\operatorname{sen.} 2x + \frac{3}{8}x$$

$$\int dx \operatorname{sen.}^4 x = \int \frac{1}{8}\left(\cos.\, 4\,x - 4\cos.\, 2x + 3\right) d\,x = \frac{\operatorname{sen.} 4\,x}{8\times 4} - \frac{4\operatorname{sen.} 2\,x}{8\times 2} + \frac{3\,x}{8} =$$
$$= \frac{1}{32}\operatorname{sen.} 4x - \frac{1}{4}\operatorname{sen.} 2x + \frac{3}{8}x$$

$$\int d\,x \operatorname{sen.}^3 x = \frac{1}{12}\cos.\, 3\,x - \frac{3}{4}\cos.\, x$$

$$\int d\,x \operatorname{sen.}^2 x = -\frac{1}{4}\operatorname{sen.} 2x + \tfrac{1}{2}x = \frac{1}{2}(x - \operatorname{sen.} x \cos.\, x)$$

Si las funciones diferenciales contuvieran tangentes, cotangentes, &, en vez de senos y cosenos, se verificaria su transformacion reduciéndolas á expresiones de senos y cosenos por las fórmulas $\tan. = \dfrac{\operatorname{sen.}}{\cos.}$ &, integrándolas despues por los mtéodos precedentes.

393. Se integran por medio de los logaritmos ó de los métodos anteriores las siguientes expresiones de un uso mas frecuente:

$$\int\frac{dx}{\cos.x}=\int\frac{dx}{\cos.x}\cdot\frac{\sec.x+\text{tang.}x}{\sec.x+\text{tang.}x}=\log.\text{hip.}(\text{tang.}x+\sec.x)=$$
$$=\log.\text{hip. tang.}(\tfrac{1}{4}\pi+\tfrac{1}{2}x)$$

$$\int\frac{dx}{\text{sen.}x}=\int\frac{dx}{\text{sen.}x}\cdot\frac{\text{cosec.}x+\cot.x}{\text{cosec.}x+\cot.x}=-\log.\text{hip.}(\cot.x+\text{cosec.}x)=$$
$$=\log.\text{hip. tang.}\tfrac{1}{2}x$$

$$\int dx\,\text{tang.}x=-\int\frac{d(\cos.x)}{\cos.x}=-\log.\text{hip.}\cos.x$$

$$\int dx\,\text{tang.}^2x=\int dx(\sec.^2x-1)=\text{tang.}x-x;\ \int dx\cot.x=\log.\text{hip.}(\text{sen.}x)$$

$$\int\frac{dx}{\text{sen.}x\cos.x}=\int\frac{dx\sec.^2x}{\text{tang.}x}=\log.\text{hip.}(\text{tang.}x)$$

$$\int\frac{dx}{\text{sen.}^2x\cos.^2x}=\int dx\left(\frac{1}{\cos.^2x}+\frac{1}{\text{sen.}^2x}\right)=\text{tang.}x-\cot.x$$

$$\int\frac{dx\cos.x}{a+b\,\text{sen.}x}=\frac{1}{b}\log.\text{hip.}(a+b\,\text{sen.}x);\ \int\frac{dx}{\text{sen. ver.}x}=\int\frac{dx}{2\,\text{sen.}^2\frac{1}{2}x}=-\cot.\tfrac{1}{2}x$$

$$\int\frac{dx}{a+bx^2}=\int\frac{b\,dx}{ab+b^2x^2}=\frac{1}{\sqrt{ab}}\text{arco}\left((\text{tang.}=\frac{\sqrt{a}}{x\sqrt{b}}\right)$$

$$\int\frac{c+ex}{a+bx^2}dx=\int\frac{c\,dx}{a+bx^2}+\frac{e}{2b}\int\frac{2b\,dx}{a+bx^2}=\frac{c}{\sqrt{ab}}\text{arco}\left(\text{tang.}=\frac{x\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)+$$
$$+\frac{e}{2b}\log.\text{hip.}(a+bx^2)$$

$$\int\frac{dx}{ax+bx^2}=-\frac{1}{a}\int\frac{-ax\,dx}{ax^{-1}+b}=-\frac{1}{a}\log.\text{hip.}(ax^{-1}+b)$$

$$\int\frac{dx}{a+bx+cx^2}=2\int\frac{2c\,dx}{4ac+4bcx+4c^2x^2}=2\int\frac{d(2cx+b)}{(2cx+b)^2+4ac-b^2}=$$
$$=\frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}}\text{arco}\left(\text{tang.}=\frac{2cx+b}{\sqrt{4ac-b^2}}\right)$$

Este resultado supone $4ac>b^2$. Si fuese $b^2>4ac$ la expresion sería imaginaria, pero se la podría obtener real operando del siguiente modo:

$$\int\frac{dx}{a+bx+cx^2}=2\int\frac{d(2cx+b)}{(2cx+b)^2-(b^2-4ac)}=$$
$$=\frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}}\log.\text{hip.}\frac{2cx+b-\sqrt{b^2-4ac}}{2cx+b+\sqrt{b^2-4ac}}$$

$$\int\frac{dx}{(x+a)(x+b)}=\frac{1}{a-b}\int dx\left(\frac{1}{x+b}-\frac{1}{x+a}\right)=\frac{1}{a-b}\log.\text{hip.}\frac{x+b}{x+a}$$

394. Las siguientes expresiones, aunque irracionales, se pueden trasformar de modo que vengan á ser integrables por los métodos elementales expuestos.

$$\int\frac{dx}{\sqrt{ax+bx^2}}=\frac{1}{\sqrt{b}}\int\frac{d(bx+\frac{1}{2}a)}{\sqrt{(bx+\frac{1}{2}a)^2-\frac{1}{4}a^2}}=\frac{1}{\sqrt{b}}\log.\text{hip.}[bx+\tfrac{1}{2}a+\sqrt{b(ax+bx^2)}]$$

$$\int\frac{x\,dx}{\sqrt{ax-bx^2}}=\frac{1}{\sqrt{b}}\int\frac{dx\,(bx-\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a)}{\sqrt{abx-b^2x^2}}=-\frac{1}{b}\sqrt{ax-bx^2}+$$

$$+\frac{1}{\sqrt{b}}\int\frac{dx}{\sqrt{\frac{2bx}{a}-\frac{4b^2x^2}{a^2}}}=-\frac{1}{b}\sqrt{ax-bx^2}+\frac{1}{\sqrt{b}}\text{arco}\left(\text{sen. ver.}=\frac{2bx}{a}\right)$$

$$\int dx\,(b+x)\sqrt{a+\tfrac{1}{4}x}=\int dx\,\tfrac{1}{2}b\sqrt{4a+x}+\int\tfrac{1}{2}dx\,(x+4a-4a)\sqrt{4a+x}=$$

$$=\tfrac{1}{3}(b-4a)\sqrt{(4a+x)^3}+\tfrac{1}{5}\sqrt{(4a+x)^5}$$

$$\int\frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt{x+a}}=\int\frac{dx\left(\sqrt{x+a}-\sqrt{x}\right)}{a}=\frac{2}{3a}\left(\sqrt{(x+a)^3}-\sqrt{x^3}\right)$$

$$\int\frac{x\,dx}{\sqrt{a^4-x^4}}=\tfrac{1}{2}\,\text{arco}\left(\text{sen.}=\frac{x^2}{a^2}\right)$$

$$\int\frac{dx}{\sqrt{(1-x)(2+x)}}=2\,\text{arco}\left(\text{sen.}=\sqrt{\frac{x+2}{3}}\right)$$

$$\int dx\frac{(a-x)\sqrt{x^2-a^2}}{x}=\int dx\frac{a\sqrt{x^2-a^2}}{x}-\int dx\sqrt{x^2-a^2}\quad(1)$$

El segundo término es el del número 386; el primero es el siguiente,

$$\int dx\frac{a\,(x^2-a^2)}{x\sqrt{x^2-a^2}}=a\sqrt{x^2-a^2}-\int\frac{a^3\,dx}{x\sqrt{x^2-a^2}}=a\sqrt{x^2-a^2}-a^2\,\text{arco}\left(\text{sec.}=\frac{x}{a}\right).$$

Así, la integral (1) será

$$=(a-\tfrac{1}{2}x)\sqrt{x^2-a^2}+\tfrac{1}{2}a^2\left[\text{log. hip.}\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)-2\,\text{arco}\left(\text{sec.}=\frac{x}{a}\right)\right]$$

$$\int\frac{dx}{x\sqrt{a+x}}=\frac{2}{\sqrt{a}}\text{log. hip.}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a}+\sqrt{a+x}}$$

$$\int\frac{dx\,(2-4x)}{x^2-x-2}=-2\int\frac{(2x-1)\,dx}{x^2-x-2}=-2\,\text{log. hip.}\,(x^2-x-2)$$

395. Integracion por séries.

Cuando no es posible obtener rigorosamente las expresiones integrales, se desarrolla en série la funcion dada, ya dividiendo ó ya elevando á la potencia indicada, con lo que se obtendrá una suma de términos monomios fáciles de integrar. Las séries ascendentes, que son las que tienen positivos los exponentes de la variable, solo converjen cuando el valor de esta es muy pequeño; al contrario que en las descendentes, ó en las que son negativos los exponentes de la variable, que cuanto mayor es este mas la série converje ó decrece; circunstancia que se requiere para la mayor aproximacion de la integral.

Sea $dz=\frac{dx}{1+x^2}=dx\,(1-x^2+x^4-x^6+x^8-\&)$

$$\int\frac{dx}{1+x^2}=\text{arco (tang.}=x)=x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\frac{x^9}{9}-\frac{x^{11}}{11}\pm\&.$$

expresion del arco en valores de su tangente, á que no se pone constante porque el arco es cero cuando lo es su tangente.

Si $z=30^\circ$, tang. $30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$; cuyo valor sustituido en la anterior expresion, reduciendo y multiplicando por 6, dá

semicircunferencia $=3,141582653589$........ valor correspondiente al supuesto $r=1$,

$$\int \frac{a\,dx}{a^2+x^2}=\text{arco}\left(\text{tang.}=\frac{x}{a}\right)=\frac{x}{a}-\frac{x^3}{3a^3}+\frac{x^5}{5a^5}-\&.$$

$$\int \frac{dx}{x^2+1}=-\frac{1}{x}+\frac{1}{3x^3}+\frac{1}{5x^5}+\frac{1}{7x^7}+\&.=\text{arco (tang.}=x)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}=\int dx\,(x-x^2)^{-\frac{1}{2}}=2\sqrt{x}\left(1+\frac{1\,x}{2.3}+\frac{1.3\,x^2}{2.4.5}+\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{x^3}{7}+\&.\right)$$

$$\int dx\sqrt{2ax-x^2}=\int dx\,(2ax-x^2)^{\frac{1}{2}}=$$

$$=2x\sqrt{2ax}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\frac{x}{5.2a}-\frac{1.1}{2.4}\cdot\frac{x^2}{7.4a^2}-\frac{1.1.3}{2.4.6}\cdot\frac{x^3}{9.8a^3}-\&.\right)$$

$$\int x\,dx\sqrt{2ax-x^2}=\int x^{\frac{3}{2}}\left(\sqrt{2a}-\frac{x}{2\sqrt{2a}}-\frac{x^2}{2.4\sqrt{(2a)^3}}-\frac{x^3}{2.8\sqrt{(2a)^5}}-\&\right)=$$

$$=x^2\sqrt{2ax}\left(\frac{2}{5}-\frac{x}{14a}-\frac{x^2}{144a^2}-\&.\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}=\int dx\,(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}=x-\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{x^5}{5}-\frac{1.3.5}{2.4.6}\frac{x^7}{7}+\&$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}=\int dx\,(x^2-1)^{-\frac{1}{2}}=\text{log. hip. }x-\frac{1}{1.2x^2}-\frac{1.3}{2.4.4x^4}-\frac{1.3.5}{2.4.6.6x^6}-\&$$

$$\int \frac{dx}{a+x}=\text{log. hip. }(a+x)=\frac{x}{a}-\frac{x^2}{2a^2}+\frac{x^3}{3a^3}-\frac{x^4}{4a^4}+\&.$$

396. **Funciones de dos ó mas variables.**

Por lo dicho en el número 369 sabemos que las diferenciales de las funciones de dos ó mas variables se componen de las diferenciales parciales correspondientes á la de cada una de las variables componentes, abrazando estas parciales todas las que se consideran formadas por la variabilidad de una de sus variables. Así, pues, el paso de una diferencial parcial á la funcion primitiva se efectua como si fuera esta de una sola variable, siguiendo los procedimientos ya explicados.

Si se considera una funcion diferencial total, como por ejemplo

$$du=\text{A}\,dx+\text{B}\,dy \qquad (1)$$

Siendo A y B los primeros coeficientes diferenciales, los segundos serán

$$\frac{d^2u}{dy.dx}=\frac{dA}{dy} \quad » \quad \frac{d^2u}{dx.dy}=\frac{dB}{dx}$$

verificándose

$$\frac{dA}{dy}=\frac{dB}{dx}$$

Por consiguiente, la integracion se referirá á la de las funciones diferenciales parciales.

Así, para llegar á la funcion u en la (1) bastará hacer

$$u=\int \text{A}\,dx+\text{Y}$$

Siendo Y una constante que puede ser funcion de y. Su valor se hallará diferenciando con arreglo á y la última expresion; lo que dá, haciendo

$$v = \int A\,dx, \qquad \frac{du}{dy} = \frac{dv}{dy} + \frac{dY}{dy} = B$$

y por tanto $\quad Y = \int \left(B - \frac{dv}{dy}\right)$, $\quad$ que hace

$$u = \int A\,dx + \int \left(B - \frac{dv}{dy}\right) dy$$

de donde se deduce la siguiente regla. «Unidos todos los términos afectados de la »diferencial de una misma variable, intégrese como si fueran constantes los demás, » teniendo así á $\int A\,dx$ ó v. Diferenciada luego esta funcion con respecto á la otra » variable, réstese de la otra diferencial B, y el resultado será la integral buscada » si no hubiere resíduo. Si le hubiere no contendrá la variable con respecto á la » cual se integró, siguiéndose con él el mismo procedimiento anterior, y así suce- » sivamente.»

Lo propio se hará si la diferencial propuesta fuera de tres variables.

Ejemplos.

Sea la diferencial

$$u = 4x^3 y^2\,dx + 2yx^4\,dy + 3y^2 x\,dy + y^3\,dx.$$

Las diferenciales parciales son

$$(4x^3 y^2 + y^3)\,dx = A\,dx \quad » \quad (2yx^4 + 3y^2 x)\,dy = B\,dy$$

cualquiera de las cuales puede integrarse para tener la funcion primitiva. Integrando la primera; resulta $v = x^4 y^2 + y^3 x$; y diferenciada esta respecto á y, lo que dá

$$\frac{dv}{dy} = 2x^4 y + 3xy^2,$$

y restada de B, dará cero por resultado; siendo pues

$$u = x^4 y^2 + y^3 x$$

Si la diferencial fuese de 3 variables

$$du = 4x^3\,dx + xz^2\,dx + x^2 z\,dz - \tfrac{3}{4}y^2 x\,dy - \frac{y^3}{4}\,dx$$

ó

$$du = \left(4x^3 + xz^2 - \frac{y^3}{4}\right)dx + x^2 z\,dz - \tfrac{3}{4}y^2 x\,dy$$

equivalente á

$$du = A\,dx + B\,dy + C\,dz$$

la integral de la parcial $A\,dx$ daría

$$v = x^4 + \tfrac{1}{2}x^2 z^2 - \frac{y^3 x}{4}$$

que diferenciada respecto á z, $\frac{dv}{dz} = x^2 z$, y restada de B + C, quedaría $-\tfrac{3}{4}y^2 x\,dy$.

Integrada esta última, se tendría $\quad -\frac{y^3 x}{4}$,

y la funcion primitiva $\quad u = x^4 + \tfrac{1}{2}x^2 z^2 - \frac{y^3 x}{4}$

397. MÁXIMOS Y MÍNIMOS.

Se dá el nombre de *máximo* al valor de una variable, mayor que todos los que le preceden y siguen inmediatamente, cuando se supone que ella pasa por diferentes estados de magnitud tan próximos como se quiera: y se llama *mínimo* al menor valor que pueda tener entre los que le anteceden y suceden.

Se vé, por esta definicion, que puede haber muchos máximos y mínimos sin que amás se puedan suceder inmediatamente dos de los primeros ó dos de los segundos; siendo condicion esencial para el máximo que su valor haya siempre de ser

mayor que los dos que inmediatamente le sucedan y antecedan; y al contrario para el mínimo.

398. **Regla para hallar los máximos y mínimos de las funciones de una sola variable.**

Hállese el primer coeficiente diferencial de la funcion é iguálesele á cero. De esta ecuacion resultante se deducirán varios valores para x entre los que se hallarán los que deban hacer la funcion un máximo ó un mínimo.

Para conocer los valores hallados que gozan de esta propiedad, se sustituirán sucesivamente por la variable en los coeficientes diferenciales de órden superior: cada uno que reduzca á cero un número impar de coeficientes diferenciales será un máximo ó un mínimo: máximo si el primer coeficiente que no desaparece tiene signo negativo, y mínimo si le tiene positivo. Si la sustitucion de estos valores reduce á cero un número par de coeficientes diferenciales, la funcion propuesta no tendrá máximo ni mínimo.

Sea la funcion

$$z=6x^7-70x^6+356x^5-861x^4+1274x^3-1092x^2+504x-27$$

$$\frac{dz}{dx}=42(x-1)^3(x-2)^2(x-3)$$

$$\frac{d^2z}{dx^2}=84(x-1)^2(x-2)(3x^2-13x+13)$$

$$\frac{d^3z}{dx^3}=84(x-1)(15x^3-85x^2+155x-91)$$

$$\frac{d^4z}{dx^4}=168(30x^3-150x^2+240x-123).$$

Segun la primera parte de la regla, será $(x-1)^3(x-2)^2(x-3)=o$; de que

$$x=1, x=2, x=3.$$

El primer coeficiente diferencial que el valor $x=1$ no reduce á cero es el de cuarto órden, que viene á quedar en $\frac{d^4z}{dx^4}=-504$; este valor corresponderá á un máximo, que es $z=+70$. Sustituido el segundo valor $x=2$, en las diversas ecuaciones diferenciales, vemos que la primera que no se reduce á cero es la tercera, que, por ser de órden impar, nos dice que con $x=2$ no habrá máximo ni mínimo. Y en fin con $x=3$ no desaparece el segundo coeficiente diferencial, pues que le reduce á

$$\frac{d^2z}{dx^2}=336;$$

habrá, pues, un mínimo, que es $z=+54$.

399. El producto de un número cualquiera de factores variables será un máximo cuando sean iguales entre sí estos mismos factores. Igual sucede en la recíproca.

Entre todos los paralelepípedos de igual superficie, el cubo tiene mas capacidad.

Entre todos los triángulos de igual base y altura, el de mayor superficie es el isósceles.

Entre todos los polígonos de igual contorno, el de mayor área es el que tiene lados iguales.

Entre todos los cilindros rectos de igual superficie el que tiene por altura el diámetro de la base es el de mayor capacidad.

Entre todos los cilindros rectos de igual capacidad, tendrá menor superficie el que tenga por altura el diámetro de la base.

El número x cuya raiz x.ª hace un máximo, es la base de los logaritmos hiperbólicos $e=2,718...$

400. Tangentes.

La ecuacion de una recta que pasa por dos puntos xy, $x'y'$, es

$$y-y'=a\ (x-x') \qquad (1)$$

en la cual la tangente a será siempre la constante relacion $\frac{y-y'}{x-x'}$, de las coordenadas hasta en el límite $\frac{dy}{dx}$ del incremento de la funcion y su variable; en cuyo instante si uno de aquellos puntos es el de contacto de la tangente y una curva la línea de la ecuacion (1) será esta tangente. Así, pues, si ponemos en ella por a la derivada $\frac{dy}{dx}$, la ecuacion

$$y-y'=\frac{dy}{dx}(x-x') \qquad (2)$$

será en general la de una tangente á una curva cualquiera; y para determinarla bastará, dada la ecuacion de la curva, hallar su primer coeficiente diferencial y sustituirle por el $\frac{dy}{dx}$ en la ecuacion (2):

EJEMPLOS.

Círculo. Su ecuacion, para el orígen en el centro, es

$$y^2+x^2=r^2,$$

que dá

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{7}$$

siendo así la tangente en el punto xy

$$y-y'=-\frac{x}{7}(x-x')$$

Para la *Elipse* es

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{b^2x}{a^2 7};$$

y para la *Hipérbola*

$$\frac{dy}{dx}=\frac{b^2x}{a^2y}$$

Si fuere en ellas $y=o$, la tangente en el vértice seria perpendicular al eje (X)

La curva *logarítmica*, cuya ecuacion es

$$y=\log. x$$

dá $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x}$, ó $\frac{\log. e}{x}$ tomando los logaritmos naturales.

Si $x=o$, la tangente $=\infty$ será el eje (Y), asíntota de la curva por el lado negativo ó estendiéndose bajo el eje (X).

$x=1$, la tang. $=\log.\ e=0,43...$

$x=\infty$, tang. $=o$, es decir, qúe la tangente será paralela en el infinito al eje (X).

La *Sinusoide* tiene por ecuacion

$$y=\text{sen.}\, x, \quad \text{y dá} \quad \frac{dy}{dx}=\cos.\, x$$

Si $x=o$, 2π, 4π, &, tangente $=1$, ó el ángulo que forma con el eje X es de 45.°

$x = \pi,\ 3\pi,\ 6\pi$, &, tang. $= -1$, y el ángulo $= 135°$

$x = \frac{1}{2}\pi,\ \frac{3}{2}\pi,\ \frac{5}{2}\pi$. &, tang. $= o$; es decir, que en los puntos vértices de la curva la tangente es paralela al eje (X)

La *Cycloide*, cuya ecuacion para el orígen en el medio del eje es (núm. 135)

$$x = \text{arco}\left(\text{sen.} = \sqrt{2ry - y^2}\right) + \sqrt{2ry - y^2}, \quad \text{dá} \quad \frac{dx}{dy} = \frac{y}{\sqrt{2ry - y^2}}$$

Si $y = r$ $\frac{dx}{dy}$ ó la tangente $= 1$, y el ángulo con el eje (X) $= 45°$

$y = 2r$ la tang. $= \infty$ es paralela al eje (X)

$y = o$ la tang, $= \frac{0}{0}$ es indeterminada.

401. **Rádios de curvatura.**

Se hallan, cualesquiera que sean las líneas, por la ecuacion

$$\rho = \frac{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^3}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

No habrá, por consiguiente, que hacer otra cosa en las aplicaciones que determinar los dos primeros coeficientes diferenciales, cuadrando el 1.°, y sustituirlos en la fórmula anterior.

En la parábola, por ejemplo, cuya ecuacion es $y^2 = px$

y $$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\frac{p}{y}, \quad \frac{dy^2}{dx^2} = \frac{p^2}{4y^2}, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-p^2}{4y^3}, \quad \text{resulta}$$

$$\rho = \mp \frac{\sqrt{(4y^2 + p^2)^3}}{2p^2}$$

$y = o$ ó en el vértice dá $p = \frac{1}{2}p$.

402. **Rectificaciones de las curvas.**

Siendo dy, dx las coordenadas elementales de la curva, correspondientes á la longitud ds, la total extension de esta será

$$\int ds = \int \sqrt{dy^2 + dx^2} = \int dx \sqrt{1 + \frac{dy^2}{dx^2}}$$

Para ejemplo supongamos la *parábola*, cuya ecuacion $y^2 = px$ dá sucesivamente

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{2y} \quad » \quad \frac{dy^2}{dx^2} = \frac{p^2}{4y^2}$$

y $$s = \int ds = \frac{2}{p}\int dy\sqrt{y^2 + \frac{1}{4}p^2} = \frac{y}{p}\sqrt{y^2 + \frac{1}{4}p^2} + \frac{1}{4}p \text{ log. hip.}\left(y + \sqrt{y^2 + \frac{1}{4}p^2}\right) + C$$

Entre los límites $y = o$ é $y = b = \sqrt{p}\,x$, resulta

$$s = \frac{b}{p}\sqrt{b^2 + \frac{1}{4}p^2} + \frac{1}{4}p \text{ log. hip.}\left[\frac{b + \sqrt{b^2 + \frac{1}{4}p^2}}{\frac{1}{2}p}\right]$$

ó $$s = \sqrt{x^2 + \frac{1}{4}px} + \frac{1}{4}p \text{ log. hip.}\left[\sqrt{\frac{x}{\frac{1}{4}p}} + \sqrt{\frac{x}{\frac{1}{4}p} + 1}\right]$$

como en el número 116.

403. **Cuadratura de superficies planas.**

Siendo S la superficie, y $x\,y$ las coordenadas, se tendrá en general, cualquiera que sea la forma (recta ó curva) de las líneas que la terminan,

$$S = \int y\,dx$$

EJEMPLOS.

El área de la *Elipse* es

$$S=\int y\,dx=\frac{b}{a}\int dx\sqrt{2\,ax-x^2}=\frac{b}{2\,a}(x-a)\sqrt{2\,a\,x-x^2}+\tfrac{1}{2}\,a\,b\,\text{arco}\left(\cos.=\frac{a-x}{x}\right)$$

Entre los límites $x=o$ y $x=a$ resulta

$S=\frac{1}{2}\,a\,b\times\text{arco}\,\frac{1}{2}\,\pi=\frac{1}{4}\pi\,a\,b$

y la elipse total $S'=\pi\,a\,b$

Si $a=b=r$, $S=$ área del círculo $=\pi\,r^2$

Para la *Hipérbola* es

$$S=\frac{b}{a}\int d\,x\sqrt{x^2-a^2}=\frac{1}{2}\frac{b}{a}x\sqrt{x^2-a^2}-\tfrac{1}{2}\,a\,b\,\text{log. hip.}\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)$$

Entre $x=a$ y un espacio mayor $x=x'$, resulta para el doble segmento

$$S=\frac{b}{a}x'\sqrt{x'^2-a^2}-a\,b\,\text{log. hip.}\left(\frac{x'+\sqrt{x'^2-a^2}}{a}\right)$$

El área de la *Logarítmica* es

$$S=\int \text{log.}\,x\,d\,x=x\,\text{log. hip.}\,x-x+C$$

Entre los límites $x=o$ y $x=1$ (distancia del orígen al vértice), se halla $S=-1$ para el área del sector que se extiende indefinidamente por debajo del eje (X), ó el sector comprendido por la curva y su asíntota el eje (Y). Y quiere decir, que esta área es igual á un cuadrado que tuviera de lado aquella distancia 1.

Si $x=1$ y $x=x'$ para el área de la parte superior al eje (X)

$$S=x'\,\text{log. hip.}\,x'-x'+1.$$

La *Sinusóide* $y=\text{sen.}\,x$ dá

$$S=\int \text{sen.}\,x\,dx=-\cos.\,x+C$$

Entre $x=o$ y $x=\pi$ ó la cuerda de la primera rama, es

$$S=1+1=2$$

Es decir, que tomando por unidad el rádio r del arco x, el área de la rama sobre el eje (X) ó entre la curva y el eje en la distancia $=\pi$, es la de un cuadrado que tenga $2\,r$ de lado.

La *Cisóide* $y=\dfrac{x^3}{2\,r-x}$ dá

$$S=\frac{(2\,r-x)\,3\,x^3+x^3}{(2\,r-x)^2}\left\{\begin{array}{llll}\text{Entre } x=o & \text{y} & x=r & S=4\,r\\ \phantom{\text{Entre }} x=\tfrac{1}{2}\,r & & x=r & S=\tfrac{248}{72}\,r \text{ ó cerca de } 3{,}5\,r.\end{array}\right.$$

404. Superficies de revolucion.

La superficie de un cuerpo de revolucion cualquiera es igual á la circunfeaencia $2\pi\,y$ que describe uno de sus elementos multiplicado por el área de un meridiano,

$$A=\int 2\,\pi\,y\sqrt{dy^2+d\,x^2}=2\pi\int y\sqrt{d\,y^2+d\,x^2}$$

ó

$$A=2\pi\int y\,d\,x\sqrt{1+\frac{d\,y^2}{d\,x^2}}$$

Para el *Parabolóide* de revolucion se tiene

$$y^2=p\,x,\quad \text{curva meridiana, que dá}\quad \frac{d\,y^2}{d\,x^2}=\frac{p}{4\,x}$$

$$A=\pi\sqrt{p}\int\sqrt{4\,x+p}=\tfrac{2}{3}\,\pi\sqrt{p\,(4\,x+p)^3}+C$$

Entre $x = o$ y $x = x'$ $A = \frac{2}{3}\pi\sqrt{p(4x'+p)^3} - \frac{2}{3}\pi p^2$

405. Volúmenes de los cuerpos de revolucion.

El volúmen elemental es $dV = \pi y^2 dx$

y el total del sólido $V = \pi \int y^2 dx$

El *Elipsóide* de revolucion, cuyo meridiano tiene por ecuacion

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2), \quad \text{es}$$

$$V = \pi \int \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)\, dx = \pi b^2 \left(x - \frac{x^3}{3a^2}\right) + C$$

que entre $x = o$ y $x = a$, dá para la mitad del volúmen

$\frac{1}{2}V = \frac{2}{3}\pi b^2 a$ y el todo $V = \frac{4}{3}\pi b^2 a$

El *Hiperbolóide* de una hoja tiene el volúmen

$$V = \pi b^2 \left(\frac{x^3}{3a^2} - x\right) + C$$

y entre $x = o$ y $x = a$ y doblando $V = 2a\left(\frac{1}{3}\pi b^2 - 1\right)$

ARTÍCULO III.

Instrumentos y operaciones topográficas.

---

406. Nonio.

Todo instrumento cuyo limbo esté dividido en grados, sexagesimales ó centesimales, ó en partes equivalentes de una unidad, debe llevar su nonio para apreciar las fracciones que no es posible marcar en el instrumento.

Una de las divisiones de este es la unidad; y el nonio abraza un número n de ellas, cuyo espacio se divide en $n+1$ partes iguales. Así, una division del nonio es $\frac{n}{n+1}$ de las del limbo; y por consiguiente, la fraccion, ó lo que falta á una parte del nonio para igualarse á una del limbo, es $\frac{1}{n+1}$. Claro es, que partiendo de la línea de fé, las 2.ª, 3.ª, 4.ª, & partes del nonio estarán $\frac{2}{n+1}$, $\frac{3}{n+1}$, $\frac{4}{n+1}$, & mas elevadas que sus correspondientes partes del limbo. Por manera, que en cualquiera posicion en que se encuentren los dos arcos, si la línea de fé no coincide exactamente con el número de grados ó partes de grado, segun sea la division del limbo, se puede averiguar la fraccion que falta viendo la línea del nonio que coincide con otra del limbo; y el número correspondiente á aquella será el numerador. Ahora bien, si el arco está dividido en grados, y el nonio abraza 59 de estos, pero dividido en 60 partes iguales, tendrémos $\frac{n}{n+1}=\frac{59}{60}$; y la fraccion será $\frac{1^{\circ}}{n+1}=\frac{1^{\circ}}{60}=\frac{60'}{60}=1'$. Si estuviese dividido el limbo en medios grados ó cuartos de grado, y el nonio abrazase, en cada uno de estos casos, 29 y 14 partes pero dividido en 30 y 15, resultaría

$$\frac{1}{n+1}=\frac{30'}{30}=\frac{15'}{15}=1'.$$

Cuando estén divididos los grados en 12 partes iguales, como sucede en muchos instrumentos, cada una será igual á 5', y la fraccion será

$$\frac{5'}{60}=\frac{300''}{60}=5''.$$

No bastando á veces el microscopio para observar con claridad la línea de coincidencia del nonio y limbo se toma la que parezca mediar entre tres consecutivas líneas que mas se aproximen,

407. Telescopio micrómetro, telémetro de Ertel.

Cuando no se requiere suma precision en la medicion de distancias ó alturas, se
Fig. 21. usa ventajosamente el telescopio micrómetro (*fig.* 21), reducido á un anteojo de cuatro tubos A B, B C, C D, D E, de los que los dos intermedios tienen grabada una escala igual á la distancia focal del objetivo principal, ó sea el espacio que puede recorrer el 2.° objetivo á lo largo del eje del tubo. Está dividida en cierto número de partes iguales, correspondiendo $\frac{1}{2}$ pulgada de ellas á 1', ó bien $\frac{1}{10}$ de pulgada ó 12'' de los ángulos que se miden por los hilos del diafragma. Así puede hacerse la division en 60 partes iguales, de manera que $\frac{1}{2}$ pulgada de ella corresponda á 1'; en 300 partes iguales de $\frac{1}{10}$ de pulgada, representando cada una 12''; ó en 1200 de $\frac{1}{40}$

de pulgada, equivalente cada una á 3″. Cuando el tubo B C está dentro del B A, la línea de fé de la escala está en C, y en B cuando están fuera los dos tubos B C, C D. Si en las extremidades B y C hubiese un nonio, se podrian tomar con exactitud los valores de los ángulos.

El cristal ocular está en B, el principal objetivo en A, y el 2.° ó móvil en E. En el foco del principal objetivo hay dos hilos mn op (*fig.* 22) paralelos, que limitan *Fig.* 22. el campo del anteojo, y constituyen el diafragma $mnpo$: a, b, son dos puntas muy finas de acero que se proyectan en el campo de vista; y otra tercera hay en c, que sirve para poder medir gran variedad de ángulos : por manera que si con las dos primeras se miden los ángulos entre 180′ y 60′, con la tercera se observan los que hay entre 60′ y 20′.

408. Supongamos (*fig.* 23) que se debe hallar la distancia kl entre k y dos pun- *Fig.* 23. tos prominentes q, r. Estando dentro los tubos de las escalas, sáquese el ocular D E hasta que se perciban los objetos q, r; despues sáquese el C D lo conveniente para que las dos puntas de acero coincidan con estos dos puntos. El extremo que tenga el tubo C D hácia E, marcará en la escala el ángulo qkr. Mídase luego una base Jk próximamente de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$ ó $\frac{1}{8}$ de kl, y haciendo igual operacion en J véase en la escala el ángulo qJr, ya en el tubo C D, ya en el B C, si hubo necesidad de sacar una parte ó el todo de este. Como estos ángulos son muy pequeños tendrán con sus tangentes un grado muy próximo de proporcion. Haciendo tang. $qkr = m$, tang. $qJr = n$, $Jk = a$; se tiene $Jl : kl :: m : n$.

y $Jl : Jl - kl = a :: m : m - n$; $Jl = \dfrac{am}{m-n}$, y tambien $kl = \dfrac{an}{m-n}$.

Si fuese $m = 62'$, $n = 45'$, $a = 30^{m}$

$$Jl = \frac{30 \times 62}{62 - 45} = 109^{m},41; \quad kl = \frac{30 \times 45}{62 - 45} = 79^{m},41.$$

Lo propio sucedería si los puntos q. r, estuviesen en una horizontal.

409. Si las circunstancias no permitiesen observar desde el punto cuya distancia se deseara, se hallaría una distancia mayor, por ejemplo, la hi (*fig.* 24), ob- *Fig.* 24. servando los ángnlos ahc, adc cuya tangente del 1.° $= m$; y pasando despues á p, y observando el apc cuya tangente $= n$, siendo a la distancia hallada hi,

tendríamos $m : n :: a : pi = \dfrac{an}{m}$.

No es menester que la línea ac sea perpendicular al eje del anteojo, pues basta que su inclinacion sea igual en las tres estaciones h, d, P; para lo que se necesita que estos tres puntos esten en un mismo plano vertical.

410. Para hallar con este instrumento la altura accesible ab, mídase desde un punto a (*fig.* 25) próximo á la vertical, el ángulo $caf = m$, y desde otro cualquiera *Fig.* 25. c el $ecf = n$; mídase tambien $ac = a$, y se tendrá, $bc : ba :: m : n$, $ba = \dfrac{bc \times n}{m}$;

pero $\overline{bc}^2 = a^2 + \overline{ab}^2 = a^2 + \dfrac{\overline{bc}^2 \times n^2}{m^2}$, luego $bc = \dfrac{am}{\sqrt{m^2 - n^2}}$, y $ab = \dfrac{an}{\sqrt{m^2 - n^2}}$.

411. Si ab fuese inaccesible hállense los ángulos en $c = n$, y $d = m$; determínese $ca = a'$ segun el número 151, y será $bd = \dfrac{bc \times n}{m}$; y como

$$\overline{bd}^2 = \overline{dc}^2 + \overline{bc}^2 + 2\,dc \times ca, \text{ resultará}$$

$$bc=\sqrt{\left(\frac{\overline{dc}^2+2cd\times ac}{\frac{n^2}{m^2}-1}\right)}=m\sqrt{\frac{\overline{ad}^2-a'^2}{n^2-m^2}}\ ;\ \text{y}\ ab=\sqrt{\overline{bc}^2-\overline{ac}^2}.$$

412. Si el ángulo que hubieran de subtender las dos puntas de acero, fuese de mucha amplitud, como si se tratase de hallar la altura de una montaña, se tomarian varios ángulos telescópicos de elevacion, y la suma séria igual al buscado.

413. Estadia.

Los dos hilos paralelos sirven para hallar distancias por medio de una estadia ó regla graduada, viniendo á ser entonces el telescopio semejante al telémetro de Ertel. Para hacer la division ó graduar la estadia ó reglon se pone esta verticalmente á una distancia de 350 (*) metros, por ejemplo, se observa el espacio comprendido por los hilos en el reglon, y diviéndole en 175 partes, cada una de ellas expresará dos metros, los cuales se podrán subdivir hasta el grado de aproximacion que se quiera. Para hallar en seguida una distancia no hay mas que llevar la estadia, dirigir la visual de modo que el hilo inferior caiga en la division 0°; y la que marque el superior determinará un número que dirá la distancia buscada.

414. Anteojo analático, diastimométrico ó telemétrico de Porro.

Lo dicho del telémetro supone constante para un mismo instrumento el ángulo
Fig. 26. micrométrico a (*fig.* 26) bajo el cual se vé la imágen del objeto. Pero como lejos de suceder esto varia dicho ángulo con la distancia de aquel y la cantidad en que se acorta ó alarga el tubo del ocular, segun la fuerza visiva del observador, solo podrán apreciarse por aproximacion los resultados que de tal manera se obtengan. Para obviar este inconveniente el ingeniero Porro, sustituye el ángulo micrométrico α con el α', constante para una sola mira, y formado por los rayos visuales que de los extremos de este pasen por el focus R de la lente C (á que llama lente colectora), pues saliendo despues los expresados rayos en direcciones paralelas, es claro que la imágen ba será constantemente igual, cualquiera que sea la distancia del objeto y la del ocular respecto de la lente C. Sí, pues, se fija esta lente, y en el mismo tubo que la contiene se pone otro cristal O que sea el objetivo, de modo que coincida su centro óptico con el focus C, el ángulo diastimométrico α' dará

$$\tan.\tfrac{1}{2}\alpha'=\frac{ab}{2oR}$$

en cuya ecuacion, independiente de la distancia del objeto, solo entran cantidades constantes. Será, pues, suficiente, para situar el lente colector, conocer su rádio de curvatura ó la distancia focal respectiva.

Por tan sencillo medio se logra apreciar las distancias con suma exactitud, habiendo la ventaja de poder graduar desde luego la estadia, segun sea la separacion de los hilos del retículo, ó vice versa, determinar esta dada que sea la division de aquella. Efectivamente, si en la fórmula anterior suponemos que la distancia focal de C es $o\ R=0^m,4$, y damos un valor determinado á ba ó bien á tang. $\frac{1}{2}\ \alpha$, tendrémos las dimensiones en que se dividirá la estadia ó la distancia que guardarán entre sí los hilos. Si fuese $ab=0^m\ 006$, resultaria

$$\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\alpha'=\frac{AZ}{ZR}=\frac{ba}{2oR}=\frac{0{,}006}{0{,}8}=0{,}0075$$

(*) En las estadias que adquirió el Cuerpo en 1845, construidas por el mismo Ertel en Munich, la distancia se suponia de 1100 pies de Burgos; y el reglon estaba dividido en 220 partes iguales, correspondiente cada una á 5 pies.

Las divisiones de la estadia serán pues $=0^m,015$

Si fuese tang. $\frac{1}{2}\alpha' = \frac{AZ}{ZR} = 0^m,01$, resultaría para la distancia de los hilos $a\,b = 0^m,008$.

El anteojo se compondrá de dos partes, una fija, de C á O, que contiene los lentes objetivo y colector, y otra movible que separa ó acorta la distancia del retículo y ocular. Para las observaciones se saca 1.° el tubo que lleva el retículo hasta percibirle, tirando despues del ocular hasta ver la imágen brillante.

El ocular de este anteojo se compone de dos lentes plano-convexos, cuyas distancias focales son mayores que la que ambos guardan entre sí, por cuyo medio la imágen se forma fuera del mismo ocular. El retículo tiene 7 hilos en vez de dos, como ordinariamente sucede, formando el diafracma que manifiesta la *fig.* 27. Al frente de cada sistema de hilos hay un ocular de la misma amplitud que pudiera tener el ocular único, á fin de evitar las aberraciones de refrangibilidad que resultarian de dar al ángulo diastimométrico demasiada extension. La union se verifica en cada uno de ellos por el eje mismo del anteojo, percibiéndose claramente las partes de la mira que de otro modo no permitiría el limitado campo del telescopio. En los oculares, superior é inferior, pudiera ponerse uno en vez de dos hilos, pero el llevar dos tiene la ventaja de poderse apreciar los promedios que resulten en las lecturas de la mira, corrigiendo asi los errores que hubiera por una sola apreciacion. El diafracma del medio sirve para cuando la mira no abraza todo el ángulo diastimométrico. La distancia de sus extremos al hilo central, asi como la que guardan entre sí los otros dos pares de hilos. es un $\frac{1}{10}$ del campo de aquel ángulo. *Fig.* 27.

415. **Anteojo corneta.**

Para acortar la longitud del anteojo terrestre sin perder su fuerza de aumento, haciéndole sumamente portátil, dispone el Sr. Porro los dos prismas isósceles rectángulos PP′ (*fig.* 28), el 1.° hácia el $\frac{1}{3}$ de la distancia focal del objetivo, y el 2.° á la mitad de la que queda de la doble reflexion de la imágen, que resultará invertida. Para figurarla recta, sin aumentar el número de lentes, basta dar al prisma P′ un cuarto de revolucion al rededor de P′ F′; con lo que la imágen formada en F″ girará tambien con doble cantidad angular segun el principio de los instrumentos de reflexion (véase mas adelante.) El diafracma A (ó el B despues del giro) (*fig.* 29) tiene 5 hilos dispuestos de manera que, siendo $ab = 2\,c\,d = 5\,e\,f$, si el objeto observado cuyas dimensiones son conocidas está comprendido en el intérvalo $a\,b$, distará del punto de observacion tantas veces 100 metros cuantos de estos tenga el objeto en el propio intervalo: siendo naturalmente esta distancia dupla ó quintupla si fueren los intervalos $c\,d$, $e\,f$ los que comprendiesen el expresado objeto. *Fig.* 28. *Fig.* 29.

Este anteojo es de mucha conveniencia en varias operaciones topográfiicas, y de gran intéres en campaña, para hallar distancias conocidas, que sean las tallas ó alturas de los soldados á pié ó á caballo. En la *fig.* 30 se vé su forma exterior. *Fig.* 30.

416. **Anteojo bi-prismático.**

Su construccion es igual á la del anteojo corneta, diferenciándose en el micrómetro, que allí es de hilos y en este compuesto de dos cristales semicirculares $m\,n$ (*fig.* 31) de $0^m,01$ de grueso dispuestos sobre un plano perpendicular al eje del instrumento, entre el objetivo y su focus, con libre movimiento el superior sobre el inferior que está fijo. Para este movimiento sirve el tornillo N N′, unido al cristal despues de haber atravesado la parte superior del tubo del anteojo y el centro del círculo $a\,b\,a'\,b'$ dividido en grados centesimales. El cero de esta division coincide con la línea fija $p\,p'$ cuando los dos semicírculos de cristal no han *Fig.* 31.

variado su posicion, ó no forman ángulo alguno entre sí. Con un nonio, fijo donde lo está la pieza $p\ p'$, y con un microscopio que facilite la lectura, quedaría mas perfecto el instrumento.

417. Para medir la distancia á que se halle un objeto lejano, de dimensiones conocidas, basta apreciar el ángulo que formen los cristales del micrómetro, dado por el círculo graduado; pues las demas cantidades que entran en las fórmulas se deducen de la disposicion del anteojo y naturaleza de los cristales. Efectivamente, si hallándose estos paralelamente uno sobre otro ó en la situacion *cero*, se observa el objeto A (*fig.* 32), su imágen única se pintará en un punto a del eje del anteojo, y á una distancia que dependerá de la curvatura del objetivo. Haciendo girar el cristal superior como indica la figura, la imágen se dividirá en dos, una que será la misma a directa, y otra a' que se verá segun el rayo refractado B m a': y si el objeto fuese de dimensiones conocidas é hiciéramos coincidir la parte superior de la una con la inferior de la otra imágen ó sus extremos en el sentido en que se conozca la dimension de aquel, el ángulo micrométrico α, segun el cual se verian ambas imágenes, seria dado por la fórmula $\text{sen. } \alpha = \frac{a\,a'}{B\,a'} = \frac{BP}{a\,a'} \times \frac{\text{sen. }(Y-R)}{\text{cos. } R}$;

ó, por ser muy pequeño α, $\alpha = \frac{BP \text{ sen. }(Y-R)}{a\,a' \text{ sen. } 1'' \times 1000 \text{ cos. } R} = e\,\frac{\text{sen. }(Y-R)}{\text{cos. } R} = 1{,}45295\,\frac{\text{sen. }(Y-R)}{\text{cos. } R}$.

El ángulo Y es el dado por el instrumento; el de refraccion R se deduce de la fórmula $\text{sen. } R = \frac{\text{sen. } Y}{m}$, en que la constante m, relacion entre ambos ángulos, depende de la naturaleza de los cristales. Para los anteojos que ordinariamente se emplean es $m = 1{,}5300$. Tanto esta como la e, que hemos hecho igual á 1,45295, se determinan para cada anteojo, ó se pueden comprobar por observaciones directas, midiendo los ángulos Y correspondientes á diferentes distancias de una sola mira. Para hallar estas se usará la fórmula $d = \frac{S}{\text{sen. } \alpha}$ en que S es la dimension conocida del objeto.

Multiplicando el ángulo Y y la constante e por 0,9 se tendrá el ángulo α en grados sexagesimales; siendo entonces

$$\alpha = 1{,}307655\,\frac{\text{sen. }(Y'-R)}{\text{cos. } R}, \qquad \text{sen. } R = \frac{\text{sen. } Y'}{1{,}53}, \qquad \text{y} \qquad d = \frac{S}{\text{sen. } \alpha}$$

las fórmulas que deben emplearse.

Para mayor exactitud se repetirá la observacion 3 ó 4 veces, tomando para Y el término medio de todas ellas.

418. Si como ejemplo nos proponemos hallar la, distancia á que nos hallamos de un campanario cuya anchura conocemos y es igual á 7^m, harémos coincidir los extremos laterales de ambas imágenes, anotando el ángulo que mide el círculo graduado. Supongamos que este sea $Y = 43°,50'$; tendríamos,

$$
\begin{aligned}
Y' = 39°,9' \qquad & \text{log. sen. } Y' = 9{,}8002721 \\
& \text{compt}^o.\ \text{log. } (m = 1{,}53) = 9{,}8153086 \\
& \text{log. sen. } R = 9{,}6155807 \\
R = 24°,22',17'' \qquad & \text{log. sen } (Y'-R) = 9{,}4066846 \\
& \text{compt.}^o\ \text{log. cos. } R = 0{,}040529 \\
& \text{log. } e = \text{log. } 1{,}307655 = 0{,}116475 \\
& \text{log. } \alpha = 9{,}5636886 \\
\alpha = 0^{gr.},36613 = 21'\ 58''; \qquad & \text{sen. } \alpha = 0{,}0063898
\end{aligned}
$$

Así, $d = \frac{S}{sen.\ \alpha} = \frac{7^m}{0,0063898} = 1095^m,5.$

Un barco visto bajo el mismo ángulo micrométrico, que comprendiese la altura del palo mayor desde la obra muerta $= 15^m$, daría $h = 2347^m$ próximamente; y visto segun el ángulo Y $= 10°$, $d = 12000^m$.

Siendo la talla de un hombre á pié $= 1^m,7$ próximamente, y $2^m,4$ la de uno á caballo se podrán determinar las diferentes distancias á que se halle un ejército por lejano que aparezca.

419. Con la tabla siguiente, que hemos formado por valores diferentes de Y de 50′ en 50′, ó de medio en medio grado, se tienen los correspondientes de *sen.* α, por los que se puede dividir la dimension conocida del objeto observado para tener su distancia al punto de estacion. Si aquel fuese una mira ó varias miras iguales que otras tantas personas trasladasen á diferentes puntos de un país, se podría determinar el plano respectivo con toda la sencillez que se puede apetecer.

Cuando los valores observados de Y se hallen comprendidos entre los que se manifiestan en la tabla, se encontrarán los correspondientes á *sen.* α por cuartas proporcionales al modo como se hace para hallar los logaritmos intermedios de las tablas. Si, por ejemplo, señalase el instrumento 80° 59′, se diría, 50′ = diferencia entre 80° 50′ y 81° : 170 = diferencia entre los respectivos sen. α : : 9′ = diferencia de 80° 59′ á 80° 50′ : 30, 6 ó 31, y

$$\begin{array}{r} 0,016274 \\ +\quad 31 \\ \hline 0,016305 \end{array}$$

será el valor que tomará sen α por el ángulo observado de 80° 59′.

TABLA de los ángulos micrométricos y senos correspondientes, calculados segun los diferentes ángulos observados por el anteojo bi-prismático de Porro.

Angulo observado ó medido por el instrumento. gr. cént. Y	gr. sex. Y′	Angulo de refraccion. R	Angulo micro-métrico. α	Sen. α	Angulo observado ó medido por el instrumento. gr. cent. Y	gr. sex. Y′	Angulo de refraccion. R	Angulo micro-métrico. α	Sen. α
10°	9°	5°,12′, 6″	4′,18″	0,00 12508	40°	36°	22°,35′,33″	19′,42″	0,0057305
10 50′	9 27′	6 9 38	4 32	0,00 13187	40 50′	36 27	22 51	20 1	0,0058226
11	9 54	6 27 7	4 45	0,00 13847	41	36 54	23 6 20	20 20	0,005915
11 50	10 21	6 44 36	4 58	0,00 14448	41 50	37 21	23 21 40	20 39	0,005996
12	10 48	7 2 5	5 11	0,00 15078	42	37 48	23 36 55	20 59	0,0061037
12 50	11 15	7 19 33	5 25	0,00 15756	42 50	38 15	23 52 5	21 18	0,006191
13	11 42	7 36 59	5 38	0,00 16273	43	38 42	24 7 14	21 38	0,0062928
13 50	12 9	7 54 25	5 52	0,00 17065	43 50	39 9	24 22 17	21 58	0,0063898
14	12 36	8 11 49	6 2	0,00 1755	44	39 36	24 37 16	22 18	0,0064868
14 50	13 3	8 29 13	6 14	0,00 1814	44 50	40 3	24 52 12	22 38	0,0065886
15°	13° 30′	8°,46′, 35″	6′,32″	0,00 19005	45°	40°,30′	25°,7′, 3″	22′,58″	0,0066807
15 50′	13 57	9 3 56	6 46	0,00 19683	45°, 50′	40 57	25 21 50	23 20	0,006792
16	14 24	9 21 15	7	0,00 20362	46	41 24	25 36 33	23 40	0,006884
16 50	14 51	9 38 35	7 13	0,00 20993	46 50	41 51	25 51 12	24 1	0,0069861
17	15 18	9 55 52	7 27	0,00 21671	47	42 18	26 5 46	24 23	0,0069928
17 50	15 45	10 13 8	7 41	0,00 2235	47 50	42 45	26 20 16	24 44	0,0071364
18	16 12	10 30 23	7 55	0,00 23029	48	43 12	26 34 40	25 6	0,0073012
18 50	16 39	10 47 37	8 10	0,00 23756	48 50	43 39	26 49 2	25 29	0,007403
19	17 6	11 4 48	8 23	0,00 2433	49	44 6	27 3 18	25 49	0,0075097
19 50	17 33	11 22	8 37	0,00 25065	49 50	44 33	27 17 30	26 12	0,0076212
20°	18°	11°,39′, 10″	8′,51″	0,00 2574	50°	45°	27°,31′,50″	26′,34″	0,007728
20 50′	18 27′	11 56 20	9 5	0,00 26422	50 50′	45 27′	27 45 8	26 56	0,0078345
21	18 54	12 13 22	9 19	0,00 2710	51	45 54	27 59 25	27 19	0,0079436
21 50	19 21	12 30 55	9 33	0,00 27828	51 50	46 21	28 13 13	27 42	0,0080575
22	19 48	12 47 30	9 46	0,00 2841	52	46 48	28 27 14	28 5	0,008169
22 50	20 15	13 4 30	10 4	0,00 29283	52 50	47 15	28 40 56	28 28	0,0082891
23	20 42	13 21 26	10 18	0,00 29961	53	47 42	28 54 32	28 52	0,008397
23 50	21 9	13 38 25	10 33	0,00 30688	53 50	48 9	29 8 4	29 16	0,008523
24	21 36	13 55 20	10 49	0,00 31464	54	48 36	29 21 30	29 40	0,0086296
24 50	22 3	14 12 14	11 3	0,00 3241	54 50	49 3	29 34 50	30 4	0,008746
25°	22° 30′	14°,29′, 4″	11′,18″	0,00 3287	55°	49° 30′	29°,48′, 5″	30′,28″	0,008862
25 50′	22 57	14 45 54	11 33	0,00 33597	55 50′	49 57	30 1 5	30 52	0,008974
26	23 24	15 2 40	11 48	0,00 34325	56	50 24	30 14 20	31 18	0,0091047
26 50	23 51	15 19 30	12 4	0,00 3512	56 50	50 51	30 27 18	31 43	0,009226
27	24 18	15 36 3	12 19	0,00 35128	57	51 18	30 40 10	32 8	0,0093471
27 50	24 45	15 52 50	12 35	0,00 366	57 50	51 45	30 52 54	32 34	0,0094731
28	25 12	16 9 30	12 50	0,00 37331	58	52 12	31 5 38	33	0,0095992
28 50	25 39	16 26 5	13 6	0,00 38106	58 50	52 39	31 18 12	33 25	0,0097447
29	26 6	16 42 40	13 23	0,00 3893	59	53 6	31 30 40	33 52	0,0098513
29 50	26 33	16 59 20	13 38	0,00 39658	59 50	53 33	31 43 4	34 18	0,0099773
30°	27°	17°,15′, 40″	13′,54″	0,00 40433	60°	54°	31°,55′,20″	34′,45″	0,01011
30 50′	27 27′	17 32 7	14 10	0,00 4121	60 50′	54 27′	32 7 30	35 11	0,010234
31	27 54	17 48 30	14 27	0,00 41914	61	54 54	32 19 34	35 38	0,01037
31 50	28 21	18 5 20	14 42	0,00 4276	61 50	55 21	32 31 37	36 5	0,01055
32	28 48	18 21 21	14 58	0,00 43391	62	55 48	32 43 23	36 32	0,010625
32 50	29 15	18 37 27	15 16	0,00 4441	62 50	56 15	32 55 8	37	0,010767
33	29 42	18 53 40	15 33	0,00 45233	63	56 42	33 6 44	37 29	0,010903
33 50	30 9	19 9 50	15 50	0,00 46057	63 50	57 9	33 18 14	37 57	0,011039
34	30 36	19 26	16 7	0,00 46881	64	57 36	33 29 38	38 25	0,011175
34 50	31 3	19 42 4	16 24	0,00 4776	64 50	58 3	33 40 55	38 53	0,011248
35°	31°, 30′	19°,58′, 6″	16′,41″	0,00 48553	65°	58° 30′	33°,52′, 5″	39′,22″	9,011456
35 50′	31 57	20 13 30	16 59	0,00 49403	65 50	58 27	34 3 8	39 51	0,011592
36	32 24	20 30	17 16	0,00 50227	66	59 24	34 14 3	40 21	0,011737
36 50	32 51	20 45 55	17 34	0,00 511	66 50	59 51	34 24 51	40 51	0,01182
37	33 18	21 1 44	17 52	0,00 51972	67	60 18	34 35 32	41 20	0,012023
37 50	33 45	21 17 30	18 9	0,00 52755	67 50	60 45	34 46 6	41 50	0.012172
38	34 12	21 33 13	18 26	0,00 5367	68	61 12	34 56 32	42 21	0,012319
38 50	34 39	21 49 4	18 41	0,00 54347	68 50	61 39	35 6 50	42 51	0,012464
39	35 6	22 4 30	19 6	0,00 5551	69	62 6	35 17	43 22	0.012613
39 50	35 33	22 20 3	19 23	0,00 56397	69 50	62 33	35 27 4	43 52	0,01276

Angulo observado ó medido por el instrumento.		Angulo de refraccion.	Angulo micro-métrico.	Sen. α	Angulo observado ó medido por el instrumento.		Angulo de refraccion.	Angulo micro-métrico.	Sen. α
gr. cent. Y	gr. sex. Y′	R	α		gr. cent. Y	gr. sex. Y′	R	α	
70°	63°	35°, 37′	44′, 23″	0,01291	85°	76° ,30′	39° ,27′ ,35″	1°, 1′,13″	0,017806
70 50′	63 27′	35 46 47″	44 54	0,01306	85 50′	76 57	39 32 50	1 1 48	0,017976
71	63 54	35 56 26	45 26	0,013216	86	77 24	39 36 35	1 2 24	0,018152
71 50	64 21	36 5 57	45 58	0,01337	86 50	70 51	39 42 50	1 2 59	0,01832
72	64 48	36 15 20	46 29	0,013522	87	78 18	39 47 35	1 3 34	0,01859
72 50	65 15	36 24 35	47 1	0,013602	87 50	78 45	39 52 10	1 4 9	0,01866
73	65 42	36 33 42	47 32	0,013831	88	79 12	39 56 33	1 4 45	0,018834
73 50	66 9	36 42 40	48 6	0,013991	88 50	79 39	40 46	1 5 21	0,019008
74	66 36	36 50 38	48 40	0,014156	89	80 6	40 4 50	1 5 56	0,019178
74 50	67 3	37 12	49 11	0,014306	89 50	80 33	40 8 42	1 6 33	0,019357
75°	67°, 30′	37°, 4′,544	49′, 44″	0,014466	90°	81	40° ,12′ ,24″	1°, 7′, 7″	0,019522
75 50	67 57	37 17 8″	50 17	0,014626	90 50′	81 27′	40 15 56	1 7 42	0,019692
76	68 24	37 25 23	50 51	0,014792	91	81 54	40 17 28	1 8 18	0,019866
76 50	68 51	37 33 30	51 25	0,01497	91 50	82 21	40 22 27	1 8 53	0,020036
77	69 18	37 41 27	51 58	0,015116	92	82 48	40 25 27	1 9 28	0,020206
77 50	69 45	37 49 16	52 32	0,015281	92 50	83 15	40 28 16	1 10 3	0,020376
78	70 12	37 56 55	53 6	0,015446	93	83 42	40 30 54	1 19 39	0,02054
78 50	70 39	38 4 25	53 40	0,01561	93 50	84 9	40 33 22	1 11 15	0,020647
79	71 6	38 11 46	54 13	0,01577	94	84 36	40 35 38	1 11 50	0,02085
79 50	71 33	38 18 58	54 48	0,01594	94 50	85 3	40 37 44	1 12 25	0,020996
80°	72°	38°,26′,	55′, 23″	0,01611	95°	85°,30′	40°,39′ ,39″	1°,12′,59″	0,021213
80 50′	72 27′	38 32 54″	55 57	0,016274	95 50	85 57	40 41 23	1 13 34	0,02138
81	72 54	38 39 37	56 32	0,016444	96	86 24	40 42 56	1 14 6	0,021543
81 50	73 21	38 46 11	57 7	0,016621	99 50	86 51	40 44 18	1 14 38	0,02171
82	73 48	38 52 35	57 41	0,01678	97	87 18	40 45 30	1 15 11	0,021868
82 50	74 15	38 58 50	58 17	0,016953	97 50	87 45	40 46 30	1 15 44	0,022028
83	74 42	39 4 55	58 52	0,017123	98	88 12	40 47 20	1 16 17	0,02220
83 50	75 9	39 10 50	59 27	0,017296	98 50	88 49	40 48 10	1 16 50	0,022306
84	75 36	39 16 35	1°, 2	0,017462	99	89 6	40 48 25	1 17 23	0,022508
84 50	76 3	39 22 10	1 37	0,017564	99 50	89 33	40 48 42	1 17 55	0,022663
					100	90	40 48 48	1 18 28	0,022823

420. **Nuevo anteojo micrométrico de Lugeol para medir distancias.**

Los anteojos-telemétricos de micrómetro de hilos empleados hasta ahora, han hecho servicios de consideracion; pero las mas veces solo han dado resultados aproximados, sea por efecto de los errores locales, ó bien por el espesor de los mismos hilos que hace dudosa la lectura de las distancias en la mira. Así, pues, no obstante los defectos de la cadena, se ha recurrido nuevamente á este primer sistema de medicion de distancias.

El telémetro del Almirante Lugeol, construido por Colombi, Ingeniero óptico, llenó completamente aquel vacío, rindiendo importantes servicios por la exactitud de las distancias apreciadas; pues como se vé en la tabla siguiente y otras varias aplicaciones verificadas por algunos Ingenieros distinguidos, los resultados obtenidos con este anteojo apenas han diferido de las distancias verdaderas medidas de antemano con todo el rigor posible sobre un plano horizontal entre la mira y el instrumento.

DISTANCIAS leidas en la mira.	DISTANCIAS medidas.	DIFERENCIAS	
		en mas	ó en menos
8,m95	8,m95	»	»
14, 09	14, 08	»	0,m
25, 55	25, 56	0,m01	»
29, 02	29, 02	»	»01
46, 05	46, 04	»	0, 01
64, 30	64, 31	0, 01	»
87, 10	87, 08	»	0, 02
96, 90	96, 88	»	0, 02
100, 00	100, 00	»	»
111, 30	111, 33	0, 03	»
125, 50	125, 53	0, 03	»
139, 70	139, 64	»	0, 06
149, 94	150, 00	0, 05	»
160, 05	160, 00	»	0, 05
178, 25	178, 21	»	0, 04
180, 06	180, 00	»	0, 06

Los errores con la cadena ó cintas son siempre mucho mas considerables.

Fig. 1 *a* El micrómetro se compone, como se vé en la figura 1 *a* de dos semicírculos que marchan en el sentido de su diámetro la cantidad que se quiera; produciéndose así dos imágenes de un mismo objeto, cuya separacion es proporcional al camino recorrido por los objetivos.

Cuando estos están en cero, es decir, cuando los dos semicírculos no han empezado aun á separarse, no se percibirá mas que una imágen por cada objeto visado, como sucede siempre con un anteojo ordinario; pero así que los objetivos se separan cierta cantidad se ven dos imágenes perfectamente claras, cuyos puntos respectivos se separan entre sí un *espacio que depende de la distancia al instrumento y á la que es siempre proporcional*, como se concibe desde luego, observando la semejanza de los triángulos formados desde el ocular por las visuales y separaciones de los cristales y las imágenes.

Mira.

Fig. 2 *a* Sirve para el objeto una mira parlante ordinaria cuya corredera (fig. 2*a*) pintada de negro tiene una banda de 2 centímetros de ancho en su medio, de un color claro (blanco ó amarillo) que se fija á la altura del instrumento, para que el triángulo formado por las visuales sea rectángulo, y por consiguiente la línea medida horizontal. En los experimentos que he tenido la satisfaccion de verificar con este anteojo, la banda estaba dispuesta exactamente á 1 m sobre la mira, que era la altura próxima de aquel. Dispuesto ó preparado el anteojo, como luego se
Fig. 3 *a* dirá, y visando la mira, se percibirá una segunda imágen (*fig.* 3 *a*) en que la banda aparente *a' b'* de la respectiva corredera, marcará en la mira el número de centímetros que le separa de la *a b*; por cuya lectura se sabrá desde luego la distancia que se trata de medir. La operacion no puede ser mas sencilla, y segun la fuerza visiva de los vidrios del anteojo, la distancia se leerá con claridad y exactitud desde 150m á 300m, y al doble y triple con error poco sensible.

Modo de arreglar la separacion de los semi-objetivos.

Medida con todo rigor una distancia de 100m se colocará en un extremo una mira parlante cualquiera, fijando en ella la corredera de manera que la banda clara *a b* se halle á 1m de altura. Se pone luego el anteojo al otro extremo sobre un

pié ó piquete de escuadra, cuidando coincida con el objetivo la expresada extremidad de la base medida. Aflojados los tornillos *e' e'* (*fig.* 1 *a*) se hace resbalar la placa A'A' hasta que la banda *a' b'* (*fig.* 3 *a*) se coloque á 2^m sobre la mira, ó sea á 1^m sobre la línea *a b*; despues de lo cual se afirman los tornillos *e' e'*. Aflojados luego los *e e* se hará resbalar la placa A A por medio de la espiral *i* hasta que la imágen de la corredera se encuentre á 3^m del suelo sobre la mira ó á 2^m sobre la línea *a b*. Se afirman despues los tornillos *e e*, y el instrumento está pronto á servir quedando los objetivos como se manifiesta en la *fig.* 2 *a*.

Fig. 1 *a*
Fig. 3 *a*
Fig. 2 *a*

En esta disposicion si por 2^m de separacion de las imágenes se tienen 100^m de distancia, por cada 2 centímetros de la primera tendrémos 1^m para la segunda, ó bien 1 milímetro leido en la mira corresponderá á 5 centímetros de distancia sobre el terreno.

Arreglado el anteojo de modo que los caminos andados por las placas A' A', A A, sean cada uno la mitad de los anteriores, por manera que la distancia entre las imágenes sea solo de 1^m, cada centímetro de la mira corresponderá á 1^m de distancia horizontal, y cada milímetro á 10 centímetros.

El anteojo con que se hicieron los experimentos tiene entre el ocular y objetivo 0^m,50 de largo; lo que dá para los 100^m de distancia horizontal y 1^m de separacion de las imágenes 0^m,005 de separacion de los objetivos. Marcando sobre las placas A A, A' A' varias líneas numeradas que representen las separaciones que deben tener los semi-objetivos para distancias de 100 y 200^m y 1^m ó 2^m de separacion entre las imágenes, se ahorrará la operacion que se acaba de explicar para cada vez que se haya de usar el micrómetro.

Medir una distancia.

Colocado el anteojo en su pie, ó fijo sobre una horquilla que puede girar á charnela en una correa que se lleve al hombro como una banda, (á fin de impedir todo movimiento del brazo y hacer así mas visibles las imágenes y legibles las distancias) no habrá que hacer otra cosa despues de visada la mira y percibida en ella la línea *a' b'* (girando á este fin el anteojo), que leer la cifra que señale, apreciando á ojo los décimos de centímetros ó los milímetros, en lo que habrá corto error de centímetros para la distancia horizontal si esta es de consideracion; con lo cual, y multiplicando por 100, si la separacion de los objetivos está arreglada á 0^m, 01 por 1^m, tendrémos desde luego esta distancia. Si, pues hemos leido 2^m,528 ó sean 1^m,528 entre las imágenes (pues que la corredera dista 1^m del suelo) la distancia buscada será $= 152^m$, 8. Si la separacion de los objetivos estaba arreglada á 0^m, 02 por 1^m ó 0^m, 01 por 0^m, 5, la distancia será la mitad de la anterior.

Cuando se opera entre árboles ú otros objetos que puedan ocultar la segunda imágen, se inclina la mira, aunque sea hasta quedar horizontal, haciendo girar al mismo tiempo el anteojo para que la imágen se halle siempre en el plano de aquella.

Si la mira tiene 4^m de altura y la separacion de los semi-objetivos es de 0^m,005, la distancia máxima que se puede medir será de 400^m; y si reducimos, como lo podemos hacer, esta separacion á la mitad $= 0^m$, 0025 para un mismo anteojo, la distancia máxima será $= 800^m$, etc.,

Segun el mismo principio, y como consecuencia, seria fácil obtener la distancia á que nos hallamos de un ejército reduciendo aun la separacion de los objetivos, y tomando por punto de mira un soldado á pié ó á caballo, cuyas alturas próximas de 1^m,68 y 2^m,50 se pueden dividir en 8 ó 10 ó mas partes. Supongamos que para un anteojo ordinario de 0,^{m}50 de largo entre las lentes la separacion de los objetivos sea de 0^m, 002, y que visamos un soldado de infantería, de manera que

las imágenes aparezcan una á continuacion de otra, ó que su separacion sea la altura total de 1^m, 68; la distancia horizontal que nos separa del soldado será = 420^m, y el doble si la separacion de los objetivos fuere de 0^m, 001. En el primer supuesto y en el de considerar dividida la figura en 10 partes iguales, cada una seria de 0^m, 168, correspondiente á 42^m de distancia horizontal: así, pues, no habrá mas que multiplicar por 42 el número de partes 1, 2, 3, etc. ,hasta 10^m que se separan las dos imágenes y tendrémos la distancia horizontal próxima.

Vice-versa, si el objeto que visamos tuviere una altura conocida como un palo de navío, longitud del barco, una casa de campo, una muralla ó garita de plaza, un campanario, etc.; procuraríamos hacer coincidir los extremos de las imágenes una á continuacion de otra, moviendo las placas A A, A′ A′, y contaríamos despues el número de milímetros en que se habian separado los objetivos. En el supuesto de visar un barco, cuya longitud de popa á proa sin contar el bauprés, fuera de 30^m (longitud que se puede casi asegurar segun la clase de embarcacion), y que al hacer coincidir las imágenes nos resultase para la separacion de los objetivos 0^m, 005, la distancia que nos separaria del buque seria de $3,000^m$.

Estas distancias asi determinadas solo pueden considerarse como aproximadas bajo un error que será tanto mas notable cuanto mas lejano esté el objeto. Pero si concretamos el uso de este anteojo á las mediciones en que se emplean la cadena ó cintas para levantamientos de planos ó nivelaciones, por cuyas distancias de 150 á 200^m á lo mas hay una exactitud satisfactoria, se comprende bien la economía de tiempo que traerá consigo el empleo de un instrumento como este, á mas del ahorro de sirvientes para el trasporte y manejo de la cadena.

420. Pantógrafo.

Cuando se quiere reducir ó copiar un plano ó dibujo en cierta relacion de sus lados homólogos, la operacion que ordinariamente se hace es entretenida y pesada, sin conseguir á veces una perfecta exactitud. El *pantógrafo* sustituye ventajosamente á todos los procedimientos, calcando, puede decirse así, todos los contornos del dibujo con tanta facilidad y prontitud como se pueda desear, ya sea igual la copia ó en menor ó mayor escala que la del original.

Fig. 33. Consiste (*fig.* 33) en 4 reglas de 1^m de largo con movimiento de articulacion en los 4 ángulos que forman; á las cuales se halla adosada otra regla E C, igualmente articulada y constantemente paralela á los dos lados A B, D C. Esta y las A D B C están divididas en centímetros y milímetros, llevando cada una un nonio que abraza 9 milésimas, cuyas líneas de fé se hallan en los puntos E D C. Por la regla paralela corre una pieza F que se situa y fija por medio de tornillos en la division que convenga á la escala de reduccion; la cual se halla atravesada por un eje fijo atornillado en una masa de plomo M, que por medio de cuatro puntas finas queda fija al tablero del plano, impidiendo así todo desplazamiento del punto F al rededor del que gira el sistema. Debajo de los 4 ángulos hay adosadas rodajas de marfil que suavizan el movimiento sin lastimar el papel. En D se pone verticalmente un lapiz y en B un puntero ó calcador que siguen los movimientos expresados por las líneas del original. El punto F que se elije para centro de giro, debe estar en la misma direccion que los E y G; en cuyo caso los B, F y D estarán en línea recta, formándose los triángulos semejantes B A D, E F D que dán $E\,D = \frac{A\,D \times F\,D}{B\,D} = 1^m \frac{m}{m+n}$, siendo n y m números que expresan la relacion de las escalas.

Si fuese la del original $= \frac{1}{50}$ y quisiéramos pasar á la de $\frac{1}{250}$ en la copia, ó bien, si fuese $n = 200$, y $m = 50$, resultaría $E\,D = 0^m,2$. Así, poniendo la regla E G en la division 2.2 de las A D, B C, la 2 de la misma E G señalará el punto de rotacion.

421. **Brújula.**

El fácil manejo de este instrumento y prontitud con que por su medio se situan los objetos de un pais cuyo plano se desea, le hace muy recomendable, siendo especial para reconocimientos en que no es de absoluta necesidad la rigorosa exactitud. Lo sensible que es la aguja imantada á la atraccion, exige se la aisle completamente de todo instrumento de hierro; razon por la que debe desconfiarse de los resultados con la brújula en sitios donde haya minas de aquel metal.

Su declinacion actual en Madrid es 19° 20′ al occidente. En 1663 era nula, y en 1580 era oriental, de 11° 30′.

Al tomar ángulos con ella debe ponerse lo más horizontal posible y aguardar la terminacion de sus oscilaciones, ó tomar la línea media de estas para tener el rumbo de la línea ó ángulo del objeto con la meridiana magnética. Si se quiere el ángulo que forman dos líneas entre sí, como las de una base de triangulacion y un punto cualquiera, se toma el rumbo de la base y de la línea que de un extremo conduce al punto, orientando antes la brújula en dicho extremo ó vértice del ángulo, y si la aguja cae dentro de las dos visuales, se expresará su valor por la suma de los que forman la aguja y línea NS, siendo su diferencia la que mediria el ángulo si la aguja cayese fuera de ambas visuales.

La division del limbo suele ser en grados y medios grados, por lo que la apreciacion á ojo puede ser de $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{4}$ de grado y el error de 5′. En las brújulas excéntricas ó en las que la alidada ó anteojo se halla á un lado, el error de excentricidad, generalmente de $0^m,11$, desaparece á la distancia de 75^m para los 5′ de error en la apreciacion del ángulo.

En la brújula ha de estar el estilo perpendicular al plano, á fin de que la aguja sea un diámetro perfecto, y se conocerá midiendo dos rumbos perpendiculares entre sí y viendo si en cada uno de ellos la diferencia en grados que dan los extremos azul y blanco de la aguja es de 180°. Si así no fuere se corrije el defecto de perpendicularidad del estilo con unas pinzas, ó se arreglan los puntos de la aguja de manera que ellas y el centro esten en línea recta. Si no se quiere hacer esta correccion, se mide para cada rumbo el ángulo α que dá el extremo azul y el β que dá el extremo blanco, siendo el rumbo pedido $=\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$.

Debe tambien procurarse que la línea N. S. del limbo sea paralela al plano de la visual, y que esta sea perpendicular al eje de rotacion de la alidada, cuya última circunstancia se verifica siempre que dirigida una visual á un objeto lejano sea su rumbo igual al de la misma visual despues de una semi-revolucion. Si no sucediera esto se tendrá el verdadero rumbo por la semi-suma $\frac{1}{2}(a+b)$ de los rumbos a y b: moviendo luego el limbo hasta que el extremo blanco S marque esta semi-suma.

En esta situacion se mueve la cerda vertical del retículo hasta que su cruzamiento cubra el punto visado.

Cuando se tenga en cuenta el error de excentricidad y el de oblicuidad del eje será el rumbo verdadero

$$\tfrac{1}{4}(\alpha+\beta+a+b)$$

Hay brújulas que, á mas del limbo correspondiente á la aguja, llevan otro azimutal, y en el eje de la alidada (generalmente de anteojo) otro zenital. Las hay tambien que solo llevan este último para deducir las pendientes. Las primeras son mas bien teodolitos que brújulas; y acompañadas, como lo están, de niveles de aire, sirven muy bien para la nivelacion.

422. **Brújula de Kater.**

La Brújula de Kater, de limbo movible, es muy satisfactoria por las mejoras que contiene, que la hacen más rigorosa.

Consisten estas mejoras en un prisma menisco que lleva en una de las pínulas y sirve para ver aumentada la graduacion al propio tiempo de dirigir la visual; en dos cristales coloridos que, interceptando á voluntad la visual, disminuyen la intensidad de la luz, sin ofender la vista la imágen del sol ó un objeto muy radiante. Hay tambien en la pínula opuesta un espejo de vidrio negro que puede tomar diferentes inclinaciones y volverse hácia abajo, con objeto, en el 1.er caso, de tomar un acimut del sol con respecto al meridiano magnético, ó dirigir una visual á un objeto muy elevado; y en el 2.° de hacer lo propio para otro muy profundo. En cualquiera de estos casos se gradua la inclinacion del espejo hasta que la imágen aparezca en la horizontal.

Este precioso instrumento, de unas tres pulgadas de diámetro, y parecido á una aguja de marear, por la roseta en que están trazados los grados y líneas cardinales, es uno de los que pueden recomendarse al ingeniero en tiempos de paz y de guerra.

423. **Meridiana.—Declinacion.**

Sirve tambien la brújula para orientar los planos por la propiedad de dirigirse al norte la aguja imantada. De modo que no hay mas que hacerla coincidir con la línea N. S. y marcar la recta en el plano que se levante. Pero como la aguja no se dirige al norte sino por aproximacion, inclinándose mas ó menos á Oriente ú Occidente, segun los tiempos, debe conocerse esta variacion, llamada *declinacion* para tomarla en cuenta al orientar el plano y poder marcar en él la meridiana N. S.

424. Basta, para ello, saber hallar la verdadera meridiana del lugar en que se opera; lo que puede hacerse de varios modos. Uno es, observando de noche con una plomada el momento en que coincida la estrella polar con la de la osa mayor mas próxima á la lanza; pues que en este caso la plomada y estas dos estrellas pasan por el meridiano, que se fijará alineando una 2.ª plomada.

Otro medio es trazar sobre una superficie plana y horizontal varios círculos, marcar en cada uno de ellos por mañana y tarde el extremo de la sombra que arroje un gnomon, puesto verticalmente en el centro, y dividir estos arcos ó sus cuerdas con una perpendicular en su medio, que será la meridiana. Pueden hacerse tambien estos círculos en una plancheta, puesta horizontal desde el punto en que caiga la plomada de un gnomon sujeto al canto del tablero, y en cuyo extremo hay una placa paralela á aquel con un agujero que ha de dar paso á un rayo solar. Se marcan los puntos de interseccion de este rayo con las circunferencias antes y despues de mediodia, lo que dá posiciones equidistantes del sol con respecto al meridiano en su movimiento aparente. Dividiendo por mitad los arcos, como antes, se tendrá la meridiana.

425. Debe observarse que esta operacion daría un resultado exacto si el sol caminase paralelamente al ecuador: pero como esto solo sucede en los solsticios, variando en los demás dias la declinacion de hora en hora, resulta, que cuando la sombra del gnomon es igual por mañana y tarde tiene el sol igual altura sobre el horizonte, pero no la misma distancia al meridiano, siendo mayor al recorrer signos ascendentes y menor al recorrerlos descendentes. Mas el error en la línea trazada es de pocos segundos.

426. Cuando se quiera una meridiana exacta se usará de la tabla siguiente de M. Mollet para Leon de Francia, que puede aplicarse á puntos que tengan igual latitud, ó difieran en pocos grados.

La observacion de la tarde

Debe adelantarse		*Debe retardarse*	
En 1.° de enero	9″	En 1.° de julio	4′
— 1.° de febrero	29″	— 1.° de agosto	15′
— 1.° de marzo	36′	— 1.° de setiembre	32′
— 1.° de abril	31′	— 1.° de octubre	36′
— 1.° de mayo	19″	— 1.° de noviembre	30″
— 1.° de junio	6′	— 1.° de diciembre	15′

En los demás dias intermedios se hace un cálculo prudencial.

Para usar de esta tabla, y suponiendo que la operacion se haga en 1.° de febrero, habrá que adelantar la observacion de la tarde 29″: para lo cual se marcará el punto *b* (*fig.* 34) en que toca el rayo solar á la circunferencia, y el *c* en que la *Fig.* 34. corta 29″ mas tarde; se lleva *c b* á *b a*, y el arco *a d* será el que debe dibidirse por la verdadera meridiana O S.

427. **Cartabon ó pantómetra, escuadra y círculo de agrimensor.**

Sobre un jalon á propósito se fija un cilindro circular de madera, de unos 7 á 14 centímetros de diámetro; al cual se le hacen 4 ranuras ó aspilleras perpendiculares entre sí y en el sentido del diámetro para dirigir las visuales. El límite superior de este cilindro lleva una faja de laton graduada. Sobre él hay otro cilindro giratorio qne lleva el nuñez y otras cuatro aberturas (con sus cerdas las opuestas), que sirven de pínulas; una de ellas corresponde á la línea de fé.

Se coloca el instrumento clavado en el terreno y horizontalmente por medio de un nivel; y partiendo de cero grados se toman diferentes ángulos haciendo girar el cilindro superior.

428. La escuadra de agrimensor es idéntica, pero sin graduacion y con solo un cilindro. Sus operaciones, por consiguiente, se reducen á determinar puntos en ángulos rectos, ó de 45° si el cilindro se convierte en un octógono con 8 aberturas.

429. El círculo de agrimensor solo difiere de la escuadra en que lleva, en vez de cilindro, un círculo de laton con dos diámetros perpendiculares entre sí, á cuyos extremos están las pínulas. Todo ello es de una pieza.

430. **Plancheta.**

Una buena plancheta es uno de los mejores instrumentos para la topografía en terrenos no muy accidentados; y para ser buena es menester que, á mas de tener un tablero perfectamente plano y como de unos 60 centímetros, sea susceptible de iguales movimientos rápido y lento que el teodolito, teniendo, para ello, roscas micrométricas: es necesario tambien ó conveniente que, luego de estar perfectamente aplomada y firme, reciba movimientos en sentido horizontal y vertical, á fin de ajustarla sobre el centro de estacion y levantarla ó bajarla sin alterar la posicion de los piés: y por fin, debe procurarse que la alidada sea un telémetro en vez de la comun regla de pínulas.

Mas no porque carezca de estas ventajas dejarán de poderse hacer con ella todas las operaciones geométricas de levantar perpendiculares, tirar paralelas, medir alturas y distancias accesibles é inaccesibles, &.

En cualquier caso es menester que su tablero quede bien horizontal por medio de un nivel, &: que su centro coincida con el de estacion, y que en cada situacion quede orientada; bien dirigiendo la visual á un objeto sobre la línea ya marcada entre ambos puntos, ó usando del declinatorio.

Para fijar los diferentes puntos de un plano se medirán las distancias marcadas por las visuales, ó seguirá el método de intersecciones, que es mejor y mas bre-

ve; pero en este caso conviene que los ángulos de las visuales interceptadas estén comprendidos entre 30° y 150°.

Las grandes ventajas de este instrumento respecto de los otros para las operaciones á que dá lugar, son tan notorias que es inútil referirlas; basta observar que concluido el trabajo no hay mas que ponerlo en limpio copiándolo, pues en él aparecen todos los mas pequeños detalles que han podido irse dibujando al paso de verificar la triangulacion.

431. En cualquiera situacion á que llegue el trabajo se puede verificar la comprobacion tirando visuales á diversos objetos; las cuales deberán coincidir con las ya marcadas para que el punto sobre que se opera quede bien establecido. Si no coinciden se hará la rectificacion orientando la plancheta y tirando visuales á dos puntos principales correspondientes á otros dos en ella ya marcados; y el de interseccion de estas visuales será el punto buscado.

432. Si se hubiera perdido el punto de estacion sobre que han de continuarse los trabajos, se volverá á determinar tirando visuales á tres puntos ya establecidos, y trazando sobre dos de ellos, como cuerdas, arcos de círculos capaces de contener los ángulos marcados por las visuales. La interseccion de estos círculos dará el punto de estacion.

Cuando se hayan de medir alturas se pondrá el tablero vertical; y en el plano de los objetos cuando se quieran distancias inclinadas.

433. Plancheta fotográfica de Aug. Chevallier.

El instrumento que con este nombre describí en 1859 (Memorial de Ingenieros, y Revista de Obras públicas), difiere del que presenta hoy dia su autor en la mayor perfeccion de todos sus órganos, y en ser la cámara oscura horizontal y de las dimensiones estrictamente necesarias para recibir el cristal ó placa sensibilizada.

Además, en la parte inferior de esta cámara existe unido á ella un sistema óptico, consistente en un tubo horizontal que lleva un lente y reflector á 45° para trasladar las imágenes á la placa; y el todo gira á voluntad contínua ó discontínuamente, por medio de un sencillo mecanismo de reló ó á la mano.

Interiormente á la parte superior de la cámara se halla tambien otra placa amarilla ú opaca, en la cual se hace una muy estrecha hendidura paralela al eje óptico y en el plano vertical determinado por este eje y el de rotacion, (plano que los Señores Tronquoy y Jouart llaman principal.) De este modo, no dejando pasar dicha hendidura mas rayos de luz que los que corresponden á este plano, la superficie sensibilizada quedará únicamente impresionada por ellos sin que aparezca la confusion que naturalmente producirian otras imágenes, si, verificado el movimiento contínuo, la abertura fuera un sector de algunos grados.

Por último, y á fin de marcar el vértice de todos los ángulos de los objetos, existe dentro de la cámara una punta que se baja á voluntad y señala en el cristal el expresado vértice ó centro de rotacion. Hay tambien una brújula y dos niveles, uno esférico sobre la tapa de la cámara y otro cilíndrico á lo largo de un anteojo dispuesto sobre el sistema óptico; con los cuales se pone horizontal el instrumento ó vertical el eje de rotacion. Con este anteojo se visan los objetos cuando se opera por sectores ó cuando, por no poder aplicar la fotografía, se hace servir al instrumento de grafómetro; á cuyo fin se hace uso del círculo graduado que lleva el limbo movible y el nonio dispuesto en la parte fija.

Se comprende por esta descripcion que si se colocan varias verticales ó plomadas al rededor del instrumento y se dirige á ellas el sistema óptico, de modo que cada una caiga en el plano principal, ó bien cuando esto tenga lugar por el movimiento contínuo que se imprime al aparato, quedarán marcadas en la superficie sensibilizada todas estas líneas, y determinados los ángulos azimutales que entre

sí forman. Lo propio sucederá con todos los objetos de un país, en consecuencia de lo cual, para levantar un plano se verificará estacion en los extremos de una base medida y en cuantos mas puntos se quiera despues. Obtenida por cada estacion una imágen negativa de todos los objetos visibles desde ella, y deducidas tantas imágenes positivas como copias se quieran hacer á la vez, se pasa luego al dibujo del plano, reducido ya á muy poca cosa.

Ante todo, y habiendo procurado orientar el instrumento en todas las estaciones (para lo cual se coloca un jalon á 12 ó 15 pasos en direccion de la brújula) se fijarán sobre el papel y en los extremos de la base que dé la escala, las dos primeras pruebas correspondientes á esos puntos de estacion, teniendo cuidado de que se confundan las direcciones recíprocas de la misma base y que exista el paralelismo dado por la brújula, que es lo que se llama quedar el todo orientado. Despues se prolongan los rádios desde el centro á los diferentes objetos que se hayan de situar en el plano, y sus intersecciones respectivas darán la situaciones de estos puntos, con tanta precision por lo menos como cuando se opera esmeradamente con otro instrumento topográfico de precision. Lo propio se hace al colocar otras pruebas en diferentes centros de estacion: y como no ha habido necesidad de estacionarse en los puntos de 2.° y 3.° órden, puesto que desde los de 1.° se han ido pintando todos en la placa, cuyas imágenes quedan claras hasta el extremo de conocer la clase de materiales empleados en construcciones, la naturaleza de los cultivos y aun el relieve relativo del terreno, se comprende la velocidad que en la práctica lleva la plancheta fotográfica á todos los instrumentos de topografía para cualquiera de la multitud de aplicaciones á que se presta en el terreno de la ciencia; siendo su exactitud tan completa y satisfactoria como se comprende al observar que dejando marchar el aparato de rotacion hasta pasado un círculo, las imágenes se repiten exactamente las mismas unas sobre otras, sin que haya una sola línea de separacion, quedando únicamente las que se repiten algo mas oscuras que las primeras. Esto no tiene lugar con los mejores instrumentos topográficos, que rara vez llegarán á cerrar con exactitud el círculo del horizonte; razon por la cual se tienen que repetir dos y tres veces los ángulos cuando se desea bastante precision.

Cuando no se quieren fijar mas que ciertos puntos principales de un país, se opera por sectores, abriendo entonces dos ó tres grados las ventanas de que se compone la placa opaca, y fijándose por medio del anteojo sobre cada objeto de los que se han de trasportar. A este fin lleva el aparato óptico dos hilos en cruz, el uno horizontal y el otro vertical, que salen marcados en la placa sensibilizada formando respectivamente un círculo (que es el horizontal del instrumento), y un rádio que es el visual. Rara vez ó nunca será necesario operar por sectores, puesto que ni es mas exacto ni mucho mas breve que por el movimiento contínuo, en el cual solo se tardan 10′ á 12′ para dar una vuelta al instrumento, con la ventaja de tener todos los puntos del país. Poniendo la cámara vertical ó el eje de rotacion horizontal se puede verificar la nivelacion de todos estos puntos, siendo entonces el instrumento muy apreciable para determinar en poco tiempo el relieve del terreno; pues señalado en el cristal el círculo del horizonte que pasa por el eje óptico, se tendrán con el movimiento contínuo todos los puntos de diferentes planos verticales, dando así gráficamente ó pudiéndose calcular, si se quiere, los ángulos del horizonte con dichos puntos.

Es pues, este instrumento sumamente apreciable para todas las operaciones de topografía con solo conocer los elementos fotográficos; no teniendo mas defecto hoy dia que el ser algo voluminoso y exigir la traslacion no muy embarazosa de la caja en que se contienen los cristales preparados. Estos se reciben por medio

de una barilla con tornillo á la punta en una caja que los lleva encerrados á la cámara oscura, depositándolos allí con la expresada varilla que despues se desatornilla. De este modo no llega nunca á la placa rayo alguno de luz que, por débil que fuera, la haría perder sus propiedades fotográficas.

La plancheta que presentó el Autor en la exposicion de París (por la que recibió merecida recompensa), tenia el aparato óptico vertical y una alidada en vez de anteojo. La que representa la figura X es la que últimamente ha merecido mayores ventajas, llevadas á cabo con el auxilio de su constructor M. Dubosc.

434 Crafómetro.

Tiene dos alidadas ó anteojos; uno fijo al diámetro de su semicírculo ó círculo entero de doble graduacion, y debajo de él otro móvil sobre el limbo, que lleva el nonio. Hay, ademas, una brújula con la línea N. S. paralela al diámetro del limbo, y un nivel de aire para poner el instrumento horizontal.

Debe atenderse en este instrumento á dos cosas esenciales. 1.ª Que el centro del eje de rotacion sea el centro del arco; para ver lo cual se medirán los ángulos de todo un circuito, y si suman 360° próximamente estará cumplida esta condicion; 2.ª que tanto el eje del anteojo movible como el del fijo estén sobre la línea de colimacion, marcada como de fé desde 0° á 180°. Para esto se coloca el anteojo movible de manera que se ajuste con el diámetro, y mirando entonces por ambos anteojos se vé si el hilo vertical de ellos coincide con un mismo objeto, arreglando, en caso contrario, estos hilos por medio de los tornillos correspondientes.

Se miden ángulos verticales y horizontales con este instrumento, procurando ponerle antes bien centrado sobre el punto de estacion por medio de una plomada, como ha de hacerse con todos los demás instrumentos de trípode.

435. Teodolito de Troughton.

Se compone de un círculo horizontal y un semicírculo vertical, para poder á la vez medir ángulos en uno y otro sentido. El círculo horizontal está sobre una plancha á que se imprime movimiento veloz y lento, aflojando para el 1.er caso un tornillo que sujeta su pié, y dando rotacion, para el 2.°, á otro tornillo sin fin que engrana en dientes de la circunferencia. Iguales movimientos tienen el semicírculo vertical por medio de la mano y tornillo de coincidencia, y una segunda plancha horizontal sobrepuesta á la primera del limbo; la cual lleva cuatro nonios en cuatro espacios vacíos, extremos de dos diámetros perpendiculares entre sí. De esta manera se tienen ángulos horizontales muy precisos tomando el término medio de los minutos y segundos que dan estos cuatro nonios. Sobre esta plancha 2.ª hay dos ó cuatro niveles de aire para poner el limbo horizontal; lo que se consigue moviendo de dos en dos y opuestamente cuatro tornillos que hay entre dos planchas sujetas al pié. El semicírculo vertical tiene graduada una de sus caras, con su nonio correspondiente; y en la otra están marcadas las diferencias entre las hipotenusas y bases de los triángulos rectángulos, ó lo que debe rebajarse de cada distancia inclinada para deducir la respectiva horizontal. Sobre este semicírculo y su diámetro está el anteojo, que lleva colgado y sujeto un nivel de aire para usar con ventaja el teodolito en la nivelacion. Suele llevar tambien el instrumento bajo el limbo horizontal otro anteojo de prueba, que sirve para rectificar la posicion del anterior, observando su coincidencia con un objeto lejano.

436. Antes de funcionar con este teodolito se verificarán las cuatro siguientes correcciones ó rectificaciones.

1.ª La de *colimacion*, ó coincidencia del eje del anteojo con el de las abrazaderas que le sujetan y sobre que puede dar vueltas. Para esto se mira á un objeto lejano, cuya interseccion con los hilos debe ser la misma en una revolucion del anteojo al rededor del eje.

2.ª *El paralelismo del nivel con la linea rectificada de colimacion:* para lo cual se saca el anteojo de entre sus argollas, despues de haber puesto horizontal el nivel, y se vuelve á colocar diametralmente opuesto. Si en esta posicion se mantiene horizontal el nivel, existe el paralelismo; y de no, se rectifica por los tornillos del propio nivel y por el de coincidencia.

3.ª *Que el eje azimutal, ó el del limbo horizontal sea vertical.* Para ello, fijo el círculo ó plancha inferior horizontalmente, y puesto el anteojo en direccion de dos de los cuatro tornillos verticales entre las planchas paralelas del pié, se hace que la ampolla del nivel superior caiga en el centro, girando despues el limbo superior hasta 180°; y si en esta posicion el nivel superior permanece horizontal, lo estará tambien el plano del limbo: de no ser así, se corregirá el error, mitad por los tornillos verticales, y la otra por el de coincidencia.

4.ª *Coincidencia del nonio vertical*: ó notar si, hechas las anteriores correcciones, permanece la línea de fé de este nonio en cero grados. Si no fuere así, se puede llevar en cuenta el error.

437. Para usar el teodolito, hechas todas las anteriores correcciones, y puesto uno de los nonios ó su línea de fé en 0°, se dirige una visual al objeto A; se fija el limbo inferior, y haciendo girar el superior, se dirige otra al B y mide el ángulo, tomando para los minutos y segundos el término medio de los que den los 4 nonios, cuyas diferencias, si las hay, han provenido del error de excentridad ó del de graduacion, ó de ambos á la vez. Despues se dirige al objeto C, luego al D, &, midiendo siempre los ángulos, y verificando la coincidencia con el tornillo de tangencia.

438. Para mayor exactitud en los ángulos que se tomen se pueden repetir dos, tres, cuatro & veces; teniendo así los ángulos duplos, triplos, cuádruplos, &, en los cuales se compensarán los errores positivos y negativos: de manera que si el error del instrumento fuese de 30″, despues de cinco observaciones seria solo de 6″, y de 3″ si las observaciones fuesen 10.

Para tomar un ángulo duplo, despues de haber obtenido el B O A (*fig.* 35), se girará el instrumento hasta coincidir el telescopio con A. Es claro que la division 0° estará ahora en la direccion O A′, siendo A O A′ = B O A. Fijando el limbo inferior, girando el superior, y dirigiendo nuevamente la visual O B, se podrá contar B O A′ = 2 B O A; y así sucesivamente. *Fig.* 35.

Repitiendo varias veces un ángulo no hay necesidad de anotarle por cada observacion, bastando el contarle la última y dividir por el número de observaciones.

Si el teodolito es de dos anteojos se puede hacer la repeticion con mas prontitud; y para ello, puesto el anteojo superior en 0° y dirigida por él una visual al objeto de la izquierda A, se dirige otra por el anteojo inferior al objeto de la derecha B, teniendo así el ángulo AOB. Fijo luego el anteojo inferior al limbo, se hace girar este á la izquierda hasta ver por el mismo anteojo el objeto A; entonces se lleva el superior á enfilar el objeto B, con lo que se tendrá el ángulo duplo. Continuando del propio modo, es decir, fijando el anteojo superior, visando con él el objeto A, y, quieto el limbo, llevando el inferior á visar el objeto B, se tendrá el ángulo triplo, y así sucesivamente para todos los demás; leyéndose siempre los ángulos pares.

439. El teodolito de un solo anteojo tiene los limbos divididos de medio en medio grado, y los nonios aprecian minutos; por lo que, siendo 0,00029 la tangente de 1′, la distancia en la escala de 0,0002 á que no será sensible el error de 1′, será de unos 3 kilómetros, llegando aquella de 6^{k} á 7^{k} en la escala de 0,0001.

En el teodolito de dos anteojos aprecian los nonios ángulos de 20″ cuya tangente

es=0,000097, y la distancia á que no es sensible el error de 20″ en la escala de 0,0002 es de mas de 10^{k}, y en la de 0,0001 20^{k}.

El anteojo de prueba inferior es excéntrico, por consiguiente, en el ángulo tomado con él habrá un error dependiente de la distancia que exprese esta excentricidad. Llamando φ al duplo del arco recorrido por el anteojo desde la direccion B de la derecha á la A de la izquierda, *e* la excentridad, D, D′ las distancias á los objetos A, B, y *x* el verdadero ángulo que estas visuales forman con el centro de estacion, se tendrá

$$x = \tfrac{1}{2}\varphi + \left(\frac{e}{2\,D\ \text{sen.}\ 1''} - \frac{e}{2D'\ \text{sen.}\ 1''}\right)$$

La diferencia del 2.° miembro puede ser positiva, negativa ó nula; es decir, que el ángulo $x = AOB$, puede ser mayor, menor ó igual al $\tfrac{1}{2}\varphi$ recorrido por el anteojo.

Si los dos anteojos fueran excéntricos llamando *e′* la excentricidad del 2.°

$$x = \tfrac{1}{2}\varphi + \left(\frac{e - e'}{2D\ \text{sen.}\ 1''} - \frac{e - e'}{2\,D\ \text{sen.}\ 1''}\right)$$

y si las excentricidades son iguales y del mismo lado

$$x = \tfrac{1}{2}\varphi + \left(\frac{e}{D\ \text{sen.}\ 1''} - \frac{e}{D\ \text{sen.}\ 1''}\right)$$

que es el duplo de la primeramente considerada.

Si las excentricidades son iguales y opuestos resulta $x = \tfrac{1}{2}\varphi$, y por consiguiente no habrá correccion.

Para usar la escala de pendientes bastará una simple proporcion. Supongamos que se tiene una distancia de 578^{m},5 tomada bajo la inclinacion de 10° 26′. Observando la escala opuesta en el círculo zenital se vé que para este ángulo se marca próximamente 1,52, con lo que la diferiencia correspondiente á la distancia reducida al horizonte será dada por la proporcion

$$100 : 1{,}52 :: 578{,}5 : x = 8{,}7893$$

y 578,5 — 8,7893 = 569^{m},46 será la distancia horizontal.

Este teodolito es indudablemente el mejor de todos, ya por la firmeza y fijeza de los limbos, cuanto por la sencillez de sus diferentes partes y ser un verdadero apreciador de todo.

Entre los teodolitos céntricos de los demás sistemas conocidos, esceptuando el de Porro, que es tambien sencillo y tan estable como el de Troughton, el céntrico y repetidor de Gambey, de círculo zenital completo, es el mejor por sus condiciones particulares y suficiente estabilidad. El de Secretan, no obstante que como el de Troughton dá la pendiente al mismo tiempo que el ángulo zenital, es complicado por la multitud de piezas delicadas que tiene, y de ninguna manera preferible al 1.°

En todos estos sistemas de teodolitos, como asimismo en el círculo repetidor, hay dos ó cuatro nonios.

440. **Teodolitos de círculo zenital excéntrico.**

El de Richer se compone de un cilindro horizontal con los grados en la superficie exterior, sobre el que existe otro cilindro de igual rádio que lleva los nonios y un declinatorio. En el centro de este cilindro se levanta una columna con un brazo horizontal que mantiene en sus extremos un nivel y el círculo zenital. En el centro de este se halla el anteojo y nivel, y la graduacion está tambien en el canto del círculo.

Las divisiones de los limbos lo son de derecha á izquierda, apreciando los nonios los ángulos de 2′ en 2′

La situacion excéntrica del anteojo exije la repeticion inversa de los ángulos tomados; á cuyo fin, hechas las operaciones de derecha á izquierda, se invierte luego el anteojo y tiene en cuenta el sentido de la graduacion.

Sus verificaciones y correcciones son idénticas á las del anterior, cuidando siempre que el eje del círculo zenital sea horizontal, para lo que se hace uso de la plomada, y la correccion por medio de los tornillos de inclinacion.

441. **El de Combes**, difiere del anterior en el modo de tener su graduacion (que lo está, como de ordinario, en los planos de los limbos) y en que el círculo zenital tiene su eje al aire en una plancha que cuelga de otra próxima al círculo azimutal. Esta última lleva en el otro extremo un contrapeso que equilibra el del círculo vertical, y á su largo vá el nivel del instrumento.

Los movimientos rápido y lento de los círculos y reglas de los nonios, se verifican como siempre por medio de tornillos debidamente dispuestos.

Las verificaciones y correcciones son como en los anteriores, procurando además, que el eje óptico sea perpendicular al del círculo zenital, visando un objeto lejano de 0° á 180° y de 180° á 0°, corrigiendo la perpendicularidad por el tornillo que mueve la cerda vertical del retígulo. Se consigue al mismo tiempo la verticalidad del plano del círculo zenital por medio de la plomada y haciendo uso del tornillo de charnella que está junto al contrapeso.

442. **El de Gambey** de este género tiene un limbo azimutal, compuesto de dos coronas concéntricas de movimiento unido ó independiente, perpendiculares por construccion al eje de rotacion del instrumento; de las cuales la superior lleva cuatro nonios y una columna con una barra horizontal, en la que existe un contrapeso á un extremo y el segundo apoyo del eje horizontal del círculo de pendientes en el otro. El primer apoyo de este eje está sobre una horquilla en que termina la columna central, y sobre el eje dos niveles perpendiculares entre sí, uno mas alto que otro. El círculo zenital, perpendicular por construccion á su eje, tiene su movimiento dependiente ó independiente de la corona superior horizontal; y el anteojo, de retículo centrado por construccion, se halla unido á las piezas que llevan los nonios verticales semejantes á las horizontales. Bajo la plataforma, y unido á la columna del instrumento, con facultad de girar al rededor de él, se halla el anteojo de prueba.

En las verificaciones y correcciones se procura que los ejes de los niveles y círculo zenital sean paralelos y horizontales, corrigiendo la diferencia por mitad entre los tornillos de ambas cosas: así se consigue que dicho círculo sea vertical. Se debe tambien procurar, á mas de la horizontalidad de la visual cuando coinciden los ceros de la graduacion, que una de las cerdas del retículo sea vertical; para lo cual dirigida la visual á una plomada, se hace coincidir con ella la cerda. La otra cerda, que la es perpendicular, queda precisamente horizontal.

Parecido á este, con algunas diferencias, ha construido M. Colombi otro teodolito, que aprecia los ángulos de 1′ en 1′, teniendo la ventaja de ser estable y sencillo. Le llama teodolito Ibañez, por haberle dado Don Cárlos Ibañez la idea de su composicion.

443. **Teodolito ó pantómetro de Porro.**

El teodolito olométrico de Porro, á que el autor llama *pantómetro*, que quiere decir, medidor de todo, tiene igual forma general que los teodolitos ordinarios, difiriendo de ellos en que el arco para los ángulos zenitales es un círculo completo, cuya graduacion, como en aquellos, está en la parte inferior de la vertical que pasa por el eje del instrumentro. El horizontal, para tomar ángulos azimutales, se puede mover independiente del vertical, y ambos con movimiento lento y rápido.

inferiormente al horizontal lleva una caja en que vá un declinatorio que llama *orientador* en vez de brújula, cuya aguja, suspendida de una seda sin torsion, se mueve horizontalmente hasta que el cero del orientador coincide con ella, á la vez que con el cero del nonio, círculo correspondiente horizontal y eje del anteojo, para tomar así los ángulos azimutales formados con el meridiano del lugar y plano vertical que pasa por el objeto observado. Si en vez de azimutes magnéticos se quieren verdaderos se apreciarán los grados de declinacion conocida, haciendo coincidir con ella las demás líneas dichas del círculo y anteojo. Este es telemétrico, como los de todos los instrumentos del autor, y que hemos explicado (nº 414) cuyo error máximo, que puede llevarse en cuenta, en la apreciacion de las distancias, no pasa de $\frac{1}{1000}$ de estas si el objetivo tiene de 0^m04 á 0^m06 de diámetro. Por debajo de la caja del orientador salen tres brazos con sus tornillos para verificar la horizontalidad, en los que vá un tablero fijo entre las ranuras que tienen á sus extremos. En este tablero se ponen dos pliegos de papel, uno sobre otro, y el superior con polvo de lapiz en su página inferior: sobre ellos pasa una regla graduada y paralela al eje del anteojo en todos sus movimientos, para lo que está unida al vertical del instrumento; de modo que al apreciar una distancia se puede trazar esta como en la plancheta, y marcar el punto observado y demás detalles del plano que se levanta; el cual queda grabado en ambos pliegos de papel, presentando así lo que el autor llama tipo *eidográfico*.

Por lo dicho de este instrumento se vé que, despues de orientado con el declinatorio, por la coincidencia de la aguja y el diámetro cero del círculo horizontal y eje del anteojo, se tienen por cada punto los ángulos azimutal y zenital y la porcion de mira interceptada por los hilos: tres datos llamados *números generadores* que se anotan separadamente, y de los que se deducen fácilmente la distancia horizontal desde el punto de estacion y las distancias á la meridiana, su perpendicular y plano horizontal que pasa por el eje del pantómetro, que es la diferencia de nivel del punto de estacion al observado. Las fórmulas para el cálculo de estas distancias son tan sencillas como fáciles de hallar observando la *fig.* 36.

$$d = S \text{ tang. }^2\varphi$$
$$X = d \text{ sen. } \theta$$
$$Y = d \cos. \theta$$
$$Z = d \cos. \varphi = \tfrac{1}{2} S$$

$S =$ distancia comprendida en la mira por los hilos del micrómetro.
$d =$ distancia verdadera al punto observado.
$\varphi =$ ángulo zenital.
$\theta =$ ángulo azimutal.
X, Y, Z. coordenadas ortogonales del punto observado.

Se pueden sustituir los cortos cálculos de estas fórmulas con los resultados que desde luego se pueden tomar con el compás sobre las escalas logarítmicas ó reglas de cálculo que, semejantes á las conocidas, ha determinado tambien el Señor Porro y acompañan al instrumento.

Las verificaciones y correcciones de este instrumento se reducen, como las de los otros, á las siguientes:

1.º Que el eje de rotacion sea vertical; lo que se consigue por los niveles.

2.º Que el eje del anteojo sea perpendicular al de rotacion y su plano vertical.

3.º Que el eje óptico sea vertical cuando coincide el cero del limbo zenital con la línea de fé de su nonio; lo que se conocerá si dicho eje es horizontal cuando el cero del nonio coincide con la division 90º.

4.º Que el cero del limbo azimutal coincida con el de su nonio cuando la visual

esté en el plano del meridiano magnético ó astronómico, segun se haya elegido uno ú otro para los rumbos.

5.° Que el cero de la escala graduada esté en el de rotacion del instrumento.

Círculo repetidor.

Es un círculo dividido de 15′ en 15′ y aun de 5′ en 5′, y que aprecia hasta 10″, tiene la facultad de tomar todas las posiciones imaginables á causa de los tres movimientos que corresponden á los tres ejes de que consta, el del limbo, generalmente inclinado segun el plano de los objetos; el de horquilla que es horizontal y sirve de apoyo al primero por un doble cilindro que le envuelve, y el vertical del instrumento, que es una columna hueca que envuelve al eje del limbo azimutal y en que se apoya la horquilla.

El limbo inclinado lleva dos anteojos que le son paralelos y que pueden fijarse á él ó moverse lenta ó rápidamente. El superior es céntrico y está unido á una armadura que lleva cuatro nonios: el inferior, excéntrico, lleva un nivel que le es paralelo.

La horquilla, que es una armadura de arco de círculo vertical, cuyo diámetro es el segundo eje ya mencionado, tiene otro nivel unido á este eje. El arco de círculo es una caja de esa forma llena de plomo para equilibrar el peso del limbo inclinado y anteojos. Tiene fijos un estilo y nonio que marca cero cuando el medio del arco coincide con él; pudiendo así medir ángulos zenitales como con el limbo principal.

El todo se halla sobre la columna hueca que envuelve al eje vertical, y lleva en su parte inferior, tocando con el limbo azimutal, una alidada con su nonio en un extremo, capaz de movimiento lento ó rápido, segun se comprima un tornillo que tiene en el otro, haciendo jugar el de coincidencia. De este círculo horizontal salen los tres piés del instrumento, cada uno de los cuales lleva un tornillo con su círculo graduado para medir su movimiento particular.

Para operar con el círculo repetidor se procura

1.° Que el plano del limbo y ejes de los anteojos sean paralelos; á cuyo fin, puesto el limbo horizontalmente por medio del nivel del anteojo inferior, se dirige una visual á un punto lejano, la cual debe quedar cubierta por el cruzamiento de los hilos de los retículos de ambos anteojos. La diferencia se corrige por los tornillos respectivos de los mismos retículos.

2.° Que el eje de rotacion de todo el instrumento sea vertical; para lo cual, y despues de coincidir el cero del limbo azimutal con el de su nonio, se observa el nivel del anteojo inferior de modo que el limbo quede horizontal. Se dá una semi-revolucion al instrumento y se corrige la desviacion que entonces se observe al nivel por medio de los tornillos de la plataforma.

3.° Que el plano del limbo pueda ponerse vertical. Se consigue esto por medio de la plomada, y con este fin el instrumento lleva un aparato que determina desde luego la verticalidad del círculo.

Para hallar un ángulo en el plano de los objetos se deja al instrumento el movimiento libre de rotacion hasta que el eje de la horquilla esté en direccion próxima de la línea que determina los puntos cuyo ángulo se desea: entonces se fija el círculo azimutal y la horquilla, y se mueve el limbo principal hasta que se puedan divisar los objetos. Puesto en 0° el anteojo superior y dirigida la visual al objeto de la izquierda se enfila con el anteojo inferior el objeto de la derecha, en cuya posicion queda mientras se dirige el superior tambien á la derecha, midiendo el ángulo en el momento en que coincidan en el mismo objeto ambas visuales.

La repeticion de los ángulos se hace como se ha explicado para el teodolito.

444. Fundamento de los instrumentos de reflexion.

Los instrumentos de reflexion tienen la ventaja de dar ángulos entre dos objetos con suma prontitud, y no necesitar pié de ningun género; por lo que son de gran interés para operaciones breves, y en particular para reconocimientos de terrenos.

Todos ellos se fundan en el conocido principio de física, de que el ángulo de incidencia es igual al de reflexion; del que se deduce, que, el formado entre dos espejos será mitad, cuarta, sexta parte, &. del que marque el primer rayo incidente con la segunda, cuarta, sexta, &, reflexion. Por manera que, si se imagina
Fig. 37. el rayo incidente $a\,b$ (*fig.* 37) sobre el espejo M N, formará un ángulo Z igual al Z′ de reflexion: y considerando esta como otro nuevo rayo incidente sobre el espejo M N′ será $Z'' = Z'''$; &. Ahora bien, la tercera incidencia $c\,d$ producirá la tercera reflexion $d\,e$, que con la cuarta $e\,f'$ formará el triángulo $e\,d\,f'$ que dá, $y = (\alpha + \beta) = (180° - 2\gamma) + (180° - 2\delta) = 360° - 2(\gamma + \delta)$. Pero en el $M\,e\,d$ se tiene $x = 180° - (\gamma + \delta)$, luego $x = \frac{1}{2}y$.

Del mismo modo tendriamos para la cuarta reflexion de $b\,c$, $y' = o + o' = 4x$. Y para la 6.ª de $a\,b$, $y'' = 6\,x$:

$$\text{porque} \quad y'' = o'' + o''' \begin{cases} o'' = r + \beta \\ o''' = r' + \alpha \end{cases} y'' = 4\,x + y = 6\,x.$$

445. Sextante.

Fig. 38. Este instrumento tiene un espejo fijo M N (*fig.* 38), (la mitad superior sin azogar para la vision directa) y otro M′ N′ movible en el centro del arco y alidada $a\,o$; el cual es paralelo al M N cuando está con aquella en cero grados. En esta disposicion un objeto d, reflejado segun $o\,r$, dará su 2.ª reflexion segun $r\,S$: si, pues, se pone en esta direccion un anteojo se verán al propio tiempo la imágen reflejada y la directa d', mirando á la vez por la parte azogada y trasparente. Variando de posicion el espejo O, se percibirán imágenes de otros objetos, tales como c, cuyo ángulo con el 1.er rayo $d\,o$ será doble del x de los espejos. Así, pues, si dividimos el arco del instrumento en 120 partes iguales (que consideraremos como grados) equivalentes á 60° del círculo á que pertenece el arco, se podrán apreciar directamente los ángulos de diferentes puntos. Las líneas $d\,o$ y $S\,r$ se estimarán como una sola en la práctica, por ser despreciable la $o\,r$ con relacion á la distancia de los objetos.

446. Todo sextante debe reunir las tres circunstancias siguientes:

1.ª Que el eje del anteojo sea paralelo al plano del limbo; lo que se rectifica por los hilos del retículo comparando el resultado con el del anteojo de prueba que se pone en el limbo;

2.ª Que el plano de los espejos sea perpendicular al del limbo; lo que se conocerá si una parte cualquiera del instrumento se vé reflejada en línea recta; de no ser así se enmienda la inclinacion por los tornillos que para esto llevan los espejos;

3.ª Que la línea de fé del nonio marque 0° cuando los espejos son paralelos.

La 3.ª circunstancia se vé inmediatamente por la coincidencia ó no coincidencia de la imágen reflejada y directa, habiendo puesto antes la línea de fé en 0°. El error que exista, llamado *error del paralelismo*, se lleva en cuenta en todas las operaciones.

447. Sextante de Bolsillo.

Es de metal é idéntico al sextante comun; consta de una caja de unos 7 centímetros de diámetro, en la que existen el arco graduado, alidada con su nonio, y microscopio; un tornillo para dar el movimiento lento, que es el único que

tiene, y otro mas pequeño para enmendar el paralelismo de los espejos. En la superficie exterior del cilindro hay un pequeño telescopio que atraviesa la caja, y una planchita movible con agujeros que sustituye al anteojo cuando son cortas las distancias á los objetos. Se ven tambien otro agujero para la llave que ha de dar paralelismo á los espejos, y dos palancas para interponer vidrios coloridos á las visuales y disminuir la intensidad de la luz, cuya operacion se hará quitando antes el anteojo. Este suele llevar tambien un ocular oscuro con el mismo fin. El limbo se halla dividido de derecha á izquierda en 120° á 180°, y mas afuera hasta 230° para los ángulos suplementarios.

448. **Semicírculo de reflexion de Douglas.**

Es todo de metal, y de 12 á 14 centímetros de extension. Consiste en un limbo semicircular A B C (*fig.* 39) unido por una regla de $0^m,03$ de ancho, en cuyo canto interior está el centro del círculo. Al rededor de este gira el cuerpo O R S que lleva el espejo E todo azogado, y el nuñez S que dá las divisiones de 1'. En D hay un boton fijo en el cuerpo O R S, que, recorriendo la abertura *h* de la alidada E' F, obliga á esta á seguir al rededor de E' y en igual sentido el movimiento de aquel. En el extremo F hay un círculo vertical con un pequeño agujero de mira para dirigir las visuales; y en el otro extremo está el 2.° espejo E', mitad trasparente y mitad azogado, para ver á un tiempo la imágen directa y la reflejada por el otro espejo. Cuando el instrumento está en 0°, ó cuando el centro del rebajo *u* coincide con la regla ó diámetro A C, los espejos son paralelos. En esta regla hay una escala, regularmente de 4 pulgadas por milla, con lo que se pueden construir los triángulos trigonométricamente. *Fig.* 39.

Al moverse el cuerpo superior O R S, claro es que tanto anda la línea de fé como se separa de la regla ó diámetro el canto *u*. Por consiguiente, pueden desde luego transportarse todos los ángulos sin necesidad de anotarlos; para lo cual basta llevar un carton donde se vayan trazando desde el punto que se elija en una línea que haya de servir de base, y otras sobre que se continue el trabajo.

Desde luego se vé la gran ventaja de este utilísimo instrumento, preferible á cualquiera otro para operaciones de detall; cuyo manejo es muy fácil y cuyo resultado se reduce á observar el momento en que coinciden en una la imágen directa y la reflejada del otro objeto.

449. **Eclímetro de Chezy.**

Es una regla de metal A B (*figs.* 40, 41) de $0^m,32$ (1 pié francés) de largo, sobre la que se halla asegurado un nivel de aire *n n*. En los extremos de la regla se levantan á ángulo recto dos pínulas, una de $0^m,108$ (48 lín.s fran.s) y otra de $0^m,046$ (21 lín.s fran.s) La 1.ª se compone de un bastidor, cuyos lados ó largueros están graduados como se dirá, y un tablero movible entre los mismos, rápida ó lentamente, el cual lleva una abertura con dos hilos cruzados y un agujero cónico á la altura de la interseccion de los hilos. La 2.ª pínula solo tiene este tablero, igualmente dispuesto, pero encontrando con los de la grande los hilos y agujero; siendo susceptible el tablero de movimiento lento en sentido vertical por medio de un tornillo que hay en E, á fin de hacer coincidir con la visual los agujeros é hilos de ambas pínulas. Todo esto se halla ligado á otra regla inferior E D, por medio de una charnela en cuyo centro gira la 1.ª En D hay una tuerca V que engrana en un tornillo para acercar ó retirar la regla A B de la D E; y en medio de estas están sujetas las planchas que lo aseguran al tallo que lleva el trípode. *Figs.* 40. 41.

Los largueros de la pínula mayor están graduados, uno en líneas francesas y otro en milímetros, á fin de poder obtener en ambos sistemas de medidas las pendientes que se busquen ó quieran establecer. La 1.ª division está arreglada á una

pulgada por toesa que dá para un pié que tiene el tablero, 2 líneas de pendiente: y los trazos de la escala marcan 1, 2, 3 &, correspondientes á 2, 4 & líneas; subdividiéndose despues en otras menores, mitad y cuarta parte. Lleva tambien su nonio, cuyas divisiones son equivalentes á $\frac{11}{12}$ de línea. El otro costado corresponde á la pendiente de 0^m, 05 en el marco por cada metro, y dá 16 divisiones de 0^m, 02, tambien subdivididas y con su nuñez, cuyas partes equivalen á 0^m,004.

Para dar una pendiente al terreno con este instrumento, se fija el tablero de la pínula pequeña á la altura conveniente, y se ajusta el 0° de la línea de fé en el grande con el número que indique la pendiente que se desea. Despues se lleva el instrumento al paraje en que ha de tener principio la expresada pendiente, se dirige la visual y se marca su interseccion en la mira. Si la operacion es de arriba abajo se dirige la visual por la pínula mayor.

Las operaciones de nivelar con el eclímetro son fáciles de concebir. El anteojo que para este caso lleva ó puede llevar conviene sea telemétrico.

450. **Nivel de aire de Porro.**

Fig. 42. Es un antejo telemétrico (*fig.* 42) sobre el que vá un nivel de aire unido á una pieza M adosada á él por medio de un tornillo T y otros dos *tt*, haciendo entrar sus extremos por medio de dos puntas en ranuras practicadas en el anteojo. Afflojado el tornillo T y tocado un resorte se separa el nivel del anteojo, que entonces queda libre para girar verticalmente con movimiento rápido y lento al rededor de un eje horizontal colocado sobre un bastidor de mayor altura que la mitad del largo del anteojo. Todo ello se contiene sobre un tablero de metal AB que descansa en dos cuñas tambien de metal D, C, partes de una misma esfera, unidas segun un círculo máximo. Estas cuñas sirven para poner horizontal el tablero, á cuyo fin se fija la inferior por medio de un tornillo á la meseta de los piés, dejándole algo flojo para que sea posible mover la cuña á la par que la superior C en el momento de verificar la horizontalidad. Para observar esta se hace uso de un nivel esférico que existe sobre el tablero.

Tan sencillo instrumento, fácil de rectificar y situar horizontalmente, cuanto preciso en el aprecio de las distancias, es uno de los mejores ó el mas recomendable para las operaciones delicadas de la nivelacion. Si se le agregase un semicírculo ó cuadrante vertical para tomar los ángulos de pendiente, y un círculo horizontal sobre el tablero, que girase con el anteojo para tomar los ángulos azimutales, como sucede con el perfeccionado de Chezy, seria este nivel el 1.er instrumento de su clase para la topografía.

451. **Medicion de una base.**

Para todas las operaciones de levantamientos de planos hay necesidad de una base, de donde parta la triangulacion; cuya medida exige la mayor exactitud por ser el fundamento de todo lo que debe practicarse. Debe procurarse establecerla en terreno céntrico, descubierto y poco ó nada accidentado, de modo que se vean desde sus extremos el mayor número de puntos notables.

Cuando el plano es de corto interés, ó solo es un reconocimiento para bosquejar el terreno, puede hacerse á pasos la medicion; á cuyo efecto, y para todos los casos que ocurran, será conveniente que cada cual ejercite su paso uniformándole á un compás que le dé una medida siempre igual, y que sea el término medio de la que deduzca del número de pasos resultantes por 10, 15, ó 20 veces de repasar una línea ó distancia medida. Mas cuando el trabajo que se vá á emprender sea de naturaleza mas delicada, se usará del cordel, cadena ó rodete, pero divididos todos en la unidad repetida, ya sea pié, metro, &.

De cualquiera manera es menester ante todo alinear la base con jalones, piquetes ó banderolas, mas ó menos separadas ó próximas, segun sea el terreno

llano ó montuoso. Es conveniente que el peon que lleve delante la cadena, cordel ó rodete, vaya poniendo agujas ú otras señales á propósito en los sitios en que termine cada cadena. Es claro que el número de estas señales será el de las cadenas ó rodetes que contiene la base, á lo que se agregará la porcion última, si la medida final no contuvo una cadena entera.

En Francia se ha adoptado con ventaja á la cadena y rodete una cinta métalica de 10m de largo y 0m,016 de ancho, cuyo temple es tal que se puede rollar fácilmente y estender sin producir doblez ni flexion alguna. Su division es en centímetros, empezando la cuenta desde el centro de un semicírculo que lleva el agarradero.

Recuerdo como muy conveniente para la medicion de bases el uso de la estadia.

452. Cuando el terreno no es horizontal se mide la distancia y su ángulo ó inclinacion con el nivel de pendiente ó un eclímetro, ó con otro instrumento á propósito; y se calcula la horizontal observando que $x = p \cos. \alpha$, siendo p la pendiente y α su inclinacion; ó mejor $p - x = p\,(1 - \cos. \alpha) = 2\,p \text{ sen.}^2 \tfrac{1}{2}\alpha$, que se quitará de la medida hallada sobre la pendiente y dará tambien x. Esta última fórmula produce mas exactitud en razon á que, siendo regularmente poco sensibles las pendientes que se eligen para la medicion de la base, los cosenos variarán lentamente á medida que aquellas se aproximen á la horizontal.

453. Si la operacion exige mucha proligidad y exactitud se usarán perchas de pino (*fig.* 43) como de 5 á 6 metros de largo, y 0m,05 de ancho, empapadas en aceite de linaza hirviendo, y dadas de un espeso barniz; con lo que serán poco sensibles á las variaciones higrométicas del aire y á las mudanzas de temperaturas. Se llevan dos (cada una entre dos hombres) poniendo alternativamente en contacto sus extremos. De estos el uno es un semicilindro metálico, fijo horizontalmente, y el otro un cilindro ó anillo vertical. Para mas exactitud se colocan los reglones sobre montantes *a b*, metidos en cajas metálicas *c d*, dentro las cuales se mueven verticalmente para poder situar el reglon á la altura que convenga. Se coloca este horizontal por medio de un nivel de aire que vá encima de la plancha *f*; plancha que sujeta al tornillo la visagra *e* por la que se dobla el reglon cuando se termina la operacion. Para las pendientes (*fig.* 44) se marca ó nota con una plomada el extremo de la regla nuevamente colocada.

Fig. 43. *Fig.* 44.

Como regularmente sucede que los extremos no se tocan, al pasar cada reglon á otra situacion, sin ocasionar algun movimiento que descomponga la direccion ó medida, se pondrán aquellos un poco separados uno de otro; cuya distancia se apreciará por la que dé el cilindro vertical, moviendo horizontalmente la regla graduada que le une y va comprendida dentro del reglon.

454. El Sr. Porro ha inventado un aparato para medir bases geodésicas, cuya descripcion puede verse en la *Revue des sciences*, en el *Memorial de Ingenieros*, tomo 5.°, página 49 de la Miscelánea, en el de *Artillería*, tomo 6.°, página 405, y en el *Tratado de Topografía* del General Clavijo, página 195.

El error para cada kilómetro, se dice, no excede de 7 milímetros, y se le dá la ventaja de no necesitarse mas que la mitad del personal y cuarta parte del tiempo empleado ordinariamente con reglas sobre caballetes.

La Academia de Ciencias de París hace debidos elogios de este aparato y concluye su informe en los términos siguientes.

« Los aparatos de M. Porro, destinados á la medicion de bases, son sencillos, ingeniosamente concebidos, de cómodo uso, precio poco elevado y fácil de trasportar sobre cualquier terreno; teniendo la preciosa ventaja de que sin gran pérdi-

da de tiempo ni de gasto se puede medir una misma base dos ó tres veces. Son, por tanto, de grande utilidad en la práctica de la geodesia.

455. **Indicacion del aparato de Ibañez y Saavedra.**

Entre todos los medios empleados para la medicion de bases geodésicas, ninguno ha correspondido tan ventajosamente como el inventado por los Coroneles de Ingenieros y Artillería Don Cárlos Ibañez y Don Frutos Saavedra Meneses, construido en París por el hábil M. Brunner; y cuya descripcion, fórmulas de rectificacion, multiplicados experimentos para hallar los coeficientes de dilatacion, &, y modo de usarle puede verse en la publicacion que los Autores hicieron de este instrumento en 1859, con el título de «Experiencias hechas con el aparato de medir bases geodésicas, perteneciente á la Comision del mapa de España» (Imprenta y librería de Rivadeneyra. Madrid.)

En una obra de la naturaleza de este Manual no cabe un trabajo completo de tan interesante aparato, puesto que para tratar bien su importante doctrina, no podríamos prescindir de ninguno de los particulares detalles de su constitucion, rectificaciones y uso, que los Autores han expuesto con tanta claridad como buen método en su referido libro. Así, pues, aunque tenia escritas algunas páginas respecto á este aparato, limito su noticia á la siguiente.

456. **Descripcion general.**—Se compone de dos reglas metálicas de 21×5 milímetros y 4^m de largas á la temperatura 6°,8, tendidas á su largo y separadas una de otra 6 milímetros. La superior es de platino y la inferior de laton, formando una con otra termómetro metálico. Se enlazan y apoyan en 15 cojinetes, de los cuales el del medio, diferente de los demás, comprime bien dichas reglas, impidiendo se muevan en sentido de su longitud. El todo se halla ligado por medio de tornillos á un banco de hierro forjado compuesto de dos planchas de 5 milímetros de espesor, unidas á *T* intertida por 28 escuadras. En los extremos de la regla de platino se leen, por medio de microscopios micrométricos, los números correspondientes á cada una de las divisiones ó trazos allí grabados, cuyo intérvalo ó distancia entre dos de estas rayas, observadas en ambos extremos, es una de las porciones de la base.

El banco y reglas se apoya en dos soportes movibles que existen sobre pesados trípodes. Los microscopios se colocan tambien fijamente sobre otros trípodes aún mas pesados (el todo de 38 kil. y 130 kil. el sillar sobre que descansan) situándolos verticalmente á los extremos de las reglas sobre los centros de los círculos graduados que llevan. Estos círculos se establecen en la alineacion de la base por medio de un anteojo y miras á propósito, colocadas horizontalmente en el sitio de los microscopios. Otro anteojo, dispuesto verticalmente sobre el mismo centro de los círculos, sirve para referir á puntos marcados en el terreno las observaciones verificadas al principio y fin de cada trabajo. Por último, sobre las reglas, y entrando los piés en dos aberturas de los cojinetes centrales, se pone un nivel que acusa la horizontalidad de la regla, existiendo otros niveles en los soportes y microscopios, y cuatro asas hácia los extremos del banco para trasladarle de una á otra situacion.

457. **Base de Madridejos.** En 1858 se preparó la base de Madridejos entre los puntos llamados *Carbonero y Bolos*, distantes entre sí poco mas de $14\frac{1}{2}$ kilómetros; á cuyo fin se hizo en toda su extension un camino de 8^m de ancho, por el que marchaba un cobertizo de $4^m \times 36^m$, bajo el que siempre estaban á la sombra el aparato y observadores. Se dividió todo el espacio en 5 intérvalos por medio de 6 postes de piedra (perfectamente fijos é invariables) midiéndolos uno despues de otro; en cuya primera operacion, que duró 78 dias, se obtuvo por resultado reducido al nivel del mar, el número $14662^m,885$.

Para comprobar esta medida y vér al mismo tiempo si, como lo pretendian algunos Geómetras belgas y prusianos, bastaría la medicion de bases pequeñas, se propuso la Comision del mapa volver á medir el trozo central de los cinco que componian la base, y calcular esta trigonométricamente por medio de una triángulacion apoyada en el trozo nuevamente medido. Hecha la operacion se vió que la longitud del dicho trozo no diferia de la obtenida primeramente mas que en $0^{mil.}$ 19, y que la extension total determinada por el cálculo trigonométrico para toda la base no pasó de 14662^{m},889. Dando un error de 4 milímetros.

Este resultado, que explica lo acordes que estan ambos métodos, autoriza á limitar la extension de las bases geodésicas á 2 ó 3 kilómetros, siempre que se enlacen con los grandes lados de las triangulaciones por un sistema de líneas á que se aplique el método de compensacion de los errores producidos en la red trigonométrica.

Tomando en cuenta los errores parciales que pudiera haber por nuevas mediciones en los otros 4 trozos, el error medio de toda la base apenas llegaria á 2 mil., 7 ó proximamente $\frac{1}{5'400.000}$

Los aparatos empleados hasta ahora desde 1740 han producido los errores siguientes:

1740.	Bases de Juvissy, de Dunkerque, Burges, &, (reglas de madera, puestas directamente en contacto)	$\frac{1}{300.000}$
1795.	Bases de la Meridiana (aparato de Borda)	$\frac{1}{200.000}$
1840.	Pequeñas bases de Prusia y Bélgica (aparato de Bessel)	$\frac{1}{600.000}$

Al ver estos números y compararlos con el primero que dieron el aparato y cálculo de los Oficiales Españoles, dice Mr. Faye, «el punto de exactitud á que han llegado en el mapa de España, es un *non-plus-ultra* del cual no es posible ni, en mi concepto, sería ya útil pasar.»

458. **Trazadores de Faye.**

Los aparatos de medir bases geodésicas son de dos clases; 1.ª los de contacto, provistos de lengüetas, cuñas ó palancas angulares; y 2.ª los de rayas ó trazos que se leen sobre el terreno por medio de microscopios micrométricos. El aparato de Mr. Faye no pertenece á ninguno de estos sistemas, siendo tan exacto, cuando se miden bien los intérvalos, como el mejor de ellos, y mucho mas sencillo, segun el mismo Autor asegura.

Consiste en un bastidor ó regla de madera ó metal, de unos 4^{m} de largo, á cuyos extremos lleva dos trazadores iguales á los empleados en las divisiones de los instrumentos, y cuyo intérvalo en el momento de operar es completamente arbitrario. De 4 en 4 metros, y en la direccion de la base (marcada de antemano con jalones) se ponen en el suelo bien alineados unos soportes muy bajos que llevan unas pequeñas placas de cobre, en frente de los cuales se colocan otros, tambien de corta altura y muy estables, en que se sostiene y fija la regla de los trazadores. Puesta esta sucesivamente delante de cada par de placas, se hacen obrar los trazadores sobre ellas, procurando que la raya de adelante sea mas larga que la de atrás, ó al revés, para distinguir á primera vista si ha de sumarse ó restarse del anterior el intérvalo marcado sobre cada placa. Procurando operar de modo que la suma de estos intérvalos sea sensiblemente nula al fin de cada dia, se evitarán numerosas reducciones á que hay que atender en los sistemas de contacto

y microscopios. Las placas pueden estar numeradas segun el órden de su colocacion y recogerlas á medida que se avanza, á escepcion de la última de cada trabajo, que se dejará en su sitio para servir de punto de referencia ó de partida al dia siguiente. Despues se miden con despacio en el gabinete las distancias entre las rayas que presentan las placas.

El intérvalo constante que separa los trazadores se observa en diferentes horas del dia, haciendo obrar estos sobre el canto de una doble regla de hierro y zinc, algo mayor que dicho intérvalo, con lo cual se tendrá, al cabo de cierto número de operaciones, un termómetro metálico que hará conocer la dilatacion del bastidor principal en varias horas del dia; y para referir todas sus indicaciones á la unidad de longitud, se pondrá dicha regla de hierro en un comparador ordinario. De este modo, guardadas las placas y regla en el gabinete se puede sin salir de él, comprobar la longitud de la base cuantas veces se quiera.

Escusado es decir, que la regla de los trazadores se procura vaya siempre horizontal, valiéndose de uno ó dos niveles ó haciendo, cuando sea posible, una prévia nivelacion.

Mr. Faye presenta el caso de dos mediciones ejecutadas con sus trazadores en regla de madera construida por Mr. Brunner (hijo) y cuyos resultados son los siguientes.

1.ª placa $a'a$; 2.ª placa $b'\,b\,a_2\,a'_2$; 3.ª placa $b_2\,b'_2$

en que $a\,b$ son las rayas hechas con los trazadores A, B; el índice 2 corresponde al 2.° intérvalo, y el acento á la 2.ª medicion. Las dos medidas se comprueban por la relacion

$$b'\,a'_2 = a'\,a + b\,a_2 + b_2\,b'$$

Limpias las placas con carbon, y puestas bajo un microscopio se efectuó la medida correspondiente, que dió

$$\begin{aligned} a'\,a &= 1^{\text{mil}},0416 \\ b\,a_2 &= 1\ \ ,3715 \\ b_2\,b'_2 &= 1\ \ ,4335 \\ \hline \text{Suma} &= 3\ \ ,8466 \\ b'a'_2 &= 3\ \ ,8457 \\ \hline \text{diferencia} &= 0\ \ ,0009 \end{aligned}$$

El error fué, pues, menor de 1 milésimo de milímetro en una longitud de ocho metros. Pero hay que observar que las diferencias constantes de lectura desaparecen en práctica por la alternativa de signos de los intérvalos.

Este sistema, que no tiene duda es sencillísimo y muy apreciable para la mayor parte de las operaciones geodésicas, y aun preferible á muchos de los otros sistemas conocidos, tiene las ventajas

1.ª De comprobar la operacion cuando se quiera, puesto que nunca desaparecen los datos.

2.ª Suprimir en el terreno multitud de punterías y lecturas micrométricas.

3.ª Reducir notablemente el número de Observadores y Ayudantes.

4.ª Y por último, ser mucho mayor la velocidad de las operaciones.

459. Error tolerable.

La extension de la base depende de la que tenga el plano que se trata de levantar; y segun ella sea puede permitirse un error que depende del grado de apreciacion del instrumento empleado. En una triangulacion de primer órden puede tolerarse un error angular de 15″, y en los lados y base una extension de 0,0001 de la longitud medida ó calculada: en la de segunda clase estos errores tolerados pueden ser de 30″ á 40″ y 0,0002; y en la de tercera clase 1′30″ y 0,001.

Siendo d el desvío de un sistema de triángulos por el error cometido en la medicion de la base, b la longitud de esta, y α el error angular en el punto de estacion A de la base, se tiene

$$d = 2b \text{ sen. } \alpha$$

con cuya fórmula se puede hallar la desviacion d que tendrá el vértice de cada triángulo segun la escala aceptada, dada la extension de la base y el error angular ó apreciacion límite α del instrumento; ó bien dada la longitud b de la base y desviacion se podrá determinar la apreciacion que requiere el instrumento; ó por último, dada la desviacion d y apreciacion α, se podrá deducir la extension que corresponde á la base b.

Si, por ejemplo, fuese la desviacion del vértice 0,0002 de las distancias apreciables á la vista, y $\alpha = 20''$ la apreciacion del instrumento, se tendria

$$b = \frac{0{,}0002}{2. \text{ sen. } 20''} = 1{,}03132$$

que en la escala de 0,0001 equivale á una extension de $10313^m{,}2$

Del propio modo, para $b = 10313^m$ y el error permitido de desviacion $= 0{,}0002$, es

$$\text{sen. } \alpha = \frac{0{,}0002}{2 \times 10313} = \text{sen. } 20'' \quad ; \text{ y para } b = 10313^m \text{ y } \alpha = 20''$$

es $d = 2 \times 10313 \text{ sen. } 20'' = 2^m$, equivalente en la escala de 0,0001 á 0,0002

460. **Límite de la Topografía.**

Las operaciones geodésicas exigen el empleo de los mas precisos instrumentos y cálculos sin error sensible; y para ello los mayores lados de las grandes triangulaciones no pasan generalmente de 10 leguas, á cuya distancia, equivalente á medio grado, apenas llega á $1^m{,}5$ el error que se cometeria de suponer plana la tierra ó no considerarla esférica; pues la tangente al arco de medio grado es de 55557^m ó 111114^m la de 1°; la cuerda correspondiente 111110^m, y el desarrollo del arco 111111^m, que dá 3^m de diferencia en un arco de 1°, ó $1^m{,}5$ en uno de 30′ ó 10 leguas. Y como las triangulaciones topográficas las forman lados mucho menores, se deduce que no habrá error en suponer la tierra plana ó referir todos los puntos del terreno á un plano de comparacion, que generalmente es el tangente al nivel del mar, procurando que la mayor extension de los lados en las triangulaciones de primer órden no pasen de 30^k, á cuya distancia el error no llega á $0^m{,}82$. A 20^k de longitud los lados el error es poco mas de medio metro: A $10{,}^k$ $0^m{,}27$; y á 5^k $0^m{,}14$. Estos pueden ser los límites de los lados de la topografía, 10^k á 30^k para las triangulaciones de primer órden; 5^k á 10^k para las de segundo; y 2^k á 5^k para las de tercero.

461. **Triangulaciones.**

Cuando el territorio cuyo plano se vá á levantar es de bastante extension, como por ejemplo, de 30^k á 40^k, se efectuan 2 ó 3 triangulaciones, cuyos lados no son mayores que los acabados de señalar.

Antes de pasar á la medida definitiva de los ángulos se reconoce muy bien el terreno, ya para formarse idea exacta de los accidentes que le componen, cuanto para elegir los puntos que convenga situar, como campanarios y demás torres, grandes edificios y árboles notables, fábricas, picos de montañas, &, que disten entre sí y se hallen situados de manera que no excedan los lados las dimensiones antes detalladas y no presenten ángulos agudos menores de 30° ni obtusos mayores de 150°, como ya se dijo al tratar de la plancheta. En lo posible se procura se aproximen los triángulos á ser equiláteros.

Donde convenga establecer un vértice y no haya señal natural, se hace una de

mampostería ó madera, perfectamente estable y terminada por una punta metálica á dónde concurran las visuales. Su altura debe ser lo menos 0,00015 de la distancia á que ha de ser observada; de modo que siendo esta de 15000^{m} la altura de la señal será de 2 ¼ metros.

Hecho el primer reconocimiento se verifica un tanteo de triangulacion midiendo provisionalmente la base y determinando con un instrumento cualquiera los triángulos que han de formar la red trigonométrica; por medio de la cual se sabe la aproximacion del valor de los ángulos y la posibilidad de acceso en los puntos de estacion, la clase de terreno que comprende cada triángulo, los rumbos de los rios, caminos y linderos, accidentes de localidad, &.

Verificado así el bosquejo y trasladado todo al papel, se tienen los límites de los triángulos de primero y segundo órden, cuyos ángulos con la base se toman desde los dos extremos de esta, midiéndolos con exactitud, repitiendo 2 y 4 veces los correspondientes á triángulos de primer órden, 2 veces los de segundo y una los de tercero: teniendo buen cuidado de que el limbo del instrumento se halle bien horizontal para evitar las reducciones de los ángulos al horizonte, y que la situacion sea en cuanto se pueda sobre el centro de estacion.

Tomados todos los ángulos posibles, se pasa á otros dos puntos determinados por triángulos próximamente equiláteros para repetir en ellos la operacion, haciendo servir de nueva base la distancia calculada ó que se calculará despues. En estas estaciones se dirigen nuevas visuales á otros diferentes puntos, y los anteriores, para comprobar con nuevos cálculos las distancias determinadas. Se sigue despues de la propia manera, haciendo en cuanto se pueda que las triangulaciones de segundo órden y aun tercero tengan muchos vértices comunes con las del primero.

Orientadas todas las alineaciones que han servido de bases, y repetidos los mismos ángulos en diferentes puntos, habrá todos los datos para los cálculos de la triangulacion y su comprobacion; pero en todo caso, y al tratar de los triángulos de segundo órden puede hacerse aun otra comprobacion refiriendo todos los vértices hallados *á la meridiana y su perpendicular:* á cuyo fin bastará, determinada que sea en el plano la meridiana y medido el primer ángulo con un lado, tirar por este vértice una perpendicular á aquella, teniendo así dos ejes coordenados, sobre los que se bajan ordenadas y abscisas desde todos los demás vértices de la triangulacion; las cuales determinan con los lados de la red triángulos rectángulos, en los que las hipotenusas son siempre aquellos lados, los catetos las coordenadas sucesivamente calculadas, y los ángulos agudos conocidos, puesto que todos ellos se deducen de los hallados por el instrumento y el nuevamente medido con la meridiana. Se tienen así determinadas las distancias de todos los vértices á la meridiana y su perpendicular, y comprobado por este medio la exactitud de las operaciones.

462. **Detalles y parcelas.**

De las triangulaciones de segundo órden se puede pasar desde luego al detalle del terreno que comprende; pero cuando este sea difícil porque haya muchos accidentes ó abrace demasiada extension, se subdivide aun dicha triangulacion en otra de tercer órden, de la cual ya es posible pasar á la ejecucion de los detalles, valiéndose para ello del grafómetro, la pantómetra, escuadra, y aun la cuerda y piquetes. Para ello, y despues de bien alineados los tres lados del triángulo, se toma en cada uno varias distancias á puntos conocidos ó determinados por linderos, caminos, rios, arroyos, contornos de caseríos, &, y se tienen las líneas transversales que dividen y subdividen el terreno en tantas por-

ciones como sea necesario. Despues se tiran perpendiculares á estas transversales desde cada uno de los ángulos ú objetos determinados en el terreno, y unidos sus piés se tiene el plano del contorno, resultando así hasta la division de las diferentes propiedades.

Cuando uno de los triángulos que hubiere que rellenar correspondiese á una poblacion, se fijará primero esta por un polígono exterior, desde cuyos lados partan las transversales que han de seguir las calles y rodear todas las manzanas. Y tirando perpendiculares á ellas desde todos los ángulos que presenten los edificios se tendrá el contorno exacto de cada grupo de casas. Cuando, como para el catastro, sea necesario conocer todos los mas pequeños detalles de las poblaciones y sus jurisdicciones, se penetra en las casas y determina el plano particular de cada una de ellas, agregando las observaciones á que hubiere lugar. En la jurisdiccion se anota la clase de terreno y su rendimiento, si es de secano ó regadío, si es de labor, viñedo, bosque, prado, olivar, huerta, &.

Operaciones topográficas á ojo, y valuacion de distancia por el sonido y con cuerdas y piquetes.

463. Muchas veces sucede no tener instrumento alguno con que hacer reconocimientos, ó es tan urgente el tiempo de que se puede disponer, que no dá lugar á entretenerse en las mas breves operaciones que se pueden hacer con varios de los instrumentos explicados para estos casos: ó bien el trabajo que se pide ó problema que se trata de resolver no exige rigorosa precision, pues basta se aproxime algo á la verdad. En este caso será suficiente el uso de una regla ó de un lapiz, si fuere preciso, para hallar distancias, determinar alturas, y aun levantar planos; acompañándose de la vista y el paso medio ya calculado, como tambien, en muchos casos del alcance del caballo que se acostumbra á montar, ya al paso, trote ó galope;

Puede servir de base respecto á lo último, que un caballo adelanta

Por paso 0^m 80;	y próximamente en........	1'......	86^m
Por un compás de trote, 1^m,20........................		1'......	190^m
Por un compás de galope, 4^m, 00.....................		1'......	390^m

La vista regular puede percibir los vanos de una casa grande ó poblacion, á unos.. 4.000^m

Percibir los hombres y caballerías, á............................ 2.200^m

Distinguir bien un caballo, á....................................... 1.200^m

Observar los movimientos de los hombres, á.......................... 800^m

Ver sus cabezas.. 700^m

Distinguirlos muy bien.. 400^m

Establecidos estos principios generales, pasemos á ver cómo pueden medirse distancias y alturas con el auxilio de una regla graduada.

464. Se empieza por fijar la longitud horizontal A B (*fig.* 45) del brazo tendido hasta la uña del dedo gordo en actitud de marcar sobre una regla ó lapiz que tiene en la mano. Despues se forman escalas por cada 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, &, metros, que se suponen otras tantas distancias sobre el terreno, sabida la altura de un objeto. De modo que si, conocida la altura CE= H, y suponiendo que *Fig.* 45.

A B $= l$, longitud horizontal del brazo, fuese$=0^m$,65, la fórmula $x=\frac{l\,H}{h}$, que se deduce de los dos triángulos A B D y A C E, en que $x=$ A C, $h=$ B D, daria

$$x=\frac{0^m65\,H}{h}.$$

Si suponemos que H sea un reglon de 4 metros, y vamos haciendo sucesiva-

mente $x=600$, 500, 400, 300, &, met, tendrémos; $h=0^m,0043$, $h=0^m,0052$, $h=0^m,0065$, $h=0^m,0086$, &: y para $x=30^m$, $h=0^m,0866$. Con estos valores se puede
Fig. 46. formar la escala (*fig.* 46) en que están anotados á un lado los valores de h, y sobre las líneas de division los de x. Asi conocidas tres de las 4 líneas que entran en la comparacion de los dos triánglos, se conocerá la 4.ª, ya sea la altura, ya la distancia, con solo leer la cifra que marque la uña sobre la regla ó lapiz á que se haya trasladado la escala.

465. Para alturas mayores, como serán generalmente las de casas, molinos, árboles, &, se marcan otras escalas dando á H el número de metros correspondiente. Pero como todos estos objetos son variables se servirá el observador del reglon de 4^m para medir las distancias, llevándole un peon que le situará verticalmente. Para deducir las alturas será conveniente que en otro lado de la regla se anoten otras escalas suponiendo constante la distancia x y variable la altura; por manera, que si hiciésemos $x=600^m$, y $H=100^m$, 95^m, 90^m, 85^m, 80^m....... 10^m, 5^m tendríamos $h=0^m,108$, $0^m,103$, $0^m,098$, &, hasta $h=0^m,0054$ para $H=5^m$. Todo estaba reducido en la práctica á medir los 600 metros, dirigir la visual,
Fig. 47. marcar con la uña la señal de la regla y leer la cifra. En la *fig.* 47 se manifiestan dos escalas para $x=600^m$ y $x=300^m$.

Cuando h es menor que 4 milímetros, el error en la distancia es de $1\frac{1}{4}$, por lo que debe procurarse no dar á x mas valor que el suficiente para que h sea siempre mayor que $0^m,004$.

466. La regla puede ser un prisma triangular; en cuyo caso la cara en que todavía no hay escala servirá para trazar el número de grados que en ella quepan, considerada como rádio la distancia de los ojos á la regla cogida con ambas manos, teniendo los brazos horizontalmente extendidos. Asi, marcando la mano, izquierda, por ejemplo, 0^0, la derecha irá recorriendo la escala y anotándose los grados que formen los diferentes objetos con la 1.ª alineacion ó con diferentes alineaciones. Por este sencillo medio se puede levantar el croquis bastante aproxi-
Fig. 48. mado del terreno como indica la *fig*, 48.

467. El capitan Leblanc halla los diferentes puntos de un plano del modo si-
Fig. 49. guiente. Mide los ángulos A Y X, A X Y (*fig.* 49) con la regla sin graduar, pero con la escala correspondiente como si se tratase de hallar las distancias aparentes A X, A Y; para lo cual traza en un carton la línea Y A, toma Y $a=0^m$, 65, tira la perpendicular ab', y marca $a\,b'$ igual á la que diese la escala de la regla con respecto á la alineacion Y X. Esto mismo lo repite para Y B, Y c, &, haciendo igual operacion desde X. Tiene así, de uno y otro lado, las perspectivas $a\,c\,b$, $a'\,b''\,c'$, que trasladadas al carton, y prolongadas las líneas Y a, Ya'... dan los puntos A. B... del terreno.

468. Una distancia se evalua tambien próximamente por la propagacion del sonido, multiplicando por $337^m,21$ el número de segundos transcurridos desde que se vé el fuego ó llama de un cañon ó relámpago, hasta que se oye el trueno. Se supone que la temperatura media sea de 16°, aumentando la velocidad $0^m,626$ por cada grado del termómetro centígrado, y $0^m,783$ del de Reaumur.

La profundidad de un pozo se hallará multiplicando por $4^m,899$ el cuadrado del número de segundos que tarde en oirse la caida de un cuerpo grave que se eche allí. Y multiplicando por el mismo número $4^m,899$ el cuadrado de la mitad de los segundos que tarde en caer un cuerpo lanzado verticalmente se tendrá la altura á donde llegó.

469. La velocidad del sonido crece ó disminuye cerca de 10^m por segundo para un viento ordinario, y 30^m en las tempestades, segun que sople en direccion de donde viene el sonido ó en la opuesta.

Velocidad del sonido por 1″ trasmitido por el hierro forjado $= 5000^m$

Id. id. trasmitida por el cobre amarillo $= 3597^m$

Id. id. por el aire,

á — 10° centígrado	$321^m,32$	+ 15° centígrado	$336^m,61$
— 5°	$324^m,44$	+ 20°	$339^m,58$
— 0°	$327^m,52$	+ 25°	$342^m,52$
+ 5°	$330^m,58$	+ 30°	$345^m,45$
+ 10°	$333^m,61$	+ 35°	$348^m,35$

470. Una distancia inaccesible en uno ó sus dos extremos se halla fácilmente con cuerdas y piquetes del modo siguiente:

1.° Sea la línea A B (*fig.* 50) inaccesible en un extremo. Se toma un punto cualquiera o y se tiran las A oc y B o D; se toma $oc =$ A o, y haciendo $a = a'$, será D C = B A. *Fig.* 50

Si no se puede tomar o A $= oc$; podrá ser (*fig.* 51) C $o = \frac{1}{2}$ ó $\frac{1}{3}$ de A o, y por consiguiente C D $= \frac{1}{2}$ ó $\frac{1}{3}$ de A B. *Fig.* 51.

Si el terreno es llano (*fig.* 52) tirada A D se hará $b = b'$, $a = a'$, y se tendrá A C = A B, B D = D C. *Fig.* 52.

2.° Si la línea es inaccesible por ambos extremos (*fig.* 53) se tiran desde un punto calquiera O las D O B, C O A; y se toman $OE = \frac{1}{n}$ O D, $OF = \frac{1}{n}$ O C; háganse luego $a' = a$, $b' = b$; y los triángulos O H F, O B C, darán O B, así como los O E G, O A D darán la O A. Distancias que desde luego se pueden conocer, puesto que O G es de O A lo que O E de O D, y OH de O B lo que OF de O C. Por último, los triángulos O G H, O A B darán A B. *Fig.* 53.

Para medir la altura A B (*fig.* 54) se marca E y tira la horizontal C G, que se mide, con lo que es fácil tener G B y por consiguiente A B. *Fig.* 54.

Siendo la altura inaccesible (*fig.* 55) se ponen dos piquetes mas E, F, por ejemplo, en igual plano que los D C, y de igual altura. Se hace Y D = G X, y los triángulos F G E, F B D darán D B, con lo que se podrá tener D H y despues B A: *Fig.* 55.

ó desde luego $BH = \frac{FD \times GE \times CY}{FG \times DC} = \frac{FD \times CY}{FG}$.

471. DIVISION DE HEREDADES.

Consideradas las diferentes figuras que puede afectar el terreno, y manifiesto el modo de proceder en cada una, se tendrán los medios que deben seguirse para la division de cualquiera propiedad; sea en partes iguales, equivalentes ó proporcionales, pasando la línea ó líneas divisorias por uno ó mas puntos determinados, ó con cualquiera otra condicion.

1.° **Dividir un triángulo** A B C (*fig.* 60), **en dos partes que estén en la razon de** $m:n$ **por una línea que parta del vértice** A. *Fig.* 60.

Se dividirá la base B C $= b$ en dos partes $x\,y$ tales que se tenga

$$x = \frac{m}{m+n}\,b, \quad y = \frac{n}{m+n}\,b.$$

2.° Si el triángulo debiera dividirse en tres partes que estuviesen en razon de $m : n : p$, la base B C $= b$ (*fig.* 61) se dividiria en tres segmentos x, y, z, que dieran *Fig.* 61.

$$x = \frac{m}{m+n+p}\,b; \quad y = \frac{n}{m+n+p}\,b; \quad z = \frac{p}{m+n+p}\,b.$$

3.° **Dado el triángulo** A B C (*fig* 62) **dividirle en dos partes por una paralela á la base, tales que la** A D E **sea** $\frac{1}{n}$ **de la total.** *Fig.* 62.

Se tirará la paralela D E por el punto D, dado por $AD = AD\sqrt{\frac{1}{n}}$, ó por el E, dado por $AE = AC\sqrt{\frac{1}{n}}$.

Fig. 63. 4.° Si el triángulo A B C (*fig.* 63) debiera ser dividido en cuatro partes equivalentes, se tirarian tres paralelas á la base por los puntos $d\,d'\,d''$, determinados por las expresiones $Ad = AB\sqrt{\tfrac{1}{4}}$ $Ad' = AB\sqrt{\tfrac{2}{4}}$ $Ad'' = AB\sqrt{\tfrac{3}{4}}$.

Fig. 64. 5.° **Tirar por un punto** D, **tomado sobre la base de un triángulo** A B C (*fig.* 64), **una recta** DF **que le divida en dos partes equivalentes.**

Tómese $BE = \tfrac{1}{2}BC$; tírese A D y por E su paralela E F, la línea D F será la divisoria.

Fig. 65. 6.° **Por un punto** D, **sobre** BC **de un triángulo** (*fig.* 65) **tirar dos rectas** Dd, D d' **que le dividan en tres partes equivalentes.**

Se tirarán las perpendiculares á la base $d\,e$, $d'\,e'$ cuyos pies $e\;e'$ serán dados por las proporciones

$$AE : CE :: de : Ce = \frac{CE \times de}{AE}; \quad AE : BE :: d'e' : Be' = \frac{BE \times d'e'}{AE}$$

Se tiene, además, $$de = \frac{2\,ABC}{3\,CD} \qquad d'e' = \frac{2\,ABC}{BD}.$$

Fig. 66. Si uno de los cuocientes que dan $d\,e$ ó $d'\,e'$ fuese mayor que la altura A E, las dos líneas D d, D d', cortarian un solo lado B A del triángulo (*fig.* 66).

Fig. 67. 7.° **Solucion gráfica del mismo problema** (*fig.* 67).

Únase el punto D con el vértice A; divídase la base B C en tres partes iguales: por los puntos de division e, e' tírense las $e\,d$ $e'\,d'$ paralelas á D C, y únanse con D los puntos de interseccion d, d'.

Igual operacion se practicará para la division análoga de un triángulo en mayor número de partes equivalentes.

Fig. 68. 8.° **Dividir un triángulo** (*fig.* 68) **en 4 equivalentes.**

Por el punto medio m de un lado A C tírese $m\,m'$ paralela á B C y únanse m, m' con el medio m'' de B C.

Fig. 69. 9.° **Dividir un terreno triángular** (*fig.* 69) **en dos porciones equivalentes por dos senderos que conduzcan á un pozo** D.

Divídase B C en dos partes iguales en m; únase A con D y tírese la O m paralela á A D : las líneas D O, D m resolverán el problema.

Fig. 70. 10.° **Por un punto** D **dentro del triángulo** A B C (*fig.* 70) **tirar tres líneas** D f D f' D f'', **la primera perpendicular á** B C, **que dividan el área total en 3 porciones equivalentes.**

Siendo conocidas el área S del triángulo; las coordenadas $a = Cf$, $b = Df$; haciendo $BE = c$, $AE = d$; y llamando x, y las Bg' $g'f'$, y x' y' las Cg'', $g''f''$, se tiene

$$x = \frac{(\tfrac{2}{3}S - a\,b)\,c}{a\,d - b\,c} \qquad y = \frac{x\,d}{c}$$

$$x' = \frac{(\tfrac{2}{3}S - Cf \times b)\,CE}{Cf \times d - b \times CE} \qquad y' = \frac{x'\,d}{CE}$$

Fig. 71. 11.° **Si una de las divisorias debiera partir de un vértice**, como la B D (*fig.* 71) se hallarían los puntos f', f'' del modo siguiente. Tirada la perpendicular D h se deduciria $Bf' = \frac{2\,S}{3\,D\,h} = \frac{\tfrac{1}{3}S}{\tfrac{1}{2}D\,h}$.

Si entonces sucediera que $BCD = \frac{1}{3}S$, la division quedaria determinada por las líneas Df', DB y DC. Mas si el triángulo BCD fuese menor que $\frac{1}{3}S$; si fuera igual, por ejemplo, á $\frac{1}{3}S - CDf''$, se dividiria la diferencia CDf'' por $\frac{1}{2}Df$, que daria $Cf'' = \frac{2\,CDf''}{Df}$.

Si, en fin, BCD fuese mayor que $\frac{1}{3}S$; si fuese igual á $\frac{1}{3}S + z$, se dividiría el exceso z por $\frac{1}{2}Dh'$, y se hallaría por cuociente la distancia del punto de division sobre BC.

12.° **Solucion gráfica del mismo problema** (*fig.* 72). *Fig.* 72.

Tómese $CE = \frac{1}{3}AC$, tírese DE y su paralela Bf. Por m, medio de Bf, tírese la mf' paralela á AD, y las líneas DB, Df y Df' resolverán el problema.

13.° **Hallar en el interior de un triángulo** ABC (*fig.* 73) **un punto** D **tal que las rectas que de él partan á los tres vértices dividan el triángulo en partes equivalentes.** *Fig.* 73.

Divídase uno de los costados AC en tres partes iguales; por el punto p mas cercano á la base AB tíresela una paralela pp', y el medio D de esta paralela será el punto buscado.

14.° **Dividir un triángulo en tres partes proporcionales á** $m:n:p$ **por líneas tiradas de un punto desconocido á los vértices** A, B, C (*fig.* 73). *Fig.* 73.

Divídase la base AC en tres partes proporcionales como $m:n:p$; y por los puntos r, p de division tírense las paralelas rr', pp' á los otros dos costados. El punto de interseccion D será el que resuelva la cuestion.

15.° **Hallar en el interior de un triángulo, cuya área** S, **lados** a, b, c, **y ángulos opuestos** A, B, C **son desconocidos, un punto** D **que esté á igual distancia de los tres vértices; y determinar la relacion entre los tres ángulos formados por las rectas tiradas desde** D **á los vértices** A, B, C.

Llamando α, β y γ los ángulos al rededor de D, respectivamente opuestos á los lados a, b, c, se tiene

$$DA = DB = DC = r = \frac{abc}{4S} = \text{rádio del círculo circunscrito.}$$

Los triángulos parciales son entre sí respectivamente como los senos de sus ángulos en D, ó como sen. α : sen. β : sen. γ.

16.° **Quitar de un triángulo** $ABC = S$ (*fig.* 74) **otro triángulo cuya superficie sea** $\frac{S}{n}$, **por medio de una recta la mas corta posible.** *Fig.* 74.

Sea B el menor de los ángulos del triángulo; divídasele en dos partes iguales por la bisectriz BH, y tírese la DHE, cuyos puntos D, H. E, son dados por las expresiones

$$BD = BE = \sqrt{\frac{CB \times BA}{n}} \qquad BH = \cos.\tfrac{1}{2}CBA\sqrt{\frac{CB \times BA}{n}}$$

17.° **Por una recta y perpendicular á la base** $AB = b$ (*fig.* 75) **dividir el triángulo** $ABC = S$ **en dos partes** AEF, EFCBE **que sean entre sí como** $m:n$. *Fig.* 75.

Haciendo $AD = a$, $DC = h$, se tiene

$$y = \frac{hx}{a} \qquad x = \sqrt{\frac{mab}{m+n}}$$

Si las dos partes fuesen equivalentes se tendria $m=n$, y por consiguiente

$$x=\sqrt{\frac{ab}{2}}.$$

Si aconteciera que A E fuese mayor que A D se designaria E B por x y B D por a.

Fig. 76. 18.° **Dadas las bases b y B de un trapecio** (*fig.* 76) **cuya área es** S **y la altura** H, **separar de él otro trapecio** b B′ **que tenga un área determinada** s.

Se tiene para la altura h y base B′ de este trapecio

$$h=-\frac{bH}{B-b}\pm\sqrt{\frac{2sH}{B-b}+\frac{b^2H^2}{(B-b)^2}},\quad B'=b+\frac{B-b}{H}h=\pm\sqrt{\frac{2s(B-b)}{H}+b^2}.$$

Fig. 77. 19.° **Dividir un cuadrilátero** A B D C (*fig.* 77) **en otros dos equivalentes por una recta** ff' **paralela á** A B.

Prolongados A C y B D hasta su encuentro en R, considérese A R como diámetro y descríbase la semicircunferencia A I R. Únase B con C y por D tírese la paralela D E: divídase A E en dos partes iguales en m; levántese la perpendicular m I y descríbase el arco I f. La recta ff' dará la solucion.

20.° **Tirar una recta** D E **por el vértice** D **de un cuadrilátero** AC DB=S
Fig. 78. **que le divida en dos partes en la relacion de** $m:n$ (*fig.* 78).

Se tiene

$$EDB=\frac{nS}{m+n}$$

Conociendo D$d=h$ se deducirá

$$BE=\frac{2EDB}{h}=\frac{2nS}{(m+n)h}.$$

Fig. 79. 21.° **Dividir el cuadrilátero** A B C D = S (*fig.* 79) **en otros dos equivalentes por una recta tirada desde un punto cualquiera** E **sobre un lado** D C **por ejemplo.**

Únase C con A, y por D tírese la paralela D F hasta encontrar en F la prolongacion de B A: divídase B F en dos partes iguales en m: tírese la m E y su paralela C H: la línea E H resolverá el problema.

Fig. 80. 22.° **A partir de un punto** M (*fig.* 80) **tomado sobre la base** A B, **dividir el cuadrilátero** A C D B = S **en dos partes** A C M N, N M D B **que sean entre sí como** $m:n$.

Se tiene

$$AMNC=\frac{mS}{m+n}$$

La conocida posicion del punto M dá el área A C M. Luego

$$CMN=\frac{mS}{m+n}-ACM$$

de donde se saca para la altura N p del triángulo M C N

$$pN=\frac{CMN}{\frac{1}{2}MC}$$

Esta altura es la distancia entre las paralelas C N, N N′; la última de las cuales dará el punto N y por consiguiente la línea N M divisoria buscada.

Fig 81. 23.° **Dividir un cuadrilátero** A B C D (*fig.* 81) **en** n **cuadriláteros equivalentes entre sí.**

Sea, por ejemplo, $n=3$. Por un vértice cualquiera C tírese C E paralela á AB: y divididas estas paralelas en tres partes iguales, que darán los puntos b, b',

c, c', tírense las b D y b' D y á estas sus paralelas ci, c' i' las líneas i b i' b' serán las divisorias.

24.° **Estando separados dos terrenos por una línea ondeada** A r Cs Dt B (*fig.* 82) **se la quiere sustituir por una recta que haga conservar á los terrenos la etension que antes tenian.** *Fig.* 82.

Tírese la A C B perpendicular á X Y y mídanse los espacios A r C A + Dt B D agregados del lado X, y el C s D C agregado del lado Y. Si ArC A+DtB D=CsD C la cuestion está resuelta.

Si por el contrario el primer miembro es mayor ó menor que el segundo, se evaluará la diferencia D, y se construirá, de lado hácia dónde esté esta diferencia, un triángulo A B h por medio de la recta B h, determinando antes el punto h por la expresion

$$\mathrm{A}h=\frac{\mathrm{D}}{\frac{1}{2}\mathrm{A\,B}}.$$

25.° **Dividir un círculo** (*fig.* 83) **en** n **partes iguales en superficie y perímetro.** *Fig.* 83.

Si n=4, se dividirá el diámetro A B en 4 partes iguales y se considerarán como diámetros A 1, A 2, A 3 para las semicircunferencias que se trazarán de uno y otro lado.

26.° **Dividir un círculo en dos partes como** $m:n$ **por medio de una curva contínua.**

El problema es igual al anterior despues de dividir el diámetro en las dos partes que guarden la relacion de $m:n$.

27.° **Dividir un círculo en** n **partes equivalentes por círculos concéntricos al primero** (*fig.* 84). *Fig.* 84.

Si n=4, divídase el rádio r en 4 partes iguales y procédase como explica la figura, que dará $z=z'=z''=z'''$.

28.° **Dividir el exágono irregular** (*fig.* 85) **en tres partes equivalentes por medio de rectas tiradas de los puntos** H, H′ **tomados en un lado.** *Fig.* 85.

Tírense las líneas H B, H C, H′ C y las perpendiculares H p, H′ p'. Las distancias Bh, Ch' se hallarán por las fórmulas expresas en la lámina.

29.° **Si se quiere dividir el exágono desde un punto** D **sobre uno de sus lados en dos partes que estén en la relacion de** $m:n$ (*fig.* 86) se trasformará 1.° en un triángulo A G X que le sea equivalente: despues se dividirá su base A X en dos partes A m, m X que estén en esta relacion; y tiradas las rectas D G y su paralela m R, D F y su paralela R i, la i D será la línea divisoria, como se expresa en la figura. *Fig.* 86.

30.° **Dividir el pentágono** A B C E F (*fig.* 87), **en tres partes equivalentes desde un punto** D **interior y de modo que una de las divisorias sea la línea** D A. *Fig.* 87.

Tiradas las D B, D F y las perpendiculares D s, D r, se hallarán los puntos m, n por las dos fórmulas expresas en la misma figura, y por consiguiente las otras dos divisorias D m, D d.

BARÓMETRO Y TERMÓMETRO.—MEDICION DE ALTURAS CON ESTOS INSTRUMENTOS.

472. **Barómetro de mercurio.**

Es un tubo recurvo de brazos desiguales, donde se vierte un líquido (que ge-

neralmente es el mercurio), y en el que, despues de extraer el aire, se cierra herméticamente el brazo superior, quedando abierto el inferior para que todas las moléculas de la capa superior correspondientes sufran igual presion atmosférica, segun los diferentes grados de densidad que esta adquiera. Y como, suponiéndola equilibrada, equivale su pesantez á la de una columna de agua de 32 piés, ó una de mercurio de 28 pulgadas francesas = 32,64 españolas = $0^m,7579$, ó $0^m,76$ próximamente, bastará tenga el barómetro esta altura, contada desde el extremo del brazo inferior.

La division se hace en el brazo superior, ya en pulgadas y décimos de pulgada, ó bien en centímetros; subdividiéndose las primeras en centésimos, y los segundos en milímetros por medio de un nonio que corre á lo largo de la division.

Para medir alturas se adapta al barómetro un termómetro (llamado termómetro fijo) que dá á conocer la temperatura del mercurio.

473. Barómetro Aneróide.

Puede usarse en vez del barómetro de mercurio el *Aneróide* inventado por M. Vidi; instrumento sumamente sensible á la presion atmosférica, y tan apreciable cuando menos como el barómetro ordinario para la medicion de alturas, con la ventaja de ser mucho mas manuable y poder observar en tiempos en que el barómetro de mercurio sería inútil ó poco exacto.

Lám. 6. *Fig. A* Se compone (Lám. 6, *fig.* A) de una caja circular metálica, de $0^m,09$ de diámetro y $0^m,02$ de altura, en cuyo fondo están sujetas á una plancha P las piezas siguientes: 1.° un cilindro D de cobre laminado y extriado circularmente en la parte superior, vacío y herméticamente cerrado, donde se verifica la presion atmosférica: 2.° un muelle en espiral S que, por medio del brazo K de la palanca C, recibe igual tension que presion el cilindro D: 3.° dos palancas 1 2, *lg*, que, unidas al brazo *e* de la anterior, y obrando al rededor del eje horizontal *o o*, mueven la aguja sujeta al árbol *h*, el cual atraviesa la plancha *i* en que aquellas tienen su juego. En este árbol hay un tambor bajo la plancha *i* al rededor del cual se arrolla una cadenita unida á las palancas, por medio de la cual se imprime á la aguja movimiento giratorio, uniformado por un muelle de pelo que existe en el mismo tambor. 4.° Un tubo *b* aplastado por donde se verificó el vacío; y un muelle *f* para separar mas ó menos, por los tornillos *l*, la palanca 1, 2 del eje *o o*.

Todo este mecanismo se halla cubierto con una esfera blanca (bajo tapa de cristal), en que está la graduacion y dos termómetros, centígrado y Farenheit, á que se pudiera agregar un nonio que corriera al rededor del limbo. En B B se ven dos apoyos de la gran palanca. Dentro de la espiral S, se vé tambien un tornillo que sale por debajo de la caja y sirve para ajustar la graduacion del Aneróide con la del barómetro ordinario, en el momento de compararlos para diversas observaciones.

Hace poco tiempo que el Autor ha mejorado bastante la forma de las diferentes piezas de este barómetro, á que apellida Holostérico, y cuyas dimensiones son hoy variables, desde $0^m,06$ á $0^m,20$ y mayores.

474. Es tal el grado de aproximacion de ambos instrumentos que pueden hacerse observaciones con uno y otro indistintamente, sin temor de equivocarse en $\frac{3}{100}$ de pulgada para el mayor error, como puede verse en varias tablas comparativas de observaciones simultáneas entre el aneróide y barómetro de mercurio; de las que la siguiente corresponde á las verificadas en Lóndres en el mes de Marzo de 1848.

Dias.	9 de la mañana		Termómetro	3 de la tarde		Termómetro
	Aneróide	Barómetro de mercurio	Farenheit	Aneróide	Barómetro de mercurio	Farenheit
	pulgs. ings.	pulgs. ings.		pulgs. ings.	pulgs. ings.	
1	28,66	28,67	50°	28,80	28,80	50°
2	29,15	29,15	50	29,29	29,29	50
3	28,88	28,90	48			
4	30,12	30,14	46	30,11	30,12	51
5	29,82	29,83	46	29,77	29,77	46
6	29,87	29,88	46	29,84	29,85	47
7	29,81	29,82	45			
8	30,28	30,29	44	30,22	30,25	46
9	29,98	29,99	49	29,89	29,90	52
10	29,44	29,45	51	29,41	29,42	51
11	28,91	28,93	50	28,84	28,85	50
12	28,69	28,70	48	28,79	28,80	48
13	28,72	28.72	48	29,86	29,88	48
14	29,76	29,78	47	29,85	29,88	49
15	29,76	29,78	46	29,64	29,65	49
16	29.49	29,50	48	29,49	29,49	49
17	29,34	29,35	49	29.34	29,34	46
18	29,44	29,45	46	29,37	29,37	52
19	29,18	29,20	48	29,12	29,12	51
20	28,98	28,99	48	28,97	28,98	49
21	28,80	28,81	49	29,13	29.13	49
22	29,60	29,60	47	29,67	29,68	51
23	29,67	29.70	54	29,80	29,80	54
24	30,02	30,02	55	30,10	30,10	55
25	30,16	30,16	52	30.11	30,11	54
26	29,89	29,90	53	29,80	29,80	54
27	29,70	29,70	53	29,70	29,70	56
28	29,90	29,90	53	29,78	29,78	56
29	29,91	29,91	54	29,91	29,90	56
30	29,81	29,80	55	29,81	29,80	58
31	29,98	29,98	58	30,00	30,00	56
Enero	Observaciones simultáneas en el invierno de 1840					
18	30,00	30,00	60°	26 29,91	29,91	60°
20	30,31	30,315	67	28 29,40	29,401	55
21	30,29	30,293	64	Febrero		
23	30,38	30,379	57	4 30,50	30,592	61
24	30,34	30,342	62	11 30,85	30,840	55
25	30,14	30,135	58	Marzo 29 29,42	29,425	54

475. **Barómetro metálico de Bourdon.**

Otro barómetro, igualmente apreciable, y aun mas sensible que el Aneróide de Vidi, es el inventado por M. Bourdon en 1849: todo él es de metal sólido, sencillo y de dimensiones variables hasta la de 8 centímetros de diámetro. En su trasporte debe tenerse cuidado no exponerle á violentas sacudidas que le puedan descomponer. Las *figuras* B, *lám.* 6, le representan en plano, vista anterior y corte vertical. *Fig.* B Lám. 6

Se compone de un tubo T de cobre laminado, encorvado circularmente, de seccion elíptica, exactamente cerrado y vacío por medio de una máquina neumática. Está fijo por tres puntos *a b c* á la pieza en escuadra A, que á su vez se halla unida ó sujeta á la placa de cobre B. El eje *j* de la aguja indicadora F lleva un piñon cuyos dientes engranan en los del arco de la palanca E, oscilante en el punto *i*, y unida á los extremos del tubo por varillas articuladas *v*. En el extremo *e* de la palanca existe un contrapeso *h* que tiene por objeto establecer el equilibrio de aquella y evitar los errores á que de otro modo habria lugar. En el arco dentado de la palanca se vé un boton *b* que, sin entorpecer el movimiento, impide que en los cambios de posicion se desvie el arco por su poco espesor desengranándose del piñon.

Para regular el instrumento ó apreciar la diferencia que pudiera resultar por cambio de lugar, al compararle con un barómetro de mercurio de Fortin ó Gay-Lussac, se hará uso de la llave que lleva cada aparato, introduciéndola por el ca-

ñon C que contiene el eje mismo de la aguja. Esta se mueve á derecha ó izquierda independiente del tubo; á cuyo fin, al usar de la llave, se repele el extremo x de una pequeña palanca bajando el otro z que se engrana con el piñon y le impide todo movimiento mientras el eje torna en su interior.

La division es tambien movible para ponerla en relacion con la media barométrica, ó variable segun las diferentes alturas de un país, á causa de la depresion atmosférica; depresion que para las capas inferiores es próximamente de un milímetro por 10 metros. Cuando se vaya ascendiendo se moverán la aguja y escala de izquierda á derecha, y al contrario cuando se descienda, haciendo avanzar un grado la division por cada 10 metros en razon á que cada grado de la escala equivale á un milímetro del barómetro de mercurio.

Disminuyendo, pues, la presion atmosférica á medida que se asciende, la correccion que debe hacerse en el instrumento seguirá esta misma ley. La tabla siguiente dá la correccion por cada 1, 10 y 100 metros de elevacion; la cual se restará, para cada punto, de $0^m,762$, que es la media en el barómetro de mercurio al nivel del mar.

	Correccion para 1^m de elevacion	Correccion para 10^m de elevacion	Correccion para 100^m de elevacion
de 0 á 100	0,000095	0,00095	0,0095
100 200	0,000094	0,00094	0,0094
200 300	0,000093	0,00093	0,0693
300 400	0,000092	0,00092	0,0092
400 500	0,000090	0,00090	0,0090
500 600	0,000089	0,00089	0,0089
600 700	0,000087	0,00087	0,0987
700 800	0,000086	0,00086	0,0086
800 900	0,000085	0 00085	0,0085
900 1000	0,000084	0,00084	0,0084
1000 1100	0,000082	0,00082	0,0082
1100 1200	0,000081	0,00081	0,0081
1200 1300	0,000080	0,00080	0,0080
1300 1400	0,000078	0,00078	0,0078
1400 1500	0,000077	0,00077	0,0077
1500 1600	0,000076	0,00076	0,0076
1600 1700	0,000075	0,00075	0,0075
1700 1800	0,000074	0,00074	0,0074
1800 1900	0,000073	0,00073	0,0073
1900 2000	0,000671	0,00071	0,0071

Estas rectificaciones no determinan rigorosamente las medias barómetricas, puesto que se ha prescindido en ellas de la temperatura respectiva; pero el error no excede por lo regular de dos milímetros.

Si la altura media que se quiere hallar fuera la de Madrid, cuya variable entre la Plaza y puntos mas altos viene á ser de 677^m sobre el mar, se tendria, sumando

para los 1.os 100^m .... = 0,0095
de 100 á 200^m .... = 0,0094
de 200 á 300^m .... = 0,0093
de 300 á 400^m .... = 0,0092
de 400 á 500^m .... = 0,0090
de 500 á 600^m .... = 0,0089
de 600 á 670^m { $\frac{7}{10}$ de 600 á 700 .... = 0,0061
7^m { $\frac{7}{100}$ de id...... = 0,00061
Correccion........ = 0,06201
Altura media...... = 0,762
0,69999,

ó muy próximamente $0^m 70$ altura media barométrica.

476. La construccion de este instrumento se funda en los dos principios siguientes:

1.° Las presiones interior y exterior ejercidas sobre las paredes de un tubo metálico encorvado, producen en él menor ó mayor curvatura. segun que domine la 1.ª ó 2.ª de aquellas presiones.

2.° La variacion de curvatura, es proporcional, entre determinados límites, á esta diferencia de presiones.

Debe advertirse que esta proporcionalidad en la aproximacion ó separacion de las paredes del tubo solo es exacta para cuando su seccion trasversal es un rombo y las variaciones se verifican conservándose los lados rectilíneos. Tambien se verificará igual proporcionalidad, mientras los cambios tengan lugar entre pequeños límites, si la seccion fuera una elipse, como lo es la de todos estos instrumentos.

477. **Termómetro.**

El termómetro indica las diferencias de temperatura entre el hielo y agua hirviendo. Los mas usados son el Centígrado, Reaumur y Farenheit, divididos y en la correspondencia siguiente:

100 partes iguales			de 0° á 100°	para el termómetro		Centígrado.
80	id.	id.	de 0° á 80°	id.	id.	Reaumur.
180	id.	id.	de 32° á 212°	id.	id.	Farenheit.

De que resulta inmediatamente, que

Un grado Centígrado equivale á $\frac{4}{5}$ del de Reaumur, ó $\frac{9}{5}$ del de Farenheit
Un grado Reaumur..... id..... $\frac{5}{4}$ del Centígrado ó $\frac{9}{4}$ del de Farenheit
Un grado Farenheit.... id..... $\frac{5}{9}$ del Centígrado, ó $\frac{4}{9}$ del de Reaumur.

Así, pues,

15° Centigr. equivalen á $15\times\frac{4}{5}=12°$ Reaumur; y $15\times\frac{9}{5}+32=59°$ Farenheit.
15° Reaumur. . id... $15\times\frac{5}{4}=18°, 75$ Centígr.; y $15\times\frac{9}{4}+32=33°,75$ Far.
40° Farenheit.. id... $(40-32)\frac{5}{9}=\frac{40°}{9}$ Centigr.; y $(40-32)\frac{4}{9}=\frac{32°}{9}$ Reaumur.

MEDICION DE ALTURAS CON EL BARÓMETRO.

478. **Observaciones.**

El barómetro es un instrumento muy á propósito para medir alturas y distancias horizontales, ya vaya solo ó acompañado del termómetro; á cuyo fin no habrá mas que observar las diferencias del nivel que dé el mercurio entre las estaciones inferior y superior. Lo que se funda en que las capas ascendentes de aire disminuyen de densidad segun los términos de una progresion geométrica, al paso que sus espesores ó las elevaciones representan una progresion aritmética: por manera que si conocemos la relacion entre las densidades y elevaciones, fácilmente podrémos hallar estas vistas las densidades que el barómetro señala.

Las observaciones barométricas pueden tener lugar de cuatro maneras.

1.ª **Observaciones simultáneas proximas**: es decir, cuando se opera con dos barómetros al mismo tiempo y á cortas distancias entre dos puntos diferentes. Sus resultados son exactos.

2.ª **Observaciones simultáneas distantes**, ó cuando las operaciones se hacen con dos barómetros á distancia considerable. Si esta es mucha, como si, por ejemplo, pasara de 6 leguas, se repetirán varias operaciones en un tiempo determinado (2, 4, 6 meses ó mas), á fin de tomar el término medio que compense los errores.

3.ª **Observaciones aisladas**, ú operaciones con un solo barómetro, teniendo conocida ya la altura media barométrica al nivel del mar. Para que haya toda la

exactitud apetecible se debe procurar hacer la observacion superior á la temperatura media; á cuyo fin puede servir de base que por cada 200^m de altura corresponde 1° de decremento en el termómetro centígrado. Así, pues, si la altura calculada, sin contar con la temperatura, fuese de 200^m, la temperatura en la base seria de 10° mayor que la de la estacion superior; ó si esta fuese t, la de la base seria $t + 10°$, y la temperatura media que entrará en el cálculo, $\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}(t+10)$.

La altura del barómetro en la zona templada al nivel del mar es de $32^{p.\,esp.},77 =$ $= 0^m,762$ á 12°, 5 Centígrado. En la tórrida es de $31^{p.\,esp.},38 = 0^m,729$ á 24°

4ª. **Observaciones sucesivas**, ó cuando se opera con un solo barómetro. Darán buenos resultados cuando el tiempo esté sereno y se tarde poco en llegar á la cumbre.

479. Medicion de alturas.

Siempre que se pueda se harán las operaciones barométricas en tiempo en que el sol no rádie demasiado, estando todo en calma, ó con viento poco sensible; procurando ademas, que la hora sea hácia el medio dia, ó de las 11 á la 1.

480. A 200^m de altura es aun poco sensible la diferencia de proporcionalidad en la depresion de unas capas á otras de la atmósfera; siendo entonces casi exacto multiplicar por 10^m (n.° 475) el número de milímetros que marque la diferencia de presion entre las estaciones superior é inferior.

En el Peñon de Gibraltar, por ejemplo, en que se tiene

al nivel del mar $H = 0^m,762$
sobre la cumbre $h = 0,7531$

la diferencia 8,9 milímetros, multiplicada por 10^m dá 89^m de altura, que es la que efectivamente tiene el Peñon sobre el mar.

Para cuando no se requiere suma precision en la altura que se busca, y no haya de exceder esta de 3000^m, puede hacerse uso del multiplicador que mas se aproxime en la tabla siguiente á la diferencia de presion observada (tabla sacada de la del número 475).

PARA LAS ALTURAS	Y DIFERENCIAS DE NIVEL	SERÁN LOS MULTIPLICADORES
Hasta 200^m	$20^{milím.}$	10,85
300	28,2	10,6
400	37,4	10,7
500	46,4	10,8
600	55,3	10,85
700	64	10,94
800	72,6	11,02
900	81,1	11,10
1000	89,5	11,17
1100	97,7	11,26
1200	105,8	11,34
1300	113,8	11,42
1400	121,6	11,51
1500	129,3	11,60
1600	136,9	11,68
1700	144,4	11,77
1800	151,8	11,86
1900	159,1	11,94
2000	166,2	12
2500	200	12,5
3000	232	13
3500	259	13,5

En Madrid la altura barométrica es de $0^m,699$ á $0^m,71$, que respecto á la media al nivel del mar de $0^m,762$, dá 63^{mil}. y 61^{mil}.: diferencias ambas que en la tabla anterior se aproximan á la 64, cuyo multiplicador es 10,94. Multiplicando, pues, por este número se tienen las altitudes 689^m y 667^m, cuyo medio es 678^m.

En vez de multiplicar por el número mas próximo de la tabla, como lo hemos hecho, será mas exacto verificarlo por el verdadero multiplicador, que para el caso anterior sería

1.°: para la diferencia 63^{mil}.

$$(64-55,3)=8^{mil},7:(10,94-10,85)=0,09::(63-55,3)=7,7:x=0,08$$
$$\text{y el multiplicador}=10,85+0,08=10,93$$

2.°; para la diferencia 61^{mil}.

$$8,7:0,09::(61-55,3)=5,7:x'=0,059$$
$$\text{y el multiplicador}=10,85+0,059=10,909$$

$$\text{Así}\quad \left.\begin{array}{l}63\times 10,93=688^m,59\\ 61\times 10,909=665,45\end{array}\right\}\ \text{término medio}\ z=677^m.$$

En Córdoba, cuya altura barométrica es $0^m,7389$, siendo $0^m,762$ la media de mar, dá $23^{mil}.,10$ de diferencia de presion; y por la tabla y la proporcion

$$(28,2-20)=8,2:(10,6-10)=0,6::(23,1-20)=3,1:x=0,227$$

será el multiplicador $=10,227$, y la altitud $z=236^m$.

La montaña de Quinduí, cuya diferencia de presiones barométricas en la base y cima es de 253^{mil}, 126, corresponde por la tabla al multiplicador 13,3913, que dá 3390^m de altura; ó al 13,5 por aproximacion, dando 3425^m, que difiere aun 78^m de la verdadera altura.

481. Si se careciese de termómetros se podria hacer uso de la fórmula

$$z=20000\ \log.\frac{H}{h}$$

la que supone que las observaciones se han de hacer en tiempo en que la suma de las temperaturas en la base y cima no exceda ni baje de 40° á 50°. — Si así no fuera, el resultado solo sería aproximado por exceso ó por defecto, segun que la temperatura fuese menor ó mayor que aquellas, puesto que el coeficiente 20000 en este caso seria excesivo ó pequeño.

La misma altura de Quinduí, para la que son $H=0^m,76291$ y $h=0^m,50982$ es por esta fórmula $z=3500^m$.

482. Para elevaciones de esta clase, como para cuando convenga una rigorosa exactitud, deben hacerse observaciones simultáneas ó á la vez con barómetros que lleven sus termómetros fijos, para deducir la temperatura del mercurio, y además, los dos termómetros libres para ver la temperatura del aire en ambas estaciones. Debe tambien hallarse la latitud del lugar para apreciar la correccion que debe hacerse por la correspondiente á la localidad.

Mr Biot ha encontrado directamente la fórmula

$$z=18393^m\,(1+0,002837\ \cos.\ 2\,L)\left(1+\frac{2\,(T+t)}{1000}\right)\log.\frac{H}{h}. \qquad (a)$$

igual á la que veremos mas adelante de la mecánica.

En ella son, $L=$ latitud del lugar, $T=$ temperatura del termómetro libre en a estacion inferior, $t=$ temperatura del mismo termómetro en la estacion superior: $H=$ altura en milímetros del barómetro en la base, y $h=$ id. en la cima.

Esta última admite siempre una correccion á causa de las alteraciones que sufre el mercurio, pues se sabe que se dilata ó contrae con el calor ó el frio. Deberán por consiguiente, hallarse las temperaturas barométricas por medio del termómetro fijo. Pero como las variaciones que sufre el mercurio de 0° á 100°

del centígrado son uniformes é iguales á $\frac{1}{5412}$ por cada grado, se entenderá siempre que h es igual á $h\left(1+\frac{T'-t'}{5412}\right)$; siendo T' y t' las temperaturas del barómetro en ambas estaciones.

Ahora bien, la fórmula anterior puede simplificarse despreciando el término en que entra la latitud, por ser insignificante su valor en la mayor parte de los casos, puesto que aun en su mayor expresion, que es hácia los polos, no llega á $\frac{3}{1000}$ de la altura calculada (*). En este supuesto la fórmula es

$$z=18393^{m}\left(1+\frac{2(T+t)}{1000}\right)\log.\frac{H}{h} \qquad (a')$$

bastante sencilla y que exige muy poco mas trabajo para cada caso que el que se tiene por las tablas que de ella ha deducido el autor, despues de prepararla convirtiendo el factor $\log.\frac{H}{h}$ en su igual, $\log.\frac{0^{m},76}{h}-\frac{0^{m},76}{H}$.

Propongámonos hallar directamente la altura de Quindui.

Datos.

Estaciones.	Alturas barométr.s	TEMPERATURA DE LOS TERMÓMETROS.		Latitud.
		Centígrado libre.	Centígrado fijo.	
Inferior	$H=0^{m},762944$	$T=+25°,30$	$T'=+20°,3$	5°
Superior	$h=0^{m},509818$	$t=+18°,75$	$t'=+20°$	

$$T'-t'=6°,3;$$

$$\text{y } h \text{ corregida}=0,5104114:\log.\frac{H}{h}=\log.\frac{0,762944}{0,5104114}=0,1745743$$

$$1+\frac{2(T+t)}{1000}=1,0881;\ \text{y por consiguiente,}$$

(*) El mismo Biot ha calculado para la correccion de latitud, 1.°, que debe agregarse á la altura hallada por esta fórmula y por cada 5°, desde 0° á 50°, las partes de la misma altura expresas á continuacion; 2.° que para 45° ni se quita ni se pone; y 3.° que se quitará lo correspondiente desde 50° á 90°. Así, siendo z la altura

Se agregará.

Por las latitudes.		Por las latitudes.	
0°	$+\frac{z}{352}$	25°	$+\frac{z}{548}$
5°	$+\frac{z}{358}$	30°	$+\frac{z}{705}$
10°	$+\frac{z}{375}$	35°	$+\frac{z}{1030}$
15°	$+\frac{z}{407}$	40°	$+\frac{z}{2030}$
20°	$+\frac{z}{460}$		

á 45° nada

Se quitará.

Por las latitudes.		Por las latitudes.	
50°	$-\frac{z}{2030}$	75°	$-\frac{z}{407}$
55°	$-\frac{z}{1030}$	80°	$-\frac{z}{375}$
60°	$-\frac{z}{705}$	85°	$-\frac{z}{358}$
65°	$-\frac{z}{548}$	90°	$-\frac{z}{352}$
70°	$-\frac{z}{460}$		

$$z = 18393 \times 1{,}0881 \times 0{,}1745743 = 3493^{m}{,}49.$$

Y si se agrega la correccion por la latitud, que es

$$\text{correccion} = 0{,}002837 \times \cos.\ 10^{\circ} \times 3493^{m}{,}49 = 9{,}76;$$

y segun la tabla de la nota $\dfrac{3493{,}49}{358} = 9{,}758$, resulta $z = 3503^{m}{,}25$.

Con la misma fórmula se puede hallar la altura total de la atmósfera, ó á lo menos aquella en que la fuerza elástica del aire es $0^{m}{,}001$. La temperatura entónces es igual á -60°, luego $T + t = -60^{\circ}$. $H = 0^{m}{,}760$, $h = 0^{m}{,}001$, y $z = 18393 \times 0{,}88 \log.\ 760 = 46626^{m}{,}68$ ó poco mas de $8\frac{1}{4}$ leguas de 20,000 piés.

Supongamos tambien la montaña Chimborazo, para la que son

	Alturas barométricas.	Termómetro libre.	Termómetro del barómetro.	Latitud.
Estacion inferior....	$H = 0^{m}{,}762000$	$T = -1^{\circ}{,}6$	$T' = +25^{\circ}{,}3$	$1^{\circ}{,}45$
Estacion superior...	$h = 0^{m}{,}377275$	$t = +25^{\circ}{,}3$	$t = +10^{\circ}$	

Por la fórmula (a') sin atender á la correccion de h ni á la latitud, se tiene

$$z = 18393 \times 1{,}0474\ (\log.\ H - \log.\ h) = 5883^{m}$$

ó 7^{m} mas que la verdadera altura.

Teniendo en cuenta la latitud y temperatura del barómetro para la correccion de h, que hace esta $= 0{,}378432$, se tiene por la fórmula (a)

$$z = 18393 \times 1{,}0474 \times 0{,}30407 \times 1{,}0028337 = 5876^{m}$$

483. Se hallan tambien las alturas con igual exactitud por la fórmula de Oltmans.

Con el fin de dar á conocer este excelente método llamemos a el valor en metros que tome h en la tabla 1.ª siguiente expresada en centímetros; b el que toma H en la misma y del propio modo: será $a - b = 1.^{a}$ altura próxima. Y si llamamos x la 2.ª altura $= a - b - 1^{m}{,}45\,(T' - t')$, será

$$z = a - b - 1^{m}{,}45\,(T' - t') + \frac{x}{1000}\,2\,(T + t) + \text{la correccion siempre aditiva por}$$

la latitud.

Para la montaña Chimborazo

La tabla 1.ª dá, para

$0^{m}{,}7620$ { $0^{m}{,}7600$ 6151,60
$0^{m}{,}0020$ .... $104 \times 0{,}20 =$ 20,80
6171,80 .... $6171{,}80 = a$

$0^{m}{,}3773$ { $0^{m}{,}3700$ 419,00
$0^{m}{,}0073$ .... $213 \times 0{,}73 =$ 154,76
573,76 .... $573{,}76 = b$

de donde $a - b =$ 5598,04

$1^{m}{,}45\,(T' - t') = 1^{m}{,}45 \times 15^{\circ}{,}3 =$ 22,185

$x =$ diferencia ó 2.ª altura aproximada $=$ 5575,855

$\dfrac{x}{1000} \times 2\,(T + t) = \dfrac{5575{,}855}{1000} \times 2 \times 23^{\circ}{,}7 = 1.^{a}$ correccion $=$ 263,057

Suma 5838,912

2.ª correccion segun la tabla 2.ª por este valor 5838,913 y 1°, 45 de latitud.......... 37,09

Altura del Chimborazo................ $z = 5876$ metros

TABLA I—De las alturas *a*, *b* en metros que corresponden á las halladas en centímetros para H *h* en el barómetro.

H, *h* centí.s	*a*, *b* metros.	Dif.s	H, *h* centí.s	*a*, *b* metros.	Dif.s	H, *b* centí.s	*a*, *b* metros	Dif.s	H, *h* centí.s	*a*, *b* metros.	Dif.s	H *h* centí.s	, *b* metros	Dif.s
37	419	212	45	1977	179	53	3280	151	62	4529	129	71	5609	113
38	631	207	46	2152	175	54	3429	149	63	4657	128	72	5720	111
39	838	201	47	2324	172	55	3575	146	64	4782	125	73	5830	110
40	1039	197	48	2491	167	56	3719	144	65	4906	124	74	5938	108
41	1236	192	49	2655	164	57	3860	141	66	5207	121	75	6015	107
42	1428	187	50	2816	161	58	3998	138	67	5147	120	76	6151	106
43	1615	183	51	2974	158	59	4134	136	68	5265	113	77	6255	104
44	1798		52	2129	155	60	4268	134	69	5381	116	78	6357	102
						61	4400	132	70	5496	115	79	6459	102

La columna que está bajo las diferencias sirve para calcular los valores de los milímetros del barómetro, dando al propio tiempo la altura correspondiente á cada centímetro del mismo. Por ejemplo, si tuviésemos para la altura del barómetro $0^m,618$, diríamos análogamente á lo que se hace con los logaritmos

$1 =$ diferencia entre $0^m,61$ y $0^m,62 : 129$ diferencias de los metros ó alturas correspondientes $::0^m,008 =$ diferencia entre $0^m,61$ y $0^m,618 : 129 \times 0^m,008$.

TABLA II—Para la correccion, siempre aditiva, por la latitud sexagesimal del lugar, y la disminucion de la gravedad.

Diferencia de nivel aproximada *a*—*b*	0°	10°	20°	30°	40°	50°	55°
200 metros.	$1^m,20$	$1^m,20$	$1^m,00$	$0^m,80$	$0^m,60$	$0^m,60$	$0^m,40$
1000.	5 70	5 70	5 10	4 30	3 40	2 60	2 20
2000.	11 60	11 30	10 40	8 80	7 00	5 10	4 20
3000.	17 90	17 60	15 80	13 60	10 80	8 00	6 60
4000.	24 60	24 00	21 90	18 70	15 10	11 20	9 40
5000.	31 80	30 90	28 48	24 60	19 90	15 00	12 70
6000.	38 50	37 50	34 30	30 00	24 60	18 50	15 70

Para usar de esta tabla en los casos en que las alturas y latitudes sean intermedias á las marcadas, observarémos que, puesto que son muy pequeñas en cortas latitudes y poco significantes en las mas altas, las correcciones que fuera menester hacer por cada 10° de diferencia de latitud, podrémos prescindir de considerarlas comprendidas entre 0° y 10°, 10° y 20°, &, y tomar el valor proporcional al de la altura intermedia; en la columna anterior cuando no llegue la latitud á 5°, 15°, 25°, &, y en la posterior cuando llegue ó pase de aquí. Por ejemplo, si tenemos la altura $4628^m,2$, siendo la latitud 13°,23, podrémos suponer que esta sea de 10°, y hallaríamos en la correspondiente columna 24^m mas lo que vale la correccion por el sobrante $628^m,2$, lo que dará la proporcion $4000 : 24 :: 4628 : z$. Y si para la misma altura hubiere sido la latitud de 17°, seria $4000 : 21,90 :: 4628 : z$ El error en cualquier caso es de corta trascendencia.

Para las muy raras circunstanccias en que se verifique hallarse la estacion inferior á mucha altura sobre el nivel del mar, se hará una tercera correccion se-

gun la siguiente tabla tercera. Si la diferencia de nivel sobre el mar y la altura inferior fuese de 500 metros, y la altura h de 200^m, haríamos:

$$500 : 1{,}11 :: 2000 : 4{,}44, \quad y \quad h = 2004^m{,}44.$$

TABLA III.—Correccion para 1000^m de altura sobre el mar desde la estacion inferior.

h	metros	h	metros	h	metros
400	1,71	550	0,86	700	0,23
450	1,36	600	0,63	750	0,03
500	1,11	650	0,42		

484. Puede servir tambien el límite de la vegetacion de algunas plantas para indicar la altura aproximada de las montañas.

La vid muere á la altura próxima de.......... 700^m
El maiz.......... 850
El roble.......... 1050
El nogal.......... 1100
El fresno.......... 1450
El abeto.......... 1900
El pino.......... 2050

El límite de las nieves perpétuas es

Sobre el ecuador.......... 4800^m
A 45° de latitud.......... 2050
A 65° id.......... 1500

485. TABLA de las altitudes ó alturas sobre el mar, y las que sobre el piso de cada localidad tienen diferentes puntos y edificios de España y Extranjero.

	MET.
Abril (Monte de Vizcaya	383
Aconcagua (Volcan) Andes	6834
Adí sobre Eqaí (monte de Vizcaya)	900
Aizquivel (id.)	530
Alcalá de Henares	585
Alcalá la Real	853
Alcaudete	718
Alcocer	710
Alcolea (Castilla)	1247
Alcuide (Pico)	1980
Algora (Guadalajara)	1170
Almuradiel (camino de Andalucía)	740
Altai (Monte). Siberia	2200
Amid (monte de Abisinia)	4000
Anza sobre Izalzu (Vascongadas)	930
Anza sobre Errazu (id.)	1300
Anie (Pico). (Pirineos.)	2408
Ambostimene (Madagascar) Monte	3520
Arbizon (Pico) (Pirineos)	2950
Antisana (Volcan), (Andes)	5860
Ar (monte de) (b. Pirineos)	2595
Aralar (Pico) (id.)	1494
Aranjuez	518
Arcos de triunfo de la Estrella, (Paris) en honor de Napoleon	44
Asinelli (Torre de) (Bolonia) sobre el	107
piso	130
Auñon y Sacedon	580
Avila	1067
Awastcha (Pico) Kamchatka)	2677
Balagué (monte de) (Ariége)	1244
Baldheck (lago de)	434
Barathor (Pico) Hymalaya	7944
Batoa (Pico de) (Pirineos)	3035
Belen	894
Belchu (Pico) (b-Pirineos)	1430
Belle-Donne (Pico de) (Alpes)	2982
Belles-Filles (Vosges)	1151
Bordese (altos Pirineos)	2176
Bouc (Pico de) (Pirineos orientales)	2773
Blumlis (cima de los Alpes)	3661
Briens (lago de)	563
Bugiaki (Pindo)	2367
Bugarech (Pico de) (Pirineos	1231
Burré (Alpes)	2712
Burguete (campamento). Pirineos	937
Burgos	875
Cagise (monte de) Pirineos	1917
Cambielle (monte de) id	3174
Cambradasse (id.) Pirineos orientales	2781
Campana de Moscow	6,5
Id. de Toledo	2
Canigou (Pirineos)	2785
Catedral de Amiens (Torre) sobre el piso	126
Catedral de Anveresid	
Catedral de Burgos (id.)	72
Catedral de Colenia (Nuevas torres en construccion)	148
Catedral de Chartres (Torre)	122

	MET.
Catedral de Friburgo (Torre)	125
Catedral de Málaga (Torre)	92
Catedral de Metz (Torre)	121
Catedral de Milan (aguja la Madona)	109
Catedral de Orleans (Torre)	105
Catedral de Oviedo (id.)	76
Catedral de París (N.ª S.ª) La balaustrada	66
Catedral de San Miguel (Hamburgó) id id.	128
Catedral de San Esteban (Viena) id. id.	136
Catedral de Santa Gertrudis (Basilea) id. idem	81
Catedral de Straburgo (la torre Munster) idem	142
Catedral de Ruen (Torre)	136
Catedral de San Pablo (Lóndres (cúpula)	110
Catedral de San Pedro (Roma) id	132
Catedral de Sevilla (Giralda)	98
Catedral de Tarragona (Torre)	123
Catedral de Toledo (id.)	86
Catedral de York (Inglaterra) Torre	69
Cayamba (Pico) (Andes.)	5933
Caslite (id.) Pirineos orientales	2921
Caro (Monte)	1413
Carolina	563
Caspio (Mar) bajo el Mediterraneo	— 25
Caurisánkar (Pico) Himalaya: el mas elevado de los conocidos	8840
Cella (Aragon)	899
Cavarriere (Puerto de) Pirineos	2241
Cercedilla (venta) Castilla	1302
Cerrajon de Mustas (Granada)	1476
Cerro de Poyales	1355
Cilindro (El) (Pirineos)	3325
Cigarraga (sobre el Bidasoa)	568
Col de Jau. (Pico de) Pirineos orientales.	2535
Col de Secana (id.) id	2881
Col de Liouses (id.) id	2832
Col Migia (id.) id	2624
Col del Fresno (id.) Alpes	2809
Col de Gigante (id.) id	3418
Coliseo de Roma, empezado por Vespasiano y acabado por Tito	49
Columna de Napoleon, en la Plaza de Vandome, sobre el piso	43
Columnas de una pieza del templo de Karnac (Egipto)	24
Constancia (lago de)	396
Consuegra	641
Córdoba	235
Chasseron (Jura)	1610
Chimborazo (Pico) Andes	5876
Cytheron (Grecia)	1411
Dapsang (Pico) en la cadena Karacorum, cerca á la Hymalaya	8601
Dhawalaghiri (Pico) Hymalaya	8187
Dendron (Pico) Ariége	2472
Delfos	1745
Desierto de Palmas (Valencia)	717
Diamer (Pico) Karacorum, junto al Hima-	

	MET.
laya	8116
Durango	127
Dufré (Altos Alpes)	1728
Ecrins (Pico) Alpes	4105
Egeria (Lago de)	726
Eiger	3976
Elbrous (montaña) (Cáucaso)	5416
Escorial (Patios del Monasterio)	1070
Escudo alto (montañas de Santander)	1082
Esfinge (Egipto) la cabeza	9
Espadan (Pico.) Valencia	1085
Espinosa de los Monteros	752
Etna (cráter)	3237
Filabres (Sierra) Granada	1667
Finsteraarhorn (Suiza)	4275
Fourcanada (Pico de) Pirineos	2882
Fontargente (Pico) Pirineos	2788
Funente de Córcoles	707
Funte de Cella	1035
Gabarrote (Puerto) Pirineos	2238
Gavarnia (id.) id	2330
Gabiso (Pico de) Pirineos	2639
Gádor (Sierra)	2177
Galenstock	3028
Garda (lago de)	69
Génova (lago de)	375
Gibraltar (la cumbre)	89
Goleon (Alpes)	3429
Gorbeo (Monte de Alava)	1495
Granada	815
Grœiffense (lago de)	439
Guadalajara	710
Guadarrama (Leon de)	1560
Guadarrama (Puerto)	1416
Guiona (Grecia	2511
Haya (id.) cerca de Irún	800
Hemns (Monte) Turquia	2725
Hallwayll (lago de)	451
Hekla (Islandia)	1013
Helicona (Grecia)	1757
Honrubia (Castilla)	982
Hory (Monte) Pirineos	2005
IbilGámin (Pico) Hymalaya	7788
Isart (monte) Pirineos	2212
Inválidos de Paris. La flecha sobre el piso	103
Ipsario (Isla de Thasos)	1045
Jaizquivel (monte entre Fuenterrabia y Pasages)	543
Jannu (Pico) Hymalaya	7713
Jericó, bajo el Mediterráneo	—210
Jerusalen (convento)	805
Jibjibia (Pico) Hymalaya	8018
Jonx (lago de)	1000
Juanilla (Venta de) Castilla	1127
Juan (San) Ermita cerca de Altafulla	92
Katavothron; vértice de Œta	2152
Kilimandjaro (Africa)	5000
Klœn (lago de)	886
Kittub-minor (Tumba cerca de Delhi en en el Indostan)	79
Kosundra (Sumatra)	4966
Kuchinginga	8588
Layens (Montaña) Pirineos	1625
La veleta (id.) Granada	3431
Laujar (Sierra.) Andalucia	1890
Leberon (Alpes)	1125
Leon (Plaza de la catedral	
Lerma	1015

	MET.
Líbano (Monte) Asia	2906
Liberia (id.) Valencia	726
Liérganes (Montañas de Santander)	330
Locarno (lago de)	208
Long (Pico de) Pirineos	3193
Lure (Monte.) Alpes	1824
Lucerna (lago de)	436
Lugano (lago de)	286
Lungern (lago de)	658
MADRID. Plaza de Oriente	652
Plaza mayor	663
Montaña del P. Pio, Meseta	664
Prado, en la Cibeles	655
Puerta de Santa Bárbara	688
Plaza del Retiro	666
Lo mas alto del Retiro	685
Los terrenos altos del ensanche	691
Término medio entre la Plaza y terrenos mas altos	677
Nivel del Rio. Puerta de Toledo	586
Mar muerto, (bajo el Mediterráneo)	—427
Id. segun Symond	—399
Maria (Sierra) Andalucía	1807
Masheribran (Pico) Karakorum	8115
Masía de Lloret. (Valencia)	268
Matas (Pico de) Murcia	467
Manzanares	645
Madres (monte) Pirineos	2471
Maladetta (Pico) Pirineos	3312
id. Pico occidental	3404
Marboré (Torre de) Pirineos	3006
Mengibar	295
Men-hir—Piedra druidica puesta de canto á su alto	13
Miranda de Ebro	459
Molesson (Friburgo)	2005
Monte-Mongo. (Valencia)	793
Molina de Aragon	1054
Molina de San Pedro	619
Mombeleta (b. Pirineos)	1952
Monte-agudo (Pico) Pirineos	2340
Monte-agut (Cataluña)	950
Mondragon (Guipúzcoa)	214
Moncayo (Aragon	2918
Monte-Blanco (Alpes)	4820
Monte perdido (Pirineos)	3351
Monte-Roldan	397
Monte-Rosa (Alpes)	4613
Monte-Rotondo (Córcega)	2672
Monte-belino (Apenino)	2386
Monte de Oro (Auvernia)	2652
Monte-Salazé (Y. de Borbon)	3302
Monserrat (Capilla de la Virgen)	1236
Morella (Puig de las montañas de Garrof)	591
Mouna-roa (Owihe.) Oceanía	5056
Muela de Ares (Valencia.)	1301
Mulhacen (Pico) Sierra nevada	3550
Murcia	136
Nanda Devi (Pico) Hymalaya	7848
Narágani (id.) id	7759
Navacerrada (Puerto)	1835
Navio de 120 cañoness. El palo mayor	73
Neufchatel (lago de)	435
Nevado de Sorat (Andes)	7685
Nevado de Illimani (Andes)	7301
Nieves perpétuas de Sierra Nevada	2756
Ois (monte) Vizcaya	1038
Olimpo (Grecia)	2973

	MET.
	—
Observatorio de Paris (sobre el piso)	66
Ontaneda (montaña de Santander)	473
Orizaba (Pico de) Méjico	5287
Ostrel (monte) Tirol	4690
Oviedo (el parador de diligencias)	256
Panteon de Agrippa (Roma). El mas famoso monumento de este género	43
Panteon de Paris sobre el piso	79
Parnaso (Monte) Grecia	2459
Pasos ó puerto del Monte-cervino	3410
del gran San Bernardo	2491
del pequeño San Bernardo	2192
del San Gothardo	2075
de Monte-Cenis	2066
del Simplon	2005
de Tourmales	2177
de Puerto-Pinedo (Pirineos)	2510
Peña golosa (Valencia)	2452
Peñalara (cumbre de) Somosierra	2364
Peña del Bel (Valencia)	1241
Perenchisa (Monte) Valencia	288
Picacho de la Veleta (Granada)	3463
Popocatepelt (Méjico)	5392
Portazgo de Guadarrama	1235
Puerto del Rey (Castilla)	680
Puerto de Pajares (el punto mas elevado)	1563
Piramide Cheops (la mayor de Egipto) sobre el suelo	146
Id. Cefrenna	126
Id. de Mrlticerinus	54
Portal de Cuseo (Cima) Santander	2921
Portillo de Bedores (id. id.)	3193
Quartau (Pico) Girineos	3143
Quintanapalla	930
Rápita (monte sobre Belchi) Valencia	1098
Roca-Blana (Pirineos)	2513
Roca Morena (Alpes)	3325
Rœtifluh (Jura)	1400
Rubren (El gran) Alpes	3342
Sahama (Pico) Andes	6730
Santa Coloma (B. Pirineos)	2051
Santa Sofia (Constantinopla) cúpula	58
San Elias (Costa) N O América	5505
Sarnen (lago de) Suiza	471
Segovia (Alcanzar de)	996
Sempach (lago de) Suiza	509
Setiles (Aragon)	1227
Sihsur (Pico) Hymalaya	8473
Sils (lago de)	1818
Sierra de Estrella (Portugal)	1786

	MET.
	—
Soncillo (Montañas de Santander)	855
Spitzberg (Oceano glacial)	3418
Scutenhorn	3514
Scheneckope (Bohemia)	1111
Tabla (montaña de la) C. de B. Esperanza.	1163
Tanagni (Ourals)	2755
Takhtalon (Tauro)	2372
Tahiti (Pico de) Sociedad	3319
Tenerife (Pico de Teide) Medio entre varías medidas	4305
Tembleque	617
Tendilla	700
Teruel	917
Tiberias (lago de) Bajo el Mediterráneo	—230
Thoune (lago de) Suiza	556
Toledo (Piso de la Catedral)	650
Torija (Castilla)	893
Torre aislada de Santiago, resto de la antigua iglesia (Paris)	58
Torre inclinada de Bolonia (la Garriscada) De ladrillo	47
Torre inclinada de Pisa (toda de mármol), construida en 1170, con 13 piés de desvio	57
Torrejon de Ardoz	585
Tres-Señores (Pico de) Pirineos	2165
Valencia (Paza de la Catedral)	31
Valdepeñas	645
Vallo-Brega (Montaña de Murcia)	429
Vardoussia (Grecia)	2492
Vesubio (el cráter)	1334
Venta-nueva (montañas de Santander)	2925
Venta de Escudo	2239
Vergara	186
Vigia de camino Villano (Vizcaya)	266
Villalan (Montañas de Santander)	193
Villalta (Castilla)	292
Viscos (Pico de) Pirineos	2142
Volcan del Pico (Azores)	2406
Volcan de Guede (Java)	3242
Volcan de fuego (Guatemala)	4470
Uribarri-Gamboa (Alava)	545
Wallanstad (lago de)	424
Wenside (monte) Inglaterra	1602
Westminster (Lóndres)	73
Yagma (Pico) Hymalaya	7925
Yassa (Pico) Himalaya	8132
Zaragoza	273
Zoug (lago de) Sniza	415
Zornoza (Vizcaya)	58
Zurich (Suiza)	409

486. **Medicion de distancias horizontales con el barómetro.**

Halladas las alturas de diferentes montañas, dos observadores tomarán simultáneamente las distancias zenitales en las estaciones barométricas, y la fórmula $Z=2 \cot. \frac{1}{2}(a-a')$ dará la distancia. Cuando se verifica $a=a'$, ó cuando las distancias zenitales son iguales, Z no se puede determinar.

487. **Horas de las mareas. (Establecimiento del puerto, edad de la luna, epacta, áureo número).**

Conviene á veces marcar en los planos los límites de la pleamar y bajamar, para lo que se necesita saber las horas en que esto acontecerá cualquiera dia del año.

Se tendrá la hora aplicando la fórmula,

(hora de la M) = (edad de la Luna) $\times$ 48′ + (establecimiento del puerto)

es decir, que la hora de la marea es igual al producto de la *edad* de la luna por 48′ (que es lo que atrasa cada dia la marea), mas el *establecimiento del puerto.* La suma será la hora buscada si no llega á 12 horas, y si pasa lo será el exceso.

La siguiente tabla, en que están calculados los atrasos de la pleamar por cada dia de la edad de la luna, reduce las operaciones á una suma.

Dias.	Horas.	Minutos.	Dias.	Dias.	Horas.	Minutos.	Dias.	Dias.	Horas.	Minutos.	Dias.
1	0	48	16	6	4	48	21	11	8	48	26
2	1	36	17	7	5	36	22	12	9	36	27
3	2	24	18	8	6	24	23	13	10	24	28
4	3	12	19	9	7	12	24	14	11	12	29
5	4	0	20	10	8	0	25	15	0	0	30

Así, siendo la edad de la luna en 1.° de Mayo de 1870 = 1 dá la tabla 48′, que sumados con 1h 10′, que es el establecimiento del puerto de Cádiz, se tiene 1h 58 para la hora de pleamar en aquel dia.

El establecimiento del puerto es la diferencia entre la hora de la pleamar en el puerto y alta mar. Lo que se obtiene por repetidas observaciones, hechas en los momentos de acabar de subir y bajar las aguas.

La edad de la luna es la suma, en cierto número de años, de la diferencia de dias en los meses lunares y solares: y para hallarla es necesario conocer la *edad que próximamente tenia la luna al fin del año anterior, ó sea en el mes de Marzo* que es lo que se entiende por *epacta.*

La *epacta* depende del *áureo número* ó período en que se corresponden las fases semejantes de la luna, ó novilunios y plenilunios en el año propuesto. Para hallarle se aumenta 1 al año de que se trata, luego se divide por 19, y el resíduo es el áureo número. En 1870 es el áureo número = 9, resíduo de $\frac{1871}{19}$. Con lo cual se podrá hallar ya la epacta correspondiente restando 1 del áureo número, multiplícanlo por 11 y dividiendo por 30, cuyo resíduo será la epacta. De modo que, siendo para 1870, el áureo número 9,

$$\frac{(9-1)\ 11}{30} = \frac{88}{39} = 2'\ \frac{28}{30}$$

dará la epacta, que es el resíduo 28. Para 1871 es la epacta 9.

Con esto se puede ya determinar la edad de la luna, añadiendo á la epacta tantas unidades como meses hay desde Marzo al propuesto, ambos inclusive, mas el número de dias trascurridos del último.

Si la suma es < 30, ella será la edad de la luna en el mes; y si fuese > 30 lo será el exceso á 30 si el mes es de 31 dias, y á 29 si es de 30.

Ejemplo 1.° Edad de la luna en 9 de Mayo de 1871 = 9 + 3 + 9 = 21.

Ejemplo 2.° Edad de la luna en 24 de Agosto de 1871 = 9 + 6 + 24 — 30 = 9.

Ejemplo 3.° Edad de la luna en 20 de Setiembre de 1871 = 9 + 7 + 20 — 29 = 7.

Para los meses de Enero y Febrero solo se agregará á la epacta la fecha del dia del mes.

Las mareas mayores son en los plenilunios y novilunios de los equinocios; y las mareas vivas son las que se repiten á la misma hora cada 15 dias y cada 29 próximamente.

488. **Reduccion del ángulo al horizonte.**

Supóngase que el punto A (vértice del ángulo observado) (*fig.* 56), es el cen-

tro de una esfera de rádio igual á la unidad; y que los lados A B y A C, sean cortados en E y D por los círculos máximos $m\ n$. El ángulo diedro formado por los planos verticales C A Z, B A Z, tiene por medida el proyectado sobre el horizonte $b\ a\ c$, igual por su parte al formado en Z del triángulo esférico Z E D, en el que son conocidos todos sus lados. Tendremos, pues,

$$\text{Sen}\,\tfrac{1}{2}\,b\,a\,c = \sqrt{\frac{\text{sen.}\left(\frac{A+m+n}{2}-m\right)\text{sen.}\left(\frac{A+m+n}{2}-n\right)}{\text{sen.}\,m\,\text{sen.}\,n}}$$

489. Reduccion del ángulo al centro de estacion.

Si en alguna operacion topográfica sucediese no poder colocar el instrumento en el vértice A (*fig.* 57) del ángulo B A C, como centro de estacion, desde donde hayan de continuarse las operaciones, ya por ser A la proyeccion de una veleta, centro de un molino, &, se colocará el observador en otro punto D que lo permita. En este supuesto, habrá que hacer una correccion á todos los ángulos tomados en D para reducirlos al vértice A.

Hagamos B D A $= y$, A D $= r$, B A C $= a$, B D C $= d$, B A $=$ L, C A $=$ L$'$. Se sabe que B m C $= d +$ A C D, y B m C $= a +$ A B D, de donde $a = d +$ A C D $-$ A B D (a).

Tambien es $\quad \text{sen. ACD} = \dfrac{r\ \text{sen.}\ (d+y)}{L'}; \quad$ y sen. A B D $= \dfrac{r\ \text{sen.}\ y}{L}$.

Pero como estos ángulos son muy pequeños, se podrá tomar sin error sensible el arco por el seno, y sustituyendo entonces en (a) resulta

$$a - d = \frac{r\ \text{sen.}\ (d+y)}{L'} - \frac{r\ \text{sen.}\ y}{L}:$$

por cuya fórmula se tiene la diferencia de arcos en partes lineales del rádio.

Si se quiere este en segundos, observaremos que $1'' = \dfrac{2\,\pi\,r}{360 \times 3600}$, y por tanto

$r = \dfrac{360 \times 3600}{2\pi} = 201.264''$, cuyo logaritmo es igual á 5,3144251

Cualquiera que sea la forma de la torre ó punto de estacion inaccesible, se puede determinar el ángulo y y distancia r por el conocimiento de $a - d$; pues si la estacion fuera circular se mediria el contorno y deduciría el rádio, ó, si esto no fuese posible, se tirarian tangentes desde D y medirian los ángulos que forman con la D B, resultando (si estos ángulos son z y z')

$$y = \tfrac{1}{2}\,(z + z')$$

La bisectriz dará la direccion de D A, deduciéndose esta del triángulo D E A.

Si fuera la estacion un polígono regular, se deduciría el rádio recto conocido el número de lados y su extension; y en todo caso se procuraria abrazar con las líneas D E, D E$'$ dos puntos opuestos, para medir así el triángulo D E E$'$, deducir el rádio, y por el ángulo A D E la distancia r.

En general, y siempre que otra cosa no pueda ser, cualquiera que sea la forma de la estacion, se puede considerar la línea $r =$ A D como inaccesible, y hallarla trigonométricamente por el auxilio de otra línea cualquiera que directamente se mida.

NIVELACION.

490. Varios son los instrumentos empleados para nivelar, segun lo requieran las circunstancias del problema. Todos son bien conocidos del Ingeniero como asimismo su manejo y rectificacion; por lo que será inútil su descripcion, tanto mas uanto que muchos de los que llevamos mencionados y descritos sirven á este ob-

jeto, puesto que sea su limbo horizontal: uno de ellos es el nivel de aire de Porro anteriormente descrito. No omitirémos el indicar tambien que uno de los mejores de que puede servirse el Ingeniero es el Eclímetro de Ertel que el fabricante llama nivel de anteojo. Su alidada es un anteojo telemétrico, y la mira se halla graduada por ambas caras, á fin de leer en una las distancias y en otra las diferencias de nivel. Tiene esta mira una alidada de hierro que se la pone perpendicular y sirve para mantenerla vertical mirando al eje del nivel. Esta clase de miras son las que deben usarse en toda operacion de esta naturaleza, particularmente en las que exijan bastante precision.

491. La nivelacion es *simple y compuesta.* La 1.ª se reduce á una sola nivelada desde uno de los puntos extremos, ó bien colocando el nivel en el promedio y dirigiendo visuales de uno y otro lado. En el primer caso se aumentará á la altura hallada la del instrumento: en el 2.° la diferencia de nivel será la que marquen los números en la mira. En uno y otro caso la distancia no deberá exceder de 250 á 300 metros desde el instrumento á los objetos.

492. La *nivelacion compuesta* es la suma de varias nivelaciones simples.

Suponiendo que se desea hallar la diferencia de nivel que hay entre los puntos A y C (*fig.* 58) de uno y otro lado de una altura; determinados los puntos de estacion de modo que sus distancias á los A, X, Y... de las miras no sean mayores que lo que permita el instrumento, para ver con claridad y contar en el estadal los números de su division, se dirigirán visuales al frente y á la espalda, anotando con estos nombres, en el registro que se lleve de nivelacion, las diferentes alturas en metros ó piés y líneas, segun la division de la mira; se sumarán ambas columnas de altura de frente y espalda, y su diferencia será la del nivel entre ambos puntos. Así, supuestas en la figura 58 las seis estaciones que se indican, se tendrá $AD=(Ab+Xc+Yd-Be+Y'f+X'g)-(Xb'+Yc'+Bd'+Y'e'+X'f+Cg')$

Cuando la resta sea positiva, el 2.° punto estará mas elevado que el 1.° y vice-versa. De manera que las subidas se marcan con el signo +, y las bajadas con el—.

493. **Rectificacion de una nivelacion.**

Esta operacion no se debe nunca dejar de hacer, para quedar seguros de la exactitud importantísima de la diferencia de nivel entre dos puntos. Consiste en volver nivelando del punto Z al A, si antes fué la nivelacion del A al Z, marchando por diferente camino que al principio. Si hubiera alguna diferencia entre ambas nivelaciones se tomaría el término medio si la expresada diferencia fuese pequeña; en el caso contrario debe repetirse la operacion

494. **Advertencias generales.**

Antes de proceder á este delicado trabajo se debe examinar escrupulosamente el nivel para rectificarle.

Se verificará ó comprobará de nuevo durante el trabajo, cuando la nivelacion sea muy extensa.

Se cuidará que la mira se halle siempre vertical; y que el peon que la conduce la muestre de frente y verifique la cota inscrita al pasar á la estacion siguiente.

Se clavará un piquete en cada lugar en que se ha colocado la mira, gravando en él un número ordinal; y si no se pudiere clavar piquete se hará una señal inalterable.

Se escribirán en un cuaderno todos los detalles de la nivelacion para calcular y obtener despues los resultados. La siguiente tabla es una muestra de cómo se pueden llevar estos registros de modo que expresen con facilidad, por su buen órden, los resultados parciales y el total del primero a último punto de la nivelacion ejecutada.

Números de los piquetes.	COTAS de espalda.	COTAS de frente.	Exceso de las 1.as á las 2.as	Altura sobre el piquete 0.
	m	m	m	m
0	3,525			+0
		1,234	+2,291	
1	3,128			+2,291
		3,204	−0,076	
2	4,205			+2,215
		1,128	+3,077	
3	3,246			+5,292
		2,672	+0,574	
4	2,659			+5,866
		3,458	−0,799	
5	2,827			+5,067
		3,782	−0,955	
6				4,112
Sumas	19,590 15,478	15,478		
Diferencia	4,112			

495. Nivelacion en pendiente.

Consiste la nivelacion en pendiente, en determinar ciertos puntos del terreno, que ligados entre sí dos á dos por una recta *a b*, pueda esta recta formar con el horizonte un ángulo determinado, y generalmente dado por la expresion $\frac{\text{altura}}{\text{base}}$ del triángulo rectángulo cuya hipotenusa es *a b*: así es como se entiende que la pendiente de un camino es $\frac{1}{50}$, ó uno de altura por 50 de base$=0^m,02$ por metro, ó 2^m por 100^m.

Se emplean, segun las circunstancias, el *nivel de pendiente*, la *brújula*, *nivel* y el *eclímetro*, ó cualquiera instrumento con el que puedan tomarse ángulos verticales.

Valores angulares de diferentes pendientes.

Pendientes por metro.	1 de altura por la base.	Ángulos correspondientes.	Pendientes por metro.	1 de altura por la base.	Ángulos correspondientes.
m			m		
0,01	100	0°34′22″	0,11	9,09	6°16′38″
0,02	50	1° 8′45″	0,12	8,33	6°50′34″
0,03	33,33	1°43′ 9″	0,13	7,69	7°24′23″
0,04	23	2°17′26″	0,14	7,14	7°58′10″
0,05	20	2°51′44″	0,15	6,66	8°31′50″
0,06	16,66	3°26′25″	0,16	6,25	9° 5′25″
0,07	14,28	4° 0′15″	0,20	5	11°18′35″
0,08	12,50	4°34′26″	0,25	4	14° 2′10″
0,09	11,11	5° 8′34″			
0,10	10	5°42′38″			

Si como ejemplo, nos propusiéramos determinar una série de puntos desde los cuales hubiera al de estacion la pendiente de 12 por 100 ó $0^m,12$ por metro, no habria mas que, hecho coincidir el cero del limbo con la línea de fé del nonio, formar con el horizonte el ángulo de 6°50′34″. Fijo entónces el anteojo, se llevará la mira á diferentes distancias en direccion determinada, y todos los puntos en que su pié caiga sobre la interseccion de la visual con el terreno, serán otros tantos que cumplirán con la condicion de la pendiente buscada.

Para los puntos considerablemente alejados se debe tomar en cuenta el error producido por la refraccion y esfericidad, de que vamos á hablar ahora.

496. **Diferencia del nivel aparente al verdadero.**

Siempre que por hallarnos en terreno llano de mucha extension, se hubieran de hacer grandes niveladas, deberémos apreciar la diferencia bd que resulta del nivel aparente bc al verdadero dc (*fig.* 59.)

Si se hiciesen dos niveladas $aca c'$ de frente y de espalda, no habria entonces correccion, pues $Oc - Oc' = dc - d'c'$, y $OT - Oc' = TR - c'd'$.

Para cuando solo pueda hacerse una nivelada de frente se tiene

$$\overline{ac}^2 = cf \times cd = 2r \times cd, \text{ y } cd = h = \frac{\overline{ac}^2}{2r}.$$

Se ha despreciado en $fc = 2r + cd$ la cantidad dc ó h por ser siempre insignificante respecto al rádio de la tierra, y porque su influencia solo empieza en la quinta cifra decimal que se escluye de las tablas.

Haciendo $ac = D$, será $h = \frac{D^2}{2r}$. Para otra distancia D′, $h' = \frac{D'^2}{2r}$, y comparando,

$$\frac{h}{h'} = \frac{D^2}{D'^2};$$

que dice, que las diferencias de nivel están en razon de los cuadrados de las distancias.

Por esta propiedad se hallará siempre un valor cualquiera de h para una distancia intermedia ó mayor que las que se contienen en la siguiente tabla, para cuya formacion la fórmula $h = \frac{D^2}{2r} = \frac{D^2}{12732396^m}$ se pone bajo la forma logarítmica, $\log. h = 2 \log. D - 7,1049101$.

497. **Refraccion.**

Al dirigir la visual ac á la mira sufre aquella una refraccion ce, por ejemplo, sensible en distancias grandes; por lo que el punto c viene á ser el e, que es el que realmente marca en la mira el instrumento. Cuando se nivela de espalda y de frente el error se compensa y se tiene directamente el verdadero nivel. Pero cuando no es posible dirigir mas que una visual de frente, debe agregarse ce al nivel aparente. Estará, en consecuencia, representado el nivel verdadero por $dc = be + ce - bd = be - (bd - ce)$; es decir, que para hallar el nivel exacto entre dos puntos hay que quitar de la altura marcada por la mira la diferencia entre la del nivel aparente al verdadero y la refraccion.

El fenómeno de la refraccion varia con la constitucion atmosférica, dependiendo de la temperatura y de la densidad del aire, como tambien de la altura del punto observado. Cuando la tierra está muy ardiente la refraccion puede ser demasiado sensible, por lo que convendrá, para las operaciones que exijan grande precision no trabajar cuando el sol tenga mucha fuerza.

Por diversos experimentos se sabe que la relacion entre la refraccion terrestre y altura de nivel aparente es $c\,e = 0{,}16 \times h = \frac{D^2}{2\,r} \times 0{,}16.$

Así, la correccion qne deberá hacerse á la altura dada por la mira será

$$h - c\,e = \frac{D^2 - 0{,}16\,D^2}{2\,r} = \frac{0{,}84\,D^2}{2\,r}.$$

Llamándola h', y poniéndola bajo forma logarítmica, será

$$\log.\ h' = 2\ \log.\ D - 7{,}1806308.$$

498. Por medio de esta fórmula y la anterior de la diferencia del nivel, se ha construido la siguiente tabla, para cuya inteligencia supondrémos el ejemplo de dos puntos B y C, distantes de A, 1500^m y 840^m, respecto á los cuales ha marcado la mira

para C, la altura $h =$..................	2^m,2570	
$h - c\,e =$ última columna, dará........	0^m,0465	
diferencia $=$	2^m,2105	2^m,2105
para D, la altura $h =$..................	2^m,0920	
$h - c\,e =$ la misma 4.ª columna dá......	0^m,1484	
diferencia $=$	1,9436	1^m,9436
Verdadera diferencia de nivel entre C y B $=$		0^m,2669

TABLA de las diferencias del nivel aparente al verdadero, lo que baja el nivel á causa de la refraccion, y diferencia entre ambas cantidades.

Distancias en metros.	Diferencias de nivel aparente al verdadero.	Lo que baja el nivel á causa de la refraccion.	Diferencia entre las diferencias de nivel y la refraccion.	Distancias en metros.	Diferencias del nivel aparente al verdadero.	Lo que baja el nivel á causa de la refraccion.	Diferencia entre las diferencias de nivel y la refraccion.
m				m			
20	0,0000	0,0000	0,0000	1300	0,1327	0,0212	0,1115
40	0,0001	0,0000	0,0001	1320	0,1368	0,0219	0,1150
60	0,0003	0,0000	0,0002	1340	0,1410	0,0226	0,1185
80	0,0005	0,0001	0,0004	1360	0,1453	0,0232	0,1220
100	0,0008	0,0001	0,0007	1380	0,1496	0,0239	0,1256
120	0,0011	0,0002	0,0009	1400	0,1539	0,0246	0,1273
140	0,0015	0,0002	0,0013	1420	0,1584	0,0253	0,1330
160	0,0020	0,0003	0,0017	1440	0,1629	0,0261	0,1368
180	0,0025	0,0004	0,0021	1460	0,1674	0,0268	0,1406
200	0,0031	0,0005	0,0026	1480	0,1720	0,0275	0,1445
220	0,0038	0,0006	0,0032	1500	0,1767	0,0283	0,1484
240	0,0045	0,0007	0,0038	1520	0,1815	0,0290	0,1524
260	0,0053	0,0008	0,0045	1540	0,1863	0,0298	0,1565
280	0,0062	0,0010	0,0052	1560	0,1911	0,0306	0,1605
300	0,0071	0,0011	0,0059	1580	0,1961	0,0314	0,1647
320	0,0080	0,0013	0,0067	1600	0,2011	0,0322	0,1689
340	0,0091	0,0014	0,0076	1620	0,2061	0,0330	0,1731
360	0,0102	0,0016	0,0085	1640	0,2112	0,0338	0,1774
380	0,0113	0,0018	0,0095	1660	0,2164	0,0346	0,1818
400	0,0126	0,0020	0,0106	1680	0,2217	0,0355	0,1862
420	0,0138	0,0022	0,0116	1700	0,2278	0,0363	0,1907
440	0,0152	0,0024	0,0128	1720	0,2323	0,0372	0,1952
460	0,0166	0,0027	0,0140	1740	0,2370	0,0380	0,1997
480	0,0181	0,0029	0,0152	1760	0 2433	0,0389	0,2044
500	0,0196	0,0031	0,0165	1780	0,2488	0,0398	0,2090
520	0,0212	0,0034	0,0178	1800	0,2545	0,0407	0,2137
540	0,0229	0,0037	0,0192	1820	0,2602	0,0416	0,2185
560	0,0246	0,0039	0,0207	1840	0,2659	0,0425	0,2234
580	0 0264	0,0042	0,0222	1860	0,2717	0,0435	0,2282
600	0,0283	0,0045	6,0237	1880	0,2776	0,0444	0,2332
620	0,0302	0,0048	0,0254	1900	0,2835	0,0454	0,2382
640	0,0322	0,0051	0,0270	1920	0,2895	0,0463	0,2432
660	0,0342	0,0055	0,0287	1940	0,2956	0,0473	0,2483
680	0,0363	0,0058	0,0305	1960	0,3017	0,0483	0,2534
700	0,0385	0,0062	0,0323	1980	0,3079	0,0493	0,2586
720	0,0407	0,0065	0,0342	2000	0,3142	0,0503	0,2639
740	0,0430	0,0069	0,0361	2100	0,3464	0,0554	0,2909
760	0,0454	0,0073	0,0381	2200	0,3801	0,0608	0,3193
780	0,0478	0,0076	0,0401	2300	0,4155	0,0665	0,3490
800	0,0503	0,0080	0,0422	2400	0,4524	0,0724	0,3800
820	0,0528	0,0084	0,0444	2500	0,4909	0,0785	0,4123
840	0,0554	0,0089	0,0465	2600	0,5309	0,0849	0,4460
860	0,0581	0,0093	0,0488	2700	0,5725	0,0916	0,4809
880	0,0608	0,0097	0,0511	2800	0,6157	0,0985	0,5172
900	0,0636	0,0102	0,0534	2900	0,6605	0,1057	0,5548
920	0,0665	0,0106	0,0558	3000	0,7069	0,1131	0,5938
940	0,0694	0,0111	0,0583	3100	0.7548	0,1208	0,6340
960	0,0724	0,0116	0,0608	3200	0,8042	0,1267	0,6756
980	0,0754	0,0121	0,0634	3300	0,8553	0,1368	0,7184
1000	0,0785	0,0126	0,0660	3400	0,9079	0,1453	0,7626
1020	0,0817	0,0131	0,0686	3500	0,9621	0,1539	0,8082
1040	0,0849	0,0136	0,0714	3600	1,0179	0,1629	0,8550
1060	0,0882	1,0141	0,0741	3700	1,0752	0,1720	0,9032
1080	0,0916	0,0147	0,0769	3800	1,1341	0,1815	0,9527
1100	0,0950	0,0152	0,0798	3900	1,1946	0,1911	1.0035
1120	0,0985	0,0158	0,0828	4000	1,2566	0,2011	1,0556
1140	0,1021	0,0163	0.0857	4100	1,3202	0,2112	1,1090
1160	0,1057	0,0169	0,0888	4200	1,3854	0,2217	1,1638
1180	0,1094	0,0177	0,0919	4300	1,4522	0,2323	1,2198
1200	0,1131	0,0181	0,0950	4400	1,5205	0,2433	1,2772
1220	0,1169	0,0187	0,0982	4500	1,5904	0,2545	1,3360
1240	0,1208	0,0193	0,1014	4600	1,6619	0,2659	1,3960
1260	0,1247	6,0199	0,1047	4700	1,7349	0,2776	1,4573
1280	0,1287	0,0206	0,1081	4800	1,8098	0,2895	1,5200

Distancias en metros.	Diferencias del nivel aparente al verdadero.	Lo que baja el nivel á causa de la refraccion.	Diferencia entre las diferencias de nivel y la refraccion.	Distancias en metros.	Diferencias de nivel aparente al verdadero.	Lo que baja el nivel á causa de la refraccion.	Diferencia entre las diferencias de nivel y la refraccion.
m				m			
4900	1,8859	0,3017	1,5840	7500	4,4179	0,7069	3,7110
5000	1,9635	0,3142	1,6493	7600	4,5365	0,7258	3,8106
5100	2,0428	0,3268	1,7160	7700	4,6566	0,7451	3,9116
5200	2,1237	0,3398	1,7859	7800	4,7784	0,7645	4,0138
5300	2,2062	0,3530	1,8532	7900	4,9017	0,7843	4,1174
5400	2,2902	0,3664	1,9238	8000	5,0265	0,8042	4,2223
5500	2,3758	0,3801	1,9957	8100	5,1530	0,8245	4,3285
5600	2,4630	0,3941	2,0689	8200	5,2810	0,8450	4,4360
5700	2,5518	0,4083	2,1435	8300	5,4106	0,8657	4,5449
5800	2,6421	0,4227	2,2193	8400	5,5418	0,8867	4,6551
5900	2,7340	0,4374	2,2965	8500	5,6745	0,9079	4,7666
6000	2,8274	0,4524	2,3750	8600	5,8088	0,9294	4,8794
6100	2.9225	0,4676	2,4549	8700	5,9447	0,9511	4,9935
6200	3,0191	0.4830	2,5360	8800	6,0821	0,9731	5,1090
6300	3,1172	0,4988	2,6185	8900	6,2211	0,9954	5,2258
6400	3,2170	0,5147	2,7023	9000	6,3617	1,0179	5.3438
6500	3,3183	0,5309	2,7874	9100	6,5039	1,0406	5,4123
6600	3,4212	0,5474	2,8738	9200	6,6476	1,0636	5,5840
6700	3,5256	0,5641	2,9615	9300	6,7029	1,0869	5,7060
6800	3,6317	0,5811	3,0506	9400	6,9398	1,1104	5.8294
6900	0,7393	0,5983	3,1410	9500	7,0882	1,1341	5,9541
7000	3,8484	0,6157	3,2327	9600	7,2382	1,1581	6,0801
7100	3,9592	0,6335	3,3257	9700	7,3898	1,1824	6.2074
7200	4,0715	0,6514	3,4201	9800	7,5430	1.2060	6,3361
7300	4,1854	0,6697	3,5159	9900	7,6977	1.3316	6,4661
7400	4,3008	0,6881	3,6127	10000	7,8540	1,2566	6,5973

499. Escalas.

Por circular de S. E. el Ingeniero General de 21 de Agosto de 1846, aprobada por S. M. en real órden de 27 de Setiembre del propio año, se manda adoptar las escalas siguientes para todos los planos que se acompañen en los presupuestos, &. Ponemos con diferente carácter de letra la correspondencia de escalas en la nacion francesa y Cuerpo de Ingenieros de caminos, canales y puertos.

Fracciones ordinarias.	Fracciones decimales.	APLICACIONES PRINCIPALES EN EL CUERPO DE INGENIEROS.
$\frac{1}{5}$	$0^m,2$	Máquinas pequeñas, útiles, &.
$\frac{1}{10}$	$0^m,1$	Pormenores de construccion (como piezas de fierro &.) Máquinas de mediano tamaño, carruajes, pontones, herrerias, etc.
$\frac{1}{20}$	$0^m,05$	Pormenores de construccion, (como puertas, ventanas, &.) Grandes máquinas, detalles de armaduras, pilas de puentes, etc.
$\frac{1}{50}$	$0^m,02$	Pormenores de construccion, perfiles y planos muy detallados &. Revestimientos de campaña, diques, traveses, palizadas, barreras, puentes levadizos, preparativos de minas, presas, acueductos, etc.
$\frac{1}{100}$	$0^m,01$	Planos y perfiles de partes de edificios. Baterías, espaldones, porciones de líneas, reductos, paralelas, contraproches, zapas, pozos, descenso y bajada á los fosos, reductos de madera, blindages, ramales de mina, etc.

Fracciones ordinarias.	Fracciones decimales.	APLICACIONES PRINCIPALES EN EL CUERPO DE INGENIEROS.
1/200	0m,005	Planos y perfiles de edificios. Revestimientos de escarpa y contraescarpa de un semifrente, de una obra destacada y sus casamatas, traveses, comunicaciones, etc. Almacenes, cuerpos de guardia, casernas, castillos, edificios, etc. Defensas accesorias, como pozos de lobo, talas, fogatas, represas, etc.= Perfiles trasversales de caminos. Planos de los trasversales carreteros.
1/500	0m,002	Partes de un frente de fortificacion, como un baluarte, media luna, &. Planos y perfiles de un conjunto de edificios de un mismo establecimiento. Un frente de fortificacion sin obras adicionales, é indicacion del sistema de mamposteria, y defensa subterránea. Castrametacion de una compañía de zapadores, minadores, etc., con su parque respectivo=Planos de deslindes y apeo de tierras, y de caminos comunales de 500m.
1/1000	0,001	Un frente de fortificacion. Un frente de fortificacion con sus obras adicionales. Detalle del ataque de un frente desde la desembocadura de la última paralela hasta el fin del sitio, indicando los trabajos de defensa y ataque, disposiciones y movimientos de la artilleria y de las tropas amigas y enemigas, etc. = Castrametacion de un regimiento, de un escuadron, de un batallon etc.= Perfiles longitudinales de caminos trasversales y planos generales de los de 500m á 1000m.
1/2000	0,0005	Planos de una parte del recinto de una plaza. Planos directores de las plazas de guerra: del ataque de una plaza ó un puesto fortificado desde la tercera paralela hasta la conclusion del sitio= Perfiles longitudinales de caminos; planos de los comunales de 1000m á 2000m.
1/5000	0,0002	Planos de una plaza y sus inmediaciones. Planos del ataque de plazas, desde la abertura de la trinchera hasta la tercera paralela=proyectos de caminos y planos desde 2000m á 5000m.
1/10000	0,0001	Plano de una plaza y sus inmediaciones hasta una legua. Planos topográficos de una plaza con sus cercanías hasta 5 kilómetros. Cartas de las circunvalaciones y contravalaciones de los ataques y defensas de las líneas. Cartas detalladas de las líneas y canales defensivos, campos y posiciones atrincheradas, caminos militares, etc.= Plano de caminos generales.
1/20000	0,00005	Cartas de embestidura y operaciones de un ejército que sitia ó socorre una plaza, etc. Reconocimientos militares de fronteras y paises enemigos, etc. Castrametacion de un ejército.
1/50000	0,00002	Cartas de un número de plazas y sus dependencias como fuertes, líneas, canales defensivos, campos y posiciones atrincheradas; todo en relacion recíproca.
1/100000	0,00001	Carta de una parte de frontera que comprenda muchas plazas.
1/200000	0,000005	Carta de una gran parte de la frontera.
1/500000	0,000002	Idem. idem= triangulacion geodésica.
1/1000000	0,000001	Cartas de fronteras, líneas de plazas fuertes, líneas de marchas, operaciones y comunicaciones de los ejércitos.

CAPÍTULO II.

PRINCIPIOS DE MECÁNICA.

ARTÍCULO I.

Nociones.—Idea de las fuerzas, velocidad.—Movimientos.—Medida de las fuerzas.—Gravedad.—Masa.—Densidad.—Tabla de densidades.

500. **Nociones.— Cómo deben considerarse las fuerzas.**

La mecánica tiene por objeto el equilibrio y movimiento de los cuerpos; llamándose *racional* cuando solo se la considera teóricamente.

501. No existiendo en la naturaleza ningun cuerpo en quietud absoluta, se entenderá por *reposo* el estado ideal que precede al movimiento ó equilibrio de aquel en virtud de la fuerza ó fuerzas que le solicitan.

502. Se llaman, por tanto, *fuerzas*, las causas, cualesquiera que ellas sean, capaces de producir un movimiento, destruirle ó modificarle. En el primer caso las fuerzas son *activas ó impulsivas*, y en el segundo *pasivas ó repulsivas*.

503. Siendo desconocidas estas causas, solo pueden medirse las fuerzas por sus efectos, segun los cuales se comparan y combinan, deduciéndose con seguridad los resultados que produzcan, cualquiera que sea el modo ó medio con que se hallen enlazados los cuerpos sobre que actuan.

504. En toda fuerza deben considerarse dos cosas esenciales, su *direccion é intensidad*, expresándose la primera por la línea recta que seguiria un móvil en virtud de la fuerza á él aplicada; y siendo la segunda la *masa* del cuerpo multiplicada por el incremento de velocidad adquirida en cada instante y referido á la unidad de tiempo.

505. **Masa** de un cuerpo es la cantidad de materia que este contiene, ó partículas materiales de que se compone. Es proporcional á su peso; de modo que se tendrá siempre, siendo m la masa, P el peso y g la gravedad (constante para un mismo paralelo en alturas iguales sobre el nivel del mar, y variable solo con la latitud)

$$m = \frac{P}{g} \quad (a).$$

Si, pues, fuese la gravedad $g = 9^{m},8$, la unidad de masa seria la de un cuerpo que pesase $9^{k},8$; y se hallaria en una esfera de hierro cuyo rádio fuese $r = 0^{m},067$, siendo 7783^{k} el peso de un metro cúbico de este metal.

506. **Densidad** *es la masa de un cuerpo referida á la unidad de volúmen.*

En los cuerpos homogéneos la densidad es la masa contenida en la unidad de volúmen, siendo proporcional al peso de esta unidad ó peso específico del cuerpo.

Siendo Π el peso de la unidad de volúmen, D, la densidad ó número de unidades de masa que contiene este volúmen, m la masa y V el volúmen del cuerpo, se tiene

$$D = \frac{\Pi}{g}, \qquad m = D\,V. \quad (b)$$

Para el hierro, cuyo peso específico, ó el del decímetro cúbico es $\Pi = 7^{k},783$, la densidad es, $D = \frac{7,783}{9,8} = 0,794$ de la unidad de masa.

507. Si el cuerpo fuese *heterogéneo*, es decir, que su densidad variase de un punto á otro, representando por dm la masa del volúmen elemental $dx\,dy\,dz$, seria

$$D = \frac{dm}{dx\,dy\,dz}\ ;\ \text{y } m = \int^{s} D\,dx\,dy\,dz$$

cuyas integrales se tomarán para cada variable entre los límites correspondientes á la superficie del cuerpo.

508. Llámase tambien *densidad ó pesantez específica de un cuerpo* á la relacion de su peso con el que tenga un volúmen igual de agua á 4° centígrado, que es la temperatura por la que esta llega á su máxima condensacion. De donde se deduce que la densidad relativa de dos cuerpos es la relacion de su peso en igual volúmen. Así, cuando se dice que la platina pesa 22, el oro 19,3 la plata 10,4, &, especificamente, se entiende que volúmenes iguales de estos metales pesan 22, 19,3 10,4, & veces mas que el mismo de agua destilada que sirve de término de comparacion, y la platina, por ejemplo, $\frac{22}{19,3} = 1,15$ mas que el oro.

De la definicion anterior se deduce $P = DV$. Para otro cuerpo cuyo peso, densidad y volúmen sean $P'D'V'$, se tiene $P' = D'V'$; y comparando

$$\frac{P}{P'} = \frac{D}{D'} \times \frac{V}{V'}$$

Si los volúmenes son iguales los pesos están en razon de las densidades $\frac{P}{P} = \frac{D}{D'}$.

Y si en este caso tomamos á P' por unidad quedará $P = \frac{D}{D'}$; es decir, que el peso específico será la relacion de las densidades: y si en fin tomásemos á D' por la unidad de densidad, la ecuacion $P = D$ dice que el peso específico es igual á su densidad. Segun esto, si el peso de un volúmen $= 4^{d3},5$ de hierro forjado es $35^{k},0235$, la densidad ó peso específico será $D = \frac{P}{V} = \frac{35,0235}{4,5} = 7^{k},783$: para el mismo caso

$$P = DV = 7,783 \times 4,5 = 35^{k},0235;\ \text{y tambien}$$

$$V = \frac{P}{D} = \frac{35,0235}{7,783} = 4^{d3},5.$$

Estando el volúmen, como en estos ejemplos, en decímetros cúbicos expresará desde luego el peso del volúmen de agua desalojada, puesto que el de la unidad 1^{d3} pesa 1^{k}.

509. Para los gases y vapores se toma por unidad de densidad la del aire á 0° y bajo la presion $0^{m},76$ de mercurio.

Con relacion al agua la densidad del aire es, segun MM. Biot y Arago $= \frac{1}{770} = 0,00129954$: con relacion al mercurio es $\frac{1}{10361} = 0,000096$.

M. Regnault ha encontrado para un litro de aire á 0° y á la presion $0^{m},76$, $1^{g},293187$ de peso; un litro de agua á 4°, 1000^{g}; y 1 litro de mercurio á 0°, $13595^{g},93$. Tambien halló que la densidad del aire á 0.° con relacion al agua es 0,001293187, y con relacion al mercurio, 0,0000951.

Densidades ó pesos específicos de los diferentes cuerpos mas usuales ó conocidos, á 0° (*)

SÓLIDOS.

NOMBRES DE LOS CUERPOS.	PESO ESPECÍFICO. de	PESO ESPECÍFICO. á
Acero — batido, sin templar	7k82	7,840
batido y templado	7,812	7 820
sin batir, templado	»	7,816
sin batir ni templado	»	7,833
Alabastro — de Europa	»	1,874
Oriental	2,200	2,830
Alumbre	1,720	1,753
Amianto	1,356	1,785
Antimonio fundido	»	6,712
Antrácita	»	1,800
Arcilla	»	1,930
Arcilla y greda	1,656	1,756
Arcilla y toba	1,990	»
Arena — fina y seca	1,400	1,428
fina y húmeda (rio)	1,900	»
fósil y arcillosa (mina)	1,713	1,790
Arena cascajosa	1,731	1,856
Arena terrosa	1,700	»
Arsénico	»	8,308
Asbesto rigido	»	2,996
Asfalto	»	1,336
Asperon ó piedra arenisca	»	1,933
Asperon de empedrar (París)	»	2,416
Avena	»	0,478
Azabache	»	1,259
Azucar	»	1,606
Azufre nativo	»	2,033
Basalto	»	2,423
Baryta	4,282	4,630
Beril oriental	»	3,549
Bismuto	»	9,822
Borraj	»	1,720
Bromo	»	2,966
Cal — viva, recien sacada del horno	0,800	0,857
apagada, en pasta	1,328	1,428
carbonatada, cristalizada	»	2,718
fluatada. (Espato flua)	3,084	3,196
Carbon comun vegetal	»	0,250
Carbon hecho en retorta cerrada	»	0,150
Carbon de piedra compacto (Ulla)	»	1,329
Cantchuc (goma elástica)	0,920	0,940
Cebada	»	0,633
Centeno	»	0,740
Cera blanca	»	0,969
Cera amarilla	»	0,975
Cerveza	»	1,020
Cimento — de tierra cocida	1,171	1,228
de S. Sebastian ó Zumaya	»	1,600
de Portland	»	1,450
romano	»	1,300
Ciscon de gás (cocke)	»	0,340
Ciscon de horno	»	0,400
Cobalto	7,189	7,812
Cobre — en alambre	8,540	8,879
rojo fundido	8,783	8,788
amarillo (laton fundido)	»	8,395
Colza (simiente)	»	0,650
Corcho	»	0,240
Coral	»	2,68

NOMBRES DE LOS CUERPOS.	PESO ESPECÍFICO. de	PESO ESPECÍFICO. á
Cristal — comun	»	2k488
de roca, puro	2,683	2,650
inglés (flint glass)	3,329	3,373
francés	»	3,200
aleman (franenhofer	»	3,779
Cromo	»	5,900
Cuarzo arenáceo ó arenisca de construccion	1,928	2,070
Cuarzo jaspe	»	2,716
Cuarzo-piedra de moler-porosa	1,242	1,283
Cuarzo id. id. compacta	2.483	2,613
Cuarzo-resinoso, piedra de pez	2,042	2.656
Cuarzo-silex piromaco (pudinga)	2,370	2,927
Diamante, ligeramente colorido de rosa, los mas pesados	»	3,531
Diamante blanco, el mas ligero	»	5,501
Esmeralda	»	2,755
Espato pesado	4,426	4,450
Escorias de herrería	0,771	0,985
Escorias vidriosas	1,428	1,485
Escorias volcánicas	0,785	0,885
Equisto grosero	1,813	2,784
Esquisto-tegular (Pizarra)	2,742	2,856
Estaño — puro inglés, fundido	»	7,287
id. id. batido	»	7,300
de Malaca, batido	»	7,306
id. fundido	7,291	7,296
comun, fundido	»	7,515
Feldspato puro	»	2,564
Fósforo	»	1,770
Goma elástica (véase Cantchuc)		
Cranitelo	2,779	3,062
Granito estenita y Gneis — ordinario	2,356	2,956
gris	»	2,728
rojo (de Egipto)	»	2.654
Harina superior	»	1,055
Hielo-fundente	»	0,930
Hiero — fundido	7,202	7,207
forjado en barras	7,783	7,788
Huesos de buey	»	1,656
Hormigon (véase el cap.° 6.°)		
Jargon ó Zircon de Ceilan. (Piedra preciosa)	»	4,416
Ladrillos — los mas cocidos y densos de $10 \times 5 \times 2^{P} = 0^{m3},00122$ | 260^{k} el 100	»	2,200
los menos cocidos, id. id. de 195^{k} el 100	»	1,600
flotantes, compuestos de polvos volcánicos, $0,189 \times 0,119 \times 0,045 = 0^{m3},001$	»	0,440
ordinario de Borgoña, de $0^{m},226 \times 0^{m},108 \times 0,054 = 0^{m3},001318$	1.821	3,248
Lava del Vesubio	1,713	2,813
Lavas basaltos	2,756	3,036
Légamo, limo ó fango	»	1,642

(*) El peso de las maderas puede verse en las diferentes tablas del capítulo 6.°

NOMBRES DE LOS CUERPOS.		PESO ESPECÍFICO. de	á
Lodo		»	4,948
Mampostería ordinaria (cap.° 6.°)			
Manteca de vaca		»	0,942
Marfil		»	1,917
Marga		1,571	1,642
Marmol	blanco y negro	»	2,717
	verde	»	2,742
	de Paros	»	2,838
	de Carrara	»	2,717
Mezcla ó mostero de cal y	arena	1,856	2,142
	cimeto	1,656	1,713
	escoria de herrería	1,128	1,214
	escoria de vidrio	1,856	1,912
Mica		2,570	2,927
Molibdeno		»	8,611
Nikel fundido		»	8,279
Oro	de 833 milé.s fundido	»	15,709
	id. forjado	»	15,775
	de 917 milés.s, fundido	»	17,486
	id. forjado	»	17 589
	puro fundido	»	19,258
	puro forjado	»	19,362
Paladio		»	11,300
Perlas		»	2,750
Perlas orientales		»	2,684
Pez griega			
Piedra	calcárea	»	2,079
	de moler grano	»	2,484
	ollar	2,742	2,850
	de construccion (tierna)	1,142	1,713
	id. franca	1,700	1,800
	id. compacta	2,500	2,700
	pomez	0,560	0,928
	de yoso ordinario	»	2,468
	de yeso fino	»	2,264
Piedra creta ó tiza		1,200	1,280
		el 100	
Pizarra (véase esquisto)			
Pizarra cuadrada gruesa		47	
Pizarra cuadrada fina		38	
Pizarra cuadrada pequeña		23	
Plata	de 951 milé.s, fundida	»	10,1752
	id. forjada	»	10,377
	pura fundida	»	10,474
	pura forjada	»	10,511
Platino	batido	»	23,000
	laminado	»	22,67
	en alambre	»	21,042
	forjado	»	20,337
	purificado	»	19,500

NOMBRES DE LOS CUERPOS.		PESO ESPECÍFICO. de	á
Plomo fundido		11,346	11,352
Pólvora		»	0,858
Porcelana de China		»	2,385
Porcelana de Sevres		»	2,146
Pórfido, serpentina, ofila		2,700	2,800
Potasio		»	0,8651
Puzolana de Italia		1,157	1,230
id. de Vivarais		1,085	1,128
Rodio		»	11,000
Rubí oriental		»	4,283
Salvado ó afrecho		»	0,210
Sebo		»	0,942
Serpentina		»	2,80
Talco		»	6,118
Tejas ordinarias		»	2,000
		el 100	
Id. de 0m,342×0m,214×0m,0133		0,379	0,385
Id. de 0 ,298×0 ,244×0 ,0135		0,223	0,225
Id. de 0 ,244×0 ,162×0 ,014.		0,159	0,162
Terrasa de Holanda		1,071	1,085
Tierra (véase además, etc.° 6.° art. 3.°)	arcillosa	1,240	1,600
	comun vejetal	1,110	1,400
	id. mezclada con cascajo	»	1,910
	javonosa	»	1,580
	mezclada con grava	1.650	1,860
	gredosa	»	1,900
Teluro		»	6,118
Tobas volcánicas		1,200	1,400
Topacio oriental		»	4.011
Topacio de Sajonia		»	3,564
Trapp (piedra de toque.)		»	2,700
Tungsteno		»	17,00
Turba seca		»	0.514
Turba húmeda		»	0,785
Turmalina verde		»	3,156
Ulla (véase carbon)		»	
Urano		»	8,100
Vidrio	de botellas	»	2,733
	de vidrieras	»	2,643
	de Sta. Gobain	»	2,488
Yeso	seco	»	1,400
	cocido	»	1,200
	tamizado	»	1,242
	recien amasado	»	1,571
Yeso medido con un litro		»	0,960
Zafiro de Brasil		»	3,131
Zafiro oriental		»	3,994
Zinc fundido		6,861	7,138

LÍQUIDOS.

		PESO ESPECÍFICO.
Aceite	de almendras dulces	0k,957
	de adormideras	0,9288
	de ballena	0,9233
	de simiente de nabo	0,9193
	de fabuco	0,9170
	de linaza	0,9403
	de nueces	0,9227
	de aceituna	0,9158
	de trementina	0,8697

		PESO ESPECÍFICO.
Acido	acetoso	1,5500
	azótico	1,2175
	clorhídrico	1,2470
	clorhídrico diluido ó ácido muriático	1,1940
	nítrico	1,5000
	id. diluido (agua fuerte) con 10 % de acido	1,0540
	— 50 % id.	1,295

	PESO ESPECÍFICO.		PESO ESPECÍFICO.
Acido... nitroso	1,550	Eter... acético	0,8664
sulfúrico	1,848	clorhídrico	0,8749
id. diluido (vitriolo)		muriático	0,8740
con 10 % de ácido	1,0660	nítrico	0,9088
— 50 % id	1,3870	sulfúrico	0,7120
Agua... de lluvia, destilada	1,000	Leche... de burra	1,0355
del mar	1,0263	— cabra	1,0341
del mar muerto	1,2403	— mujer	1,0203
de pozo	1,014	— oveja	1,0409
Agua necesaria para amasar 1m³ yeso	330k	— vaca	1,0324
Aguardiente de 18°	0,9477	— yegua	1,0346
de 19°	0,9416	Mercurio	13,5980
de 22°	0,9236	— segun Regnault	13,596
Alcohol puro	0,7920	Miel	1,450
Alcohol ordinario ó espíritu de vino	0,8370	Vinagre	1,019
id. de 33°	0,8632	Vino... de Borgoña	0,9915
id. de 36°	0,848	— Burdeos	0,9939
Bitumen líquido (napta)	0,8475	— Champaña	0,962
Esencia.. de canela	1,0439	— Madera	1,030
—clavo	1,0363	— Málaga	1,022
—espliego	0,8938	— Oporto	0,997
—menta	0,8510	— Rhin	0,999
—trementina	0,8697	— Valdepeñas	0,995
Espíritu de vino (véase alcohol)		— Jerez	0,964

Densidades de algunos gases á 0° y bajo la presion 0m,76, siendo la del aire 1.

NOMBRES DE LOS CUERPOS.	Densidades.	NOMBRES DL LOS CUERPOS	Densidades.
Aire	1,0000	Gas fluesilícico	3,5735
Acido carbónico	1,524	Gas hidrógeno	4,443
Acido fluobórico	2,371	Hidrógeno	0688
Acido hidroclórico	1,2474	Hidrógeno arsenicado	2,695
Acido hidrosulfúrico	1,1912	Hidrógeno bicarbonado	9780
Acido sulfúrico	2,234	Hidrógeno carbonado de ciénagas y huertas	555
Amoniaco	5967	Hidrógeno fosforado	1,761
Azoe	972	Hidrógeno protofosforado	1,214
Cianógeno	1,806	Oxido de Cloro	2,315
Cloro	2,470	Oxigeno	1,1057
Deutóxido de azoe	1,0388	Oxido de carbono	957
Gas clorocarbónico	3,399	Protóxido de azoe	1,520
Gas clorobórico	3,420		

Densidades de algunos gases, bajo los mismos principios, segun experimentos de M. Regnault.

	Peso del litro de gas.			Peso del litro de gas.	
	gramos.			gramos.	
Aire	1,293187	1,000	Hidrógeno	0,089578	0,06926
Acido carbónico	1,97744	1,52901	Oxigeno	1,429802	1,10563
Azoe	1,256167	0,97137			

Densidades calculadas de algunos vapores á 0° y á la presion 0m,76.

Vapor de cloruro de estaño	9,200	Vapor de fósforo	4,355
— de iodo	8,716	— hidro-bicarbonato de cloro	3,443
— de percloruro de titano	6,856	— nitroso	3,180
— de mercurio	6,976	— de hidrógeno arsenicado	2,695
— de protocloruro de arsénico	6,301	— de sulfuro de carbono	2,645
— de cloruro de silicio	5,939	— de éter sulfúrico	2,586
— de éter hidriódico	5,475	— ácido fluobórico	2,312
— de alcanfor ordinario	5,468	— éter hidroclórico	2,219
— de éter benzóico	5,409	— ácido clorociánico	2,1227
— de éter oxálico	5,087	— de alcohol absoluto	1,6133
— de esencia de trementina	5,013	— ácido hidrociánico	0,9476
— de protocloruro de fósforo	4,875	— de agua	6235
— de Naphtalina	4,528	— de carbono	4220

510. Pesanted ó gravedad.

Es la propiedad que, en virtud de la atraccion terrestre, tienen todos los cuerpos de dirigirse al centro del globo. Su intensidad crece proporcionalmente al cuadrado del seno de la latitud, desde el ecuador en que se tiene la menor, hasta el polo en que se tiene la mayor. Disminuye en razon inversa del cuadrado de los distancias.

Para hallar su valor en cualquiera punto, prescindiendo de la disminucion que en ella produce la fuerza centrífuga, se puede hacer uso de la fórmula

$$g = g' \,(1 - 0{,}002837 \cos. 2\,\mathrm{L}) \left(1 - \frac{2h}{r}\right) \qquad (a)$$

en la que g' en la gravedad á 45° y L, h y r, la latitud, altura sobre el mar ó altitud, y el rádio medio terrestre correspondiente á la localidad: el cual se hallará siempre por la fórmula (pág. 2)

$$r = 6366407^{m}\,(1 + 0{,}00164 \cos. 2\,\mathrm{L}) \qquad (a')$$

Habiendo determinado g por numerosos experimentos á la latitud 48° 50′ 15″, se pudo deducir el valor de g' y fué $g' = 9^{m},80512$, convirtiéndose, por tanto la fórmula anterior (a) en la

$$g = (9^{m},80512 - 0{,}027817 \cos. 2\,\mathrm{L}) \left(1 - \frac{2h}{r}\right)$$

Al nivel del mar es $h = o$, y

$$g = 9^{m},80512 - 0{,}027817 \cos. 2\,\mathrm{L}$$

En el ecuador $\mathrm{L} = o$ « $\cos. 2\mathrm{L} = 1$ » y $g = 9^{m},7773$

En el polo $\mathrm{L} = \frac{1}{2}\pi$ « $\cos. \pi = -1$ » y $g = 9^{m},83294$

En Madrid, cuya latitud es 40° 25′ y $h = 677^{m}$ la altitud, es (fórmula a'),

$$r = 6368070^{m}, \qquad 1 - \frac{2h}{r} = 0{,}999787$$

y $\quad g = 9{,}7995 \times 0{,}999787 = 9^{m},797$ ó $9^{m},8$ próximos.

En puntos que como la isla de Tarifa y cabo de Barés (Galicia) se hallan en los paralelos extremos de España, se tiene

A los 36° ó hácia Tarifa, $r = 6369633$, y al nivel del mar, $g = 9^{m},7965$.

A los 43° 46′ 40″ (C. de Barés), $r = 6366852$, y al nivel del mar $g = 9^{m},80393$

El término medio para el centro de España es

$$g = 9^{m}8,$$

511. Teniendo en cuenta la pérdida por la fuerza centrífuga, resulta, como se verá mas adelante,

En el ecuador, $\quad g = 9^{m},743$

En Madrid, á la altitud 677^{m}, $\quad g = 9^{m},775$

En Tarifa al nivel del mar, $g = 9,775$
En el Norte de Galicia, id. $g = 9,776$

512. **Velocidad** es el espacio recorrido con movimiento uniforme por el móvil en la unidad de tiempo. Para determinarla, supuesto el cuerpo en movimiento, al cabo de cierto tiempo t habrá corrido un espacio e, y en el instante siguiente dt el espacio de. Refiriendo este espacio á la unidad de tiempo, y llamando v la velocidad, se tendrá la proporcion

$$dt:1::de:v = \frac{de}{dt}$$

Es, pues, la velocidad el primer coeficiente diferencial del espacio en funcion del tiempo: y se llama *velocidad inicial* en el primer instante de aplicacion de la fuerza impulsiva.

513. **Representacion de una fuerza.** Siendo F y F′ dos fuerzas impulsivas cualesquiera que en el tiempo t hicieran recorrer á dos móviles los espacios e y e' con las velocidades vv', se tendría $\frac{F}{F'} = \frac{vt}{v't} = \frac{v}{v'}$. Y tomando F′ y v' por las unidades de fuerza y espacio para medir las demás, sería $F = v$; es decir, que una fuerza puede representarse por su velocidad ó el espacio recorrido en la unidad de tiempo.

514. **Fuerza motriz, cantidad de movimiento.**

Se ha dicho que *intensidad* de una fuerza es la masa m multiplicada por el incremento de velocidad adquirido en cada instante. Siendo g este incremento se tiene

$$P = mg$$

Multiplicando ahora esta intensidad P ó mg, ó en general, la fuerza F por el tiempo t de su duracion, será Ft la fuerza motriz ó impulsiva.

La expresion mv, ó el producto de la masa por la velocidad que posee, se llama *cantidad de movimiento* impresa en la unidad de tiempo.

515. **Naturaleza de las fuerzas.**

Existen, á mas de la gravedad, otras diversas fuerzas nacidas de la accion muscular de cuerpos animados, de la caida ó esfuerzo de las corrientes, del impulso del viento, de la elasticidad de los cuerpos sólidos y de la espansion de los gases y vapores. Todas ellas se ejercen sobre las superficies por medio de presiones; entendiéndose por esto la medida que en cada caso particular den los pesos relativos ó equivalentes de la fuerza ó fuerzas que se consideren como orígen del movimiento.

516. **Medida de las fuerzas.**

Adoptando por unidades de tiempo, longitud y peso, el segundo, el metro y el kilógramo, la unidad de fuerza vendrá á ser la que se verifique sobre una superficie fija, por causa de una presion equivalente á un kilógramo; ó la que, aplicada á un cuerpo que tenga uno de masa, le imprima en cada segundo la velocidad de un *metro*; ó en fin, la que ejerza la gravedad sobre un cuerpo de un kilógramo de peso cayendo libremente.

517. **Presion atmosférica.**

Cuando las fuerzas son proporcionales á las superficies sobre que actuan, que es lo mas general, se toma el peso de la atmósfera por unidad de medida: llamándose entonces esta fuerza ó presion simplemente *una atmósfera*. Siendo 32 $\frac{2}{3}$ pulgadas españolas ó $0^m,76$ la altura del mercurio en el barómetro, el peso de esta columna será el correspondiente á 76 centímetros cúbicos, si la base del ba-

rómetro fuese de 1^{c2}; y como la densidad de este cuerpo á 0° es 13,598 (tabla anterior) y el volúmen por la densidad es el peso que se busca (núm. 508) resulta que $76\times 13,598 = 1033,3 = 1^k,0333$ será la presion atmosférica sobre un centímetro cuadrado, ó bien 10333^k sobre 1^m cuadrado, y $0^k,81$ sobre un centímetro circular.

518. **Presion de gases y vapores** (véase el capítulo 5.°)

Se halla por medio del *manómetro* (que es un tubo recurvo con agua ó mercurio, segun que la presion sea débil ó fuerte; el cual tiene un brazo abierto y otro dentro del depósito de gas.) Sea P la presion del gas y p la atmosférica, que ya sabemos es igual á $1^k,0333$: sea h la columna en centímetros del líquido que mide la presion P, y se tiene

$$P = 1^k,0333 + 0,1\, h \text{ si el líquido es el agua,}$$
$$P = 1^k,0333 + 1^k,3598\, h \text{ si el líquido es el mercurio.}$$

Si fuese $h = 0^m,6$, se tendria $P = 1^k,1149$ por centímetro cuadrado.

519. **Movimiento uniforme.** Supuesto un cuerpo solicitado por una fuerza impulsiva, y llamando v la velocidad en cada uno de los instantes recorridos en la unidad de tiempo, al fin del tiempo t el espacio andado e seria

$$e = v\, t$$

ó bien $$e = \frac{de}{dt}\, t$$

520. **Movimiento uniformemente variado** es la acumulacion sucesiva de movimientos uniformes, ó bien el que engendraria en un móvil una fuerza impulsiva que, acompañándole constantemente, se reprodujese por iguales intérvalos de tiempo. La expresion del espacio recorrido E en el tiempo t por efecto de estos impulsos iguales sucesivos es,

$$E = \Sigma\,(g\, t)$$

siendo g el incremento de velocidad en la unidad de tiempo, y expresando el signo Σ suma de términos de igual forma, y sujetos en su composicion á una misma ley, que aquí sería la de una progresion aritmética cuya razon es $d\,t$. Pero como esta progresion es de un número infinito de términos por causa del elemento $d\,t$, aquella ecuacion equivaldrá á la

$$E = \int (g\, t\, d\, t) = \tfrac{1}{2}\, g\, t^2$$

en la que no se pone constante por ser nula cuando E y t son cero.

Esta ecuacion dice que, *en esta clase de movimiento, los espacios rectilíneos son proporcionales á los cuadrados de los tiempos.* Despejando de ella g resulta

$$g = \frac{2\,E}{t^2}$$

y si las diferenciásemos dos veces, $g = \dfrac{d^2\,E}{d\,t^2}$; es decir, que la fuerza variatriz representada por g, como el incremento de velocidad, es el segundo coeficiente diferencial del espacio en funcion del tiempo.

521. Si además de la fuerza variatriz que hemos considerado acompañar constantemente al móvil, hubiera existido otra F que en el primer instante del movimiento le hubiese hecho recorrer con movimiento uniforme el espacio $a\,t$ en el mismo tiempo t, el espacio E se representaria por la suma $a\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2$ de la accion simultánea de ambas fuerzas; teniendo $E = a\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2$. El movimiento, en este caso, es *acelerado*, *como lo seria retardado* si la fuerza $a\,t$ obrase en sentido contrario; en cuyo caso $E = a\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2$. Las fuerzas que, por consigiente, resultan son *aceleratrices ó retardatrices.*

La velocidad en un momento cualquiera es el término medio de las velocidades en dos instantes equidistantes del primero.

Poniendo las velocidades por los espacios recorridos, se tiene

$$v = v' + \frac{F}{m} t, \text{ y de aquí}$$

$$F t = m v - m v'$$

lo que hace ver que la fuerza impulsiva es siempre igual á la diferencia de las cantidades de movimiento al principio y fin del tiempo; ó lo que es lo mismo que el impulso es siempre igual á la ganancia ó pérdida de la cantidad de movimiento.

522. Movimiento variado general.

Los movimientos acabados de explicar no tienen lugar jamás, no obstante que la mecánica los considera para servirse de ellos en el cálculo de los realmente existentes. En la naturaleza no hay mas movimiento que el *variado general*: que es el que tiene lugar cuando, además del impulso de una fuerza inicial, que no vuelve á aparecer, el incremento g se reproduce contínuamente con intensidad y direccion variables. El móvil describirá en este caso una línea curva; y si al fin del tiempo t cesa la fuerza motriz g, seguirá aquel segun una recta con movimiento uniforme y fuerza igual á la suma de todas las que hasta entonces le han solicitado, recibiendo así esta suma el nombre de *fuerza acumulada ó velocidad adquirida*. Su expresion, siendo s el espacio recorrido, será

$$V = \frac{d s}{d t}.$$

En esta ecuacion, será V funcion del tiempo t variando con él, y nos dará, cuando $t = 0$, el valor de la fuerza inicial al principio del movimiento.

Si el incremento variable g se hace constante al fin del tiempo t, el movimiento seguirá uniformemente variado, y la fuerza que le determina será igual á la que tuvo lugar en el otro movimiento al fin del tiempo t. Para encontrarla se tendrá presente que los espacios han de ser proporcionales á los cuadrados de los tiempos: y verificándose esta condicion en los incrementos ideales de segundo órden del espacio curvo s, será $g = \frac{d^2 s}{d t^2}$, expresando ahora g la fuerza variatriz en el movimiento variado general: fuerza que, alterando sin cesar la velocidad inicial, modificando su intensidad y direccion, por causa de los contínuos é infinitamente pequeños esfuerzos variados sobre el móvil, hace que el camino descrito por este, sea, como hemos dicho, una línea curva. Tal es el efecto del movimiento de una bomba al describir su trayectoria. La fuerza desarrollada por la expansion de la pólvora determina la velocidad inicial que la gravedad y la resistencia del aire modifican segun aquella curva.

ARTICULO II.

Condiciones de equilibrio.—Composicion y descomposicion de fuerzas. Momentos.—Centros de gravedad, etc.

523. **Condiciones de equilibrio de dos ó varias fuerzas sobre un plano perpendicular á un eje.—Sobre varios planos paralelos.—Al rededor de uno y varios ejes.—Movimiento de rotacion y traslacion.**

Las fuerzas que se equilibran pueden suponerse constantes, y para medirlas y compararlas deben ser de una misma especie, que es lo que constituye su carácter de homogeneidad. En todas deben considerarse tres cosas principales: primera su intensidad; segunda su direccion; y tercera su punto de aplicacion. Eligiendo una de ellas para unidad de medida, y la línea recta para la direccion tendrémos la homogeneidad en los dos primeros casos. Para la correspondiente al punto de aplicacion, debe procurarse que todas ellas formen ángulo igual con su direccion y la línea que de un punto de ella vaya al orígen del movimiento en el sistema. Este ángulo es siempre recto.

524. Esto supuesto, dos fuerzas iguales y contrarias, que existiendo en un mismo plano tiendan á moverse al rededor de un eje fijo, establecerán como condicion general de equilibrio la igualdad

$$\mathrm{P}p = \mathrm{Q}q, \text{ ó } \mathrm{P}p - \mathrm{Q}q = 0$$

siendo p y q las perpendiculares del orígen á la direccion de las fuerzas, ó los rádios de los círculos que sigue el punto de aplicacion.

525. Si fuesen muchas las fuerzas que hubiesen de contrarestarse, obrando en uno ó muchos planos paralelos é invariablemente unidos; debiendo existir la condicion anterior para cada una de ellas y su contraria, la correspondiente á todas á la vez será

$$\Sigma(\mathrm{P}p) - \Sigma(\mathrm{Q}q) = 0, \text{ ó solo } \Sigma(\mathrm{P}p) = 0$$

debiendo tomarse los términos análogos á P p con el signo correspondiente á su direccion.

Pero si además de actuar sobre uno ó varios planos estas fuerzas, supusiéramos cambiaba de posicion el eje, cualquiera que ella fuese ó convirtiéndose entónces los rádios ó perpendiculares p, p', p'' &, en $p +$ sen. α, $p' + a$ sen. α' & (siendo a la distancia entre ambos ejes, y α, α' &, los ángulos de esta con las direcciones de las fuerzas) la ecuacion anterior se convertirá en

$$\Sigma(\mathrm{P}(p + a \operatorname{sen.} \alpha)) = 0, \text{ ó } \Sigma(\mathrm{P}p + a(\mathrm{P} \operatorname{sen.} \alpha)) = 0;$$

para cuya verificacion serian menester las condiciones

$$\Sigma(\mathrm{P}(p) = 0; \quad \Sigma(\mathrm{P} \operatorname{sen.} \alpha) = 0.$$

526. Si esto hecho se trasladase el 2.° eje á cualquiera otra parte, y se llamase β el ángulo que formase a, ó la union de los dos 1.os con la del 1.° y 3.° P sen. α seria ahora P sen. $(\alpha+\beta)$; P$'$ sen. α',.. P$'$ sen. $(\alpha'+\beta')$, &; y desarrollando estos términos, y sacando los factores sen. β y cos. β fuera de los dos paréntesis, resultaria que para poderse cumplir aquella condicion serian menester las dos ecuaciones

$$\Sigma(\mathrm{P} \operatorname{sen.} \alpha) = 0, \quad \Sigma(\mathrm{P} \cos. \alpha) = 0$$

y por consiguiente, puesto que estas se verificaban independientemente del ángulo β, las tres condiciones

$$\Sigma (\mathrm{P}\,p) = 0, \quad \Sigma (\mathrm{P\ sen.}\ \alpha) = 0, \quad \Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \alpha) = 0$$

serian las correspondientes de equilibrio de todas las fuerzas que se quisieran al rededor de todos los ejes imaginables, pero en sentido de un plano perpendicular á ellos.

Lo dicho corresponde al movimiento de *rotacion*; para el de *traslacion* se supone el eje al infinito, y entonces basta con las dos condiciones

$$\Sigma (\mathrm{P\ sen.}\ \alpha) = 0, \quad \Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \alpha) = 0.$$

527. **Caso de hallarse las fuerzas fuera de los planos perpendiculares al eje del sistema.**

Cuando las fuerzas que se consideran se hallan fuera del plano ó planos perpendiculares al eje del sistema, se aprecian aquellas por sus proyecciones sobre estos planos, y es claro que llamando $\gamma, \gamma', \gamma''$, &, los ángulos formados por los diferentes planos de las fuerzas con el de proyeccion, tendrán aquellas por expresion, estimadas en este plano, $\mathrm{P\ cos.}\ \gamma$, $\mathrm{P'\ cos.}\ \gamma'$, &. Así, pues, para un sistema de fuerzas cualesquiera que hayan de actuar sobre planos paralelos, atravesados por un eje que les sea perpendicular, se podrán escribir las condiciones

$$\Sigma (\mathrm{P}\,p\ \mathrm{cos.}\ \gamma) = 0, \quad \Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \gamma\ \mathrm{sen.}\ \varphi) = 0, \quad \Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \gamma\ \mathrm{cos.}\ \varphi) = 0;$$

en las cuales φ es el ángulo que forman las proyecciones de las fuerzas con una recta arbitraria y fija en uno de los planos paralelos.

528. **Equilibrio en general de cualquiera manera que se consideren las fuerzas.**

Con lo expuesto pueden hallarse ya las condiciones necesarias para el equilibrio de un número indeterminado de fuerzas que obren de cualquier modo en el espacio, y en el sentido de todos los planos imaginables, ó bien al rededor de todos los ejes que se quieran.

Para esto se elegirán tres planos rectangulares, al rededor de cada uno de los cuales pueda existir el equilibrio; y tomando sus intersecciones X, Y, Z, por líneas arbitrarias para contar en ellas los ángulos $\varphi, \varphi', \varphi''$ &, se verificarán las condiciones

Para el plano X Y.	Para el plano X Z.	Para el plano Y Z.
$\Sigma (\mathrm{P}\,p\ \mathrm{cos.}\ \gamma) = 0$	$\Sigma (\mathrm{P}\,p'\ \mathrm{cos.}\ \gamma') = 0$	$\Sigma (\mathrm{P}\,p''\ \mathrm{cos.}\ \gamma'') = 0$
$\Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \gamma\ \mathrm{sen.}\ \varphi) = 0$	$\Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \gamma'\ \mathrm{sen.}\ \varphi') = 0$	$\Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \gamma''\ \mathrm{sen.}\ \varphi'') = 0$
$\Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \gamma\ \mathrm{cos.}\ \varphi) = 0$	$\Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \gamma'\ \mathrm{cos.}\ \varphi') = 0$	$\Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \gamma''\ \mathrm{cos.}\ \varphi'') = 0$

Ahora bien, llamando α, β, δ los ángulos que la direccion de la fuerza P forma con los ejes X, Y, Z, y α', β', δ', los que forma con los mismos la direccion de P′ &, y observando que, segun la geometría analítica, se tiene

$$\begin{array}{ll} \mathrm{cos.}\ \gamma\ \mathrm{sen.}\ \varphi = \mathrm{cos.}\ \delta, & \mathrm{cos.}\ \gamma\ \mathrm{cos.}\ \varphi = \mathrm{cos.}\ \alpha \\ \mathrm{cos.}\ \gamma'\ \mathrm{sen.}\ \varphi' = \mathrm{cos.}\ \alpha, & \mathrm{cos.}\ \gamma\ \mathrm{cos.}\ \varphi' = \mathrm{cos.}\ \beta \\ \mathrm{cos.}\ \gamma''\ \mathrm{sen.}\ \varphi'' = \mathrm{cos.}\ \beta, & \mathrm{cos.}\ \gamma''\ \mathrm{cos.}\ \varphi'' = \mathrm{cos.}\ \delta \end{array}$$

las expresiones anteriores se reducirán á las seis condiciones generales

$$\begin{array}{ll} \Sigma (\mathrm{P}\,p\ \mathrm{cos.}\ \gamma) = 0 & \Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \alpha) = 0 \\ \Sigma (\mathrm{P}\,p'\ \mathrm{cos.}\ \gamma') = 0 & \Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \beta) = 0 \\ \Sigma (\mathrm{P}\,p''\ \mathrm{cos.}\ \gamma'') = 0 & \Sigma (\mathrm{P\ cos.}\ \delta) = 0 \end{array}$$

Y como demostrado el equilibrio, segun estos tres planos, puede verificarse idénticamente para un cuarto, puesto que, si la accion de una fuerza es nula estimada en sentido de tres planos rectangulares, tambien lo será en el de cualquiera otro plano, sucediendo lo mismo á la accion de varias fuerzas, se deduce

que las condiciones anteriores corresponden á cualesquiera fuerzas que operen al rededor de todos los ejes imaginables.

529. Fuerzas paralelas.

Si las fuerzas que se consideran fuesen paralelas entre sí, las expresiones cos. α, cos. β, cos. δ, serian constantes para todas ellas; y las tres últimas condiciones anteriores se podrán escribir así

$$\cos.\alpha, \Sigma(P)=0, \quad \cos.\beta\,\Sigma(p)=0, \quad \cos.\delta\,\Sigma(P)=0, \qquad (k).$$

530. Composicion y descomposicion de fuerzas.

Caso general.—Se dice que un sistema de fuerzas se *compone* cuando se le reemplaza por otro de menor número de ellas: y que se *descompone* cuando, al contrario, las nuevas fuerzas equivalentes sean en mayor número que las primeramente consideradas. En el primer caso las fuerzas reemplazadas se llaman *resultantes*, ya sean una, dos, tres, &; y en el segundo á las correspondientes equívalentes se les dá el nombre de *componentes*.

Para resolver el problema en ambos casos de un modo general, no hay mas que considerar varias fuerzas R, R′, R″ &, cuya simultánea accion sea igual y directamente opuesta á la de las P, P′, P″ &. Se podrán escribir desde luego los sistemas

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma(R\,r\cos.\gamma_2)-\Sigma(P p\cos.\gamma)=0\\ \Sigma(R\,r'\cos.\gamma_2')-\Sigma(P p_{,}\cos.\gamma')=0\\ \Sigma(R r''\cos.\gamma_2'')-\Sigma(P p_{,,}\cos.\gamma'')=0\end{array}\right\}(a) \qquad \left.\begin{array}{l}\Sigma(R\cos.\alpha_2)-\Sigma(P\cos.\alpha)=0\\ \Sigma(R\cos.\beta_2)-\Sigma(P\cos.\beta)=0\\ \Sigma(R\cos.\delta_2)-\Sigma(P\cos.\delta)=0\end{array}\right\}(b)$$

que resolverán los casos de composicion y descomposicion que puedan ocurrir; para lo cual se planteará el problema como uno de equilibrio entre ambos sistemas de fuerzas, componentes y resultantes, tomando uno con signo contrario al otro.

531. Aplicacion á dos fuerzas paralelas.

Para aplicar estas fórmulas á casos particulares se tomarán en las (b), con las condiciones necesarias, tantos términos como fuerzas y resultantes haya. Se elevarán al cuadrado, se sumarán y despejará la resultante, teniendo así su valor ó intensidad. Para determinar su posicion ó direccion se acudirá á las ecuaciones (a).

Supongamos que se desea *encontrar la resultante* R *de dos fuerzas paralelas* P, P′.

Condicion. { Eligiendo por plano de las fuerzas uno de los rectangulares X Z ó Y Z,

será $\alpha=\alpha'$, $\delta=\delta'$, $\beta=\beta'=\frac{1}{2}\pi$; con lo que se deducirá de las (k) ó directamente de las (b)

$$R\cos.\alpha_2=\cos.\alpha\,(P+P'); \quad R\cos.\delta'_2=\cos.\delta\,(P+P').$$

Elevándolas al cuadrado y sumándolas se tiene

$$R^2(\cos.^2\alpha_2+\cos.^2\delta_2)=(\cos.^2\alpha+\cos.^2\delta)(P+P')^2.$$

Y como, segun la geometría analítica, la suma de los cosenos cuadrados de los ángulos que una recta forma con los ejes coordenados es igual á la unidad, se tiene $R=P+P'$, y por consiguiente $\cos.\alpha=\cos.\alpha_2$ $\cos.\delta=\cos.\delta_2$; que nos dice ser *la resultante* R *igual á la suma de las componentes, paralela á ellas, y que se halla en el mismo plano.*

Por todo esto resulta $\gamma_2=\gamma$; $\gamma'_2=\gamma'$; $p_{,}=0$, $p_{,,}=0$; con lo que las ecuaciones, (a) se reducirán á la

$$R r=P p+P' p'$$

que dá la posicion de la resultante con el valor de r. Tomando un punto de la direccion de P para contar las distancias r, p, p', será $p=0$,

y $$r=\frac{P'}{R}p'=\frac{P'}{P+P'}p'.$$

y por consiguiente r será una cuarta proporcional á P', p' y $P+P'$. Si alguna de las fuerzas P ó P′ fuese negativa, es decir, si actuasen en sentido contrario, la resultante R seria igual á su diferencia y obraria en el sentido de la mayor.

En consecuencia de esto, la resultante de varias fuerzas paralelas es igual á la suma algebráica de todas ellas.

532. **Resultante de tres fuerzas que concurren en un punto.**

Si nos propusiéramos hallar la resultante de tres fuerzas P, P′, P″, que concurren en un punto, eligiendo este mismo punto para orígen de los planos, desde donde se cuenten las perpendiculares p, p', p''; siendo estas por tanto, iguales á cero, lo serán tambien las ecuaciones (a), reduciéndose las (b) á las

$$R \cos. \alpha_2 = P \cos. \alpha + P' \cos. \alpha' + P'' \cos. \alpha''$$
$$R \cos. \beta_2 = P \cos. \beta + P' \cos. \beta' + P'' \cos. \beta''$$
$$R \cos. \delta_2 = P \cos. \delta + P' \cos. \delta' + P'' \cos. \delta''$$

Elevando al cuadrado, sumando, y observando que

$$\cos.^2\alpha_2 + \cos.^2\beta_2 + \cos.^2\delta_2 = \frac{1+a^2+b^2}{(\sqrt{1+a^2+b^2})^2} = 1,$$ resulta

$$R = \sqrt{(P^2 + P'^2 + P''^2 + 2PP' \cos. \widehat{PP'} + 2PP'' \cos. \widehat{PP''} + 2P'P'' \cos. \widehat{P'P''})}$$

que dice ser la resultante R igual en direccion é intensidad á la diagonal del paralelepípedo P P′ P″, que es el conocido con el nombre de *paralelepípedo de las fuerzas*. Si estas fuesen perpendiculares entre sí, $R=\sqrt{P^2+P'^2+P''^2}$.

533. Si fuesen dos las fuerzas que concurren en un punto, la resultante seria $R=\sqrt{P^2+P'^2+2PP'\cos.\widehat{PP'}}$, que es la diagonal del paralelógramo formado con las componentes, conocido con el nombre de *paralelógramo de las fuerzas*.

534. **Resultante de varias fuerzas en un plano concurriendo todas en un punto.**

Fundados en este principio, si tuviésemos varias fuerzas que, hallándose en un mismo plano, concurriesen en un punto, su resultante seria la diagonal del último paralelógramo formado por las diferentes componentes. Por manera que
Fig. 88. si estas fuesen (*fig.* 88) O P, O P′, O P″ &, O R seria la resultante entre las dos primeras fuerzas; O R′ la correspondiente entre aquella considerada como componente, y la siguiente P″: O R″ seria la tercera resultante, y por fin, O R‴ seria la última entre la anterior y O P^{IV}, y por consiguiente la resultante de todo el sistema.

535. **Momentos.**

Se llaman *momentos* los productos de las fuerzas por sus respectivas perpendiculares, ó bien por las distancias de su direccion á un punto, ó del punto de aplicacion á una línea ó un plano; debiéndose expresar que el momento es con respecto á una de estas tres cosas, pues cuando se tiene con relacion á un punto, depende su expresion de la direccion de las fuerzas, siendo independiente del punto de aplicacion: y al contrario, los momentos con relacion á una línea ó un plano dependen de los puntos de aplicacion de las fuerzas, y son independientes de su direccion. Pero en general, *el momento de la resultante es siempre la suma algebráica de los de las componentes.*

Los términos Pp, $P'p'$ &, Rr, $R'r'$ & considerados hasta aquí, son los momentos respectivos que determinan el efecto de las fuerzas P, P', &, R, R' &.

536. **Centros de gravedad.—Plano simétrico.**

Segun lo expuesto respecto de la gravedad resulta, que un cuerpo, abandonado á su peso, equivale á estar solicitado por un sistema de fuerzas paralelas, en el que el punto fijo de aplicacion de la resultante es el llamado *centro de gravedad*, y aquel al rededor del cual se ha ido acumulando la masa del cuerpo.

Las fórmulas generales de sus tres coordenadas, cuando solo es uno el cuerpo, tienen por expresion, prescindiendo de la gravedad,

$x'=\frac{Px}{P}$, $y'=\frac{Py}{P}$, $z'=\frac{Pz}{P}$; ó puesto que $P=Dv$ (densidad por el volúmen)

$$x'=\frac{\int Dx\,dv}{\int D\,dv};\quad y'=\frac{\int Dy\,dv}{\int D\,dv};\quad z'=\frac{\int Dz\,dv}{\int D\,dv}.$$

Cuando son varios los cuerpos, supuestos enlazados, se hallan los centros de gravedad de cada uno, y despues se considera el sistema compuesto de estos mismos puntos solicitados por los pesos de sus respectivos cuerpos. Las fórmulas son naturalmente

$$x'=\frac{\Sigma\left(\int Dx\,dv\right)}{\Sigma\left(\int D\,dv\right)},\quad y'=\frac{\Sigma\left(\int Dy\,dv\right)}{\Sigma\left(\int D\,dv\right)},\quad z'=\frac{\Sigma\left(\int Dz\,dv\right)}{\Sigma\left(\int D\,dv\right)}.$$

que dicen que, *el centro de gravedad se halla dividiendo la suma de los momentos por la suma de las masas.*

Si los cuerpos fuesen homogéneos, la densidad seria constante, y se podria eliminar D en las fórmulas anteriores. En este caso el centro de gravedad se confunde con el de figura.

537. **Plano simétrico** es el que, pasando por el centro de gravedad, divide el cuerpo en dos partes simétricamente iguales; de modo que, reduciéndose á cero las fuerzas que actuan de uno y otro lado de él, se pueda verificar la condicion

$$\int z\,dv=0$$

que expresa los productos de los elementos dv del volúmen v por sus distancias al plano X Y, en el caso de elegir este para plano simétrico.

Si los planos simétricos fuesen dos, los XY, XZ, el centro de gravedad estaria en su interseccion ó eje de las X, y las condiciones serian

$$\int z\,dv=0,\quad \int y\,dv=0.$$

Siendo tres los planos simétricos, que podemos hacer lo sean siempre los coordenados, quedará completamente determinado el centro de gravedad, y será la interseccion de aquellos. Las condiciones serán

$$\int z\,dv=0,\quad \int y\,dv=0,\quad \int x\,dv=0.$$

538. **Centros de gravedad de todos los cuerpos geométricos.**

Esto supuesto, el centro de gravedad de una recta será su punto medio, puesto que el plano simétrico pasa por él.

En un *triángulo*, la línea que desde el vértice vaya á la mitad del lado opuesto contendrá al centro de gravedad, y se determinará por la interseccion de otra línea que parta de otro vértice á la mitad del lado opuesto.

Cualquiera de estas líneas le dará directamente, tomando en ellas el $\frac{1}{3}$ de su largo desde la base.

En un *paralelógramo* el centro de gravedad será la interseccion de las dos rectas que dividen en partes iguales los lados opuestos. Y en consecuencia de esto, el correspondiente al círculo ó un polígono regular será el centro de figura.

En una *pirámide triángular*, la línea que una el vértice con el centro de gravedad de la base contendrá el de aquella, y se hallará á los $\frac{3}{4}$ del vértice. Y como una *pirámide poligonal* se compone de cierto número de pirámides triángulares, el centro de gravedad se hallará $\frac{1}{4}$ de la altura sobre la base, ó en un plano que contenga los centros respectivos de las pirámides triángulares, á los $\frac{3}{4}$ del vértice. Pero como la interseccion de los planos simétricos dará una recta que vaya del vértice al centro de gravedad de la base, el de toda la pirámide se hallará en la interseccion de esta recta con el plano de los centros, y por consiguiente á los $\frac{3}{4}$ del vértice.

Fig. 89. En un *trapecio* (*fig.* 89) se hallará el centro de gravedad en la interseccion de las dos líneas ab, cd que unan los de los sistemas de triángulos en que se ha dividido la figura por los diagonales BD, AC.

Fig. 90. Para un *polígono regular ó irregular* (*fig.* 90) se le divide en triángulos ó cuadriláteros, de que se hallarán los centros de gravedad $g, g' g''$... Despues, llamando $s, s' s''$ las superficies A, B, C, consideradas como pesos aplicados á los centros, se dirá $s+s' : s' :: gg' : g\,G'$; con lo que se tendrá el punto G′ como centro de gravedad de las dos superficies A, B. Del mismo modo, para el centro G, considerado como el punto de aplicacion de la resultante $s+s'$ que obra en G′, y de s'' que obra en g'', se hará $s+s'+s'' : s'' :: G'g'' : G'G$.

El centro de gravedad de un *sector circular* está $\frac{c^3}{12s}$ del centro;

(c = cuerda, s = superficie del segmento).

El correspondiente á *un segmento parabólico* está $\frac{3}{5}x$, ó $\frac{2}{5}$ del vértice.

El de un *casquete esférico* está á $\frac{1}{2}$ de su altura.

El del *volúmen de la semiesfera* está á los $\frac{3}{8}$ del centro de figura.

Y, en general, en todo cuerpo de bases paralelas é iguales el centro de gravedad es el de figura. Los de las superficies de un cono, tronco de cono y cilindro, se hallan á igual altura que los del triángulo, trapecio y rectángulo generadores.

Fig. 91. Puede hallarse tambien el de un cuerpo cualquiera (*fig.* 91) colgando este cuerpo dos veces por distintos puntos y marcando en él las verticales.

Conocido el centro de gravedad se puede hallar la superficie ó volúmen de un cuerpo cualquiera de revolucion, multiplicando la línea ó superficie generatriz por el camino andado ó que siga el centro de gravedad, ó bien por el círculo que se describa si hace la revolucion entera.

539. Caida de los cuerpos graves.

Se sabe por numerosos experimentos que, haciendo abstraccion de la resistencia del aire, la gravedad es igual para todos los cuerpos, ligeros ó pesados, tardando tanto tiempo el oro en su descenso como una pluma, y en general como un punto material. Tambien se sabe que la fuerza de gravedad es, como toda otra fuerza, proporcional al tiempo empleado en recorrer el camino ó verificar el descenso. Y como (número 520) puede ser representada, cualquiera que ella sea, por la velocidad que ha adquirido al fin del tiempo t, si llamamos v esta velocidad y g el in-

cremento de la misma ó de la gravedad en la unidad de tiempo, al fin de t se tendrá

$$v=gt$$

Ahora bien, si h es el espacio andado, ó la altura de caida del cuerpo será (número 521)

$$h=\tfrac{1}{2}gt^2$$

De estas dos ecuaciones se deducen las siguientes.

$$h=\tfrac{1}{2}gt^2=\frac{v^2}{2g}=\tfrac{1}{2}tv;\quad v=gt=\frac{2h}{t}=\sqrt{2gh}$$

$$t=\frac{v}{g}=\frac{2h}{v}=\sqrt{\frac{2h}{g}};\quad g=\frac{v}{t}=\frac{2h}{t^2}=\frac{v^2}{2h}$$

Así, puesto que los tiempos son como las velocidades, y los espacios como los cuadrados de velocidades y tiempos

si los tiempos fuesen........................	1″,	2″,	3″,	4″,	5″,	&
las velocidades serian........................	1,	2,	3,	4,	5,	&
los espacios totales como los cuadrados........	1,	4,	9,	16,	25,	&
y los espacios en toda unidad de tiempo.......	1,	3,	5,	7,	9,	&

Esta última série representa las diferencias de los cuadrados de los tiempos.

Siendo la gravedad en Madrid

$g=9^m,8$ se tiene para.....	1″,	2″,	3″,	4″,	5″,	&
las velocidades...........	$9^m,8$	$19^m,6$,	$29^m,4$,	$39^m,2$	$49^m,0$,	&
los espacios totales.......	$4^{m2},9$,	$19^{m2},6$,	$44^{m2},1$,	$78^{m2},4$,	$122^{m2},50$,	&
los espacios por cada segundo	4,9	14,7,	24,5,	34,3,	44,1,	&

De cuyos espacios es $9^m,8$ la comun diferencia, que es la medida de g ó la fuerza de gravedad.

540. Solucion gráfica.

Estas relaciones de tiempos, velocidades y espacios, se pueden representar geométricamente suponiendo que A B (*fig.* 92) sea el tiempo que un cuerpo cualquiera tarda en descender, B C el espacio recorrido ó velocidad adquirida al fin de aquel tiempo. Dividiendo luego A B en los espacios Ab, bc & correspondientes á 1″, se tendrán las respectivas velocidades bf, cg &: pues siendo la superficie del triángulo $ABC=\tfrac{1}{2}AB\times BC=\tfrac{1}{2}tv$, todos los triángulos parciales A bf & guardarán la misma relacion. *Fig.* 92.

Pero como las áreas no son las naturales representaciones de los espacios recorridos, que siempre se expresan por líneas, pueden representarse mejor aquellas relaciones por las coordenadas de una parábola (*fig.* 93) en cuya curva se verifica la propiedad de que las abscisas A 1, A 2 &, que figuran los espacios descendidos ó alturas de caida, son como los cuadrados de las ordenadas 1 b', 2 c' & que representan las correspondientes velocidades. *Fig.* 93.

EJEMPLOS.

Si $h=15^m$........$v=17^m,10$

$h=1^m$........$v=4^m,42$

541. Caso negativo ó impulso de un cuerpo de abajo arriba.

Si cambiase g de signo en las ecuaciones anteriores, ó, lo que es lo mismo, si el móvil subiese en vez de bajar, lo haria con velocidades contrarias á las que determinan el descenso en cada punto de su camino; porque siendo la gravedad constante en iguales alturas, resulta que la velocidad inicial del móvil que sube es igual á la fuerza acumulada del mismo en su descenso al llegar al punto de que partió. En efecto, las fórmulas $v=gt$, y $h=\tfrac{1}{2}gt^2$ son ahora $v=a-gt$, y $h=at-\tfrac{1}{2}gt^2$, representando a el impulso inicial que necesita el móvil para ponerse en movi-

miento. De ellas se deduce $v=\sqrt{a^2-2gh}$; y como al volver el móvil al punto de que partió es, $h=0$, resulta $v=\sqrt{a^2}=a$, es decir, que su velocidad es igual á la inicial.

542. **Fórmulas para estos casos contando con la resistencia del aire.**

Estos resultados suponen completa abstraccion de la resistencia del aire. Para cuando se tenga en cuenta esta nueva fuerza se usarán las fórmulas siguientes para el descenso

$$v=\frac{k\left(e^{\frac{gt}{k}}-e^{-\frac{gt}{k}}\right)}{e^{\frac{gt}{k}}+e^{-\frac{gt}{k}}};\quad h=\frac{k}{2g}\text{log. hip.}\frac{k^2}{k^2-v^2}\qquad \text{(A)}$$

en las que son, k la fuerza acumulada sobre el móvil cuando la resistencia del aire sea g; y e la base de los logaritmos neperianos ó hiperbólicos.

Por la 1.ª ecuacion se vé que la velocidad v será constante cuando el tiempo sea infinito; por tanto, á medida que crezca t tenderá el movimiento á hacerse uniforme, cuyo efecto ó tendencia emana de la resistencia del aire, pero solo en aquel límite se verificará $v=k$.

Si el móvil es impulsado de abajo arriba se tendrá

$$t=\frac{k}{2g}\sqrt{-1}\times\text{log. hip.}\frac{k\sqrt{-1}+a}{k\sqrt{-1}-a};\quad h=\frac{k^2}{2g}\text{log. hip.}\left(1+\frac{a^2}{k^2}\right)\qquad \text{(B)}.$$

Los valores imaginarios de la 1.ª se convierten en reales desarrollando en série los logaritmos en ella contenidos.

Cuando vuelva á descender el móvil lo hará con movimiento á que convendrán las ecuaciones (A), y la velocidad correspondiente al punto de donde partió será $v=a'$, que sustituyendo en A y combinando con las B resulta

$$a'^2=\frac{a^2k^2}{a^2+k^2}.$$

Será, por consiguiente, menor que la inicial a al principio del ascenso; lo que no sucede en el vacío, como lo hemos ya indicado.

543. **Velocidades virtuales.**

Supongamos un sistema de cuerpos m, m' & enlazados de manera que los puntos de aplicacion de las fuerzas P, P', P'' & por que están solicitados, ya directamente ó en virtud de los esfuerzos trasmitidos ó engendrados de unos en otros, tengan entre sí una íntima conexion, tal que el mas ligero movimiento que se aplique á uno corresponda á todos á la vez. De manera que siendo s, s' & los espacios descritos por aquellos puntos, podamos concebir que por un impulso infinitamente pequeño hayan andado todos ó mas bien intentado andar los espacios elementales ds, ds', ds'' &: estos espacios pequeños, que podemos decir expresan la tendencia al movimiento son los que se llaman *velocidades virtuales*; y si los concebimos proyectados sobre las direcciones de las fuerzas, dirémos que están estimados segun las mismas. Ahora bien, los espacios recorridos por los puntos de aplicacion son proporcionales á sus rádios ó perpendiculares á las direcciones de las fuerzas; y como esta relacion ha de existir hasta en los límites ds, ds', ds'' &, ó así representado $\delta s, \delta s', \delta s''$ &, llamando $\alpha, \alpha', \alpha''$ & los ángulos de proyeccion, la condicion general de equilibrio $P ds + P' ds' + P'' ds'' + \& = 0$, se convertirá en la

$$P\cos.\alpha\,\delta s+P'\cos.\alpha'\,\delta s'+P''\cos.\alpha''\,\delta s''+\&=0.$$

En ella los productos que representan sus diferentes términos son llamados *momentos virtuales*, y expresan, igualmente que *las cantidades de accion, la energia relativa de cada fuerza*, ó la *influencia respectiva en el efecto total*. Reuniendo en un término la anterior ecuacion tendrémos la

$$\Sigma\,(P \cos.\alpha\,\delta\,s) = 0$$

que dice, que *la condicion de equilibrio entre un sistema de fuerzas, es que sea nula la suma de los momentos virtuales*.

544. **Principio de Dalembert.—Cantidad de accion, fuerzas vivas.** Si en el sistema de cuerpos que acabamos de considerar, existen nuevas fuerzas aplicadas á cada uno de ellos de un modo constante, ó variable con el tiempo, llamando g, g' & los incrementos de velocidad; s, s', s'' & los espacios recorridos al cabo del tiempo t; α, α', α'' & los ángulos que las direcciones de las fuerzas forman con los espacios elementales $d\,s$, $d\,s'$, $d\,s''$ & en el instante $d\,t$, siguiente al tiempo t; y v, v', v'' & las velocidades de que, en virtud del movimiento del sistema, están animados los cuerpos al cabo de este tiempo, tendrémos, que, si tomamos las componentes en direccion de las normales, y los elementos $d\,s$, $d\,s'$, $d\,s''$ & de las curvas en su punto de aplicacion, supuesto el movimiento de rotacion, solo las últimas de estas componentes podrán influir en él, respecto á que las primeras quedan destruidas con la resistencia de los mismos cuerpos en virtud de su enlace, sin que puedan tener mas accion que en el rozamiento que no tomamos en consideracion. En el instante $d\,t$, siguiente al tiempo t, la componente $P \cos.\,\alpha$, será $P \cos.\,\alpha\,d\,t$, y su efecto relativo en el movimiento ó *cantidad de accion* será, $P \cos.\,\alpha\,d\,t\,d\,s$. Y como lo propio se puede decir respecto á las demás, resulta que *la cantidad de accion de todo el sistema* en este tiempo será

$$P \cos.\,\alpha\,d\,t\,d\,s + P \cos.\,\alpha'\,d\,t\,d\,s' + \&.$$

Ahora bien, las fuerzas, segun las cuales se mueven los cuerpos m, m' & en el tiempo $d\,t$ tienen por medida (núm. 521) $m\frac{d^2\,s}{d\,t^2}$, $m'\frac{d^2\,s'}{d\,t^2}$ &; luego la accion total de ellas durante el referido tiempo $d\,t$ será $m\frac{d^2\,s}{d\,t^2}\,d\,t\,d\,s + \&$; que igualada á la anterior dará, eliminada $d\,t$

$$m\frac{d^2\,s}{d\,t^2}\,d\,s + m'\frac{d^2\,s'}{d\,t^2} + C = P \cos.\,\alpha\,d\,s + P' \cos.\,\alpha'\,d\,s' + C.$$

Integrando (*), teniendo presente que $\frac{d\,s}{d\,t} = v$, ó $\frac{d\,s^2}{d\,t^2} = v^2$, &, y abreviando su escritura, resulta

$$\Sigma\,m\,v^2 = 2\,\Sigma\left(\int P \cos.\,\alpha\,d\,s\right) + C = 2\,\Sigma\left(\int m\,g \cos\,\alpha\,d\,s\right) + C.$$

Si se toman dos épocas T y t del movimiento, al cabo de las cuales los espacios y velocidades sean S, s, & V, v &, se establecerán dos ecuaciones análogas á la anterior, que restadas harán desaparecer las constantes, quedando

$$\Sigma\,m\,(V^2 - v^2) = 2\,\Sigma\left(\int_s^S P \cos.\,\alpha\,d\,s\right) = 2\,\Sigma\left(\int_s^S m\,g \cos.\,\alpha\,d\,s\right) \quad (x).$$

Ecuaciones que determinan el movimiento de un sistema de cuerpos sometidos á fuerzas cualesquiera.

(*) Observemos que $\frac{2\,d^2 s}{d\,t^2}\,d s$ es la diferencial de $\frac{d s^2}{d t^2}$, lo que exige multiplicar toda la ecuacion por 2.

Si ponemos en ellas las velocidades virtuales δs, $\delta s'$, $\delta s''$ & en vez de los espacios ó incrementos elementales $d s$, $d s'$, $d s''$ &, sustitucion que puede hacerse en virtud de la relacion que existe entre unas y otras expresiones, tendrémos

$$\Sigma m (V^2 - v^2) = 2 \Sigma \left(\int_s^S P \cos. \alpha \, \delta s \right) = 2 \Sigma \left(\int_s^S m g \cos. \alpha \, \delta s \right) \quad (y).$$

bajo cuya forma expresa esta ecuacion del modo mas general las condiciones del movimiento de un sistema cualquiera de cuerpos. En ella las fuerzas P ó $m g$ se llaman *fuerzas impresas*; las $m \frac{d^2 s}{d t^2}$ *fuerzas engendradas*; segun lo cual puede traducirse este resultado diciendo que indica el *equilibrio entre las fuerzas impresas y engendradas*, y asi enunciado es como se conoce con el nombre de *principio de Dalembert* ó *principio general de mecánica.*

Los términos ó expresiones $\int P \cos. \alpha \, d s$, &, ó $\int m g \cos. \alpha \, d s$, & representan la integral de *la fuerza multiplicada por el espacio corrido en un tiempo dado y estimado en direccion de la misma fuerza*; ó lo que equivale á *la cantidad de accion ó de trabajo*, que los Ingleses llaman *potencia mecánica*, y los Franceses *fuerza* (1) *dinámica*, *efecto* (2) *dinámico*, *momento* (3) *de actividad*, *trabajo*, (4), *efecto producido* (5).

La otra expresion $m v^2$, ó la masa multiplicada por el cuadrado de la velocidad es el producto conocido con el nombre de *fuerza viva*. Así, pues, la ecuacion (x) dice que *la suma de las fuerzas vivas adquiridas por los cuerpos que se consideran en el sistema al cabo de dos épocas consecutivas es igual al duplo de la cantidad de accion total impresa por las mismas fuerzas en igual intérvalo de tiempo*: proposicion que se conoce con el nombre de *principio de la conservacion de las fuerzas vivas*, y en que estriva ó se funda, puede decirse así, toda la teoría hidráulica cuyos resultados expondrémos mas adelante.

545. Cuando son muchas las fuerzas y varias sus direcciones, se refiere el sistema á tres ejes rectangulares. La ecuacion es

$$\Sigma m \frac{\delta x \, d^2 x + \delta y \, d^2 y + \delta z \, d^2 z}{d t^2} = \Sigma m (X \delta x + Y \delta y + Z \delta z),$$

$$\text{ó} \qquad = \Sigma (M \delta x + N \delta y + Q \delta z)$$

en la que N, N, Q, son las componentes de P en el sentido de los ejes, ó las presiones $m X$, $m Y$, $m Z$; $d x$, $d y$, $d z$, los incrementos diferenciales de los espacios recorridos en el tiempo t; δx, δy, δz las proyecciones de la velocidad virtual δs de m sobre los ejes, las cuales se reemplazarán por $d x$, $d y$, $d z$, en el instante del movimiento.

546. Cualquiera de estas expresiones es de suma importancia en la teoría de las máquinas, y aun puede decirse el único principio de la mecánica racional para calcular el efecto del movimiento y las relaciones que tengan los agentes que le produzcan con los trabajos que por él se ejecuten.

547. Rádio de giro.

La velocidad v de la expresion $\Sigma m v^2$, suma de las fuerzas vivas, es la relativa á un punto cualquiera del cuerpo situado á una distancia r del eje de rotacion. Considerando entre estos puntos el que se halla á la unidad de distancia del eje

---

(1) Daubuisson. (2) Monge. (3) Carnot. (4) Coriolis. (5) Christian.

invariablemente unido al cuerpo, su velocidad particular en la unidad de tiempo (llamada velocidad angular) seria $w = \frac{v}{r}$, puesto que, hallándose las velocidades de todos los puntos en razon inversa de sus perpendiculares ó rádios respectivos, se tendria la proporcion $v:w::r:1$.

Sustituyendo en la expresion anterior, se la podria escribir $\Sigma m w^2 r^2$, y si las cantidad de accion la llamamos C se tendrá $C = \frac{1}{2} \Sigma m w^2 r^2$.

Existe un valor R de r tal, que si toda la masa M del cuerpo se encontrára á la distancia R del eje, la fuerza viva, y por consiguiente el *momento de inercia* MR^2, para una misma velocidad angular respecto al mismo eje, permaneceria siempre constante. Se llama *rádio de giro* el valor correspondiente de R, por el que la ecuacion anterior seria $C = \frac{1}{2} M R^2 w^2$; por consiguiente,

$$\tfrac{1}{2} \Sigma m w r^2 = \tfrac{1}{2} M R^2 w^2, \text{ ó bien } \Sigma m r^2 = M R^2; \text{ de donde } R^2 = \frac{\Sigma m r^2}{M}.$$

Siendo los cuerpos homogéneos se podrá poner su volúmen por su masa, con lo que, llamando v y V el volúmen elemental y el total del cuerpo,

$$R^2 = \frac{\Sigma v r^2}{V} \qquad R = r \sqrt{\frac{\Sigma v}{V}}$$

ecuacion que dá el rádio de giro independientemente de toda consideracion mecánica.

Hallado el rádio de giro, MR^2 será el momento de inercia, y $\frac{1}{2} M R^2 w^2$ ó $\frac{1}{2} \frac{P}{g} R^2 w^2$ será la fuerza viva.

Para una palanca recta p, que forme un ángulo α con el eje, será el rádio de giro $R^2 = \frac{1}{3} p^2 \text{ sen.}^2 \alpha$; y si Π es el peso de la palanca, la masa será $\frac{\Pi}{g}$, el momento de inercia $\frac{\Pi}{g} R^2$, y la fuerza viva $\frac{1}{2} \frac{\Pi}{g} R w^2 = \frac{1}{6} \frac{\Pi}{g} p^2 \text{ sen.}^2 \alpha\, w^2$.

Para una palanca circular, de pequeña seccion, llamando ρ el rádio de curvatura y l la longitud del arco de la cigüeña, α su amplitud ó ángulo correspondiente al arco que forma la palanca, seria

$$R^2 = \tfrac{1}{2} \rho^2 \left(1 - \tfrac{1}{2} \frac{\rho}{l} \text{ sen.}^2 \alpha\right)$$

Conocido el peso, y por consiguiente la masa, se tendrá la fuerza viva. Igual sucederá en todos los casos de esta naturaleza.

Para *uno, dos, tres, ó cuatro* cuadrantes $\text{sen.}^2 \alpha = o$, y

$$R^2 = \tfrac{1}{2} \rho^2.$$

Para un *disco igual al cuadrante*, que gire al rededor de uno de los rádios que le limitan, ó bien *para un semicírculo*, girando al rededor de su diámetro, ó para $\frac{3}{4}$ de *círculo ó un círculo entero*, se tiene

$$R^2 = \tfrac{1}{4} \rho^2 \qquad \rho = \text{rádio del disco}$$

Para *un cilindro de base circular*, girando al rededor de su eje, ó *para uno cualquiera de sus sectores*,

$$R^2 = \tfrac{1}{2} \rho^2.$$

Para *un cono recto de base circular*, que gire al rededor de su eje,

$$R^2 = \tfrac{3}{10} \rho^2.$$

Para un *tronco de cono* se obtendria R^2 hallando la diferencia entre los momentos de inercia de los conos mayor y menor, y dividiendo por $\frac{\Pi}{g}$, masa del tronco de cono.

Para *un segmento esférico*, girando al rededor del diámetro de su base,

$$R^2 = \frac{h}{10}\,\frac{20\rho^2 - 15\rho h + 3h^2}{3\rho - h}$$

ρ = rádio de la esfera, h = altura del segmento.

Para la *semiesfera y la esfera* $\rho = h$, y $R^2 = \frac{2}{5}\rho^2$.

Para *una zona esférica*, girando al rededor del diámetro perpendicular, á la base, y siendo pequeño el espesor del casco,

$R^2 = h(\rho - \frac{1}{3}h)$; ρ y h tienen iguales significaciones que antes.

Para *una semiesfera* ó una esfera hueca y delgada, $\rho = h$

$$R^2 = \frac{2}{3}\rho^2.$$

Para *un paralelepípedo rectángulo*, que gire al rededor de c, una de sus tres aristas a, b, c, es

$$R^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2).$$

Si el eje de rotacion, siendo paralelo á c, pasase perpendicularmente al medio de b, seria $R^2 = \frac{1}{3}(a + \frac{1}{4}b^2)$.

Si pasara el eje por el centro de gravedad del cuerpo, se pondria $\frac{1}{2}b$ por b, y $\frac{1}{2}a$ por a; teniendo entonces $R^2 = \frac{1}{12}(a^2 + b)$.

Para *un elipsóide*, cuyo plano perpendicular al eje mayor fuere una elipse que tenga $2b$, $2c$ por ejes, se tendrá, segun que el cuerpo gire al rededor del eje $2a$ ó $2b$ ó $2c$,

$$R^2 = \frac{1}{5}(a^2 + b^2),\ R^2 = \frac{1}{5}(a^2 + c^2),\ R^2 = \frac{1}{5}(b^2 + c^2).$$

Si el elipsóide fuere de revolucion, $c = b$, y las fórmulas anteriores se reducirán á $R^2 = \frac{1}{5}(a^2 + b^2)$, $R^2 = \frac{2}{5}b^2$,

aplicables al caso en que el elipsóide gire al rededor de su eje mayor ó menor.

El volúmen del elipsóide es, $V = \frac{4}{3}\pi abc$. el del de revolucion, $V' = \frac{4}{3}\pi a^2 b$ ó $\frac{4}{3}\pi b^2 a$ (segun que gire al rededor del mayor ó menor eje).

Su peso Π = volúmen por la densidad; y su masa $= \frac{\Pi}{g}$: con lo que la fuerza viva será $= \frac{1}{2}\frac{\Pi}{g}w^2 R^2$.

Siendo R' el *rádio de giro de un cuerpo con relacion á un eje cualquiera que pase por el centro de gravedad del cuerpo, y* K *la distancia entre los dos ejes* se tiene

$$R^2 = R'^2 + K^2.$$

Para *un cilindro recto de base parabólica*, girando al rededor de la arista proyectada en la interseccion del eje y ordenada que limita la parábola, llamando a al primero y b la mitad de la segunda que constituye la altura de la curva, se tiene $R^2 = \frac{1}{5}(\frac{8}{7}a^2 + b^2)$.

Para el cilindro que tuviese por base la semiparábola seria igual el valor de R^2.

548. **Cantidad de accion en las máquinas ó su efecto útil.**

Para determinar numéricamente la cantidad de accion en las máquinas, se elije una unidad de medida que exprese el trabajo útil de la misma en un tiempo dado, relativamente al esfuerzo del motor y resistencia, de modo que pueda estable-

cerse comparacion del efecto mecánico que deban rendir dos máquinas semejantes.

A este fin debe observarse, que la accion de los motores equivale á la presion que se ejerce sobre un cuerpo en movimiento; por manera, que cuanto mayor sea la presion, mayor será la accion del motor; accion que se estimará en la misma especie de unidad que la del trabajo producido por la máquina, puesto que el motor es á la máquina como esta á la resistencia, en cuyos puntos de aplicacion habrá siempre una presion y espacio determinados.

Si P es la presion de un motor, y p el camino andado por el punto de aplicacion en sentido de la presion, Pp será la cantidad de accion del motor expresada en números y podrá significar P p kilógramos elevados á un metro ó un centímetro, ó un kilógramo elevado á Pp metros ó centímetros, &, en la unidad de tiempo. Llamando Q el esfuerzo de la resistencia en su punto de aplicacion, y q el camino recorrido en virtud de aquella presion, Q q será un número de la misma naturaleza que Pp, y por consiguiente la cantidad de accion del motor, al que jamás llegará, aunque se aproxime bastante, en virtud de la resistencia que este tiene que vencer. La cantidad de accion de las máquinas, ó su efecto útil, será, pues, su relacion con la cantidad de accion del motor.

549. **Caballo del Vapor.**

La unidad que generalmente se adopta para apreciar el efecto de las máquinas es el *caballo de vapor ficticio ó hipotético.* Unidad que varia, no solo de una nacion á otra sino entre los mismos mecánicos. Generalmente se entiende en Inglaterra por caballo de vapor 560 libras *avoir du pois* levantadas á un pié por segundo; que fué la medida adoptada por Wat observando el máximo efecto de un caballo natural. El caballo de vapor francés equivale á 75 kilógramos levantados á un metro por segundo; unidad que difiere poco de la de Wat y menos de la llamada *routinière* ó de Edwards. Adoptadas ya en España las medidas métricas, la unidad dinámica es los mismos 75 kilógramos franceses, elevados á un metro.

Para escribir esta clase de unidad se ponen como exponentes las letras $k\,m$ ó $m\,k$, segun expresen kilógramos elevados á un metro, ó metros á que se eleva un kilógramo, diciéndose, en el primer caso *tantos kilográmetros.* Así pues, el producto $T = FE^{km}$, independiente del tiempo, representa el número de kilógramos que la fuerza F ha podido elevar á la altura de E metros en $1''$, $1'$, 1 hora, 1 dia &; ó bien $T = FE$ kilográmetros. Si hubiese dos fuerzas F y F′, que produjesen en igual tiempo, cualquiera que fuese su presion, FE^{km} $F'E'^{km}$, ambas cantidades de accion estarian en razon de FE y F′E′. Si la 1.ª fuese $= 75^{km}$, $\frac{F'E'}{75}$ expresaria la potencia dinámica de la fuerza F′ en caballos de vapor. Segun esto y pudiéndose calcular en 70^{k} el trabajo de un caballo natural ó caballería mayor, trasportados al paso en una carreta con una velocidad de $0^{m},90$ por segundo, lo que dá $70 \times 0{,}90 = 63^{km}$ de cantidad de accion, comparado con el caballo de vapor solo se tendria $\frac{63}{75} = 0{,}84$ de esta gran unidad. Y como los animales no pueden trabajar mas que 8 horas al dia (lo que da por jornal $1'814400^{km}$), y el vapor puede emplearse las 24 horas como motor, resulta que el caballo de vapor viene á ser ó representa una fuerza 3,57, ó mas de $3\frac{1}{2}$ veces mayor que la de un caballo efectivo.

550. **Resultados experimentales de las cantidades de accion por motores animados.**

1. Un hombre de talla mediana y fuerza ordinaria pesa 70 kilógramos, incluso el vestido.

2. El mayor esfuerzo que puede ejercer tirando ó empujando horizontalmente es de 50 á 60 kilógramos. Y el de que es capaz con los dos brazos llega á 80^k.

3. El mayor peso que puede soportar es de 150^k, y el máximo en un instante 450^k. Lo que puede levantar varia entre 200 y 300^k.

4. La velocidad de su carrera es de 13^m por segundo durante algunos instantes: la velocidad ordinaria de 7^m; la de la marcha de 2^m, y el paso de camino $1^m,60$.

5. La fuerza media de las mujeres es igual á la de un adulto de 15 á 16 años, y á lo mas los $\frac{2}{3}$ de la del hombre.

6. Un obrero ejercitado, de igual fuerza que otro que no lo esté, hace doble y aun triple trabajo sin molestia ni fatiga.

7. Un jornalero sube sin carga una escalera durante 8 horas al dia, con $0^m,15$ de velocidad por segundo.

8. El paso horizontal del hombre es de $0^m,65$. La mayor altura vertical que el trabajador puede subir sin fatiga es $0^m,25$.

9. El soldado, cargado de 15 á 20 kilógramos, marchando al paso por buen camino, puede andar 49 kilómetros en 10 horas de jornada. La marcha ordinaria de los ejércitos varia de 28 á 36 kilómetros (de 5 á $6\frac{1}{2}$ leguas) por dia. Ha habido marchas consecutivas durante una guerra, de 48 á 61 kilómetros (8,6 á 11 leguas.) Esto, sin embargo, debe procurarse no pase la mayor marcha de 45 kilómetros (unas 8 leguas.)

10. Un vendedor, cargado de 44 kilógramos, recorre 20 kilómetros al dia (unas $3\frac{1}{2}$ leguas).

11. Un mozo de cordel, conduciendo 85 kilógramos á 36^m, hace al dia 290 á 300 viajes, ó anda mas de 10 kilómetros (1,8 leguas.)

12. Segun M. Coulomb, un hombre que trasporta fardos á gran distancia y vuelve de vacío, puede llevar $61^k,25$ y andar 22 kilómetros = unas 4 leguas.

13. Un hombre trasporta horizontalmente á 30^m, en 10 horas de trabajo, y por medio de una carretilla con 60^k de capacidad, 500 cargas ó 20 metros cúbicos de tierra.

14. El máximo efecto útil de un hombre subiendo un peso de 65 á 70 kilógramos, no llega mas que al $\frac{1}{4}$ del trabajo que haría subiendo libre y sin carga.

15. Sirviéndose del cuerpo como de contrapeso, puede el trabajador en un dia subir y bajar 310 veces á 13 metros.

16. Un obrero puede elevar á destajo con la pala, y cargar en su carretilla de 12^{m3} á 15^{m3} por dia. Si esta tierra es arrojada á 2^m cuando menos y á 4^m cuando mas, ó elevada $1^m,60$, ó cargada en un chirrion (carro cerrado), hará 10^{m3} al dia.

17. Los caballos ó caballerías mayores pesan de 300 á 700 kilógramos. Las caballerías menores unos 200 kilógramos. Los caballos de diligencia unos 400 kilógramos, en término medio.

18. El mayor esfuerzo de los caballos de tiro varia de 300 á 500 kilógramos.

19. La mayor velocidad de un caballo al escape viene á ser 14 á 16 metros por segundo : al galope 10^m; al trote $3^m,5$ á 4^m; al paso largo 2^m, y al paso corto 1^m.

20. Los caballos de posta tiran 500 kilógramos con la velocidad de $4^m,5$ y corren 24 kilómetros por cada remuda. Los de diligencias tiran 800 kilógramos con $3^m,33$ y corren 20 kilómetros en cada remuda. Los de arrieros llevan 560 kilógramos con la velocidad de $2^m,20$, y recorren 33 kilómetros = unas 6 leguas.

21. El caballo cargado trasporta 100 á 175 kilógramos : los peleteros ingleses llevan algunas veces de 200 á 250 kilógramos con pequeña velocidad.

22. Un caballo con su ginete y peso de 80 kilógramos, y marchando durante 7 horas, recorre 40 kilómetros, lo que dá una velocidad de $1^m,59$.

NÚMER	NATURALEZA DE LOS TRABAJOS.	...tados ó efectos ejercidos.	...cidad por segundo.	... por segundo.	...del trabajo diario.	...de accion por cada dia.
		kilog.	m	k m	horas.	k m
26	Un obrero marchando y empujando ó tirando horizontal y constantemente....	12	0,60	7,2	8	207.360
27	Un obrero aplicado á una manivela......	8	0,75	6	8	172 800
28	Un obrero empujando y tirando alternativamente en sentido vertical..........	6	0.75	4,5	10	162.000
29	Un caballo al picadero yendo al paso....	45	0,90	40,5	8	1'166.400
30	Un caballo al trote.....	30	2	60	4,5	972.000
31	Un buey uncido yendo al rededor de una máquina.........................	65	0 60	39	8	1'123 200
32	Una mula *id.* *id.*..................	30	0,90	27	8	777.600
33	Un burro ó caballería menor *id.* *id.*..	14	0,80	11,2	8	322.560

552. **TABLA que expresa la cantidad de accion ó fuerza necesaria para producir diversos efectos útiles expresados en kilográmetros.**

Números.	NATURALEZA DE LOS OBJETOS.	Cantidades de accion ó fuerza necesaria para producir el efecto deseado.
		k m
1	Para moler una fanega de trigo (55 lit.,5) de una vez, por medio de un molino de viento, se necesita un esfuerzo equivalente á......	167244
	Para un litro...........	3014
2	Id. id. siendo el motor el agua	232809
	Para un litro............	4195
3	Para moler y remoler una fanega de trigo en iguales circunstancias............	348941
	Para un litro...........	62692
4	Id. id por medio de una máquina de vapor	448688
	Para un litro............	8085
5	Para moler una fanega de trigo por medio de una rueda de cajones	567864
	Para un litro...........	10232
6	Para trillar y aventar una fanega de trigo con máquina inglesa.................	22222
7	Id. id. por medio del trillo español.................	7408
8	Para moler la aceituna y comprimir la masa que dé 1 arroba=12 lit,56 de aceite por los procedimientos ordinarios	76896
9	Para exprimir la uva y sacar 1 arroba =16 lit.,13 de mosto...........	12846
10	Para aserrar 1^{m2} de pinabete por máquina de vapor.....	429165
11	Para aserrar á brazo 1^{m2} de encina...................	307560
12	Para lo mismo por medio de una rueda de paletas......	922845
13	Para 1^{m} de roble ó álamo negro.	4506[illegible]5
	NOTA. Una sierra circular hace cuádruplo trabajo que las ordinarias verticales : y respecto de estas es muy poca mas la fuerza que necesita para llevar á la vez varias sierras, con tal de dar peso al bastidor.	
14	Para aserrar 1^{m2} de mármol á brazo...............	2118550
15	Para id. id. de granito......	14800830
16	Para reducir á pasta 1^{k} de papel y trapos viejos por medio de la trituracion con rodillos movidos por máquinas	69180
17	Para pasar dos veces 1^{k} de algodon por las cardas, cilindros y canillas........	115703

551. **TABLA de las cantidades de accion medias, por segundo y por dia, de que son capaces los motores animados en diferentes circunstancias.**

NÚMEROS.	NATURALEZA DEL TRABAJO.	Pesos transportados ó efectos ejercidos	Velocidad por segundo.	Trabajo por segundo.	Duracion del trabajo diario.	Cantidad de accion por cada dia.
	Transporte horizontal.	kilog.	m	k m	horas	k m
1	Un hombre caminando horizontalmente sin mas peso que su cuerpo.........	65	1,50	97,5	10	3'510.000
2	Un jornalero transportando en una carretilla de dos ruedas y volviendo de vacío	100	0,50	50	10	3'800.000
3	Un jornalero transportando en una carretilla de una rueda..................	60	0,50	30	10	1'080.000
4	Un tendero ambulante ó revendedor.....	40	0,75	30	7	756.000
5	Un obrero cargado, volviendo de vacío..	65	0,50	32,5		702.000
6	Un obrero cargando sobre angarillas, volviendo de vacío....................	50	0,33	16,5	10	594.000
7	Un jornalero arrojando tierra con la pala á 4 metros de distancia horizontal......	2,7	0,68	1,8	10	64.800
8	Un caballo transportando materiales en una carreta al paso, siempre cargada..	700	1,10	770	10	27'720.000
9	Un caballo puesto á un carruaje y caminando al trote, siempre cargado	350	2,20	770	4,5	12'474.000
10	Un caballo al paso y volviendo de vacío.	700	0,60	420	10	15'120.000
11	Un caballo al paso cargado al lomo......	120	1,10	132	10	4'752.000
12	Un caballo al trote cargado al lomo.....	80	2,20	176	7	4'435.000
13	Una caballería mayor de España tirando de un carro cargado al paso y volviendo de vacío..........................	667	0,56	373,5	9,5	12'773.700
14	Un caballo ó caballería mayor de España al paso y cargado al lomo............	115	1,0	115	8	3'312.000
15	Un caballo ó caballería empleada como motor en una máquina, ó tirando á la sirga por un canal ó rio ó arando, ejerce en término medio..........................	41	1	41	8	1'180.800
16	Un caballo á la sirga y al trote........	20,5	2	41	6	885.600
17	Un buey ó vaca, ejerce tirando de una carreta ó á la sirga, ó arando.........	70	0,6	42	8	1'209.600
	Pesos elevados.					
18	Un hombre levantando pesos á brazo ó sosteniéndolos con la mano...........	20	0,17	3,4	6	73.440
19	Un hombre subiendo por una escalera ó rampa muy suave y sin carga........	65	0,15	9,75	8	280.800
20	Un hombre llevando pesos á la espalda y volviendo de vacío..................	65	0,04	2,6	6	56.160
21	Un hombre elevando pesos por medio de una cuerda y polea, descendiendo la cuerda de vacío....................	18	0,20	3,6	6	77.760
22	Un obrero elevando pesos por una rampa de $\frac{1}{12}$ inclinacion con una carretilla y volviendo vacío.....................	60	0,02	1,2	10	43.200
23	Un obrero elevando tierras con una pala á $1,^{m}60$ de altura media............	2,7	0,4	1,08	10	38.880
	Accion sobre las máquinas.					
24	Un obrero aplicado á una rueda de clavijas al nivel del eje	60	0,15	9	8	259.200
25	Un obrero aplicado á 24° ó mas bajo del eje de la misma rueda...............	12	0,70	8,4	8	241.920

NÚMEROS.	NATURALEZA DE LOS OBJETOS.	Cantidades de accion ó fuerza necesaria para producir el efecto deseado.	NÚMEROS.	NATURALEZA DE LOS OBJETOS.	Cantidades de accion ó fuerza necesaria para producir el efecto deseado.
		k m			
18	Para preparar 1k de algodon	23074	23	Para tejer 1k de seda en sarga, tafetan, raso, etc......	8535
19	Para preparar é hilar 1k de estambre por el procedimiento ordinario..........	352782	24	Para elaborar 1k en cordones, trenzas, etc..............	12816
20	Para tejer 1m² de merino cuyo peso sea 0k,6............	2410	25	Para tejer 1k en cintas de cualquiera clase que sean..	10675
21	Para hilar 1k de seda.......	76895	26	Para fabricar 1k de barras de hierro de 0m,02 á 0m,03 de grueso...............	11886
22	Para torcer 1k de seda á 3 hilos....	25652			

553. Se puede deducir de lo que antecede y del número 3 de la tabla precedente la distancia á que podrá conducir un obrero las tierras que otro eleve ó cargue con la pala. Siendo el peso medio de tierra vegetal 1280k por metro cúbico el camino andado con la velocidad de $0^m,5$ será $\frac{1080.000}{12\times1280}=70^m$, puesto que el efecto útil (número 3 de la tabla) es 1080000, y segun el experimento 16 (número 550) son 12 los metros cúbicos que puede cargar un hombre al dia.

La capacidad de un carretoncillo de dos ruedas es$=0^{m^3},033$ ó 30 carretoncillos para un metro cúbico. Su peso$=43^k$.

La capacidad de un chirrion para un caballo es de $0^{m^3},37$ á $0^{m^3},5$. Su velocidad 50^m por minuto; y el tiempo que tarda en andar $30^m=72''$.

El medio mas ventajoso para el trasporte en terreno llano á 60^m de distancia es el carretoncillo, luego la parihuela, cesto y espuerta. De 60^m á 90^m el carreton. De 90^m á 600^m el chirrion ó carro de un caballo. De 600^m á 2130^m el carro de tres caballos: y de aquí en adelante la galera ó el carro mato.

Los efectos útiles para los diversos transportes verificados por el hombre están representados por los números siguientes. Carreton$=18$. Carretilla$=11$. Parihuela$=8$. Al hombro$=6$.

TABLA del número de caballos necesarios para tirar horizontalmente un carruaje cargado.

NATURALEZA DE LOS CAMINOS.	NÚMERO de caballos.
Sobre firme de arenisca muy bueno......	3
Sobre firme de cascajo muy bueno......	3,5
Firme de arenisca en mal estado.........	4
Firme de cascajo lleno de baches........	5
Firme pedregoso.......................	6
En terreno natural, gredoso ó siliceoso...	15
Sobre terreno arcilloso.......	25

Aunque en esta tabla hay exageracion en el efecto útil producido, pues se ha calculado en el supuesto de ser 77k la fuerza de un caballo de tiro, que á lo mas

llega 70^{k}, sirve, sin embargo, para apreciar las resistencias relativas de los diferentes caminos. Por ejemplo, si quisiéramos saber cuanta arena de mar puede llevar un caballo á 2500^{m} sobre un camino lleno de piedras; segun el número 10 de la tabla anterior (551) se tendria, $\frac{15.120.000}{2500}=6.048^{k}$. Y como el metro cúbico de arena mojada viene á pesar 2000^{k}, resultará próximamente 3^{m3} de arena trasportada. Este resultado corresponde á un camino llano y bueno, y para nuestro objeto habrémos de multiplicarle por $\frac{3}{6}$ que manifiesta la relacion en la última tabla entre ambas clases de camino, lo que dá $\frac{9}{6}=1^{m},5$.

Un caballo carga tanto como 6 hombres y tira como 8.

554. **Velocidad del viento y su efecto sobre una superficie de un metro cuadrado.**

El esfuerzo del viento normalmente á una superficie de 1055 centímetros cuadrados, siendo 4^{m} su velocidad por 1″, es cerca de 190 gramos.

La accion impulsiva del viento es proporcional á los cuadrados de las velocidades. Así, dada la velocidad y diferentes superficies, el impulso crecerá en mayor relacion que aquellas, cuya razon debe multiplicarse por el coeficiente 1,19 para tener la de los esfuerzos del viento.

La accion impulsiva del viento oblícuamente á una superficie no está bien conocida, aunque puede apreciarse por la cantidad que resulta observando que la inclinacion del viento es de 12° á 20°.

555. **Tabla de las presiones ejercitadas por el viento** á diferentes velocidades contra una superficie de un metro cuadrado chocando directamente

fórmula, $P=\Pi s\times 2gh=\Pi s\times v^2$

P=presion en kilógramos; Π = peso de 1^{m3} de aire en movimiento; g=gravedad del lugar;
$h=\frac{v^2}{2g}$ altura generatriz de la velocidad v
s=superficie que recibe el choque.

CLASE DE VIENTO.	Velocidad por segundo.	Presion por metro cuadrado.
	m	k
Viento débil	2,00	0,54
Viento suave ó brisa (tiende bien las velas de los barcos ó molinos).	6,00	4,87
Viento mas conveniente á los molinos	7,00	6,64
Viento fresco, bueno para la marcha de los barcos	9,00	10,97
Viento muy fresco (obliga á recojer velas)	12,00	19,50
Viento fuerte	15,00	30,47
Viento tempestuoso	20,00	54,16
Tempestad	24,00	78,00
Tempestad violenta	30,05	122,28
Huracan	36,15	176,95
Grandes huracanes	45,30	277,87
Váguios, tyffons (los mayores en la zona tórrida)	50,	375,00

En algunos paises las tempestades son tales que el viento arranca los árboles y y derriba las casas, como sucede en el archipiélago de Colon y en los de China y Filipinas. En este caso la velocidad del viento es de 40 á 50 metros como indica la tabla y su fuerza impulsiva 24 veces mayor que la del agua para producir igual efecto.

556. **TABLA de las cantidades de accion que puede proporcionar el viento.**

	INDICACIONES para un molino comun de 4 volanderas ó alas de 10 por 2 m.s de tamaño, empezando el lienzo á 2^m del eje.	Cantidad de accion ó efecto dinámico por segundo.	Cantidad de accion ó efecto dinámico en 1 hora.	Cantidad de accion ó efecto dinámico en 24 horas.
NÚM.º	*Viento flojo*	k m	k m	k m
1	Para una velocidad del viento de $2^m,25$ por segundo..	118,15	425.330	10'208.160
	Viento fresco.			
2	Para una velocidad de 4^m por segundo........	708	2'548.900	61'171.200
	Viento fresco mas fuerte.			
3	Para una velocidad de $6^m,50$ por segundo.....	3000	10'800.000	259'200.000
	Brisa fuerte.			
4	Para una velocidad de 9^m habiendo cogido rizos en 2^m de las alas....	4000	15'397.200	369'532.800
	Viento medio al año.			
5	Considerando el tiempo de calma y demás vientos....	922	3'499.200	8'3980.800

CHOQUE DE LOS CUERPOS.

557. Cuando dos cuerpos cualesquiera caminando en virtud del impulso ó impulsos recibidos, llegan á encontrarse, se dice *que se chocan.* Las circunstancias que se efectuan ó fenómenos que en ese momento tienen lugar son los que vamos á examinar.

Observarémos antes, que se entiende por *cuerpo duro* el que, por no alterar su forma en el momento de la percusion, carece completamente de elasticidad: y *cuerpo elástico* el que altera su forma en el momento de la percusion, recobrándola despues de verificado el choque. La elasticidad mas ó menos sensible que tienen ó de que gozan la mayor parte de los cuerpos, no es proporcional á la compresibilidad.

558. **Cuerpos duros.**

Supongamos primero el caso de dos cuerpos duros m y m' que caminan en igual direccion y con las velocidades v, v'. Si la primera es mayor que la segunda el primer cuerpo alcanzará al segundo, á causa de la diferencia de velocidad llamada *velocidad relativa*, dándole un nuevo impulso, y siguiendo ambos despues juntos y con una nueva velocidad comun, que adquirirán en el momento de su encuentro, puesto que los suponemos completamente duros y por consiguiente desprovistos de elasticidad.

Las fuerzas anteriores al choque ó cantidades de movimiento $F = m\,v$, y $F' = m'\,v'$, combinadas desde que aquel tuvo lugar, darán $F + F' = mv + m'v'$.

Por otro lado, si V fuese la velocidad adquirida despues del choque se tendria $F + F' = (m + m')V$, y por consiguiente

$$V = \frac{m\,v + m'\,v'}{m + m'}$$

Si los cuerpos caminasen en sentidos diametralmente opuestos, podria ser v ó v' negativa, y entónces

$$V = \frac{m\,v - m'\,v'}{m + m'};$$

y si m' estuviese en reposo antes del choque, v' seria cero, resultando

$$V = \frac{m\,v}{m + m'}$$

En el momento del choque las moléculas inmediatas al contacto se aproximan unas á otras, produciendo su accion repulsiva un trabajo negativo, que es la pérdida de la fuerza viva, representada para cada uno de estos casos por las expresiones

Para el 1.er caso $\frac{1}{2} m\,v^2 - \frac{1}{2}(m + m')V^2$

— 2.° $\frac{1}{2} m\,v^2 - \frac{1}{2}(m + m')V'^2$

— 3.° $\frac{1}{2} m\,v^2 - \frac{1}{2}(m + m')V''^2$

ó poniendo por V, V′ y V″ sus respectivos valores

1.er caso $\frac{1}{2}v^2 \frac{m\,m'}{m + m'} - \frac{1}{2} m'v' \left(\frac{m'\,v' + 2\,m\,v}{m + m'}\right)$

2.° $\frac{1}{2}v^2 \frac{m\,m'}{m + m'} - \frac{1}{2} m'\,v' \left(\frac{m'\,v' - 2\,m\,v}{m + m'}\right)$

3.° $\frac{1}{2}v^2 \frac{m\,m'}{m + m'}$

559. Duracion del choque é intensidad de las fuerzas motrices.

Si las acciones iguales F, F′ se las supone constantes durante el tiempo t del choque, es decir, desde el primer contacto hasta que los cuerpos han adquirido la velocidad comun V, si e y e' son los caminos recorridos por los centros de gravedad de $m\,m'$ durante el tiempo t, se tendrá (520)

$$e = v\,t - \tfrac{1}{2} g\,t^2 \quad \text{y} \quad e' = v'\,t + \tfrac{1}{2} g\,t^2,$$

ó bien $$e = v\,t - \tfrac{1}{2}\frac{F}{m}\,t^2 \quad \text{y} \quad e' = v'\,t + \tfrac{1}{2}\frac{F}{m'}\,t^2$$

La cantidad en que los dos centros de gravedad se aproximan será $e - e' = c$

$$\text{ó} \qquad c = (v - v')\,t - \tfrac{1}{2} F\,t^2\,\frac{m + m'}{m\,m'} \qquad (1)$$

y pues que, por lo dicho (n.° 522) $F\,t = m\,V - m\,v$ y $F\,t = m'\,V - m'v$, de donde se deduce por la eliminacion de V

$$F\,t\,\frac{m + m'}{m\,m'} = v - v'$$

$$c = (v - v')\,t - \tfrac{1}{2}(v - v')\,t, \qquad \text{y} \qquad t = \frac{2\,c}{v - v'}$$

y poniendo este valor y los $\frac{P}{g} \cdot \frac{P'}{g}$ en vez de $m\,m'$, la ecuacion (1) dará

$$F = \frac{P\,P'}{P+P'}\,\frac{(v-v')^2}{c+2g} = \frac{P\,P'}{P+P'}\cdot\frac{h}{c}$$

$\frac{(v-v')^2}{2g} = h$ es la altura de caida debida á la velocidad relativa $v - v'$

560. **Cuerpos elásticos.**

Si ambos cuerpos fuesen elásticos, y caminasen en opuestos sentidos y con iguales intensidades, observaríamos que, en el momento de la osculacion, se comprimirian en el sentido de la línea que une sus centros de gravedad tanta cantidad cuanta permitiesen las velocidades de que están animados, obrando en aquel instante la fuerza por el choque, en virtud de la cual retrocederán con igual fuerza acumulada que la primitiva, volviendo á recobrar su forma al llegar al punto de partida. Pero cuando las velocidades fuesen diversas y en el mismo sentido, el momento en que m alcance á m' será de igual efecto que si ambos fuesen duros; de modo que si W es la velocidad comun será

$$W = \frac{m\,v + m'\,v'}{m + m'}$$

El cuerpo m habrá perdido un tanto de su velocidad igual á $v - W$ en el instante de la máxima compresion. Mas en virtud de la elasticidad, que desarrolla en el móvil igual velocidad que la perdida, es claro que se puede considerar esta como una nueva resistencia que ha de vencer el cuerpo, quedándole á su velocidad el valor $V = v - 2(v - W) = 2W - v$. El m', por el contrario, ganará en el choque la velocidad $W - v'$ comunicada por el m, y otro tanto en el instante de la reaccion elástica: de suerte que será

$$V' = 2(W - v') + v' = 2W - v':$$

y poniende el valor de W en ambas expresiones,

$$V = \frac{v(m - m') + 2m'v'}{m + m'}; \qquad V' = \frac{v'(m' - m) + 2mv}{m + m'}$$

561. Si $m = m'$, resultaria $V = v'$, $V' = v$; en cuyo caso mudarían los cuerpos de velocidades despues de la osculacion. Si fuesen á su encuentro los móviles, seria v' negativa, y

$$V = \frac{v(m - m') - 2m'v'}{m + m'}; \qquad V' = \frac{v'(m - m') + 2mv}{m + m'}.$$

Y si, en este caso, $m = m'$, seria $V = -v'$, $V' = v$; es decir, que los móviles mudarian de velocidades y se separarian despues; luego con velocidades iguales resultaria lo que dijimos en el análisis del choque.

$$\text{Si} \quad v' = v, \; V = \frac{v(m - 3m')}{m + m'}; \qquad V' = \frac{v'(3m - m')}{m + m'}.$$

Si en esta exprexion es $m = 3m'$, resultará $V = 0$, $V' = 2v$.

En fin, si m' estuviese en reposo y $m = m'$ resultaria $V = 0$, $V' = v$; que dice que el móvil m perderia su velocidad y la trasladaria al m'

562. El movimiento del centro de gravedad, no se altera por el choque, y las fuerzas vivas se conservarán igualmente antes y despues de verificada la osculacion. Por manera que se tendria

$$\tfrac{1}{2}m\,V^2 + \tfrac{1}{2}m\,V'^2 = \tfrac{1}{2}m\,v^2 + \tfrac{1}{2}m\,v'^2$$

En la práctica sucede que ciertas piezas de las máquinas pierden al chocarse algun tanto de su fuerza viva, cuya cantidad se calcula por las fórmulas anteriores.

563. PÉNDULO.— **Compuesto y simple.**

El péndulo es, en general, un cuerpo sólido compuesto de dos casquetes esféricos y suspendido al extremo de un hilo metálico que se considera infexible é inestensible. Este hilo se fija por el otro extremo á un eje horizontal, que se llama *eje de suspension*, así como lo es *de oscilacion* una paralela á él tirada al extremo del péndulo, ó á la distancia l que expresa su longitud. En este eje todos sus puntos oscilan como si estuviesen libres ó como si cada uno fuese un péndulo simple, de que se hablará ahora, y se llaman *centros de oscilacion.*

Suponiendo el péndulo en reposo, permanecerá completamente vertical en virtud de la pesantez: y si se le inclina á derecha ó izquierda abandonándole á la accion de la gravedad, describirá arcos de círculo, mas ó menos grandes, segun el punto de partida se halle mas ó menos distante de la vertical. Pero de cualquiera manera que sea, prescindiendo de la resistencia del aire y del rozamiento del eje de suspension (que siempre se procura sea un mínimun colocándolo sobre el borde ó filo de una cuchilla), estas oscilaciones serán constantes ó iguales en iguales tiempos. Efectivamente, siendo mayor la gravedad en los puntos mas inferiores, cuando llegue á cumplirse la semioscilacion el centro de gravedad se confunde con la vertical, y la velocidad equivaldrá á la determinada por la fuerza acumulada hasta aquel instante, igual á la suma de todos los incrementos originados por la gravedad; en virtud de cuya velocidad marchará el cuerpo á igual distancia ó altura de la de que partió, con las mismas y opuestas fuerzas acumuladas en cada uno de los puntos del movimiento. Al 2.° descenso se verificarán iguales efectos; y como no hay causa que los contrarie se repetirán indefinidamente. Mas si las oscilaciones no se hiciesen en el vacío, la resistencia del aire las irá disminuyendo progresivamente hasta que el movimiento sea nulo. Esto se verificará al cabo de un gran número de aquellas, cuyas diferencias serán tanto menos sensibles cuanto menores sean los arcos descritos, puesto que la resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la fuerza acumulada. La duracion de cada una se tendrá tomando un tiempo T considerable y contando el número n de oscilaciones del péndulo durante aquel; con lo cual puede escribirse

$$t=\frac{T}{n}.$$

El error se disminuirá cuanto se quiera aumentando á proporcion el tiempo T.

564. El péndulo puede ser compuesto ó simple: el compuesto es el que se ha descrito; y el simple, puramente ideal ó hipotético, es un punto material unido por una recta matemática, rígida é inestensible, sobre la que no tiene accion la gravedad.

Para el 1.° la ecuacion que determina la dependencia entre los espacios corridos por el cuerpo y el tiempo empleado en andarlos es

$$t=\tfrac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{a^2+k^2}{ag}}\left(1+(\tfrac{1}{2})\frac{2b}{2}+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2\left(\frac{b}{4}\right)^3+\&\right)$$

en la que a es la distancia del centro de gravedad al eje de suspension, ó sea el rádio del círculo descrito por el centro de gravedad; k^2 el momento de inercia (*) dividido por la masa del cuerpo considerado: g la gravedad, t el tiempo de media oscilacion y b la abscisa del centro de gravedad.

(*) $Mk^2=\int a^2dm=$ integral ó suma de todos los puntos materiales del cuerpo multiplicados por el cuadrado del rádio.

565. Para el péndulo simple, el momento de inercia es nulo; y haciendo $a=l$, longitud del péndulo, y llamando T el tiempo de una oscilacion entera será

$$t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{b}{8}+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\left(\frac{b}{2}\right)^2+\&\right).$$

566. **Aplicacion á la determinacion de la gravedad.**

Para la aplicacion de esta fórmula solo se toma el primer término, que es muy suficiente para la exactitud que puede apetecerse, particularmente si las oscilaciones son muy pequeñas. Se tiene, pues

$$t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{y} \quad g=\frac{l\pi^2}{T^2}.$$

El valor de la gravedad, en cualquier paraje de la tierra no dependerá mas que del tiempo t de una oscilacion, que ya sabemos hallarla, y de la longitud l del péndulo. Para tener esta, se coloca debajo, supuesto aquel en reposo, un plano que materialmente le toque sin moverle. Despues se mide la altura con una regla graduada que lleva su nonio.

567. Para otro punto cualquiera y péndulo l' tendríamos $t'=\pi\sqrt{\frac{l'}{g'}}$ que dá con la anterior

$$t:t'::\sqrt{\frac{l}{g}}:\sqrt{\frac{l'}{g'}}$$

ó los tiempos de cada oscilacion en razon compuesta, directa de las raices cuadradas de las longitudes de los péndulos é inversa de las gravedades. Tambien, puesto que $t=\frac{T}{n}$ y $t'=\frac{T}{n'}$; se tendrá, $\frac{1}{n}:\frac{1}{n'}::\sqrt{\frac{l}{g}}:\sqrt{\frac{l'}{g'}}$;

$$n'^2:n^2::lg':l'g;\ \text{y si } g=g',\ n'^2:n^2::l:l';\ \text{de donde } l'=\frac{ln^2}{n'^2}.$$

De esta manera se hallará la longitud de un péndulo conocida la de otro y el número de oscilaciones de ambos en tiempo determinado.

568. **Péndulo sexagesimal.**

El péndulo sexagesimal ó que oscila segundos, se hallará por la expresion

$$l=(0^m,9909+0,00524275\,\text{sen.}^2\,L\left(1-\frac{2h}{r}\right) \qquad (a)$$

L=latitud del lugar; r=rádio medio terrestre=6'366.407; h=altura del lugar sobre el mar.

El péndulo sexagesimal, calculado por Ciscar y Bauzá para Madrid en el retiro es $l=3^p.56337=0^m,9928$, y $g=9^m,7993=9^m,8$ muy próximamente.

569. **Figura de la tierra: achatamiento de los polos.**

Siendo A el achatamiento de los polos, l la longitud del péndulo en el ecuador, e el exceso de la longitud en los polos, y q los $\frac{5}{4}$ del cuociente de la fuerza centrífuga por la gravedad en el ecuador, $=0,00805$, se tiene la fórmula

$$A=q-\frac{l}{e}$$

para conocer la figura de la tierra. En ella es $l=0^m,9909$, primer término de la ecuacion (a), puesto que en el ecuador $h=o$.

De esta manera se ha encontrado ser el achatamiento de los polos $=\frac{1}{290}$ próximamente.

570. **Fuerza centrífuga.**

Todo cuerpo que marcha solicitado por fuerzas que simultáneamente le obli-

gan al doble movimiento de traslacion y rotacion, desarrolla en cada momento una fuerza que tiende á derribar el eje al rededor del cual tiene lugar el segundo movimiento. Esta fuerza es la llamada *centrífuga;* es decir, fuerza que tiende en cada instante á huir ó alejarse del centro de rotacion, escapándose por la tangente á la curva osculadora en cualquiera punto que se halle.

Suponiendo que esta fuere un círculo cuyo plano sea el coordenado X Y, y su centro el orígen, la fuerza ó fuerzas que impulsen un cuerpo m con cualquiera condicion, estimadas en sentido de estos ejes, tendrán por expresion

$$\frac{d^2 x}{d t^2}, \frac{d^2 y}{d t^2} \qquad (\alpha).$$

Llamando T y N las componentes de esta fuerza engendrada de que se trata, la primera en sentido de la tangente y la segunda en el de la normal, y siendo r el rádio del círculo osculador, y $x\,y$ las coordenadas de m, $N\frac{x}{r}+T\frac{y}{r}$, $N\frac{y}{r}-T\frac{x}{r}$ serán nuevas expresiones de esta fuerza, estimada en direcciones paralelas á los ejes X, Y. Igualando á las (α), multiplicando por x la primera, por y la segunda, y observando que

$$x^2+y^2=r^2,$$

y

$$x\,d^2 x+y\,d^2 y=-(d\,x^2+d\,y^2)=-d\,s^2$$

(siendo s un arco cualquiera á partir de m) se tiene, sumadas ambas ecuaciones y depejada N,

$$N=-\frac{d\,s^2}{r\,d\,t^2}=-\frac{v^2}{r}$$

fuerza que será de signo contrario al que tenga r y que, por tanto, se dirigirá á alejar el móvil de la curva segun la tangente en el punto que se considere. Esta expresion de la fuerza centrífuga, independientemente del signo, dice que *la expresada fuerza es igual al cuadrado de la acumulada ó velocidad adquirida, dividida por el rádio de curvatura.*

571. La otra componente T, eliminada, es enteramente igual á la anterior, deduciéndose la una del efecto de la otra. Si supiéramos que la curva que sigue el móvil fuese una circunferencia de círculo, la fuerza ó componente normal, llamada fuerza *centrípeta,* la podríamos entender ó explicar como si fuese un hilo inestensible que sujetando el cuerpo y contrariando su tendencia á salir del camino circular, presentase el efecto de la fuerza normal supuesta: lo que solo podria suceder cuando la resistencia del hilo fuese igual al esfuerzo obrado en sentido de la tangente.

572. Una de las aplicaciones de esta fuerza es la correspondiente á su influencia en el *peso de los cuerpos.*

Puesto que $e=v\,T$, siendo T el tiempo uniforme, si representamos el espacio e por una circunferencia de círculo, será $e=2\pi\,r$, y $v=\frac{2\pi\,r}{T}$; y sustituyendo y prescindiendo del signo

$$N=\frac{4\pi^2\,r}{T^2}.$$

Si esta circunferencia lo es de un paralelo de la tierra, la influencia de la fuerza centrífuga, por su propiedad peculiar, será contraria á la atraccion terrestre. Si es L la latitud del lugar y suponemos la tierra esférica, su expresion en sentido del rádio será

$$N\cos.L=\frac{4\pi^2\,r\cos.L}{T^2}.$$

Ahora, si g es la gravedad efectiva y G la que tendría lugar si la tierra no se moviese, naturalmente seria

$$g = G - \frac{4\pi^2 r \cos. L}{T^2}; \text{ y en el ecuador } g = G - \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Siendo el segundo término muy pequeño respecto del primero y no distante de la unidad la relacion $\frac{G}{g}$, se podrá escribir

$$g = G\left(1 - \frac{4\pi^2 R}{g T^2}\right).$$

Haciendo $R = 6'366464^m$ valor del rádio terrestre en el ecuador; $T = 86164'' =$ = una revolucion de la tierra; $g = 9^m,80896$, resulta

$$N = 0^m,0339; \qquad \frac{4\pi^2 R}{g T^2} = \frac{1}{289}$$

La última expresion es la cantidad en que disminuye la fuerza centrífuga á la atraccion terrestre ó gravedad en el ecuador. Obsérvémos ahora, que puesto que esta crece como el cuadrado de la velocidad, siendo 289 el cuadrado de 17, si la tierra adquiriese una velocidad 18 veces mayor de la que tiene, la fuerza centrífuga se igualaria con la de la gravedad, y los cuerpos en el ecuador dejarian de ser pesados, permaneciendo en equilibrio á cualquiera altura.

La atraccion terrestre en los polos es $\frac{1}{200}$ mayor de lo que aparece en el ecuador.

Por último, siendo $r = R \cos. L$, la fórmula

$$g = G\left(1 - \frac{4\pi^2 R \cos.^2 L}{g T^2}\right) = G\left(1 - \frac{\cos.^2 L}{289}\right)$$

ó la

$$g = G\left(1 - \frac{4\pi^2 r \cos. L}{g T^2}\right)$$

dará la diminucion de la gravedad en cualquier paraje del globo.

Para Madrid, siendo $L = 40°25'$ y por consiguiente $\cos. L = 0,7614$, $h = 677^m$ $r = 6368070 + 677 = 6368747^m$, es

$$1 - \frac{4\pi^2 (r' + h) \cos. L}{g T^2} = 0,9974$$

y (núm. 510) $\qquad g = 9,797 \times 0,9974 = 9^m,775$

ARTÍCULO III.

Máquinas simples.— Rozamiento.

573. **Cuerdas.**

La tension de una cuerda, ó el esfuerzo que debe hacer una fuerza P para oponerse, en el sentido de su longitud, á la resistencia R, es $P=R$. Si $P>R$ ó $P=R+k$, P será la medida de la tension y k la fuerza con que arrastrará á R.

Sujeta la cuerda por un extremo á un punto Q y por el otro á la resistencia R
Fig 94. (*fig.* 94) la potencia P que se aplique en cualquiera de sus puntos obrará en sentido de la componente R S, puesto que la Q T es fuerza destruida por el punto fijo Q. Llamando P′ la R S, se tendrá en el triángulo P S u,

$$Pu : Su :: \text{sen.}\gamma : \text{sen.}\beta, \quad \text{ó} \quad P : P' :: \text{sen.}\gamma : \text{sen.}\beta,$$

$$\text{y} \quad R=P'=\frac{P\,\text{sen.}\beta}{\text{sen.}\gamma}.$$

Es decir, que las fuerzas R, P son entre sí como los senos de los ángulos opuestos.
Fig. 95. Si, pues, fueran tres las fuerzas (*fig.* 95) que se equilibrasen al rededor de un punto, se tendria igualmente $P : Q : R :: \text{sen.}\,p : \text{sen.}\,q : \text{sen.}\,r$.

Fig. 96. 574. Cuando las cuerdas estuviesen unidas por un anillo (*fig.* 96) seria menester que los ángulos p, q, fuesen iguales, ó que la direccion de R dividiese en dos partes iguales el ángulo formado por las P y Q, que serian rádios vectores de la elipse que en su movimiento trazaria R.

575. Aplicadas varias fuerzas por medio de cuerdas á un solo punto, por un nudo ó anillo que las una, se reducirán todas ellas á las tres que hemos considerado tomando sucesivamente la resultante de cada dos fuerzas por ellas dos, ó, lo que es lo mismo, *componiendo* el sistema por medio de tres fuerzas.

Fig. 97. 576. Si las cuerdas estuviesen unidas por tres ó mas nudos (*fig.* 97) A, B, C, trasladaríamos las P, P′ & paralelamente á sí mismas al punto C; lo que equivaldría á ir hallando las resultantes y componentes de las fuerzas que actuasen en cada nudo. El sistema se reduciría al de varias fuerzas al rededor de un punto, cuyas condiciones de equilibrio son

$$\Sigma(Pp)=o,\quad \Sigma P(\text{sen.}\alpha)=o,\quad \Sigma(P\cos.\alpha)=o$$

La tension de la 1.ª P y la última cuerda P^{IV} seria

$$P : P^{IV} :: \text{sen.}\,b \times \text{sen.}\,b' \times \text{sen.}\,b'' : \text{sen.}\,a \times \text{sen.}\,a' \times \text{sen.}\,a''.$$

Fig. 98. 577. Si las fuerzas P', P'', P''', fuesen verticales (*fig.* 98), se tendria

$$\text{sen.}\,b=\text{sen.}\,a,\ \text{sen.}\,b'=\text{sen.}\,a',\ \text{y}\ P : P^{IV} :: \text{sen.}\,b'' : \text{sen.}\,a''.$$

La resultante R del sistema será la vertical R G que pasa por el punto G de concurso de P y P^{IV}; porque, si ha de haber equilibrio, las fuerzas extremas P, P^{IV} deben destruir la resultante de P', P'' &; por consiguiente pasará por la interseccion G, y la verticalidad del sistema determinará la resultante.

Si la cuerda estuviese abandonada á sí misma, ó solicitada solamente por la gravedad de cada uno de sus puntos, equivaldría esto á suponer que las fuerzas eran pesos iguales á los correspondientes á cada elemento de la longitud de la cuerda; cuya resultante, en virtud de lo acabado de exponer, pasaria por el centro de gravedad y el de interseccion de las tangentes extremas, que son las direcciones de los elementos longitudinales de aquellos puntos. Esta curva es la llamada *Catenaria ó Cadenaria*, muy á propósito, por la estabilidad que ofrece, para servir de arco en las alcantarillas.

578. **Correas.**

Se emplean las correas de cuero como cuerdas sin fin para trasmitir el movimiento de un eje de rotacion á otro que le está distante, pasándolas tangencialmente sobre tambores ó poleas. La teoría y la experiencia han demostrado:

1.° Que cuando las correas están convenientemente tirantes trasmiten sin resbalar á las máquinas la velocidad consiguiente al esfuerzo empleado en razon constante é inversa de los diámetros de los tambores.

2.° Que la suma de las tensiones de ambos hilos ó bridas es constante, ya esté la máquina en movimiento ó en reposo: sucediendo que cuando la brida conductora está tirante la contraria se afloja.

3.° Que el esfuerzo T necesario para resbalar sobre un tambor una correa cuya tension es t, ó una cuerda sobre la garganta de una polea, es dada por la fórmula

$$\text{Log. } T = \text{log. } t + 0{,}434 f \frac{S}{R}$$

en cuya expresion se vé que es inútil aumentar mucho el diámetro de los tambores para impedir el resbalamiento.

En ellas son R el rádio del tambor ó polea
S el arco abrazado por la correa ó cuerda
f la relacion del rozamiento á la presion; cuyo valor será
1,47 para correas sobre tambores en el estado ordinario de untuosidad
0,50 para correas nuevas sobre tambores de madera
0,28 para correas untadas sobre poleas de bronce
0,38 para correas húmedas sobre poleas de bronce
0,50 para cuerdas de cáñamo sobre poleas ó tambores de madera.

579. **Regla práctica.**

Conociendo la relacion del arco abrazado por la correa ó cuerda con la circunferencia y llamando $k = \frac{T}{t}$ la correspondiente á la tension T y resistencia t, se hallará la tension ó esfuerzo T, capaz de producir el resbalamiento, por medio de la siguiente tabla.

Relacion del arco abrazado á la circunferencia.	VALOR DE LA RELACION k.					
	Correas nuevas sobre tambores de madera.	Correas en estado ordinario de uso.		Correas húmedas sobre poleas de bronce.	Cuerdas sobre tambores ó rollos de madera.	
		Sobre tambores de madera.	Sobre tambores de bronce.		En bruto.	Pulimentado.
0,20	1,87	1,80	1,42	1,61	1,87	1,51
0,30	2,57	2,43	1,69	2,05	2.57	1,86
0,40	3,51	3,26	2,02	2,60	3,51	2,29
0,50	4,81	4,38	2,41	3,30	4,81	2,82
0,60	6,59	5,88	2 87	4,19	6,58	3,47
0,70	9,00	7,90	3,43	5,32	9,01	4,27
0.80	12,34	10.62	4,09	6,75	12,54	5,25
0,90	16,90	14,27	4,87	8,57	16,90	6,46
1,00	23,14	19,16	5,81	10,89	23,90	7,95
1,50	"	"	"	"	111,31	22,42
2,00	"	"	"	"	535,47	63,23
2,50	"	"	"	"	2575,80	178,52

Uso de esta tabla.

Con estos valores se puede hallar fácilmente la tension ó esfuerzo necesario para sostener y hacer descender lentamente un peso dado.

Ejemplo 1.° ¿Cuál debe ser la tension del hilo ó brida conductora de una correa ordinaria para hacer resbalar sobre un tambor de madera la brida contraria cuya tension es de 50k, siendo la relacion del arco abrazado á la circunferencia del tambor 0,50?

Segun la tabla $k = 4,38$: así $T = 4,38 \times 50 = 219^k$.

Ejemplo 2.° ¿Qué esfuerzo debe oponer un hombre para sostener una pipa de vino que, resbalando por un plano inclinado, ejerza una tension de 250k en cada una de las bridas de cuerdas, habiéndolas dado dos vueltas al rededor del árbol ó rollo de superficie pulimentada?

Se tiene $k = 63,23$; y por cada brida $t = \frac{T}{k} = \frac{250}{63,23} = 3^k,95$ y por las dos $2t = 7,90$ kilógramos.

Se vé por este ejemplo cuanta facilidad presta el rozamiento para moderar el descenso de los fardos; pero debe tenerse cuidado en hacer la maniobra con continuidad y sin golpeos.

4.° La resistencia de las correas al resbalamiento es independiente de su anchura, que no hay necesidad de aumentar teniendo la suficiente para resistir á los esfuerzos que ha de trasmitir.

580. **Reglas para trasmitir el movimiento por medio de cuerdas ó correas sin fin.**

Para esto se determinará primero la cantidad de trabajo que debe trasmitirse á la polea ó tambor; y dividiéndola despues por la velocidad que debe tomar la circunferencia de este tambor, se tendrá el efecto Q que trasmitirán las correas ó el valor aproximado de la diferencia de las tensiones T y t; y será $T - t = Q$. En seguida se calculará el mínimo valor que se puede dar á la tension t de la brida conducida, ó contraria á la conductora del esfuerzo, por la expresion

$$t = \frac{Q}{k - 1}.$$

Siendo k, como antes, la relacion de las dos tensiones, cuyo valor se buscará en la tabla anterior. Conocida la tension mínima t, que se aumentará en un décimo, se hallará la $T = Q + t$, y por tanto, $T + t$.

Ejemplo. ¿Cuál será la tension de la brida no conductora de una correa de cuero arrollada á una polea de bronce, de 0m,30 de diámetro, siendo 35k la resistencia que se ha de vencer por la circunferencia, ó esfuerzo que se ha de trasmitir por la correa, y 0,50 la relacion del arco abrazado á la circunferencia?

Se tiene $k = 2,41$, y $t = \frac{35}{2,41 - 1} = 24^k,82$.

Aumentado el décimo resulta, $t = 27,30$; y por tanto

$T = 35 + 27,30, = 62^k,30$, y $T_{,} = \frac{T + t}{2} = 44^k,80$, tension natural de cada brida.

581. **Rodillos de tension.**

Para que la tension de las correas sea constante y no sobrepase el valor acabado de calcular, se emplean los rodillos (*fig.* 99), hallando su peso Π por la relacion aproximada.

Fig. 99.

$$\Pi = \frac{2T_{,} \cos. \alpha}{\cos. \beta}, \qquad \text{siendo}$$

$T_{,} = \frac{1}{2}(T + t)$.

$\alpha = \frac{1}{2}$ ángulo de la flexion de la correa sobre que pesa el rodillo, que se debe determinar de antemano.

β = ángulo de la inclinacion A B con la horizontal.

Si en el ejemplo anterior fuese $\alpha = 85°$ y la inclinacion $AB = 10°$, el peso del rodillo seria

$$H = 89{,}62 \frac{0{,}0872}{9{,}9845} = 7^k{,}93.$$

Puede asegurarse que las correas marcharán con seguridad y sin riesgo, haciéndolas soportar $0^k{,}25$ por milímetro cuadrado de seccion: con lo que se podrá calcular su anchura cuando se conozca el espesor del cuero que se debe emplear.

Por último, las poleas sobre que pasan las correas de cuero deben tener una convexidad igual próximamente á $\frac{1}{10}$ de su anchura.

582. **Palanca.**

Hay tres clases de palanca segun que el punto de apoyo (*fig.*s 100, 101 y 102) esté entre la potencia y la resistencia (balanza, romana, tijeras, tenazas, &), ó la resistencia entre el punto de apoyo y la potencia (barras para levantar piedras, remos, cuyo punto de aplicacion está en el agua, &); ó la potencia entre el apoyo y resistencia (pinzas, órganos musculares, &). *Fig.* 100 101, 102.

Cualquiera que sea la palanca y de cualquiera forma, deben estar, la potencia, resistencia y punto de apoyo en un mismo plano; en cuyo caso es necesario, para el equilibrio, que los momentos con relacion á este plano sean iguales, ó qué se tenga

$$P\,p = Q\,q \;\Big\}\; p = P\,T,\; q = Q\,T$$

La presion del punto de apoyo es la resultante de P y Q.

Si se toma en cuenta el peso de la palanca, se determinará el centro de gravedad, y entonces será (*fig.* 103.) *Fig.* 103.

$$P p = Q q + G g;\ \text{ó}\ (\textit{fig.}\ 104)\ P p + G g = Q q \Big\}\ g = G\,T$$ *Fig.* 104.

583. **Balanza, Romana.**

La balanza es mecánicamente una palanca de primera clase; y la condicion de equilibrio $P = Q$

Para medir bien con una balanza falsa se toma el término medio geométrico $P = \sqrt{A\,B}$ de los dos cuerpos A, B pesados en uno y otro platillo.

584. **Peso de Laborde.**

El peso de M. Laborde (*fig.* 105), que no puede recomendarse para las operaciones delicadas del comercio por la facilidad con que puede prestarse al fraude, es, sin embargo, sumamente útil para los usos domésticos por la ventaja que tiene de no exigir pesas ni punto de suspension. Consiste en un peso P que lleva hácia su extremo inferior un brazo R O, solidariamente unido al O C cuyos ejes son perpendiculares entre sí. El objeto que se desea pesar se coloca en el platillo que pende del último brazo; para cuyo aprecio sirve el indicador OR que señala en su movimiento la division expresiva del peso convenientemente escrita en el arco DK. *Fig.* 105.

Para hallar estas divisiones observemos que $P \times BP = Q \times CG$, ó

$Q = P\dfrac{BP}{CG} = P\dfrac{PO\,\text{sen.}\,\alpha}{CO\,\text{cos.}\,\alpha} = P\dfrac{PO}{CO}\,\text{tang.}\,\alpha$. Y como $P\dfrac{PO}{CO}$ es cantidad constante y conocida se tiene, llamándola K, $\text{tang.}\,\alpha = \dfrac{Q}{K}$.

Si, pues, el platillo pesa 2 kilogr., y para este peso marca el indicador el punto F, la línea FE será=tang. α. Si despues se pone 1 kil. de peso mas, y el indicador pasa á F′ será tang. $\alpha'=EF'=\frac{Q+1}{K}$: asi $F'=EF'-EF=\frac{1^k}{K}$.

Por consiguiente, si hallamos experimentalmente la porcion de tangente FF′ bastará llevarla sobre la misma direccion, á partir de F, tantas veces como kilógramos se quieran figurar en el círculo DK. Si no se determina EF directamente, se hallará la constante K, divisora de los números 1, 2, 3, & kilógramos, y el resultado será igual.

Fig. 106. **585.** El mismo principio de la palanca sirve á la *romana* (*fig.* 106) que se usa para pesar por mayor. A partir del fiel las divisiones 1, 2, 3, & son iguales al brazo menor. El peso con que se equilibra el pilon en la 1.ª division es lo que se entiende por la frase *con cuanto entra.* Para asegurarse de su exactitud es menester, á mas de verificar la rectitud de la barra, que el centro de gravedad se halle algo mas bajo que el F y en la misma vertical cuando la barra está horizontal.

586. Balanza báscula.

Fig. 107. Consiste en una meseta ab (*fig.* 107) sobre que se colocan los fardos y objetos que se han de pesar. El extremo b de ella está sostenido por el cuchillo F cerca del borde, pudiendo oscilar al rededor del punto G : el otro extremo a se halla suspendido del brazo aC, cuyo punto C oscila al rededor del A. En el brazo AB se hacen las divisiones. En A se colocan los pesos P sobre un platillo fijo. ED es otro vástago, idéntico al Ca, que soporta la palanca EG por el punto F; B y G son los solos puntos de rotacion.

Si se representa por p y p' el peso del objeto Q sobre los puntos b y a, el 1.º hará equilibrio con otro peso p'' aplicando en D, y se tendrá

$$p\times GF=p''\times GE. \text{ Al rededor de B es}$$

$$P\times AB=p''\times DB+p'\times BC=p\frac{GF}{EG}\times D+p'\times BC$$

El tablero $a\,b$ debe estar siempre horizontal, para lo cual se debe tener

$$\frac{FG}{EG}=\frac{CB}{DB};$$

de lo que resulta $P\times AB=BC\,(p+p')=Q\times BC$. Habrá, por consiguiente, equilibrio con P cualquiera que sea la situacion de Q sobre el tablero $a\,b$, puesto que la suma $p+p'$ será siempre igual á Q.

Haciendo, como en las balanzas ordinarias, Q=10 P, resulta AB=10 BC. FG es tambien $\frac{1}{5}$ de G E, por lo que BD = 5 BC.

587. Poleas fijas y móviles.— Polipastros ó aparejos.

Fig. 108. Para la *polea fija* (*fig.* 108) se tiene $Pr=Rr$ ó $P=R$. Su ventaja es poder cambiar la direccion de la fuerza.

Para hallar la tension que sufre el punto O observarémos que la resultante de P y R debe pasar por el centro de la polea y punto C de su concurso, que es la proyeccion del eje de suspension. Luego equivaldrá esto á un sistema de tres fuerzas unidas en un punto por cordones inestensibles, y nos dará, siendo $c=pr$,

$$P : Q :: \text{sen. } \alpha : \text{sen. } \gamma :: \text{sen. } prO : \text{sen. } pOr :: r : c.$$

Fig. 109. **588.** Como en la *polea móvil* (*fig.* 109) la resistencia R está reemplazada por la presion en la polea fija, se tendrá del propio modo $Pc=Rr$. Cuando la direccion de la potencia sea paralela á la del punto de suspension, $c=2r$, y $2P=R$, que es el caso mas favorable. La presion del centro O es $=P+R$.

589. Siendo varias las poleas móviles (*fig.* 110.) se tiene *Fig.* 110.
para la 1.ª $P : K :: r : c$; para la 2.ª $K : K' :: r' : c'$;
para la 3.ª $K' : K'' :: r'' : c''$; para la 4.ª $K'' : R :: r''' : c'''$;
y multiplicando ordenadamente $P : R :: r \times r' \times r'' \times r''' : c \times c' \times c'' \times c'''$.

590. Siendo paralelos los cordones (*fig.* 111) cada cuerda es $= 2r$, y entónces resultaría en general $P : R :: 1 : 2^3$ ó $:: 1 : 2^m$, siendo m el número de poleas, móviles. Las tensiones de los puntos de suspension F, F', &, serian P la 1.ª, 2 P la 2.ª 4 P la 3.ª, &. *Fig.* 111.

591. Para el sistema (*fig.* 112) de poleas fijas y móviles, la tension paralela de cada cordon es la misma de una á otra polea, y por consiguiente equivalente á $\frac{1}{6}$ R, ó $\frac{1}{m}$ R, siendo m el número de cordones ó poleas. Luego $P = \frac{R}{m}$: de donde resulta que la potencia disminuye á medida que aumenta el número de poleas. *Fig.* 112.

592. **Torno.— Ruedas dentadas.—Cric.—Cabria.**

Para el torno (*fig.* 113), que puede moverse por una cigueña C, palanca E, ó rueda K (esta con la cuerda ó correa S, ó bien por los dientes *a*, *a*...) se verifica *Fig.* 113.

$$PR = Qr, \begin{cases} R = \text{rádio de la rueda} \\ r = \text{rádio del cilindro.} \end{cases}$$

Un torno vertical se llama *cabestante* (*fig.* 114) : y la condicion de equilibrio es la misma que para el horizontal. Tanto en uno como en otro aumenta la resistencia á medida que la cuerda se replega sobre sí misma, pues por cada vez que esto sucede aumenta la palanca r de Q otro tanto del diámetro de la cuerda. *Fig.* 114.

593. Cuando se unen varios tornos (*fig.* 115) se verifica *Fig.* 115.

$$P : Q :: r \times r' \times r'' \times \& : R \times R' \times R'' \times \&.$$

Disminuirá, pues, la resistencia, ó será mas ventajosa á la potencia el que aumenten los rádios de las ruedas y disminuyan los de los cilindros.

594. Por el siguiente método se aumenta grandemente la potencia. El torno (*fig.* 116) es un cilindro, mitad de un diámetro, y mitad de otro algo menor, ($0^m,02$ por ejemplo). La cuerda pasando por una polea móvil, se arrolla en sentido contrario en ambos tambores, procurando esté desarrollada en el mayor antes del ascenso del cuerpo. Es claro que los dos ramales de la cuerda sufrirán igual tension representada por el peso de aquel; luego se podrá escribir *Fig.* 116.

$$PR = \tfrac{1}{2} Q r - \tfrac{1}{2} Q r'; \text{ y } P = \frac{Q}{2R}(r - r').$$

Si $r = 0^m,20$, $r' = 0,^m18$ será $r - r' = 0^m,02$, $P = \frac{Q}{2R} \times 0,02 = 0,01 \frac{Q}{R}$.

Aplicando este torno al cabestante simple de igual manubrio y el rádio del árbol igual al del cilindro menor del otro torno $= 0^m,18$, llamando P' la potencia tendríamos $P' R = Q \times 0,18$; $P' = \frac{Q \times 0,18}{R}$. Comparando ambos resultados se tendria

$$P : P' :: 0,01 \frac{Q}{R} : 0,18 \frac{Q}{R} :: 0,01 : 0,18 :: 1 : 18.$$

Cuanto menor sea la diferencia de los rádios r, r', mayor será la potencia.

Aparejos ó poleas diferenciales (*figs*. A.) *Fig.* A.

La polea diferencial, de que tanto uso hacen en el dia los grandes talleres y arsenales para levantar pesos de ¼ á 10 y mas toneladas, es una feliz aplicacion de este torno. Consiste (*figs*. A.) en el torno ó polea doble de diferente *Fig.* A.

diámetro a, en cuyos canales se hacen entradas á los eslabones de la cadena sin fin que pasa á la móvil donde se suspende el peso. Por esta disposicion y las fuerzas encontradas de la cadena, queda el todo en contínuo y constante equilibrio; no siendo necesario para cualquiera de los sistemas que representan las 3 figuras A. mas que la fuerza de un hombre para elevar los mayores pesos.

En la 1.ª efectivamente, siendo los rádios mayor y menor $r=0^m,20$ y $r'=0^m,19$, y aplicándose la potencia á la distancia r del centro, resulta

$$P=\frac{1}{2}\frac{Q(r-r')}{r} \text{ » que, para } Q=2^{\text{tonel.s}}=2000^k, \quad \text{dá} \quad P=50^k$$

En la 2.ª, á que se agrega la rueda de maniobra, de $R=0^m,5$ se tiene

$$P=\frac{1}{2}\frac{Q(r-r')}{R}; \text{ y para } Q=5000^k \qquad P=50^k$$

En la 3.ª la rueda de maniobra es excéntrica á la polea-torno, y mueve un piñon que engrana interiormente con este; lo que dá, llamando $r_{,}$ el rádio del piñon, $r_{,,}$ la distancia del centro de aplicacion de este al centro del torno,

$$P:Q::r_{,}\times\frac{1}{2}(r-r'):R\times r_{,,}, \text{ y } \quad P=\frac{\frac{1}{2}Q(r-r')r_{,}}{R\times r_{,,}}$$

Para $r_{,}=0^m,05$, $r_{,,}=0^m,1$, $R=0^m,5$ y $r-r'=0,01$; siendo $Q=10^{\text{tonel.s}}$ resulta

$$P=\frac{10000\times0,05\times0,01}{2\times0,5\times0,1}=50^k$$

Se vé, pues, que en todos estos sistemas basta casi la fuerza media del hombre ó $\frac{50}{80}$ de la que pueda ejercer con ambos brazos para equilibrar los grandes pesos de 2, 5 y 10 toneladas.

El exceso de fuerza 30^k es sobrado para vencer la rigidez y rozamientos, &.

Para las poleas menores sin rueda de maniobra se necesita que la longitud de la cadena sea triple de la altura á que se sujeta la polea. Cuando hay rueda de maniobra se requiere una longitud de cadena cuádrupla de la altura.

Estos aparejos, tan generalizados en los Estados Unidos, Inglaterra, Francia, Bélgica, Italia, Suecia y Turquía, han tenido tambien entrada en España para las Fábricas de Trubia, Plasencia, Madrid y Barcelona.

595. **Cabria.**

Fig. 117. Combinando el torno con el aparejo resulta la máquina llamada *cabria* (*fig.* 117). La tension T es la resistencia para el torno y potencia para el aparejo; resultando $PR=Tr$ (r = rádio del cilindro, R = palanca); y como $T=\frac{1}{2}Q$, será

$$P=\frac{Qr}{2R}, \text{ ó } P=\frac{Qr}{nR}$$

si n es el número de los cordones ó poleas.

596. **Ruedas dentadas, engranajes.**

La condicion de equilibrio en las ruedas dentadas es igual á la del torno, sustituyendo el rádio de los piñones al del cilindro, y el de las ruedas dentadas al del manubrio.

Para un sistema de ruedas, cualquiera que sea su enlace, se tiene

$$P:Q::r\times r'\times r''\times\&:R\times R'\times R''\ \&.$$

Si hubiese tres ruedas iguales cuyos rádios estuviesen con los de los piñones en razon de 10 á 1, seria, prescindiendo del rozamiento, $P=0,001\ Q$, ó lo que es lo mismo, la potencia seria 1000 veces mayor que la resistencia. De modo que si la potencia fuese 1^k, se equilibraría con una resistencia expresada por 1000^k.

597. Para hallar el número de dientes de estas ruedas y los de los piñones, se establecerá como dato principal la circunstancia especial del problema; por

ejemplo, para medir unidades de tiempo se podria fijar la condicion de que la rueda á que está aplicada la resistencia diese una vuelta ínterin hacia 60 revoluciones la de la potencia. Si una de estas durase 1″, la revolucion de la primera mediria 1′. Sean D, D′, D″ los dientes de las ruedas 2, 3, 4 (*fig.* 118); $d, d' d''$ las alas de los piñones 1, 2, 3; N, N′, N″ el número de vueltas que darán las mismas ruedas, ínterin la 1 hace n revoluciones. *Fig.* 118.

Observemos que en tiempos iguales engranarán igual número de dientes y alas cada rueda y el piñon que la mueve; así, en el tiempo correspondiente á n revoluciones de la primera se verifican 3 ecuaciones que, multiplicadas ordenadamente, dán la

$$n\,d \times N\,d' \times N'\,d'' = N\,D \times N'\,D' \times N''\,D''; \text{ de dónde } n = N''\,\frac{D \times D' \times D''}{d \times d' \times d''}.$$

En el supuesto establecido son $n = 60$ y $N'' = 1$; luego, si damos valores arbitrarios á d, d', d'', siendo $d = 5$, $d' = 6$, $d'' = 8$, resultará $60 \times 5 \times 6 \times 8 = D \times D' \times D''$. El problema es indeterminado, puesto que el primer miembro se puede descomponer de varios modos en 3 factores, correspondientes á D, D′, D″; así podemos tener $\{ D = 12, D' = 25, D'' = 48$, ó $\{ D = 12, D' = 30, D'' = 40$, &.

598. Cuando son dos las ruedas que han de engranar, llamando p el paso del engranaje ó la distancia de un espacio y un diente, ó los inter–ejes de los dientes, se tendrá para la rueda mayor $D = \frac{2\pi R}{p}$, y para la menor $d = \frac{D}{n}$ ó $D = n\,d$, siendo n la relacion de los rádios ó el número de vueltas que dá el piñon mientras hace una la rueda. Acontecerá regularmente que las divisiones para determinar en estas ecuaciones D y d, no sean exactas; entonces se tomará para D el número inferior entre los que se halla comprendido, repartiendo el resíduo entre los dientes y espacios; lo que no presenta inconveniente alguno. Por ejemplo, si $D = \frac{2\pi \times 2{,}5}{0{,}058} = 270{,}255$ se repartirá el exceso 0,255 dando á cada diente 0,9 milímetros mas de grueso. Ahora si la rueda y dientes son de madera, se procurará, para mas facilidad en la construccion y no debilitar los ensamblajes, que el número 270 sea divisible por el número de brazos ó crucetas de que se componga la rueda. Si estas fuesen 8, seria $\frac{270{,}255}{8} = 33{,}78$ corresponderán, pues, $33 \times 8 = 264$ dientes á la rueda, ó 33 á cada octava parte, haciendo cada diente $\frac{0{,}78}{33} = 0{,}0236$ mas grueso, ó dando la mitad de este valor á los dientes y mitad á los espacios, ó todo á estos; en cuyo caso resulta $p = \frac{2\pi R}{D} = \frac{15{,}708}{264} = {}$ $= 0^m{,}059$.

Se llama (*fig.* 119) *circulo primitivo* el $b\,a\,c$, que es donde se toma el espesor de los dientes: y el que se entiende por circunferencia de la rueda: $b\,d$ es el flanco y $b\,c$ la cara del diente. La anchura de este se mide en el sentido del eje, ó bien es el espesor de la corona. *Fig.* 119.

599. **Engranajes.**

Para que el engranaje esté bien establecido es menester,

1.° Que los dientes de una misma corona sean iguales entre sí é igualmente distribuidos.

2.° Que el número de los dientes de dos ruedas esté en razon inversa de las velocidades angulares de estas ruedas.

3.° Que, en lo que sea posible, no principie el empuje de los dientes hasta lle-
Fig 119. gar á la línea O a O′ de los centros (*fig.* 119).

4.° Que el espacio entre los dientes engranados sea el menor posible y no exceda al $\frac{1}{10}$ ó $\frac{1}{15}$ de su espesor.

5.° Debe procurarse disminuir el rozamiento de los dientes teniéndolos siempre untuosos, haciéndolos poco largos y multiplicándolos cuanto lo permita la resistencia que se les calcule.

En las máquinas de fuerza ordinaria se les dá regularmente $0^m,03$ de espesor y $0^m,12$ ó $0^m,15$ de anchura; y en todos casos la longitud ó salida no debe exceder de $1\frac{1}{2}$ veces el espesor (véase mas adelante el cap. 6.°) Se hacen de bronce, hierro y madera dura, tal como el *espino, serval, ausubo,* &.

600. El esfuerzo que deben soportar se halla dividiendo el máximo de la cantidad de accion que deben trasmitir par la velocidad de la circunferencia del círculo primitivo, siendo

$$\text{Esfuerzo de los dientes} = \frac{Q^{km}}{V}.$$

Para el paso p, llamando h el espesor de los dientes de la rueda, y h' el de los del piñon, se tiene

$p = 2{,}1 \times h$, ó $p = 2{,}067\,h$, si las maderas son de igual especie,

y $p = h + 1{,}1 \times h'$, ó $p = h + 1{,}067\,h'$, si lo son de distinta.

Los rádios del círculo primitivo se tienen por las fórmulas

$$R = \frac{n\,\delta}{n+1}, \quad r = \frac{\delta}{n+1}$$
$\delta = R + r$ ó distancia entre los centros
n = número de vueltas del piñon en el tiempo que la rueda hace una revolucion.

EJEMPLO:

Supongamos que se quiere establecer el engranaje entre dos ruedas ó una rueda y un piñon que dé 4 vueltas mientras aquella dá una. La distancia de los centros es de 3^m; la cantidad de accion que debe trasmitir la rueda es 1025^{km} en $1''$, haciendo esta 8 revoluciones en $1'$ ó $60''$. Se tiene

$$n = 4, \quad R = \frac{n\,\delta}{n+1} = \frac{4 \times 3}{5} = 2^m,4, \quad r = \frac{\delta}{n+1} = \frac{3}{5} = 0^m,6.$$

La velocidad de la circunferencia del círculo primitivo de la rueda es

$$V = \frac{2\pi R \times 8}{60''} = \frac{6{,}28 \times 2{,}4 \times 8}{60} = 2^m,01.$$

$$\text{El esfuerzo de los dientes} \quad \frac{Q^{km}}{V} = \frac{1025}{2{,}01} = 510^{kil}.$$

Los dientes de la rueda, si son de madera, tienen por valor segun las fórmulas de resistencia de materiales $h = 0{,}143\sqrt{510} = 0^m,0323$; y para los del piñon de fundicion $h' = 0{,}105\sqrt{510} = 0^m,0237$;
y el paso, $p = h + 1{,}067\,h' = 0^m,0576$.

El número de dientes de la rueda será

$$D = \frac{2\pi R}{p} = \frac{15{,}10}{0{,}0576} = 262.$$

Si tiene 8 brazos deberá ser $\frac{262}{8} = 32{,}75$; ó 32 dientes por cada brazo, haciendo el reparto de los 0,75 como queda dicho (núm.° 598.), lo que daria $p = 0^m,059$. El piñon tendrá $d = \frac{D}{n} = \frac{32 \times 8}{4} = \frac{256}{4} = 64.$

601. Trazado práctico de los engranajes.

Determinados los rádios de los círculos primitivos, y los del engranaje se tomarán, (*fig.* 120), á partir del punto a, union de los círculos y la línea de los centros, el espesor de los dientes sobre estas circunferencias. De los puntos b, b', b'', g, se tiran los rádios $b\,O'$, $b'\,O$, $b''\,O'$, $g\,O$, y trazando las circunferencias SS, ss con los rádios $\frac{1}{2}\,a\,O$, $\frac{1}{2}\,a\,O'$, se tendrán los puntos de interseccion d, g, que se unirán á los b', b''. Tirando en medio de $b'\,d$ y $b''\,g$ una perpendicular, los puntos en que encuentren á los círculos primitivos serán centros de las caras $b'\,d$, $b''\,g$ de los dientes respectivos de la rueda y piñon. La cara del lado opuesto se traza con el mismo rádio, teniendo así, de uno y otro lado de cada diente, los arcos que sustituyen á la epiciclóide convenientes á la mínima presion. Para los flancos no hay mas que tirar los rádios $O'\,b$ &, desde los puntos correspondientes de los círculos primitivos. *Fig.* 120.

El límite de la longitud de los dientes se determina por los círculos trazados desde O y O', con rádios $O\,b'$, $O'\,b$: y en cuanto á la profundidad ó longitud de los flancos se tomarán $a\,m$ y $a\,n$ iguales á $0^m,008$, ó $0^m,010$, trazando, por último, con los rádios $O'\,m$, $O\,n$, iguales á $4\frac{1}{2}$ veces el espesor, los círculos interiores que darán el fondo de todos los dientes.

602. Se acostumbra prácticamente á trazar la curvatura de los dientes con arcos de círculo cuyo rádio es igual á la cuerda del paso ó sus $\frac{3}{4}$; lo que difiere poco del método anterior y será preferible cuando los dientes sean pequeños. Bastará, tambien, hacerlos rectos cuando la salida sea igual, poco mas ó menos, á su espesor; pues el movimiento de las ruedas redondeará bien pronto las superficies haciéndolas tomar la debida curvatura.

Por último, se traza tambien esta hallando la evolvente del círculo primitivo; para lo cual se le rodea de un hilo inestensible que se desarrolla atándole al extremo un punzon ó lapiz. Este método es bueno para cuando hay varios piñones de diferentes diámetros movidos por una rueda, y se quiere trasmitir la velocidad en una relacion constante.

603. Cuando un piñon haya de dar movimiento á una barra dentada (*fig.* 121), *Fig.* 121.
como sucede al *cric*, se determina antes la altura á que ha de subir esta barra por una revolucion del piñon; con lo que, llamándola h, se tiene

$$2\pi r = h, \text{ y } r = \frac{h}{2\pi}.$$

Conocido el paso, que ya sabemos depende del espesor de los dientes, se calculará el número de estos por la fórmula $D = \dfrac{2\pi r}{p}$.

604. Para trazar el engranaje de un *tornillo ó rosca* movida por un piñon, se determinarán el espesor de los dientes y el paso, segun la intensidad de los esfuerzos que se han de trasmitir. El paso de la rosca será igual al del círculo primitivo, y como pasará un diente de piñon por cada vuelta del tornillo, se podrá calcular el rádio de aquel haciéndole dar una vuelta por un número dado de revoluciones de la rosca. Si fuese n este número, tendríamos $r = \dfrac{n\,p}{2\pi}$. El diámetro del núcleo del tornillo será $\frac{5}{2}\,p$. La línea recta que representa el círculo primitivo en este se hallará á $\frac{11}{10}\,r$. Por último, los dientes del piñon se inclinarán un poco para adaptarse mejor á las superficies de la rosca.

605. Engranajes de evolvente de círculo.

Si un círculo cuyo centro es O (*fig.* 122) se divide en partes iguales ab, bc, cd, & *Fig.* 122.

y por ellas tiramos tangentes $b\,b'$ $c\,c'$ &, de igual longitud que los arcos desarrollados $a\,b'$, $a\,b'\,c'$, &, la curva que resulte $b'\,c'\,d'$ &, á que las mismas tangentes serán normales, comprenderá la evolvente del círculo. Ahora bien, si imaginamos otro círculo cualquiera O', la tangente $e\,e'$ comun á los dos, será normal á las dos evolventes $c\,f$ y $g\,h$ como lo seria para otra y otras cuyos puntos de contacto se verificasen en la misma tangente. Si, pues, los dos círculos están en movimiento, los puntos de contacto vendrán á coincidir con otros diferentes de esta línea, sucediendo siempre que la relacion entre sus velocidades de rotacion es

$$\frac{R}{r}=\frac{m}{n} \text{ ó } R:r::m:n$$

Si cambia la distancia entre los centros ó ejes de las ruedas cambiarán tambien la tangente y puntos de contacto; pero la figura de los dientes ó las evolventes quedarán las mismas. La altura ó salida de los dientes será mayor si uno de los círculos se retira, y vice-versa si se aproximan las circunferencias. En el primer caso los dientes disminuyen en número aumentando en magnitud y tiempo de contacto. En el segundo caso sucede todo lo contrario, pero hay la ventaja de que engranan mas dientes á la vez.

Fijando su salida en la misma cantidad que para los dientes de epicyclóide $=1,2\,h$, resultará para los rádios exteriores de los círculos

$$R+1{,}2\,h \quad \text{y} \quad r+1{,}2\,h: \qquad (h=\text{espesor de los dientes})$$

bastará, por consiguiente, para determinar la rueda, conocer su rádio y espesor máximo de los dientes.

Siendo la relacion $\frac{R}{h}=12$ para todas las ruedas, de modo que la altura del punto de contacto de las dos evolventes sea $1,2\,h$, se ha determinando la siguiente

TABLA de los espesores máximos que se deben dar á los dientes de las ruedas de engranaje, segun sus diámetros, para que la altura ó salida de aquellos sea = 1,2 veces el espesor.

Diámetros de las ruedas.	Espesores de los dientes $=h$.	Altura ó salida de los dientes $=s$	Grueso de las ruedas $=b$
metros.	centímetros.	centímetros.	centímetros.
0,10	0,42	0,50	1,90
0,20	0,84	1,00	3,80
0,30	1,25	1,50	5,60
0,40	1,67	2,00	7,50
0,50	2,10	2,50	9,45
0,60	2,50	3,00	11,25
0,70	2,92	3.50	13,20
0,80	3,34	4,00	15,00
0,90	3,75	4,50	10,90
1,00	4,17	5,00	18,80
1,20	5,00	6,00	22,50
1,40	5,82	7,00	26,40
1,60	6,66	8,00	30,00
1,80	7,50	9,00	33,80
2,00	8,32	10,00	37,60

606. **Para hallar el número de dientes** de evolvente se toma $\frac{2}{3}h$ para el vacío, cantidad la mas á propósito para que puedan penetrar hasta el fondo en la mayor parte de los casos. Resulta así que el paso es $p=\frac{5}{3}h=1{,}67\,h$, y el número de dientes $n=\frac{2\pi R}{1{,}67\,h}$. Siendo constante la relacion $b=\frac{R}{12}$, será $n=45$ para el

número mínimo de dientes que debe tener toda rueda de engranaje de evolvente.

607. **Trazado de estos dientes.**

Si nos proponemos hallar los dientes de dos ruedas de engranaje de evolvente (*fig.* 123), capaces de trasmitir un esfuerzo de 30 caballos ó 2250^{km} de un árbol á otro que le sea paralelo, y cuyos ejes esten á la distancia de 2^m, debiendo ser 5:9 la relacion entre sus velocidades de rotacion, y haciendo el motor 15 vueltas por minuto, se tiene *Fig.* 123.

$$R:r::9:5 \text{ de que } r=\tfrac{5}{9}R \quad \text{además,} \quad h=\tfrac{1}{12}r, \text{ ó } r=12\,h.$$

Para hallar los rádios ó diámetros de los círculos primitivos observarémos que la línea de los centros es $O\,O'=R+r+1{,}2h=2^m$. Dividiéndola en dos partes que guarden la relacion de 5 á 9, serán estas 0,714 y 1,286; por lo que $d=1^m{,}424$, y $D=2^m{,}572$. La velocidad por 1″ del motor es

$$v=\frac{15\times2\pi\times1{,}286}{60''}=1^m{,}01,$$

y el esfuerzo de los dientes ó presion tangencial $\frac{Q}{v}=\frac{2250}{1{,}01}=2118^k$ próximamente.

Si los dientes fuesen de madera tendrian de espesor

$$h=0{,}143\sqrt{2118}=6^c{,}58$$

y si de fundacion $h=0{,}105\sqrt{2118}=4^c{,}84$. Además, $p=1{,}67\,h=8$ centímetros.

$$s=1{,}2h=0^m{,}058 \quad O\,O'=2^m=R+\tfrac{5}{9}R+1{,}2\,h;\ R=1^m{,}25,\ \text{y } r=0^m{,}694$$

$$\text{número de dientes de la rueda mayor}=\frac{2\pi R}{0^m{,}08}=98$$

$$\text{número de dientes de la menor}=\frac{2\pi r}{0{,}08}=55.$$

608. **Comparacion entre los engranajes de evolvente y de epicycloide.**

1.° En el engranaje de evolvente la presion de las ruedas es siempre constante, por ejercerse segun la direccion de la tangente que les es comun.

En el de epicyclóide al contrario, las normales á la curva que pasan por los puntos de contacto son rectas comprendidas entre la tangente y la normal al círculo: resultando de esto que solo cuando el contacto se halla en la línea de los centros la perpendicular á la normal es igual al rádio; disminuyendo luego á medida que el punto de contacto se separa. Esto produce mayor y menos uniforme presion en los dientes, que se deforman al fin por el desigual rozamiento que sufren.

2.° Para construir una rueda de engranaje de evolvente basta conocer su diámetro y el espesor de los dientes.

Para una de epicyclóide se necesita conocer el diámetro, espesor de los dientes, y diámetro de la rueda con la que debe engranar.

De aquí resulta, que una rueda de engranaje de evolvente puede acoplarse con cuantas otras se quiera del mismo género ó igual paso; mientras que la de epicyclóide no mas puede engranar que con una sola rueda.

3.° Cuando han engranado dos ruedas de evolvente se pueden alejar sus ejes algun tanto, cualquiera que sea la causa, (como suele suceder en los trapiches al pasar exceso de caña) sin que los engranajes cesen de funcionar convenientemente.

En las ruedas de epicyclóide la distancia entre los ejes debe quedar rigorosamente constante si han de producir buen efecto.

609. Engranajes cónicos. Dimensiones de los dientes.

Se llaman engranajes cónicos los de dos ruedas cuyos ejes concurren en un punto. Sus dientes pueden ser como en los cilíndricos de epicyclóide ó de evolvente de círculo; con la sola diferencia de que en estos los puntos de las curvas
Fig. 124. se hallan igualmente distantes del vértice O (*fig.* 124) que es el encuentro de ambos ejes: por cuya razon se llaman los dientes de epicyclóide esférica ó de evolvente esférica. Aunque la geometría descriptiva dá medios sencillos para determinar las proyecciones de estas curvas, es tan laborioso el pasar de ellas á las curvas mismas, que en la práctica se sustituyen bastante satisfactoriamente con arcos de círculo aproximados.

Llamando h el grueso de los dientes, tomado en la circunferencia del círculo primitivo, y h', h'', los correspondientes á los círculos E G, D H; δ la distancia O D, y b la E D, resulta, $h = \frac{h' + h''}{2}$, $h' = h\frac{\delta + b}{\delta + \frac{1}{2}b}$, $h'' = h\frac{\delta}{\delta + \frac{1}{2}b}$

Para la salida del diente se tiran los Y J $= 1{,}2\,h$, Y′ J′ $= 1{,}2\,h'$, Y″ J″ $= 1{,}2\,h''$.

610. Montea de estos engranajes.

O A y O B son los ejes concurrentes á un mismo punto O; O E la línea generatriz de los dos conos tangentes, cuyas velocidades de rotacion están en la razon de $m : n$.

Supuestas conocidas las anteriores cantidades, desde los puntos D y E se trazarán perpendicularmente á los ejes las proyecciones de los círculos de los troncos de cono que forman las ruedas. Por los puntos E y D se tiran las N P, L M perpendiculares O E, que serán generatrices de 4 conos rectos, cuyos vértices están en N P, L M. Tracemos tambien los semicírculos de las bases E G, E K, y sobre ellos tomemos los pasos de los dientes $a\,b$... como para los engranajes cilíndricos, que proyectarémos en estas líneas. Unamos los puntos de interseccion con los O, N, P, y tendrémos para los engranajes de epicyclóide la proyeccion de la porcion de dientes cortados por los conos medios; y para los de evolvente la proyeccion de la base de los dientes, suponiendo siempre que en este caso se deja un intérvalo entre los conos primitivos. Lo propio se hará para las proyecciones de las bases inferiores D H, D Y″; pudiendo análogamente verificar las de los extremos de los dientes y sus curvas que las mas de las veces se concluyen con el compás.

Fig. 125, 170. Las figuras 125 y 170 correspondientes al martillo frontal y pilon sirven para indicar el movimiento circular y rectilíneo alternativo.

611. Cric.

El cric es una barra con dientes que engranan en los de un piñon, al que está adosada una manivela. A veces suele llevar una rueda dentada y dos piñones
Fig. 126. (*fig.* 126). Es máquina de iguales condiciones que el torno.

Fig. 127. **612. Plano inclinado** (*fig.* 127).

Si A B es un plano inclinado al horizonte, G el centro de gravedad de un cuerpo cualquiera que sobre él descanse, cuyo peso representamos por R, y P una fuerza ó potencia aplicada al mismo en su propio centro de gravedad, será menester para el equilibrio que la fuerza P y resistencia R, apreciadas en sentido del plano, sean iguales á las otras componentes en sentido normal, ó que se tenga, prescindiendo del rozamiento,

$$P \cos. \beta + R \text{ sen. } \alpha = P \text{ sen. } \beta + R \cos. \alpha$$

que dá, $R \text{ sen. } \alpha = P \text{ sen. } \beta + R \cos. \alpha - P \cos. \beta.$

Observando que en el triángulo A B C se tiene $b = l \cos. \alpha$, y $h = l \text{ sen. } \alpha$, se deduce que $\cos. \alpha = \frac{b}{l}$ y $\text{sen. } \alpha = \frac{h}{l}$.

Si el móvil subiera en vez de bajar el plano inclinado, se tendria para el equilibrio dinámico

$$P \cos. \beta = R \text{ sen. } \alpha + R \cos. \alpha - P \text{ sen. } \beta.$$

Si la fuerza P ejerciera su accion sobre el plano inclinado tendiendo á comprimir el cuerpo se cambiaria el signo — de P sen. β por el + en las dos fórmulas anteriores.

En el supuesto de sér nulo el ángulo α, es decir, cuando el plano es horizontal, se tiene $\text{sen. } \alpha = 0$, $\cos. \alpha = 1$, y $P \cos. \beta$ será la sola potencia que actue sobre el móvil, reduciéndose la anterior ecuacion á la

$$P \cos. \beta = R - P \text{ sen. } \beta.$$

Si el ángulo β es nulo, es decir, si el esfuerzo P verifica su accion paralelamente al plano inclinado, se tiene $\text{sen. } \beta = 0$, $\cos. \beta = \pm 1$, y la primera ecuacion será $R \text{ sen. } \alpha = \pm P + R \cos. \alpha$. Si α y β son nulos, $P = R$.

Si la potencia fuese horizontal se verificaría la proporcion $P : R :: h : b$,

$$\text{y} \quad P = R\frac{h}{b}.$$

613. Rosca (*fig.* 128). *Fig.* 128.

Desarrollando la superficie de un cilindro y divididas sus generatrices en partes iguales, las diagonales que se tracen en los diferentes rectángulos así determinados presentarán el desarrollo de la hélice, cuyo paso es la altura constante de estos rectángulos ó distancia vertical entre las diagonales.

Concibiendo un plano tangente á una espira y suponiendo esta desarrollada tendrémos un triángulo rectángulo igual á la mitad de uno de los rectángulos anteriormente citados: su hipotenusa será la traza de un plano inclinado ó camino seguido por la tuerca al resbalar á lo largo de la rosca. Y como la fuerza F de aquella, opuesta al resbalamiento, es horizontal, se verificará segun el número anterior, $F b = R h$.

$b =$ base del plano inclinado, ó desarrollo de la circunferencia del cilindro.
$h =$ altura del plano, ó paso de la rosca.

Tambien se tiene por la condicion del torno, que la palanca ó potencia P á ella aplicada es á la resistencia F cómo el rádio r del cilindro al R' del círculo descrito por la palanca; lo que dá

$$P R' = F r$$

ó, pues que los rádios son como las circunferencias,

$$P \times \text{circunferencia } (R') = F \text{ circunferencia } (r)$$

Multiplicando esta ecuacion y la primera y observando que, circunferencia $(r) = b$ se tiene $P \times \text{circunferencia } (R') = R h$, y $P = \frac{R h}{\text{circunferencia } (R')}$

La ventaja está pues, en el aumento de la palanca y disminucion del paso de rosca.

614. Detalles de construccion.

Cuando la espira es cuadrada se hace la altura e igual á la salida y los vacíos

iguales á los llenos. En este caso el paso es $h = 2e$. La tuerca debe por lo menos abrazar tres espiras, por lo que su mínimo espesor se hará de $6e$. La altura e se toma poco mas ó menos igual al $\frac{1}{3}$ del rádio del cilindro, regulando este por el esfuerzo á que se ha de someter la rosca (6 kilógramos por milímetro cuadrado de seccion para cuando sea de hierro y 0,8 si fuese de madera). Segun esto el rádio exterior de la hélice será $= 4e$, y el rádio medio

$$r = \frac{4e + 3e}{2} = \frac{7}{2}e = \frac{7}{4}h.$$

En la rosca de espiras triangulares las alturas del triángulo generador aumentan á medida que la salida crece. Cuando son de madera tierna y destinadas á soportar grandes esfuerzos, el triángulo generador es isósceles y rectángulo en el vértice: si fuesen de madera dura ó metal, el triángulo seria equilátaro. En ambos casos el paso h es la base del triángulo cuando la rosca no tiene mas que un filete, que es el caso mas general. El espesor de la tuerca es$=3h$, la salida $e = \frac{1}{3}$ del rádio del núcleo, y el grueso de este como en la rosca de espiras cuadradas.

Fig. 120. **615.** Combinando la rosca con una ó mas ruedas dentadas (*fig.* 120.) se tiene *el tornillo sin fin*; y entonces la condicion de equilibrio es

$$P : R :: ab \times oc : oC \times \text{circunferencia. (P).}$$

616. Cuña.

Fig 130. La potencia P, aplicada á la cabeza de la cuña (*fig.* 130) se descompone en dos fuerzas Q, y Q′, perpendiculares á sus costados, á los que son proporcionales como se vé comparando los triángulos ABC, ONM; y se tiene

$$P : Q : Q' :: AB : AC : BC.$$

De modo que representando AB la cabeza de la cuña, cuanto menor sea su grueso mayor será el efecto.

617. ROZAMIENTO Y RIGIDEZ.

El rozamiento de las superficies y rigidez de las cuerdas y cadenas aumentan las resistencias, por lo que deben tomarse en cuenta estas fuerzas pasivas en los diferentes problemas de equilibrio y movimiento.

618. Rozamiento.

Se llama rozamiento á la fuerza pasiva que oponen dos cuerpos en contacto por efecto del engranaje recíproco de sus partes materiales. Segun los númerosos experimentos verificados el rozamiento es proporcional á la presion, ya estén secas ó dadas de unto las superficies en contacto.

El valor del rozamiento depende solamente de la *presion y naturaleza de las superficies que rozan.* Se disminuye bañándolas con cualquiera especie de unto; siendo tambien menor entre superficies de diferentes sustancias.

Cuando dos superficies en contacto permanecen algun tiempo en reposo adquieren cierta adherencia que es proporcional á la extension de las superficies é independiente de la presion. Luego que al resbalar se las separa aparece el rozamiento, como en el caso del movimiento, proporcional á la presion é independiente de las superficies en contacto; basta un ligero choque, perpendicular á la del cuerpo fijo, para que el móvil parta con un esfuerzo de traccion generalmente menor que el que hubiera sido menester aplicarle en el supuesto de no haber tenido lugar el choque.

TABLA PRIMERA.—De varios esperimentos acerca del rozamiento entre superficies planas cuando han estado algun tiempo en contacto.

INDICACION DE LAS SUPERFICIES en contacto.	DISPOSICION de las fibras.	ESTADO de las superficies.	Relacion del rozamiento á la presion.
Roble sobre roble	Paralelas	Sin unto	0,62
	Id.	Dada de jabon seco.	0,44
	Perpendiculares	Sin unto	0,54
	Id.	Bañada con agua	0,71
	Trozo vertical sobre otro horizontal	Sin unto	0,43
Roble sobre olmo	Paralelas	*Id.*	0,38
Olmo sobre roble	*Id.*	*Id.*	0,69
	Id.	Frotadas de jabon seco	0,41
	Perpendiculares	Sin unto	0,57
Fresno, abeto, haya, serbal sobre roble	Paralelas	*Id*	0,53
	A lo ancho	*Id*	0,61
Cuero curtido, sobre roble	De canto	*Id.*	0,43
Correa de cuero. Sobre una superficie plana de roble	....	Mojada con agua	0,79
Correa de cuero. Sobre un tambor de roble	Paralelas	Sin unto	0,74
	Perpendiculares	*Id.*	0.47
Correa de cáñamo, sobre roble	Paralelas	*Id.*	0,50
	Id.	Mojadas con agua	0,87
Cuerda de cáñamo sobre roble	*Id*	Sin unto	0,80
Hierro sobre roble	*Id.*	*Id.*	0,62
	Id.	Mojadas con agua	0,65
Fundicion sobre roble	*Id.*	*Id.*	0,65
Cobre amarillo sobre roble	*Id.*	Sin unto	0,62
Cuero de vaca para émbolos sobre funcion	De plano	Mojada de agua	0,62
	De canto	Con aceite, sebo ó manteca	0,12
Cuero negro sobre poleas de fundicion.	De plano	Sin unto	0,28
		Mojadas con agua	0,38
Fundicion sobre fundicion	*Id.*	Sin unto	0,16
Hierro sobre fundicion	*Id.*	*Id.*	0,19
Roble, olmo, ojaranzo, hierro fundido y bronce, resbalando cada dos entre sí.	*Id.*	Untadas de sebo	0,10
		De aceite ó manteca.	0,15
Piedra calcárea oolítica, sobre lo mismo.	*Id.*	Sin unto	0,74
Piedra calcárea dura, dicha muschelkalk, sobre calcárea oolítica	*Id.*	*Id.*	0,75
Ladrillo sobre calcárea oolítica	*Id.*	*Id.*	0,67
Roble sobre calcárea oolítica	Verticalmente	*Id.*	1,63
Hierro sobre calcárea oolítica	*Id*	*Id.*	0,49
Muschelkalk sobre muschelkalk	*Id*	*Id*	0,70
Ladrillo *id.* *id.*	*Id*	*Id.*	0,67
Hierro *id.* *id*	*Id*	*Id.*	0,42
Roble *id.* *id.*	*Id.*	*Id.*	0,64
Calcárea oolítica sobre la misma (despues de un contacto de 10′ á 15′)	*Id.*	Bañadas de mortero de tres partes de arena fina y una de cal hidráulica	0,74

TABLA SEGUNDA.—De varios experimentos acerca del rozamiento entre superficies planas en movimiento unas sobre otras.

INDICACION DE LAS SUPERFICIES. en contacto.	DISPOSICION de las fibras.	ESTADO de las superficies.	Relacion del rozamiento á la presion.
Roble sobre roble	Paralelas	Sin unto	0,48
	Id.	Frotado de jabon seco	0,16
	Perpendiculares	Sin unto	0,34
	Id.	Mojadas con agua	0,25
	Trozo vertical sobre uno horizontal	Sin unto	0,19
Olmo sobre roble	Paralelas	*Id.*	0,43
	Perpendiculares	*Id.*	0,45
	Paralelas	*Id.*	0,25
Fresno, abeto, haya, serbal sobre roble	*Id.*	*Id.*	0,36 á 0,40
Hierro sobre roble	*Id.*	*Id.*	0,62
		Mojadas con agua	0,26
		Frotadas con jabon seco	0,21
Fundicion sobre roble	*Id.*	Sin unto	0,49
		Mojadas con agua	0,22
		Frotadas con jabon seco	0,19
Cobre amarillo sobre roble	*Id.*	Sin unto	0,62
Hierro sobre olmo	*Id.*	*Id.*	0,25
Fundicion sobre olmo	*Id.*	*Id*	0,20
Correa de cuero negro sobre roble	*Id.*	*Id*	0,27
Cuero curtido sobre roble	De plano ó de canto	*Id.*	0,30 á 0 35
		Mojada con agua	0,29
Cuero curtido sobre bronce	*Id.*	Sin unto	0,56
		Mojadas con agua	0,36
		Mojadas y untuosas	0,23
		Untadas de aceite	0,15
Cáñamo en hebra sobre roble	Paralelas	Sin unto	0,52
	Perpendiculares	Mojadas con agua	0,33
Roble y olmo sobre fundicion	Paralelas	Sin unto	0,38
Peral silvestre ó serbal sobre fundicion	*Id.*	*Id*	0,44
Hierro sobre hierro	*Id.*	*Id*	»
Hierro sobre bronce	*Id.*	*Id*	0,18
Fundicion sobre fundicion y bronce	*Id.*	*Id*	0,15
Id. sobre bronce	*Id.*	*Id*	0,20
Bronce sobre fundicion	*Id*	*Id*	0,22
Id. sobre hierro	*Id.*	*Id*	0,16
Roble, olmo, ojaranzo, serbal fundicion, hierro, acero y bronce resbalando sobre sí mismos	*Id.*	Untadas con sebo, manteca, aceite, etc.	0,07 á 0,08
		Ligeramente untuosas	0,15
Piedra calcárea oolítica sobre lo mismo	*Id*	Sin baño alguno	0,64
Muschelkak sobre calcárea oolítica	*Id.*	*Id.*	0,67
Ladrillo *id.* *id.*	*Id.*	*Id.*	0,65
Roble *id.* *id.*	Verticalmente	*Id.*	0,38
Hierro forjado sobre calcárea oolítica	Paralelas	*Id.*	0,69
Ladrillo sobre piedra muschelkalk	*Id*	*Id.*	0,60
Roble *id.* *id*	Verticalmente	*Id.*	0,38
Hierro *id.* *id.*	Paralelas	*Id.*	0,24
	Id.	Mojadas con agua	0,30

TABLA TERCERA.—De experimentos acerca del rozamiento de los ejes en movimiento sobre sus cubos ó muñoneras.

INDICACION DE LOS EJES EXPERIMENTADOS.	RELACION del rozamiento á la presion.
Eje de hierro, en su cubo de cobre	0,155
Id. dado de unto de sebo	0,085
Id. dado con manteca de cerdo	0,12
Id. con las superficies untuosas	0,127
Eje de hierro sobre bronce (las superficies poco untuosas)	0,25
Id. untuosas las superficies y mojadas con agua	0,19
Id. untuosas con aceite, manteca ó sebo	0,07 á 0,08
Eje de hierro sobre fundicion: dados de aceite, sebo, etc	0,07 á 0,08
Eje de fundicion sobre cubos de guayaco. Sin unto	0,18
Id. dadas las superficies continuamente de aceite ó manteca	0,09
Id. untadas las superficies con aceite ó manteca	0,10
Id. sobre bronce=superficies poco untuosas	0,19
Id. untadas las superficies con aceite, etc	0,07 á 0,08
Id. — mojadas con agua y algo untuosas	0,16
Id. untadas de aceite, sebo ó manteca continuamente	0,054
Eje de hierro sobre cubos de guayaco; untuosas	0,19
Id. cubos dados de aceite ó manteca	0,11
Eje de guayaco sobre fundicion: untuosas	0,15
Id. — dados de aceite, sebo, etc	0,12
Ejes de guayaco sobre guayaco; dados de manteca continuamente	0,07
Eje de olmo verde en su cubo de guayaco dado de sebo	0,04
Id. las superficies untuosas	0,06
Eje de box en cubo de guayaco, dado de sebo	0,035
Id. con unto ya usado	0,07
Eje de box en cubo de olmo; con sebo	0,035
Id. con unto ya usado	0,05
El rozamiento de las ruedas de fundicion sobre los carriles de hierro es de	0,001 ó 0,0012

619. Para hacer uso de estas tablas y hallar la cantidad de rozamiento que se opone al resbalamiento de los cuerpos unos sobre otros, se multiplicará la presion correspondiente al caso que se examine por el número que den estas tablas, segun la naturaleza de las superficies y circunstancias del movimiento. Si fuese, por ejemplo, 326^k la presion ejercida sobre una compuerta de roble que corriese á lo largo de un marco de lo mismo, $326 \times 0{,}71 = 231^k{,}46$ seria el rozamiento que se buscaba : y cuando estuviese en movimiento la compuerta seria, segun la tabla segunda, $326 \times 0{,}25 = 81^k{,}5$ el esfuerzo necesario para vencer el rozamiento.

620. **Para determinar la presion ejercida sobre un eje de rotacion**, si la llamamos P, y Q la suma algebráica de todas las fuerzas trasmitidas verticalmente, siendo M el peso del eje y su armazon, se tendrá $P = Q + M$. Si hubiese fuerzas horizontales y verticales se sumarían separadamente comprendiendo en ellas el peso de la máquina; y siendo A, B, se tiene $P = 0{,}96\,A + 0{,}4\,B$, en el supuesto de ser $A > B$; es decir, que se suman los 0,96 de la mayor con los 0,4 de la menor. El resultado no diferirá $\frac{1}{25}$ del verdadero.

Si hubiera fuerzas inclinadas se descompondrian segun la vertical y horizontal procediendo despues como acaba de decirse.

621. **Cantidad de accion perdida por el rozamiento.**

Siendo planas las superficies en movimiento se multiplica la presion correspondiente á las superficies en contacto por el camino andado ó espacio resbalado. Resultaria

$$N \times f \times e = Q$$

(N = presion, f = relacion del rozamiento á la presion, e = espacio ó caminado resbalado):

Para la cantidad de accion Q que consume el rozamiento por cada vuelta de un eje sobre su cubo ó muñonera, se tiene

$$Q = Nf \times 2\pi r; \text{ (N = presion para este caso; } r = \text{rádio del eje).}$$

Si se quiere el valor de Q en 1″ se multiplicará por el número de vueltas que en este tiempo dé el eje.

Supongamos, como ejemplo, una rueda hidráulica cuyos ejes ó muñones son de fundicion, untados con sebo y de $0^m,21$ de rádio, girando sobre muñoneras de bronce, ensebadas tambien : siendo además, el peso total de la rueda.......... 86687^k

El peso del agua contenida en los cajones.......... 5500

La resistencia opuesta por un piñon al movimiento vertical, y que por tanto debe restarse, es.......... 2930

La velocidad de la circunferencia de la rueda.......... $2^m,30$

Rádio de la rueda.......... $4^m,57$

La presion sobre los muñones es

$$86687 + 5500 - 2930 = 89257. \text{ El rozamiento } 89257 \times 0,08 = 7140^k.$$

El camino recorrido en 1″ por el eje es, $2^m,30 \times \frac{0^m,21}{4^m,57} = 0^m,106$; y la cantidad de trabajo consumida en 1″ $7140 \times 0^m,106 = 756^{km},8 = 10^{cab.s},25$.

622. La cantidad de accion consumida por los *quicios* ó ejes verticales es $= {}_3 N f 2\pi r$ por cada vuelta del quicio; y $\frac{2}{3} N f 2\pi r \times n$ la correspondiente á 1″, siendo n el número de vueltas que dá el eje en este tiempo.

623. **Rigidez de las cuerdas.**

La resistencia que oponen las cuerdas á plegarse sobre una superficie es lo que se llama su *rigidez*, y proviene de la torsion que sufren los diferentes hilos, cordones y ramales de que se componen, que las hacen perder el tercio de su largo, y por consiguiente, disminuir considerablemente su flexibilidad. La resistencia por causa de la rigidez de la cuerda, arrollada á un torno ó polea, es inversamente proporcional á los rádios de estas dos máquinas, y constante en parte, y en parte proporcional, á la tension ó esfuerzo necesario para arrollarla al cilindro.

Sea una cuerda blanca y nueva, de 30 hilos de carreto, cuyo diámetro d es igual á $0^m,02$, soportando en cualquiera máquina una tension de Q kilógramos. La rigidez que tenga lugar al arrollarla á un *árbol*, cuyo diámetro sea D^m producirá una resistencia expresada en kilógramos igual á

$$R = \frac{1}{D}(0,222 + 0,00974\,Q).$$

La rigidez de otra cuerda blanca y nueva de un diámetro $d' = 0^m,04$, corriendo por una polea de diámetro $D = 0^m,45$, y soportando una tension $Q = 5000^k$, será

$$R = \frac{1}{0,45}(0,222 + 0,00974 \times 5000)\left(\frac{0,04}{0,02}\right)^2 = 435^k$$

el último factor es la relacion de los hilos: y los 435k prox.s del resultado expresan el esceso de fuerza que debe emplearse por efecto de la rigidez.

Del mismo modo, la rigidez de un cable *embreado*, de 30 hilos de carreto, arrollado á un árbol de diámetro $=$ D′ metros, siendo el esfuerzo $= Q^k$, es

$$R' = \frac{1}{D}(0{,}35 + 0{,}1255\,Q') \text{ kilógramos.}$$

Para un cable embreado de 120 hilos, y el diámetro del árbol $D' = 0^m{,}54$, siendo $Q' = 3916^k$, será

$$R' = \frac{1}{0{,}54}(0{,}35 + 0{,}1255 \times 3916)\frac{120}{30} = 367 \text{ kilógramos.}$$

M. Morin ha encontrado las siguientes fórmulas, en las cuales representan, k la rigidez constante para una misma cuerda, k' la rigidez variable por el uso, n el número de hilos de carreto, D el diámetro del árbol ó polea, y R la resistencia debida á la rigidez.

1.° Cuerdas blancas

$$k = (0{,}000297 + 0{,}000245\,n)\,n : \qquad k' = 0{,}000363\,n$$

$$R = \frac{1}{D}[(0{,}000297 + 0{,}000245\,n)\,n + 0{,}000363\,n\,Q]$$

2.° Cuerdas embreadas

$$k = (0{,}0014575 + 0{,}000346\,n)\,n; \qquad k' = 0{,}0004181\,n$$

$$R = \frac{1}{D}[(0{,}0014575 + 0{,}000346\,n)\,n + 0{,}0004181\,n\,Q].$$

Para las cuerdas blancas, siendo el número de hilos de carreto

8	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60

corresponden los diámetros.

009	0,011	0,013	0,014	0,016	0,017	0,018	0,019	0,02	0,021	0.022	0,023	0,024	0,025	0,0255	0,026	0,027	0,0276	0,0283

Para las embreadas

.0105	0,013	0,015	0,017	0,083	0,02	0,021	0,0224	0,0236	0,025	0,026	0,027	0,028	0,029	0,030	0,031	0,032	0,0326	0.0334

624. Las cuerdas blancas empapadas en agua adquieren mayor rigidez que cuando secas, particularmente si tienen poco grueso. Se disminuye mucho la rigidez engrasándolas ó frotándolas con jabon.

625. **Rigidez de las cadenas.**

La resistencia que oponen las cadenas al arrollarlas y desarrollarlas al rededor de un cuerpo, es producida por el rozamiento de sus eslabones. Debe, pues, procurarse que la longitud de estos sea la menor posible relativamente al rádio de la polea ó torno.

Las cadenas mas ventajosas parecen ser las que se componen de eslabones chatos á angulares, unidos por dos pernos ó perpendicularmente entre sí. Las peores son las de anillos retorcidos.

EXPRESIONES ó valores de la potencia y resistencia en las máquinas simples teniendo en cuenta el rozamiento de las superficies y rigidez de las cuerdas.

626. **Polea fija.**

Sean, P la potencia, Q la resistencia, r el rádio de la polea; T y T′ las tensiones de la cuerda correspondientes á P y Q; a el ángulo formado por estas tensiones con la recta que desde su interseccion vá al centro; b el que forma esta misma

recta con la direccion de la polea; m el peso de la polea; ρ el rádio de sus muñones ó eje; k la resistencia que proviene de la rigidez de la cuerda del lado de Q (núm. 623); f_1 la representacion de $\frac{b}{\sqrt{1+f^2}}$ (f relacion del rozamiento á la presion sobre los muñones). Se tendrá

$$T = \frac{(T' + k) r + f_1 \rho [(0,96 \cos. a - 0,4 \text{ sen. } a) T' + (0,96 \cos. b - 0,4 \text{ sen. } b) m]}{r - f_1 \rho (0,96 \cos. a + 0,4 \text{ sen. } a)}$$

Si la potencia y resistencia son verticales, resulta

$$T = \frac{(T' + k) r + f_1 \rho (T' + m)}{r - f_1 \rho}.$$

627. Polea móvil.

Sean $\alpha\,\beta$ los ángulos formados por las tensiones T T' con la vertical, y las demás notaciones como anteriormente. Se tiene

$$T = \frac{(T' + k) r + f_1 \rho Q}{r}$$

y las dos relaciones $T \text{ sen. } \alpha - T' \text{ sen. } \beta = 0$, $T \cos. \alpha + T' \cos. \beta - m = Q$.
Si la potencia y resistencia son verticales, estas dos relaciones son $T\alpha - T'\beta = 0$; $T + T' = Q + m$, y

$$T = \frac{(T'+k) r - f_1 \rho (T' - m)}{r - f_1 \rho}.$$

628. Aparejo de poleas iguales.

Conservando iguales notaciones se tiene para la condicion de equilibrio de una polea cualquiera

$$T = \frac{T'(r + f\rho)}{r - f\rho} + \frac{k r}{r - f\rho}; \text{ y haciendo } \frac{k r}{r - f\rho} = \alpha, \quad \frac{r + f\rho}{r - f\rho} = \beta$$

resulta $$T = T'\beta + \alpha.$$

Sea Q la carga ó peso que sufre la parte inferior del aparejo; y $t_1\ t_2\ t_3 \ldots\ldots \ldots t\,n, t_{n+1}$ las tensiones de los cordones sucesivos; será $t_1 + t_2 + t_3 \ldots t_n = Q$, y

$$t_{n+1} = t_n \beta + \alpha = Q \frac{(\beta - 1)\beta^n}{\beta^n - 1} + \alpha \left(\frac{n\beta^2}{\beta^n - 1} - \frac{1}{\beta - 1}\right).$$

EJEMPLO:

Supongamos un aparejo compuesto de dos sistemas de 4 poleas de cobre iguales, cuyo rádio sea $r = 0^m,059$, medido desde el eje de la cuerda: el diámetro de esta $= 0^m,018$ que corresponde á 24 hilos de carreto; $\rho = 0^m,0105$: el muñon es de hierro sin unto, de suerte que $f = 0^m,155$ (tabla 3.ª 618). La fórmula será en este caso

$$P = t_{n+1} = 0,389 + 0,29\,Q$$

y si no hubiese resistencias pasivas $P = t_{n+1} = 0,25\,Q$.

Si el cuerpo que hubiera de elevarse fuera un cañon de 2800^k la potencia deberia desarrollar una fuerza de $812^k,389$ en vez de 700^k que bastaria si no hubiese resistencias pasivas.

629. Aparejo de poleas desiguales.

Para este caso

$$t_2 = \alpha + \beta t_1;\ t_3 = \alpha_1 + \beta_1 t_1;\ t_4 = \alpha_2 + \beta_2 t_1; \ldots t_n = \alpha_{n-1} + \beta_{n-1} t_1; \text{ y}$$
$$Q = t_1 + t_2 + \ldots t_n = \alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots \alpha_{n-2} + (1 + \beta + \beta_1 + \beta_2 + \ldots \beta_{n-2}) t_1.$$

Estos cálculos se simplifican mucho ordinariamente, atendido que las poleas, dispuestas simétricamente de uno y otro lado, tienen sus rádios iguales, como asimismo los ejes.

630. **Torno horizontal.**

Sean, además de las notaciones anteriores, α el ángulo de P con la vertical, Π el peso total del torno, y R, r, los rádios de la rueda y cilindro. Se tiene

$$P = \frac{(Q+k)\,r + 0{,}96 f_{,}\rho\,(\Pi+Q)}{R - f_{,}\rho\,(0{,}96 \cos.\alpha + 0{,}4 \operatorname{sen.}\alpha)}\text{; si P es vertical } P = \frac{(Q+k)\,r + f_{,}\rho\,(\Pi+Q)}{R - f_{,}\rho}$$

Igual seria la del torno ó polea diferencial, poniendo $r - r'$ por r, y R r'', además, por R en la mas complicada.

631. **Torno vertical ó cabestante.**

Sea P la suma de muchas potencias iguales y simétricamente distribuidas al rededor del eje, actuando perpendicularmente á la extremidad de una palanca de longitud $=$ R; Q la resistencia horizontal, y lo demás como en los anteriores casos.

Será $$P = \frac{(Q+k)\,r + f_{,}\rho\,Q + \frac{2}{3} f \Pi \rho}{R}.$$

632. **Rosca de espiras cuadradas.**

Supuesto el eje vertical y la potencia horizontal, aplicada á la cabeza del tornillo, y la tuerca fija; y llamando r el rádio de un punto de la rosca á que está aplicada la carga, P la fuerza horizontal tangente, capaz de vencer el peso Q y los rozamientos que resultan sobre la superficie del filete medio; h el paso de la rosca ó tuerca, α el ángulo de inclinacion constante del filete ó espira; f la relacion del rozamiento á la presion para las superficies en contacto se tiene

$$P = Q\frac{h}{2\pi r} + fQ\frac{h^3 + 4\pi^2 r^2}{2\pi r\,(2\pi r - fh)} = Q \operatorname{tang.}\alpha + fQ\frac{1+\operatorname{tang.}^2\alpha}{1 - f\operatorname{tang.}\alpha}$$

en la que el esfuerzo para vencer el rozamiento es el último término.

633. **Rosca de espiras triangulares.**

Las fórmulas relativas á esta clase de rosca son mas complicadas que las anteriores, pero el rozamiento es menor. De manera que en circunstancias iguales debe preferirse la rosca de espiras ó filetes triangulares que favorece mas á la potencia.

634. **Plano inclinado.**

Siendo P, Q, R, la potencia (ó resultante de las fuerzas existentes), peso del cuerpo y presion; α el ángulo del plano con el horizonte; β el que forma la direccion de la potencia con la del plano, y f la relacion del rozamiento á la presion $= \operatorname{tang.}\alpha$ cuando el cuerpo resbala por su propio peso; resulta

$$P = \frac{\operatorname{sen.}\alpha - f\cos.\alpha}{\cos.\beta - f\operatorname{sen.}\beta}Q.\text{ Si el cuerpo sube en vez de descender } P = \frac{\operatorname{sen.}\alpha + f\cos.\alpha}{\cos.\beta + f\operatorname{sen.}\beta}Q$$

Si P es horizontal, $\alpha = \beta$ y

$$P = \frac{\operatorname{tang.}\alpha \mp f}{1 - f\operatorname{tang.}\alpha}Q;\qquad R = \frac{Q}{\cos.\alpha - f\operatorname{sen.}\alpha}$$

Si P es paralela al plano

$$\pm P = (\operatorname{sen.}\alpha - f\cos.\alpha)\,Q$$

Si el plano y la fuerza son horizontales α y β son nulos, y

$$P = fQ.$$

635. **Cuña.**

Sean, P la potencia aplicada á la cabeza de la cuña, f, f' las relaciones de los

rozamientos por ambas caras; N, N′ los esfuerzos de reaccion que la cuña sufre de fuera adentro, normalmente á las caras; esfuerzos que crearán los rozamientos $fN, f'N'$; α, β, γ los ángulos del perfil triangular de la cuña. Será

$$N = \frac{P(\text{sen.}\,\beta - f\cos.\,\beta)}{(1 - ff')\,\text{sen.}\,\gamma + (f + f')\cos.\,\gamma}; \qquad N' = \frac{P(\text{sen.}\,\alpha - f\cos.\,\alpha)}{(1 - ff')\,\text{sen.}\,\gamma + (f + f')\cos.\,\gamma}.$$

Segun que tang. γ sea $>$ ó $< \frac{f+f'}{1-ff'}$ la cuña tenderá á salir ó entrar en el cuerpo que hiende.

Si tang. $\gamma = \frac{f+f'}{1-ff'}$ estarán equilibrados los esfuerzos N N′ con los rozamientos $fN, f'N'$.

La relacion de la cantidad de accion á la que realmente desarrolla la potencia es

$$\frac{\text{sen.}\,\gamma - (f + f')\cos.\,\alpha\cos.\,\beta}{(1 - ff')\,\text{sen.}\,\gamma + (f + f')\cos.\,\gamma}.$$

EJEMPLO.

Para una cuña, cuyo perfil trasversal es de forma isósceles, teniendo por base la mitad de la altura, se halla para el efecto útil, los $\frac{2}{7}$ próximamente de la cantidad de accion empleada.

MANIVELAS.

636. **Pueden ser de simple ó de doble efecto.** En el primer caso la uerza solo se ejerce en un sentido, no solicitando la manivela mas que en la mitad de su revolucion: de modo que el trabajo que absorve el rozamiento, para una revolucion completa de la manivela, solo es

$$\pi r f P.$$

En el segundo caso, la fuerza que actua sobre la biela se dirige en un sentido durante la primera mitad de la revolucion de la manivela, y en sentido opuesto durante la segunda mitad. El trabajo ó cantidad de accion gastada por el rozamiento es

$$2\pi r f P.$$

637. **Equilibrio de una manivela de simple efecto.**

Este equilibrio es periódico y tiene por expresion para una revolucion, despreciando los rozamientos,

$$Q \times 2\pi R = F \times 2R; \text{ de donde } Q = \frac{F}{\pi}$$

El primer miembro es la cantidad de accion gastada por la resistencia Q, y el segundo la cantidad de accion ó trabajo desarrollado por la fuerza F actuando sobre el eje de la biela. R es el rádio de la manivela.

Los momentos mínimo, medio y máximo de la fuerza F para una revolucion completa de la manivela son sucesivamente;

$$F \times 0, \quad F \times \frac{R}{\pi}, \quad F \times R$$

valores que están en igual relacion que los números

0, 0,318, 1

ó, 0, 1, 3,14.

638. **Manivela de doble efecto.**

Este equilibrio no puede menos de ser periódico, teniéndose para una revolucion y despreciando los rozamientos,

$$Q \times 2\pi R = F \times 4R, \text{ y } Q = \frac{2}{\pi} F.$$

Todas estas ecuaciones tienen igual significacion que antes.

Por cada semirevolucion el momento de la fuerza F, con relacion al eje de la manivela, varia para todas las posiciones de la biela. Sus valores mínimo, medio y máximo son

$$F \times 0, \quad F \times \frac{2}{\pi} R, \quad F \times R$$

correspondiente á los números

0, 7,637, 1

ó, 0, 1, 1,57.

639. **Doble manivela de doble efecto, montadas á ángulo recto las dos partes de que se compone y sobre el mismo árbol.**

Cada una de las dos manivelas de que se compone, actua particularmente como en el caso anterior; y su union solo produce un equilibrio dinámico periódico para el que se tiene

$$Q \times 2\pi R = 2F \times 4R \quad Q = \frac{2}{\pi} \times 2F$$

La suma de los momentos mínimo, medio y máximo, son sucesivamente

$$F \times R, \quad 2F \times \frac{2}{\pi} R, \quad 2F \frac{R}{\sqrt{2}}$$

ó segun los números

1, 1,274, 1,414

ó, 0,783, 1, 1,107.

640. **Manivela triple de doble efecto, montadas á un ángulo recto las tres partes de que se compone y sobre el mismo árbol.**

El equilibrio es aun periódico, y se tiene

$$Q \times 2\pi R = 3F \times 4R, \quad Q = \frac{2}{\pi} \times 3F$$

La suma de los momentos mínimo, medio y máximo es

$$FR\sqrt{3}, \quad 3FR\frac{2}{\pi}, \quad 2FR$$

ó segun los números

1,73, 1,91, 2

ó, 0,905, 1, 1,046.

Empleando aún 5, 7, 9 & manivelas convenientemente dispuestas se regularizaría aún más el movimiento; pero las grandes dificultades de ajuste y las complicaciones del mecanismo hacen renunciar al empleo de más número que el de 3.

641. **Biela.**

Para que una biela trasmita á una manivela del modo mas conveniente el esfuerzo que la solicita, precisa que su longitud sea la mayor posible. A fin de no darla una gran seccion se hace la expresada longitud de 5 á 6 veces el rádio de la manivela.

642. **Excéntrico.**

En la trasmision del movimiento por medio del excéntrico el equilibrio es periódico, debiendo tener

$$P \times 2\pi R = 4Fd + fF \times 2\pi r.$$

El primer miembro es la cantidad de accion de la potencia P en una revolucion del excéntrico, siendo R el brazo de palanca de la potencia. El segudo miembro contiene el trabajo útil producido por la misma en una revolucion, mas el trabajo gastado por el rozamiento en igual tiempo.

F = resistencia aplicada á la biela que pone en movimiento al excéntrico.
d = distancia del centro de rotacion al de figura del excéntrico, ó $\frac{1}{2}$ del espacio recorrido por la resistencia en cada semirevolucion.
f = coeficiciente del rozamiento al rededor del excéntrico.
r = rádio de figura del excéntrico.

643. **Pilon.**

Suponiendo que la potencia ejerce su accion verticalmente bajo el diente de la barra del pilon durante el curso de este, se tendrá para el equilibrio

$$Ph = Qh\frac{d}{d-2lf}$$

Fig. 125. P = fuerza motriz vertical bajo el diente (*fig.* 125.)
h = altura á que se levanta el pilon.
Ph = cantidad de accion motriz necesaria para levantar el pilon.
Q = peso del pilon y su vástago ó barra.
Qh = efecto útil producido.
d = distancia entre los ejes de las dos guias de la barra.
l = longitud del diente de esta, ó distancia del punto de aplicacion de la fuerza al eje de la barra.
f = coeficiente del rozamiento de la barra entre sus guias.

Esta fórmula hace ver, que el efecto útil Q h es tanto mas pequeño para un mismo trabajo motor P h cuanto mayor es l, y que si fuese $l=0$, es decir, si la potencia se aplicára al eje de la barra obrando su direccion, seria $Ph=Qh$: en cuyo caso no habria rozamiento y serian iguales el trabajo útil y motor.

644. **Si el pilon fuere impulsado por el diente de un árbol**, como ordinariamente tiene lugar, la cantidad de accion debida al rozamiento de este diente bajo el de la barra es análoga á la de un piñon engranando en una cremallera ó barra dentada. El paso, en este caso, es igual á h. Contando con este rozamiento y suponiendo que su coeficiente es el mismo que para el de las guias, se tendrá

$$2\pi r P = Qh\frac{d(2r+fh)}{2r(d-2lf+f^3 i)}$$

P = fuerza motriz tangencial á la extremidad del
r = rádio de la rueda.
i = espesor de la barra del pilon en el sentido de un diente.

645. **Si el árbol motor tiene dos ó mas dientes**, y se llama n el número de golpes de pilon por cada revolucion de aquel, se tendrá para el equilibrio

$$P = nQh\frac{d(2r+fh)}{4\pi r^2(d-2lf+f^3 i)}$$

Los dientes se hacen en evolvente de círculo.

La duracion total de cada golpe del pilon se compone, del tiempo t que tarda el diente de la rueda en levantar la barra á la altura h; del tiempo $t'=\sqrt{2gh}$ que tarda el pilon en descender, y de $\frac{1}{10}$ á $\frac{1}{6}$ de $t+t'$ por el tiempo que tarda el pilon en actuar sobre la materia, que puede ser mas ó menos compresible.

646. **MARTILLOS.** (Véase «volantes» en el capítulo sobre máquinas de vapor.)

Fig. 170. Sea un martillo frontal (*fig.* 170). Se reemplaza el peso del martillo y su mango por otro peso que, aplicado al punto de contacto del martillo y diente del árbol, tenga por momento, con relacion al eje del quicio, el mismo que el del martillo total. Otro tanto se hace para los rozamientos de los muñones del quicio del mar-

tillo y árbol dentado, y el que existe entre los dientes del árbol y cabeza de aquel. El trabajo ó cantidad de accion gastada en vencer todos estos pesos hipotéticos, aumentado de la pérdida de fuerza viva á causa del choque, será igual al trabajo que debe producir la potencia; debiendo tener para el equilibrio

$$P=\frac{n'h}{2\pi R}\left(\frac{Ql}{l'}+\frac{f'pr}{l'}+\frac{f'gr'}{R}+Q'\frac{fh}{2}\times\frac{R+l'}{Rl'}\right)+\frac{nn'}{4\pi R}\times\frac{mm'v^2}{m+m'}.$$

Igual procedimiento se seguirá para otras clases de martillos.

En esta presion se tiene

P=potencia que se ejerce sobre el árbol dentado á la extremidad de un brazo de palanca igual á la distancia del punto de contacto al eje del árbol.

R=brazo de palanca de la potencia P

n=número de vueltas del árbol en un minuto.

n'=número de dientes.

h=altura á que se levanta el martillo.

Q=peso del martillo y su mango

l=distancia del centro de gravedad del martillo y su mango al eje de rotacion del quicio.

l'=distancia entre el eje del quicio y punto de contacto.

f'=0,15=coeficiente del rozamiento del quicio y gorrones ó muñones del árbol.

$p=Q\frac{l'-l}{l'}$ peso que mantiene la muñonera ó caja del quicio del martillo.

r=rádio de esta muñonera.

r'=rádio de los muñones del árbol.

q=presion de los muñones del árbol sobre sus muñoneras.

f= 0,25=coeficiente del rozamiento de los dientes y cabeza del martillo.

$Q'=\frac{Ql}{l'}$=presion que se ejerce entre los dientes y cabeza del martillo tomando solo en cuenta la debida al peso del martillo y despreciando la que proviene del rozamiento del quicio.

m= masa chocante, considerada en el punto de contacto.

m'=masa chocada, considerada en igual punto.

$v'=\frac{2\pi Rn}{60}$=velocidad media de los dientes en el punto de contacto.

$n+2\pi RP$=cantidad de accion ó trabajo ejercido en un minuto.

$Q\frac{l}{l'}$ peso del martillo y su mango, considerado en el punto de contacto.

$f'p\frac{r}{l'}$=peso que, aplicando al punto de contacto, produce el mismo efecto que el rozamiento.

$Q'\frac{fh}{2}\times\frac{R+l'}{Rl'}$=rozamiento de los dientes y cabeza del martillo: (es análogo al de los engranajes).

$\frac{nn'}{2}\times\frac{mm'v^2}{m+m'}$= pérdida de fuerza viva debida á los choques de los dientes bajo el martillo.

El peso de un martillo frontal, comprendido el mango todo de fundicion, es de 250 á 400 kilógramos y aun mas. Su longitud de 2^m,30 á 2^m,80. El número de golpes por minuto 60 á 100. El número de dientes que le mueven 5 ordinariamente. La altura á que se eleva 0^m,35 á 0^{m}40. Se usan estos martillos en la forja del hierro por el método inglés.

647. **Los martillos á la alemana**, empleados en refinar el hierro, dán 70 á 200 golpes por minuto, y su peso, no comprendido el del mango, que es de madera, varia de 300 á 400 kilógramos. La longitud del mango varia de 2^m,10 á 2^m,60; la distancia del punto de contacto al choque de los dientes es de 0^m,40 á 0^{m}55. El número de dientes del árbol suele ser 5. La altura á que se levanta el martillo cerca de 0^m,55.

648. **Los martillos de báscula ó martinetes**, que se emplean en el estirado y plancheo de hierro de cortas dimensiones, como tambien en refinar el

acero y fabricacion de útiles, dán 200 á 400 golpes por minuto, y su peso, que disminuye á medida que aumenta el número de golpes, no comprendido el mango que es de madera, varia de 80 á 40 kilógramos. La longitud total del mango es de $2^m,5$ á 3^m; el punto de rotacion está ordinariamente á los dos tercios de esta longitud á partir de la cabeza del martillo: aunque hay algunos á los $\frac{3}{4}$ y aun más cuando el martillo debe dar un gran número de golpes. El número de dientes en el árbol varia de 14 á 16. Para una gran velocidad la altura á que sube el martillo es de $0^m,25$ á $0^m,27$; para la velocidad menor de $0^m,50$ á 0^m55: y para la media $0^m,30$ á $0^m,40$.

En la práctica, la relacion de la masa m ficticia que choca á la m' chocada rara vez es inferior á 10. Para los martillos alemanes y martinetes esta relacion no es inferior á 12; y para los frontales es por lo menos 30.

649. **Freno dinamométrico.**

Fig. 132. Sirve este aparato (*fig.* 132) para determinar la fuerza de una máquina ó la cantidad de accion absorvida por los diferentes aparatos que dependen del árbol motor, reemplazándole por la necesaria á vencer el rozamiento producido sobre el árbol.

En la figura 132 son

A B = un anillo de fundicion que se concentra y comprime sobre el árbol C por medio del tornillo d, d...

hh... = Senos que fijan el anillo al árbol.

E, E, = Tuercas que sirven para apretar el anillo y comprimirle contra el cojinete F, fijo á la palanca G H, y á las barras I de hierro dulce.

K = platillo fijo á la extremidad de la palanca G H donde se ponen los pesos P.

Supóngase que despues de haber fijado la palanca G H en una posicion horizontal se comprime el anillo A B contra el cojinete F y las barras ó lazo I, I; la velocidad de rotacion del árbol A irá en disminucion á medida que la compresion aumente concluyendo por estinguirla. Entónces se verificará que el rozamiento producido por el anillo será igual al trabajo de la máquina. Si se deja ahora libre en la palanca G H seguirá el movimiento del árbol girando con él: pero si se coloca un peso P en el platillo K suficiente á contener la palanca, ó de modo que esta no haga mas que oscilar ligeramente superior é inferiormente á la horizontal, el trabajo gastado por el rozamiento del anillo será aun igual al de la fuerza $P+p$ á la extremidad de la palanca l; y se tendrá para una revolucion del árbol C

$$F \times 2\pi r = (P+p)\, 2\pi l$$

$F \times 2\pi r$ = trabajo ó cantidad de accion trasmitida por el árbol C

F = rozamiento del anillo contra el cojinete

P = peso sobre el platillo C

p = fuerza vertical que debe aplicarse al punto H para mantener la palanca en posicion horizontal cuando reposa en G sobre un cuchillo de balanza ordinaria. Se determina p por medio de una balanza ó un hilo flexible al rededor de una polea muy movible.

Siendo, pues, conocidas todas las cantidades del 2.° miembro, se tendrá conocido el primero.

EJEMPLO.

Sea $p=30^k$, $P=100^k$ y $l=2^m,5$; y propongámonos saber el trabajo trasmitido por el árbol motor en caballos de vapor, al que suponemos 40 revoluciones por minuto.

Se tiene para una revolucion:

C=cantidad de accion $=F \times 2\pi r = (100+30)\, 2 \times 3,1416 \times 2,5 = 2042$ kilográmetros.

$$\text{y por segundo } C = 2042 \frac{40}{60}\, 1361^{km},33$$

Así, la fuerza de la máquina será, pues, de

$$\frac{1361,33}{75} = 18,15 \text{ caballos de vapor.}$$

Las superficies frotantes deben tener cierta extension para que la presion no llegue al límite que pudiera alterarlas.

Para una fuerza de 6 á 8 caballos conviene que el árbol ó anillo, haciendo 30 revoluciones por minuto, tenga $0^m,16$ de diámetro: para una fuerza de 15 á 25 caballos conviene que por 15 á 30 vueltas, sea el diámetro de $0^m,30$ á $0^m,40$ y para 40 á 70 caballos é igual número de vueltas, este diámetro debe variar de $0^m,65$ á $0^m,80$.

El árbol ó anillo debe ser perfectamente cilíndrico y aun debe cuidarse de alisar las superficies frotantes estregándolas una con otra, sin lo cual el freno produciría sacudimientos en la marcha del árbol, y los resultados serían inciertos.

ARTÍCULO IV.

Equilibrio y composicion de fuerzas, actuando sobre fluidos; presion por la gravedad, etc.

650. Los fluidos en general son cuerpos compuestos de partículas sin cohesion alguna entre sí, que, por consiguiente, pueden separarse al menor impulso que se haga para ello.

Todos los cuerpos se pueden reducir al estado de fluidez, variando convenientemente la temperatura; y en este estado se deben distinguir los *aeriformes* y los *líquidos*. Estos apenas son susceptibles de compresion, por lo que se les distinguia anteriormente con el nombre de incompresibles El agua, por la compresion debida al peso de una atmósfera, solo pierde 0,000046 de su volúmen primitivo: el aceite 0,000048; el espíritu de vino 0,000066, y el mercurio 0,000003.

651. **Principio de igualdad de presion.**

Todo lo que se dice mecánicamente respecto de los fluidos, estriba en el principio conocido con el nombre de *igualdad de presion*.

No es otra cosa que *la facultad que tienen las moléculas de estos cuerpos de trasmitirse unas á otras, íntegra, la fuerza aplicada á cualquiera de ellas, obrando por consiguiente en todas direcciones.* Puede uno convencerse de esta verdad aplicando á dos caras distintas de un vaso lleno de agua dos embolos que entren ludiendo perfectamente las superficies del orificio ó canal que los aloja. Es claro que para el equilibrio se necesita que uno de ellos sostenga la accion del otro con esfuerzo proporcional á su base. Y como esto no puede verificarse sin que la fuerza recibida por las moléculas que empujan al segundo émbolo sea igual á la que recibieran las del primero, se concluye, que todas las intermedias la habrán experimentado igualmente, pues que la han trasmitido íntegra á la base del émbolo encargado de resistir la potencia.

652. **Condiciones generales de equilibrio.**

La composicion de las fuerzas que actuan sobre una masa fluida se adquiere de igual modo que para un cuerpo sólido; pero teniendo en cuenta siempre el principio acabado de demostrar.

Llamando m, m' & diferentes puntos cualesquiera en el interior de un fluido; x, y, z la coordenadas del primero relativas á tres ejes rectangulares, D la densidad del fluido en aquel paraje, y p la fuerza total engendrada en m, observarémos que la suma de las componentes de esta fuerza engendrada, en el sentido de los tres ejes X, Y, Z, tendrá por expresion $DX + DY + DZ$. Pero como en virtud del principio de *igualdad de presion* no será esta la sola fuerza engendrada en aquel punto, puesto que cada uno de los m', m'' &, le trasmitirá íntegra la correspondiente $D'X' + D'Y' + D'Z'$, &, análoga á aquella, la expresion de todas las fuerzas engendradas en m será la suma de todas las que le han sido trasmitidas por cada uno de los diferentes puntos del cuerpo fluido, cuya representacion será

$$p = \int (DX + DY + DZ).$$

Las condiciones de integrabilidad de esta funcion, que determina el valor de p

serán las de equilibrio en los fluidos; teniendo en cuenta que X, Y, Z son funciones de las tres coordenadas x, y, z.

Ahora bien, el equilibrio que exista en el sentido de cada eje es independiente del respectivo á los otros dos; luego si suponemos á Z, Y, constantes, y que se equilibran entre sí las fuerzas D Z, como asimismo las D Y, las condiciones de integrabilidad recaerán únicamente en el término D X. Así que D X será el primer coeficiente diferencial parcial de p con respecto á la variable x. Lo mismo se dirá de los demás términos D Y, D Z, pudiendo establecer en consecuencia las expresiones

$$\frac{dp}{dx}dx = \mathrm{D\,X}\,dx; \qquad \frac{dp}{dy}dy = \mathrm{D\,Y}\,dy; \qquad \frac{dp}{dz}dz = \mathrm{D\,Z}\,dz: \qquad (a)$$

$$\text{y} \qquad p = \int \mathrm{D}(\mathrm{X}\,dx + \mathrm{Y}\,dy + \mathrm{Z}\,dz); \qquad (b)$$

653. Para el equilibrio es menester que la densidad sea uniforme en todo el cuerpo ó en todas las infinitas *capas de nivel* infinitamente pequeñas en que se le supone dividido: es decir, que la densidad debe ser constante; circunstancia que no tendrá lugar variando la temperatura en estas ó cualquiera de estas capas de nivel.

654. Así entendido, para escribir las ecuaciones de composicion de fuerzas, observarémos que, sean cualesquiera las que actuen en un fluido, podrémos considerarlas, para cada uno de sus puntos, compuestas de dos sumandos que sean uno la misma fuerza activa p que se oponga á las resistencias pasivas, bien por la inercia de los mismos puntos ó por fuerzas exteriores; y otra la fuerza con la que se determine el movimiento como si estuviese el cuerpo libre. Estas fuerzas estimadas en direccion de los tres ejes, serán

$$\mathrm{D}\frac{d^2x}{dt^2}, \qquad \mathrm{D}\frac{d^2y}{dt^2}, \qquad \mathrm{D}\frac{d^2z}{dt^2} \qquad (c)$$

Si pues no se engendra mas fuerza de la primera naturaleza que la p, la masa fluida estará en equilibrio. Luego para poder formar ecuacion deberémos restar estas fuerzas (c) de las D X, D Y, D Z, ejercidas en el sentido de los mismos ejes que estas y que obran inversamente: así, para la composicion del sistema se tendrá

$$\frac{dp}{dx}dx = \mathrm{D}\left(X\,dx - \frac{d^2x}{dt^2}dx\right); \quad \frac{dp}{dy} = \mathrm{D}\left(\mathrm{Y}\,dy - \frac{d^2y}{dt^2}dy\right);$$

$$\frac{dp}{dz}dz = \mathrm{D}\left(\mathrm{Z}\,dz - \frac{d^2z}{dt^2}dz\right)$$

que sumadas é integradas con relacion á x, y, z, siendo t constante, darán

$$p = \int \mathrm{D}\left[\left(\mathrm{X} - \frac{d^2x}{dt^2}\right)dx + \left(\mathrm{Y} - \frac{d^2y}{dt^2}\right)dy + \left(\mathrm{Z} - \frac{d^2z}{dt^2}\right)dz\right]$$

ecuacion análoga á la (b) y cuyas aplicaciones serán idénticas en el caso de tenerse en cuenta el movimiento del fluido.

Para cuando este sea aeriforme deberémos observar que la densidad variará con la presion. Y siendo para un cuerpo de masa heterogénea (núm. 507) $dm = \mathrm{D}\,dx.\,dy.\,dz$, en la que dm será constante para todos los elementos del fluido, se deberá verificar siempre la condicion $d(dm) = 0$, y por consiguiente $d(\mathrm{D}\,dx\,dy\,dz) = 0$; y cuando la densidad sea constante,

$$d\mathrm{D} = 0 \qquad \text{y} \qquad d(dx\,dy\,dz) = 0.$$

655. Ley de Mariotte. Fuerzas elásticas de los gases.

Se conoce con el nombre de *ley de Mariotte la proporcion que existe, para un mismo fluido, entre la presion ó fuerza elástica y la densidad*, que es lo que expresa la ecuacion $k=\frac{p}{D}$ ó $p=kD$; siendo k un coeficiente que solo depende de la materia y temperatura del fluido. De modo que permaneciendo constante la densidad, la variabilidad de la presion p solo puede tener lugar cuando aumente ó disminuya la temperatura. Y como, por el contrario, la densidad guarda cierta relacion con el volúmen, para que la presion á la temperatura cero sea la misma que á la temperatura T, será menester que varien el volúmen y densidad. La relacion que en este caso existirá entre los dos volúmenes será dada por la experiencia, la cual ha demostrado que la dilatacion casi uniforme de todos los fluidos entre 0° y 100° de temperatura es, por cada grado, una parte del volúmen primitivo expresada por $\alpha=0{,}00367$ (t.° m.° próx.°). Llamando V el volúmen primitivo, D su densidad, V′ el volúmen reducido y D′ su densidad, tendrémos que si á 0°, $V'=V$, á T° será

$$V'=V+V\times 0{,}00367\times T=V(1+0{,}00367\,T)$$

y

$$D'=\frac{D}{1+0{,}00367\,T}$$

volúmenes y densidades correspondientes á la misma presion ó fuerza elástica del fluido que la experimentada por V, D.

Si variando la temperatura no varia el volúmen, la elasticidad p á 0° habrá crecido ó decrecido con aquella, pudiéndola expresar por p. La relacion de estas presiones será la misma que la de las densidades, y se tendrá

$$\frac{p}{p'}=\frac{D}{D'}=1+0{,}00367\,T,\ \text{ó}\ p=p'(1+0{,}00367\,T)$$

y puesto que $p'=kD$, $\quad p=kD(1+0{,}00367\,T)$.

Estos valores de p y p' se deberán tener en cuenta para la composicion de fuerzas en los fluidos aeriformes.

Si p es nula en las anteriores ecuaciones, la masa fluida se equilibrará por sí misma; y como esta circunstancia no tendrá lugar para las aeriformes, resulta que la condicion $dp=o$ no será posible para el equilibrio á menos que el fluido no esté encerrado en una vasija ó extendido como el aire indefinidamente.

656. Presion de la gravedad sobre los fluidos.

Cuando un líquido está en equilibrio queda horizontal la cara ó capa superior, y tomándola por el plano de las XY la accion de la gravedad se ejercerá solo en el sentido del eje de las Z; por lo que la ecuacion (*b*) general del equilibrio (núm. 652), en que $Z=g$, será ahora

$$p=\int Dg\,dz$$

en la que no se pone constante porque cuando $z=0$, es $C=0$.

La densidad del líquido, que podrá variar de unas capas á otras será constante en cada una de ellas; y como la presion p, engendrada para cada punto de una capa de nivel, será progresiva constantemente en todas ellas, se deduce que la altura de un líquido en uno de los diferentes brazos que pueda tener un tubo, será la misma que en todos los otros, subsistiendo el equilibrio, aun cuando haya diferentes líquidos, con tal que sea horizontal la superficie que las divida.

657. Si el líquido fuese el agua, cuya densidad es constante, seria $p=Dgz$ que es la presion en un punto de una capa cualquiera: la correspondiente á toda

ella seria $P = D\,g\,b\,z$, llamando b la superficie, supuesta igual en todas. Si hacemos $z = h$, siendo h la altura total del líquido, la expresion $P = D\,g\,b\,h$ será la presion engendrada en la capa inferior. Las que tengan lugar en tubos de igual altura y diferentes bases serán proporcionales á estas superficies sobre que se ejercen: y si echásemos nuevos líquidos, sus densidades estarian en razon inversa de las alturas á que se elevasen estos.

Así, pues, la altura á que se elevará el agua en un brazo curvo por la presion ejercida en otro con el que esté en comunicacion, dará á aquella un peso equivalente á esta presion: principio en que se funda la construccion de la

658. **Prensa hidráulica.**

Consiste en un receptáculo prismático $a\,b\,c$ (*fig.* 131) donde se coloca un tablero ó émbolo sobre que se ejerce la presion, y un tubo recurvo $d\,e$ que mide esta presion por la altura á que se eleva el agua. En efecto, siendo B la base del receptáculo $a\,b\,c$ y b la seccion del tubo, se tiene para un peso P, $P = D\,g\,B\,x$, siendo x la altura $d\,e$ debida á P, y refiriendo á diferentes profundidades del tablero $a\,b$ al nivel primitivo $f\,d$. *Fig.* 131.

Llamando y la altura $d\,d'$, y x' la $d'e = x - y$ será $B\,y = b\,x'$, y por tanto

$$P = D\,g\,x'\,(B + b).$$

Variando x' se tendrán los diferentes valores de P, que se marcan en la superficie del prisma.

Cuanto mas delgado sea el tubo $d\,e$ mayores serán estas alturas x'. Si fuese $b = 0{,}01\,B$, un esfuerzo de 1^{kil}. en el tubo corresponderá á 100^{kil}. en el émbolo del receptáculo: y como un hombre puede ejercer un esfuerzo de 300^{kil}. por medio de la palanca l la presion equivaldria á 30.000^{kil}.

659. La figura 133 presenta la vista, corte y elevaciones de la prensa y sus partes principales. Como se vé, se compone de una bomba aspirante é impelente que trasmite el agua por el tubo $t\,u$ al receptáculo $e\,c'$ dentro del cual está el émbolo e que, obligado á subir, eleva el disco D que prensa los cuerpos en la plataforma P. El tornilo k sirve para despedir el agua que vuelve por el tubo; el resorte g para evitar las presiones, y las almohadillas $m\,m$ para evitar las pérdidas ocasionadas por los ajustes. Para este objeto se hacen de cuero y disponen anularmente, como se vé en la figura. Por medio de ellas lude perfectamente la superficie del émbolo, siendo mayor el ajuste cuanto lo son las presiones. *Fig.* 133.

660. **Barómetro: cálculo de presion atmosférica y fórmula para hallar alturas.**

El barómetro es una prensa hidráulica cuyos valores de presion miden los diferentes grados de elasticidad del aire, que son las únicas fuerzas que actuan sobre el receptáculo. Este suele ser de igual calibre que el tubo de las alturas, formando entonces un solo tubo curvo que, lleno de mercurio, marca desde el brazo inferior, que está abierto, $0^m{,}76$ en el mas largo herméticamente cerrado; siendo entonces $0^m{,}76$ la altura media de la presion atmosférica respecto á las diferentes densidades al nivel del mar.

661. Compuesta la atmósfera de varios cuerpos de elementos químicos, unos que le son esenciales, y otros que sobrenadan constantemente en ella mezclados con los primeros, y sujetos todos á la accion de la gravedad, forman en conjunto la presion ó peso de la atmósfera. Para calcularla se la supone en estado perfecto de equilibrio.

Segun la condicion (b) (núm. 652) y en el mismo supuesto que para los líquidos (núm. 656,) siendo g' la gravedad á la altura z y g al nivel del mar, se tiene

$$d\,p = D\,g'\,d\,z$$

y tambien $g:g'::(r+z)^2:r^2$, ó $g'=\frac{g\,r^2}{(r+z)^2}$.

Pero por la ley de Mariotte $p=k\,D\,(1+0{,}003665\ T)$; por consiguiente

$$\frac{dp}{p}=\frac{g\,r^2\,dx}{k\,(1+0{,}003665\,T)\,(r+z)^2}$$

Integrando en el supuesto de ser T constante

$$\text{log. hip. } p=-\frac{g\,r^2}{k\,(1+0{,}003665\,T)}\cdot\frac{1}{r+z}+C$$

y si hacemos $p=\Pi$ cuando $z=0$, será $C=\text{log. hip. }\Pi+\frac{g\,r}{k\,(1+0{,}003665\,T)}$

y por consiguiente

$$\text{log. hip. } p=\text{log. hip. }\Pi+\frac{g\,r}{k\,(1+0{,}003665\,T)}\cdot\frac{z}{r+z}.$$

Si para el menor y mayor valor de z las columnas de mercurio son H y h, y D', D'' las densidades del mercurio á estas alturas, será

$$\Pi=D'\,g\,H,\qquad p=D''\,g'\,h.$$

Poniendo por g' su valor, dividida una por otra estas ecuaciones y tomando los logaritmos, queda

$$\text{log. hip. }\Pi=\text{log. hip. } p+\text{log. hip.}\frac{D'\,H}{D''\,h}+2\ \text{log. hip.}\left(1+\frac{z}{r}\right);$$

con esta y la anterior resulta

$$\frac{g\,r}{k\,(1+0{,}003665\,T)}\ \frac{z}{r+z}=\text{log. hip.}\frac{D'\,H}{D''h}+2\ \text{log. hip.}\left(1+\frac{z}{r}\right).$$

que dará las alturas z conocidas las barométricas H h.

662. Para mejor prepararla al cálculo se referirán las densidades D'' D' del mercurio á una sola; por ejemplo, la primera, que es la del punto mas elevado, á la segunda, observando ó teniendo presente que el mercurio se condensa $\frac{1}{5412}$ por cada grado centígrado. Si pues, son T' y T'' las temperaturas en ambos puntos de observacion, T'—T'' será su término medio, y

$$D''=D'+D'\frac{T'-T''}{5412}=D'\left(1+\frac{T'-T''}{5412}\right)$$

Tomarémos tambien para T el término medio de la temperatura del aire en ambas estaciones, que será $T=\frac{t+t'}{2}$. Hagamos $0{,}003665=0{,}004$ para compensar el error por la anterior suposicion, y por la cantidad de agua en vapor que contiene el aire; con lo que, y cambiando los logaritmos neperianos en tabulares, cuyo módulo es $M=0{,}43429$ (núm. 29), se tendrá, observando además que el coeficiente $\frac{k}{M\,g}$ es, 18336 á la latitud de 45°

$$z=18336^{m}\left(1+\frac{2\,(t+t')}{1000}\right)\left(1+\frac{z}{r}\right)\left(\text{log.}\frac{H}{h}+2\,\text{log.}\left(1+\frac{z}{r}\right)\right)$$

fórmula igual á la del número 482 despues de despreciar el término $\frac{z}{r}$ y hacer el coeficiente $=18393^{m}$, que corresponde entónces por esta correccion. Para una latitud L seria el coeficiente $\frac{x}{M\,g}=18336\ (1+0{,}002837\ \text{cos. } 2\ L.$

663. Cuerpos sumergidos.

Un cuerpo sumergido en un fluido homogéneo, parcial ó totalmente, permanecerá en equilibrio en virtud de las fuerzas verticales ó las resultantes que emanen del peso del mismo cuerpo y de las presiones del fluido. Porque, si suponemos por un momento que se solidifica una porcion del fluido, igual en volúmen al cuerpo que se considera, el equilibrio permanecerá el mismo, ya se tome aquella porcion de masa en la superficie ó interiormente á cualquiera profundidad. Las presiones normales que la mantienen equilibrada deben equivaler á una sola fuerza igual y contraria á la de su peso ó gravedad. Y como esta ejerce su accion solo en sentido vertical, es preciso que la resultante de las presiones equilibrantes sea tambien vertical en el sentido de abajo arriba: lo que demuestra que las fuerzas horizontales ó presiones de las capas que rodean el cuerpo se destruyen unas con otras, y por consiguiente que no influyen en el equilibrio. Si el cuerpo que suponemos tuviese igual densidad que la porcion de fluido solidificado y ocupase su lugar, el equilibrio subsistiria de la misma manera; pues no hay razon para que se destruya no variando las circunstancias que le determinaron para la masa fluida. De lo que se deduce

1.° Que el peso del cuerpo sumergido ó flotante debe ser igual, para el equibrio, al fluido que desaloja.

2.° Que las resultantes de las fuerzas verticales del cuerpo y del fluido desalojado se confunden en una sola que pasa por los centros de gravedad de ambos; ó bien que estos se hallan en una misma vertical.

3.° Y en fin, que no engendrándose mas fuerza que esta resultante vertical, las presiones horizontales que sufre el sólido sumergido se destruyen unas á otras.

664. Si la densidad del cuerpo es menor que la del fluido no se sumergirá todo, sino que quedará flotando en la superficie; y la altura de la parte no sumergida será mayor ó menor segun se aproxime la densidad ó desvie de la del fluido. En este caso el volúmen desalojado equivaldrá al de la porcion de cuerpo sumergido en que debe considerarse la densidad total. Un pedazo de corcho, por ejemplo, que desalojase un decímetro cúbico de agua, tendria un volúmen mucho mayor, pero la densidad total seria en suma la de un decímetro cúbico de agua: lo que equivaldria á reducir todo el corcho, por medio de la compresion, al volúmen de agua desalojada; hallándose entonces en el caso de un cuerpo de igual densidad á la de este líquido en la superficie.

Puesto que un cuerpo de igual densidad á la del fluido se mantiene en equilibrio en virtud de las presiones verticales equivalentes á su peso, se deduce que cuando la densidad sea mayor llegará el cuerpo al fondo del depósito, y su peso allí será la diferencia del que tenia al aire libre y del que corresponde al del volúmen igual de fluido. Es decir, que *todo cuerpo sumergido pierde de su peso una parte igual al peso del fluido que desaloja.*

665. Aréometros.

En esto se fundan los instrumentos llamados *areómetros*, que sirven para hallar los pesos específicos de las diferentes sustancias, entre los que mencionarémos el de Nicholson.

Este, para las densidades de los sólidos, como el de Farenheit para las de los líquidos, es de *volúmen constante y peso variable.* Los demás que están en uso en el comercio para los líquidos son de volúmen variable.

Consiste (*fig.* 134) en un tubo, generalmente de hojalata, de cuya parte inferior pende una esfera lastrada con plomo para que el instrumento quede en po- *Fig.* 134.

sicion vertical. Sigue á esta un cono inverso *c d* en el que se colocan los cuerpos como veremos. La parte superior termina en una espiga á la que se adosa otra á enchufe que lleva un platillo *p*. Sobre este se suele colocar otro platillo de mayores dimensiones donde se ponen los pesos.

666. Para hallar el específico de un cuerpo, sumergido el instrumento en una vasija, se empieza por colocar en el platillo *p* los pesos necesarios para que el areómetro baje hasta una señal *s* que tiene la espiga, anotándolo despues con el nombre de 1.ª *carga.* Luego se pone el cuerpo en el mismo platillo en vez de los pesos, agregándole los que de estos fueren necesarios para que quede á flor de agua la señal *s*. Restando esta 2.ª *carga* de la 1.ª se tiene el peso del cuerpo en el aire. Por fin, se vacia el platillo y coloca el cuerpo en el cono inverso inferior (sujetándole con la anilla *r* si es de menos densidad que el agua), y se ponen sobre el platillo los pesos que indique la señal *s*. Esta es la 3.ª *carga*, que, restada de la 2.ª, produce el peso del volúmen de agua desalojada ó la pérdida de peso del cuerpo. Dividiendo entónces esta diferencia por el peso del cuerpo al aire libre, se halla el peso específico que le corresponde relativamente al agua.

667. Para las sustancias que se disuelven en este líquido, se pesan en espíritu de vino, aceite de nafta, mercurio, &. Para las densidades relativas de los líquidos se usan otros areómetros idénticos, sin el platillo inferior, y cuya espiga graduada dá inmediatamente la densidad.

Resulta de todo esto, que dos cuerpos iguales en peso al aire libre no lo serán en el vacío, á no tener igual volúmen, pues desalojando el uno menos fluido que el otro, su peso estará disminuido en mayor cantidad.

Así, que una arroba de corcho, lana, paja &, al aire libre pesará más en el vacío que una arroba de hierro, &.

668. **Flotacion de los pontones.**

De los principios que se acaban de exponer se deduce una interesante aplicacion para el establecimiento de puentes flotantes sobre pontones.

En efecto, conocidos el volúmen y peso del barco, se tendrá el volúmen y peso del agua que puede desalojar; y un poco mas de la diferencia de ambos pesos es la carga que sin peligro alguno puede soportar el ponton.

Fig. 135. Sean (*fig.* 135) $AB = L$, $CD = l$, $AF = \frac{1}{2}(L - l) = \delta$, $CF = H$, $CE = h$; la anchura media $= b$; $p =$ peso en kilógramos del volúmen de agua desalojada $\Pi = 1000^k =$ peso del metro cúbico de agua. Será, 1.° $p = b.\Pi.\,h\left(l + \frac{h\,\delta}{H}\right)$:

2.° para el máximo, $p = \frac{1}{2}\,b\,\Pi\,H\,(L + l)$; 3.° $h = \sqrt{\frac{H}{\delta}\left(\frac{p}{b\,\Pi} + \frac{l^2 h}{4\,\delta}\right)} - \frac{l\,H}{2\,\delta}$.

EJEMPLO:

Supóngase $AB = L = 6^m$; $CD = l = 5^m$; $CF = H = 0^m,8$; $b = 1^m$, $\Pi 5; = 1000^k$. Peso del ponton $= 450^k$; $h = 0^m,6$.

1.° Dado el peso del ponton y la profundidad $0^m,6$ de inmersion hallar la carga que debe soportar

$$p = 1,5 + 1000 \times 0,6\left(5 + \frac{0,3}{0,8}\right) = 4837, \text{ y la carga} = 4387^k$$

2.° Dado el peso del ponton $= 450^k$, hallar la máxima carga que puede soportar.

$$p = 5,5 \times 1,5 \times 1000 \times 0,8 = 8250^k, \text{ y la carga máxima} = 7800^k.$$

3.° Dada la carga de 4387^k y el peso 450^k del ponton hallar la cantidad de su inmersion ($4387 + 450 = 4837 = p$)

$$h=\sqrt{\frac{0,8}{0,5}\left(\frac{4837}{1500}+\frac{25\times 0,8}{2}\right)}-5\times 0,8=0^{m},6.$$

Lo mismo puede decirse de las barcas para trasportar efectos por los rios ó canales (véase el núm. 429).

CHOQUE DE LOS FLUIDOS.

669. 1.° **De una columna de agua con un cuerpo al aire libre.**

La accion contínua de una columna de agua sobre un cuerpo, ejerce en él cierta presion que puede medirse por un peso. Sea, (*fig.* 136) ω el área de la seccion *ab* de la columna fluida, v la velocidad en la misma, Π el peso de la unidad de volúmen del fluido, P la presion ó empuje que ejerce sobre la superficie de una placa C D, y t un tiempo cualquiera. Sabemos que una fuerza P en la unidad de tiempo dt es equivalente (núm. 514) á la cantidad de movimiento $m\,v$ del cuerpo á que se aplica en el mismo instante $d\,t$: luego *Fig.* 136.

$$P\,d\,t=m\,v\,d\,t,\ \text{ó}\ P=m\,v-\frac{\Pi}{g}\omega\,v^2$$

y pues que $\dfrac{v^2}{2g}=h$, será $P=2\,\Pi\,\omega\,h$, (h=altura de caida).

El peso que, obrando sobre D C en sentido contrario de la corriente *a b*, fuese capaz de equilibrarla, seria equivalente al peso de la columna fluida cuya base es ω y que tiene por altura el duplo de la debida á la velocidad v. Esto mismo lo confirma la experiencia cuando la placa D C es unas 10 veces mayor que el orificio, ó suficientemente grande para anular las velocidades de todas las moléculas fluidas. No siendo así, la presion P disminuye hasta $P=\Pi\,\omega\,h$, que es la expresion correspondiente al empuje cuando la placa tapa el orificio. Cuando dista de él 3 á 4 diámetros se verificará la anterior ecuacion $P=2\,\Pi\,\omega\,h$.

Si á la placa D E se la hiciese un reborde se podria llegar á $P=4\,\Pi\,\omega\,h$: con lo cual se demuestra la ventaja de la curvatura en las paletas de las ruedas hidráulicas.

670. Si la placa tomase la posicion C′D′, llamando α el ángulo que forma con el eje de la columna fluida, seria, $P=\frac{\Pi}{g}\omega\,v^2$ sen. α, ó $P=2\Pi\,\omega\,h$ sen. α.

671. Suponiendo que la placa sea una paleta de una rueda hidráulica, ó, lo que es lo mismo, considerando el caso de moverse la placa por la accion contínua del agua, si v' es la velocidad de aquella, $v-v'$ será la pérdida por el choque, y entonces $P=\frac{\Pi}{g}\omega\,h\,v\,(v-v')$ para cuando la corriente es perpendicular á la placa. Si lo fuese inclinada, y β el ángulo que formase con la direccion mn de su movimiento, seria v, en el sentido normal D E, $=v$ sen. α; y del mismo modo v' se convertiria en v' sen. β; luego v sen. $\alpha - v'$ sen. β seria la velocidad perdida, y sen. β (v sen. $\alpha - v'$ sen. β) la componente en el sentido $m\,n$ del movimiento. Por consiguiente

$$P=\frac{\Pi}{g}\omega\,v\ \text{sen.}\ \beta\,(v\ \text{sen.}\ \alpha - v'\ \text{sen.}\ \beta).$$

EJEMPLO. Supongamos una rueda horizontal de paletas, para cuyo movimiento sale el agua por un orificio abierto en una placa é igual á $0^{m},1$ de lado, bajo la carga constante de 2^{m}. El ángulo $\alpha=80°$ y $\beta=65°$ =inclinacion de las paletas. La velocidad v' de la paleta ó del punto de aplicacion es 1^{m} por segundo; y se desea saber el esfuerzo ejercido sobre las paletas.

El coeficiente de contraccion de la vena fluida, de que se hablará en el siguiente capítulo, es, segun la tabla primera del mismo.

$m=0,607$, por lo que $v=m\sqrt{2gh}=0,607\sqrt{19,6\times 2}=3^m,8$
$\omega=0^m,01$; sen. $\beta=0,9063$; sen. $\alpha=0,9848$; $v'=1^m$

$$\frac{\Pi}{g}=\frac{1000^k}{9^m,8}=102^k\text{; por consiguiente}$$

$$P=102\times 0,01\times 3,8\times 0,9063\ (3,8\times 0,9848-1\times 0,9063)=9^k,8$$

que será la presion que sufren las paletas.

672. **2.º—Choque de un fluido indefinido sobre un cuerpo sumergido.**

En todo cuerpo sumergido en un fluido cuya corriente no se altera por la presencia de aquel, por lo que se llama indefinido, hay dos presiones que considerar y cuya suma compone la presion total que sufre el cuerpo. Una es la que experimenta la cara anterior de este, debida al movimiento de los filetes fluidos de la corriente que choca con el cuerpo, y otra la llamada *no-presion*, ejercida en la cara posterior por los mismos filetes al empujar la masa fluida comprendida entre ellos y la cara posterior. Ambos son proporcionales á la densidad del fluido y á los cuadrados de la velocidad y dimensiones homólogas. Así, llamando Q la presion hidrostática, debida á la altura Z del fluido, sobre la base Ω del cuerpo, y v la velocidad de la corriente, se tiene,

para la presion $\quad Q+\frac{\Pi}{g}M\Omega v^2,$

y para la no-presion $\quad Q-\frac{\Pi}{g}N\Omega v^2$

La resultante de ambas presiones será la que impulse al cuerpo en sentido de su eje, representada por

$$P=Q+M\frac{\Pi}{g}\Omega v^2-Q+N\frac{F}{g}\Omega v^2=\frac{\Pi v^2}{g}\Omega\,(M+N)$$

M, y N, son dos coeficientes dados por la experencia; y si hacemos 2 $M=m$ 2 $N=n$, resulta

$$P=(m+n)\,\Pi\,\Omega\,\frac{v^2}{2g}.$$

Para cuando los cuerpos sean placas delgadas resulta,

si $\sqrt{\Omega}=0^m,15$ $\quad m+n=1,45$ $\quad m=1,19$
si $\sqrt{\Omega}=0^m,32$ $\quad m+n=1,86$ $\quad n=0,67$

Para cuando el cuerpo es prismático, si su longitud es $=\sqrt{\Omega}$ $\quad m+n=1,46$; y si ella está comprendida entre el triplo ó sextuplo de $\sqrt{\Omega}$ $\quad m+n=1,34$.

673. Si el cuerpo estuviese en movimiento, la velocidad relativa seria $v-v'$ si marcha en el sentido de la corriente, y $v+v'$ si en el opuesto. La presion será en el primer caso,

$$P=(m+n)\,\Pi\,\Omega\frac{(v-v')^2}{2g}$$

y en el segundo,

$$P=(m+n)\,\Pi\,\Omega\frac{(v+v')^2}{2g}$$

Para cuerpos no prismáticos hay que determinar por experiencia el coeficiente $m+n$.

674. Cuando el cuerpo sobrenade se tomará por Ω la seccion sumergida. El coeficiente $m+n$ es próximamente el mismo, aunque en este caso la presion aumenta, y disminuye la no-presion, á causa del *desnivel* que se verifica desde las aguas de la cara anterior á la posterior.

675. **Resistencia de los fluidos.**

Las presiones acabadas de hallar son las resistencias de un cuerpo á la corriente, y ahora vamos á anotar la resistencia que opone la corriente á un cuerpo.

Siendo idénticas las circunstancias del problema, las expresiones serán las mismas, difiriendo solo el coeficiente $m+n$.

Para las placas delgadas, si $\sqrt{\Omega}=0^m,32$, será $m+n=1,43\begin{cases}m=1\\ n=0,43\end{cases}$

Cuando el cuerpo es prismático y su longitud $=\sqrt{\Omega}$ $m+n=1,20$. Comprendida la longitud entre $3\sqrt{\Omega}$ y $6\sqrt{\Omega}$... $m+n=1,10$.

A mayor longitud mayor resistencia por causa del rozamiento.

676. Terminado el cuerpo por dos planos inclinados hácia adelante, como sucede á los pontones, $m+n=0,65$ si el ángulo con el eje es de 43°, y $m+n=$ $=0,46$ si lo es de 25°. Luego cuanto mas inclinado esté el plano menor es la resistencia. Si la inclinacion fuese hácia atrás, tendería el fluido á sumergir el cuerpo, y por consiguiente aumentaría mucho la resistencia.

Si se pone una proa al barco, disminuirá la resistencia á medida que el ángulo de los planos verticales que la forman sea mas agudo; llegando á $\frac{1}{2}$ de la que tendría lugar sin proa, cuando venga á ser esta circular, ó compuesta de dos planos cuya salida sea igual á la anchura del barco, y á $\frac{1}{3}$ si el ángulo es de 30° á 36°. Ultimamente si el triángulo de proa es mistilíneo la resistencia será la menor posible á igualdad de salida. Favorece esta circunstancia la mayor longitud y redondez de la popa, que, segun experimentos con un navío de esta clase, llega á $m+n$ $=0,16$ siendo la longitud el quíntuplo de la anchura.

Para una esfera cuya velocidad es regular, $m+n=0,60$.

677. **Aplicacion á la carga que se puede trasportar en barcas por los canales.**

Se determinará 1.° el peso máximo que puede soportar la barca sin peligro segun se hizo en el núm. 668 para la flotacion de los pontones: y despues se fijará la velocidad que ha de llevar el barco, que conviene no sea muy sensible.

Hecho esto, se podrá determinar la potencia que ha de aplicarse para el trasporte, representada, como acabamos de ver, por el peso de un prisma de agua, cuya base es la mayor seccion transversal de la parte sumergida del barco, y la altura la debida ó la velocidad v de éste si el fluido está en reposo, ó á la $v-v'$ si el barco se mueve en sentido de la corriente, ó bien $v+v'$ si en sentido opuesto. El producto que de ello resulte se multiplicará por el coeficiente que corresponda á la figura del barco.

678. Supongamos una lancha prismática de 4^m de ancho y 16^m de largo, con su proa saliente 4^m = al ancho, y que se sumerja 0,7. La velocidad de la corriente es $v'=0^m,06$, y la que se desea lleve el barco $v=1^m$, se tendrá $v-v'=0^m,94$; $\Omega=0,7\times4=2,8$; $m+n=\frac{1}{2}=0,5$; $g=9,8$; $\Pi=1000^k$; luego

$$R=(m+n)\frac{(v-v')^2}{2g}\Pi\Omega=0,5\frac{0,94^2}{19,6}1000\times2,8=63^k,14$$

El esfuerzo equivaldrá, por consiguiente, al que se necesita para elevar 63,14 kilógramos á 1 metro de altura, ó trasportar $63^k,14$ con 1^m de velocidad. Segun la tabla (núm.° 551) una caballería mayor de España hace por segundo un trabajo de 41^{km}, que es 0,65 del acabado de hallar, ó poco mas de la mitad: así pues, deberán ponerse dos caballerías para vencer el rozamiento de la barca; cuyo peso total trasportado será

$$P=\Pi\,\Omega\times16^m=1000\times2,8\times16=44800^k,14$$

ARTÍCULO V.

Composicion general de las máquinas.

679. Las máquinas son aparatos, destinados á verificar un trabajo, ya se las consideren motores ó receptores directos de la accion, como las ruedas hidráulicas, los émbolos, &, ó ya como útiles que dependen del género de trabajo que deben producir, como las muelas de un molino harinero, las sierras de un aserradero, &. Por esta razon se componen siempre de dos partes, una *fija* y otra *móvil*. La primera comprende todas las piezas en reposo, cualquiera que sea la situacion del aparejo en que se encuentran; y la segunda contiene todas las piezas en movimiento.

Entre estas piezas se distinguen: 1.° Las *principales ó especiales*, cuyas formas y dimensiones son apropiadas al trabajo ejercido por la máquina de que ellas forman parte. 2.° Las *secundarias ó generales*, cuyas formas son constantes por análogas relaciones entre las diversas piezas principales, y cuyas dimensiones dependen de la importancia de estas últimas, de que son sus medios de comunicacion.

Ahora bien, hay dos clases de comunicacion, la *directa* y la *indirecta*. La primera se efectua por medio de piezas de *ensamblage ó trasmision de movimiento* segun que ellas sirvan para enlazar partes fijas ó movibles. La segunda se verifica por medio de piezas de *trasformacion del movimiento* que tiene lugar siempre que se ligan piezas de marcha diferente. Se distinguen tres movimientos principales 1.° el rectilíneo ó el de un cuerpo que sigue una línea recta: 2.° el circular ó el de un cuerpo que recorre un círculo; y 3.° el curvilíneo ó el de un cuerpo que describe una curva.

680. Estos tres movimientos pueden ser *contínuos* ó *alternativos*; contínuos cuando tienen lugar en el mismo sentido y *alternativos* cuando en sentido diferente ó que siguen direcciones oscilantes ó de *va-y-ven*. Se verificarán, por consiguiente, las 21 combinaciones que manifiesta la siguiente tabla, pudiéndose decir que una máquina es la aplicacion simple ó compuesta de una ó muchas de estas trasformaciones.

1.° El movimiento rectilíneo continuo convertido en..................	rectilíneo..................	contínuo.......	1
		alternativo.......	2
	circular....................	contínuo.........	3
		alternativo.......	4
	segun una curva dada........	contínuo.........	5
		alternativo.......	6
2.° Trasformacion del movimtento circular contínuo en................	rectilíneo..................	alternativo.......	7
	circular....................	contínuo.........	8
		alternativo.......	9
	segun una curva dada........	contínuo.........	10
		alternativo.......	11
3.° Trasformacion del movimiento contínuo segun una curva dada en.....	rectilíneo..................	alternativo.......	12
	circular....................	alternativo.......	13
	segun una curva dada........	contínuo.........	14
		alternativo.......	15
4.° Trasformacion del movimiento rectilíneo alternativo en............	rectilíneo..................	alternativo.......	16
	circular....................	alternativo.......	17
	segun una curva dada........	alternativo.......	18
5.° Trasformacion del movimiento circular alternativo en..............	segun una curva dada.......	alternativo.......	19
	circular....................	alternativo.......	20
6.° Trasformacion del movimiento segun una curva dada en............	segun una curva dada........	alternativo.......	21

Se puede observar que cada una de estas trasformaciones tiene su recíproca; es decir, que si por ejemplo el movimiento rectilíneo alternativo se convierte en circular alternativo, de la propia manera el movimiento circular alternativo se trasformará también en rectilíneo alternativo. Los ejemplos que seguirán al tratar de la comunicacion indirecta presentan las combinaciones mas usadas en mecánica.

COMUNICACION DIRECTA.

681. Comunicacion entre las piezas fijas y movibles.

1.° *Movimiento rectilíneo.*—Cuando una pieza movible está dotada de un movimiento contínuo ú alternativo ejercerá un rozamiento contra las piezas fijas que ella toca. Este rozamiento puede ser *por rotacion ó por resbalamiento*. En el primer caso la pieza movible lleva ejes de hierro correspondientes á cilindros ó á ruedas de fundicion, hierro forjado, cobre ó madera, cuyas formas y dimensiones varian segun la distancia que existe entre los ejes y piezas fijas. Las piezas fijas sobre las cuales se ha de verificar el rozamiento presentan superficies planas y lisas por donde corren las movibles; circunstancia por la cual llevan el nombre de guías. La máquina de vapor segun el sistema de Maudslay de guias verticales, y la de Taylor de guias horizontales presentan doble ejemplo de este movimiento. Cuando es pequeño el trabajo que se debe efectuar y la pieza movible es un vástago ó barra puede prescindirse del cilindro ó rueda que pasa entre las guias, siendo suficiente ensemblarla en su cabeza un prisma de un grueso igual á la anchura entre aquellas. El rozamiento en este caso es por resbalamiento.

2.° *Movimiento circular.*—Cuando una pieza movible está dotada de un movimiento circular contínuo ú alternativo se la monta sobre un *árbol* sólidamente apoyado en soportes. En el caso particular de un movimiento circular alternativo entre piezas dotadas de pequeño efecto, se emplea en vez de soporte una charnela ó bisagra cuya forma varia segun la situacion de la pieza movible en el punto de union. Entre las varias especies de soportes se distinguen: el *soporte ordinario ó muñonera* (*fig.* 138) que se emplea especialmente para mantener árboles *Fig.* 138. horizontales cuando la pieza fija con la que deben comunicar está situada por debajo.

La *silla ó cojinete* (*fig.* 139) que se usa para apoyar los árboles horizontales *Fig.* 139. cuando la pieza fija está por la parte superior.

La *crapodina ó quicio* (*fig.* 140) que se emplea con los soportes ordinarios para *Fig.* 140. apoyar los árboles verticales.

Las partes de los árboles que se apoyan en los soportes se llaman *muñones* y son siempre cilíndricos: los árboles pueden ser cilíndricos y prismáticos.

682. Comunicacion de las piezas fijas y movibles entre sí.

1.° *Ensamble de dos piezas de seccion rectangular.*—Las secciones rectangulares constituyen todas las piezas de superficies planas cuyo ensamble se verifica por medio de pernos y tuercas ó roblones del modo siguiente.

1.° Si las piezas están una á continuacion de otra (*fig.*s 141-142) se las sobrepondrá cierta cantidad, ya sea simplemente ó acodando una de ellas, de modo que se conserve el mismo nivel en las superficies principales; uniéndolas despues por medio de pernos (*fig.* 141) que se aprietan con tuercas en frio, ó por medio de ribetes (*fig.* 142) que se remachan en caliente. *Fig.* 141, 142. *Fig.* 141. *Fig.* 142.

2.° Si las piezas han de formar ángulo recto en su union se doblará una de ellas para ensamblarla como precedentemente ó se colocará interiormente otra pieza pequeña angular (*fig.*s 143-144). En el primer caso basta un perno, en el *Fig.* 143, 144.

segundo se necesitan dos. —El primer método se emplea en los ensambles de placas de fundicion y en las placas delgadas de palastro: el segundo se empleó por mucho tiempo en los ensambles de las calderas de vapor llamadas de *tumba*, y en las locomotoras. Pero hoy dia se prefiere para estos casos dar suficiente curvatura á una de las dos placas que se han de ensamblar (*fig.* 145). Fig. 145.

2.° *Ensamble de una pieza de seccion rectangular con otra de seccion cuadrada.*— **1.°** Si las piezas se han de unir á su largo se obtendrá el mejor ensamble deformando la extremidad de una para hacerla tomar la seccion de la otra. Si fuese la cuadrada la que se hubiera de aplastar se procederá por medio de pernos como se explicó anteriormente: si, por el contrario, fuese la rectangular la que se cuadra, el ensamble se hará por medio de un *manguito* (*fig.* 146) si las piezas han de girar unidas, ó por medio de un *cubo* y *chaveta* si una de ellas ha de tirar longitudinalmente de la otra (*fig.* 147). Fig. 146. Fig. 147.

2.° Si las piezas han de formar escuadra, el ensamble varía segun la naturaleza de los metales en contacto.

Fig. 148. Para hierro dulce sobre lo mismo se suelda ó remacha sobre embase (*fig.* 148). Para fundicion sobre fundicion, ó hierro dulce sobre fundicion, se incrustará otra pieza en agujeros dejados en la fundicion.

Si esta pieza se ha de retirar á voluntad se taladrará la extremidad en cierta longitud que ocupará una chaveta dejando un embase en el otro.

3.° *Ensamble de una pieza de seccion rectangular con otra de seccion circular.*— 1.° Si las piezas se colocan en sentido de su longitud se procede como para el caso anterior; es decir, que se escuadra la redonda ó se redondea la rectangular. En el primer caso el ensamblage se hace cilíndrico interiormente, lo que exige el empleo de una clavija (*fig.* 150) en cada una de las piezas sin la cual no podrian girar unidas. Fig. 150.

2.° Si las piezas se unen á escuadra como sucede á las manivelas y vástagos de los émbolos, se horadará la rectangular haciéndola un agujero cilíndrico ó cónico donde se meterá la pieza redonda dejándola un embase en el primer caso y una mortaja que reciba una chaveta bien ajustada (*figs.* 151–152). Fig. 151, 152.

4.° *Ensamble de dos piezas de seccion cuadrada.* — 1.° Cuando se unan á su largo pueden presentarse dos casos, que dependen de la igualdad ó desigualdad de las secciones.

Para el primer supuesto se hace uso del manguito ó cubo de canal cuadrada con chaveta ó á rayo de Júpiter (*fig.* 153). En el segundo supuesto se ensamblan las piezas por medio de un manguito de dos secciones interiores (*fig.* 154) ó á cubo y chaveta colocada sobre la pieza de mayor seccion. Fig. 153. Fig. 154.

2°. Si las piezas forman escuadra se las ensamblará por medio de una mordaza y clavijas (*fig.* 155). Fig. 155.

5.° *Ensambles de una pieza de seccion cuadrada con otra de seccion circular.*— **1.°** Si ha de unirse en sentido de la longitud se pasará la pieza escuadrada por el octógono regular haciéndose el ensamble por medio de un manguito para la rotacion ó de un cubo y clavija para la traccion, sea fijamente (*fig.* 156), ó bien á charnela si una de las piezas ha de tener movimiento circular alternativo. Fig. 156.

2°. Si han de formar escuadra se pueden presentar dos casos:

ó bien la pieza escuadrada monta sobre la redonda ó al contrario. En el primer caso el ensamble se hace por medio de una mordaza (*fig.* 157) ó chapa redondeada cuando las dos piezas han de estar fijas en su ensambladura, ó por medio de coginete si la redonda ha de girar sobre sí misma. En el segundo supuesto se escuadrará la redonda haciéndola pasar por el octógono regular, ensamblándolas despues como dos piezas cuadradas. Fig. 157.

6.° *Ensamble de dos piezas de seccion circular.*—1.° En el sentido de su longitud se hará el ensamble por medio de un cubo fijo (*fig.* 156) ó á chaveta, segun que una de las piezas esté ó no dotada de movimiento circular alternativo independientemente del movimiento comun. *Fig.* 156.

2°. Formando escuadra las piezas se hará el ensamble por medio de una T.

COMUNICACION INDIRECTA.

683. **Trasformacion del movimiento rectilíneo continuo en rectilíneo continuo.**

Las cuerdas ó correas que pasan por la canal de una polea fija (*fig.* 158) presentan un ejemplo de esta trasformacion, cuando elevan un peso Π á causa de un motor P, suficiente á equilibrar este peso, la rigidez R de la cuerda, y el rozamiento F del eje de la polea en las muñoneras, lo que dá la ecuacion *Fig.* 158.

$$P = \Pi + R + F$$

La cuerda puede estar vertical ó inclinada, segun la distancia á que se halle el peso Π que se ha de levantar, ó con arreglo á las circunstancias que para ello concurran. Supongamos el caso de la figura 159 y sea α la inclinacion de un plano por el que debe subir el peso Π arrastrado por otro desconocido x. *Fig.* 159.

El trabajo ó esfuerzo necesario para hacer recorrer al peso Π el espacio e contando con la rigidez R de la cuerda y rozamiento f sobre el plano es

$$e\,(\Pi.\ \text{sen.}\ \alpha + \Pi.\ \cos.\ \alpha f + R)$$

Sea $g \times e$ el espacio recorrido por x en un segundo cayendo libremente, $g.\,e.\,x$ será el trabajo producido por este peso en igual tiempo. Y puesto que x pone en movimiento todo el sistema haciéndole recorrer el espacio e en el primer segundo, el trabajo que produce al caer solo debe ser igual al efectuado cuando arrastra consigo todo el sistema; de lo que viene la igualdad

$$g \times e \times x = e\,(\Pi.\ \text{sen.}\ \alpha + \Pi.\ \cos.\ \alpha f + R + x)$$

y $$x = \frac{\Pi.\ \text{sen.}\ \alpha + \Pi.\ \cos.\ \alpha\, f + R}{g - 1}$$

El espacio recorrido en el primer segundo por un cuerpo que desciende libremente es $g.\,e = \frac{9{,}8}{2} = 4^{m}{,}9$. Si por hipótesis conocemos e se tendrá $g = \frac{4{,}9}{e}$.

Para trasmitir el movimiento rectilíneo en un sentido cualquiera se emplean muchas poleas ó tambores, hallándose cada una en igual plano que las dos porciones de cuerda ó correa que abraza.

Si se quiere trasmitir este movimiento con velocidades diferentes se emplearán dos poleas de distinto diámetro montadas en un mismo eje.

Si P es el motor, R y r las rigideces de las cuerdas para los rádios ρ y ρ' de las poleas se tiene

$$P\rho = \Pi\rho' + F + R\rho + r\rho'$$

Cuando se quiere trasmitir el movimiento rectilíneo perpendicularmente á la fuerza que actua se emplea la cuña a (*fig.* 160) moviéndose sobre el plano inclinado B. Este medio de trasformacion se usa especialmente en los laminadores de palastro para aproximar los cilindros, y en las ruedas hidráulicas para levantar el eje. *Fig.* 160.

Igual movimiento presentan las paralelas para tirar líneas.

684. **Rectilíneo continuo en rectilíneo alternativo.**

La marcha del vapor y del émbolo presentan un ejemplo de esta trasformacion. Mas adelante verémos tambien este cambio en el *movimiento rectilíneo continuo en circular continuo* y *circular continuo en rectilíneo alternativo.*

685. **Rectilíneo contínuo en circular contínuo.**

La accion del agua sobre una rueda hidráulica, la del viento sobre las alas de un molino, una cramellera ó barra dentada engranando en una rueda, son otros tantos ejemplos de esta trasformacion. La contraria tiene lugar en el *torno*, *cric* y *cabestante*.

686. **Rectilíneo contínuo en circular alternativo.**

Se efectua esta trasformacion en el paso de un bote por la accion de la cor-
Fig. 161. riente situándole con ella en una inclinacion determinada (50°.) La figura 161 presenta otro ejemplo de esta trasformacion: la palanca *a b*, al tornar alrededor de su centro *b*, lleva en su movimiento los brazos *c e d e*, articulados en *c d*, cuyos extremos recurvos engranan en los dientes de la pieza *b g* que se levantará y seguirá un movimiento rectilíneo contínuo.

687. **Circular contínuo en rectilíneo contínuo.**

Se efectua esta trasformacion por medio del cric, el cabestante ó torno, el piñon y barra dentada, la grua y la rosca ó tornillo. Este último se emplea cuando son necesarias grandes presiones; siendo de espira cuadrada si la presion ha de ser instantánea, y de espira triangular cuando se trata de aproximar dos piezas ó comprimirlas gradualmente bajo cualquier punto de vista.

688. **Circular contínuo en rectilíneo alternativo.**

Se obtiene esta trasformacion por medio de la manivela y la biela (figuras de las máquinas de vapor). Igual efecto se obtiene por medio del excéntrico que darémos á conocer.

689. **Excéntricos.**

Fig. 162. Se conocen varias especies: 1.° El circular de movimiento contínuo (*fig.* 162), 2.°
Fig. 163. El de forma de corazon (*fig.* 163), tambien de movimiento contínuo, destinado á hacer avanzar una pieza, dotada de movimiento rectilíneo alternativo, cantidades iguales por arcos de círculo iguales que el excéntrico describa.

La traza de este excéntrico se hace del modo siguiente: supuesto *a* el centro del árbol que recibe el excéntrico, y *b b'* la distancia que ha de recorrer el rodillo *c*, que para evitar rozamiento lleva la barra *o b*, se describirá la circunferencia *b'* 1 4 con el rádio *a b'*; y dividida esta en muchas partes iguales, por las que se harán pasar rádios, y en otras tantas el *a b'* para trazar nuevos círculos, la interseccion de los rádios *a* 1 *a* 2 *a* 3 & con las respectivas circunferencias, á partir de la mas próxima al centro, darán otros tantos puntos de la curva que se busca.

Fig. 164. 3.° El excéntrico de movimiento intermitente (*fig.* 164), cuya forma es muy variada segun el género de trasformacion que se ha de efectuar.

690. **Circular contínuo en circular contínuo.**

Las ruedas que engranan entre sí, las cadenas cuerdas y correas sin fin resbalando sobre poleas ó tambores, son otros tantos ejemplos de esta trasformacion. La principal ventaja que presentan las correas, sin fin, es el poder trasmitir el movimiento de rotacion contínuo en cualquiera direccion á lejanas distancias y sin ruido.

Fig. 165. 166. Las figuras 165–166 son ejemplos de este movimiento en un mismo plano y en otros dos perpendiculares entre sí.

Tambien se obtiene el circular contínuo en circular contínuo, por medio de
Fig. 167. 168. tornos y poleas de diversos diámetros (*fig.* 167) ó conos alternos (*fig.* 168) situados el uno sobre el otro para presentar una tension igual á la de la correa.

Para obtener una velocidad muy lenta se engrana con una rueda dentada un

tornillo sin fin. Dando una vuelta el tornillo por cada diente que pasa de la rueda, si esta llevase 60 serian menester 60 vueltas del tornillo por cada una de la rueda. Si, pues, se colocase en el eje de esta un segundo tornillo que engranase en otra rueda igual á la 1.ª, haria esta última una sola revolucion mientras que la manivela motriz habria dado 3600.

691. **Circular contínuo en circular alternativo.**

Se emplea para esta trasformacion la disposicion representada en la figura 169. *Fig.* 169.
A *b* son dos árboles cuyos ejes, situados en un mismo plano, son perpendiculares entre sí. El árbol A, dotado de un movimiento circular contínuo, lleva una rueda de engranaje cónico en una sola porcion de su circunferencia (la mitad á lo mas), y el árbol *b* contiene dos ruedas que pueden engranar con la A. Por esta disposicion el árbol *b* girará á derecha é izquierda alternativamente desde que el A empiece su movimiento.

Otro ejemplo de esta trasformacion es el martillo frontal (*fig.* 170) empleado en *Fig.* 170.
las forjas inglesas. El anillo A de fundicion maciza está montado sobre un árbol que recibe su movimiento por medio de una máquina de vapor.

El peso y palanca del martillo varian segun la importancia de la pieza que se ha de forjar.

Se emplea aun para trasformar el movimiento circular contínuo en circular alternativo, la manivela, la biela, y la palanca.

692. **Rectilíneo alternativo en rectilíneo contínuo.**

Se verifica esta trasformacion por medio de las dos siguientes:

Movimiento rectilíneo alternativo en circular contínuo, que seguirá, y circular contínuo en rectilíneo contínuo que queda indicado.

693. **Rectilíneo alternativo en rectilíneo alternativo.**

Esta trasformacion se ejecuta por medio de los aparatos que representan las figuras 171, 172 y 173.

Las figuras 171 y 173 manifiestan las trasmision del movimiento rectilíneo al- *Fig.* 171, 173.
ternativo de la biela D á la cuerda *a* que existe en un plano paralelo al del movimiento de la biela. La figura 172 expresa el movimiento rectilíneo alternativo de *Fig.* 172.
la biela F á la cuerda *b* en iguales circunstancias que la anterior.

En estas tres figuras, como en todas las trasformaciones del movimiento rectilíneo alternativo que no son directas, hay una trasformacion intermedia en circular alternativa que se explicará despues.

694. **Rectilíneo alternativo en circular contínuo.**

Se aplica esta trasformacion por medio de la figura 174: *e* es un punto dotado de *Fig.* 174.
un movimiento rectilíneo alternativo á la extremidad de una barra : *ac′* es una manivela montada sobre el árbol *d* llevando en *a* un piñon B que engrana en los dientes interiores de una rueda A cuyo rádio es doble que el del piñon.

Estando el punto *c* dotado de un movimiento rectilíneo alternativo, y siendo su carrera 4 veces mayor que el rádio ó longitud de la manivela, podrá pasar esta de derecha á izquierda segun el sentido del movimiento, que, en consecuencia será contínuo.

Igual trasformacion tiene lugar por medio de la biela y manivela.

695. **Manivelas simples** (*fig.* 175.) (*) *Fig.* 175.

Sea O el centro de la manivela y *m o* la línea segun la cual tiene lugar el mo-

(*) Aunque se ha tratado en el número 635 y siguientes, el equilibrio de las manivelas, se expone aquí su teoría, conforme con aquella, para mas aclararla y como conviene al tratar de la trasformacion de movimientos.

vimiento rectilíneo alternativo. Durante la rotacion la biela mantiene una de sus extremidades en $m\,m'\,m''$, mientras que la otra se encuentra en B B′ B″ & de la circunferencia descrita por la manivela: de donde resulta que, siendo constante la accion del motor, la de la biela es variable segun el ángulo de inclinacion de la línea $m\,o$.

Admitiendo estas variaciones de accion la teoría se complicaria inútilmente. Además, la biela es siempre bastante larga para que se pueda prescindir de las variaciones en la intensidad de la fuerza trasmitida por ella. Podrémos, por consiguiente, suponer que la biela se mantiene siempre paralelamente á sí misma y que, por tanto, su accion sobre el punto de charnela ó el boton B de la manivela es constante.

Sean P esta accion y Q la resistencia que opone B al movimiento, tangencialmente á la circunferencia que él mismo describe. El brazo de palanca de esta resistencia será constantemente el rádio r, y su momento igual siempre á $Q \times r$.

Por el contrario, el momento de la potencia varia á cada instante, como es fácil ver considerando B aplicado en cualquier punto B′ de B B′ B″, cuyo momento respecto del punto O es $P \times OD$; y como O D es cero para el punto B, é igual al rádio para el B″, resulta que los momentos de la potencia están comprendidos entre los límites 0 y $P r$.

Para hallar el valor de Q observarémos que para cada vuelta de la manivela desciende y asciende un punto cualquiera de la biela una cantidad doble de $2r$ ó $4r$: el trabajo, pues, de la potencia será $4rP$; y como en la misma revolucion la resistencia describe la circunferencia $2\pi r$, su trabajo será $2\pi r\,Q$; de cuyas expresiones se deduce

$$4rP = 2\pi r Q \quad \text{y} \quad Q = \frac{2P}{\pi} = 0,637\,P.$$

El punto en que la potencia es igual á la resistencia se tendrá observando que

$$Q\,r = P\,x\text{, de donde } x = \frac{Q\,r}{P} = 0,367\,r.$$

En esta clase de manivela se tiene que el esfuerzo mínimo es al medio y este al máximo como cero : 0,637 : 1.

696. **Manivelas dobles.**

Fig. 176, 177. Se distinguen dos especies de manivelas dobles: la de puntos de giro ó botones opuestos (*fig.* 176) y la de botones á escuadra (*fig.* 177).

Si, respecto de la 1.ª, fuese la potencia $\frac{1}{2}P$ aplicada en B y $\frac{1}{2}P$ aplicada en B′, las relaciones entre la potencia y resistencia serian las mismas que en la manivela simple.

Para la 2.ª si un $\frac{1}{2}P$ se aplica en B y $\frac{1}{2}P$ en B′ se tiene

1.° Esfuerzo mínimo $= \frac{1}{2}P \times 0 + \frac{1}{2}P \times r = \frac{1}{2}Pr$

2.° Esfuerzo medio $= Q\,r = 4r\,P$, pues que $2\pi r Q = \frac{1}{2}P \times 4r + \frac{1}{2}P \times 4r$, de donde

$$Q = 0,637\,P\,r.$$

3.° Esfuerzo máximo $= \dfrac{P\,r}{\sqrt{2}}$

lo que se obtiene observando, que cuando crece el brazo de palanca de una de las componentes de la potencia, el de la otra decrece, debiendo haber una posicion tal de manivelas que haga sea un máximo la suma de los momentos de estas componentes.

Los triángulos C O D, C′ O′ D′ son iguales y dán $OD = C'D'$ y $CD = OD$.

Debe, pues, ser $OD + CD =$ un máximo, ó bien $C'D' + CD =$ un máximo.

Uniendo C C′ se tiene $CD < CE$, $C'D' < C'E$. Cuanto mas baje C mas se le aproximará D y cuando, en fin, sea $COD = 45°$, la línea C C′ será perpendicular á O B′, confundiéndose con C D y C′ D′, lo que dará $CD = CE$ y $C'D' = C'E$.

Resulta de aquí que el máximo valor de $OD + OD'$ corresponderá á $COD = 45°$; de lo que se deducirá

$$\overline{OD}^2 = \overline{DC}^2 = \tfrac{1}{2}\overline{OC}^2 \text{ y } OD = OC\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

luego $$(\tfrac{1}{2}P + \tfrac{1}{2}P) \times OD = \frac{Pr}{\sqrt{2}}$$

En estas manivelas se tiene la proporcion; esfuerzo mínimo es á esfuerzo medio, y este al esfuerzo máximo, como $\frac{1}{2} : \frac{2}{3{,}1416} : \frac{1}{\sqrt{2}}$ ó como 0,707 : 0,90 : 1.

697. **Manivela triple.**

Se compone de tres manivelas simples dirigidas por los rádios tirados del centro á los vértices del triángulo equilátero circunscrito (*fig.* 178). *Fig.* 178.

Esta manivela goza de la propiedad siguiente: Si se tira un diámetro cualquiera A A′ la suma de las perpendiculares B C, B′ C′ situadas de un mismo lado de este diámetro, será igual á la perpendicular B″ C″ tirada de B″ al lado opuesto.

Para demostrarlo basta prolongar el rádio B O hasta D, bajar la perpendicular D D′ sobre B″ C″, unir D B″ y tirar la O E paralela á C″ B″.

Se tienen entonces los triángulos D O E, O B C iguales, que dán

$$BC = OE = C''D'$$

Son tambien iguales los D D′ B″, B′ C′ O que darán $B'C' = B''D'$

luego $BC + B'C' = B''C''$.

Esto dicho, si se aplica á cada uno de los puntos B, B′, B″ una fuerza igual á $\frac{1}{3}P$, y observamos que la suma de los brazos de palanca situados á un lado del diámetro es igual al brazo de palanca del lado opuesto, se tendrá

$$\tfrac{1}{3}P \times B''C'' = \tfrac{1}{3}P \times BC + \tfrac{1}{3}P \times B'C'.$$

Lo que demuestra que si las tres fuerzas actuan á un tiempo en el mismo sentido existirá equilibrio cualquiera que sea la posicion de la manivela. Pero en el caso actual las fuerzas situadas á un lado del diámetro actuan de arriba abajo y las opuestas de abajo arriba; se tendrá, pues, para el momento de la potencia en los puntos B, B′ B″

$$\tfrac{2}{3}P \times B''C'' = \tfrac{1}{3}P \times BC + \tfrac{1}{3}P \times B'C' + \tfrac{1}{3}P \times B''C''.$$

Para determinar la relacion entre los esfuerzos mínimo, medio y máximo observarémos, que el mínimo corresponde á la posicion de la manivela en que el momento de una de las fuerzas es nulo (*fig.* 179), lo que dá: *Fig.* 179.

$$1.° \text{ Esfuerzo mínimo} = \tfrac{1}{3}Pr\sqrt{3}$$

puesto que $$\tfrac{1}{3}P(B'C + B''C) = \tfrac{2}{3}P \times B'C = \tfrac{2}{3}P\sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4}} = \tfrac{1}{3}Pr\sqrt{3}$$

$$2.° \text{ Esfuerzo medio} = \frac{2Pr}{\pi}$$

porque $$(\tfrac{1}{3}P \times 4r)\,3 = 2\pi r Q.$$

El efecto máximo se tendrá cuando uno de los brazos de la palanca sea un máximo, que será cuando se halle en posicion horizontal (*fig.* 180): así, pues, *Fig.* 180.

$$3.° \text{ Esfuerzo máximo} = \tfrac{2}{3}Pr$$

puesto que O C es mitad de O C ó r, lo que hace

$$\tfrac{1}{3}P\times OB+\tfrac{1}{3}P\times CO+\tfrac{1}{3}P\times OC=\tfrac{1}{3}P\left(r+\frac{2r}{2}\right)=\tfrac{2}{3}P\,r$$

Se establecerá, pues, la proporcion

Esfuerzo mínimo es al esfuerzo medio y este al máximo como

$$\tfrac{1}{2}P\,r\sqrt{3}:\frac{2Pr}{3{,}1416}:\frac{2}{3}P\,r,\ \text{ó como } 0{,}866:0{,}955:1.$$

698. Comparando los resultados obtenidos por los tres géneros de manivelas tendrémos:

	Esfuerzo mínimo.	Esfuerzo medio.	Esfuerzo máximo.
Manivela simple..	0,000............	0,637............	1,000............
Manivela doble...	0,707............	0,900............	1,000............
Manivela triple...	0,866............	0,955............	1,000............

lo que demuestra, que cuanto mayor es el número de manivelas mas se aproximan al esfuerzo medio los extremos ejercidos por la potencia.

Cuando el número de manivelas pase de 3 se procurará sea impar el total, á fin de obtener el resultado acabado de mencionar, sin lo que el efecto sería igual al producido por manivelas de mitad número de brazos.

Puede suceder que la potencia solo actue en un sentido, de arriba abajo, por ejemplo; en este caso el trabajo que producirá durante la semirevolucion debe ser igual al absorvido por la resistencia durante la revolucion entera. Se tendrá, pues, respecto de la manivela simple, $2\,Pr=2\pi r\,Q$ y $Q=\frac{P}{\pi}$.

El esfuerzo medio es en este caso mitad del que tiene lugar cuando la accion es contínua.

699. **Rectilíneo alternativo en circular alternativo.**

Se consigue de varios modos esta trasformacion. Uno de ellos es el representado en
Fig. 181. la figura 181 por medio de la biela y palanca. El punto A está dotado de un movimiento rectilíneo alternativo y el B de otro circular alternativo al rededor de C.

Se emplea tambien para perforar la madera el *berbiquí*, instrumento de carpintería que todo el mundo conoce, usado igualmente para lañar los barreños y loza
Fig. 182. rota. La figura 182 presenta otro instrumento ánalogo tambien para perforar.

El aparejo del torno es otro ejemplo de esta trasformacion, como tambien la do-
Fig. 183. ble bomba movida por un doble disco (*fig.* 183).

Fig. 184, 187. En las máquinas de vapor se emplean los dos aparatos siguientes (*figs*. 184,187) conocidos con el nombre de paralelógramos de Watt y de Oliver Evans. En uno y otro A es el vástago del émbolo y B la balanza.

700. **Paralelógramo de Watt.** (Véase despues, Máquinas de vapor, art.° 2.°)

Fig. 185. 1.° Sean A y B (*fig.* 185) dos puntos por los que tiremos dos horizontales; tomemos A C = B D y unamos D C, A B: la interseccion de estas líneas es el centro del paralelógramo A D B C, que dará A E = E B, D E = E C. Tiremos por E la vertical E F y hagamos girar C y D al rededor de sus centros A, B, de modo que conserven siempre entre sí la distancia D C. El punto E describirá una curva que casi se confundirá con la línea recta, siempre que se proporcione una buena combinacion entre la direccion, longitud de la palanca y curso del punto E correspondiente al del émbolo.

Fig. 186. 2.° Sean E′ E″ & (*fig.* 186) diversos puntos situados en la auxiliar A B y ligados por las paralelas, E′ C′, E′ D′, E″ C″, E″ D″, &, á la balanza B D y á la traversa ó brazo D C. Las curvas descritas por estos puntos durante el movimiento serán semejantes á las del punto E; y si este se mueve en línea recta lo propio acontecerá á los E′, E″, &.

En efecto consideremos una nueva posicion *d* del punto D, que dará las *c*, *e*, para los C, E, y la e'' para el E''. Claro es que si DD'' E'' C'' es un paralelógramo, tambien lo será el $d\,d''\,e''\,c''$: y si el triángulo E'' E C'' es semejante al D E B el $e''\,e\,c''$ tambien lo será al $d\,e\,$B: y como $e\,c''$ es la prolongacion de $d\,e$, $e''c$ lo será tambien de e B.

Se tiene, pues, de una parte:

$$E''E:EB::E''C'':DB; \text{ de otra } e''e:eB::e''c'':dB;$$

y como $$E''C''=e''c'' \text{ y } dB=DB$$

resulta $$e''e:eB::E''C'':DB::E''E:EB$$

Las rectas E'' e'' y E e que dividen en partes proporcionales las B E'' y B e'' serán paralelas entre sí, luego la curva descrita por E'' será semejante á la descrita por E, &.

Si *b* y *k* (*fig.* 184) son los centros fijos, y el *g* se mueve en línea recta lo propio sucederá al *c* y por consiguiente al vástago A del émbolo. Recíprocamente, si el vástago A estuviese dotado de un movimiento rectilíneo alternativo, él comunicaría á la balanza B otro circular alternativo. *Fig.* 184.

701. **Paralelógramo de Oliver Evans.**

Sean (*fig.* 188), C el centro de una balanza; A el de una palanca cuyo extremo se halle fijo al punto B, medio de la porcion D C de la balanza, que á su vez es doble de A B. *Fig.* 188.

Si un punto cualquiera de la balanza describe un movimiento circular alternativo el D le describirá rectilíneo alternativo y pasará por A. En efecto, siendo igual para los tres puntos D, A, C sus distancias al B, la circunferencia que tenga por rádio A B pasará por los tres puntos D, A, C, y el ángulo inscrito D A C será recto: por consiguiente el punto D se hallará siempre en la vertical.

Si, por la inversa, el punto D está dotado de un movimiento rectilíneo alternativo, el que comunique á la balanza será circular alternativo.

CAPÍTULO III.

MOVIMIENTO Y CONDUCCION DE LAS AGUAS.

ARTÍCULO I.

Nociones, fórmulas, tablas y aplicaciones de diferentes casos en el movimiento del agua á su salida de un depósito por bocas abiertas en sus paredes y por tubos adicionales.

702. Se llama velocidad media del fluido el volúmen de agua que pasa en un segundo por una seccion hecha en sentido perpendicular á su direccion, dividido por esta seccion; y á este volúmen en la unidad de tiempo se le dá el nombre de *gasto* de agua.

De modo que llamando

ω el área de la seccion perpendicular al eje de la corriente y Q el gasto del agua en 1″, se tendrá siempre

$$v = \frac{Q}{\omega}, \text{ y } Q = \omega\, v.$$

703. En la salida de las aguas de un depósito por un orificio abierto en una de sus paredes, hay que considerar dos casos principales: 1.° Cuando la pared es delgada ó de menos grueso que la mitad de la menor dimension del orificio de salida, que es lo que por lo regular sucede en las máquinas de ingenios; y 2.° cuando la pared es mas gruesa que la menor dimension del orificio. Esto equivale á poner tubos adicionales.

De cualquiera manera que sea, se verifica que la vena fluida experimenta á poca distancia de su salida una *contraccion* que, por disminuir el gasto que tendría lugar á la inmediata salida del orificio, debe tomarse en cuenta para todos los problemas de esta naturaleza. Se ha medido directamente el diámetro *a b* de
Fig. 189. la seccion contraida (*fig.* 189) y se halló ser 0,79 del de la A B del orificio tomado por unidad: lo que dá para la relacion de las áreas 0,62, que es el término medio producido por la tabla primera siguiente.

704. **Salida de agua de un depósito constantemente lleno, por bocas abiertas en sus paredes. Gasto teórico; gasto efectivo, tablas de coeficientes de contraccion.**

En el supuesto primero, de ser las paredes delgadas y que la altura del agua sobre el centro del orificio (llamada la *carga*) sea por lo menos el triplo del diámetro de este; y siendo

Ω el área de la seccion horizontal superior D E del depósito.
ω la del orificio *a b*.
h la carga ó altura constante del agua, tomada desde el centro de figura del orificio.
m la relacion entre las áreas contraida y de salida.
v la velocidad media del fluido en la unidad de tiempo á su paso por la contraccion *a b* de la vena, que es donde todos los filetes empiezan á correr paralelamente.
Q el volúmen por segundo ó el gasto de agua.
g el incremento de velocidad ocasionado por la gravedad.
Π el peso en kilógramos de la unidad cúbica del fluido.

Se tendrá, segun el principio de la conservacion de las fuerzas vivas, en el tiempo dt

$$\frac{\Pi}{g}Qv^2dt\left(1-\frac{m^2\omega^2}{\Omega^2}\right)=2\Pi Qh\,dt$$

de donde

$$v=\sqrt{\frac{2gh}{1-\frac{m^2\omega^2}{\Omega^2}}},\qquad Q=m\,\omega\sqrt{\frac{2gh}{1-\frac{m^2\omega^2}{\Omega^2}}}.$$

Siempre que $\frac{\omega}{\Omega}$ sea igual ó menor que $\frac{1}{20}$, como generalmente sucede en la mayor parte de los casos, se puede despreciar el término $\frac{m^2\omega^2}{\Omega^2}$, quedando para la velocidad en la seccion contraida

$$v=\sqrt{2gh},\quad \text{y para el gasto}\quad Q=m\omega\sqrt{2gh}.$$

La velocidad es la debida á la altura de caida sobre el centro del orificio, y tiene igual valor que la correspondiente para los cuerpos graves abandonados á su pesantez (n.° 539).

705. La cantidad $\omega\sqrt{2gh}$ es lo que se llama *gasto teórico*, ó el que tendria lugar á la salida del depósito si no hubiese contraccion. Por esta razon á m se le dá el nombre de *coeficiente del gasto teórico ó coeficiente de contraccion.*

Las tablas siguientes, deducidas de numerosos experimentos hechos con orificios rectangulares de 0m,20 de base, dán este coeficiente hasta para los casos en que la relacion $\frac{\omega}{\Omega}$ excede de $\frac{1}{20}$. La 1.ª sirve para cuando se toma la altura h desde el borde superior del orificio al nivel remansado del agua (*fig.* 189), y la 2.ª para cuando se toma directamente esta altura sobre el borde material del orificio siguiendo la pared interior, donde el nivel se halla deprimido. Tambien debemos advertir que la contraccion que experimentará la vena fluida será *completa* cuando el orificio diste igual cantidad de todas las paredes del depósito, ó á lo menos una vez y media ó dos veces su diámetro, segun cuyo supuesto están calculadas las expresadas tablas.

PRIMERA TABLA de los coeficientes de contraccion para orificios rectangulares, abiertos en paredes delgadas, saliendo el agua al aire libre, y midiéndose las alturas sobre el borde superior del orificio y en un punto en que el agua se halle tranquila.

Cargas ó Alturas sobre el borde superior del orificio.	COEFICIENTES DE CONTRACCION siendo las alturas verticales del orificio de					
	$0^m,20$	$0^m,10$	$0^m,05$	$0^m,03$	$0^m,02$	$0^m,01$
m.						
0,000	»	»	»	»	»	»
0,005	»	»	»	»	»	0,705
0,010	»	»	0,607	0,630	0,660	0,701
0,015	»	0,593	0,612	0,632	0,660	0,697
0,020	0,572	0,596	0,615	0,634	0,659	0,694
0,030	0,578	0,600	0,620	0,638	0,659	0,688
0.040	0,582	0,603	0,623	0,640	0,658	0.683
0,050	0,585	0,605	0,625	0,640	0,658	0,679
0,060	0,587	0,607	0,627	0,640	0,657	0,676
0,070	0,588	0,609	0,628	0,639	0,656	0.673
0,080	0,589	0,610	0,629	0,638	0,656	0,670
0,090	0,591	0,610	0,629	0,637	0,655	0 668
0,100	0,592	0,611	0,630	0,637	0,654	0,666
0,120	0,593	0,612	0,630	0,636	0,653	0,663
0,140	0,595	0,613	0,630	0,635	0,651	0,660
0,160	0,596	0,614	0,631	0,634	0,650	0,658
0,180	0,597	0,615	0,630	0,634	0,649	0,657
0,200	0,598	0,613	0,630	0,633	0,648	0,655
0,250	0,599	0,616	0,630	0,632	0,646	0,653
0,300	0,600	0,616	0,629	0,632	0,644	0-650
0,400	0,602	0,617	0,628	0,631	0,642	0,647
0,500	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,644
0,600	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,642
0,700	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,800	0,605	0,616	0,627	0,629	0,636	0.637
0,900	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,000	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,200	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,300	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,400	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0.618
1,500	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,700	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615	0,612
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0.612
1,900	0,601	0,608	0,614	0,613	0,612	0,611
2,000	0,601	0,607	0,613	0,612	0,612	0,611
3,000	0,601	0,603	0,606	0,608	0,610	0,609

SEGUNDA TABLA de los coeficientes de contraccion para orificios rectangulares verticales, abiertos en paredes delgadas, saliendo el agua al aire libre, siendo completa la contraccion, y midiéndose la altura del agua por encima de los mismos orificios.

Alturas sobre el borde superior del orificio.	COEFICIENTES DE CONTRACCION siendo las alturas de los orificios de					
	0m,20	0m,10	0m,05	0m,03	0m,02	0m,01
m.						
0,000	0,619	0,667	0,713	0,766	0,783	0,705
0,005	0,597	0,630	0,668	0,725	0,750	0,778
0,010	0,595	0,618	0,642	0,687	0,720	0,762
0,015	0,594	0,615	0,639	0,574	0,707	0,745
0,020	0,594	0,614	0,638	0,668	0,697	0,729
0,030	0,593	0,613	0,637	0,659	0,685	0,708
0,040	0,593	0,612	0,636	0,654	0,678	0,695
0,050	0,593	0,612	0,636	0,651	0.672	0,686
0,060	0,594	0,613	0,635	6,647	0,668	0,681
0,070	0,594	0,613	0,635	0,645	0,665	0,677
0,080	0,594	0,613	0,635	0,643	0,662	0,675
0,090	0,595	0,614	0,634	0,641	0,659	0,672
0,100	0,595	0,614	0,634	0,640	0,657	0,669
0,120	0,596	0,614	0,633	0,637	0,655	0,665
0,140	0,597	0,614	0,632	0,636	0,653	0,661
0,160	0,597	0,615	0,631	0,635	0,651	0,659
0,180	0,598	0,615	0,631	0,634	0,650	0,657
0,200	0,599	0,615	0,630	0,633	0,649	0,656
0,250	0,600	0,616	0,630	0,632	0,646	0,653
0,300	0,601	0,616	0,629	0,632	0,644	0,651
0,400	0,602	0,617	0,629	0,331	0,642	0,647
0,500	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,645
0,600	0,604	0,617	0.627	0,630	0,638	0,643
0,700	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,800	0,605	0,616	0,627	0,629	0,636	0,637
0,900	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,000	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,200	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,300	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,400	0,603	0,612	0,621	0,622	6,622	0,618
1,500	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,700	0,602	0,610	0,617	0,616	0'615	0,612
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,900	0,601	0,608	0,614	0,613	0,613	0,611
2,000	0,601	0,607	0,614	0,612	0,602	0,611
3,000	0,601	0,603	0,606	0,608	0,610	0,609

706. Por la primera tabla se vé que el coeficiente de contraccion se halla comprendido entre 0,60, y 0,70: en la segunda, para casos ordinarios, puede servir el 0,62 como el término medio del coeficiente, siempre que no se requiera una escrupulosa exactitud; en cuyo caso la fórmula del gasto es

$$Q=0,62\,\omega\sqrt{2gh}.$$

Para las alturas ó cargas intermedias entre las que dá la tabla, se tomará el coeficiente intermedio entre los dos respectivos de aquellas.

707. Cuando la pared del orificio no es plana convergirán ó divergirán mas á su salida los filetes fluidos, segun que la curvatura interior de la pared sea convexa ó cóncava: pudiendo llegar á ser tal aquella que en el primer caso fuese el coeficiente $m=0,50$, y en el 2.° $m=1$.

708. **Contraccion completa é incompleta.**

Hemos dicho que la contraccion es completa cuando la posicion del orificio es intermedia á las paredes del depósito, distando cuando menos $1\frac{1}{2}$ ó 2 veces su diámetro menor. Cuando no se verifique esto, porque uno de los lados del orificio sea prolongacion del correspondiente del depósito, la contraccion disminuirá, aumentando el gasto, que será tanto mayor cuantos sean los lados en que se suprima la contraccion. Si tal aconteciera en todos los cuatro costados, sería esto lo mismo ó produciría igual efecto que si se hubiera agregado un tubo prismático.

Los experimentos han demostrado, que, cuando hay un costado sin contraccion,

el coeficiente *m* es	1,035 *m*
Si hay dos........	1,072 *m*
Si tres........	1,125 *m*
y si los cuatro........	1,325 *m*

709. **Para los orificios en las puertas de las esclusas**, el coeficiente de contraccion es 0,625, estén abiertos uno ó dos á la vez de estos orificios ó postigos, como lo ha demostrado en Tolosa M. Cartel.

710. **Orificios inclinados.**

Si, además de hallarse suprimida la contraccion en el fondo y costados, fuese in-
Fig. 190. clinada al horizonte la pared en que está abierto el orificio (*fig.* 190); si el talud es $\frac{1}{2}$, ó si

á 1 de base corresponden 2 de altura........	$m=0,74$
y si para 1 de base es 1 la altura........	$m=0,80$

Esto sucede regularmente en las presas de agua. La altura *h* debe tomrse sobre la proyeccion vertical.

711. **Orificios con canales prismáticos.**

Si la carga de agua es menor que el triplo del diámetro del orificio, y el tubo prismático adicional está poco inclinado, suelen originarse interiormente al depósito algunos remansos que disminuyen el gasto á los $\frac{4}{5}$ y aun á los $\frac{3}{4}$ del que debiera ser segun la fórmula. La tabla siguiente dá los coeficientes que en este caso corresponden á *m*.

Alturas verticales del orificio.	Cargas sobre el centro del orificio.	COEFICIENTES DE CONTRACCION para los seis casos que ocurren.					
		1.°	2.°	3.°	4.°	5.°	6.°
m.	m.						
0,20	0,40	0,591	0,580	0,582	0,577	0.603	0,597
	0,24	0,559	0,552	0,550	0,548	0.576	0,573
	0,12	0,483	0,482	0.484	0,485	0,484	0,483
0,10	0,16	0,590	0,580	0,583	0,585	0,606	0,604
	0,11	0,562	0,560	0,561	0.562	0,566	0 564
	0,09	0,523	0,522	0,522	0.517	0,510	0.510
	0,06	0,464	0,463	0,462	0,462	0.460	0,460
0,05	0,20	0,631	0,615	0,618	0,622	0,636	0,628
	0,11	0,614	0,597	0,598	0.601	0,610	0,609
	0,05	0,495	0,493	0,486	0,490	0 462	0,501
	0,04	0,452	0,443	0,442	0,442	0,417	»
0,03	0,20	0,632	0,631	0,632	0,635	0,650	0,651
	0,06	0,627	0,605	0,602	0,607	0 672	0,594

Los 6 casos que expresa esta tabla, ó segun los cuales debe tomarse el valor que corresponda á m, son los que explican las figuras 191 á 196. *Fig.* 191 á 196.

712. EJEMPLOS de los diferentes casos considerados hasta ahora.

1.° *Contraccion completa.* Datos $\omega = 0^m,10$ alto $\times$ $1^m,20$ ancho $= 0^{m^2},12$ $h = 1^m,30$, $g = 9^m,8$, $m = 0,613$ (tabla 1.ª)

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{19,6 \times 1,3} = 5,047 \quad \text{en } 1''.$$

$$Q = m\,\omega\sqrt{2gh} = 0,613 \times 0,12 \times 5,047 = 0^{m^3},3713 \quad \text{en } 1''.$$

Haciendo uso de la 2.ª tabla por suponerse que la altura $h = 1^m,3$ se tomó inmediatamente sobre el orificio, el resultado sería el mismo.

2.° *Contraccion incompleta.* 1.° Para cuando hay un lado sin contraccion, el fondo por ejemplo.

Siendo iguales los datos, resulta (número 708)

$$Q = 1,035\,m\,\omega\sqrt{2gh} = 1,035 \times 0,3713 = 0^{m^3},384.$$

2.° Si hay dos lados sin contraccion $\quad Q = 1,072 \times 0,3713 = 0^{m^3},398$
3.° Si hay tres lados $\quad Q = 1,125 \times 0,3713 = 0^{m^3},4177$
4.° y por fin, si hay cuatro $\quad Q = 1,325 \times 0,3713 = 0^{m^3},492.$

3.° *Orificios de esclusas.* Abierto uno solo, y teniendo $\omega = 0^m,50$ altura $\times 0^m,70$ ancho $= 0,35^{m^2}$, y $h = 2^m,50$, resulta $v = 7^m$ en $1''$, y $Q = 0,625 \times 0,35 \times 7 = 1^{m^3},531$ en $1''$ ($m = 0,625$, n.° 709).

Abiertos los dos orificios, $Q = 3^{m^3},062$.

4.° *Orificio circular y contraccion completa.* Queremos averiguar la línea á que se mantendrá constantemente el nivel superior saliendo 36 centímetros cúbicos de agua por un orificio circular de $0^m,012$ de diámetro.

Tenemos $Q = 36^{c^3}$, $\omega = \pi r^2 = 1^{c^2},131$. Presumiendo que la altura del agua será poca, podrémos tomar, segun la tabla 2.ª, $m = 0,78$.

De la ecuacion $Q = m\,\omega\sqrt{2gh}$, sale

$$h = \frac{Q^2}{2\,g\,m^2\,\omega^2} = \frac{36^2}{1960 \times 0{,}78^2 \times 1{,}131^2} = \frac{1296}{1525} = 0^c,85 = 0^m,0085.$$

Siendo, pues, $0^m,0085$ la carga sobre el centro, $0{,}0085 - 0{,}006 = 0^m,0025$ será la carga sobre la línea superior del orificio.

5.° *Orificio acompañado de una canal descubierta.* Supongamos el tercer caso
Fig. 193. (núm° 711 y *fig.* 193), ó suprimida la contraccion en el fondo y modificada en uno de los lados : sea, además, $\omega = 0^m,05$ altura $\times\, 0^m70$ ancho $= 0^{m2},035$; $h = 0^m,05$.

Por la tabla 3.ª (núm° 711) es $m = 0{,}486$, y por consiguiente

$$v = 0^m,99 \qquad Q = 0{,}486 \times 0{,}035 \times 0{,}99 = 0^{m3},0168.$$

713. Almenaras ó vertedores.

Fig 197. Cuando el orificio está abierto por encima de la pared de retenida (*fig.* 197) experimenta el fluido una depresion ó contraccion, cual manifiesta la curva *c e*, desde antes de llegar al plano del orificio. Se puede en este caso tomar sin error sensible la altura *c a* por *h* ó suponer que el orificio se ha trasladado á *c a*. Los coeficientes que en este supuesto corresponden á *m* son dados por la siguiente tabla,

Alturas h	$0^m,01$	$0^m,02$	$0^m,03$	$0^m,04$	$0^m,06$	$0^m,08$	$0^m,10$	$0^m,15$	$0^m,20$	$0^m,22$
Valores de m	$0^m,424$	$0^m,417$	$0^m,412$	$0^m,407$	$0^m,401$	$0^m,397$	$0^m,395$	$0^m,393$	$0^m,390$	$0^m,385$

Para los casos que ordinariamente ocurren en la práctica se podrá tomar $m = 0{,}405$, siendo la fórmula del gasto, $Q = 0{,}405\,\omega\sqrt{2gh}$; en la que $\omega = h \times$ por la base proyectada en *b*.

Para cuando la anchura del vertedor sea igual á la del canal se hará

$$m = 0{,}42, \text{ y, por consiguiente, } Q = 0{,}42\,\omega\sqrt{2\,g\,h}.$$

714. En algunas ocasiones conviene y es mas breve medir la altura *b c* sobre el umbral del orificio. Entonces, llamando h' esta altura se tiene por la experiencia,

$h = 0{,}72\,h'$ para cuando el umbral *b* del vertedor sea mucho menor que la anchura del canal.

$h = 1{,}25\,h'$ para cuando $b = B =$ anchura del canal.

$h = 1{,}178\,h'$ para cuando $b = \frac{4}{5}B$.

715. Almenaras seguidas de canales.

Agregando canales á los vertedores, si la inclinacion de aquellas no pasa de $\frac{1}{10}$ el gasto diminuye; y su cálculo se hará dando á *m* los valores de la siguiente tabla para 5 de los 6 casos considerados en el número 711.

Alturas del agua sobre el umbral.	COEFICIENTES DE CONTRACCION SEGUN LOS CASOS.				
	1.°	2.°	4.°	5.°	6.°
m					
0,21	0,310	0,324	0,322	0,324	0,336
0,15	0,314	0,313	0,314	0,314	0,318
0,10	0,305	0,303	0,303	0,308	0,315
0,06	0,283	0,281	0,280	0,271	0,287
0,04	0,272	0,259	0,257	0,246	0,260
0,03	0,227	0,227	»	»	»

INFLUENCIA DE LOS TUBOS ADICIONALES.

716. Tubos cilíndricos.

Cuando la longitud del tubo está comprendida entre dos y tres veces su diá-

metro, se ha experimentado que el gasto se hace 1,32 veces mayor: de modo que para los casos ordinarios en que $m = 0{,}62$, se tiene

$$v = 1{,}32 m \sqrt{2gh} = 0{,}82\sqrt{2gh}, \quad \text{y} \quad Q = 0{,}82\,\omega\sqrt{2gh}.$$

Si el tubo es menor que la longitud *c d* (*fig.* 198) de la vena contraida, el gasto sería el mismo que si no existiese tubo adicional. Cuando es mayor que el triplo de su diámetro, aumentando el rozamiento del fluido disminuye considerablemente el gasto. Los experimentos de Eytelwein dán para *m* los valores siguientes. *Fig.* 198.

RELACION entre la longitud del tubo y su diámetro.	COEFICIENTE.	RELACION entre la longitud del tubo y su diámetro.	COEFICIENTE.
1	0,62	36	0,68
2 á 3	0,82	43	0,63
12	0,77	60	0,60
24	0,75		

717. **Orificio compuesto de varios tubos.**

Cuando los orificios llevan el agua por medio de varios tubos cilíndricos ó prismáticos (*fig.* 199) á los cajones de ruedas hidráulicas, se calcula el gasto por cada uno de ellos, tomando *h*, *h'* & desde el centro de cada orificio. Despues se suman y se dá á *m* el valor de 0,75. Así, siendo ω, ω' &, *h*, *h'* & las áreas de las secciones trasversales de los tubos y las diferentes cargas para cada uno de ellos, se tiene *Fig.* 199.

$$Q = 0{,}75 \times \Sigma\,\omega\sqrt{2gh}.$$

EJEMPLO.

Supongamos un orificio compuesto de tres tubos adicionales, inclinados unos 40°, en que se tiene

	Ancho.	Alto.	*h*	Gasto teórico $\omega\sqrt{2gh}$	
	m	m	m		
1.er Orificio.	2,63	0,070	0,12	0,280	Suma
2.o Orificio.	2,63	0,070	0,26	0,414	$0^m{,}991$
3.er Orificio.	2,63	0,045	0,34	0,297	

Por consiguiente $Q = 0{,}75 \times 0{,}991 = 0^{m^3}{,}743$.

718. **Tubos cónicos converjentes.**

Cuando el ángulo que forman las dos generatrices no excede de 12°, el agua sale casi con igual velocidad, y el gasto es próximamente el mismo que si el tubo fuera cilíndrico. Pero si el ángulo pasa de aquel límite, hay una contraccion interior que disminuye el gasto. En este supuesto se dará á *m* un valor igual al que resulte por la relacion que debe existir entre el área de contraccion y la boca del tubo. La seccion del orificio será la exterior del tubo, y la carga *h* la debida á la altura desde este mismo orificio. La velocidad como el gasto varian, segun llevamos expuesto, con la convergencia del tubo; y los coeficientes *m* y *m'* de contraccion y velocidad son dados por la tabla que sigue.

El gasto mayor tiene lugar cuando el tubo es el doble ó poco mas largo que su diámetro.

Angulo de convergencia.	Coeficiente del gasto.	Coeficiente de velocidad.	Angulo de convergencia.	Coeficiente del gasto.	Coeficiente de velocidad.	Angulo de convergencia	Coeficiente del gasto.	Coeficiente de velocidad.
0°0′	0,82	0,82	9°8′	0,94	0,94	19°18′	0,93	0,96
1°44′	0,87	0,86	10°24′	0,94	0,95	23°2′	0,92	0,96
3°32′	0,89	0,88	12°	0,95	0,95	29°56′	0,90	0,97
4°10′	0,91	0,90	13°32′	0,94	0,96	40°18′	0,88	0,98
5°30′	0,92	0,92	14°44′	0,93	0,96	49°6′	0,85	0,99
7°32′	0,93	0,93	16°16′	0,93	0,95	»	»	»

719. Para los **tubos piramidales,** siendo, como en los cónicos, ω el área de la boca esterior, se hará $m = 0{,}864$. Los ángulos de convergencia intermedios, ó coeficientes de velocidad, se hallan siempre por interpolacion segun los casos.

720. **Tubos cónicos divergentes.**

Si el ángulo de divergencia no es mayor de 14° el fenómeno de la salida del agua es idéntico á cuando el tubo es cilíndrico. Siendo el ángulo mayor disminuye la atraccion de las moléculas interiores á proporcion que se separan del eje, y el caño de agua sale sin tocarlas como si el tubo no existiese. Siendo el ángulo menor de 14° el gasto es mayor que con cualquiera otro tubo adicional. El área ω es la correspondiente á la embocadura ó base menor adosada al depósito.

El mayor gasto corresponde á un tubo nueve veces mas largo que el diámetro menor, siendo 5° 6′ el ángulo de divergencia. El coeficiente en este caso es $m = 1{,}46$.

Angulo de divergencia.	Longitud del tubo.	Coeficiente *m*.	Angulo de divergencia.	Longitud del tubo.	Coeficiente *m*.
	m			m	
3°30′	0,110	0,93	5°44′	0,058	0,82
4°34′	0,330	1,21	10°16′	0,262	0,91
4°38′	0,435	1,34	10°16′	0,045	0,91
5°44′	0,174	1,02	14°14′	0,045	0,61

721. **Tubos cilíndricos y cónicos divergentes combinados.**

Se halla el gasto considerando solo el tubo cilíndrico, y despues se multiplica por el coeficiente respectivo que dá la tabla siguiente.

Longitud del tubo.	Coeficiente del gasto con solo el tubo cilíndrico.	Relacion entre el gasto del tubo solo y el que se obtiene con la embocadura.	Relacion entre el gasto del tubo solo y el que se obtiene con el tubo cónico divergente.
0 diámetro	0,62	»	»
1 id.	0,62	1,36	»
3 id.	0,82	1,15	1,35
12 id.	0,77	1,13	1,27
24 id.	0,73	1,10	1,24
36 id.	0,68	1,09	1,23
48 id.	0,63	1,09	1,21
60 id.	0,60	1,08	1,27

722. **Salida del agua cuando se vacia el depósito** (*fig*, 200). *Fig.* 200.

1.er CASO.—*Cuando se vacia sin recibir nuevo caudal de agua.* Siendo t el tiempo que tardará en descender la tonga superior C E á D F; z la altura D G, y Ω el área de la seccion D F, determinada en funcion de z, la ecuacion

$$t=\int -\frac{\Omega\, d\, z}{m\,\omega\, v}+\text{constante},\ \text{ó}\ t=\int -\frac{\Omega\, d\, z}{m\,\omega\sqrt{2\, g\, z}}+\text{constante}$$

expresará de un modo general las circunstancias de este movimiento.

Si el depósito es prismático la superficie superior Ω será constante, é integrando entre los límites $z=o$ y $z=h$ se tendrá para el tiempo en que se evacuaria el depósito

$$t=\frac{2\,\Omega\sqrt{h}}{m\,\omega\sqrt{2\,g}}=\frac{\Omega}{m\,\omega}\sqrt{\frac{2\,h}{g}}$$

y si la integracion se verificase observando que $t=o$ cuando $z=h$, seria

$$t=\frac{2\,\Omega}{m\,\omega\sqrt{2\,g}}(\sqrt{h}-\sqrt{z}),$$

de donde $$\Omega\,(h-z)=m\,t\,\omega\sqrt{2g}\left(\sqrt{h}-\frac{m\,t\,\omega\sqrt{2\,g}}{4\,\Omega}\right)\qquad\text{(A).}$$

La segunda de estas ecuaciones expresa el gasto en el tiempo t.

Para las esclusas, en que el orificio es vertical, se hará $m=0{,}70$.

Cuando el receptáculo sea irregular se dividirá en partes iguales y pequeñas para aplicar la integracion á cada una de ellas como si fuesen prismáticas. La suma de estas integrales dará el resultado apetecido.

EJEMPLOS.

1.° Supongamos un estanque prismático de 15000 metros cuadrados en la superficie superior, siendo 3^m la altura, y $0^m,10$ el lado del orificio abierto en el fondo.

Se pregunta. ¿Cuánto tiempo estará saliendo agua para que baje el nivel 1^m?

Tenemos $\Omega=15000^{m2}$, $h=3^m$, $z=2^m$, $\omega=0^{m2},01$, $g=9{,}8$ y segun la primera tabla (núm. 705), $m=0{,}603$; luego

$$t=\frac{2\times 15000}{0{,}603\times 0{,}01\times\sqrt{19{,}6}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})=356554''=4^d...3^h...2'...34''.$$

El tiempo total para vaciarse todo el estanque diferirá algo del que dé la experiencia, en razon á que en las últimas capas se forma un embudo que angosta el orificio.

2.° Sean iguales datos y proposicion para un depósito irregular ó que difiera de la figura prismática. Se levantará exactamente el plano del contorno y tomarán perfiles que determinen bastante bien la figura del fondo y costados. Dividirémos despues la parte correspondiente á $h-z=1^m$ en dos tongas de $0^m,5$ cada una de altura, y supondrémos que la seccion media de la primera sea$=14200^{m2}$, y la de la segunda$=13000^{m2}$.

Para la primera tonga se tiene como antes, $\Omega=14200$, $h=3$, $z=2{,}5$, $\omega=0{,}01$, $m=0{,}603$, y

$$t=\frac{2\times 14200}{0{,}603\times 0{,}01\times 4{,}427}(\sqrt{3}-\sqrt{2{,}5})=160614$$

Para la segunda $\Omega=13000$, $\omega=0{,}01$, $h=2{,}5$, $z=2$, $m=0{,}603$, y

$$t=\frac{2\times 13000}{0{,}603\times 0{,}01\times 4{,}427}(\sqrt{2{,}5}-\sqrt{2})=162622'':$$ y el tiempo total será$=323336''=3^d...17^h...47'...16''$

Téngase presente que cuando el depósito sea una esclusa, el coeficiente m es $= 0,625$.

723. 2.° CASO. *Cuando el depósito recibe un caudal menor que el que pierde.*

Siendo Q' el caudal del afluente en 1″, y las mismas las demás notaciones, la ecuacion general que expresa el tiempo que tardará en bajar la superficie superior á la altura z, ó el tiempo en que se desalojará la carga variable $h-z$, es

$$t=\frac{2\,\Omega}{m\,\omega\sqrt{2g}}\left(\sqrt{h}-\sqrt{z}\right)+\frac{2{,}303\,\Omega}{m^2\,\omega^2\,g}\,Q'\log.\frac{m\,\omega\sqrt{2gh}-Q'}{m\,\omega\sqrt{2gz}-Q'}.$$

EJEMPLO.

Sea el mismo caso anterior y supongamos, además, el afluente $Q'=0^{m^3},02$ en 1″, se tendrá

$$t=356554''+\frac{2{,}303\times 15000\times 0{,}02}{0{,}36361\times 0{,}0001\times 9{,}8}\log.\frac{0{,}603\times 0{,}01\sqrt{19{,}6\times 3}-0{,}02}{0{,}603\times 0{,}01\sqrt{19{,}6\times 2}-0{,}02}$$

ó $\quad t=356554''+1938878\times 0{,}17664=699037''=8^d...2^h...16'...7''$.

724. En *las esclusas barrederas* el agua sale por un vertedor rectangular sin recibir el depósito nuevo alimento; y la ecuacion que determina el tiempo en que bajará el nivel la altura $h-z$ es

$$t=\frac{3\,\Omega}{m\,b\sqrt{2g}}\left(\frac{1}{\sqrt{z}}-\frac{1}{\sqrt{h}}\right):\qquad b=\text{umbral del vertedor.}$$

Las alturas se toman sobre el umbral.

725. Si el orificio por donde se desaloja al principio el agua, se convirtiese despues en vertedor, se calcularía el gasto hasta el nivel superior del orificio segun las fórmulas anteriores, y despues por la últimamente hallada.

726. **Movimiento del agua al pasar de un depósito á otro.**

Cuando el orificio no vierte el agua al aire libre, sino que la pasa á otro depó-
Fig. 201. sito en que ya hay cierta cantidad (*fig.* 201), la velocidad de salida se deberá á la diferencia de alturas del agua entre ambos receptáculos tomadas sobre el centro del orificio.

Llamando h la altura Dc y h' la Ec se tiene $v=\sqrt{2g(h-h')}$,

$$Q=m\,\omega\sqrt{2g(h-h')}.$$

727. Si el nivel inferior no llega mas que á un punto interior del orificio, se
Fig. 202. calculará el gasto, 1.° por la fórmula anterior para la porcion A c (*fig.* 202); y 2.° considerando despues la salida al aire libre como queda explicado.

728. Cuando conservándose el mismo el nivel superior se va llenando el infe-
Fig. 203. rior (*fig.* 203), que es lo que sucede en las esclusas para dar paso á las embarcaciones, se tendrán, para el caso de ser prismático el depósito,

$$t=\frac{2\Omega}{m\,\omega\sqrt{2g}}\left(\sqrt{h}-\sqrt{z}\right);\ \text{el tiempo para llenarse hasta D,}\quad t=\frac{2\,\Omega}{m\,\omega\sqrt{2g}}\sqrt{h}$$

En estas fórmulas Ω es el área de la seccion del depósito inferior, h la diferencia de nivel en el principio, y z la diferencia variable D G al fin del tiempo t.

Fig. 204. Si al principio de la salida estuviese descubierto el orificio (*fig.* 204), se calculará 1.° el tiempo en que subirá el agua hasta el centro c por la fórmula

$$t=\frac{\Omega\,h'}{m\omega\sqrt{2gh}}.$$

en que $h'=$ E d, y $h=c$D. Despues se aplicará la fórmula anterior.

EJEMPLO.

Sea el área del depósito inferior (depósito en las esclusas se llama cuenca ó balsa) $\Omega = 300^{m^2}$; la de un postiguillo $\omega = 0^{m^2},60$. La altura del nivel superior sobre el centro del postigo $h = 2^m$, y la del inferior $h' = 0^m,4$ $m = 0,625$.

El tiempo que tardará en subir el agua hasta el centro de los postigos es

$$t_{,} = \frac{\Omega h'}{m\omega\sqrt{2gh}} = \frac{300 \times 0,4}{0,625 \times 1,20\sqrt{19,6 \times 2}} = 25'',56;$$ y desde el centro al nivel superior

$$t_{,,} = \frac{2\Omega\sqrt{h}}{m\omega\sqrt{2g}} = \frac{600 \times 1,414}{0,625 \times 1,20 \times 4,427} = 256'',$$ y por consiguiente

$$t = 25'',56 + 256'' = 282 \text{ ó } 4'42''$$

729. Caso en que, sin recibir alimento de agua uno y otro depósito, baje el nivel en el superior al tiempo que suba en el inferior.

Siendo $h\,h'$ las alturas de ambos depósitos sobre el centro del orificio (*fig.* 205), *Fig* 205.
$z\,z'$ las variables en el tiempo t, y $\Omega\,\Omega'$ las áreas de sus respectivas secciones, se tiene

$$t = \frac{2\Omega\sqrt{\Omega'}}{m\omega(\Omega + \Omega')\sqrt{2g}}\left(\sqrt{\Omega'(h-h')} - \sqrt{(\Omega+\Omega')z - \Omega h - \Omega' h'}\right)$$

El tiempo necesario para que se nivelen ambos depósitos sería cuando

$$z = z' = \frac{\Omega h + \Omega' h'}{\Omega + \Omega'},$$

que dá

$$t = \frac{2\Omega\,\Omega'\sqrt{h-h'}}{m\omega(\Omega + \Omega')\sqrt{2g}}.$$

730. Si al principio del movimiento está vacío el depósito inferior, llamando h'' la altura del nivel inferior hasta el centro del orificio, $\Omega' h''$ será el volúmen de agua que deberá subir para hallarnos en el caso anterior, y como este volúmen es igual al que ha desalojado el depósito superior, la ecuacion (A) (número 722) nos dará

$$\Omega' h'' = m t \omega \sqrt{2gh} - \frac{m^2 t^2 \omega^2 2g}{4\Omega};$$

de donde

$$t = \frac{2\sqrt{\Omega}}{m\omega\sqrt{2g}}\left(\sqrt{\Omega h} \pm \sqrt{\Omega h - \Omega' h''}\right)$$

En esta expresion deberá tomarse la raíz negativa del 2.° término, porque cuanto mayor sea el volúmen $\Omega' h''$ mayor será t. El tiempo que sigue hasta llenarse todo el depósito ó llegar á una altura dada se hallará por las fórmulas anteriores.

EJEMPLOS.

Supongamos que para dos balsas de un canal de navegacion se tenga $\Omega = 225^{m^2}$ $\Omega' = 250^{m^2}$ $\omega =$ suma de los dos postiguillos $= 1^{m^2},20$, $h = 3^m,5$, $h'' = 0^m,6$, $m = 0,625$, será

$$t' = \frac{2\sqrt{225}}{0,625 \times 1,20 \times 4,427}\left(\sqrt{225 \times 3,5} - \sqrt{225 \times 3,5 - 250 \times 0,6}\right) = 13''$$

y desde aquí, en que $h = 0$, hasta nivelarse ambos depósitos

$$t'' = \frac{2\Omega\Omega'\sqrt{h}}{m\omega(\Omega + \Omega')\sqrt{2g}} = 134'';$$ y el tiempo total $t = 159'' = 2'\,39''$.

Será mas rigoroso apreciar para el coeficiente m el número 0,55 en razon á salir el agua á un tiempo por los dos postigos.

ARTÍCULO II.

De las corrientes.

731. Caudal de agua, velocidad media.

El curso de las aguas por lechos artificiales ó naturales se dice que es de régimen *permanente ó uniforme*; sucediendo lo primero cuando las corrientes, compuestas de filetes fluidos, invariables de forma y posicion, producen un gasto siempre igual en la unidad de tiempo, no obstante de poder variar la seccion trasversal y por consiguiente la velocidad de un punto á otro de un mismo filete de agua. Lo segundo, es decir, el movimiento uniforme tendrá lugar cuando sean, además, constantes la velocidad y seccion trasversal en todos sus puntos. Es claro que si en uno y otro caso el gasto ha de ser el mismo en todos los instantes, el depósito que alimente la corriente debe permanecer á un mismo nivel.

En el movimiento de las aguas, segun lo acabado de decir, la direccion y velocidad de cada filete, constante en uno mismo, varia al pasar de uno á otro como lo prueban numerosos experimentos; por los que se sabe que la velocidad crece de las orillas al centro, como sucede tambien del fondo hácia la superficie exterior y vice-versa; siendo la mayor velocidad la del filete que en lo mas profundo de la corriente pasa por el centro de la vertical ó muy poco mas abajo; velocidad que no difiere mucho de la que tiene lugar en la superficie.

De aquí dedujo Raucourt que las secciones horizontales del volúmen formado por la corriente en la unidad de tiempo eran semi-elipses, cuyas ordenadas marcaban las diferentes velocidades de los filetes fluidos, correspondiendo la mayor al semi-eje menor: y que las secciones verticales en el sentido de la corriente formaban próximamente ramas de parábolas, cuya mayor ordenada era la velocidad en el punto medio de cada vertical. Cuando el rio *Neva*, donde se hicieron estos experimentos, se hallaba helado, observó que estas últimas secciones se aproximaban mas á la figura elíptica.

732. En este supuesto, llamando V la velocidad variable de un punto cualquiera en una seccion, cuya superficie elemental sea $dy\,dx$, la expresion $V\,dy\,dx$ será el gasto por segundo de este punto; y por consiguiente

$$\int\int V\,dy\,dx$$

será el de todos los de la seccion ó gasto total. De manera, que integrando entre los límites correspondientes á la seccion, y poniendo antes por V su valor deducido de la ecuacion de la elipse referida al centro, en funcion de los valores especiales de este caso, se llegaría á la ecuacion del gasto

$$Q = \frac{\pi}{96} v' h (48a + 24nh) - \frac{v' - v''}{v'} (8a + 7nh)$$

en que v' = velocidad máxima correspondiente al punto medio de la vertical en lo mas profundo de la corriente; v'' = velocidad en el fondo de la misma vertical; h = altura de la seccion trasversal, a = su semi-anchura, y n = al talud de las márgenes, ó relacion de su base á la altura.

Poniendo por v'' su valor $0{,}6\,v'$ deducido de experimentos, y por π el de 3,1416, se tiene

$$Q = v' h (1{,}45\,a + 0{,}68\,nh)$$

y tambien, $$v=\frac{Q}{\omega}=v'\left(0,7235+\frac{0,28nh}{2a+nh}\right)$$

ó bien $v=0,7235\,v'$, despreciando el segundo término, que será siempre muy pequeño.

En esta expresion, v representa la *velocidad media* entre todas las que llevarán los diferentes hilos de agua en cualquiera corriente.

Ahora bien, como la velocidad máxima a' es un poco mayor que la de la superficie, llamando esta V, se podrá tener con bastante aproximacion ó la necesaria á las resoluciones que se ofrezcan de esta naturaleza,

$$v=0,73\,V.$$

733. Respecto á la velocidad media de una misma vertical, se ha deducido experimentalmente y por medio del cálculo que estará bien representada por

$$w=0,94\,W$$

llamando W la que para esta vertical tiene lugar en la superficie.

734. Vemos, pues, que para calcular el caudal de agua en cualquiera corriente, no hay mas que determinar la velocidad media en la superficie; lo que se conseguirá con el nadador como vamos á explicar.

Nadador. Consiste en una esfera de madera ú hojalata lastrada, ó cualquiera otra materia que tenga un poco menos de peso específico que el agua, á fin de qne flote visiblemente al recorrer la distancia del rio ó canal cuya velocidad se busca.

Tambien suele usarse, en vez de esfera, una asta de madera ligera como de $0^m,04$ de diámetro, barnizada para que no chupe agua, y del máximo largo posible atendida la menor profundidad de la corriente, á fin que pueda seguir en ella sin tropezar en el fondo. Suele componerse de varios trozos unidos por anillas y sujetos á la manera de las bayonetas al fusil; con lo que se consigue el poderlas trasportar fácilmente y darlas la longitud que convenga á la profundidad del rio ó canal.

Este nadador es mejor que el esférico, en razon á que marcha impelido con las velocidades de los filetes fluidos que atraviesa, ó la velocidad media de la vertical. Se le pone el lastre suficiente para hundirle hasta sobresalir un palmo, y lleva en la parte superior una ancla con cuatro ganchos sobre una espiga de hierro para detenerse en la cuerda que se atraviesa al término de la distancia recorrida.

735. Uso del nadador.

Para cualquiera de estos dos nadadores que se use, procurará medirse una distancia entre dos cuerdas ó visuales perpendiculares á la direccion de la corriente, en un parage de esta donde sea mas uniforme el movimiento y figura de la seccion que baña el agua, llamada *perímetro mojado*. Hecho esto, se dejará al nadador seguir la corriente en distintos puntos de la superficie, echándole mas arriba de la primera cuerda, para que cuando llegue á ella haya adquirido ya la velocidad de los filetes que le rodean. Si es el asta la que ha de nadar se la dá un poco de inclinacion aguas arriba para que llegue vertical al sitio de la primera línea. Se cuentan los segundos que tarda en andar la distancia medida, y se repite esto por cada direccion dos ó tres veces para tomar el término medio. Efectuado así en diferentes puntos, á partir de la línea superior, se tendrán las velocidades en la superficie correspondientes á secciones verticales; y el término medio de ellas dará la velocidad de la corriente en la superficie misma; de la que

se deducirá, por último, la velocidad media tomando los 73 centésimos de aquella. Cuando se quiera mas exactitud se tomarán (segun la fórmula $w = 0{,}94\ W$) los 94 centésimos de la velocidad que para cada vertical se haya observado con el nadador esférico ó de asta: se hallará el término medio de la respectiva entre cada dos direcciones, que, multiplicada por el área de la seccion comprendida por ellas, determinada con escrupulosidad, dará por resultado el gasto en aquella porcion. Haciendo lo mismo de una parte á otra del rio, y sumando los resultados, se tendrá el gasto total, que, dividido por el área ó suma de las áreas parciales dará la velocidad media de la corriente.

736. **Medida del caudal de agua ó aforo de las corrientes.**

Caudal de un manantial. Tratándose de un pequeño manantial, se rocoge el agua en una vasija, medida de antemano, anotándose el tiempo que tarda en llenarse. El volúmen dividido por el número de segundos dará el gasto.

Caudal de un arroyo ó manantial regular. Cuando el manantial es algo considerable, ó bien cuando se trata de un arroyo, se represarán las aguas procurando encajonarlas y poniendo á su salida un dique de tablas en que se hará un vertedor de unos 10 á 12 centímetros lo menos de altura bajo la superficie de la corriente. Se aguarda á que el nivel se mantenga constante, y despues se hace el cálculo por una de las fórmulas de los números 713, 714 ó 715, segun los casos ó datos especiales que se obtengan.

737. **Real de agua.**

La unidad de que se servian los fontaneros en Madrid para el aforo de las fuentes se llama *real de agua*, el cual generalmente consistia en la cantidad de agua que salia en 1″ por un orificio determinado: su valor, diferente para distintos marcos legales ó arbitrarios, no podia servir de tipo en los cálculos para las medidas de los caudales de agua. Vallejo le evaluaba en 5,36 pulgadas cúbicas por 1″; Barra en cerca de 2^{p3}; Polanco en poco mas de 9^{p3}; y segun el marco de Madrid resultaba de $4^{p3},528$, tomando el término medio del caudal que produce calculado por la fórmula $Q = m\omega\sqrt{2gh}$; en la que se dán á m los valores correspondientes en la 2.ª columna de la tabla (n.° 721) al caso de tener tubos cilíndricos de diferentes relaciones con sus diámetros.

Por estas notables diferencias en la apreciacion de la unidad para la medida de aguas se ve los perjuicios que se podrian seguir en los contratos de su conduccion; por lo cual, han adoptado los Ingenieros, tiempo hace, para la expresion del *real de agua* el caudal de 3 pulgadas cúbicas por segundo, (equivalente casi á $2\frac{1}{4}$ litros por minuto) segun lo indicó Don Celestino del Piélago en su apreciabilísima obra titulada «*Introduccion al estudio de la arquitectura hidraúlica*:» medida que apenas difiere de la de Barra, y que dá $6^{p3},25$ en una hora y 150 piés cúbicos ó 201 cántaras en un dia.

En el curso de este escrito, ya que no haya aún medida métrica para las pequeñas unidades, apreciarémos el *real de agua* en 40^{c3} por segundo, que es muy poco mas de las 3^{p3}: con lo que los submúltiplos respectivos, así como los múltiplos, vendrán á representarse en números redondos por la multitud de divisores que tiene el número 40; resultando ser

$$
\begin{aligned}
\textit{el real de agua} &= 40^{c3} \text{ en } 1'' = 4 \text{ centílitros} \\
&= 2^{d3}400 \text{ en } 1' = 24 \text{ decílitros} \\
&= 144^{d3} \text{ en } 1^{h} = 144 \text{ litros} \\
&= 3^{m3},456 \text{ en } 1^{dia} = 3456 \text{ litros.}
\end{aligned}
$$

Para los rios y canales el real de agua es el 1^{m3} por 1″.

738. **Fila de agua.**

En Valencia usan como unidad de medida la llamada *fila de agua*, equivalente á la que sale por un palmo cuadrado valenciano con la velocidad de seis palmos por 1″: por lo que, siendo el palmo$=22^c,64$, equivaldrá cada *fila de agua* á 69627^{c3} por 1″, ó sean 1740,7 rs de los adoptados en este Manual.

La fila se divide en 20 tejas ó 144 plumas.

739. **Pluma de agua catalana.**

En Cataluña llaman *pluma de agua*, la que sale por un orificio circular de $0^c,58$ de diámetro con una carga ó altura de $7^c,35$ sobre su centro. Equivale á

$$Q=0,67\times0,264\sqrt{1960\times7,35}=21^{c3},23 \quad ó \quad 0,53 \text{ rs próximamente.}$$

En la Habana se llama *pluma* de agua á un producto de 480 cuartillos en 1^h ó, $0,^{lit.}067$ en 1″, que hacen 67^{c3} ó poco mas de real y medio del adoptado en este escrito.

740. **Pulgada de fontanero francesa.**

En Francia llamaban *pulgada de fontanero* al agua que salia en 1″ por un orificio circular de 1 pulgada de diámetro con dos líneas de carga sobre el borde: la dividian en 144 líneas y cada una de estas 144 puntos. Aplicando la fórmula $Q=m\omega\sqrt{2gh}$, resulta

$$Q=0,65\times5,7\sqrt{1960\times0,45}=110^{c3}=2,75 \text{ rs}.$$

En el dia no hay mas unidad que el metro cúbico por 1″ y sus submúltiplos.

741. **Construccion de un marco de fontanero** (*figs.* 206 y 207). *Fig.* 206, 207.

Puede ser, á manera del de Madrid, una caja A D prismática, con una lengüeta EF en medio para amortiguar la corriente que pasa de G á H por agujeros que tiene aquella en el fondo. La pared A B debe ser delgada para que no influya en el resultado la relacion entre su grueso y el diámetro de los agujeros que se han de abrir en ella; por cuya razon será bueno hacerla de hierro. Los orificios deben distar bastante entre sí y de las paredes laterales, (4 ó 6 veces su diámetro) para que no se altere la contraccion de la vena, que debe ser completa. Se ha de procurar que el nivel constante del agua se mantenga sobre la línea de los orificios.

Calculándo primero la línea de nivel para el real de agua ó 40^{c3} por 1″, con la condicion de que el diámetro del orificio sea de 12 milímetros justos, se tiene por la fórmula $Q=m\omega\sqrt{2gh}$

$$h=\frac{Q^2}{m^2\omega^2\times2g}$$

en la cual es $Q=40$, $m=0,78$ (tabla 2.ª n.° 705) $\omega=\pi r^2=1^{c3},131$ $2g=1960^c$; por lo que $h=\dfrac{1600}{0,6084\times1,279\times1960}=1^{cent}.05$ será la altura de nivel sobre el centro; y sobre el borde superior $1^c,05-0^c,6=0^c,45$ ó $4\frac{1}{2}$ milímetros.

La cuestion ahora se reduce á saber cuáles serán los diámetros que bajo la carga constante de $4^{mil},5$ produzcan 5^{c3}, 10^{c3}, 20^{c3} &, ó $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 2, 3, 4 &, reales de agua.

La fórmula $Q=m\omega\sqrt{2gh}$ es ahora, $Q=m\pi r^2\sqrt{2g(r+0^{c},45)}$

que dá, $$r^5+0,45r^4=\frac{Q^2}{m^2\pi^2\times2g}.$$

Poniendo en ella sucesivamente por Q los gastos anteriores 5^{c3}, 10^{c3} &, y por m los coeficientes respectivos (tabla 2.ª numero 705) á los diferentes supuestos $r=1^c$, $r=2^c$, & para cada orificio, se tiene la tabla siguiente.

Gasto por segundo=	200^{c3} ó 5 reales.	160^{c3} 4 reales.	120^{c3} 3 reales.	80^{c3} 2 reales.	40^{c3} 1 real.	20^{c3} $\frac{1}{2}$ real.	10^{c3} $\frac{1}{4}$ real.	5^{c3} $\frac{1}{8}$ real.
Diámetros en cent.	2,46	2,22	1,94	1,58	1,2	0,88	0,64	0,49
Diámetros en mil.	24,6	22,2	19,4	15,8	12	8,8	6,4	4,9
Coeficiente m =	0,73	0,75	0,76	0,77	0,78	0,78	0,78	0,79

742. Teniendo una tabla delgada con orificios que dén un producto determinado, se podrá medir mayor caudal con ellos mismos, bajando la tabla en el depósito hasta donde lo determine el cálculo; para el cual deberá establecerse una condicion, por ejemplo, que la línea que se trace, para marcar la profundidad de la tabla, sea tal que se produzcan 8 reales de agua por el orificio cuyo gasto es 5. La resolucion es la 1.ª parte del problema anterior. Pero á fin de hallar el coeficiente m se calculará h próximamente haciendo $h=\frac{Q^2}{\omega^2 2g}$; lo que dá, para el supuesto hecho, cerca de $h=2^c$; en cuyo caso por la tabla 2.ª es $m=0,68$.

y $$h=\frac{320^2}{0,68^2\times\pi^2\times 1,3^4\times 1960}=4^c$$

743. **Velocidad en los canales.**

Conociendo la pendiente por metro, ó la relacion $\frac{p}{l}$ entre la pendiente y longitud total, el *rádio medio* ó la relacion $\frac{\omega}{c}$ entre el área de la seccion y el perímetro mojado, y llamando i la primera y R al 2.° se tiene con mucha exactitud la velocidad media por la fórmula

$$Mv+Nv^2=Ri, \text{ en que } M=\frac{A}{g}, \quad N=\frac{B}{g}:$$

y siendo $A=0,000337$, $B=0,00331$, términos medios de los valores deducidos experimentalmente por Eytelwein y Prony, resulta para $g=9^m,8$

$$Ri=0,000034388\,v+0,00033776\,v^2;$$

de donde $$v=-0,051+\sqrt{0,0026+2960,7\,Ri};$$

y aun suficiente para la práctica

$$v=-0,051+54,41\sqrt{i\frac{\omega}{c}} \qquad (*).$$

La velocidad en el fondo de los canales es dada tambien con bastante exactitud por la fórmula

$$W=2v-V$$

v=velocidad media; V=velocidad en la superficie.

744. **Velocidad del agua en el orígen de los canales de conduccion, ó canalizos.**

En los tubos ó canales, largos de vez y media ó dos veces su diámetro, se en-

(*) En las fórmulas siguientes pondrémos los coeficientes numéricos M, N, en funcion de la gravedad $g=9^m,8$ para el centro de España, ó $M=\frac{A}{9,8}$, $N=\frac{B}{9,8}$: pero en las aplicaciones deberá tomarse la particular del lugar para la exactitud del resultado.

sancha la vena fluida á poca distancia del orígen, disminuyéndose la velocidad media, que es dada por la fórmula

$$V = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}}$$

En la cual, h es la carga sobre el centro del orificio, y m el coeficiente de contraccion.

En la mayor parte de los casos, para los que la contraccion tiene lugar en 3 paredes y la carga es grande, bastará la fórmula

$$V = 0{,}85\sqrt{2gh}$$

745. Velocidad en la extremidad del tubo.

Cuando el tubo ó canalizo no es largo se agrega su pendiente á la altura sobre el centro del orígen, y se tendrá la velocidad media por la fórmula

$$u = \sqrt{2g(h+p)}$$

Si el canalizo es largo, crece y se hace sensible la resistencia que por el rozamiento oponen las paredes á la salida del agua, disminuyendo, por consiguiente, la velocidad. Llamando p la pendiente del canalizo, V la velocidad media en el orígen, calculada como si aquel fuese corto, c el perímetro mojado, ω' la seccion media, (y por consiguiente $\frac{\omega'}{c} =$ R el rádio), l la longitud del canalizo, y u la velocidad á su extremo, prescindiendo del rozamiento, ó calculada por la fórmula anterior, se tendrá

$$U = \sqrt{V^2 + 2gp - 0{,}0035\, l \frac{c}{\omega'}\left(\frac{V+u}{2}\right)^2}.$$

EJEMPLO.

Suponiendo un canalizo de 7^m y $0^m{,}35$ de pendiente total; y teniendo, además, $g=9{,}8$; $h=$carga sobre el centro del orígen$=1^m$, $m=0{,}62$ $\omega=1^m{,}\times 0^m{,}2$, que dá $V=0{,}85\sqrt{2\times 9{,}8\times 1} = 3^m{,}763$ y $Q = 0^{m3}{,}466$ $u=\sqrt{2g(h+p)} = 5^m{,}144$ $\omega' = \frac{2Q}{V+u} = 0^{m2}{,}1047$: y pues que el ancho es 1^m, será $0^m{,}1047$ la altura media de los costados, y por consiguiente $c=1^m + 2\times 0^m{,}1047 = 1^m{,}2094$; siendo, por fin, $U=3^m{,}92$.

746. Problemas acerca del movimiento del agua en los canales.

Los canales tienen generalmente la figura de un trapecio, cuyos costados ó taludes suelen variar entre 1½ á 2 veces de base respecto de su altura. En los problemas que suelen ocurrir hay que atender siempre á siete cosas, cualesquiera que sean sus circunstancias especiales; y son, la velocidad media v, el gasto Q, la pendiente i, el perímetro mojado c, la seccion trasversal ω, la anchura del fondo ó solera a y la altura h del agua. Dadas tres de ellas las otras cuatro se determinarán por las ecuaciones

$$c = a + 2h\sqrt{1+n^2} \qquad \omega = h(a+nh); \qquad Q = \omega v;$$

y la general de movimiento (núm. 743) $i = \frac{c}{\omega}(0{,}000034388v + 0{,}00033776v^2)$ que hemos visto dá aproximadamente

$$v = -0{,}051 + 54{,}41\sqrt{i\frac{\omega}{c}}$$

n es el talud ó relacion de la base á la altura de los lados.

Para los acueductos rectangulares $n=o$, lo que dá $c=a+2h$, $\omega=ah$.

Fig. 208. En los que se componen de tubos de barro circulares (*fig.* 208), llamando α el ángulo A B C, medido en el círculo de rádio $=1$, y siendo A B $=r$

$$c=2\alpha r \quad (a) \qquad \omega=r^2(\alpha-\tfrac{1}{2}\text{sen. }2\alpha). \quad (b)$$

Se determinará α por la ecuacion $h=r(1-\cos.\alpha)=2r\,\text{sen.}^2\tfrac{1}{2}\alpha$, que dá

$\text{sen.}\tfrac{1}{2}\alpha=\sqrt{\frac{h}{2r}}$: y obtenido que sea en grados se multiplicará por $\frac{\pi}{180}$ y sustituirá en las ecuaciones (*a*) (*b*).

Siendo, como en las cañerías, v la velocidad del agua en el rectángulo cuya altura es $\frac{1}{8}$ de la base ó 2 veces la base, resultará

La correspondiente en el canal ó acueducto cuadrado .... $1{,}07v$
La correspondiente al doble cuadrado ó rectángulo de $b=\frac{1}{2}h$..... $1{,}09v$
La correspondiente al exágono .... $1{,}13v$
La correspondiente al semicírculo .... $1{,}15v$

Por cuyas relaciones se vé, que para las secciones cuadrada y rectangular la diferencia de velocidad es pequeña, y que la mayor se obtiene para la semicircular. La fórmula general nos dice, en efecto, que si el rádio medio $R=\frac{\omega}{c}$ aumenta, aumentará tambien la velocidad, y como el mayor rádio se obtiene en el semicírculo, cuando este sea la seccion del cajero ó su solera, se tendrá la mayor velocidad.

Fig. α Lám. 11. Todavía es esta bastante mayor si la seccion es ovoídea, segun se vé en la *fig.* α de la lámina 11 por la línea afb. Otra seccion de esta clase mas aguda, como la $af'b$, daria aun mas velocidad, pero en cambio seria mas cara por el aumento que exige de mampostería. Será, pues, la mas conveniente la que sea un término medio entre el semicírculo y semi-exágono ó la seccion $a\,o\,d\,b$ del acueducto general de Nueva York, idéntica á las de la lámina 102 del anteproyecto de canal de Vento (Habana). (Estos cajeros han sido modificados por su autor segun la seccion ovoídea, con ventaja manifiesta, al tratar de los proyectos definitivos).

1.er *Problema.* Siendo un canal trapezoidal, para el que $a=2^m$, $h=3^m$, $n=1{,}5$, $i=0{,}001$, hallar el gasto.

Pues que $Q=\omega v$, deberémos hallar por las ecuaciones anteriores los valores de ω y v. Así $c=2+2\times 3\sqrt{1+2{,}25}=12^m{,}8$; $\omega=3\,(2+1{,}5\times 3)=19^{m2}{,}5$,

$$R=\frac{\omega}{c}=1^m{,}523;\ \text{luego}\ v=-0{,}051+54{,}41\sqrt{0{,}001\times 1{,}523}=2^m{,}071$$

$$\text{y} \qquad Q=40^{m2}4 \text{ en } 1''.$$

2.° *Problema.* Dados el gasto $Q=3^{m3}$, la altura $h=1^m{,}5$, la velocidad $v=0^m{,}35$, y $n=1{,}5$, hallar la pendiente. (Estos fueron los datos para el canal del Ourcq).

$$\omega=\frac{Q}{v}=\frac{3}{0{,}35}=8^{m2}{,}47,\quad a=\frac{\omega-nh^2}{h}=\frac{8{,}57-3{,}375}{1{,}5}=3{,}463$$

$$c=a+2h\sqrt{1+n^2}=3{,}463+2\times 1{,}5\sqrt{1+2{,}25}=8^m{,}863;$$

por consiguiente

$$i=\frac{8{,}863}{8{,}57}(0{,}0000344388\times 0{,}35+0{,}00033776\times 0{,}1225)=0^m{,}000057$$

Y multiplicando por 2, á causa de la mayor resistencia que ofrecen á la corriente las plantas acuáticas, aumentando el perímetro mojado, resulta $i=0^m{,}00011$. Poco menos fué la pendiente hallada por M. Girard para el canal

del Ourcq, que construyó con el fin de llevar aguas potables á París, sirviendo al propio tiempo á la navegacion.

3.er *Problema*. Siendo dados el gasto $Q = 3^{m3}$: $h = 1^m,3$; $i = 0,0001$; $n = 2$; hallar la anchura a y velocidad v.

$$c = a + 2,6\sqrt{1+4} = a + 5,8;\ \omega = a \times 1,3 + 3,38;\quad v = \frac{Q}{\omega};\ \text{y de}$$

$$i\,\omega^3 - cQ\,(0,000034388\,\omega + 0,00033776\,Q) = 0,\qquad \text{sustituyendo, sale}$$

$$a^3 + 7,15\,a^2 + 1,25\,a - 72 = 0$$

Para $a = 3^m$ resulta $+23,10 = 0$; $a = 2$ $-30,40 = 0$

$a = 2,5$ $-5,56 = 0$; $a = 2,6$ $-2,84 = 0$; $a = 2,7$ $+3,18 = 0$

Podrémos tomar $a = 2^m,65$; resultando, $c = 8^m,45$, $\omega = 6^{m2},82$.

$$\text{y}\qquad v = \frac{3}{6,82} = 0^m,44.$$

4.° *Problema*. Dados el gasto $Q = 3^{m3}$ y la pendiente $i = 0,0001$, siendo, además, $n=2$ y $a=4\,h$, se tiene $c=4\,h + 2\,h\sqrt{1+4} = 8,46\,h$; $\omega = 6\,h^2$; y la ecuacion $i\,\omega^3 - c\,Q\,(0,000034388\,\omega + 0,00033776\,Q) = 0$, será

$$h^3 - 0,246\,h^2 - 1,214 = 0$$

$$h = 1 \quad \text{dá} \quad -0,46 = 0;\qquad h = 1,1 \quad +0,098 = 0$$

Se podrá tomar $h = 1^m,08$, siendo entónces $c = 9^m,14$, $\omega = 7^{m2}$, y $a = 4^m,32$.

Para poder responder del buen resultado de estos problemas es menester hallar los datos con toda la exactitud posible, verificando con escrupulosidad la nivelacion entre los puntos extremos del canal, que es entre todos el dato principal que debe procurarse.

747. **Del bocal de los canales.**

El agua de un depósito ó represa de un rio que alimenta un canal, entra en él directamente con la velocidad debida á la altura de su caida sobre el umbral ó pasando por los vanos de las compuertas que suelen tener en su principio los canales.

En el primer caso, la ecuacion

$$h' - h = \frac{1}{2\,g\,m^2}\left(-0,051 + 54,41\sqrt{i\,\frac{\omega}{c}}\right)^2$$

(en la que h' es la altura del depósito sobre el umbral de entrada, y h la del agua en la acequia, despues de establecido el movimiento) dará la caida del agua inmediatamente despues de su entrada en el canal. En esta ecuacion es

$$i = \frac{H - (h' - h)}{S},$$

siendo H la diferencia de nivel entre la superficie del depósito y la del extremo inferior del canal; y S la longitud de este. El coeficiente de contraccion m es, para este caso, segun experimentos de Eytelwein, $m = 0,90$.

EJEMPLO.

Supongamos que se nos pide el agua que llegará á una fábrica por un canal rectangular, distante de ella 400^m, siendo 5^m la anchura del canal y vertedor, cuya solera está $1^m,5$ bajo el agua constante del depósito; debiendo obrar la superficie del agua $0^m,5$ mas bajo que la de aquél. Se tiene $h' = 1,5$, $H = 0,5$ $c = 5 + 2\,h$, $\omega = 5\,h$,

$$i=\frac{0,5-(1,5-h)}{400}=\frac{h-1}{400}, \qquad g=9,8;$$

y por consiguiente

$$h=1,5-0,063\left(13,6\sqrt{\frac{h\,(h-1)}{25+10\,h}}-0,051\right)^2$$

Dando desde luego á h valores próximos al de h', del que diferirá siempre poco, para $h=1$, resulta por la fórmula, $h=1,5-0,00016=1,49984$. Poniendo este último valor en la misma, se tendría $h=1,5-0,207=1,293$: este valor, igualmente sustituido, nos daría $h=1,392$; y del propio modo llegaríamos con este al $h=1,347$ y así sucesivamente á los $h=1,369$ y $h=1,358$. Siendo estos próximos y volviendo á decrecer el último se hallará el que buscamos entre ellos, que podrá ser el término medio $h=1,363$: por tanto

$$i=0,00091 \quad \text{y} \quad v=-0,051+54,41\sqrt{0,00091\frac{6,815}{7,726}}=1^{m},494$$

y por último $\qquad Q=\omega v=10^{m^3},182$

748. En el 2.° caso, ó cuando el agua entra por los vanos de compuertas, el caudal será el mismo que el gasto que tiene lugar por ellas, problema que ya tenemos resuelto al tratar del movimiento del agua cuando pasa de un depósito á otro. Para el primer supuesto allí considerado, ó para cuando la compuerta del postigo estaba siempre sumergida, era

$Q=m\,\alpha\,6\sqrt{2g\,(h'-h)}=\omega v$ { α, 6 dimensiones del postigo rectangular.

Poniendo por v su valor para los canales, se tiene

$$m\,\alpha\,6\sqrt{2g\,(h'-h)}=\omega\left(-0,051+54,41\sqrt{i\frac{\omega}{c}}\right)$$

Se hallará una de las cantidades, α, 6, h, a, cuando sean dadas 3 de ellas.

749. **Límites de la velocidad en los canales.**

La velocidad en los canales debe pasar del límite fijado en la siguiente tabla, ó cuando mas de los $\frac{4}{3}$ de cada uno de ellos, á fin de prevenir la socavacion del lecho. En un terreno de cascajo, por ejemplo, la máxima velocidad será $v=\frac{4}{3}\,0,614=$ $=0^{m},819$. En uno de arcilla tierna, $v=\frac{4}{3}\,0,152=0^{m},203$.

Naturaleza del lecho	Límite de la velocidad.
Tierra esponjosa, lodo	$0^{m},076$
Arcilla tierna	$0^{m},152$
Arena	$0^{m},305$
Grava	$0^{m},609$
Cascajo	$0^{m},614$
Piedra machacada	$1^{m},220$
Morrillos aglomerados, esquisto blando	$1^{m},520$
Roca en capas	$1^{m},839$
Roca dura	$3^{m},050$

750. MOVIMIENTO DEL AGUA EN LOS RIOS.

Ya hemos dicho (núm.° 731) lo que se entiende por régimen uniforme y régimen estable de una corriente. Observemos ahora que en los puntos donde el fondo de un canal, por ejemplo, es horizontal ó inverso á la direccion de la corriente, no puede tener lugar la uniformidad del movimiento, no obstante de cumplirse la condicion de ser constantes la velocidad y seccion de cada filete fluido; por lo que debemos siempre mirar el régimen uniforme como una modificacion del estable ó permanente. En los rios, cuyas aguas varian de volúmen de una estacion á otra, por el derretimiento de las nieves ó por las mayores lluvias, originando crecidas de mas ó menos consideracion, no puede ser el régimen permanente sino en cortos

intérvalos de tiempo, tanto mas si el rio es caudaloso; pues alimentado con todas las aguas de las vertientes, arroyos, riachuelos y rios de su cuenca, para muchos muy extensa, es natural que, aun en tiempos de las menores lluvias, reciba grandes caudales de algunos de sus rios tributarios, siendo otras veces casi nula segun el agua que haya caido en la provincia ó provincias que atraviese.

Es, además, notablemente variable en los rios la relacion que debe existir entre las direcciones del álveo ó madre, tenacidad del terreno, caudal de agua y velocidad de la corriente; y, por consiguiente, variable tambien la estabilidad del régimen.

Esto, sin embargo, la ecuacion general de las corrientes

$$(*)\ \frac{1{,}26\,\Pi\,Q\,dt}{g}\Delta v^2 = 2\left(\Pi\,Q\,dt(\Delta z + \Delta k) - \Pi\,Q\,dt\,\Delta k - \frac{\Pi}{g}c\,(A\,v + B\,v^2)\,\Delta s\,v\,dt\right)$$

ofrecerá siempre la manera de hallar las alteraciones de las cantidades de que se compone, en virtud de la que experimentan las demás.

Esta ecuacion, que dice claramente que las fuerzas vivas adquiridas por una porcion de masa fluida, cuya longitud es el intervalo Δs, es igual al duplo de la suma de las cantidades de accion producidas por la gravedad, por las presiones en las secciones extremas del intervalo Δs, y por las resistencias que ofrecen la adherencia de las moléculas entre sí y con las paredes del lecho en la misma extension, se puede escribir tambien así

$$\Delta z = \frac{c}{\omega}\left(\frac{A}{g}v + \frac{B}{g}v^2\right)\Delta s + 1{,}26\,\Delta\frac{v^2}{2g}$$

y poniendo en vez del primer término del 2.° miembro el medio entre ambas secciones extremas de la porcion fluida Δs, y puesto que $\frac{A}{g} = M$, $\frac{B}{g} = N$, (n.° 743.)

$$\Delta z = \left[\frac{c}{\omega}(M\,v + N\,v^2) + \frac{c'}{\omega'}(M\,v' + N\,v'^2)\right]\frac{\Delta s}{2} + \frac{1{,}26}{2g}\Delta v^2 \qquad (a).$$

Además, siendo i la pendiente por cada intervalo como Δs ó por la unidad de longitud, y h la altura de la 1.ª seccion, será tambien

$$\Delta z = i\,\Delta s \mp \Delta h, \quad ó \quad i\,\Delta s = \Delta z \pm \Delta h \qquad (b)$$

en la que se tomará Δh negativo ó positivo, segun que crezca ó decrezca la profundidad del agua al pasar de la 1.ª á la 2.ª seccion que se comprende. Tambien tenemos $Q = \omega\,v$ (c)

Con estas tres ecuaciones (a) (b) (c) se pueden analizar todos los casos que ocurran respecto al movimiento de aguas en los rios.

751. La primera expresa la pendiente del agua en la superficie de la porcion Δs, y será mayor ó menor que la que tendría lugar cuando el movimiento fuese uniforme, siempre que el 2.° término $\frac{1{,}26}{2g}\Delta v^2$ del 2.° miembro sea positivo ó negativo: es decir, que expresando el primer término

$$\left(\frac{c}{\omega}(M\,v + N\,v^2) + \frac{c'}{\omega'}(M\,v' + N\,v'^2)\right)\frac{\Delta s}{2}$$

(*) Q = caudal ó gasto; z = altura de la 1.ª seccion considerada y referida á un plano horizontal superior; Δ = característica que expresa las variaciones que sobrevienen á todas las cantidades que entran en la ecuacion al pasar de la 1.ª á la 2.ª ó última seccion del intérvalo en que se supone divido el rio, siendo s su longitud; así que Δz = diferencia de nivel en la superficie del agua de la 1.ª á la 2.ª seccion de la porcion fluida Δs que se considera; k = altura de la superficie sobre el centro de gravedad de la misma porcion cuya longitud es Δs; Π = peso de la unidad del vólumen: c, ω, v = perímetro mojado, seccion trasversal y velocidad media.

la pendiente absoluta de la superficie del agua en un canal, ó la que tenga lugar en un rio, podrá ser mayor ó menor segun baje ó suba el extremo de la porcion Δs; y esto lo expresará el signo de $\frac{1,26}{2g}\Delta v^2$. Por consiguiente, el perfil longitu-

Fig. 210. dinal (*fig.* 209) podrá formar inflexiones debidas á estas diferencias de caida

Fig. 209. de un plano á otro perpendicular á la corriente. El perfil trasversal (*fig.* 210) de la superficie, debe tambien ser una curva convexa, cuyo vértice corresponde á la vertical de mayor velocidad. Se comprende esto muy bien observando, que la presion de una molécula en movimiento es menor què la que tiene lugar en reposo; así que, cuanto mayor sea la velocidad, mas decrécerá la presion; y sucediendo esto en los filetes de en medio, será menester que tengan mas altura de caida para que se nivele su peso con el de los correspondientes laterales que tienen menos velocidad.

La 2.ª ecuacion (*b*) dará la pendiente i del fondo conocidas las diferentes alturas h en todas las secciones trasversales; y será menor ó mayor que Δz ó la pendiente de la superficie, siempre que decrezca ó crezca la profundidad.

La ecuacion (*c* $Q=\omega v$, ó, cuadrando la seccion, $Q=a h v$, dice que, menguando ó creciendo a ó h, siendo h ó a constantes, menguará ó crecerá la velocidad, puesto que el gasto ha de ser siempre el mismo; y vice-versa, aumentando v disminuirá el producto $a h$ por la disminucion de ambos ó de uno solo.

752. Indicaciones para el arreglo del régimen de los rios.

Si una de las márgenes de un rio se ha desmoronado ó destruido completamente, se procurará rehacerla con un revestimiento ó un dique en el mismo sentido que tiene aquella; prefiriendo esto á alterar la direccion de la corriente aunque pudiera llevarse en línea recta, pues en tal caso aumentaria con la pendiente la profundidad y quedarian expuestas la nuevas márgenes á su pronta destruccion.

Los bancos de grava ó cascajo se forman por efecto de la mayor anchura del álveo. Lo mejor que puede hacerse para evitarlos es estrechar la madre encajonando la corriente entre dos diques mas elevados que las mayores avenidas. Tambien puede impedirse la formacion de bancos haciendo diques ó fuertes represas á poca distancia del nacimiento de los rios. De esta manera el agua salta en cascadas y no arrastra en su curso el cascajo de que se forman aquellos.

Cuando hay grandes avenidas las partes superiores al rio levantan sus aguas desbordándose por los campos; y las partes inferiores, siendo mas anchas, y por consiguiente de menos velocidad, hacen durar mas tiempo la crecida. Ambos fenómenos son en extremo perjudiciales; y para evitar en cuanto sea dable los riesgos que motivan, se procurará ensanchar el álveo ó abrir nuevos ramales en la parte superior por donde se desahogue la corriente.

753. Aplicacion de estas fórmulas á un problema.

Uno de los problemas que ocurren en el movimiento de las aguas en los rios es hallar las pendientes de la superficie y del fondo, conocidas las distancias entre cada dos secciones trasversales, su perímetro mojado y área, y el caudal de la corriente.

Supongamos hallados para un rio los datos expresos en la siguiente tabla para

Fig. 211. las secciones A, B, C, D, E, (*fig.* 211) siendo el caudal $Q=50^{m3}$.

La fórmula $$\Delta z=\left[\frac{c}{\omega}(Mv+Nv^2)+\frac{c'}{\omega'}(Mv'+Nv'^2)\right]\frac{\Delta s}{2}+\frac{1,26}{2g}\Delta v^2$$

en la que son (n.º 743) $M=0,00034388$, $N=0,00033776$, supuesto $g=9^m,8$, dará los diferentes resultados puestos á continuacion.

DATOS.											
	Δs metros.	c metros.	ω m2	$v=\frac{Q}{\omega}$	$Mv+Nv^2$	$\frac{c}{\omega}(Mv+Nv^2)$	Suma de dos consecutivas de la columna anterior multiplicada por $\frac{1}{2}\Delta s$=1.r término del 2.º miembro.	$\frac{1,26}{2g}v^2=0,0643v^2$	Diferencia ó $0,0643\,\Delta v^2$	Δz	z
				m						m	m
A	....	120	75	0,67	0,0001747	0,0001795		0,02886			0,0000
	100						0,02663		—0,00277	0,02386	
B	....	125	78,5	0,637	0,0001590	0,0002531		0,02609			0,02386
	110						0,03404		0,00669	0,04073	
C	....	130	70	0,714	0,0001970	0,0003658		0,03278			0,06459
	90						0,02456		—0,00885	0,01571	
D	....	100,5	82	0,61	0,0001470	0,0001801		0,02393			0,08030
	80						0,02108		0,03014	0,05122	
E	....	60	54,5	0,917	0,0003155	0,0003470		0,05407			0,13152
	380										

Se tendrán así las diferentes ordenadas de la curva que sigue la superficie de la corriente (*fig*, 212), su diferencia de nivel en cada seccion, y por consiguiente la de los puntos extremos, igual á $0^m,13152$, resultado de la última columna. *Fig.* 212.

Haciendo mas secciones intermedias, ó tomando medios aritméticos entre cada dos áreas y perímetros mojados, se logrará mas exactitud, determinando con precision la curva de la corriente.

Para hallar la línea del fondo, conocidas que sean por la sonda las profundidades h de las secciones en los puntos a, b, c, d, e, se acudirá á la 2.ª ecuacion

$$i\Delta s = \Delta z + \Delta h,$$

de que se deduce la tabla siguiente.

SECCIONES.	Δs	h	Δh	Δz	$i\Delta s$	Ordenadas totales.
		m				m
A		1,00				1,00
....	100m		—0,20	0,024	—0,176	
B		0,80				0,824
....	110m		—0,04	0,041	0,001	
C		0,76				0,825
....	90m		0,19	0,016	0,206	
D		0,95				1,031
....	80m		0,35	0,051	0,401	
E		1,30				1,432

754. Generalmente suelen ser determinadas como datos la pendiente i del fondo, las secciones trasversales y el caudal Q. En este caso, para hallar Δs por medio de Δh, ó al revés, nos valdrémos, cualquiera que sea la seccion trasversal, de la ecuacion general

$$i\,\Delta s - \Delta h = \left[\frac{c}{\omega}(Mv + Nv^2) + \frac{c'}{\omega'}(Mv' + Nv'^2)\right]\frac{\Delta s}{2} + \frac{1,26}{2g}\Delta v^2.$$

Si determinamos á Δs por medio de Δh, supondrémos á éste término un valor prudencial de una seccion á otra, y calcularémos los valores que, en consecuencia, corresponden á c', ω', v'. Sustituidos luego en la ecuacion se verá si queda satisfecha. En el caso contrario, se aumenta ó disminuye Δh, hasta la verificacion de aquella, igualándose el primer miembro con el segundo.

Cuando las secciones son rectangulares y constante la anchura puede convertirse la ecuacion en la

$$\Delta h = \frac{\Delta s\left(i - \frac{c}{\omega}(\mathrm{M}\,v + \mathrm{N}\,v^2)\right)}{1 - \frac{\Delta s}{h^2}\,(\mathrm{M}v + \frac{3}{2}\mathrm{N}\,v^2) - \frac{1{,}26\,v^2}{g\,h}}.$$

Determinada Δh se hallará Δz por la ecuacion

$$\Delta z = i\,\Delta s - \Delta h.$$

755. DE LOS REMANSOS EN LOS RIOS.

Cuando se construye una presa que abrace en parte ó en todo la anchura de un rio, ya quede inferior ó superior á la altura de sus aguas, pasando estas por encima ó por postigos de compuertas; ó bien, cuando por diques de menos ancho que lo es el rio, ó por los pilares de un puente se estrecha la corriente, se vé esta obligada á levantarse aguas arriba formando lo que se llama un *remanso*.

756. **Caso en que el remanso es producido por un dique, guarnecido de compuertas, al través de un rio.**

Fig. 213. La altura á que se elevará el agua (*fig.* 213) en este caso será la diferencia de las alturas debidas á las velocidades del fluido ántes y despues de la existencia del dique, y será dada por la ecuacion

$$x = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{a^2 h^2}{m^2\,a'^2\,b'^2} - 1\right).$$

En la que

v = velocidad media; a = anchura media del rio; h = profundidad $a\,b$ en su estado ordinario; a', b' = anchura y altura del orificio de la compuerta supuesta rectangular; $x = a'b' - a\,b$; m = coeficiente de contraccion.

757. **Caso en que el dique es de altura inferior á la de las aguas remansadas, estrechándose, además, la seccion de la corriente** (*fig.* 214). *Fig.* 214.

El gasto se dividirá en dos: uno el debido al espacio $a\,c$ de salida que deja el dique, considerado desde su umbral al nivel del rio; y otro desde este al punto d, mirando $a\,d$ como un vertedor. La altura $x = a\,a'$ saldrá de la ecuacion del gasto

$$\mathrm{Q} = a'\,(m h' + \tfrac{2}{3} m' x)\sqrt{2g}\sqrt{x + \frac{v^2}{2g}}$$: y será dada por la

$$x^3 + \left(3\,h'\frac{m}{m'} + \frac{v^2}{2\,g}\right)x^2 + \left(\frac{9}{4}\,h'^2\frac{m^2}{m'^2} + 3h'\frac{m}{m'}\,\frac{v^2}{2g}\right)x + \frac{9}{4}\,h'^2\,\frac{m^2\,v^2}{m'^2\,2g} - \frac{9}{8}\,\frac{\mathrm{Q}^2}{a'^2 m'^2\,g} = 0$$

$h' = a\,c$, m' = coeficiente en la parte $a\,d$, m = coeficiente en la parte $a\,c$.

758. **Caso en que solo se estrecha el álveo del rio como sucede con los pilares de los puentes** (*fig.* 215). *Fig.* 215.

Haciendo $h' = h$ y $m' = m$ en las ecuaciones anteriores se tiene

$$\mathrm{Q} = m\,a'\,(h + \tfrac{2}{3}\,x)\sqrt{2\,g}\sqrt{x + \frac{v^2}{2\,g}}$$

$$x^3 + \left(3\,h + \frac{v^2}{2\,g}\right)x^2 + \left(\frac{9}{4}\,h^2 + 3\,\frac{v^2}{2\,g}\right)x + \frac{9}{4}h^2\frac{v^2}{2\,g} - \frac{9}{4a'^2}\,\frac{\mathrm{Q}^2}{m'^2 \times 2\,g} = 0$$

a' = á la suma de los claros de los arcos.

Se hará

$m = 0,95$ cuando los tajamares sean semicirculares ó formen ángulo agudo, curvilíneo ó rectilíneo.

$m = 0,90$ cuando los tajamares formen ángulo obtuso.

$m = 0,85$ cuando no haya tajamares y sean grandes los arcos.

$m = 0,70$ cuando, á mas de no haber tajamares, son los arcos pequeños y sumergidos los arranques.

EJEMPLO.

Sea el puente de *Minden* sobre el rio Weser, para el que se tiene, su anchura media $a = 180^m$, la profundidad media $h = 5^m,36$, $Q = 1316^{m^3}$, y por consiguiente $v = \frac{Q}{ah} = 1^m,36$: la suma de los claros de los arcos $a' = 90^m$; $m = 0,85$.

La ecuacion anterior será

$$x^3 + 16,174\,x^2 + 66\,x - 23 = 0.$$

Haciendo $x = 0,4$ resulta $29,05 - 23 = +6,05$

$x = 0,3$ $21,28 - 23 = -1,72$

Será, pues, la altura de remanso $x = 0^m,33$ con bastante aproximacion.

759. **Desembocadura de los arcos.**

Cuando la altura de caida por causa del remanso es bastante grande, crece la velocidad disminuyendo la profundidad del agua bajo los arcos como se vé en la figura; lo que origina esos remolinos que se notan hácia los tajamares inferiores y que se deben evitar aumentando la luz ó ensanchando convenientemente los arcos, á fin de impedir las socavaciones que tendrian lugar en los cimientos.

La anchura que, en consecuencia, debe dejarse á los arcos, ha de ser la suficiente para el paso de todas las aguas del rio con una velocidad próximamente igual á la que tiene la corriente. Verdad es que, segun sea la calidad del terreno del lecho, será la velocidad que se determine, pudiendo llegar esta bastante mas allá que la de la corriente cuando el álveo sea de roca. Generalmente las velocidades medias de los rios están comprendidas entre $0^m,60$ y $0^m,90$ reputando por grande la velocidad que pasa de 1^m y muy grande si pasa de 3^m.

Determinada la velocidad y medido el caudal del rio, la fórmula $\omega = \frac{Q}{v}$ dará la suma de los claros de los arcos, que deberá multiplicarse por 1,10 en razon al rozamiento del agua en las paredes de los pilares: siendo entónces

$$\omega = 1,10\,\frac{Q}{v}.$$

TABLA de las velocidades y pendientes de algunos rios principales.

NOMBRES.	Alturas de aguas.	Anchura media.	Profundidad media.	Pendiente.	Velocidad media.	Volúmen de agua en 1″
Rhin	Ordinarias	514m	3,63	0,000115	0,91	1673
	En crecidas	521	4,93	0,000145	1,31	3395
Weser	Ordinarias	105	1,94	0,000411	1,58	328
	En crecidas	144	4,12	0,000550	2,41	1428
Elba	Ordinarias	96	2,64	0,000254	1,15	294
	En crecidas	96	4,07	0,000363	1,63	639
Danubio		»	»	»	1,30	»
Tiber		»	»	»	1,00	»
Elba en Jaromitz		»	»	»	2,00	»
Moselle en Metz		»	»	»	1,05	»
Oder en Silesia		»	»	»	0,90	»
Ródano en Lion		»	»	0,000778	2,10	»
Sena		»	»	0,000125	0,78	»
Tajo	De Toledo á Talavera de la Reina	»	»	0,00103	»	»
	De Talavera á Portugal	»	»	0,00083	»	»
Ebro	De Zaragoza al mar	»	»	0,000527	»	»
Duero	De Zamora hasta el Pisuerga	»	»	0,000515	»	»
	De Ventuello al mar.	»	»	0,00118	»	»
Guadiana.	De Badajoz al mar	»	»	0,000606	»	»

760. **Caso en que la cima de la represa está sobre el nivel de las aguas.**

En este supuesto, por no haber altura sobre el umbral de la represa, harémos $h'=0$ en las ecuaciones anteriores (núm. 757) que serán ahora

$$Q=\frac{2}{3}m'a'x\sqrt{2g}\sqrt{x+\frac{v^2}{2g}}$$

$$x^3+\frac{v^2}{2g}x-\frac{9}{4}\frac{Q^2}{m'^2a^2\times 2g}=0.$$

761. **Problema para hacer navegable un trozo de rio.**

Supongamos una longitud de rio igual á 10.000^m inclusos los recodos, cuyo caudal sea 70^{m3}; la pendiente ó diferencia de nivel entre los dos extremos 1^m,5; 1^m,25 la altura del agua en el punto superior, y 1^m,60 la correspondiente al punto inferior. Es necesario elevar el extremo superior 1^m para que puedan flotar los barcos y se pregunta *¿á qué altura deben represarse las aguas en el extremo inferior para cumplir aquella condicion?*

Lo mejor que debiera hacerse era subdividir los 10 kilómetros ó 10.000^m del rio en varios tramos, y hallar para cada uno directamente el perímetro mojado, área trasversal y los respectivos puntos de la seccion del fondo ó perfil longitudinal. Entónces el problema se reduciría á encontrar, como lo hemos hecho en el núm. 753, la curva de la superficie del agua represada.

En el caso de carecer de estos datos por cualquiera causa ó circunstancias particulares, se resolverá el problema figurando prudencialmente un lecho hipotético, de seccion rectangular y constante, capaz de llevar el caudal medido, siendo las profundidades del agua en los extremos superior é inferior las mismas 1^m,25 y 1^m,60 que tiene el rio en estos puntos, la anchura constante del álveo, computada en 96^m, la pendiente total del fondo la misma 1^m,50.

Dividiendo ahora el trozo 10.000^m en el número de intervalos que se quiera,

que nosotros supondrémos cinco comprendidos entre seis secciones, y atribuyendo á la profundidad ó altura Δh en cada una de ellas un valor prudencial á partir del 1m,25 del extremo superior terminando en el 1m,60 que tiene el inferior, la tabla siguiente expresará la série de cálculos para todas las secciones, segun la fórmula general (núm. 750).

$$\Delta z = \left(\frac{c}{\omega}(\mathrm{M}v + \mathrm{N}v^2) + \frac{c'}{\omega'}(\mathrm{M}v' + \mathrm{N}v'^2)\right)\frac{\Delta s}{2} + \frac{1{,}26}{2g}\Delta v^2,$$

en la que $g = 9^{\mathrm{m}},8$, y por consiguiente $\frac{1{,}26}{2g} = 0^{\mathrm{m}},0643$.

Secciones.	Tramos ó intervalos Δs	Profundidades de las secciones Δh	Profundidades totales h	c	ω	$v = \frac{70^{\mathrm{m}3}}{\omega}$	$\mathrm{M}v + \mathrm{N}v^2$	$\frac{c}{\omega}(\mathrm{M}v+\mathrm{N}v^2)$	Suma de dos términos de la columna anterior $\times \frac{\Delta s}{2}$ ó 1.er término del 2.º miembro.	$0{,}0643\,v^2$	Diferencia de la columna anterior ó $0{,}0643\,\Delta v^2$	Δz	Ordenadas z de la superficie.	$i\Delta s = \Delta z + \Delta h$	Ordenadas totales del fondo.
	m	m	m	m	m²	m						m	m	m	m
1.ª			1,25	98,50	120	0,583	0,0001350	0,0001108		0,0218			0,0000		1,25
	2000	0,20							0,1837		-0,0056	0,1781		0,3781	
2.ª			1,45	98,90	139,20	0,503	0,0001027	0,0000729		0,0162			0,1780		1,628
	2000	0,20							0,1237		-0,0037	0,1200		0,3200	
3.ª			1,65	99,30	158,40	0,442	0,00008115	0,0000508		0,0125			0,2980		1,948
	2000	0,30							0,0829		-0,0035	0,0794		0,3794	
4.ª			1,95	99,90	187,20	0,374	0,0000601	6,00003207		0,0090			0,3774		2,327
	2000	-0,25							0,0789		0,0028	0,0817		-0,1683	
5.ª			1,70	99,40	163,20	0,429	0,0000769	0,0000468		0,0118			0,4535		2,159
	2000	-0,10							0,1020		0;0015	0,1035		-0,0075	
6.ª			1,60	99,20	153,60	0,455	0,0000855	0,0000552		0,0133			0,3517		2,462

Para hallar las alturas que deben tener la secciones en los diferentes puntos, á partir de la profundidad 1m,25 + 1, ó 2m,25 á que debe quedar el extremo superior del remanso, se hará uso de la fórmula

$$\Delta h = \frac{i\Delta s - \frac{c}{\omega}(\mathrm{M}v + \mathrm{N}v^2)\,\Delta s}{1 - \frac{\Delta s}{h^2}(\mathrm{M}v + \frac{3}{2}\mathrm{N}v^2) - \frac{2}{h}\,\frac{1{,}26}{2g}v^2}$$

cuyo cálculo está en la tabla siguiente para las 6 secciones ó 5 intérvalos que consideramos.

Secciones.	Δs	$i\Delta s$	h	c	ω	$v = \frac{70^{\mathrm{m}3}}{\omega}$	$\left(\frac{c}{\omega}\,\mathrm{M}v + \mathrm{N}v^2\right)$	$\frac{c}{\omega}(\mathrm{M}v + \mathrm{N}^2)\Delta s$	$\frac{\Delta s}{h^2}(\mathrm{M}v + \frac{3}{2}\mathrm{N}v^2)$	$\frac{2}{h}0{,}0643\,v^2$	Numerador de la fórmula.	Denominador	Δh	$\Delta z = i\Delta s - \Delta h$	z
	m	m	m	m	m	m²							m	m	m
1.ª			2,23	100,50											0,000
	2000	0,3781			216	0,324	0,00002168	0,04336	0,0234	0,0060	0,33474	0,9686			
2.ª			2,6	101,20									0,3455	0,0326	0,0326
	2000	0,3200			249,6	0,280	0,00001462	0,02924	0,0146	0,00388	0,29076	0,9815			
3.ª			2,9	101.8									0,2962	0,0238	0,0564
	2000	0,3794			278,4	0,251	0.00001098	0,02196	0,0096	0.0028	-0,3574	0.9876			
4.ª			3,27	102,54									0,3650	0,0144	0,0708
	2000	-0,1683			314	0,223	0,00000798	0,01596	0.0061	0,00193	0,1843	0.992			
5.ª			2,084	100,17									-0,1857	0,0174	0,0882
	2000	-0,0035			200	0,35	0,0000255	0.031	0.033	0,00756	-0,0475	0,9594			
6.ª			2,134										-0,0459	0.046	0,1352

La última columna dá las ordenadas de la superficie despues de remansadas las aguas. La cuarta expresa las profundidades totales correspondientes á cada seccion, que se calculan agregando el valor Δh, que resulta para cada una de estas, al total de la seccion anterior. No pueden, por consiguiente, escribirse los valores de h hasta que no se hallen los de Δh en la antepenúltima columna. Para la primera seccion se sabe por los datos que la altura á que quedará el agua, hecha la represa, es á $2^m,25$ y segun este valor resulta $\Delta h = 0^m,3455$. Para la segunda seccion será $h = 2,25 + 0,3455 = 2^m,5955$ ó 2,60, cuyo cálculo dá $\Delta h = 0,2962$; y así para las demás hasta la última, que dice debe elevarse el agua en el extremo inferior del rio $2^m,134$ ó $0^m,534$ mas de la altura ordinaria $1^m,60$ que se le supone.

762. Si la represa que se hiciera segun estos resultados estuviese guarnecida de compuertas, debería averiguarse qué dimensiones han de tener los postigos, abiertos cerca del fondo, para que resulte siempre $0^m,534$ sobre el nivel ordinario de las aguas.

Para esto tenemos (tabla 1.ª) $v = 0,455$ en la última seccion; $\omega = a\,h = 153,60$ $m = 0,625$; y por lo acabado de decir $x = 0^m,534$. La ecuacion (núm. 756)

$$x = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{a^2\,h^2}{m^2\,a'^2\,b'^2} - 1\right) \qquad \text{dá,}$$

$$a'\,b' = \frac{a\,h}{m\sqrt{1 + \frac{2\,g\,x}{v^2}}} = \frac{153,60}{0,625\sqrt{1 + \frac{19,6 \times 0,534}{0,455^2}}} = 34^{m2},2.$$

Puede dividirse ó repartirse este valor en 8 que correspondan á 8 postigos de $4^m,275$ de anchos y 1^m de altos.

NOTA. Impreso este capítulo llegó á nuestro conocimiento el nuevo trabajo y experimentos de M. Bazin relativos al movimiento del agua en canales descubiertos, deduciendo valores que pueden sustituirse á los expuestos en los números 743 á 751 de la fórmula general $Ri = Mv + Nv^2$, en la cual, segun experimentos de Prony, son

$$M = \frac{A}{g} = \frac{0,0004356}{g} \quad y \quad N = \frac{B}{g} = \frac{0,003031}{g}$$

y segun los de Eytelwin

$$M = \frac{A}{g} = \frac{0,0002388}{g} \quad y \quad N = \frac{B}{g} = \frac{0,003582}{g}$$

cuyos términos medios tomamos nosotros para deducir con la mayor aproximacion los valores de la velocidad, pendiente y rádio medio.

Estos coeficientes y fórmulas, deducidos de casos prácticos, para los que no se ha tenido en cuenta la naturaleza del material que compone las paredes del canal ni la figura y extension del mismo, no se pueden aplicar á todos los casos del movimiento del agua, resultando, por regla general, secciones algun tanto mas excesivas de lo que en realidad deben ser.

Mr. Bazin, despues de continuar los experimentos emprendidos por Darcy en 1855, desde que en 1858 tuvo lugar la muerte de este Ingeniero, presentó á la terminacion de su trabajo la misma fórmula de Darcy

$$Ri = v^2\left(a + \frac{b}{R}\right)$$

para representar los resultados obtenidos, dando á b y a valores especiales en cada caso particular. La alteracion de la pendiente y la seccion rectangular ó poligonal es de escasa influencia para que sea necesario tomarla en cuenta en las aplicaciones: pero cuando la seccion es circular el gasto aumenta $\frac{1}{10}$; y mas aun si fuera aquella ovoidea. En cuanto á la naturaleza del material que compone el techo y paredes, observó Mr. Bazin que ejerce gran accion contraria á la velocidad de la corriente: y á fin de ocurrir á todos los casos que puedan presentarse en práctica, ordena el autor ó clasifica en 4 grupos los canales, correspondiendo en cuanto es posible, cada uno á lo que ordinariamente sucede. Las fórmulas para todos ellos son las siguientes:

1.° Para cuando las paredes son muy lisas, como las hechas de cimento bruñido, madera acepillada, &.

$$\frac{Ri}{v^2} = 0,00015\left(1 + \frac{0,03}{R}\right) \quad \text{» de donde} \quad v = 81,52\,R\sqrt{\frac{i}{R + 0,03}}$$

ó

$$v = 81,52\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{ci}{\omega + 0,003\,c}}$$

2.° Para cuando las paredes son unidas como las de sillares, labrados, ladrillos, cimento arenoso, tablas, &.

$$\frac{Ri}{v^2} = 0,00019\left(1 + \frac{0,07}{R}\right) \qquad v = 72,54\,R\sqrt{\frac{i}{R + 0,07}}$$

ó

$$v = 72,54\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{ci}{\omega + 0,07\,c}}$$

3.° Paredes ásperas, como mamposteria ordinaria,

$$\frac{Ri}{v^2} = 0,00024\left(1 + \frac{0,25}{R}\right) \qquad v = 64,55\,R\sqrt{\frac{i}{R + 0,25}}$$

ó $$v=64,55\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{ci}{\omega+0,25c}}$$

4.° Paredes de tierra sin revestimiento

$$\frac{Ri}{v^2}=0,00028\left(1+\frac{1,25}{R}\right) \qquad v=59,76R\sqrt{\frac{i}{R+1,25}}$$

ó $$v=59,76\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{ci}{\omega+1,25c}}$$

En los ejemplares que siguen de la corriente del agua á cielo descubierto, á partir del núm. 743, puede sustituirse por una de estas (segun la naturaleza del material), la fórmula empleada

$$v=-0,051+54,41\sqrt{i\frac{\omega}{c}}$$

Para el movimiento del agua en los rios será, acaso, preferible esta última, y aun en ella los coeficientes de Eytelwin para M y N.

ARTÍCULO III.

Movimiento del agua en las cañerías ó acueductos cerrados.

763. Conduciendo el agua por medio de tubos ó cañerías no hay necesidad de hacer desmontes ni terraplenes para conservar el nivel determinado por el cálculo segun las circunstancias del problema: pues basta sujetar al terreno los tubos de conduccion, que seguirán las inflexiones de la superficie, ya pasando por debajo de tierra ó cubiertos de bóvedas, segun los casos, ó como convenga. Pero de cualquiera manera que sea deben hacerse dos depósitos, uno á la entrada de la cañería y otro á la salida.

764. **Ecuacion general.**

Cuando los tubos son iguales y caminan en una sola direccion, no presentan al agua mas resistencia que la debida al rozamiento con sus paredes. Pero al variar de direccion sufre la corriente una segunda detencion á causa de la pérdida de fuerza viva originada por el recodo, que es menester llevar en cuenta. Sucede tambien que una cañería aumenta ó disminuye repentinamente de seccion trasversal, ya por estar compuesta de tubos de diferente diámetro, ó por causa del depósito ó depósitos térreos que suelen tener lugar; en cuyo caso debe determinarse el efecto debido al ensanche ó disminucion repentina de la seccion. La ecuacion general que comprende todos estos casos es la siguiente:

$$h-\frac{v^2}{2g}\cdot\frac{\omega^2}{m^2\omega_{,}^2}=\Sigma\frac{cs}{\omega}(\mathrm{M}v+\mathrm{N}v^2)+\Sigma\frac{v^2}{2g}(\mathrm{M}'+\mathrm{N}'\mathrm{R})\frac{a}{\mathrm{R}^2}+\Sigma\frac{v^2}{2g}\left(\frac{\omega}{m\,\omega_2}-1\right)^2+$$
$$+\Sigma\frac{v^2}{2g}\left(\frac{\omega}{\omega_3}-1\right)^2+\Sigma\left(1-\frac{\omega}{\omega_4}\right)^2.$$

En ella son, h la altura del depósito sobre el nivel del orificio de salida; v la velocidad media á lo largo de la cañería, c, s, el perímetro mojado y longitud de la misma, ω su seccion transversal, $\omega_{,}$ la seccion ó suma de secciones trasversales del tubo ó tubos agregados al fin de la cañería; m el coeficiente de contraccion en estos tubos; ω_2, ω_3 secciones de tubos mas estrechos de poca y mucha longitud; es decir, que ω_2 corresponderá á una placa ó tubo de diámetro igual á dos ó tres veces su longitud, ω_3 á los que escedan de esta medida: ω_4 seccion de tubos mas anchos que el principal del encañado ó aquel de donde viene el agua; a la longitud media del arco de un recodo; R el rádio medio del mismo; M, N, los coeficientes numéricos $\frac{\mathrm{A}}{g}$, $\frac{\mathrm{B}}{g}$, que, segun experimentos para este caso, son A = 0,00016983, y B = 0,003413; ó poniendo por g su valor medio para España ó el de Madrid = 9^{m},8 (*) resulta M = 0,00001733, N = 0,00034826. Los coeficientes M′, N′, para los efectos de los recodos, son, segun experimentos de Dubuat,

$$\mathrm{M}'=0{,}0039,\qquad \mathrm{N}'=0{,}0186.$$

(*) Repetimos lo dicho en la nota del número 743.

Traducida la fórmula dice, «que la altura ó carga de agua que deberá tener el depósito para equilibrar las resistencias que pueden existir en una complicada cañería, ó bien que la diferencia entre la altura del depósito y la debida á la velocidad de salida es igual, 1.° á la suma $\Sigma \frac{cs}{\omega}(Mv + Nv^2)$ de las resistencias por la adherencia á las paredes de los tubos de diferentes diámetros; mas 2.° á la suma $\Sigma \frac{a^2}{2g}(M' + N'R)\frac{a}{R^2}$ de las resistencias por los recodos: mas 3.° á la suma $\Sigma \frac{v^2}{2g}\left(\frac{\omega}{m\omega_2} - 1\right)^2$ de todas las pérdidas de fuerza viva causadas por la disminucion repentina de la seccion trasversal, cuando esto suceda por efecto de una placa ó tubo corto; mas 4.° á la suma $\Sigma \frac{v^2}{2g}\left(\frac{\omega}{\omega_3} - 1\right)^2$ de las mismas pérdidas cuando los tubos que las ocasionen son largos, ó mayores que el triplo de su diámero; mas 5.° á la suma de todos estos efectos cuando el tubo ó tubos ensanchan su garganta.»

Generalmente se procura que las cañerías sean rectas ó tengan los menos recodos posibles; de manera que haciendo la curvatura de estos poco sensible, pueda hasta despreciarse su efecto. Para cuando sea menester llevarlo en cuenta, su presion dá por cada recodo $0^m,0016$ de aumento de carga.

765. **Atendiendo solo á la resistencia por la adherencia á las paredes**, y siendo r el rádio de la seccion y r' el del caño de salida, la ecuacion general, reducida á

$$h - \frac{v^2}{2g}\frac{\omega^2}{m^2\omega_r^2} = \frac{cs}{\omega}(Mv + Nv^2), \text{ se convierte,}$$

haciendo $c = 2\pi r$, $\omega = \pi r^2$, $\frac{c}{\omega} = \frac{2}{r}$, $v = \frac{Q}{\pi r^2}$, $g = 9{,}8$, $\pi = 3{,}1416$,

en la siguiente $$h - 0{,}0052\frac{Q^2}{m^2 r'^4} = 0{,}000011\frac{Qs}{r^3} + 0{,}00007\frac{Q^2 s}{r^5}.$$

Se tiene tambien $Q = \pi r^2 v$, con cuyas dos ecuaciones, dadas cuatro de las 6 cantidades h, Q, s, r, r', v, se conocerán las otras dos.

766. **Si la cañería desemboca al aire libre,** siendo entonces, $r' = r, m = 1$, la fórmula es,

$$h - 0{,}0052\frac{Q^2}{r^4} = 0{,}000011\frac{Qs}{r^3} + 0{,}00007\frac{Q^2 s}{r^5}$$

La fórmula de Dupuit para este caso es

$$Q^2 = \frac{hd^5}{0{,}0025(s + 32d)}$$

Con cualquiera de ellas y la ecuacion anterior $Q = \pi r^2 v$, se hallarán dos de las 5 cantidades h, s, Q, r, v, dadas las otras tres.

Conocidos s, h, y r se tiene el gasto

$$Q = \frac{-0{,}08\, r^2 s + 119{,}05\, r^2\sqrt{hr(74{,}3r + s) + 0{,}000000432\, s^2}}{74{,}3r + s}$$

ó despreciando el término $0{,}000000432\, s^2$ por demasiado pequeño

$$Q = \frac{-0{,}08\, r^2 s + 119{,}05\, r^2\sqrt{hr(74{,}3r + s)}}{74{,}3r + s}$$

Cuando la cañería es larga el término 74,3 r puede tambien despreciarse, quedando suficientemente exacta para la práctica la siguiente

$$Q = -0.08\,r^2 + 119,05\,r^2\sqrt{\frac{hr}{s}}$$

Conocidos Q, r, s; se deduce la altura del depósito

$$h = 0,0052\frac{Q^2}{r^4} + 0,000011\frac{Qs}{r^3} + 0,00007\frac{Q^2 s}{r^5}$$

Conocidos Q, h, s, se tendrá el rádio y por consiguiente la seccion trasversal por la ecuacion de 5° grado siguiente que se resolverá por sustituciones,

$$r^5 - 0,000011\frac{Qs}{h}r^2 - 0,0052\frac{Q^2}{h}r - 0,00007\frac{Q^2 s}{h} = 0.$$

767. **Fórmula de Prony para la velocidad y gasto en las cañerías.**

Mr Prony ha encontrado para la velocidad media en las cañerías circulares

$$v = 26,79\sqrt{2r\frac{h}{s}} - 0^{m},025, \text{ y para el gasto } \quad Q = \frac{4\,r^2\,v}{1,273}$$

siendo h la altura ó carga de agua, r el rádio del tubo y s su longitud.

EJEMPLO.

Siendo $r = 0^{m},15$, $s = 2000^{m}$, y h = diferencia de nivel $= 4^{m}$

$$v = 26,79\sqrt{\frac{2\times0,15\times4}{2000}} - 0,025 = 0^{m},631, \qquad Q = \frac{0,30^2\times0,631}{1,273} = 0^{m3},0446.$$

Por la fórmula anterior se tiene $\quad Q = 0^{m3},0447$

y por la de Dupuit $\quad Q = 0^{m3},044$

768. **Presion sobre las paredes.**

La presion sobre un punto cualquiera de las paredes de una cañería es,

$$p = \Pi\left(z - \frac{v^2}{2g} - \frac{cs'}{g\omega}(Mv + Nv^2)\right)$$

es decir, igual al peso Π de la unidad de volúmen multiplicado por la altura z sobre el punto que se considera, menos la debida á la velocidad del fluido y á la resistencia de las paredes.

EJEMPLO.

Siendo la longitud de la cañería hasta el punto que se considera, $s' = 100^{m}$, y z = diferencia de nivel ó carga de agua $= 5^{m}$, $c = 2\pi r = 0^{m}63$, $\omega = \pi r^2 = 0^{m2}, 0,314$, $v = 0^{m},5$; y, segun sabemos,

$$M = \frac{A}{g} = 0,00001733, \qquad N = \frac{B}{g} = 0,00034826,$$

la presion que tendrá lugar á 100^{m} del depósito, será por metro cuadrado

$$p = 1000^{k}\left(5 - \frac{0,25}{19,6} - \frac{0,63\times100}{0,0314\times9,8}(0,00001733\times0,5 + 0,00034826\times0,25)\right)$$

que dá, $\quad p = 5000 - 12,8 - 20 = 4967^{k},2.$

Sé vé claramente que disminuyendo la velocidad se aumenta la presion. Si aquella fuese $v = 0^{m},2$, seria $p = 4983^{k},6$.

Cuando es corta la cañería se puede prescindir de la resistencia de las paredes.

769. **Espesor de los tubos.**

Puesto que la mayor presion sobre las paredes de los tubos es $p = \Pi z$, llamando e el espesor de las paredes, r el rádio del tubo y T la mayor tension por metro cuadrado á que puede exponerse la materia del tubo, se tiene

$$e = \frac{\Pi r z}{T} = \frac{\Pi d z}{2T}$$

Los tubos son de hierro fundido, hierro batido ó palastro, y aun de plomo y barro.

770. **Tubos de hierro fundido.**

La mayor tension de este metal es $T = 12004528^k$ ó poco mas de lo que dá el cálculo para el choque ó golpe de ariete ocasionado por la interrupcion ó cerramiento brusco de las llaves. Para ser admisibles deben aguantar una carga de agua de 100^m de altura; así deberá tenerse

$$e = \frac{1000 \times 100\, d}{2 \times 12004528} = 0{,}004165\, d$$

ó tomando para T la 4.ª ó 5.ª parte, como es costumbre,

(a) $e = 0{,}01666\, d$ ó con poco exceso $e = 0{,}02\, d$.

A cuya expresion se aumentará 0,01 aun por razon de las pérdidas que ocasionan los defectos del material, siendo entonces $e = 0{,}02\, d + 0{,}01$.

EJEMPLO.

Los dos tubos de conduccion de hierro colado, puestos sobre el *puente alto* (High-Bridge), formando parte del *acueducto del Croton* en Nueva-York, tienen $0^m{,}9$ de diámetro, su espesor es $e = 0^m{,}025$, ó 1,07 pulgada, igual al que dá la primera fórmula (a) mas 0,01.

Cuando sea la altura del agua mayor de 100^m se hallará el espesor e directamente por la fórmula general; debiéndose en todos estos casos examinar experimentalmente la tension del material de que se componga el tubo para ponerla en vez de T. A los recodos se les dará un poco mas de espesor, en razon á la mayor resistencia que deben oponer.

La siguiente tabla dá los espesores de los tubos calculados con esta fórmula y las diferentes dimensiones de todas las demás partes que contienen.

Diámetros interiores.	Longitudes totales de los tubos.		Espesores.	EMPALMES.			BRIDAS.				Por medio de esta tabla será fácil determinar, por analogía, las proporciones que se deben dar á un tubo de fundicion de un diámetro cualquiera.
	Con empalme.	Sin empalme.		Diámetros interiores.	Longitudes	Espesores.	Diámetros interiores.	Espesores en el cuello.	Exceso en los bordes.	Número de agujeros.	
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m		
0,05	1,60	1,50	0,011	0,09	0,10	0,015	0,195	0,016	0,003	3	
0,06	1,60	1,50	0,0112	0,10	0,10	0,015	0,205	0,016	0,003	3	
0,08	2,12	2,00	0,0116	0,12	0,12	0,016	0,225	0,020	0,004	4	
0.10	2,12	2,00	0,012	0,14	0,12	0,016	0,245	0,024	0,004	4	
0,15	2,65	2,50	0,013	0,195	0,15	0,010	0,301	0,025	0,005	6	
0,20	2,65	2,50	0,014	0,245	0,15	0,020	0,355	0,030	0,005	6	
0,25	2,65	2,50	0,015	0,30	0,15	0,020	0,410	0,035	0,005	6	
0,30	2,65	2,50	0,016	0,35	0,15	6,020	0,470	0,040	0,005	8	
0,35	1,70	2,50	0,017	0,41	0,20	0,025	0,530	0,045	0,005	8	
0,40	1,70	2,50	0,018	0,46	0,20	0,025	0,585	0,045	0,005	9	
0,45	1,70	2,50	0,019	0,51	0,20	0,025	0,650	0,045	0,005	9	
0,50	1,70	2,50	0,02	0,56	0,20	0,025	0,700	0,045	0,005	12	
0,60	1,70	2,50	0,022	0,66	0,20	0,025	0,800	0,045	0,005	12	

Los tubos de $0^m{,}10$ á $0^m{,}05$ y menos de diámetro se guarnecen ó refuerzan por toda su longitud con dos filetes de $0^m{,}08$ de ancho por $0^m{,}0035$ á $0^m{,}004$ de sa-

lida; y los de diámetros superiores con tres filetes de 0m,08 de ancho y 0m,005 de salida.

Las extremidades de los tubos llevan un cordon cuyo diámetro es, para la parte que penetra, $\frac{1}{10}$ de la longitud del empalme, siendo para la exterior este diámetro igual al espesor del mismo empalme.

771. Cuando los tubos se funden verticalmente se puede disminuir el espesor de sus paredes, que se calculará por la fórmula siguiente

$$e = 0^{m},016\, d + 0^{m},008$$

segun la cual se han hallado los correspondientes espesores de los nuevos tubos modelos empleados en París, que se manifiestan en la siguiente tabla, acompañados del peso y proporcion de sus diferentes partes componentes.

Diámetros de los tubos.	Diámetros de los empalmes.	Espesores.	Empalme y cordon.	Brida y cordon.	Empalme y brida.	Dos empalmes.	Dos bridas.	RECODOS $\frac{1}{4}$ de circunferencia.	RECODOS $\frac{1}{8}$ de circunferencia.	RECODOS $\frac{1}{12}$ de circunferencia.	Peso que se debe agregar por cada ramal.
m	m	m	k	k	k	k	k	k	k	k	k
0,060	«	«	«	»	»	»	»	»	»	«	8
0,081	0,120	0,0095	56	44	63	66	60	28	18	«	11
0,108	0,148	0,010	78	75	85	90	83	40	25	«	13
0,135	0,175	0,010	95	90	105	110	100	60	40	«	16
0,162	0,203	0,0105	»	«	«	«	«	«	«	«	21
0,190	0,232	0,011	«	«	«	«	«	«	«	«	23
0,216	0,259	0,0115	«	«	«	«	«	«	«	«	27
0,250	0,298	0,012	«	«	«	«	«	«	«	«	30
0,300	0,350	0,013	«	«	«	«	«	«	«	«	36
0,325	0,376	0,013	«	«	«	«	«	«	«	«	«
0,350	0,401	0,0135	«	«	«	«	«	«	«	«	42
0,400	0,453	0,0144	390	370	420	440	440	«	«	«	50
0,500	0,556	0,016	530	500	545	590	540	«	500	«	«
0,600	0,660	0.018	710	670	760	790	725	«	«	515	«

Para los tubos de 0m,081 á 0m,216 de diámetro,

1.° El espesor en el empalme es igual al espesor del cuerpo del tubo mas 0m,004: este sobre-espesor se prolonga 0m,08 mas allá de las partes redondeadas.

2.° El cordon del empalme tiene 0m,01 de rádio.

3.° El cordon de la espiga, ó cabeza que penetra en el tubo, tiene 0m,016 de longitud y 0m,006 de salida sobre el cuerpo del mismo tubo.

4.° La profundidad ó longitud interior del empalme, comprendida la pequeña parte redondeada del fondo, es 0m,11.

5.° El diámetro interior del empalme se dispone de modo que queden 0m,004 de juego alrededor del cordon de la espiga; de suerte que el espesor de la junta es 0m,006 + 0m,004 = 0m,01.

Para los tubos de 0m,25 á 0m,60 de diámetro,

1.° El sobre-espesor del empalme es de 0m,005 y se prolonga 0m,08 como sucede con los pequeños tubos.

2.° El cordon del empalme tiene 0m,02 de rádio.

4.° La longitud interior total del empalme es $0^m,13$.

5.° La junta tiene $0^m,008 + 0^m,004 = 0^m,012$ de espesor.

Para todos los tubos,

1.° La longitud, contada desde la espiga al fondo del empalme, es $2^m,5$; por consiguiente, la longitud total es $2^m,5 + 0^m,11 = 2^m,61$ para los tubos de $0^m,081$ á $0^m,216$ de diámetro; y para los de $0^m,25$ á $0^m,60$, $2^m,5 + 0^m,13 = 2^m,63$.

2.° La prolongacion de $0^m,08$ en el sobre-espesor del empalme reemplaza los filetes del sistema ó modelo antiguo. En medio del empalme se halla un taladro de $0^m,035$ de diámetro, destinado á recibir los ramales ó tubos de concesion de agua: el cual se cierra con un tapon de zinc, bien sujeto, que se retira cuando se toma el agua. Para que cierre bien este tapon se hace plano el exterior del tubo en $0^m,022$ al rededor del agujero.

3.° La longitud de la parte redondeada al fondo del empalme, medida segun el eje del tubo, es igual al espesor del empalme.

4.° Cuando hay una brida se reemplaza con ella todo el empalme. Como su espesor exteriormente es igual al del empalme, y el exceso de la arista interior á la exterior es $0^m,003$, resulta que la longitud total de un tubo con brida es $2^m,5 + 0^m,003 = 2^m,503$.

5.° Se deja en el contorno interior del empalme, á $0^m,01$ del extremo, un pequeño espacio de $0^m,006$ de diámetro destinado á retener el plomo que forma la junta.

6.° La longitud de la junta de plomo es de $0^m,04$: el resto se llena rodeándolo con una cuerda alquitranada.

Para los diámetros siguientes de los tubos

$0^m,81$, $0^m,108$, $0^m,135$, $0^m,162$, $0^m,19$, $0^m,216$ á $0^m,25$, $0^m,30$, $0^m,325$, $0^m,35$, $0^m,40$, $0^m,50$, $0^m,60$

El número de los pernos y de las bridas es

3 4 5 6 6 6 8 8 9 9 12 14

y las distancias de los agujeros á las aristas exteriores de las bridas

$0^m,012$, $0^m,012$, $0^m,014$, $0^m,015$, $0^m,015$, $0^m,016$, $0^m,016$, $0^m,016$, $0^m,018$, $0^m,018$, $0^m,018$, $0^m,018$

El cuerpo de los pernos es cuadrado y tiene $0^m,021$ de lado para los tubos de $0^m,25$ abajo; y $0^m,024$ para los de $0^m,30$ á $0^m,60$.

772. Tubos de palastro ó hierro laminado.

El palastro, unas 4 veces mas resistente que la fundicion, ofrece al mismo tiempo mucha mayor economía y una gran facilidad para arreglar su espesor con bastante uniformidad. Para evitar la oxidacion se envuelve el palastro en plomo ó zinc al modo como lo está la hojalata. Se roblona despues y suelda á su largo, dándole interiormente un barniz compuesto de betun y cera. Exteriormente se le envuelve en otra capa de asfalto de 1 á 2 centímetros de espesor, cuya adherencia se mantiene al tubo por medio de un bramante arrollado. Estas capas, á mas de preservar al hierro de la oxidacion, dan al tubo la rigidez necesaria para impedir la deformacion por los golpes al tiempo de conducirle y ponerle, como tambien por la presion de las tierras.

Los tubos de esta clase, ligeramente cónicos, terminan por ambos lados en dos tornillos con sus tuercas de metal fusible, que sirven para su ensamble, guarneciéndolos antes de ajustarlos con una composicion de plumbago y grasa de cerdo, ó interponiendo entre los collares un pedazo de cuerda impregnada de minio. La union, sin embargo, por sólida que quede, se desmonta con suma facilidad aunque pasen muchos años.

La siguiente tabla dá una comparacion de los espesores, peso y precio entre los tubos de fundicion y de palastro, viendo así por ella la ventaja que llevan los últimos á los primeros, segun hasta ahora lo comprueba tambien la experiencia.

DIAMETROS.	$0^m,081$	$0^m,108$	$0^m,135$	$0^m,162$	$0^m,19$	$0^m,216$	$0^m,25$	$0^m,30$	$0^m,325$	$0^m,350$	$0^m,40$	0,50
ESPESORES.												
Fundicion.	$9^{mil},5$	10^{mil}	10^{mil}	$10^{mil},5$	11^{mil}	$11^{mil},5$	12^{mil}	13^{mil}	$13^{mil},5$	14^{mil}	15^{mil}	16^{mil}
Palastro.	1,5	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2	2,4	2,8	3,1
Peso por metro lineal.												
Fundicion.	20^k	28^k	35^k	43^k	52^k	62^k	75^k	97^k	108^k	121^k	143^k	196^k
Palastro.	7	10	14	17	20	25	30	40	47	55	65	88
Precio en francos por metro, puesto												
Fundicion.	$8^{fr},6$	12^f	15^{fr}	$18^{fr},70$	$22^{fr},40$	$18^{fr},70$	$32^{fr},25$	$41^{fr},70$	$46^{fr},50$	52^{fr}	$61^{fr},50$	$84^{fr},30$
Palastro.	3,50	4,9	6,6	8,2	10;3	12,4	14,70	19,8	22,8	26,2	29,6	43

773. Los **tubos de plomo**, algunas veces empleados, se hacian de placas de plomo que se soldaban despues de darles la forma tubular. Al presente se les vacia en tanto que su diámetro no pasa de cierto límite.

Su longitud es de 3 á 4^m. Para unirlos entre sí se cortan al soslayo á fin que el uno penetre un poco en el otro, haciendo un nudo de soldadura que, para los diámetros sucesivos de los tubos

$0^m,04$, $0^m,06$, $0^m,08$, $0^m,11$, $0^m,16$, $0^m,19$, $0^m,22$,

pesan respectivamente

$2^k,25$, $3^k,50$, $4^k,50$, 6^k, 9^k, 11^k, 13^k.

Para hallar su espesor en la práctica se usa de la fórmula

$$e = 0,2d + 0^m,01$$

que dá un resultado algo mayor que el décuplo del obtenido para la fundicion, á causa de que la tenacidad absoluta del plomo es 10 veces menor que la del hierro colado. Pero como los tubos de plomo adquieren homogeneidad en todas sus partes, se puede disminuir alguna cosa este espesor. Segun Belidor, un tubo de plomo de $0^m,33$ de diámetro y $0^m,02$ de espesor, puede resistir una presion de 3 atmósferas.

Los tubos del parque de Versalles tienen $0^m,035$ de espesor por $0^m,65$ de diámetro. La fórmula anterior daria para este caso $e = 0^m,14$, que es justamente el cuádruplo.

Esta clase de tubos se usa poco hoy dia, y regularmente no se usará mas, atendido su gran costo comparado con el del hierro fundido y mas aún con el del laminado.

774. Para cañerías de poco diámetro y escasa altura de caida se pueden usar **tubos de barro bien cocido**. Siendo la cohesion de este material de 20^k por 1^{c2} (segun se verá en el cap.° 6.°) y no tomando en práctica mas que el décimo, será $T = 2^k$ por 1^{c2}, o $T = 20000^k$ por 1^{m2}; y la fórmula del espesor (núm. 769) dará,

$$e = \frac{\Pi r z}{T} = \frac{1000}{20000} r z = 0,05\,r z,\ \text{ó}\ e = 0,025 \times d z,\ \text{y en práctica}\ e = 0,025\ d z + 0^m,02$$

($d =$ diámetro; $z =$ altura de caida de agua).

Para $d = 0^m,1$ y $z = 2^m$, resulta $e = 0,^m05$

775. Eleccion y longitud de los tubos.

Antes de emplear los tubos deben reconocerse por medio de la balanza y compás de espesor.

Deben desecharse, 1.° los que, no siendo uniformes en toda su extension, se hallen debilitados por un lado en $0^m,002$; 2.° los que presenten el ánima elíptica y no circular, diferenciándose los diámetros de la seccion en $0^m,003$: 3° los que tengan escarabajos, grietas ó pajitas, lo que se conocerá por el sonido martillando con suavidad: 4°, en fin, los que, sometidos á una carga de agua de 100^m de altura ó á la presion de 100.000 kilógramos ó unas 10 atmósferas, no se rezuman ó dejen escapar algo de agua.

Respecto á su longitud deben preferirse los mas largos para evitar la multiplicacion de las junturas; entendiéndose que pueden emplearse hasta de $2^m,7$ y aun 3^m.

Para evitar la detencion de la corriente por efecto del aire que suele introducirse en los tubos, se adosan de distancia en distancia otros mas pequeños perpendicularmente á aquellos, á que generalmente se dá el nombre de *ventosas*: y por fin, en ciertos parajes se agregan otros tubos llamados *grifos ó llaves* para interceptar á voluntad ó restablecer el paso de las aguas.

776. **Efectos por las perturbaciones del movimiento y oblicuidad de los ramales secundarios al percibir el agua de la cañería principal. Ecuacion general para las cañerías de varios ramales.**

Al pasar el agua de una cañería á otra se experimenta cierta perturbacion en el movimiento que origina una pérdida en la fuerza viva, equivalente al doble de la que tenia lugar á las inmediaciones de la entrada en el ramal; motivando, por consiguiente, un consumo duplo de la carga de agua debida á la velocidad del ramal, y representado por la expresion $\frac{Q'^2}{g\,\omega^2}$.

La oblicuidad del caño secundario es causa tambien de una pérdida en la altura ó carga del agua, la cual se halla estimando la velocidad en el acueducto en sentido del ramal; y será $= v \cos.\alpha$ si α es el ángulo que forman ambas direcciones. Su pérdida será $v - v\cos.\alpha$; y la de la carga de agua $\frac{v^2}{2g}(1-\cos.\alpha)^2$, ó $\frac{Q^2}{2g\,\omega^2}(1-\cos.\alpha)^2$. Poniendo estos valores en la ecuacion general (núm. 764) se tiene la mas general aun para el movimiento de la gua en cañerías de varios ramales

$$h-\frac{Q'^2}{2g\,m'^2\,\omega_{,}^2}=h''+\Big[\Sigma\frac{c\,s}{\omega}(\mathrm{M}\,v+\mathrm{N}\,v^2)+\Sigma\frac{v^2}{2g}(\mathrm{M}'+\mathrm{N}'\mathrm{R})\frac{a}{\mathrm{R}^2}+$$
$$+\Sigma\frac{v^2}{2g}\left(\frac{\omega}{m\,\omega_2}-1\right)^2+\Sigma\frac{v^2}{2g}\left(\frac{\omega}{\omega_3}-1\right)^2+\Sigma\frac{v^2}{2g}\left(1-\frac{\omega}{\omega_4}\right)\Big]$$
$$+\Sigma\frac{Q^2}{2g\,\omega^2}(1-\cos.\alpha)^2+\Sigma\frac{2\,Q'^2}{2g\,\omega_{,}'^2}$$

h'' expresa una série de términos, para el ramal ó ramales, idénticos á los puestos dentro del paréntesis por las resistencias en la cañería principal; m', $\omega_{,}$, son el coeficiente de contraccion y seccion trasversal correspondientes al caño ó caños, que se adaptan al extremo del tubo del ramal, y Q' el gasto de este cuya seccion es la del último término $\omega_{,}'$.

777. Suponiendo que el ramal ó ramales desembocan al aire libre, en cuyo caso $\omega_1=\omega_1'$, $m'=1$, y poniendo por las secciones ω, $\omega_{,}$, ω_2 & sus valores πr^2, $\pi r_{,}^2$, $\pi r_{,,}^2$ &, ó $3,1416\,r^2$, &; por M, N, M', N', v, g, los suyos respectivos; y por fin, pasando al 1.er miembro las cantidades relativas al acueducto ó tubo principal y al 2.° las del ramal ó ramales, se tiene

$$h-\left[h'=\Sigma\left(0{,}000011\frac{Qs}{r^3}+0{,}00007\frac{Q^2s}{r^5}\right)+\Sigma\left(\frac{Q^2}{r^4}(0{,}00002+0{,}0001\,R)\frac{a}{R^2}\right)+\right.$$
$$\left.+\Sigma\,0{,}0052\frac{Q^2}{r^4}\left(\frac{r^2}{m\,r_u{}^2}-1\right)^2+\Sigma\,0{,}0052\frac{Q^2}{r^4}\left(\frac{r^2}{r_3{}^2}-1\right)^2+\Sigma\,0{,}0052\frac{Q^2}{r^4}\left(1-\frac{r^2}{r_4{}^2}\right)^2\right]-$$
$$-\Sigma\,0{,}0052\frac{Q^2}{r^4}(1-\cos.\alpha)^2=h''+\Sigma 0{,}0156\frac{Q'^2}{r'^4}.$$

Ecuacion cuya aplicacion puede ser laboriosa pero sencilla, como vamos á ver en el siguiente problema.

778. **Distribucion de aguas en una ciudad** (*).

Para hacer una aplicacion de este problema general supongamos que en un

---

(*) El acueducto del Crotton (Láminas 11, 12, 13 y 14 y explicaciones de la página 1.ª del Atlas) que alimenta de aguas á la Ciudad de Nueva-York fué proyectado por el Ingeniero militar el Mayor M. Douglas y ejecutado por M. John B. Jervis. Tiene 40,56 millas de desarrollo hasta el depósito de distribucion, siguiendo á lo largo del rio Hudson, unas veces por canales ó acueductos abovedados de mampostería segun el perfil (*fig.* α) con la pendiente general de 13,3 pulgadas por milla de 5280 piés americanos, ó 0,021 por 100, y otras por medio de sifones y tubos de fundicion con pendientes ó cargas variables, como demuestra para uno y otro caso el estado siguiente. Lám. 11, 12, 13 y 14.

	DISTANCIAS		CAIDAS
	EN MILLAS.	EN PIES.	EN PIES.
Desde el fondo de la cabeza del canal hasta que se llega á la pendiente general adoptada para el acueducto, la inclinacion es 0,0113 por 100 ó 7 pulgadas por milla.	4,949	26130	2,9507
Desde este punto al rio Harlem, segun la pendiente general de 13,3 pulgadas por milla.	27,9316	147479	30,9700
Sobre el puente acueducto del rio Harlem se han agregado 2 piés á la pendiente general, atendido que el agua pasa en él por tubos de hierro bajo una presion de 12 pies de caida.	0,2750	1450	2,3450
Desde el rio Harlem hasta el valle de Manhattan, á razon de 13,3 pulgadas.	2,0140	10635	2,2334
El agua pasa el valle de Manhattan en sifones, bajo una carga de 109 piés; resultando la pendiente 3 piés mayor que la general	0,7917	4180	3,7783
Desde el valle de Manhattan hasta el depósito de recepcion con pendiente de 9 pulgadas por milla.	2,1727	11471	1,6295
Desde la entrada á la salida de este depósito.	0,1720	908	0,0000
A partir del depósito de recepcion pasa el agua por tubos de sifon cuya longitud total y pendiente absoluta son de.	2,1760	11489	4,0000
Depósito de distribucion.	0,0800	420	0,0000
			47,9069
Ahora bien, las aguas del lago artificial del Crotton están mas elevadas que el fondo á la entrada del canal. . . . 11,4533	. . . .	. . . .	3,2633
Y este menos que las del depósito de recepcion. . 8,2000			
Asi pues, su diferencia. 3,2633			
se agregará á la anterior 47,9069 del fondo del acueducto, cuya suma dará la diferencia de nivel entre las aguas del lago Crotton y depósito de distribucion.	. . . .	. . . .	51,1702
Agregando á la longitud del acueducto la de los tubos principales de distribucion, que es cerca de.	4,0000		
Se tiene para el desarrollo total hasta los puntos de distribucion parcial.	41,5620		

Fig. 216. punto determinado de una poblacion existe un depósito A (*fig.* 216) que produce 1500r.s de agua, cantidad que se trata de repartir en varios cuarteles ó barrios

---

Lám. 12. La presa (lám. 12) que remansa y eleva 40 piés el agua del Crotton, forma un lago artificial de 400 acres de superficie (253 fanegas próximamente ó 16188 áreas de 100^{m2}), cuya profundidad media de 6 piés dá un volúmen medio de $2'962400^{m3}$ ó unos 652'000000 galones de agua, produciendo con 0^{m}, 28 de caida un gasto de 35'000000 galones diarios ó 46000 reales próximos de 40 centímetros cúbicos ó poco mas de 3 pulgadas cúbicas por 1''. Cantidad suficiente para el consumo de 1'750000 habitantes á razon de 20 galones cada uno (91 lit. ó unos 180 cuartillos); ó para 700000 habitantes á razon de 500 litros comprendido todo el gasto diario y demás necesidades de manufacturas, riego de calles, baño, agricultura, etc. Y como la ciudad contiene un número de habitantes muy inferior á aquella cifra, resulta un sobrante de agua de consideracion aun en tiempo de seca.

La altura que resulta del agua sobre el mar es de 115 piés.

El acueducto sigue de mamposteria y tubos de fundicion, atravesando por medio de puentes-acueductos, de mas ó menos consideracion, los arroyos, cañadas y rios que aparecen en su marcha, y penetrando los terrenos mas elevados con túneles de extensiones variables, en el órden que manifiesta el siguiente estado.

TRAMOS Y PUNTOS QUE ATRAVIESA.	TÚNELES.		PUENTES, ACUEDUCTOS Y SIFONES.			Distancia de la presa
	Longitud en pies.	Terreno que atraviesa	Largo.	Ancho.	Altura del nivel al fondo.	
			Pies.	Pies.	Pies.	Millas
Desde la presa hasta la 1.ª arca ó casa de compuertas	180	Roca.	»	»	»	»
Desde aquí sigue el acueducto sobre terreno de uniforme constitucion.						
Arroyo de Lounsberry, sobre puente acueducto.	»	»	66	6	22	1
Hasta el valle de Indiat-creek atraviesa varias pequeñas quebradas sobre alcantarillas de poca importancia.						
Valle Indiat-creek (puente).	»	»	142	8	58	6
Tunel de Benvenen.	720	Roca	»	»	»	
Id. de Acker's.	116	Id.	»	»	»	
Id. de Hoag.	276	Id.	»	»	»	6 ½
Hasta el valle de Sing-Sing atraviesa con alcantarillas y pontones varios valles de 20 á 32 pies.						
Puente de Sing-Sing atraviesa todo el valle, que tiene	»	»	536	»	82	8
NOTA. Las paredes y fondo del acueducto están forradas interiormente de planchas de fundicion que las hace impermeables.			20 7 88	8	»	»
Gran túnel de State-prison-farm.	416					
Túnel menor de id.	375	Roca y tierra.	»	»	»	9 ½
Id. de Hale.	260					
Valle del arroyo de Halle.	»	»	131	6	49	»
Arroyo de Rider.	»	»	100	6	34	»
Otro mas lejano.	»	»	20	6	»	10
Túnel de Austin-farm	186	Tierra.	»	»	»	10 ½
Desde aquí pasa el acueducto por alcantarillas y varias cañadas de.	»	»	15 á 30	»	20 á 30	»
Cerca del rio Mill.	»	»	172	25	87	13
2 millas antes de Jarrytown el acueducto pasa 5 cañadas pequeñas de corta importancia.						

llevándola por encañados de 1.° y 2.° órden á los depósitos secundarios B, C, D, y por otros ramales á los puntos de espendio, *a*, *b*, *c*, *d* &.

TRAMOS Y PUNTOS QUE ATRAVIESA.	TÚNELES. Longitud en pies.	TÚNELES. Terreno que atraviesa	PUENTES, ACUEDUCTOS Y SIFONES. Largo.	PUENTES, ACUEDUCTOS Y SIFONES. Ancho.	PUENTES, ACUEDUCTOS Y SIFONES. Altura del nivel al fondo.	Distancia de la presa
			Pies.	Pies.	Pies.	Millas.
Túnel de White-plains.	246	Roca en la mayor parte.				
Arroyo de Regua	»		»	8	25	»
Id. de Tewel.	»		148	6	62	17 ½
Viaducto poco mas alto de este punto de 141 por 14 pies.	»	»	141	14	»	18 ½
Arroyo de Wilsey.	»	»	137	6	49	»
Túnel de Dobb's-Ferry.	262	Id.	»	»	»	»
Arroyo de Storms.	»	»	137	6	40	»
Desde aquí pasa otros pequeños valles ó cañadas de 10 á 15 pies de profundo. . . .	»	»	»	»	»	»
Arroyo de Cook.	»	»	132	6	42	»
Arroyo de Dyckman.	»	»	120	8	35	22
Hasta la ciudad de Yonker pasa varias cañadas de corta importancia.						
Túnel de Saw-mill.	684	Roca y tierra.	»	»	»	»
Rio Saw-mill, de dos arcos, cada uno de	»	»	25	»	»	»
Túnel de la colina de Tibbit.	810	Roca dura	»	»	»	»
Arroyo de Tibbit.	»	»	107	6	40	26
Hasta el rio Harlem atraviesa el acueducto varios barrancos de que el mayor es el de Acher de 37 piés de profundo.						
Rio Harlem. Gran acueducto de 15 arcos de sillería, sobre los que van dos tubos de fundicion de 36 pulgadas de diámetro (Lám. 11).	»	»	1450	25	Desde la superf.e del agua 100. Desde los cimientos 149.	33 ½
Pasa despues la cañada de Jumell de 30 piés de profundo.						
Túnel de Jumell.	234	Roca.	»	»	»	»
Siguen dos barrancos de 38 y 43 piés de profundo.						
Túnel de Manhattan-hill.	1215	Roca.	»	»	»	35
Valle de Manhattan. Le atraviesa un sifon de 4 tubos de 25 pulgadas. . . . Como en el rio Harlem, hay dos cajas de agua á la entrada y salida del canal de desagüe. En la parte mas baja tienen los tubos otro de desagüe con su llave, que conduce á un pequeño depósito, y de aquí á un canal de marchaj, elíptico.	»	»	4180	»	105	»
Túnel de Asillum-hill.	640	Roca.	»	»	»	»
1 milla mas allá marcha el acueducto sobre un terraplen de 30 pies de altura.						
Valle de Blandening. Va el acueducto sobre un macizo de piedra seca tomada con mezcla exteriormente. Tiene en medio 3 puentes de 3 arcos cada uno (1 de 30 pies y 2 de 10 ½) para dar paso á los carruajes y peones que deben transitar por las calles allí trazadas. El acueducto está forrado de hierro como en Sing-sing . . .	»	»	2000	»	50	37
Marchando desde aquí sobre un terraplen de tierra y piedra, llega el acueducto, despues de una milla próxima, al depósito de recepcion.	»	»	»	»	»	38,134

Estos 1500 reales fontaneros suponen el gasto de antemano calculado segun las necesidades de la poblacion: á cuyo fin se detalla,

1.° El número de litros señalados á cada habitante, por razon de bebida, alimento, aseo, baño y lavado de ropa, mas lo que les debe corresponder en proporcion por carruajes, caballos y establecimientos de consumo: todo lo cual compone las necesidades particulares.

2.° Las necesidades públicas, representadas por las fuentes monumentales, riego de plazas, calles, paseos y jardines públicos, limpia de alcantarillas ó cloacas y extincion de incendios.

3.° Por fin, lo que se conceptue necesario para el riego de quintas y campo y para el abastecimiento de fábricas.

Lám. 13. Del depósito de recepcion (lám. 13) salen cuatro tubos, uno preparado para el alimento de la poblacion superior, y los otros tres para la de la parte baja. Todos estos siguen las inflexiones del terreno á 4 piés bajo el piso de las calles, atravesando 3 valles y dos cerros en la extension de 2,17millas. En la parte superior tienen los sifones llaves-ventosas para dar salida al aire comprimido, y en la inferior tubos de desagüe, como en el valle de Manhattan, para cuando fuere menester componer algun trozo ó despedir la arena acumulada.

De milla en milla existen sobre el acueducto de mampostería ventiladores ó ventosas de sillería de mármol y de gneis. De ellos hay 22 pequeños sobre el mismo conducto, y 11 mayores lateralmente á él, que sirven al mismo tiempo para registrar y componer el acueducto. Hay, además, 7 canales de desagüe de seccion elíptica con sus casas de compuertas; uno de ellos está en la
Fig. β anterior al gran puente-acueducto sobre el rio Harlem (*figs*. β lámina 11).
lám. 11. El agua sigue sobre los puentes con la pendiente ordinaria dentro del acueducto de mampostería, forrado interiormente con planchas de hierro para mejor impedir la filtracion. Pero en el puente de Harlem pasa en dos tubos de 36 pulgadas de diámetro y 1 de grueso; puestos 12 piés inferiores á los casas compuertas construidas en ambos extremos de esta obra munumental. Disposicion preferible á la de los demás acueductos en razon á 75000 pesos en que se hubiesen aumentado los gastos consiguientes al exceso de obra material, por el mayor grueso de los pilares que requiere la elevacion de 12 piés mas, y el indispensable al forro de hierro no menos costoso que los dos tubos de conduccion.

Lám. 13. A poco mas de 28 millas se halla situado el depósito de recepcion (lám. 13), donde se dispone el repartimiento de las aguas necesarias á una porcion de la ciudad, haciendo marchar las restan-
Lám. 14. tes en 3 tubos de 36 pulgadas al depósito de distribucion (lám. 14).

De este salen otros tres tubos iguales para los diferentes barrios de la poblacion; los cuales se ramifican despues en otros de menores dimensiones, cuyos diámetros llegan hasta 4 pulgadas, y cuyo desarrollo total es de 134 millas.

Estos conductos van por debajo de las calles, sirviendo á fuentes públicas y particulares como á todas las necesidades del pueblo.

Los tubos se unen á enchufe guarneciendo con estopa y plomo las juntas. Su longitud es de 9 piés y sus espigas de 6 pulgadas para los principales y 4 los menores. Para la prueba de su resistencia se sometieron por medio de la prensa hidráulica á una presion de 200 ó 550 libras por pulgada cuadrada. En sus encuentros estan dispuestas llaves para interceptar la corriente del agua en caso de reparo.

Los que sirven á las casas particulares son de plomo y tienen de ½ á 1 pulgada: están fijos á los principales por medio de tuerca y tornillo. De distancia en distancia se pusieron otros debidamente preparados para servir como de bombas de incendios, á cuyo fin basta aplicar la manga que ha de dirigir el agua.

El gasto del acueducto y depósitos fué de 8'575000 pesos: el de los tubos de distribucion 1'800000. Agregado el interés del dinero y obras de ampliacion ejecutadas, resulta un total invertido de 12'500000 á 15'5000000 pesos; cuyo producido anual de 700000 pesos se satisface con la contribucion directa de 10 pesos por cada una de las casas que toman agua; con las concesiones particulares, y con lo que pagan de mas los establecimientos públicos. (Véase el Apéndice).

Para el primer concepto puede servir de tipo el caudal señalado á otras poblaciones que se encuentran en idénticas circunstancias, no debiendo bajar nunca de 10 litros el agua que se dedique á la bebida, alimento y aseo de cada persona, y considerando $30^{lit.}$ como un límite superior que satisface ámpliamente todas las necesidades industriales; pues á escepcion de Roma, que pasa de esta cantidad, son muy contadas las poblaciones que se la aproximan.

Para las demás necesidades se tendrán presentes los datos estadísticos de la poblacion que se ha de abastecer; calculándose el riego de calles, jardines y paseos por metros cuadrados, y el del campo y quintas por hectáreas, cuyo tipo será la tierra que exija mas agua y riegos anuales. (Véase sobre esto, Canales de riego.)

En Madrid sirven de tipo para el consumo diario los números siguientes:

Por cada persona	0,008 reales de 3^{p^3} por segundo	
ó 26 litros diarios, equivalentes á	$27^{lit.}15$ por nuestro real.	
Por cada caballería	0,03 reales ó	103 litros.
Por cada carruaje de dos ruedas	0,02	69
Por cada carruaje de cuatro ruedas	0,03	103
Por 1^{m^2} de jardin	0,002	6,9
Por cada fuente de vecindad	9	31104
Por cada 2000^{m^2} de calle ó plazas	1	3456
Por cada fuente monumental	100 á 200	345600 á 691200
Por las bocas de riego y de incendios		96

pues que gastan 60 reales cuando funcionan por 24 horas, lo que hace por media hora en medio año ó $\frac{1}{4}$ en todo él los 96 litros.

Resulta así para Madrid, supuesto de 300.000 habitantes,

Por persona	28 litros.
Por 4000 carruajes á $86^{lit.}$ en término medio=344000, ó por habitante	1,15
Por 8000 caballerías, á $103^{lit.}$=824000, ó por habitante.	2,75
Por 180 fuentes de vecindad	18,66
En todo	50,56

En la distribucion actual resultan $50^{lit.}$ por habitante mas $40^{lit.}$ por las necesidades públicas (20 por las fuentes monumentales, 16 por el riego de calles, 4 por cloacas y 6 por incendios y consumos extraordinarios) en todo 90^{lit} ó 7000 reales de 3^{p^3} para 250.000 habitantes. Caudal que se aumentó con el correspondiente á otros 50.000 habitantes mas que contará Madrid en breve tiempo, sin que por esto se aumente sensiblemente el capital invertido, como se hace ver mas adelante al tratar del número de tubos principales.

Concretándonos á nuestro ejemplo, y supuesta la ciudad que se ha de abastecer de 80.000 almas, resulta

Necesidades particulares.	Por bebida, alimento, aseo y baño	$30^{lit.}$	
	Por lavado de ropa, y establecimientos de inmediato consumo	3	
	Por un carruaje y 2 caballos por cada 100 habitantes, á $100^{lit.}$, ó 2400 de ambas cosas á 100^{lit} dá por habitante	3	
	Por 20 fuentes de vecindad (las del ejemplo y otras mas)	8	
		44	44

			44
Necesidades públicas.	Por riego de 4 kilómetros cuadrados ó 4000000^{m^2} de calles, plazas y paseos, á 1 real ó 3456^{lit} cada 2000^{m^2} por 200 dias, ó 18937^{lit} por 365 dias, ó por habitante	0,24	
	Por riego de 10.000^{m^2} de jardin, á $6^{lit},9$, hace por habitante	0,86	
	Por 3 fuentes monumentales á 100 reales, ó por habitante	12,90	
	Por agua contra incendios é imprevistos	1	
		15	15
Campos y quintas.	Por riego de 200 hectáreas; 5 riegos anuales á 10^{lit} el metro cuadrado ó 100.000^{lit} la hectárea, hace 273973^{lit} por dia, y por habitante	3,42	
	Por riego de quintas y para fábricas	1,58	
		5	5
	En todo		$64^{lit.}$

Son, pues, 64 litros por habitante ó $5120000^{lit.}$ por los 80.000, ó poco menos de los 1500 reales detallados.

Sabido esto, se empezará por hallar con exactitud las diferencias de nivel del depósito y puntos por donde ha de salir el agua, y levantando al propio tiempo el plano del curso de los encañados se marcarán las longitudes de cada uno de los tramos y ramales, marcando con exactitud los ángulos que forma.ı entre sí.

Se tomará, además, vez y media el caudal de agua disponible, que para nuestro caso y siendo 40^{c3} el real, resulta de 90.000^{c3}; y en seguida se hallará el rádio de cada tubo como vamos á ver.

DATOS.						RESULTADOS.			
PUNTOS.				TRAMOS.					
Designacion de los puntos.	Altura del depósito sobre cada punto.	CAUDAL DE AGUA en cada uno. En reales.	CAUDAL DE AGUA en cada uno. En centímetros cúbicos con el aumento.	Designacion de los tramos.	Longitud en metros.	Rádio calculado.	Rádio adoptado.	Espesor ó grueso de los tubos.	
	metros.					metros.	metros.	metros.	metros.
B				AB	800	0,219	0,25	0,0187	0,020
a	7,5	20	1200	*ia*	700	0,03	0,035	0,0112	0,011
b	10,0	10	600	*lb*	350	0,011	0,015	0,0144	0,011
c	18,2	30	1800	*xc*	500	0,0229	0,025	0,0105	0,012
C		450	27000	BC	400	0,13	0,135	0,0152	0,016
d	4,3	300	18000	C*d*	750	0,103	0,11	0,0141	0,015
e	3,0	200	12000	B*n*	120	0,091	0,10	0,0136	0,014
				nq.	530	0,05	0,055	0,012	0,013
f	8,51	30	1800	*pf*	200	0,0265	0,03	0,01106	0,012
g	9,0	18	1080	*qg*	130	0,018	0,02	0,01072	0,011
h	8,5	16	960	*gh*	500	0,0226	0,024	0,0109	0,011
D		396	23760	BD	1200	0,124	0,13	0,0149	0,016
j	8,0	30	1800	*d'j*	200	0,025	0,03	9,0110	0,012
		1500	90000						

Resulta por estos datos que el caudal de B á n es el total de B hasta g y h, ó 15840^{c3}; el de n á p es $=15840-12000=3840^{c3}$

y el de p á $q=3840-1800=2040^{c3}$.

Sean, tambien, $Ai=200^m$; $ix=80$; $il=400^m$; $np=130^m$; $pq=400^m$, $Bd'=1000^m$, x B resulta de 520^m.

El rádio del arco para todos los recodos es $=4^m$.

En l hay una fuente de 5 caños, para cada uno de los cuales viaja un tubo de plomo de $0^m,06$ de diámetro, y 12^m de largo. En f hay un tubo adicional cónico, de rádio medio $=0^m,009$. En g hay otro tubo adicional cilíndrico de $0^m,04$ de largo y $r=0^m,014$; y en h hay un orificio en una placa delgada de $r=0^m,011$.

Por último, se tendrá presente para la distribucion del nivel entre los puntos intermedios, que á medida que disminuye la velocidad aumenta la presion, y por consiguiente el grueso de los tubos; por lo que deberá procurarse que la pendiente sea sensible, pero de modo que puedan llegar sin dificultad las aguas á los puntos extremos. Sabemos por los datos, por ejemplo, que de A á d hay $4^m,3$ de altura ; se repartirá esta dejando 1^m de A á B, $1^m,8$ de B á C, y $1^m,5$ de C á d, Puede suponerse 2^m de B á D.

El agua baja verticalmente de A, y por medio de un recodo de 90° sigue con la inclinacion dada de 1^m hasta B, á donde sube por otro vertical tambien de 90°.

Esto hecho, solo falta notar una circunstancia, cual es que, á fin de no interrumpir la corriente en las reparaciones, es preferible poner dos tubos principales igualmente calibrados, á considerar uno solo en la cañería general. Pero nosotros harémos el cálculo en este último supuesto, buscando los rádios de los diferentes tubos atendidas las resistencias expresadas en la ecuacion general del párrafo anterior.

1.° *Trozo* A B. Habiéndose detallado corto caudal para los conductos secundarios ia, xc podemos determinar el rádio del tramo principal A B, como si no cediese cantidad alguna de agua. Aunque no habria inconveniente en hallarle de manera que la resistencia de sus paredes fuese un promedio entre la correspondiente á cada uno de los tres tramos Ai, ix, xB. El caudal seria entónces

$$\sqrt{\frac{Ai\times 90.000^2+ix\times 88.200^2+x\,B\times 86.400^2}{A\,i+i\,x+x\,B}}$$

puesto que la presion de las paredes es proporcional, á igualdad de seccion, á la longitud del tubo multiplicada por el cuadrado de la velocidad ó del gasto de agua.

Considerando todo el caudal, á fin que la cañería principal sea mas resistente, observarémos, que para el trozo A B solo hay que atender á las resistencias de las paredes, al efecto de los dos recodos verticales, al de la perturbacion en la caja B y á la pérdida ocasionada por la resistencia de este 2.° depósito B, que supondrémos sea un cilindro de hierro de $r'=0^m,4$. Esta última pérdida seria

$$h=\frac{v^2}{2g}\cdot\frac{\omega^2}{\Omega^2}=\frac{Q^2}{2\,g\Omega^2}=\frac{Q^2}{2g\,\pi^2\times 0,4^4}=0,202\,Q^2$$

y la ecuacion general, en la que supondrémos para esta y las demás resistencias que el agua sale al aire libre, será

$$h-\left(0,000011\frac{Qs}{r^3}+0,00007\frac{Q^2s}{r^5}\right)-2\frac{Q^2}{r^4}(0,00002+0,0001\,R)\frac{a}{R^2}-$$

$$-0,0052\frac{Q^2}{r^4}-0,202\,Q^2=0$$

el penúltimo término es la pérdida $h_{\prime\prime}=\dfrac{v^2}{2\,g}=\dfrac{Q^2}{2\,g\,\pi^2\,r^4}$ por las perturbaciones.

Y puesto que $R = 4^m$; $a = \frac{2\pi R}{4} = 6^m,283$; $\frac{a}{R^2} = 0,3927$, se tiene, reduciéndolo todo á metros,

$$1^m - 0,000011\frac{0^{m3},09 \times 800}{r^3} - 0,00007\frac{0^{m3}0081 \times 800}{r^5} -$$
$$- 2 \times \frac{0^{m3},0081}{r^4}(0,00002 + 0,0001 \times 4)\,0,3927 - 0,0052\frac{0^{m3},0081}{r^4} -$$
$$- 0,202 \times 0,0081 = 0$$

ó bien, despreciando el último término, que por ser muy pequeño no influye en la carga,

$$r^5 - 0,000792\,r^2 - 0,0000448\,r - 0,0004536 = 0$$

Haciendo	resulta
$r = 0,2$	$-0,000174 = 0$
$r = 0,23$	$+0,000195 = 0$
$r = 0,22$	$+0,000014 = 0$
$r = 0,218$	$-0,0000086 = 0$

Se puede tomar.................... $r = 0^m,219$
El espesor es........................ $e = 0^m,0187$

2.° *Trozo* $i\,l\,a$. Se supone que lleva hasta a todo el caudal correspondiente al trozo $i\,l$.

Para este ramal hay que atender á la oblicuidad $\alpha = 90°$, á la resistencia por la adherencia á las paredes, y á la perturbacion: y respecto del trozo $A\,i$ á un recodo y resistencia de las paredes. La ecuacion será

$$h - \left(0,000011\frac{Q s}{r^3} + 0,00007\frac{Q^2 s}{r^5} + \frac{Q^2}{r^4}(0,00002 + 0,0001 R)\frac{a}{R^2}\right) -$$
$$- \left(0,000011\frac{Q' s'}{r'^3} + 0,00007\frac{Q'^2 s'}{r'^5}\right) - 0,0052\frac{Q^2}{r^4}(1 - \cos.\alpha)^2 - 0,0156\frac{Q'^2}{r'^4} = 0$$

En ella son, $h = 7^m,5$; $Q = 90.000^{c3} = 0^{m3},09$; $Q' = 0^{m3},0018$; $s = A\,i = 200^m$; $s' = i\,a = 700^m$; $r = 0^m,219$; $R = 4^m$; $a = 6^m,28$; $\frac{a}{R^2} = 0^m,3925$; cos. $\alpha = 0$: lo que la reducirá á la

$$7,5 - 0,01886 - 0,22537 - 0,00058 - 0,01831 = \frac{0,00001386}{r'^3} + \frac{0,00000015876}{r'^5} +$$
$$+ \frac{0,00000005}{r'^4}$$

ó bien á

$$r'^5 - 0,00000192\,r'^2 - 0,0000000069\,r' - 0,000000022 = 0$$

Si $r' = 0,03$ .... $-0,00000000036 = 0$
$r' = 0,029$ .... $+0,0000000033 = 0$

será pues $r' = 0,03$, y el espesor $e = 0,0112$

3.° *Ramal* $l\,b$. Su caudal es $Q'' = 600^{c3} = 0^{m3},0006$ y su carga $h = 10^m$. Las resistencias desde A hasta l son, 1.° todas las que hay desde A á i, calculadas en el ejemplo anterior é iguales á $0,01886 + 0,22537 + 0,00058 = 0,2448$; 2.° la oblicuidad en i, tambien calculada é igual á 0,01831; 3.° las que resultan de i á l por la adherencia á las paredes, y son

$$0,000011\frac{Q' s''}{r'^3} + 0,00007\frac{Q'^2 s''}{r'^5} = 0,000011\frac{0,0018 \times 400}{0,03^3} +$$
$$+ 0,00007\frac{0,0018^2 \times 400}{0,034^5} = 0,00666$$

El término $0,0052\frac{Q'^2}{r'^4}(1-\cos.\ \alpha)^2$, para calcular la oblicuidad, siendo $\alpha = l = 40°$

es $$0,0052\,\frac{0,0018^2}{0,03^4}(1-\cos.\ 40°)^2 = 0^m,0000114$$

Las resistencias análogas, expresas por h'' en la ecuacion general, correspondientes al ramal $l\,b = s''' = 350^m$, solo son las relativas á la adherencia de las paredes y á la perturbacion; se tendrá, pues,

$$h - (0,2448 + 0,01831 + 0,00666 + 0,0000114) = 0,000011\frac{Q''\,s'''}{r''^3} +$$

$$+ 0,00007\,\frac{Q''^2\,s'''}{r''^5} + 0,0156\,\frac{Q''^2}{r''^4}$$

ó $$10 - 0,2698 - 0,000011\,\frac{0,0006 \times 350}{r''^3} - 0,00007\,\frac{0,0006^2 \times 350}{r''^5} -$$

$$-0,0156\,\frac{0,0006^2}{r''^4} = 0$$

que dá

$$r''^5 - 0,000000238\,r''^2 - 0,000000000577\,r - 0,00000000009 = 0$$

y de aquí, $r'' = 0,011$, y $e = 0,01044$.

4.° *Ramal $x\,c$.* Su caudal $Q''' = 1800^{c3} = 0^{m3},0018$ bajo la carga $h = 18^m,2$: la longitud $x\,c = 500^m$.

Las resistencias son, respecto del trozo A x, las de las paredes y el recodo ya calculado $= 0^m,00058$; que dán

$$0,000011\,\frac{0,09 \times 280}{0,219^3} + 0,00007\,\frac{0,0081 \times 280}{0,219^5} + 0,00058 = 0,3424$$

Por la oblicuidad en $x = 50°$, cuyo $\cos.\ 50° = 0,6428$, se tiene

$$0,0052\,\frac{0,0081}{0,219^4}(1-\cos.\ 50)^2 = 0,002336$$

Las resistencias que en el ramal $x\,c$ amenguan la carga son las debidas á las paredes, á los cuatro recodos y á las perturbaciones. Para las primeras se tiene

$$0,000011\,\frac{0,0018 \times 500}{r'''^3} + 0,00007\,\frac{0,0018^2 \times 500}{r'''^5} = \frac{0,0000099}{r'''^3} + \frac{0,0000001134}{r'''^5}$$

Para los recodos se sumarán los suplementos, que componen 395° y se tendrá

$$a = \frac{2\,\pi \times 4^m \times 395}{360} = 27,576; \qquad \frac{a}{R^2} = \frac{27,5}{16} = 1,723$$

y la altura consumida $\frac{0,0018^2}{r'''^4}(0,00002 + 0,0004)\,1,72 = \frac{0,000000002345}{r'''^4}$

Para las perturbaciones se tiene

$$0,0156\,\frac{Q'''^2}{r'''^4} = \frac{0,0156 \times 0,00000324}{r'''^4} = \frac{0,00000005}{r'''^4}$$

con todo lo que, la ecuacion general se reducirá á la

$$r'''^5 - 0,000000554\,r'''^2 - 0,000000003\,r''' - 0,0000000063 = 0;$$

que dá $r''' = 0^m,0229$: y para el espesor $e = 0^m,01046$.

5.° La cañería que viaja de B á C lleva el caudal $Q^{IV} = 27000^{c3} + 18000^{c3} = 0^{m3},045$; siendo la carga $h = 1^m,8$ y la longitud B C $= 400^m$. En B y C hay dos recodos rectangulares de 90°. Será, pues, la resistencia de las paredes

$$\frac{0,000011 \times 0,045 \times 400}{r^{IV\,3}} + \frac{0,00007 \times 0,045^2 \times 400}{r^{IV\,5}} = \frac{0,000198}{r^{IV\,3}} + \frac{0,0000567}{r^{IV\,5}}$$

Para los dos recodos, $a = 6{,}28$; $\frac{a}{R^2} = 0{,}3925$, y

$$2 \times \frac{0{,}045^2}{r^{IV\,4}} (0{,}00002 + 0{,}0004)\ 0{,}3925 = \frac{0{,}000000668}{r^{IV\,4}}$$

Para la velocidad de salida en la caja C,

$$\frac{0{,}045^2}{2\,g\,\pi^2\,r^{IV\,4}} = \frac{0{,}0000104}{r^{IV\,4}},$$ y la ecuacion general correspondiente

$$1{,}8 - \frac{0{,}0000104}{r^{IV\,4}} - \frac{0{,}000198}{r^{IV\,3}} - \frac{0{,}0000567}{r^{IV\,5}} - \frac{0{,}00000007}{r^{IV\,4}} = 0$$

$$\text{ó } r^{IV5} - 0{,}00011\ r^{IV2} - 0{,}0000095\ r^{IV} - 0{,}0000315 = 0$$

que dá $r^{IV} = 0^m{,}13$. El espesor es $e = 0^m{,}0152$.

6.° *Ramal* C *d*. Tenemos $Q^V = 18000^{c3} = 0^{m3}{,}018$; $h = 1{,}5^m$; C $d = 750^m$. Hay 3 recodos de 90°; dos verticales y uno horizontal *m*. Con estos datos resulta la ecuacion

$$1{,}5 - \frac{0{,}018^2}{2\,g\,\pi^2\,r^{V4}} - \frac{0{,}000011 \times 0{,}018 \times 750}{r^{V\,3}} - \frac{0{,}00007 \times 0{,}018^2 \times 750}{r^{V5}} -$$

$$- 3 \times \frac{0{,}000324}{r^{V\,4}} \times 0{,}00042 \times 1{,}18 = 0$$

ó bien $r^{V5} - 0{,}000099\,r^{V\,2} - 0{,}00000145\,r^V - 0{,}0000113 = 0$

y $r^V = 0^m{,}103$; $e = 0^m{,}0141$.

7.° *Ramal ó cañería secundaria* B D $\doteq 1200^m$; para la que
$Q^{VI} = 23760^{c3} + 1800^{c3} = 25560^{c3} = 0^{m3}{,}02556$, y $h = 2^m$.
No hay mas resistencias que las de las paredes, dos recodos de 90° y la velocidad de salida siguiente

$$\frac{0{,}02556^2}{2\,g\pi^2 r^{VI4}} = \frac{0{,}00000338}{r^{VI\,4}}:$$ por tanto

$$2 - \frac{0{,}00000338}{r^{VI4}} - \frac{0{,}000011 \times 0{,}02556 \times 1200}{r^{VI3}} - \frac{0{,}00007 \times 0{,}02556^2 \times 1200}{r^{VI5}} -$$

$$- \frac{0{,}00000022}{r^{VI4}} = 0$$

$$r^{VI5} - 0{,}00017\ r^{VI2} - 0{,}0000018\ r^{VI} - 0{,}0000274 = 0$$

que dá $r^{VI} = 0^m{,}124$; y $e = 0^m{,}0149$.

8.° *Ramal* $d'j = c = 200^m$; $Q^{VII} = 1800^{c3} = 0^{m3}{,}0018$; $h = 8$ desde el arca A, ó $h = 8 - 1 = 7^m$ desde el arca B; cos. α = cos.138 = — 0,743 ; $(1 - \cos.\ \alpha)^2 = 1{,}743^2 = 3{,}038$. Las resistencias son, en B d' las correspondientes á sus paredes, y en $d'j$ estas mismas y las que proporciona la oblicuidad, como tambien las perturbaciones en d' y la velocidad de salida.

La ecuacion general viene á ser

$$(8 - 1) - \frac{0{,}000011 \times 0{,}02556 \times 1000}{0{,}124^3} - \frac{0{,}00007 \times 0{,}02556^2 \times 1000}{0{,}124^5} -$$

$$- \frac{0{,}0052 \times 0{,}0018^2 \times 3{,}038}{0{,}124^4} = \frac{0{,}000011 \times 0{,}0018 \times 200}{r^{VII3}} +$$

$$+ \frac{0{,}00007 \times 0{,}0018^2 \times 200}{r^{VII5}} + 0{,}0156 \frac{0{,}0018^2}{r^{VII4}}$$

ó bien $r^{VII5} - 0{,}00000075\ r^{VII2} - 0{,}0000000095\ r^{VII} - 0{,}0000000086 = 0$

que dá $r^{VII} = 0^m{,}025$; $e = 0^m{,}0111$.

9.° *Trozo* B *n* de la cañería B *q*. El caudal es $Q^{VIII} = 15840^{c3} = 0^{m3},01584$; $h = 3 - 1 = 2^m$. Como dejamos consignado en los datos, existen, además, adosados á *n* cinco tubos de plomo que marchan en ángulo recto á la fuente *e*, teniendo cada uno 12^m de largo por $0^m,03$ de rádio. Las resistencias en estos tubos influyen en la marcha del agua de B á *n*, que por tanto se deben tomar en consideracion para la determinacion del rádio de B *n*. Estas resistencias son,

1.° la oblicuidad de los tubos, que es, siendo $\alpha = 90°$,

$$0,0052 \frac{0,01584^2}{r^{VIII^4}} = \frac{0,0000013}{r^{VIII^4}}$$

2.° la de la adherencia á las paredes de los 5 tubos. Correspondiendo á todos ellos, $12000^{c3} = 0^{m3},012$ de caudal, á uno corresponderá $0^{m3},0024$, y darán

$$5 \times \left(\frac{0,000011 \times 0,0024 \times 12}{0,03^3} + \frac{0,00007 \times 0,0024^2 \times 12}{0,03^5} \right) = 0,211 \times 5 = 1,055$$

3.° El efecto de las perturbaciones y velocidad de salida

$$5 \times 0,0156 \frac{0,0024^2}{0,03^4} = 0,554$$

Para la resistencia de las paredes en B *n* resulta

$$\frac{0,000011 \times 0,01584 \times 120}{r^{VIII^3}} + \frac{0,00007 \times 0,01584^2 \times 120}{r^{VIII^5}}$$
$$= \frac{0,0000209}{r^{VIII^3}} + \frac{0,0000021}{r^{VIII^5}}$$

La ecuacion será

$$2 - \frac{0,0000209}{r^{VIII^3}} - \frac{0,0000021}{r^{VIII^5}} - \frac{0,0000013}{r^{VIII^4}} - 1,055 - 0,554 = 0;$$

ó bien $r^{VIII^5} - 0,000053\, r^{VIII^2} - 0,0000033\, r^{VIII} - 0,0000054 = 0$;

y por consiguiente $r^{VIII} = 0^m,091$; y el espesor $e = 0^m,0136$.

10.° Para el resto de la cañería B *q*, que pierde la mayor parte del caudal de B á *p*, se debe hacer el trozo *n q* y particularmente el *p q* de menor diámetro. Deberémos tomar en consideracion el término $0,0052 \frac{Q^2}{r^4} \left(\frac{r^3}{r_3^2} - 1 \right)^2$ de la fórmula general que á este caso conviene por la disminucion repentina de la seccion, Pero á fin de que el tubo proporcione mayor resistencia, se hará la sustitucion del término desde *n* á *q*, tomando despues un promedio del caudal de *n* á *p* y de *p* á *q* para tener la resistencia media en este tramo. Este promedio es

$$Q^{IX} = \sqrt{\frac{130 \times 0,00384^2 + 400 \times 0,00204^2}{130 + 400}} = 0^{m3},0026,$$

haciendo $h = 1^m,5$ desde *n* á *q*, será, en consecuencia, la ecuacion

$$1,5 - \frac{0,000011 \times 0,0026 \times 530}{r^{IX^3}} - \frac{0,00007 \times 0,0026^3 \times 530}{r^{IX^5}} -$$
$$- \frac{0,0052 \times 0,01584^2}{0,091^4} \left(\frac{0,091^2}{r^{IX^2}} - 1 \right)^2 = 0$$

ó bien

$$1,5 - \frac{0,00001516}{r^{IX^3}} - \frac{0,000000251}{r^{IX^5}} - \left(\frac{0,0000013}{r^{IX^4}} - \frac{0,000315}{r^{IX^2}} + 0,019 \right) = 0$$

y $r^{IX^5} + 0,000212\, r^{IX^3} - 0,00001\, r^{IX^2} - 0,00000087\, r^{IX} - 0,00000017 = 0$

que dá $r^{IX} = 0^m,05$; $e = 0^m,012$

11.° *Ramal p f.* Se supone que termina en un tubo cónico, como ya sabemos, de $r=0^m,009$.

Tenemos $Q^x=1800^{c3}=0^{m3},0018$, $h=8,51-1=7^m,51$ desde el arca B: $n=120^m$, $p=130^m$, $pf=200^m$.

Las resistencias que debemos considerar son,

1.° las de las paredes de B á n, de n á p y de p á f, que son,

de B á n, $$\frac{0,0000209}{r^{VIII3}}+\frac{0,0000021}{r^{VIII5}}=\frac{0,0000209}{0,091^3}+\frac{0,0000021}{0,091^5}=0,364$$

de n á p, $$\frac{0,000011\times0,0026\times130}{r^{II3}=0,05^3}+\frac{0,00007\times0,0026^2\times130}{r^{II5}=0,05^5}=0,2265$$

de p á f, $$\frac{0,000011\times0,0018\times200}{r^{x3}}+\frac{0,00007\times0,0018^2\times200}{r^{x5}}=$$
$$=\frac{0,00000396}{r^{x3}}+\frac{0,000000045}{r^{x5}}$$

2.° El efecto por la oblicuidad en p. Siendo $\alpha=90°$, se tiene
$$\frac{0,0052\times0,0026^2}{0,05^4}=0,0056$$

3.° La velocidad de salida por el tubo adicional produce una pérdida expresada por el 2.° término del 1.er miembro de la ecuacion general $=\frac{Q^2}{2g\,m'^2\,\omega_2^2}$; en cuya expresion, si suponemos que la convergencia es de 4°, será por la tabla del número 718, $m'=0,90$ y $\frac{Q'^2}{2g\,m'^2\,\omega_2^2}=0,0052\frac{0,0018^2}{0,90^2\times0,009^4}=3,172$

4.° Por las perturbaciones en el ángulo p; las cuales están expresas en el último término de la ecuacion general, que dá
$$\frac{2\,Q'^2}{2\,g\pi^2\,r'^4}=\frac{0,0052\times0,0018^2}{r^{x4}}\times2=\frac{0,0000000337}{r^{x4}}$$

Con lo que se podrá escribir ya la ecuacion, reducida á la
$$7,51-3,172-0,364-0,2265-0,0056-\frac{0,00000396}{r^{x3}}-\frac{0,000000045}{r^{x5}}-\frac{0,0000000337}{r^{x4}}=0$$
ó $$r^{x5}-0,00000106\,r^{x2}-0,000000009\,r^{x}-0,000000012=0$$
que dá $r^x=0^m,0265$; $e=0^m,01106$.

12° *Ramal q g.* Termina tambien en un tubo cilíndrico de $0^m,04$ de largo y $r=0^m,014$. Para este caso es $m'=0,82$ (tabla del n.° 717);

$Q^{XI}=1080^{c3}=0^{m3},00108$; $h=9-2,5=6,5^m$; $\alpha=45°$; cos. $\alpha=0,707$.

La resistencia de las paredes en el ramal es
$$\frac{0,000011\times0,00108\times130}{r^{XI3}}+\frac{0,00007+0,00108^2\times130}{r^{XI5}}=$$
$$=\frac{0,00000155}{r^{XI5}}+\frac{0,0000000106}{r^{XI5}}$$

La oblicuidad en q es $$\frac{0,0052\times0,0018^2}{r^{x4}=0,0265^4}(1-\cos.\alpha)^2=0,003$$

Por las perturbaciones en q $$\frac{0,0052\times2\times0,00108^2}{r^{XI4}}=\frac{0,000000012}{r^{XI4}}$$

Por la velocidad de salida por el tubo adicional
$$\frac{0,0052\times0,00108^2}{0,82^2\times0,014^4}=\frac{0,000000006}{0,00000002583}=0,232;$$ y la ecuacion será

$$(6,5-0,232-0,003)-\frac{0,0000015}{r^{\text{xii}3}}-\frac{0,0000000106}{r^{\text{xii}5}}-\frac{0,000000012}{r^{\text{xii}4}}=0$$

ó $$r^{\text{xii}5}-0,0000002246\,r^{\text{xii}2}-0,000000002\,r^{\text{xii}}-0,0000000017=0$$

de donde $$r^{\text{xii}}=0^{\text{m}},018;\quad e=0^{\text{m}},0107.$$

13° *Ramal q h.* A su extremo sale el agua por un orificio de $r=0^{\text{m}},011$, abierto en una placa delgada con la carga $h-h'=8,5-2,5=6^{\text{m}}$;

$$Q^{\text{xiii}}=960^{\text{c}3}=0^{\text{m}3},00096;\quad s=q\,h=500^{\text{m}}.$$

El coeficiente de contraccion $m'=0,62$; $(1-\cos.45°)^2=0,086$.

Las resistencias de las paredes del ramal son

$$\frac{0,000011\times0,00096\times500}{r^{\text{xiii}3}}+\frac{0,00007\times0,00096^2\times500}{r^{\text{xiii}5}}=$$

$$=\frac{0,00000528}{r^{\text{xiii}3}}+\frac{0,0000000323}{r^{\text{xiii}5}}$$

Por la oblicuidad, $$0,0052\,\frac{0,00108^2}{0,018^4}(1-\cos.\,45°)^2=0,005$$

Por la perturbacion, $$\frac{2Q^{\text{xiii}2}}{2\,g\,\omega^{\text{xiii}2}}=\frac{2\times0,0052\times0,00096^2}{r^{\text{xiii}4}}=\frac{0,0000000096}{r^{\text{xiii}4}}$$

Por la velocidad de salida en la placa

$$\frac{Q^{\text{xiii}2}}{2\,g\,m'\,\omega_2^2}=\frac{0,0052\times0,00096^2}{0,62^2\times0,011^4}=\frac{0,00000000479}{0,000000005624}=0,851$$

Resultando la ecuacion

$$5,144-\frac{0,00000528}{r^{\text{xiii}3}}-\frac{0,0000000323}{r^{\text{xiii}5}}-\frac{0,0000000096}{r^{\text{xiii}4}}=0;\quad \text{ó bien}$$

$$r^{\text{xiii}5}-0,00000102\,r^{\text{xiii}2}-0,00000000186\,r^{\text{xiii}}-0,0000000062=0$$

y por fin $$r^{\text{xiii}}=0^{\text{m}},0228;\quad e=0^{\text{m}},0109.$$

779. Para los acueductos que conducen el agua á cielo descubierto se usan las mismas fórmulas generales que para estos casos (núm. 746); teniendo presente que el costo, los materiales de que se puede disponer y la cantidad de agua que se haya de conducir dependerán de la velocidad y forma de las soleras,

Para acueductos de poblaciones, alcantarillas y pequeños canales de ladrillo, piedra ú hormigon, la mejor forma es la ovoídea (fig. α) (lám. 11.) segun se ha dicho en el núm. 746; siendo la del perfil general de la misma figura y las de la lám. 102 la que puede reemplazarla en el supuesto de querer hacer rectas las paredes por mayor economía. Con el hormigon es preferible el perfil ovoideo.

780. Caja de distribucion.

Para la justa distribucion de las aguas que vayan por una cañería á una poblacion, podrá disponerse la caja ó cajas de reparto de manera que los orificios que á este fin se abran en sus paredes sean iguales ó tengan el mismo rádio y se hallen á igual altura ó sobre una misma horizontal y equidistantes. De esta manera, saliendo iguales cantidades por todos ellos bastará destinar á cada barrio el número de los que exprese el cálculo por la cantidad de agua ó caudal que ha menester. Si llegasen, por ejemplo, á una ciudad los 1500 reales de agua considerados en el problema anterior, ó los $90.000^{\text{c}3}$ con el aumento; habiéndose detallado de antemano la cantidad correspondiente á cada barrio, y suponiendo sea la misma que la del problema, á partir del arca B, á saber, $45000^{\text{c}3}$ para C*d*, $25560^{\text{c}3}$ para D*j* y $15840^{\text{c}3}$ para *efgh*, se verá cuál es el máximo comun divisor de estos tres números, que á nuestro caso corresponde el 360; y la suma 240 de los números 125, 71, y 44, que expresan sus relaciones determinará el número de orificios iguales que deberán hacerse en el arca B de distribucion.

Si pareciese demasiado el número de orificios, por temor de debilitar la caja ó por otra razon cualquiera, se fijará el número de los que se desean, 50 por ejemplo, con la condicion de dar paso cada uno á $1253^{c3},6$, ó 31,34 reales de agua. Dividido este número en tres partes que guarden la misma relacion que los 125, 71 y 44, se tendrán próximamente los 26, 15 y 9, para las cañerías B C, B D y B gh.

El rádio de estos orificios, (calculado por la fórmula $Q = m\pi r^2\sqrt{2gh}$, habiendo marcado antes la línea á que permanecerá constante el nivel del agua en la caja, ó la carga sobre el borde del orificio, que supondrémos sea $= 0^m,01$ que dá $h = r + 0,01$; siendo, además $Q = 1253^{c3},6$) es aproximadamente

$$r = 0^m,025.$$

Fig 217. La caja, circular ó prismática, puede ser como representa la figura 217. En ella son, T un tubo ascendente, fijo en el centro y á las paredes C C′ por medio de barras de hierro. Las aguas, despues de rebasar el tubo T caen en la primera division ó parte de caja C, dividida por la lengüeta L que no llega al fondo, y sirve para amortiguar la corriente. En esta primera caja se abren los orificios necesarios para que se mantenga el agua á la altura calculada y marcada, á fin de que el producido sea el total que ha de distribuirse. De esta caja pasa el agua á la 2.ª C′ en que están abiertos los orificios ó caños calculados, los cuales la vierten por fin en la 3.ª caja C″, dividida ya en tantos trozos ó cajones como cañerías hay, y cuyos tubos de conduccion se aplican al fondo de estos cajones.

Cuando no interesa saber el caudal de agua que llega al arca, puede suprimirse la caja C y aun la C′.

781. **Sistema actual.**

Todo lo dicho desde el número 778 es la solucion del problema de distribucion de aguas segun antiguamente se hacia, y como todavía se practica en varios puntos, ya porque no se cuente con la distribucion domiciliaria, ó ya porque las cañerías de que se ha de hacer uso sean de materiales endebles como el plomo y barro: materiales que no pueden resistir las grandes presiones que suponen una considerable altura de caida del agua que proviene de un solo depósito superior.

Hoy dia, en que se consiguen con los adelantos de la industria enormes tubos de hierro fundido ó laminado, perfectamente homogéneos y tan resistentes como se pidan, la distribucion es sumamente sencilla; y se reduce al establecimiento de uno, Lám. 102 dos ó tres tubos grandes (como se vé en dos figs. de la lám. 102) capaces de llevar todo el caudal de agua disponible, derivando de ellos directamente las concesiones generales y particulares; de modo que cada edificio toma de la cañería principal, que pasa á sus piés, el agua que la convenga adoptando para ello un pequeño tubo de hierro que sube á los diferentes pisos, en los cuales se hace la subdistribucion correspondiente para las fuentes que se quieran tener.

Los cálculos de los diámetros de estos tubos son tan sencillos como se puede suponer, sabida la altura de caida del agua: pero á fin de no equivocarse por defecto ó exceso en la concesion, se puede seguir con preferencia el método inventado por el distinguido Ingeniero Señor Morer, puesto en práctica por él mismo en la distribucion que hizo de aguas en Madrid: cual es calcular únicamente el espesor de metales para un tubo de diámetro prudencial, y adoptar al extremo de este una placa con un orificio mas ó menos pequeño, desde $\frac{1}{2}$ milímetro en adelante, que, segun la altura de caida, produce el numero de reales de agua que se pidan. Por manera que, puesta una placa y medido el caudal que produce en un minuto ó en una hora, se vé si este es suficiente ó corto ó excesivo, ensayando en estos últimos casos otras placas hasta conseguir tener el agua que se desea. En-

tónces se encierra la placa en una caja de hierro adaptada al tubo, de cuya llave no puede disponer el concesionario.

Este método es sencillo y exacto y no puede exponer á equivocaciones ni falsificaciones. Cuando se quiere aumentar ó disminuir el caudal de agua no hay mas que cambiar la placa por otra de mayor ó menor orificio.

782. **Número de tubos principales.**

Como podemos observar por la fórmula de Dupuit (núm. 766), el gasto de agua producido por un tubo crece rápidamente con muy poco que se aumente el diámetro. Por manera, que si queremos doblar el caudal de una conduccion podrémos hacerlo situando al lado del existente otro tubo igual, ó mejor aumentando el diámetro del primero en la cantidad debida.

Siendo, pues,

$$Q=\sqrt{\frac{h}{0{,}0025\times s}}\sqrt{d^5}$$

la fórmula del gasto para el tubo de diámetro d, la correspondiente al doble gasto 2 Q y diámetro d' será

$$2Q=\sqrt{\frac{h}{0{,}0025\times s}}\sqrt{d'^5}$$

y de las dos se deduce $d'=\sqrt[5]{4d^5}=1{,}32d$.

Por manera que para tener doble caudal de agua basta hacer el diámetro del tubo ⅓ mayor.

Calculando de este modo para los diferentes diámetros en uso

0,06 » 0,08 » 0,10 » 0,12 » 0,16 » 0,20 » 0,25 » 0,30 » 0,35 » 0,40

se tienen los respectivos gastos

88 » 187 » 316 » 499 » 1024 » 1789 » 3120 » 4950 » 6750 » 10100

donde se vé claramente la rapidez del crecimiento del gasto por ligeros aumentos del diámetro. El último tubo de diámetro $d'=0{,}4$, poco menos de 7 veces el 1.°, dá un producto 115 veces mayor.

Ahora bien, y pues que, segun la experiencia, el precio del metro corriente de tubo crece en relacion del diámetro, si μ es el coeficiente que corresponde al precio del hierro (que en Paris es 100), $\mu\, s\, d'$ será el costo de un conducto s de diámetro d'. Para otros dos conductos iguales, equivalentes en su gasto y de diámetro d, se tendría $2\sqrt{d^5}=\sqrt{d'^5}$ y $d=\frac{d'}{\sqrt[5]{4}}$, y el costo $\mu\, s\, d'\frac{2}{\sqrt[5]{4}}=\mu\, s\, d'\sqrt[5]{8}$

Para 3 tubos de igual gasto que el 1.° sería $\mu\, s\, d'\sqrt[5]{27}$

Y para n tubos $\mu\, s\, d'\sqrt[5]{n^3}$

Si el costo del primer tubo fuera.............................. 100
el correspondiente á igual conduccion por medio de dos tubos, equivalentes en gasto, sería.............................. 152
El de tres tubos del propio modo.............................. 193
Y el de cuatro tubos.............................. 230

Se vé, pues, la ventaja de un solo tubo.

Esto, sin embargo, se aconsejaba poner en las cañerías principales dos hileras de tubos á fin de que siempre hubiese una de servicio cuando la otra se descompusiera: lo cual se evitará tambien poniendo suficiente número de llaves de aforo que dividan el tubo en pequeñas porciones de 50^m á 100^m, segun se ha practicado en Madrid: pues es claro que, aislado por el cerramiento de las llaves, el trozo

que estuviese de mal servicio, no se interrumpiria la distribucion mas que en este y las primeras partes del siguiente aguas abajo, mientras durase el corto tiempo que debe invertirse en la composicion ó reemplazo del tubo.

783. Los conductos de 1.° y 2.° órden se colocan á lo largo de una galería subterránea, apoyados sobre sostenes de piedra, madera ó hierro, dispuestos en uno de los costados de la galería. Al centro de esta se hace una atargea cubierta ó descubierta que ha de llevar las aguas sobrantes de la tubería y las sucias y de lluvia.

El perfil mejor para la galería tiene la forma cóncava en todo su perímetro, elíptica ú ovoídea, que es la que mas se presta á las condiciones de equilibrio con el menor espesor de mampostería.

La mínima superficie que debe tener una galería secundaria debe ser tal que permita la entrada libre y sin fatiga del hombre para los casos de reconocimiento y composiciones: lo que se conseguirá con la superficie libre de 1^m de ancho y 1^m5 de alto. En las galerías más pequeñas, como las de Dijon, que solo tienen $0^m,6$ por $0^m,9$ apenas se puede inspeccionar el tubo, ó se hace con sobrado trabajo para no poder quedar satisfecho de la visita. El espesor que corresponde á las paredes de estas primeras galerías es de $0^m,30$ á $0^m,33$, y el de las segundas $0^m,12$ á $0^m,15$ por todas partes.

En Lóndres las pequeñas galerías tienen desde $0^m,9$ por $0^m,61$ á $1^m,6$ por $1^m,1$.

Las galerías de 1.er órden son proporcionadamente mayores, hasta poder marchar, como en las de Madrid y las nuevas de Paris, sobre ferro-carriles. Tienen de 3^m á 4^m de ancho y $2,^m8$ á 3^m de alto, con $0,^m6$ de espesor los estribos y $0^m,50$ la clave.

Los conductos de 3.er órden se entierran á 1^m de profundidad ó se fijan dentro de regatas con las dimensiones precisas.

784. **Surtidores.**

El agua de un surtidor, aun cuando este sea vertical, no llega nunca á la altura del depósito de que proviene, á causa de la resistencia del aire y la que opone la misma agua que desciende.

La diferencia de altura se estima en $\frac{1}{300}h'^2$, siendo h' la altura á que se eleva el surtidor.

De modo que si h es la altura en el depósito, la ecuacion $h-h'=\frac{1}{300}h'^2$ dará h ó h', conocidas h' ó h. Será, pues,

Altura del depósito................ $h=h'+\frac{1}{300}h'^2=h'+0,00333\,h'^2$

Altura del surtidor................ $h'=-150+\sqrt{22500+300\,h}$.

EJEMPLO.

Si la altura á que se quiere elevar un surtidor es 20^m, la del depósito habrá de ser

$$h=20+1,333=21^m,333.$$

Y por la inversa; hallándose el depósito elevado 50^m, el surtidor llegará á la altura

$$h'=-150+\sqrt{22500+300\times50}=43^m,65.$$

La altura h se supone ya disminuida de la que tiene lugar por las resistencias de la cañería.

785. **La velocidad** v' del agua á su salida por el surtidor es $v'=\sqrt{2g\,h'}$

Tambien puede hallarse conociendo la velocidad v en el conducto y relacion $\frac{\omega'}{\omega}$ entre las secciones de la vena contraida y el tubo de conduccion, puesto que

$v'=v\frac{\omega}{\omega'}$, para lo cual basta medir el orificio de salida; pues llamándole m'', resulta

$\omega'=m\omega''$, y $v'=v\frac{\omega}{m\,\omega''}$.

786. **Para los tubos cónicos la velocidad** está comprendida entre $0{,}85\,v'$ y $0{,}95\,v'$, y por consiguiente, la altura ó elevacion del surtidor entre $0{,}72\frac{v'^2}{2g}$ y $0{,}90\frac{v'^2}{2g}$; y el gasto entre $1{,}37\,\omega' v'$ y $1{,}53\,\omega' v'$ segun la convergencia de los lados.

Para los *tubos adicionales cilíndricos* es $v=0{,}82\,v'$, $h'=0{,}67\frac{v'^2}{2g}$, y $Q=1{,}33\,\omega' v'$.

Los tubos cónicos gastan mas agua que los cilíndricos, pero la elevan á mayor altura, presentando lisa y trasparente la columna fluida. Los cilíndricos gastan un tercio mas que los orificios en placas delgadas. Por cuya razon, y la de ser en estos la columna fluida muy trasparente y mas elevada, se prefieren los últimos á los caños, siempre que las circunstancias del caso no lo impidan.

787. Si el orificio no es horizontal saldrá inclinado el chorro, y describirá una parábola cuya mayor ordenada b y amplitud a, siendo α el ángulo de la direccion inicial con el horizonte, son

$$b=\frac{v'^2}{2g}\,\text{sen.}^2\alpha,\quad a=\frac{2\,v'^2}{2g}\,\text{sen.}\,2\,\alpha;\quad \text{de donde,}\quad \text{tang.}\,\alpha=\frac{4b}{a}.$$

Problema.

En un depósito hay 100 reales de agua ó $4000^{c3}=0^{m3},004$ á una altura sobre la de salida$=15^m$, deducidas ya las pérdidas de carga por las resistencias de la cañería. Se desea formar un surtidor vertical y 20 inclinados, que partan de dos círculos concéntricos, cuyo centro comun sea el del vertical. La amplitud de las parábolas ha de ser de 0,1 menor que la altura del surtidor vertical. La mayor ordenada ó elevacion del 1.er órden de chorros será de 13^m, y 10^m la de los segundos.

Se destinarán 10 reales ó $0^{m3},0004$ al surtidor de en medio, 5 reales ó $0^{m3},0002$ á cada uno de los 10 mas próximos y 4 reales ó $0^{m3}00016$ á los 10 mas distantes, alternando unos con otros de posicion para que la visualidad sea mas agradable

tendrémos $$h'=-150+\sqrt{22500+300\times 15}=14^m,5.$$

De la fórmula $Q=m\pi r^2\sqrt{2gh'}$ se sacará el rádio para el orificio del centro, y será

$$r=\sqrt{\frac{Q}{m\pi\sqrt{2gh'}}}=\sqrt{\frac{0{,}0004}{3{,}1416\times 0{,}62\sqrt{19{,}6\times 15{,}5}}}=0^m,0035.$$

El correspondiente á los de la primera fila es.... $r'=0{,}00247$, ó $0^m,0025$

El de los de la segunda .... $r''=0{,}00219$, ó $0^m,0022$.

La inclinacion de los primeros, es

$$\text{tang.}\,\alpha=\frac{4\,b}{a}=\frac{4\times 12}{13{,}5}=3{,}555,\quad \text{y}\quad \alpha=74^\circ\,18'.$$

La de los segundos

$$\text{tang.}\,\alpha=\frac{4\,b}{a}=\frac{4\times 10}{13{,}5}=2{,}963,\quad \text{y}\quad \alpha=71^\circ\,21'.$$

Se harán los orificios con esta inclinacion en la misma placa que ha de servir de tapa á la caja, y para mayor conveniencia podrá ser aquella un casquete es-

férico de laton de $0^m,015$ de grueso. La caja será un cilindro de hierro de $0^m,3$ de diámetro é igual altura: trazándose los círculos en que han de estar los orificios con rádios iguales á las cuerdas de los complementos 15° 42′ y 18° 39′ de los ángulos de inclinacion.

788. Si en vez de orificios inclinados se quisieran poner tubos cónicos, deberíamos hallar el ángulo de convergencia y el rádio de su boca.

Para nuestro caso, haciendo entrar en los valores de a ó b el coeficiente de la velocidad, tendrémos

$$b = n^2 \frac{v'^2}{2g} \operatorname{sen.}^2 \alpha = n^2 h' \operatorname{sen.}^2 \alpha,$$

y $$n = \frac{1}{\operatorname{sen.} \alpha} \sqrt{\frac{b}{h'}} = \frac{1}{\operatorname{sen.} 74^\circ 18'} \sqrt{\frac{12}{14,5}} = 0,944$$

para la 1.ª fila, que corresponde en la tabla del núm. 718 al ángulo $= 9^\circ 50'$.

Para los de 2.ª fila, es $n = 0,876$, cuya convergencia es $= 2^\circ 58'$. La misma tabla dá para el primer caso $m = 0,94$, y para el segundo, $m = 0,88$. Los rádios serán pues

$$r' = \sqrt{\frac{0,0002}{0,94 \times 3,1416 \sqrt{19,6 \times 14,5}}} = 0^m,002 \text{ para la primera fila}$$

y $r'' = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $0^m,0018$ para la segunda.

CAPÍTULO IV.

RUEDAS HIDRÁULICAS.—ARIETE HIDRÁULICO.—BOMBAS.—MOLINOS DE VIENTO, ETC.

ARTÍCULO PRIMERO.

Ruedas hidráulicas.

789. Hay tres clases.

1.ª de paletas planas.
2.ª de cajones.
3.ª de paletas curvas.

Pudieran formar una 4.ª y 5.ª clase las ruedas de reaccion y las turbinas, &, pero sus principios mecánicos son los mismos que los que sirven para el cálculo de las tres especies de ruedas que vamos á analizar.

Su movimiento es originado por la fuerza motriz del agua al chocarlas en el punto mas inferior ó en uno intermedio, ó bien en el mas elevado; segun lo cual se llaman *ruedas por debajo* cuando tienen las paletas sumergidas en la corriente, ó esta las choca en un punto próximo al inferior: *de costado ó de lado* cuando reciben el agua sobre un costado y en un punto inferior al eje; y *por encima* cuando sucede esto en un punto superior al eje y próximo al vértice, lo que corresponde á las ruedas de cajones.

790. **Ruedas de paletas planas.**

Caso de considerarse un fluido indefinido por motor. Segun lo expuesto en los números 672 y 676 para la presion de los fluidos sobre un cuerpo, llamando, como allí v la velocidad de la corriente, v' la de la rueda, Ω el área de la parte sumergida, $\Pi = 1000^k$ el peso de un metro cúbico de agua, y $(m+n)$ el coeficiente de la presion, que depende de la figura del cuerpo, y que para este caso es, segun Navier $= 2{,}5$, se tiene para el impulso del agua

$$P = (m+n)\,\Pi\,\Omega\,\frac{(v-v')^2}{2g} = 2500\,\Omega\,\frac{(v-v')^2}{2g}$$

y para la cantidad de accion ó efecto útil

$$P\,v' = 2500\,\Omega\,\frac{(v-v')^2}{2g}\,v'.$$

El mayor efecto se tiene cuando $v' = \frac{1}{3}\,v$ (*)

(*) En efecto la funcion $z = (v-v')^2\,v' = v^2\,v' - 2\,vv'^2 + v'^3$, diferenciada dos veces con relacion á la variable v' (pues la v que representa la velocidad de la corriente es constante) dá, $\frac{dz}{dv'} = v^2 - 4\,vv' + 3\,v'^2$; $\frac{d^2 z}{d\,v'^2} = -4\,v + 6\,v'$. Igualando á cero la primera, como exige la condicion del mínimo, resulta $v' = \frac{2}{3}\,v \pm \frac{1}{3}\,v$, que dá $v' = v$, y $v' = \frac{1}{3}v$. Sustituyendo en la segunda se tiene $\frac{d^2 z}{d\,v'^2} = 2\,v$, cuando $v' = v$; y $\frac{d^2 z}{d\,v'^2} = -2\,v$ cuando $v' = \frac{1}{3}\,v$. En el primer caso la velocidad será un mínimo, y en el segundo un máximo, como expresa el signo.

EJEMPLO.

Supongamos establecida una rueda de esta clase sobre el rio Tajo (cuyo caudal corresponde al de un fluido indefinido (núm. 672), y en un punto cuya velocidad media sea $v = 0^m,42$, correspondiendo al punto medio de las paletas la $v' = 0^m,21$, y haciendo que estas, de $2^m,23$ de anchura, entren en la corriente $0^m,56$; de modo que la superficie mojada será $\Omega = 2,23 \times 0,56 = 1,248$.

Resulta para el impulso del agua

$$P = 2500 \times 1,248 \times 0,0022 = 6^k,864$$

y para el efecto útil $\quad P\,v' = 6^k,864 \times v' = 1^{km},44.$

El máximo efecto será $\quad \frac{4}{3} P\,v = 2500 \times 1,248 \dfrac{0,0784 \times 0,14}{19,6} = 1^{km},747.$

Puede aplicarse esta solucion cuando la anchura de la rueda sea $\frac{1}{5}$ ó $\frac{1}{6}$ de la corriente, y el alto de las paletas $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{4}$ de la profundidad del agua.

791. *Caso de llegar el agua por un canalizo ó acequia.* Cuando la profundidad y anchura de la corriente sean menores que los que expresen los límites anteriores, llegando el agua á la ruedas por un canalizo, se hallará la presion ó impulso por medio de la fórmula

$$P\,v' = \frac{\Pi\,Q}{g}(v - v')\,v' \ (*) \qquad ó \qquad P\,v' = 1000\,\frac{Q}{g}(v - v')\,v'.$$

En la práctica se toman solo los $\frac{2}{3}$ de la cantidad de accion teórica, resultando $P\,v' = 666,7\,\frac{Q}{g}(v - v')\,v'$, y para el máximo, siendo $v' = \frac{1}{2}v$, $P\,v' = 166,66\,\frac{Q}{g}\,v^2$.

Para los casos ordinarios en la práctica bastará hacer $v' = \frac{2}{5}v$, y entonces,

$$P\,v' = 160\,\frac{Q}{g}\,v^2.$$

EJEMPLO.

Con una caida de agua $h = 5^m,6$, y el gasto $Q = 0^m,65$, se quiere saber cuantos kilógramos se subirán en una hora por medio de una rueda hidráulica de esta clase, hallándose el material 112^m de profundo.

Siendo $g = 9^m,8$ y $v = \sqrt{2\,g\,h} = 10^m,47$, la velocidad máxima de la rueda en el centro de las paletas será $v' = \frac{1}{2}v = 5^m,235$, y

$$P\,v' = 166,7\,\frac{0,65}{9,8}\,109,62 = 1210^{km};\ ó,\ \text{siendo } v' = \tfrac{2}{5}v,\ P\,v' = 1163^{km},31.$$

(*) Llamando $M = \frac{\Pi\,Q}{g}$ la masa de agua descendida en $1''$, $\Pi\,Q$ será su peso, pues que Q es el caudal, y $\Pi\,Q\,h$ ($h = AB$ *fig.* 218) expresará la cantidad de accion respecto á la carga h. Por otro lado, si v' es la velocidad de la rueda, $P\,v'$ será la cantidad de accion contraria por causa del peso P, y $\Pi\,Q\,h - P\,v'$ la suma de las cantidades de accion que actuan sobre la rueda. Ahora bien, si la velocidad de la corriente es v, $v - v'$ será la *velocidad relativa*, $\frac{\Pi\,Q}{g}\,v'^2$ la fuerza viva adquirida por el agua en el instante de abandonar la rueda, y $\frac{\Pi\,Q}{g}(v - v')^2$ la pérdida por el choque. La ecuacion de la conservacion de las fuerzas vivas será, en consecuencia,

$$\Pi\,Q\,h - P\,v' = \tfrac{1}{3}\,\frac{\Pi\,Q}{g}\,(v - v')^2 + \tfrac{1}{2}\,\frac{\Pi\,Q}{g}\,v'^2,\ ó\ P\,v' = \frac{\Pi\,Q}{g}\,(v - v')\,v'$$

La máxima cantidad de accion se tiene cuando $v' = \frac{1}{2}v$; porque diferenciando dos veces la ecuacion con relacion á v', se tiene $\frac{d\,P\,v'}{d\,v'} = \frac{\Pi\,Q\,v}{g} - 2\,\frac{\Pi\,Q}{g}\,v' = 0$, que dá, $v' = \frac{1}{2}\,v$ y $\frac{d^2\,P\,v'}{d\,v'^2} = -2\,\frac{\Pi\,Q}{g}$; cuya expresion, por no desaparecer el segundo miembro y ser negativo, dice que el máximo para la funcion $P\,v'$ será cuando $v' = \frac{1}{2}v$.

En una hora se elevarán $1210 \times 3600'' = 4356000$ kilógramos á 1^m, ó

$$\frac{4356000}{112} = 38892{,}85 \text{ kilógramos á } 112^m.$$

La presion sobre las paletas es $\quad P = 160 \times \frac{Q v^2}{g \frac{1}{2} v} = 222^k{,}38.$

792. **Ruedas de cajones y de costado.**

De cajones. Las ruedas de cajones (*fig.* 219) reciben el agua próximamente en el vértice, tomando cada cajon la que determina su velocidad. De modo que si *Fig.* 219.
$M\,dt = \frac{\Pi Q}{g} dt$ es la masa del agua en el tiempo $d\,t$, en el que tarde la rueda andar el espacio $B\,C = a$, será $\frac{\Pi Q}{g} t = \frac{\Pi Q}{g} \frac{a}{v'}$ (pues que el tiempo es igual al espacio dividido por la velocidad), que dará la contenida en todos los cajones de B á c, cuyo peso es $\Pi Q \frac{a}{v'}$; y por consiguiente $\Pi Q \frac{a}{v'} \times h$ la cantidad de accion ($h = B\,C$). La correspondiente á la presion contraria es $-P\,a$, y la suma $\Pi Q \frac{a}{v'} h - P\,a$ expresará el efecto de la rueda. Para hallar las fuerzas vivas, observarémos que si $v = \sqrt{2 g h'}$, ($h' = A\,B$) es la velocidad de la corriente de A á B, $v - v'$ será la velocidad relativa, y $\frac{\Pi Q}{g} \frac{a v'^2}{v'}$, $\frac{\Pi Q}{g} \frac{a (v - v')^2}{v'}$ las fuerzas que buscamos; la primera la de la corriente ó la adquirida en el punto C al fin del tiempo t, y la segunda la pérdida por el choque. La ecuacion será, pues,

$$\Pi Q \frac{a}{v'} h - P a = \tfrac{1}{2} \frac{\Pi Q}{g} \frac{a}{v'} v'^2 + \tfrac{1}{2} \frac{\Pi Q}{g} \frac{a}{v'} (v - v')^2,$$

ó bien
$$P v' = \Pi Q (h - h') + \frac{\Pi Q}{g} (v - v') v'.$$

Ecuacion que sirve para determinar la cantidad de accion producida ó efecto útil en esta clase de ruedas.

El máximo efecto se tiene, del mismo modo que antes, cuando $v' = \frac{1}{2} v$. Si $h' = o$, $v' = o$, resulta $P v' = \Pi Q h$; que es la cantidad de accion total del agua que desciende; y dice, que cuanto menores sean la distancia del punto de aplicacion y la velocidad de la rueda, mayor será el efecto, pudiéndose acercar cuanto se quiera al trasmitido por el motor: ventaja que hace muy recomendables estas ruedas.

Su velocidad es lo primero que debe determinarse en la práctica; la cual, para cuando el diámetro de la rueda sea 10^m, puede llegar á 1^m por segundo. Fija ya esta velocidad, como el máximo efecto exige que $v = 2 v' = \sqrt{2 g h'}$, resulta $h' = \frac{2 v'^2}{g}$, y tomando los $\frac{4}{5} = 0{,}80$ para la cantidad de accion, se tiene,

$$P v' = 0{,}80\, \Pi Q \left(h - \frac{v'^2}{g}\right), \quad \text{ó} \quad P v' = 800\, Q \left(h - \frac{v'^2}{g}\right)$$

Es conveniente hacer un canalizo $b\,D\,C$ que siga la curvatura de la rueda y diste de ella como $0^m{,}01$, á fin de que se conserve el agua en los cajones el mayor tiempo posible.

Si en vez de la velocidad de la rueda fijamos la altura de la canal por donde sale el agua, se hallará aquella como lo verémos al tratar del trazado de las paletas curvas.

793. Construccion y cabida de los cajones.

Fig. 220. Pueden ser como representa la figura 220, haciendo $a\,b = \frac{5}{8}\,b\,g$, $b\,d = \frac{1}{2}\,b\,g$; ángulo $f\,b\,g = 60°$, $h\,i = \frac{5}{8}\,b\,g : d\,K$, y $c\,K'$ son diafracmas para mantener mejor al agua dentro.

Para la cabida, si llamamos d la distancia $a\,b$ y q el agua que en un segundo deberá recojer cada cajon, será $q = \frac{Q\,d}{v'}$, puesto que $Q = \frac{v'}{d}\,q$

794. Ruedas de costado.

Por medio de un canalizo puede convertirse la rueda de cajones por encima
Fig. 221. en una *de costado*, como se vé en la figura 221, sin que por disminuir la altura de caida sea menor el efecto. En este caso pueden reemplazarse los cajones por paletas, procurando hacer sobresalir á estas algo de las coronas de la rueda entre que están encajonadas, á fin que no se sumerjan aquellas en el agua del canalizo. Deben tambien tener de alto las paletas como $\frac{1}{4}$ de su longitud; distar, segun se ha dicho arriba, $0^m,01$ del canalizo curvo y concéntrico, y guardar un poco de inclinacion en sentido contrario de la marcha.

Las fórmulas para las ruedas *por encima* convienen á las *de costado*, pero debe procurarse dar á estas mayor velocidad con el fin de disminuir las pérdidas. Esta velocidad puede llegar á 2^m, lo que supone una altura de caida igual á $\frac{2\,v'^2}{g} = \frac{8}{9,8} = 0^m,816$, que debe ser la que haya del nivel A al orificio D.

La cantidad de accion perdida por el peso del agua comprendida entre la rueda y canalizo curvo, llamando a el arco $a\,C$, p el peso del volúmen desalojado y h'' la altura D B, es $= p\,\frac{h''}{a}\,v'$: que será lo que haya de disminuirse la cantidad de accion total anterior; resultando para las ruedas de costado

$$P\,v' = 800\,Q\left(h = \frac{v'^2}{g}\right)p - \frac{h''}{a}\,v'.$$

795. Ruedas de sobre-lado.

Vallejo, en su *tratado de las aguas*, discurre acerca del efecto que producen
Fig. 222. las ruedas de cajones ó por encima y las modifica (*fig.* 222) construyendo estos circularmente y situando el punto de aplicacion á 30° del vértice; con el objeto de que, empezando á obrar la rueda desde luego con el impulso debido al brazo de palanca $a\,b = \frac{1}{2}\,r$, adquiera mas pronto la uniformidad del movimiento, evitándose tambien la presion que se efectua sobre los gorrones, por la fuerza impresa á los primeros cajones en las ruedas de por encima. La comparacion que hace entre las que de esta clase analiza M. Gregory y las suyas, le ofrece una ventaja de $\frac{1}{6}$ para el efecto útil. Los cajones los hace curvos con rádios $m\,o... = m\,n...$; y de este modo consigue que las tangentes á la curva se aproximen á las normales y tangentes en las circunferencias de las coronas interior y exteriormente: y como la direccion de la corriente la dispone tangencialmente á estas mismas curvas, se aprovecha toda ó casi toda la fuerza motriz del agua; no solo por evitarse una gran parte del choque y aumentarse por consiguiente la fuerza viva, si no porque las componentes horizontal y vertical de la fuerza contribuyen ambas al movimiento de rotacion; circunstancia que no se verifica cuando sale el agua próxima al vértice de la rueda. Por último, aconseja que se prefieran cajones anchos y poco profundos á los que generalmente suelen usarse estrechos y elevados, porque, á mas de entrar fácilmente el agua, se gana brazo de palanca.

La ecuacion para la cantidad de accion es igual á la anteriormente hallada para las ruedas de cajones, é idénticas tambien sus circunstancias esenciales. Solo agrega como modificacion, y en atencion al mayor aprovechamiento de fuerzas, que el coeficiente 0,80 ó $\frac{4}{5}$ debe ser por lo menos 0,85, en cuyo caso

$$P\,v' = 0{,}85\,\Pi\,Q\left(h - \frac{v'^2}{g}\right) \text{ (*)}$$

796. **Velocidad del agua á su llegada á las ruedas hidráulicas.**

Trazado de la curva descrita por el filete medio á partir de la extremidad del canal de conduccion ó de arribada. Sabemos que en el movimiento uniformemente variado (núm. 520) los espacios son proporcionales á los cuadrados de los tiempos, y que siendo g el incremento de velocidad y s el espacio recorrido, es $\frac{d^2 s}{d t^2} = g$. Si llamamos w la velocidad inicial del fluido á su salida del caño (*fig.* 223), x y las coordenadas generales de la curva que describe el agua, y α el ángulo que la tangente forma con el horizonte, el espacio s recorrido en el instante $d\,t$, si lo apreciamos en sentido de x é y, dará existencia á las dos ecuaciones *Fig.* 223.

$$\frac{d^2 y}{d\,t^2} = g\,;\quad \frac{d^2 x}{d\,t^2} = 0.$$

En el orígen del movimiento, ó cuando $t = o$, la velocidad en el sentido de las coordenadas es $w\,\text{sen.}\,\alpha$ y $w\cos.\,\alpha$; por consiguiente $\frac{d\,y}{d\,t} = g\,t + w\,\text{sen.}\,\alpha$, $\frac{d\,x}{d\,t} = w\cos.\,\alpha$; é integrando otra vez, $y = \frac{1}{2}\,g\,t^2 + w\,\text{sen.}\,\alpha\,t$, $x = w\cos.\,\alpha\,t$,

que dán, $$= \frac{g\,x^2}{2\,w^2\cos.^2\alpha} + x\,\text{tang.}\,\alpha:$$

ecuacion que conviene á la parábola vulgar ó apoloniana.

Si la canal fuese horizontal, se tendría $\alpha = 0$, $\cos.\,\alpha = 1$, $\text{tang.}\,\alpha = 0$,

é $$y = \frac{g\,x^2}{2\,w^2}$$

EJEMPLO.

Siendo una rueda hidráulica de $2^m,5$ de diámetro, cuyo eje está $0^m,25$ delante de la vertical que pasa por el extremo de la canal, de $\frac{1}{12}$ de pendiente ¿cuál es la velocidad del agua á su llegada á la rueda?

Se supone que el extremo de la canal dista $0^m,02$ de la rueda, y que la velocidad media del agua que tiene $0^m,1$ de altura al pié del caño, es de 3^m en $1''$.

Se tiene, $\text{tang.}\,\alpha = \frac{1}{12} = 0{,}083$, $\cos.\,\alpha = 0{,}9965$, $w = 3^m$; por consiguiente

$$y = \frac{9{,}8\,x^2}{2 \times 3^2 \times 0{,}9965^2} + 0{,}083\,x = 0{,}55\,x^2 + 0{,}083\,x$$

Si $x = 0^m,100$, $0^m,200$, $0^m,300$, $0^m,400$, $0^m,500$, $0^m,600$;
resulta $y = 0^m,014$, $0^m,039$, $0^m,074$, $0^m,121$, $0^m,179$, $0^m,248$.

De esta manera se conocerá la curva descrita por el chorro y su interseccion con la circunferencia exterior.

Para hallar la velocidad que se busca se tirará por el punto de esta intersec-

(*) En Puerto Rico (Ponce) construí yo en 1845 una rueda semejante para un ingenio de azúcar; y por la comparacion que hice con otra *de costado*, que en igualdad de circunstancias habia en una hacienda de S. German resultó $\frac{1}{10}$ mayor el efecto útil en la de *sobre lado*.

cion (que es dado por $y = 0^m,07$ correspondiente á $x = 0^m,29$ ó un poco mas de $0^m,25$ á que está el eje), una tangente á la parábola, que expresará la direccion de la velocidad de llegada; y agregando á la altura debida á la velocidad inicial w, la que resulta del punto de encuentro al orígen de la curva, se tendrá el valor de la $v =$ velocidad que se busca. En nuestro caso la altura debida á la velocidad $w = 3^m$ es $0^m,46$, y $0,46 + 0,07 = 0^m53$ será la altura total á que es debida la velocidad buscada $v = \sqrt{2\,g \times 0,53} = 3^m,223$.

797. Velocidad de la circunferencia exterior de la rueda.

Se halla, como acabamos de ver, el punto de encuentro de la rueda con el filete medio, y la velocidad v de llegada y su direccion en este punto. Sobre esta
Fig. 224. direccion se tomará $e\,d = v$ (*fig.* 224) en una escala cualquiera. Se tirará $d\ c$ paralela á $b\ e$, y la longitud $c\ e$ será la velocidad que debe tener la rueda para que el agua no salte fuera del cajon. Para las ruedas de madera esta velocidad no deberá bajar de 1^m á $1^m,12$.

798. Ruedas de paletas curvas.

Fueron ideadas y calculadas por el general Poncelet en 1825.

El agua motriz las choca por debajo en direccion tangente á la curva de la pa-
Fig. 225, 226. leta (*fig.s* 225, 226) formando un ángulo $d\,b\,c = 24°$ con la tangente $b\,c$ á la corona exterior y en el extremo b de la curva de cada paleta. De esta manera entra el agua en el espacio de cada dos paletas con la menor pérdida de fuerza viva, saliendo con una velocidad contraria á la que pose la circunferencia de la rueda.

799. Siendo las mismas las notaciones que para los casos anteriores, resulta, que la velocidad relativa $v - v'$, en virtud de la cual se elevará el agua por las paletas, será al salir esta de la rueda $(v - v') - v' = v - 2\,v'$. La fuerza viva en este momento tendrá por expresion $\frac{\Pi\,Q}{g}(v - 2\,v')^2$; y como la cantidad de accion será $\Pi\,Q\,h - P\,v'$, tendrémos

$$P\,v' = 2\,\frac{\Pi\,Q}{g}\,(v - v')\,v', \qquad ó \qquad P\,v' = 2000\,\frac{Q}{g}\,(v - v')\,v'^{km}$$

que es doble de la hallada para las ruedas de paletas planas por debajo.

El máximo efecto se verifica tambien cuando $v = \frac{1}{2}v'$, lo que dá

$$P\,v' = 500\,\frac{Q}{g}\,v^2;\ \text{y si } g = 9^m,8, \qquad P\,v' = 51\,Q\,v^2, \qquad ó \qquad P\,v' = 1000\,Q\,h^{km}.$$

La presion es $P = 500\,\frac{Q\,v^2}{g\,\frac{1}{2}v} = 1000\,\frac{Q\,v^k}{g}$

En la práctica se toman los $\frac{2}{3}$ para las caidas inferiores á $1^m,20$, que dá $P\,v' = 333,33\,\frac{Q}{g}\,v^{2\,km}$, y los $\frac{3}{4}$ para las superiores á esta misma caida, siendo entónces

$$P\,v' = 375\,\frac{Q}{g}\,v^{2\,km}$$

800. Trazado práctico de las paletas curvas.

Determinado el diámetro de la rueda, segun la velocidad que deba tener y trasmitir, el cual no debe ser mucho menor que el doble de la carga, se tirará la tangente T T′ con $\frac{1}{10}$ de pendiente, que expresará el fondo del canalizo. Se trazará despues la paralela $a\,b$ que represente la línea superior de la vena fluida (cuyo espesor no debe pasar de los $\frac{3}{4}$ del orificio) y la perpendicular á esta $b\,f$. Sobre ella se toma $b\,f$ igual al espesor de la corona y $\frac{1}{6}$ ó $\frac{1}{7}$ mas: y haciendo cen-

tro en f se traza la curva $b\,e$. La longitud de las curvas ó distancia de las coronas debe ser $\frac{1}{3}$ á lo menos y $\frac{1}{2}$ á lo mas de la altura de caida; puesto que siendo para el máximo efecto $v'=\frac{1}{2}v$, la altura á que se elevará el agua en las curvas será $h'=\frac{1}{4}\frac{v^2}{2g}=\frac{1}{4}h$: luego haciendo $h'=\frac{1}{2}h$ para las caidas superiores á 2^m, apenas será sensible la pérdida de fuerza viva. Para las caidas pequeñas puede ser mayor el valor de h.

La distancia mínima entre las paletas debe ser la mitad de la abertura del orificio, si esta abertura pasa de $0^m,18$, y $\frac{2}{3}$ de ella si fuese inferior á los mismos $0^m,18$.

La experiencia hace conocer que para grandes caidas y pequeños gastos, la relacion de la base á la altura del orificio debe ser 2 á 1; y vice-versa, para pequeñas caidas y grandes gastos, la relacion será como 4 á 1.

801. **Ruedas horizontales.**

1.° *De paletas planas.* Al tratar del choque de los fluidos, hallamos (núm. 671) para valor de la presion sobre un plano inclinado

$$P=\frac{\Pi}{g}Q\ \text{sen.}\ \beta\ (v\ \text{sen.}\ \alpha-v'\ \text{sen.}\ \beta)$$

siendo β el ángulo formado por el plano y la direccion de su movimiento horizontal, y α el de aquel con el eje de la vena fluida. Multiplicando por v' será la cantidad de accion

$$P\,v'=\frac{\Pi}{g}Q\ \text{sen.}\ \beta\ (v\ \text{sen.}\ \alpha-v'\ \text{sen.}\ \beta)\ v'.$$

El máximo efecto tiene lugar cuando $\text{sen.}\ \alpha=1$, es decir, cuando la direccion de la vena se confunde con la normal á la paleta. Diferenciando en este supuesto se deduce, $v'\ \text{sen.}\ \beta=\frac{1}{2}v$ para el máximo, y por tanto

$$P\,v'=\frac{\Pi\,Q}{4\,g}v^2=250\frac{Q}{g}\,v^2.$$

En la práctica se toman los $\frac{2}{3}$ ó menos, y podrá resultar

$$P\,v'=150\,\frac{Q}{g}v^2;\qquad P=300\,\frac{Q}{g}\,v\ \text{sen.}\ \beta.$$

802. 2.° *De paletas curvas.* El agua (*fig.* 227) saliendo por un tubo A B se dirige tangencialmente á la curvatura de las paletas B C... del punto B al C. Siendo $ABD=\alpha$, y β el ángulo formado por la vertical y la tangente T C en el punto inferior de la curva, h la altura total, $h'=BD$, será $h-h'=$ á la altura de la rueda ó espesor de la corona, y *Fig.* 227.

$$P\,v'=\frac{\Pi\,Q}{g}(\text{sen.}\ \alpha\sqrt{2\,g\,h'}-v'+\text{sen.}\ \beta\sqrt{2\,g\,h\ -2\,v'\ \text{sen.}\ \alpha\sqrt{2\,g\,h'}\times v^2})\ v$$

El mayor efecto se tiene cuando $\text{sen.}\ \beta=1$, es decir, cuando la tangente T C es horizontal; en cuyo caso dá la ecuacion para el máximo

$$v'=\frac{g\,h}{2\ \text{sen.}\ \alpha\sqrt{2g\,h'}}$$

y por tanto $\qquad P\,v'=\frac{\Pi\,Q}{2\,g}\,h^{km},\qquad$ ó $\qquad P\,v'=500\frac{Q}{g}h^{km}.$

Para la práctica se tomarán los $\frac{3}{4}$ segun Bordá; con lo que se tiene

$$P\,v'=375\frac{Q}{g}h^{km};\qquad P=750\,\frac{Q}{g^2}\text{sen.}\ \alpha\sqrt{2g\,h'}^{\,kil.}$$

803. **Para el establecimiento de esta rueda** observarémos, que si A B es la velocidad $\sqrt{2gh}$ del agua al llegar á B, y A E la velocidad v' de la rueda, la línea E B representará la magnitud y direccion con que el agua empieza á correr en la rueda. Deberá, pues, trazarse en esta direccion el primer elemento de la paleta en B; pudiendo ser mas ó menos sensible su curvatura, pero haciendo que la tangente en B sea lo mas horizontal posible. La vena fluida y las paletas deberán tener poco ancho en el sentido del rádio de la rueda, en atencion á que, siendo diferentes las velocidades de los puntos del rádio, no hay mas que uno capaz de producir el máximo.

Cuando se tenga bastante caudal de agua se la podrá hacer llegar por varios canales dispuestos en planos verticales tangentes á la circunferencia. De esta manera se disminuye la presion lateral de los puntos de apoyo del eje. Tambien puede hacerse el depósito paralelo á la rueda, cuyo eje le atraviese en su centro, y dar salida al agua por caños equidistantes y con la inclinacion suficiente para producir el movimiento giratorio. El eje de la rueda descansará en un pivote P sobre una hembra suficientemente resistente, quedando la corona inferior elevada lo bastante para dar paso al agua saliente sin impedir la rotacion.

804. **Ruedas de reaccion.**

Se dá el nombre de ruedas de *reaccion* á máquinas completamente movibles, compuestas de dos ó mas tubos adosados y comunicantes con el eje de rotacion en los cuales el agua que contienen verifica su accion sobre las parédes opuestas á los orificios de salida, obligando, por consiguiente, á la máquina á moverse horizontalmente.

La rueda de Barker es un tubo A B de metal (*fig.* 228) que empieza por un em-
Fig. 228. budo para recibir el agua de la canal K, y termina en varios otros tubos $c\,d$ horizontales, rectos ó curvados, de longitud igual al diámetro supuesto de la rueda, y que se enlazan firmemente de un modo cualquiera. El eje (al que todo el aparato se halla unido con barras) descansa por medio de un quicio en una hembra resistente. Tambien puede entrar el agua de abajo arriba como expresa la figura 229.
Fig. 229. Los tubos horizontales tienen abiertos orificios hácia sus extremos y en el costado opuesto al movimiento. Verificado este se trasmite el efecto por medio de la rueda dentada R que dará mocion á una maquinaria.

Disponiendo el depósito con muy corta elevacion sobre el tubo de la rueda, la altura h' será muy pequeña, y por consiguiente la velocidad á ella debida. La altura en la rueda será igual á la de caida para el máximo efecto, en cuyo caso $v=\sqrt{2gh'}=0$, y el valor de la velocidad de la rueda hallado anteriormente.

$$v'=\frac{h}{\text{sen.}\,\alpha\sqrt{2gh'}}$$

será infinito. Haciendo en la ecuacion del número anterior $\sqrt{2gh'}=0$ la cantidad de accion correspondiente á esta rueda

$$\mathrm{P}v'=\frac{\Pi\mathrm{Q}}{g}\left(\sqrt{v^2+v'^2}-v'\right)v'$$

es la misma que se hallaria directamente, observando que si v y v' son las velocidades de la corriente y la rueda, el movimiento de esta se verificará segun la diagonal ó resultante del paralelógramo de las mismas velocidades, que es $\sqrt{v^2+v'^2}$. Al abandonar el agua la rueda habrá adquirido la velocidad $\sqrt{v^2+v'^2}-v'$, y la fuerza viva será $\frac{\Pi\mathrm{Q}}{g}\left(\sqrt{v^2+v'^2}-v'\right)^2$; la que tendria lugar si cayese el agua libre-

mente sería $\frac{\Pi Q}{g}v^2$, luego la trasmitida á la rueda será $\frac{\Pi Q}{g}\left(v^2 - \sqrt{v^2+v'^2}-v'\right)^2 =$ $\frac{2\Pi Q}{g}\left(\sqrt{v^2+v'^2}-v'\right)v'$, igual á la anterior.

Cuando estuviesen cerrados los orificios de salida habria completo equilibrio en la rueda por verificarse igual presion en todos sus puntos, presion que seria la máxima que pudieran experimentar. Si en esta disposicion se abriesen instantáneamente aquellos empezaría el movimiento originado por la presion en sentido opuesto al de los chorros de agua: efecto enteramente igual al del retroceso en los cañones.

En la práctica se tomarán 0,80 del efecto útil en virtud de los rozamientos, resistencia del aire, perturbaciones, &, resultando

$$Pv' = 800\frac{Q}{g}\left(\sqrt{v^2+v'^2}-v'\right)v'$$

Si la velocidad de los orificios es 1,5 de la correspondiente á la altura de caida, la pérdida sobre la cantidad de accion será menos de $\frac{1}{10}$.

EJEMPLO.

Supongamos una rueda de reaccion de esta clase cuyo efecto útil se desea saber, siendo $Q = 0^{m3},4$, $h = 7^m,5$ y por consiguiente

$v' = \sqrt{19,6 \times 7,5} = 12^m,12$, y $v' = 1,5v$; de donde $v = \frac{v'}{1,5} = \frac{12,12}{1,5} = 8^m,08$; tendrémos

$Pv' = 800\frac{0,4}{9,8}\left(\sqrt{212,2864}-12,12\right)12,12 = 974^{km} = 13$ caballos próximos. La presion es solo $P = \frac{974}{12,12} = 80^k,36$.

805. Para hallar los rádios ó longitud de los tubos se fijará el número de vueltas que han de dar en un 1″, por ejemplo. Si suponemos que no dén mas que una, que es lo suficiente para los molinos de trigo, será

$$r = \frac{v'}{2\pi} = \frac{12,12}{2 \times 3,1416} = 1^m,93.$$

Si hubiera de dar dos vueltas en 1″, $r = \frac{v'}{4\pi} = 1^m$ próximo: y si diese media

$$r = \frac{v'}{\pi} = 3^m,85.$$

Por último, si dado el número de vueltas en 1″ se quiere hallar la altura de caida, siendo n el número dado, la velocidad de la rueda sería $n \times 2\pi r$; y suponiéndola 1,5 veces mayor que la del agua seria esta $v = \frac{n \times 2\pi r}{1,5}$. Si fuese $n = 1$, y $r = 1^m,91$

$$v = \frac{1 \times 2\pi \times 1,93}{1,5} = 8^m,08.$$

806. TURBINAS.

Las turbinas son una especie de ruedas de reaccion movidas horizontalmente por la presion vertical ú horizontal del agua. Las de la segunda clase se llaman *turbinas de fuerza centrifuga*; entre las cuales merece la preferencia la inventada por el ingeniero M. de Fourneyron (*fig.* 232, su explicacion en la página 1.ª del atlas), á causa de las notables ventajas que reune y el mayor efecto útil que produce. Cuando obtuvo por 15 años el autor el privelegio de su invencion, re- *Fig.* 232.

cibió la máquina el nombre de *turbina hidráulica de Fourneyron, ó rueda de presion universal y contínua.* M. de Gentilhomme ejecutó otra basada en iguales principios que la Fourneyron, de cuya esencia apenas difiere: la corona de la rueda no tiene divisiones horizontales, y en vez de la compuerta cilíndrica vertical puso dos placas metálicas horizontales, que, resbalando sobre el cuerpo fijo de las conductrices, descubre este en parte ó del todo segun la necesidad de la fábrica ó volúmen de agua que se quiera ó de que se pueda disponer. Con mas ó menos modificaciones, pero bajo idénticas bases, se han construido otras de este género en Francia y Alemania, cuyo mérito por la utilidad que reportan no llega al de la Fourneyron.

Las turbinas de presion vertical fueron mas numerosas, correspondiendo su efecto útil de 0,70 á 0,75 de la fuerza absoluta del motor.

Unas y otras de estas ruedas reciben el agua por el interior y la despiden por el exterior. M. Poncelet propuso, al contrario, que el agua entrase por el exterior y saliera por el interior ó centro de la turbina; sistema que tuvo algunos apasionados que intentaron llevarlo á cabo.

M. Cadiat, ingeniero muy distinguido, hizo con buen éxito una turbina diferente de las anteriores suprimiendo las curvas directrices y dando otra disposicion á la compuerta de admision. Se compone de una campana de fundicion, cuyo borde circular lleva dos láminas planas y paralelas de palastro, entre las que fija las paletas verticales y cilíndricas. La compuerta es un cilindro exterior que rodea todo el aparato.

Otros varios sistemas se han ideado, dependientes en general de los dos primeramente enunciados, y por los cuales han obtenido sus autores merecido privilegio. Tales son los de Combes, Bonyon, Lemarchand, Sudds, Olivier, el citado Barker, &.

807. **Cálculo de las turbinas.**

Las condiciones ó principios esenciales de todas son «*que el agua entre sin choque en la rueda y salga de ella sin velocidad relativa.*»

Turbinas de presion vertical.

En estas ruedas, como la de M. Bourdin, profesor de Fourneyron, entra el agua por la base superior de un tambor vertical y sale por la inferior.

Fig. 230. Para satisfacer las condiciones enunciadas sean (*fig.* 230) NN y AB un cilindro y su eje vertical; y CDY la direccion de un filete de agua. Al llegar al punto D su accion se descompone en dos, una horizontal que tiende á hacer mover el cilindro y otra vertical que se destruye con el mismo.

Si llamamos

V la velocidad del filete en el punto D,

α el ángulo de este filete con la vertical,

v la velocidad de la circunferencia del cilindro,

H la altura del agua del depósito por la que $V = \sqrt{2\,g\,H}$;

y si tomamos $DY = V = \sqrt{2\,g\,H}$, nos resultará

$DH = V\,\text{sen.}\,\alpha$. $ED = V\cos.\,\alpha$.

La velocidad horizontal relativa segun la cual el agua ejerce su accion sobre D, es $DG = V\,\text{sen.}\,\alpha - v$, y por tanto

$$DF = \sqrt{\overline{DG}^2 + \overline{DE}^2} = \sqrt{(V\,\text{sen.}\,\alpha - v)^2 + V^2\cos.^2\alpha} = \sqrt{V^2 + v^2 - 2\,V\,v\,\text{sen.}\,\alpha}$$

será la resultante que exprese la velocidad del agua al encontrar la curva. Velocidad que podemos expresar tambien por $V' = \sqrt{2\,g\,h}$, si h es la altura corres-

pondiente de caida. El agua entrará sin choque siempre que la curva sea tangente á esta línea D F.

En el punto extremo D' la altura de caida es $h + a$, llamando a el grueso D'O de la corona ó rueda. Será, pues

$$V'^2 = 2 g h + 2 g a = V^2 + v^2 - 2 V v \text{sen.} \alpha + 2 g a = 2 g (H + a) + v^2 - 2 V v \text{sen.} \alpha$$

El máximo efecto útil se tiene cuando son iguales las velocidades de salida y de la rueda. Haciendo, pues, $V' = v$ se tiene

$$2 g (H + a) = 2 V v \text{ sen. } \alpha, \quad y \quad v = \frac{g (H + a)}{V \text{ sen. } \alpha}, \quad \text{sen.} \alpha = \frac{g (H + a)}{V v}.$$

Así, cualquiera que sean los valores H, a, V, v, sen. α, se tendrá el mayor efecto útil, satisfecha que sea la primera de estas 3 últimas ecuaciones.

Para demostrar directamente que debe tenerse $V' = v$ en el mayor efecto, observarémos, que si llamamos v' la velocidad con que sale el agua de la rueda, y m su masa, será

$\frac{1}{2} m v'^2 =$ cantidad de accion perdida por el agua á su salida.

$\frac{1}{2} m v^2 + P v =$ cantidad de accion comunicada á la rueda.

$\frac{1}{2} m V'^2 = m g (h + a) =$ cantidad de accion gastada por el agua debajo de la rueda

De aquí resulta, $\quad P v = m g (h + a) - m v'^2.$

En esta ecuacion cuanto menor es v' mayor es $P v$, luego cuando $v' = 0$, es decir, cuando el agua sale sin velocidad en direccion horizontal, ó cuando la curva es tangente á la base inferior del cilindro, las cantidades de accion comunicada y total gastada hasta bajo de la rueda son iguales; cuya circunstancia no puede tener lugar si no se verifica tambien que las velocidades superiores sean iguales y directamente opuestas. Esto, sin embargo, no tiene jamás lugar en la práctica.

El ángulo formado por las paletas ó la direccion de su primer elemento con la base superior es de 45° á 50°; y el de la base inferior con la direccion del último elemento varía de 15° á 20°.

808. **Turbinas de presion horizontal de fuerza centrífuga.**

Si llamamos (*fig.* 231) *Fig.* 231.

$\alpha =$ el ángulo del filete $d a$ con el rádio de la rueda,

r, R, los rádios interior y exterior,

v, v', las velocidades por 1″ de las circunferencias respectivas, y H, V la altura de caida y velocidad á ella debida, tendrémos análogamente

$V = \sqrt{2 g H}, \quad a D = V \text{ sen. } \alpha, \quad$ la velocidad relativa $\quad a F = u = V \text{sen.} \alpha - v$

La resultante $\quad a G = \sqrt{V^2 + v^2 - 2 V v \text{ sen. } \alpha} \quad (a)$

La molécula líquida, al llegar al cilindro interior posee en el punto a la fuerza viva $m V^2$, y entra en el cilindro con la $m \overline{aG}^2$. Sobre la rueda ejerce en a la accion expresada por la fuerza viva $m v^2$, y en k la $m v'^2$. La fuerza ganada desde a á k será

$$m \left(v'^2 - v^2 + \overline{aG}^2 \right)$$

Llamando, como antes, V' la velocidad de salida, la fuerza viva que produce $m V'^2$, será igual á la anterior; lo que dá

$$m V'^2 = m \left(v^{3'} - v^2 + \overline{aG}^2 \right)$$

Para el máximo efecto es $V' = v'$, de donde $\overline{a G}^2 = v^2$; luego la ecuacion (a) será $v^2 = V^2 + v^2 - 2 V v \text{sen.} \alpha, \quad$ ó $\quad V (V - 2 v \text{ sen. } \alpha) = 0$: por consiguiente

$$v=\frac{V}{2\,\text{sen.}\,\alpha} \quad \text{y} \quad \text{sen.}\,\alpha=\frac{V}{2v}$$

La condicion $V'=v'$, para que la velocidad relativa de salida fuese nula, no puede verificarse nunca; pues sería preciso que el último elemento de la curva fuese tangente á la circunferencia exterior, y esto exigiría que la vena fluida se redujese á una lámina infinitamente delgada.

En la práctica el ángulo que forman entre si las tangentes kc' y kd' llega de 15° á 25°.

El efecto útil que resulta por esta disposicion viene á ser de 0,90 á 0,97 de la fuerza del motor, resultando 0,10 á 0,03 de pérdida.

Segun los experimentos de M. Morin el efecto útil de las turbinas de Fourneyron es de 0,70 Π H á 0,80 Π H.

Para que el ángulo α sea el mayor posible y que el agua no sufra detencion alguna, es menester que la velocidad de la circunferencia exterior sea por lo menos 0,58 de la del agua, ó que se tenga $v=0{,}58\,V$.

Orificios de salida del agua. La separacion entre las paletas del orificio de salida se mide por la menor distancia que media de la concavidad á la convexidad de dos consecutivas. Y como á causa de la fuerza centrífuga la velocidad es creciente, resultando mayor á la salida que á la entrada de la rueda, la seccion exterior de los cajones deberá ser menor que la interior para un gasto igual en razon inversa de las velocidades.

Si á mas de las notaciones anteriores llamamos φ la velocidad angular de la rueda, ó la velocidad por 1″ de un punto que se mueva sobre una circunferencia cuyo rádio sea la unidad, se tendrá

$$v=\varphi r \quad \text{y} \quad v'=\varphi R$$

La velocidad de salida del agua será

$$V'=\sqrt{V^2+\varphi^2 R^2-2V\,\text{sen.}\,\alpha\,\varphi r}$$

Siendo n el número de vueltas que la rueda hace por 1′, será

$$\varphi=\frac{2\pi n}{60}=\frac{\pi n}{30}, \quad \text{y} \quad R=\frac{r}{m}$$

(m= coeficiente comprendido entre 0,70 y 0,83.) Sustituyendo, se tiene

$$V'=\sqrt{V^2+\frac{\pi^2 n^2 r^2}{30^2 m^2}-V\,\text{sen.}\,\alpha\frac{\pi r n}{30}}$$

Para que el gasto por los orificios interiores y exteriores sea el mismo, se deberá hacer

$$S\,V=S'\,V' \quad \text{ó} \quad \frac{S}{S'}=\frac{V'}{V}$$

(S, S' sumas de las superficies de los orificios de entrada y salida). Siendo una la altura a de los orificios, sus distancias E y las exteriores e estarán en igual relacion que sus áreas; por lo que

$$\frac{E}{e}=\frac{V'}{V}, \quad \text{de donde} \quad e=\frac{E\times V}{V'}$$

209. Dimensiones de una turbina centrífuga.

Conservemos las notaciones anteriores, y llamemos, además, d y D los diámetros interior y exterior de la turbina, Q el gasto de agua en metros cúbicos por 1″, y Π su peso en kilógramos.

Segun las esperiencias de Morin con turbinas de Fourneyron parece que

cuando la compuerta no está levantada mas que á los $\frac{2}{3}$ de la altura a del orificio, el coeficiente de contraccion es en término medio 0,83. Pero el gasto disminuye cuando se amortigua el movimiento de la turbina y el orificio de salida tiene de altura la de la rueda. Por esta razon conviene reducir á 0,70 el expresado coeficiente, que es el mínimo á que aun no alcanza la siguiente tabla de experimentos de Morin, para tener una rueda capaz de dar salida al volúmen exigido.

Número de vueltas de la rueda por 1'.	VALORES DEL COEFICIENTE DE CONTRACCION para las alturas de salida que deja la compuerta expresadas por los números siguientes:				OBSERVACIONES.
	$0^m,9$	$0^m,15$	$0^m,20$	$0^m,27$	
40	0,905	0,822	«	»	Estos resultados son deducidos de los experimentos de M. Morin sobre una turbina hidráulica establecída en Mulbach cuya altura de caida era de $3^m,5$. Tiene cerca de 2^m de diámetro, y su fuerza media es de 45 caballos.
50	0,945	0,862	0,728	»	
60	0,975	0,900	0,743	»	
70	0,995	0,930	0,762	0,706	
80	»	0,953	0,784	0,720	
90	«	0,968	0,812	0,746	
100	«	0,980	0,840	0,767	

En todo caso la superficie de la seccion de los orificios será

$$S = \frac{Q}{m\,V}.$$

La suma de la seccion de los orificios de salida debe ser mucho menor que la de los de entrada, como hemos ya anotado, para que , descendiendo el agua con mas lentitud, sea mayor la presion y mas regular el movimiento. Se hará tambien la altura de las paletas un poco mayor que la máxima abertura de la compuerta, para estar seguros de que no hay filete alguno cuya accion no se ejerza sobre la rueda antes de su salida.

Segun esto, el número de paletas curvas que se deben emplear es el que se determina por la division que se haria del círculo interior de la rueda en partes próximamente iguales á la altura de las mismas paletas; y seria $= \frac{2\pi r}{a}$.

El número de las curvas conductrices, puestas en el plato fijo, ó fundidas con él, es la mitad del de las paletas cuando estas llegan de 18 á 24 y el $\frac{1}{3}$ cuando pasasen de 24. Se colocan, además, por cada dos ó tres paletas cilíndricas (segun su separacion mas ó menos considerable) otra media curva conductriz, como se vé en la figura, sujeta ó fundida al cilindro fijo como todas las otras.

Para la anchura de los orificios se toma la menor distancia entre la extremidad de una curva conductriz y la convexidad de la siguiente. Multiplicando despues por el número de todos ellos se tiene la anchura total. Su expresion bastante exacta es $1,4\,d$, y la superficie correspondiente de salida

$$S = 1,4\,d \times a.$$

La superficie de entrada de la rueda debe ser 4 veces mayor; por lo que

$$0,785\,d^2 = 4 \times 1,4\,d\,a = 5,6\,d\,a$$

de donde $a = 0,14\,d =$ altura de los orificios de la rueda. Tenemos tambien $S = \frac{Q}{m\,V}$

luego $\frac{Q}{m\,V} = 1,4\,d\,a$; de todo lo cual se saca, $Q = 0,196\,d^2\,m\,V$

y $$d=\sqrt{\frac{Q}{0,196\,m\,V}}.$$

El diámetro exterior para una rueda de 2^m debe ser $\frac{100}{70}\,d$, y para los mayores $\frac{100}{85}\,d$ á $\frac{100}{83}\,d$.

La altura máxima á que debe levantarse la compuerta es

$$a'=0,14\,d.$$

Los efectos de esta clase de turbinas son muy próximamente iguales, estén ó no sumergidas.

810. **Aplicacion.**

Propongámonos establecer una turbina hidráulica-centrífuga, cuyo gasto sea $Q=1^{m^3},5$ por $1''$ y 4^m la altura de caida. Se tendrá para un punto cuya gravedad sea $g=9^m,8$

$$V=\sqrt{2gH}=\sqrt{19,6\times4}=8^m,86 \qquad S=\frac{Q}{m\,V}=\frac{1,5}{0,70\times8,86}=0^{m^3},242$$

$$d=\sqrt{\frac{Q}{0,196\times0,70\times8,86}}=1^m,107 \qquad D=\frac{100}{80}\,d=\frac{110,7}{80}=1^m,384$$

$$a=0,14\,d=0^m,155.$$

Siendo la velocidad mínima de la turbina 0,58 de la del agua, resulta $v=7,58\,V=0,58\times8,86=5^m,139.$

La circunferencia correspondiente al diámetro interior es $2\pi r=3^m,48$. El número de vueltas de la rueda por $1'$ será

$$n=\frac{v\times60}{2\pi r}=\frac{5^m,139\times60}{3^m,48}=88 \text{ vueltas próximamente.}$$

Si quisiéramos regularizar la velocidad de la rueda de modo que diese 115 vueltas por minuto, haríamos

$115=\dfrac{v\times60}{3,48}$, de donde $v=6^m,67$ ó 0,75 de la del agua. Seria entónces

$$\text{sen.}\,\alpha=\frac{V}{2v}=\frac{8,86}{2\times0,75\times8,86}=\frac{1}{1,5}=0,666 \quad \text{y}\ \alpha=41^\circ45'.$$

La velocidad de salida es

$$V'=\sqrt{V^2+\frac{\pi^2n^2r^2}{30^2m^2}-2\,V\,\text{sen.}\,\alpha\,\frac{\pi n r}{30}}=$$

$$=\sqrt{8,86^2+\frac{\pi^2n^2r^2}{30^2}\times\frac{1}{0,70^2}-2\times8,86\times0,666\times\frac{3,1416\times115\times\frac{1}{2}1,107}{30}}$$

$$V'=\sqrt{78,5+90,57-78,64}=9^m,51.$$

Número de paletas $=\dfrac{2\pi r}{a}=\dfrac{3,4777}{0,155}=22,44$ ó 22, repartiendo entre sus espacios el correspondiente á 0,44.

Número de las conductrices $=\dfrac{22}{2}=11.$

El orificio de salida tiene de ancho $\quad e=\dfrac{E\,V}{V'}=\dfrac{0,155\times8,86}{9,51}=0^m,144.$

El efecto útil es, tomando el término medio entre $0,70\,\Pi\,H$ y $0,80\,\Pi\,H$,

$0,75\,\Pi H=0,75\times1500^k\times4=4500^{km}=\dfrac{1500}{75}=60$ caballos de vapor.

La relacion del efecto útil de una turbina al efecto total gastado ó cantidad de accion del motor, disminuye á medida que se aminora la altura de los orificios de

salida, como lo confirma la siguiente tabla de los experimentos de Morin anteriormente citados.

ELEVACION de la compuerta.	ALTURA de caida.	GASTO por segundo.	NÚMERO de vueltas por minuto.	RELACION de la cantidad de accion de la turbina á la del motor, ó sea efecto útil.
m	m.	met.° cub.°		
0,27	3,39	2,44	61,50	0,793
0,20	3,34	1,87	58.00	0,709
0,15	3.04	1,57	58.25	0,693
0,09	3,21	1,07	61,60	0,392
0,05	3,58	0,62	60,00	0,238

811. Trazado geométrico de la rueda.

Dividida la circunferencia exterior (*fig.* 231) en tantas partes iguales como sean las paletas curvas, se formarán los ángulos $\beta = 15°$ á $25°$, y se trazarán los arcos *Fig.* 231.
mn.... desde los puntos k, k'.... con el rádio $e = \frac{EV}{V'}$; á cuyos vértices deben ser tangentes las paletas al propio tiempo que á las líneas ke', $k'e''$..... Tirando despues el rádio prolongado k'R perpendicular á $k'e''$, y tomando en él por tanteo Cl = á la tangente Ca, se trazará el arco al, tangente al mn y normal al interior de la rueda. Unido el punto l con el k por medio de una línea curva, que parezca prolongacion de la al, se tendrá la proyeccion horizontal de la paleta. Se facilita mucho la operacion de la traza de esta y demás paletas observando que todos los puntos $e'e''$..., R..., l.... se hallan en circunferencias de círculos de los rádios Oe''.... perpendicular este á la tangente $k'e''$; el OR perpendicular tambien á la prolongacion del rádio $k'l$, y OC correspondiente al primer centro C hallado de las paletas.

Para las conductrices se formará el ángulo α de 36° á 45°, ó el que dé la fórmula sen. $\alpha = \frac{V}{2v}$, y se tirará la Od haciendo aOd = Oad. Se toma luego ab = Oe y desde el centro c, punto de encuentro de las perpendiculares bc, e á las ad y do; se traza el arco eb que con la parte ba, recta ó curva, representará la proyeccion horizontal de la conductriz.

812. A medida que aumenta la velocidad aumenta tambien el gasto: y cuando los orificios de salida han sido calculados en una turbina para una sola altura de caida y para la velocidad correspondiente al máximo efecto útil, resulta, que si por disminuir la resistencia, aumenta, como es consiguiente, la velocidad, el gasto de agua vendrá á ser insuficiente á no disminuir la superficie de los orificios. Con este objeto coloca Fourneyron uno ó dos tabiques horizontales dentro de la corona de la rueda, dividiendo su capacidad en 2 ó 3 secciones, d, d', d'' (*fig.* 232) segun la variacion de gasto ó trabajo presumido, para lo que bajará hasta *Fig.* 232.
ellas la compuerta circular. De este modo se obtiene el máximo efecto útil en varias circunstancias, haciendo que la velocidad sea la misma ó próximamente igual en todas ellas.

813. Las ventajas de esta turbina son: 1.ª El poder funcionar bajo el agua á profundidades de 1^m, á $1^m,5$ sin notable disminucion en la relacion del efecto útil á la cantidad de accion del motor: 2.ª el convenir á todas las caidas, grandes y

chicas: 3.ª el trasmitir un efecto útil=0,70 á 0,75 del motor, que es el que viene á dar la mejor de las ruedas verticales: 4.ª poder trabajar con diferentes velocidades de la que corresponde al máximo: 5.ª, además ocupa poco lugar y se monta con suma facilidad en cualquiera sitio de la fábrica ó ingenio: por todo lo cual, esta rueda es, como agente hidráulico, de los mejores ó el mejor de los explicados.

Hay sin embargo, en esta como en todas las demás turbinas, la desventaja en la distribucion del agua, de modo que no resulta por la mas apropiada disposicion de vanos, el mayor efecto útil.

Los siguientes detalles corresponden á una turbina de Fourneyron de 50^{cab}. establecida con buen éxito hace 20 años.

Altura de caida	1^m,35
Diámetro interior	2 ,42
Diámetro exterior	2 ,95
Alturas de los cajones de la rueda	0 ,35
Altura de los departamentos	0 ,05
Distancia interior de los cajones	0 ,21
Gasto de la rueda	5^m,3

814. Eleccion de ruedas.

De todas las ruedas verticales son preferibles las de *paletas curvas movidas por debajo* para cuando no hay salto en la corriente, y las de *sobre-lado* para cuando lo hay. Respecto de las horizontales son preferibles las de reaccion; y sobre todas las *turbinas de Fourneyron.*

Cuando las caidas sean superiores á 3^m se deberán emplear ruedas de *cajones ó de sobre-lado.*

Para las caidas de 1^m,5 á 3^m servirán muy bien las *de costado*; á menos que la disminucion de su velocidad exija, para el máximo efecto, no necesitar engranajes.

Para las caidas inferiores á 2^m,5 se emplean ruedas de *paletas curvas.*

Y por fin, servirán bien para estas mismas caidas las ruedas de *paletas planas*, particularmente si se necesita gran velocidad.

Comparando las ruedas verticales con las turbinas resulta, que, atendido el menor precio de las primeras, su sencillez y facilidad para repararlas, podrán preferirse á las turbinas en general; pero á grandes caidas serán preferibles las turbinas.

815. Indicaciones generales para el establecimiento de ruedas hidráulicas.

A fin de disminuir lo posible la contraccion del agua á su salida del depósito, se hará el orificio en la prolongacion del fondo, redondeando las esquinas del canalizo á su union con el depósito.

Los orificios se harán inclinados en la razon de 1 á 1 ó 2, colocándolos cuan cerca se pueda de la rueda.

El área trasversal del canal conductor deberá ser 10 á 12 veces mayor que el orificio en su mayor abertura; y la pendiente del fondo bajo la rueda será $\frac{1}{12}$ ó $\frac{1}{15}$. Para las ruedas de paletas curvas será conveniente hacer al canalizo del fondo un rebajo de 0^m,20 á 0^m,30, ensanchándole desde allí para facilitar la salida del agua. Este rebajo empezará á la distancia de dos espacios consecutivos de las paletas pasado el eje. Y en general, se procurará para todas las ruedas, que empieze la mayor profundidad y ensanche del fondo en el mismo punto ó poco mas allá de aquel en que principia á salir el agua de los cajones; haciendo siempre

porque no haya contra-corriente por causa de las crecidas en el supuesto de que la localidad las hiciese temer.

Si dada la cantidad de accion se quiere determinar el gasto, y por consiguiente el tamaño del orificio, se hará como se explicó para las *almenaras* ó *vertedores* (núm. 713).

El ancho de la rueda debe tener $0^m,05$ mas por uno y otro lado que la base del orificio.

El rádio de las ruedas de paletas se determinará por la consideracion de que no ha de ser menor que la altura total de caida: atendiendo despues al número de vueltas que ha de dar en 1′ segun las circunstancias esenciales de la fábrica. Las paletas distan $0^m,30$ á $0^m,40$ en la circunferencia exterior, siendo esta su altura ó dimension en el sentido del rádio, y á lo mas $0^m,45$ á $0^m,50$.

El rádio de las ruedas de paletas curvas se determina del mismo modo, pudiéndose usar de la fórmula

$$R = 9,459 \frac{v'}{n} \left\{ n = \text{número de vueltas en } 1',\ v' = \text{velocidad de la rueda.} \right.$$

La altura ó carga del orificio, vertical ó inclinado, de la canal para las ruedas de cajones será, para las caidas de

2 á 3^m	$0^m,50$
3 4	$0^m,60$
4 6	$0^m,70$
6 7	$0^m,80$
7 8	$0^m,90$.

La pendiente de esta canal será $\frac{1}{12}$; su longitud $1^m,5$, y el espacio hasta la rueda $0^m,01$. Así, conocida, á mas de estas cantidades, la carga que corresponda, se hallará el diámetro restándolas todas de la profundidad total desde el punto de salida del agua. Puede hallarse directamente por medio de la fórmula

$$R = \frac{h - h'}{1,5} = \frac{H}{1,5}$$

H = altura recorrida por el agua sobre la rueda.

ARTÍCULO II.

Ariete hidráulico.—Bombas.—Tornillo y faja hidráulica.

ARIETE HIDRÁULICO.

816. **Fundamento.**

Esta máquina, inventada y construida en el año de 1792 por M. José Montgolfier, autor de los globos aerostáticos, tiene por objeto elevar el agua á mucha mayor altura de la de caida, sin mas auxilio que la velocidad adquirida por el movimiento del fluido al entrar en el tubo comunicante.

Para bien concebir su efecto basta suponer un tubo recurvo de brazos desiguales, comunicando el de menos altura con un depósito de agua cualquiera. Es evidente que el líquido correrá por ambos brazos segun la cantidad de movimiento ó fuerza impresa por la altura de caida, en virtud de la cual se elevará sobre su nivel en el brazo mayor hasta que se extinga la velocidad adquirida; ó hasta que se restablezca el equilibrio, en cuyo momento quedará el agua á nivel con la del depósito. Pero si antes que llegue este caso cerramos el paso ó impedimos la comunicacion al segundo brazo, quedará sobre el punto en que esto se verifique una cantidad de agua superior en nivel al del depósito. Esto hecho, si por un medio cualquiera reproducimos en el tubo la velocidad que primitivamente adquirió el agua á su entrada en él, y en aquel instante volvemos á restablecer la comunicacion con el segundo brazo, subirá por él nueva cantidad de agua con una fuerza igual á la anterior, que se trasmitirá á la columna que quedó en aquel elevándose á mayor altura. Repetida de este modo la operacion llegará el fluido á una elevacion mas ó menos grande segun sea la fuerza motriz impulsiva de la corriente. Y aunque de una vez á otra irá disminuyendo la altura de subida, puesto que siendo una la fuerza la resistencia es creciente, puede alcanzar aquella á 40 veces y mas la de caida, bien que la pérdida del agua llegue y aun exceda entonces de 0,98.

817. **Descripcion.**

Se compone de tres partes principales, á saber: *el cuerpo de ariete*, que es el
Fig. 233. tubo A A (*fig.* 233); *la cabeza del ariete* B C, *y el tubo de ascension* E F. Generalmente son todas ellas de hierro colado, aunque el tubo de ascension puede serlo de plomo; y las válvulas, de que hablarémos ahora, lo son siempre de cobre ó de laton.

El *cuerpo del ariete* se debe poner un poco inclinado, (si bien esto no es absolutamente preciso), perfectamente apoyado y sujeto para evitar en lo posible las conmociones por efecto de las fuerzas reactivas. Su entrada ó cabeza es embudada para mejor adaptarse al muro ó dique de retenida M; y ante ella hay una verja de hierro ó madera que impida penetrar las malezas que arrastra la corriente. Esta verja debe presentar un claro cinco veces mayor por lo menos que la embocadura del tubo, cuyo diámetro depende de la cantidad de agua gastada, y se puede calcular, segun Eytelwin, por la fórmula

$$d = 0{,}04\sqrt{Q}$$

siendo Q el agua empleada.

La longitud de este tubo se hallará igualmente por la expresion

$$l = L + 2\frac{H}{h}$$

en que L es la longitud del tubo de ascension, y h y H las alturas de ascension y de caida.

La *cabeza del ariete* se compone del resto B del tubo principal ó cuerpo, y del depósito C donde se vá alojando el agua elevada. En la primera parte hay dos válvulas esféricas V V′ de cobre ó laton, generalmente huecas y de dupla densidad que la del agua; cuyo movimiento vertical, entre varillas fijas de estaño ó cobre, es todo el mecanismo de la máquina. Se adaptan á las aberturas ú orificios que se ven en la figura tapándolos y descubriéndolos alternativamente. Estos orificios tienen su concavidad (de rádio poco mayor que el de las respectivas esferas) cubierta de rodajas de cuero ó tela embreada. Se llama de *detencion* la válvula V por donde sale el agua perdida, y de *ascension* la V′ por donde se eleva. La primera se colocará, como aconseja Eytelwin, próxima al depósito de aire para su mejor efecto.

Cuando los arietes son grandes es preferible sustituir el orificio de salida por varios orificios iguales al de ascension, que segun Montgolfier (hijo) pueden ser siete, lo que exige otras tantas válvulas del mismo tamaño: pero en uno ú otro caso es conveniente que el área total del orificio sea un poco mayor que la trasversal del tubo principal.

En v hay otra válvula que se abre de fuera á dentro para renovar el aire que se aloja en a y vá consumiendo el agua elevada: este pequeño espacio, llamado *acolchado de aire*, es una de las fuerzas reactivas que, impulsando el agua, la obligan á abrir la válvula de ascension y pasar al depósito C, en el cual queda otro espacio a' de aire, por cuya elasticidad viene á ser casi contínuo el chorro que sale por el tubo de ascension. Este puede ser desde luego vertical, ó caminar en cualquiera direccion; pero es conveniente llevarle enterrado uno ó dos piés hasta el punto de la salida del agua, y que tenga los menos recodos posibles: su diámetro debe ser la mitad del correspondiente al cuerpo del ariete.

Por fin, una bóveda R cubre el todo de la cabeza, y desde su fondo marcha el agua perdida por un tubo T.

818. **Juego de la máquina.**

Entendida la construccion de esta máquina, veamos como obra el agua en ella y como se eleva por su propia accion. Al entrar en el cuerpo A A, lo hace con una velocidad dependiente de la altura de caida: sale por el orificio V cierta cantidad hasta que el fluido adquiere toda la velocidad debida á la carga, obligando á levantar la válvula de detencion que cierra el orificio. En este instante se comprimen todas las partes del ariete y es cuando se nota, queriendo ceder el material á su elasticidad, una violenta vibracion ó choque, por la presion que sufre el agua, que tiende á hacer caminar la máquina hácia adelante con una fuerza de reaccion igual á la cantidad de movimiento de la columna fluida, ó sea á la fuerza viva, ó bien al producto de su masa en movimiento por el cuadrado de su velocidad: fuerza que se empleará en hacer subir la válvula V′ de ascension y pasar una cantidad de agua al depósito C proporcional á la violencia del choque. Concluido este efecto, la válvula V′ cae por su propio peso, como sucede igualmente á la V; cerrando la primera y abriendo la segunda sus respectivos orificios para repetirse iguales fenómenos.

Cada intérvalo de tiempo ó cada pulsacion, llamada *golpe de ariete*, que media desde el instante en que cae la válvula de detencion hasta que se cierra la de ascension, suele durar un segundo; bien que esto dependa de la altura y longitud del tubo ascensional y peso de las válvulas.

819. Se ha observado que si para un tubo de ascension de tres metros se

necesitan dos golpes de ariete para que el agua llegue á la altura de su salida; para una elevacion doble serian menester 8 arietazos; 17 para una triple, &. Por manera que es siempre ventajosa la menor longitud del tubo, ó bien que esta se halle en razon inversa del agua elevada.

820. **Agua elevada. Efecto útil.**

Para hallar el efecto útil de esta máquina, si llamamos x la cantidad de agua elevada ó que se puede elevar en la unidad de tiempo, y Q el gasto, H la altura de caida ó diferencia de nivel entre la superficie del depósito y orificio de salida correspondiente á la válvula de detencion, y h la altura de ascension, se tiene, segun Montgolfier, la cantidad de accion total $\Pi\, Q\, H^{km}$, la utilizada $\Pi\, x\, h^{km}$, y además

$x = \frac{2}{3} \cdot \frac{QH}{h}$; y el rendimiento ó el efecto útil $\frac{xh}{QH} = \frac{2}{3}$

Segun Daubuisson el rendimiento de un ariete es

$$x = 1{,}42 - 0{,}28 \sqrt{\frac{h}{H}}$$

Estas fórmulas las dan segun Morin

$$x = o,\ 258 \sqrt{12{,}80 - \frac{h}{H}}$$

siempre que la relacion $\frac{h}{H}$ no pase de 11, pues mas allá de este número el rendimiento es escaso y bastante menor que el producido por las bombas.

Fórmula que dá resultados muy próximos á los experimentados en los diferentes arietes construidos.

Tomando por unidad el agua que suministra el ariete resulta, que para una altura de ascension igual á la de caida, es el agua elevada $x = 0{,}667$; y para una altura 40 veces mayor, $x = 0{,}017$, y la pérdida $= 0{,}983$, como ya se dijo.

La siguiente tabla expresa la ley que siguen las cantidades de agua elevadas y perdidas y el efecto útil en diversos arietes experimentados por M. Brunacci, para los que es una la caida del agua $= 1^m{,}172$, siendo igualmente para todos ellos $0^m{,}1$ el diámetro del cuerpo, $0^m{,}0028$ el del tubo de ascension, $0^m{,}29$ el de depósito de aire, y $1^m{,}02$ su altura.

LONGITUD del tubo horizontal.	ALTURA del tubo vertical tomada sobre la válvula. H	GOLPES de ariete en una hora.	AGUA elevada en una hora.	AGUA perdida en una hora.	EFECTO útil.	RELACION de la altura á que se eleva el agua con la de caida.
m.	m.		m.s	m.s		
16,615	13,430	1384,61	0,746100	15,169735	0,537	11,46
	10,956	1636,36	1,095962	15,188434	0,629	9,35
	7,860	1756,09	1,617255	15,498154	0,634	6,71
	4,678	1894,74	2,532984	14,991862	0,577	3,99
7,936	13,430	2057,14	0,482457	12,990201	0,410	11,46
	10,956	2117.65	0,790737	13,533376	0,516	9,35
	7,860	2250,00	1,224369	13,694490	0,551	6,71
	4,678	2271,43	2,174988	13,694490	0,547	3,99
4,218	13,430	3130,44	0,291114	13,332424	0,244	11,46
	10,956	3428,57	0,521694	14,085718	0,334	9,35
	7,860	3428,57	0,776767	14,085718	0,351	6,71
	4,678	3600,00	1,487732	14,242269	0,373	3,99

TABLA de las dimensiones y efectos de algunos arietes existentes de fundicion de fierro.

CUERPO del ariete.		ESPESOR.	TUBO de ascension.		CAIDA.	ALTURA á que se eleva el agua.	PRODUCTOS en un minuto.		CANTIDAD de accion en 1′		EFECTO UTIL.	Relacion de la altura de ascension á la de caida.
Longitud	Diámetro.		Longitud.	Diámetro.			Del depósito.	Del ariete.	De la fuente ó depósito.	Del ariete.		
m	m	m	m	m	m	m	lit.	lit.	k m	k m		
32,5	0,054		227	«	10,6	34,1	84	17	890,4	579,7	0,651	3,217
8,0	0,203		«	«	0,979	4,55	1988	269	1945,27	1223,95	0,629	4,648
23,0	0,027		420	0,014	7,00	60,00	12,4	0,972	86,8	58,32	0,67	8,571
33,0	0,11	0,014	«	«	11,37	59,44	140	17,5	1591,8	1040,2	0,653	8,228

En la práctica es preferible poner dos ó mas arietes cuando la altura sea considerable, pues se eleva y utiliza mas cantidad de agua con menos costo.

822. Comparando el ariete con una bomba movida por una rueda hidráulica, ofrece, segun Mongolfier, una ventaja en economía de fuerza motriz y costo de plantificacion y sostenimiento expresada por 50 á 60 por 100 en toda corriente que dé producto menor de $1^{m3},5$ en 1′. Los dos sistemas ofrecen iguales resultados para corrientes cuya fuerza motriz esté entre $1^{m3},55$ y 16^{m3}; y solo cuando exceda de esta última cantidad podrán preferirse las bombas. Pero en todos casos estará la ventaja por los arietes cuando la altura de caida exceda de 8^{m}.

823. Vallejo propone algunas modificaciones que pueden ser atendibles y que se ven en la figura 234. *Fig.* 234.

Suprime desde luego el depósito de aire como innecesario cuando solo se trata de elevar agua y no formar un chorro contínuo; pero conserva el acolchado de aire *a*. El tubo de ascension le hace vertical y de mayor diámetro para evitar las resistencias por los recodos y rozamientos que tanto disminuyen la velocidad del agua. Pone sobre la válvula de ascension, á la altura del nivel del depósito ó á menos de una presion atmosférica sobre él, otra válvula *v′* de densidad igual á la del agua, para que no se emplee fuerza alguna en levantarla. Tiene esto la ventaja de no gravitar sobre la válvula de ascension tanto peso al descender la columna de agua, y, por consiguiente, ser menos la que pase por el orificio correspondiente á dicha válvula al tiempo de descender el fluido, antes de finalizar el golpe de ariete. Por último, coloca una segunda válvula plana sobre la de detencion.

824. BOMBAS DE ÉMBOLO Y CENTRÍFUGAS.

Aspirante, impelente, compuesta.

Todas las bombas de émbolo se reducen á estas tres clases, aspirante (*fig.* 236), *Fig.* 236.
impelente (*fig.* 237) y aspirante-impelente compuesta de estas dos (*fig.* 235). *Fig.* 237.
Las primeras son de simple efecto y de doble la tercera. La diferencia que hay 235.
de la aspirante á la impelente es la de llevar el émbolo su válvula, sobre la que pasa el agua; mientras que en la impelente es sólido aquel, haciendo salir el fluido por el tubo lateral. De la impelente á la compuesta no hay mas diferencia

que tener la primera á flor de agua las válvulas del cuerpo y caño lateral, y la segunda, como en la aspirante, á cierta distancia de la superficie ó nivel del depósito: distancia que debe ser menor que 37 piés = $10^m,3$ ó una atmósfera, puesto que la presion atmoférica no equilibra mas que una columna de agua de aquella altura. Así, por mas que se hiciese el vacío en el cuerpo de bomba, el agua no pasaria de los 37 piés ó $10^m,3$ desde la superficie del depósito. En la práctica se coloca á menor distancia por las pérdidas consiguientes á los rozamientos, imperfeccion del vacío, &, siendo de 8^m á $8^m,5$ la media máxima, y la altura de la columna de agua que se ele v a $5^m,5$ á ^{m}.

Fig. 238. 825. La *bomba de incendios* (*fig.* 238) es de doble efecto: se compone de dos cuerpos y en medio un depósito de aire D, cuya capacidad debe ser unas 23 veces mayor que el espacio corrido por los émbolos en los cuerpos de bomba para que el chorro sea contínuo. Todo ello está sujeto á un cajon de cobre ó fierro de poco peso (montado en un carrito) donde se echa el agua que aspiran alternativamente uno y otro cuerpo de bomba. Para cuando la máquina se coloca cerca de un rio, estanque, pozo, &, es conveniente adaptar una manga atraente al cuerpo de bomba, evitándose así la pérdida de tiempo é incomodidades que suele haber hasta tener la suficiente agua para el servicio de los fuegos.

826. **Agua elevada.**

La cantidad de agua que elevará una bomba se gradua por el número de golpes de émbolo en un tiempo determinado, sabiendo el volúmen del cilindro recorrido por cada golpe. Siendo m el coeficiente del gasto, $s\ v$ la seccion y velocidad de la válvula y agua en el punto mas elevado, y $s'\ v'$ la seccion y velocidad del émbolo, se tiene $m\ s\ v = s'\ v'$. La velocidad v con que el agua entra en el cuerpo de bomba es

$$v = \sqrt{2g\,(p-h)}$$

Siendo p la presion atmosférica dada en altura de agua y h la altura del émbolo sobre el nivel del depósito ó pozo.

Con bombas bien construidas llega el efecto útil de 0,70 á 0,75 del trabajo motor; ó el volúmen engendrado por el émbolo menos 0,04 á 0,06, y aun 0,02 si la bomba es ordinaria y mal entretenida. Con las bombas de Letestu, Denizot, Delpech y Nillus, se ha obtenido 0,93 para la relacion entre el volúmen engendrado por el émbolo y el del agua elevada, y 0,35 á 0,40 ó 0,50 á 0,70 de rendimientos cuando el agua ha sido elevada de 3^m á 5^m y sacada por las bombas de agotamientos de 1^m á $1^m,5$ de profundidad.

Las bombas de doble efecto elevatorias de agua en las ciudades tienen el rendimiento antedicho de 0,70 á 0,75.

Las de agotamiento de minas elevan el agua de una sola vez ó por trayectos de 30^m á 60^m, disponiendo las bombas escalonadas. El cuerpo de bomba es de $2^m,6$ diámetro y $2^m,86$ la carrera del émbolo. Se mueven siempre con máquinas de vapor.

El curso del émbolo para las bombas movidas á brazo es de $0^m,3$; y para las movidas por máquina 1^m á $1^m,2$ y aun $2^m,3$. La velocidad por $1''$ puede ser de $0^m,3$ á $0^m,4$ pero conviene no pase de $0^m,16$ á $0^m,24$.

827. **Fuerza necesaria para vencer las resistencias.**

El esfuerzo que se necesita para vencer todas las resistencias es igual, en la bomba aspirante, al que sería menester para elevar una columna de agua de base igual al cuerpo de bomba, y altura la del nivel del depósito al orificio de salida, teniendo en cuenta los rozamientos. En la compuesta hay que agregar el esfuerzo necesario para hacer subir por el tubo lateral el agua comprendida en el cuerpo

de bomba: esfuerzo igual al peso de una columna de la base del émbolo y altura del tubo de salida.

828. **Bombas Letestu.**

Creo de interés dar la siguiente noticia sobre la tarifa especial de las bombas aspirantes de agotamiento, movibles ó fijas, inventadas y construidas por M. Letestu en París, rue du Temple, núm, 118.

Estas bombas, generalmente de doble efecto y de palastro, que pueden aspirar hasta 9 y 10^m de profundidad, y cuyos diámetros de los cuerpos llegan á $0^m,40$ $0^m,60$ y aun mayores, pueden manejarse por un motor proporcionado á su dimension, ya sea una máquina de vapor, una rueda hidráulica ó caballería, ó bien á brazo del hombre. Las de la última especie han sido modificadas por el autor y apropiadas al servicio de los grandes trabajos de desagües en las construcciones de puentes, caminos, fábricas, y otras diferentes obras hidráulicas, en el órden que á continuacion se expresa

NÚMERO 1.

El efecto útil de esta bomba por minuto, manejada con tres hombres por cada 1^m de altura es de 500 á 650 kil. de agua en 13 golpes de émbolo. Manejada por 4 hombres para una altura de aspiracino de $1^m,4$ produce segun experimento del comandante Cerero, 913 kil. en 1′, comunicando al émbolo una velocidad de $0^m,18$ por 1″ y á las barras de maniobra $0^m,96$. Empleando 6 hombres el producto es de $1^{m3}3$ por minuto, que dividido por los 12 hombres de las dos secciones corresponden 157^k por cada uno ó 57 por 100 de la fuerza motriz. La velocidad del émbolo llegaba á $0^m,3$ y la de las barras á $1^m,63$. La fatiga en este caso es grande. El mayor efecto útil que se debe obtener es el de 50 por 100. Se compone y cuesta:

	francos.
1.° De dos cuerpos unidos de $0^m,40$ de diámetro, dispuestos sobre una meseta de madera de encina pintada; una balanza de hierro, dos palancas de maniobra, tambien de hierro, y una llave	1250
2.° De un tubo aspirante de 3^m de largo y 0^m16 de diámetro, de palastro galvanizado y pulimentado, montado sobre fundicion galvanizada por medio de pasadores ó pernos articulados. (Este tubo ha sido experimentado en la prensa hidráulica)	120
3.° De otro tubo aspirante de igual longitud y diámetro; compuesto de dos capas de cuero, la interior moldeada sobre anillos roblonados de hierro galvanizado, igualmente dispuesto y ensayado que el anterior	270
4.° De un recodo de cobre provisto de un tubo de 1^m para la aspiracion horizontal...	80
5.° De una guarnicion de palastro galvanizado, armada de un crucero de hierro, y provista de un recodo de fundicion para fijarla á los tubos por medio de pernos articulados........	30
TOTAL........	1750

Á lo que se debe agregar 25 fr. por la caja y embalage y un tanto por ciento de conduccion.

NÚMERO 2.

El efecto útil de esta bomba por minuto y 3 hombres por cada 2^m de altura, es de 250 á 300 litros de agua.

Se compone y cuesta:

1.° De dos cuerpos unidos y dispuestos como en la anterior, de 0^m25 de diámetro....	852
2.° De un tubo aspirante de palastro galvanizado de 0^m10 de diámetro, con iguales detalles que en la anterior	64
3.° De otro tubo aspirante de 3^m de largo y 0^m10 de diámetro, siendo de cuero doble en 2 de estos 3 metros de longitud, *id*........	141
4.° De una guarnicion idéntica á la de la anterior	20
	fr. 1077
Caja y embalaje	23

NÚMERO 3.

Efecto útil, á razon de un hombre por $2^m = 100$ lit. en 1'.

Se compone y cuesta:

1.° De dos cuerpos de 0^m14 de diámetro, *id.*, *id.* ...	547
2.° De un tubo aspirante de palastro galvanizado, de 0^m06 de diámetro, *id.*, *id.* ...	60
3.° De un tubo aspirante de 3^m y 0^m06 de diámetro; de que 2^m son de goma elástica, y lo demás como en las anteriores ...	103
4.° De una guarnicion de palastro galvanizado, *id.*, *id.* ...	25
	fr. 735
Caja y embalaje ...	20

En caso de pedirse tubos suplementarios, se pueden obtener de 3^m de longitud á igual precio del marcado en cada número.

Se construyen asimismo bombas de mayor ó menor fuerza que las indicadas, atraentes impelentes, ó aspirante-impelentes, en cuyo caso basta remitir al constructor un dibujo á escala ó acotado.

Cuando se deba extraer el agua con bomba fija á mayor profundidad que 8^m se deberá separar de la meseta el cuerpo de bomba para poderla descender y fijar en el pozo. En este caso aumenta el precio de cada bomba 100 fr. y 5 fr. mas por metro de varillas con planchas de union. Aumentará igualmente el precio 235 fr. en el supuesto de preferirse al balancin un volante con bastidor de fundicion.

TARIFA
de las bombas portátiles de fundicion.

DIÁMETRO DEL TUBO DE ASPIRACION. Bomba atraente ó impelente sobre meseta horizontal con balancin.	PRECIO EN FRANCOS.					
	De la bomba completa.	De 1^m de tubo aspirante de goma.	De 1^m de tubo aspirante de palastro.	Del recodo completo de cobre.	De la guarnicion con ½ recodo.	De 1^m de tubo impelente de tela.
De $0^m,08$.	150	21	10	8	15	1,75
De $0^m,10$.	200	25	12,50	15	20	2,25
De $0^m,12$.	220	25	12,50	25	20	2,25
De $0^m,14$.	300	35	13,50	20	24	2,50
De $0^m,16$.	350	40	20	25	25	3

Bombas fijas.

	PRECIO EN FRANCOS.				Efecto útil por minuto.
	De la bomba completa.	De la válvula de pié.	De 1^m de tubo aspirante é impelente.		
			De plomo.	De cobre.	litros.
De $0^m,08$.	150	30	13	18	30,575
De $0^m,10$.	200	40	14,50	22	32,700
De $0^m,12$.	220	40	14,50	22	48,500
De $0^m,14$.	300	50	17,50	24	63,165
De $0^m,16$.	850	80	30	31	86,200

Se sabe que, segun los experimentos del Comandante Cerero, acordes con los mas acreditados, los dos últimos números de esta tabla son excesivos.

829. Las demás bombas de Nillus, Delpech y Denizot, apenas difieren en su efecto útil de las de Letestu; son mas delicadas, especialmente la Delpech, y no prestan la sencillez de órganos que dificulta las descomposiciones en las de Letestu, y además se instalan, inspeccionan y limpian con menos facilidad.

830. Las **bombas centrífugas** no son mas que ventiladores de eje horizontal, en cuya construccion solo existe la diferencia que exige el ser de agua en vez de aire la corriente que se produce. Se compone de un tambor hueco con un eje horizontal que lleva unas paletas, generalmente curvas, que ocupan todo el espacio interior, y que en su movimiento de rotacion arrastra el aire ó agua que contenga; y como en el movimiento producido tenderá el fluido á comprimirse en la circunferencia y dilatarse en el centro del tambor, si se adaptan dos tubos en estos sitios, el del centro que comunique con el agua que se quiere aspirar y el de la circunferencia en direccion de la tangente, se verificará el fenómeno de la admision y emision del agua del propio modo que en una bomba aspirante-impelente.

De los experimentos del General Morin, hechos con la centrífuga de Appold, dedujo para el rádio exterior del tambor de gasto Q (Cerero, Máquinas elevatorias 1865.)

$$R=\sqrt{\frac{Q}{1{,}465\sqrt{Qgh}}}$$

El rádio de los orificios centrales de admision $r=\frac{1}{2}R$ y la anchura de la rueda en sentido del eje

$$a=0{,}55\ R$$

La velocidad de la circunferencia correspondiente al máximo efecto útil

$$v=\frac{1}{0{,}806}\sqrt{2gh}$$

Número de vueltas de la rueda por 1′

$$N=11{,}85\frac{\sqrt{2gh}}{R}$$

Por experimentos verificados con diversas bombas cuyos diámetros crecian de $0^m{,}22$ á 0^m9, siendo los respectivos de los tubos de emision y absorcion de $0^m{,}15$ á 0,8 y $0^m{,}17$ á $0^m{,}9$ y la fuerza dada en caballos para elevar 1^{m3} á 1^m, el efecto útil llegaba de 0,60 á 0,70, como en las buenas bombas aspirantes. Comparadas las de paletas curvas con las rectas el efecto útil era mayor en las primeras en cantidad considerable, pues llegaba á mas del doble que el producido por las segundas.

El número de vueltas que estas bombas han de dar para empezar á producir algun efecto es el de 300, y para el mayor útil de 500 á 900. Así, para aplicar la fuerza del hombre con fruto, el cual solo puede dar 30 vueltas á la rueda, (aplicándose á una manivela de $0^m{,}28$ á $0^m{,}30$ de rádio) es menester que esta rueda motriz tenga un diámetro 20 ó 30 veces mayor que el de la polea del eje; consiguiéndose el mejor efecto si dichos diámetros son de 2^m y 0^m08. El resultado viene á ser próximamente el mismo que el que dan las bombas aspirantes, si bien cuestan estas algo mas baratas.

Fig. 239 240 **831. Tornillo hidráulico** (*fig.* 239, 240).

El *tornillo hidráulico* ó *vis de Arquímedes*, se usa con ventaja para elevar el agua de un depósito.

Para comprender bien el efecto de esta máquina, supongámosla dispuesta con una inclinacion algo sensible, como representa la figura. Si introducimos un cuerpo por la embocadura *a*, resbalará por el plano inclinado *a b*, quedando poco despues en reposo en el punto *b*. Como los *a* y *c* están mas elevados que el *b*, claro es que el cuerpo situado en el último no puede pasar á aquellos sin ascender: pero si damos al tornillo media vuelta, haciendo que el punto *a* tienda al descenso, el punto *b* quedará superior á los *a* y *c*, siguiendo el cuerpo en el movimiento los diferentes puntos de la parte de espiral *b c* hasta llegar á *c*. Continuando la rotacion, llegaría el cuerpo establecido en *b* á colocarse por cada vuelta completa en los puntos *b' b''* &, resbalando sucesivamente por los diferentes planos inclinados que en su movimiento le ofrecería la rosca.

Lo que se dice de un cuerpo cualquiera se entiende de la cantidad de agua que puede penetrar por *a*. Así, sumergido el extremo inferior en un pozo ó estanque, y dado el movimiento de rotacion al tornillo, subirá el agua por todas las espiras impulsada por la gravedad y presion de unas á otras.

Los tornillos que actualmente se usan tienen de diámetro $\frac{1}{12}$ de su longitud, la inclinacion de sus espiras con el eje es de 67° á 70° y el número de espacios espirales se ha reducido á tres. El núcleo de la máquina tiene de diámetro $\frac{1}{3}$ del de la caja evolvente.

La inclinacion mas favorable del tornillo es de 30° á 45° con el horizonte. Puede moverse usando de cualquiera mecanismo. Cuando se emplean hombres para ello aplicados directamente á una cigüeña, deben disponerse de 5 á 6 en número, que se relevan cada cuarto de hora. En este caso dará 30 vueltas en 1' produciendo $11^{m^3},5$ elevados á 1^{m} por cada hora y por cada hombre. La cantidad de agua elevada al dia varia en razon del número de hombres empleados y de la velocidad que impriman á la máquina; pero ordinariamente suele graduarse en unos 100.000 kilográmetros.

Es ventajoso el *tornillo* para elevar mas agua y á mas altura que otras máquinas de igual naturaleza, porque puede hacerse el trabajo ajustando el precio por cada 100 ó 1000 vueltas. Es, sin embargo, difícil su ejecucion, que debe encargarse á un operario hábil, y requiere tener dos ó tres de repuesto para no interrumpir el trabajo durante las ligeras pero contínuas reparaciones á que está expuesto.

Fig. 241. **832. Faja hidráulica** (*fig.* 241).

La faja hidráulica es una cuerda sin fin, de esparto, cabo-negro (*), ó cualquiera materia filamentosa ó tela que pueda empaparse bien en agua; la cual, corriendo por la canal que en su circunferencia lleva una rueda A B, sujeta á dos postes, y movida por una doble cigüeña, pasa por dos poleas C y D que la tienen tirante, despidiendo el agua por la presion que sufre en la polea superior D y al principio de la rueda motriz A B.

La figura representa el dibujo de una de estas máquinas, que produce $2^{m},31$ cúbicos de agua en una hora, empleándose dos hombres á las dos cigüeñas que

(*) Hilos negros tenaces y muy durables debajo del agua y á la intemperie, que se extraen de los peciolos de la palma llamada en Filipinas Cauon (Caryota Onusta), de que se saca el *sagú* (no tan bueno como el del *Burí*) y un licor llamado *tuba* muy bueno para los éticos.

lleva la rueda, con una velocidad de 3^m,1416 por 1″, ó 30 vueltas por 1′: de que resulta, 0^{m3},00128 por cada vuelta; ó 640^c cúbicos por 1″, equivalentes á 16 reales de 40^{c3}.

833. La faja hidráulica es recomendable para hacer abrevaderos en los cuarteles, ó sacar agua para todos los usos de un edificio público, achicar pantanos y disminuir los pequeños manantiales mientras se ejecuta alguna obra hidráulica, &.

ARTICULO III.

Molinos de viento.

834. **Horizontales y verticales.**

Los molinos de viento pueden ser horizontales y verticales, esto es, que las velas sobre que choca el viento giren en un plano horizontal ó vertical. Los segundos son los mas generalmente usados.

De cualquiera manera que sea, es menester, para que se produzca el movimiento, que el aire no choque normal y directamente contra las velas expuestas todas á su accion ; pues es evidente que abrazando el viento toda la rueda motivará en ella dos movimientos opuestos é iguales, dejando la máquina en equilibrio. Se necesita, pues, que tengan las alas cierta inclinacion en los molinos verticales, y en los horizontales hacer porque el viento no entre ó choque mas que por un lado de la rueda manteniendo el resto á cubierto de su accion. Sucedería en este caso lo que en las ruedas movidas por el agua.

Pero como los vientos no son constantes, debe procurarse que el molino se presente á su accion, cualquiera que sea la direccion de aquellos, que es á lo que se llama *orientarlos*. En los horizontales puede adoptarse el modo representado en
Fig. 242. la figura 242 por medio de compuertas $a\,b$, $c\,d$, &, ó construyendo mamparas $a'\,b'$, $c'\,d'$ & de madera, que giren á manera de puertas y solapen unas con otras para abrir y cerrar las que fuesen necesarias, segun las variaciones ó giros que pueda tomar el viento. Me parece preferible este método al de hacer virar toda la
Fig. 243. montera al rededor del eje, como se hace en los molinos verticales (*fig.* 243), ayudados de la gran palanca P, facilitando el movimiento con ruedas r, r que lleva la cubierta.

Las velas en los molinos horizontales pueden ser rectangulares y ajustadas verticalmente al árbol de rotacion; pero será siempre mejor darlas un poco de inclinacion, á fin de presentarse lo mas normalmente posible á la direccion de viento, que nunca es horizontal.

835. **Verticales holandeses.**

Respecto á los molinos verticales, tomando por tipo los holandeses, que son los mejor construidos y los que, por consecuencia, corresponden á resultados mas favorables, deben procurarse y tenerse presentes cuatro principios esenciales.

1.° Las alas no deben colocarse verticalmente; es preciso que esten algo inclinadas al horizonte; para lo cual se dispone el árbol ó eje de rotacion, en que van sujetas, bajo un ángulo de 8° á 15°.

2.° La superficie de las alas no debe estar en el plano del movimiento. Sería entónces muy escaso el efecto producido chocando el viento en ellas normal y directamente. Es conveniente le reciban con alguna oblicuidad, para lo cual deben tener ó formar una superficie gaucha procurando que las seis partes en que se considera dividido el rádio ó cada ala guarden la inclinacion que expresa la siguiente tabla de Smeaton.

PARTES DEL RÁDIO Ó ALA.		ÁNGULO formado con el eje.	ÁNGULO formado con el plano del movimiento.
	1.ª	72°	18°
	4.ª	71°	19°
Medio del ala	3.ª	72°	18°
	4.ª	74°	16°
	5.ª	77°30′	12°30
Extremo del ala.	6.ª	83°	7°

3.° Las alas, en su mayor anchura, deben tener el tercio del rádio ó de la caña *a b* (*fig.* 244) quedando dividido el exterior *b c* por la misma caña en la razon de 3 á 5. *Fig.* **244.**

4.° La velocidad de los extremos de las alas es mayor que la del viento en razon de 4 á 1 cuando la rueda del eje no engrana, ó, como se dice, cuando el ala está descargada. Así, conociendo la longitud de las alas se hallará la velocidad del viento dividiendo por 4 la de las alas, ó el número de metros recorridos en 1″, lo que se conocerá observando las vueltas que dá en 1′, por ejemplo.

Conociendo la velocidad de las alas sin carga se hallará la que tiene lugar cuando estan cargadas, para el máximo efecto por medio de la relacion 3:2; por manera, que, si descargadas las alas daban 9 vueltas en 1′, cuando dén cargadas en el mismo tiempo 6 vueltas producirán el máximo efecto.

836. **Cantidad de accion ó trabajo trasmitido á la circunferencia de las alas.**

Llamando S la superficie de las cuatro alas, y V la velocidad del viento, el efecto útil será dado, segun los experimentos de Coulomb y Smeaton, por la fórmula práctica

$$P\,v = 0{,}036 \times S\,V^3 \text{ kilográmetros}$$

en la cual, la velocidad v del extremo de las alas debe ser, para el máximo efecto, 2,6 veces mayor que la del viento.

Por la tabla del número 555 se saben las presiones ejercidas por el viento; y por la siguiente del 556 el mínimo y máximo efecto ó cantidades de accion producidas por el mismo en un molino. Por ella se vé que la velocidad de $2^m,335$ es escasa, y que la de 9^m obliga á cojer rizos. Siempre que se pueda se procurará no baje esta velocidad de 4^m por 1″ y no exceda de 8^m.

EJEMPLO.

Proponiéndonos averiguar cuál será la cantidad de trabajo trasmitida á la circunferencia exterior de las alas de un molino de viento á la holandesa, para el que se tenga

Longitud de las alas............... 10^m.
Anchura media de las mismas...... 2^m.
Superficie de un ala............... 20^{m^2}.
Velocidad del viento en 1″......... $6^m,5$.
Velocidad del extremo de las alas... $16^m,9$.

Se tiene $P\,v = 0{,}036 \times 80 \times 6{,}5^3 = 791^{km}, = 10^{cab},55.$

837. Siendo, pues, en este ejemplo 80^{m^2} la superficie de las cuatro alas, y el efecto elevar 791^k á 1 metro, resulta que para una superficie de 1^{m^2} se elevarán $\frac{791}{80} = 9^k,9$, ó próximamente 10^k á 1^m de altura, ó, como se dice, se tendrán 10^{km}.

Así, conocidos los metros cuadrados de las alas de un molino cualquiera de viento

á la holandesa, bastará multiplicarlos por 10^k á 1^m para tener el efecto producido: y la tabla del número 552 nos dirá el efecto material para cualquiera operacion industrial de las que allí se expresan. Vice-versa, para hallar los metros cuadrados que deben tener las volanderas de un molino de viento, basta dividir por 10^k el número correspondiente de aquella tabla.

EJEMPLO.

838. Si queremos saber los metros cuadrados de alas que serán necesarios para moler 20 fanegas de trigo en una hora, dividiremos por 10^k el número 167244 que dá la tabla (§ 552) para una fanega; y los $16724^{m2},4$ que dá de superficie para producir este efecto en 1″, serán lo mismo que

$$16724{,}4 : 3600 = 4^{m2}{,}646 \text{ para producirlo en 1 hora}$$

y por consiguiente,

$$4{,}646 \times 20 = 92^{m2}{,}92$$

serán los metros cuadrados que tendrán las volanderas para moler en este tiempo las 20 fanegas. Puede haber 5 muelas encargadas cada una de moler una fanega en un cuarto de hora, ó 10 que lo hagan cada una en media hora.

Por el contrario, si quisiéramos averiguar las fanegas de trigo que se molerian con estos $92^{m2},92$ de superficie en las alas, tendríamos

$$92^{m2}{,}92 \times 10^k = 929^{km}{,}2 \text{ en } 1''$$

que comparados con los $167244^{km},5$ que dá la tabla, nos resultaria 0,00555 fanegas molidas en 1″, ó 20 fanegas en 1 hora.

Las muelas que mas generalmente se usan tienen 1^m, 30 de diámetro y $0^m,27$ de espesor. La superior está agujereada en su centro, siendo el diámetro de este de $0^m,27$ á 0^m 33. Para una muela de estas dimensiones resulta la velocidad de 110 á 120 vueltas en 1′ como la mas conveniente. Mas allá de este número se está expuesto á que se enardezca la harina.

En los molinos de los Estados-Unidos las muelas tienen generalmente $1^m,50$ de diámetro, y dán 100 vueltas por 1′. La cantidad de trigo que muelen, segun las observaciones de Evans, es 1,76 hectólitros por hora, siendo 3 caballos la fuerza del motor.

839. Explicacion de las alas.

La construccion de las alas en esta clase de molinos puede verse en las figuras
Fig. 245 á 250. 245 á 250, en que se manifiesta su disposicion y dimensiones.

Son dos grandes brazos que atraviesan en cruz el eje de rotacion, compuesto cada uno de otros dos, unidos y ensamblados oblícuamente á diente, y sujetos á la muesca del eje por medio de cuñas. Uno de ellos está representado en las figuras 246 y 247, de 16^m de largo desde el centro, siendo su grueso el que expresan las figuras 248, 249 y 250, que son las secciones trasversales por *a b*, *c d* y *e f*. En estos brazos están las costillas ó armazon del ala, que forma una superficie gaucha, para lo cual se inclina la tercera costilla al plano lateral del árbol la cantidad de 165° 30′ y la última 164° 37′ (siendo menor este ángulo para que oponga el ala menor resistencia al aire que tiene que desalojar, puesto que su extremo lleva mas velocidad que el viento): se unen despues á la abrazadera X Y, que es un arco de círculo de 46^m de rádio y 12^m de cuerda, y cuya traza se vé en la figura 245: otras dos abrazaderas por el lado opuesto unen y traban mejor estas y las demás costillas que atraviesan el brazo principal A B y pasan bajo la tabla T U, teniendo todas con aquel una inclinacion de 85° 30′, y $0^m,06$ de grueso. Hasta el punto H sigue la línea de su traza paralela á la árista exterior del brazo; y desde este punto, en que hay un ángulo de 177° + 30′, siguen despues las costillas aproximándose á la arista progresivamente hasta el extremo

en que solo queda el lugar necesario para la escopleadura. Al final de la tabla T U se vé un encajonamiento para ajustar otra tabla que, quitándose ó colocándose convenientemente, disminuya ó aumente la velocidad del ala. Las carrehuelas Z, Z', vistas de frente y de costado, sirven para sujetar las cuerdas de la vela.

La seccion *c d* del brazo se halla dividiendo en cuatro partes iguales los lados de la primera seccion *a b*, uniéndolos alternadamente para formar el exágono que ella representa. Desde el sitio de esta seccion hasta el límite del ala disminuyen todos los lados de aquella, quedando al fin reducida á la seccion tercera *e f*.

En algunas partes como en Portugal (entre Miño y Duero) las alas son de lona, y tan sencillas que solo basta fijar la tela entre los dos palos que cruzan el eje, distantes un pié uno de otro y formando un ángulo de 45° é 50°.

Siguiendo este proceder se puede aumentar el número de alas, hasta seis, que tienen los molinos de armazon de hierro; pero naturalmente disminuye con el número la longitud de los brazos, cuya superficie útil será siempre la calculada para la faena que ha de cumplir el molino.

CAPÍTULO V.

MÁQUINAS DE VAPOR.

ARTÍCULO I.

Efectos del calor.—Vapor.—Combustion.

840. El *calor*, llamado *calórico* cuando hipotéticamente le consideramos como un *fluido material imponderable*, y cuya energía de su fuerza repulsiva crece y mengua para cambiar la forma de los cuerpos, dilatándolos ó condensándolos, fundiéndolos ó congelándolos, liquidándolos ó evaporándolos, se halla repartido por todos los cuerpos de la naturaleza sólidos, líquidos y gaseos, tendiendo constantemete al equilibrio; en términos, qué si por cualquier medio se aumentase en ciertos cuerpos, se desprendería bien pronto una porcion de él para repartirse entre los que le rodean, hasta que todos sostengan una temperatura que les sea comun. Y por el contrario, si varios cuerpos se hallasen privados de calor, los que los rodean cederían inmediatamente una parte del suyo para restablecer el equilibrio.

841. **Calor radiante.**

Esta facultad que tiene todo cuerpo de comunicar el calor de que se halla afectado, cualquiera que sea su temperatura, á otro ú otros que le rodean, es lo que se llama *calor radiante*. Su intensidad está en razon inversa del cuadrado de las distancias. Pasa al través de ciertos cuerpos, como la luz atraviesa las sustancias diáfanas, sin ser absorvido por ellos. Así, los ràdios solares, como los que emanan de un hogar, aumentan la temperatura de los cuerpos dejando frias las capas de aire intermedias que permanecen en reposo y á igual temperatura que antes de la radiacion calórica. El calor que se siente en un dia sereno ó al rededor de un cuerpo luminoso es el emitido por todos los que recibieron su influencia. Por esta razon sentimos disminuir su potencia á medida que nos alejamos de la esfera de irradiacion, como se observa al elevarse en la atmósfera por grados sucesivos, hasta que cesa la potencia emisiva del calor en los cuerpos terrestres.

Esta propiedad de emision existe en todos los cuerpos, frios y calientes, aunque su influencia es menor á medida qué desciende la temperatura.

Representando por 100 la potencia emisiva en el negro humo, se tiene la de otras sustancias por la tabla siguiente.

Negro humo	100	Hielo	85	Plata	12
Agua	100	Plomo brillante	19	Oro	12
Papel	98	Mercurio	20	Cobre	12
Growns-glass	90	Hierro bruñido	15	Estaño	12
Tinta de China	88				

La potencia emisiva crece en un cuerpo á medida que se hace mas áspero, y decrece segun que gana en pulimento y brillo.

842. **Potencia absorvente y reflexiva** es la facultad que tienen los cuerpos de absorver una porcion del calor radiante y reflejar otra, porque en todo rayo incidente se verifica esta circunstancia.

La siguiente tabla dá las potencias reflexivas de algunos cuerpos.

Cobre amarillo	100	Acero	70	Vidrio	10
Plata	90	Plomo	69	Vidrio aceitado	5
Estaño de hoja	80	Estaño bañado en mercurio	10		

El oro, plata y estaño tienen una débil potencia absorvente, siendo la mayor en superficies mates y ennegrecidas.

843. **Unidad de calor** es la cantidad de calor necesario para elevar la temperatura de un kilógramo de agua de 0° á 1°.

844. **Calor ó capacidad especifica.**

Se llama *calor específico ó capacidad calórica* la cantidad de calor ó unidades calóricas que se necesitan para elevar á un grado de temperatura la unidad de peso de un cuerpo. Tomando por unidad la capacidad del agua, es decir, el calor necesario para elevar primero la temperatura de un kilógramo de agua, la tabla siguiente dará las capacidades de otros varios cuerpos.

Alcohol	0,6400	Haya	0,4800	Plata	0,0550
Leche	0,9800	Trigo	0,4800	Bismuto	0,0288
Hielo	0,9000	Carbon de madera	0,263	Estaño	0,0514
Vinagre	0.9200	Cal viva	0,2169	Oro	0,0298
Abeto	0.6500	Carbon de piedra	0,2300	Platina	0,0314
Algodon	0,5300	Hierro fundido	0,1400	Plomo	0.0293
Roble	0,5100	Azufre	0 1380	Cobre	0,0951
Aceite de linaza	0,5280	Bronce	0,1100	Zinc	0,0955

845. **Calor específico de los gases.**

El calor específico de un gas no es el mismo cuando bajo igual presion puede cambiar de volúmen al cambiar de temperatura; ó cuando conserva el mismo volúmen á pesar de la variacion de temperatura, que cambia entonces su fuerza elástica.

La siguiente tabla de MM. Laroche y Bérard, dá la capacidad calórica de algunos gases bajo igual presion constante.

DESIGNACION DE LOS GASES.	CALORES ESPECÍFICOS siendo 1 el del aire		CALORES específicos á pesos iguales, siendo 1 el del agua.
	á volúmenes iguales.	á pesos iguales.	
Aire atmosférico	1,0000	1,0000	0,2669
Hidrógeno	0,9033	12,5401	3,2936
Oxígeno	0,9765	0,8848	0,2361
Azoe	1,0000	1,0318	0,2754
Oxido de carbono	1,0340	1,0805	0,2884
Acido carbónico	1,2588	0,8280	0;2210
Oxido de azoe	1,3503	0,8878	0,2269
Gas olefiante	1,4530	1,5763	0,4207
Vapor de agua	1;9600	3,1360	0,8470

846. DILATACIONES.

Todo cuerpo se dilata cuando se le expone á la accion del calor; y la experiencia ha hecho ver que para las temperaturas entre 0° y 100° la dilatacion es proporcional al número de grados de temperatura creciente.

847. Dilatacion de los gases.

Segun experimentos de M. Magnus, el término medio de la dilatacion del aire atmosférico á $0^m,76$ de presion y 100° de temperatura es 0,3665
0 á 0° 0,003665

Segun M. Regnault, son á	100°		á 0°
para el azoe	1,36682	1+0,36682	0,0036682
— el oxígeno	〃	〃	
— el hidrógeno	1,36675	1+0,36675	0,0036675
— el óxido de carbono	1,36666	1+0,36666	0,0036666
— el ácido carbónico	1,36896	1+0,36896	0,0036896
— el cianógeno	1,36821	1+0 36821	0,0036821
— el peróxido de azoe	1,36763	1+0,36763	0,0036763
— el ácido sulfúrico	1,36696	1+0,36696	0,0036696
— el amoniaco	0,371	»	
El coeficiente de dilatacion del vapor es hasta ahora	»	0,00368	

Si por medio de esta tabla queremos averiguar el volúmen que á $t°$ ocuparán v litros de un gas cualquiera que se halle á 0°, procediendo del mismo modo que en el número 407, y llamando α el coeficiente de dilatacion á 0° resultará que á $t°$ habrá crecido $t° \times v \times \alpha$, y el volúmen que se pide será $v + (t \times v \times \alpha)$. Si el gas fuese el aire, para el que $\alpha = 0,003665$, y suponemos $v = 25^{d3}$ y $t = 30°$, será $v + (t \times v \times \alpha) = 27^{d3},74875$.

Si permaneciendo la temperatura á 30°, se pide el volúmen de estos mismos 25^{d3} á 0°, llamando como antes v el volúmen que se busca, será

$v \times 0,003665 \times 30° = v \times 0,10995$ el volúmen reducido. Si pues v es el volúmen á 0°, $v + v \times 0,10995$ lo será á 30°; y como á esta temperatura suponemos el volúmen $= 25^{d3}$, será $v\,(1 + 0,10995) = 25$, y de aquí

$$v = \frac{25}{1,10995} = 22^{d3},524.$$

Para hallar un volúmen v á $t°$, siendo v' el correspondiente á $t'°$, se encontrará primero el respectivo á 0°, procediendo despues como acabamos de hacer en el ejemplo anterior.

848. Dilatacion de los líquidos.

Hemos visto que para los gases el coeficiente de dilatacion es próximamente el mismo en la mayor parte de ellos por cada grado de temperatura. Los líquidos tienen cada uno el suyo bastante diferente.

Segun Laplace y Lavoisier la dilatacion absoluta del mercurio, por cada grado del termómetro centígrado, es $\frac{1}{5412}$ de la unidad de volúmen. Segun Doulong y Petit es $\frac{1}{5550}$ desde 0° á 100°, $\frac{1}{5425}$ desde 100° á 200°, y $\frac{1}{5300}$ desde 200° á 300°

849. Dilataciones aparentes de algunos líquidos entre 0° y 100°.

Agua	$\frac{1}{22} = 0,0466$
Acido chlorohídrico (muriático) (densidad = 1,137)	$\frac{1}{17} = 0,06$
Acido azótico (densidad = 1,40)	$\frac{1}{9} = 0,11$
Acido sulfúrico (densidad = 1,85)	$\frac{1}{17} = 0,06$
Alcohol (densidad = 0,817)	$\frac{1}{9} = 0,11$
Eter sulfúrico	$\frac{1}{14} = 0,07$
Aceite de olivas y linaza	$\frac{1}{12} = 0,08$
Esencia de trementina	$\frac{1}{14} = 0,07$
Agua saturada de sal marina	$\frac{1}{20} = 0,05$
Mercurio	$\frac{1}{60} = 0,0156$

850. **Dilatacion de los sólidos.**

Dilataciones líneales de 0° á 100°. Dividiendo por 100 los números de esta tabla se tiene la dilatacion por cada grado.

NOMBRES DE LAS SUSTANCIAS.	DILATACIONES EN FRACCIONES decimales.	ordinarias
Flint-glass inglés (segun Laplace)	0,00081166	$\frac{1}{1248}$
Platina (segun Borda)	0,00085655	$\frac{1}{1167}$
Vidrio de Francia con plomo (*id.*)	0,00087199	$\frac{1}{1147}$
Tubo de vidrio sin plomo (*id.*)	0,00087572	$\frac{1}{1142}$
Id	0,00091750	$\frac{1}{1114}$
Vidrio blanco (tubos para barómetros) (segun Smeaton)	0,00083333	$\frac{1}{1175}$
Vidrio en tubos (segun Roy)	0,00077550	$\frac{1}{1289}$
Vidrio en barillas macizas (*id.*)	0,00080833	$\frac{1}{1237}$
Acero sin templar (Lauz. y Laplace)	6,0010788	$\frac{1}{927}$
Acero templado recocido á 65° (*id*)	0,00122045	$\frac{1}{819}$
Hierro dulce forjado	0,90122045	$\frac{1}{819}$
Alambre de hierro pasado por la hilera	0,00123504	$\frac{1}{812}$
Oro refinado	0,68146606	$\frac{1}{682}$
Oro de ley de París recocido	0,70151361	$\frac{1}{661}$
Cobre	0,09171733	$\frac{1}{582}$
Laton	0,00186670	$\frac{1}{535}$
Plata de ley de Paris	0,00190868	$\frac{1}{524}$
Estaño de las Indias	0,90193795	$\frac{1}{516}$
Plomo	0,00284836	$\frac{1}{351}$
Zinc (segun Smeaton)	0,90294167	$\frac{1}{340}$

851. El hierro fundido, el bismuto, antimonio y azufre, toman, como el agua, notable expansion al solidificarse.

Un espacio terminado por paredes de una sustancia homogénea, se dilata como lo haría una masa sólida de la misma sustancia y forma.

La dilatacion superficial de un sólido es próximamente igual al duplo de su dilatacion lineal; y la cúbica próximamente al triplo.

852. **Dilataciones cúbicas de 0° á 100° de algunas sustancias.**

Mercurio	0,018718 $= \frac{10}{555}$	Alcohol	0,1100 $= \frac{1}{9}$
Agua	0,0433 $= \frac{1}{23}$	Aceites finos	0,0800 $= \frac{1}{12}$
Trementina	0,0700 $= \frac{1}{14}$	Gases	0,3745 $= \frac{100}{267}$

Para las temperaturas comprendidas entre 0° y 100° la dilatacion lineal de los sólidos, lo mismo que su dilatacion cúbica, es sensiblemente proporcional al número de grados del termómetro á partir de 0°.

853. **Conductibilidad del calórico.**

Los cuerpos reducidos á pequeños filamentos, ó divididos en partes muy pequeñas son generalmente malos conductores. Los peores son; 1.° las masas filamentosas de lana, seda, plumas, &: 2.° el polvo de carbon muy calcinado y el aire en quietud: 3.° el polvo de vidrio, ladrillo, arena, &.

Los siguientes números expresan la relacion de conductibilidad entre algunas sustancias.

Oro	2004	Hierro	750	Plomo	360
Plata	1950	Estaño	609	Mármol	47
Cobre	1800	Zinc	729	Tierra para hornillos	23

854. **Grados de fusion de los cuerpos.**

Por lo general no existen cuerpos esencialmente *infusibles ó refractarios*, pues aumentando debidamente calor se llegan á fundir los que mas resisten, siendo uno de ellos el carbono puro ó diamante. Es cierto que aun no se ha descubierto grado bastante de calor para verificar la combustion de esta y otras varias sustancias, pero se debe esperar suceda con ellas como se ha verificado con el hierro, acero, oro y platino que en un principio se creian infusibles.

El calor de las fraguas es insuficiente para fundir las materias siguientes, fusibles, sin embargo, con el soplete de gas oxígeno é hidrógeno: paladio, platina, uranio, titanio, cerio, rodio, osmio, iridio, cal, sílice ó arena pura, barita desecada, porcelana dura, y arenisca.

TABLA del punto de fusion de algunas sustancias en grados del termómetro centígrado.

NOMBRES DE LAS SUSTANCIAS.	GRADOS.	NOMBRES DE LAS SUSTAMCIAS.	GRADOS.
Hierro forjado inglés	1600	Proporciones de planchas fusibles en las calderas de vapor... } 1 plomo 4 estaño y 5 bismuto	118,9
dulce francés	1500	Azufre	109
Aceros, los mas infusibles	1400	Iodo	107
fusibles	1300	Aleacion de 2 plomo — 2 estaño y 1 bismuto	100
Hierro forjado, con manganesio	1200	— 5 plomo, 3 estaño y 8 de bismuto	100
Hierro forjado ó fundido gris de segunda fundicion	1200	— 4 bismuto 1 de plomo y 1 estaño	94
Fundicion gris muy fusible	1100	Sodio	90
Fundicion blanca poco fusible	1100	Potasio	98
Oro muy puro	1250	Fósforo	43
Oro de ley de monedas	1180	Acido esteárico	70
Plata muy pura	1000	Cera blanca	68
Bronce	900	Cera amarilla	61
Antimonio	432	Acido margárico	55 á 60
Zinc	360	Estearisca	49 á 43
Plomo	334	Acido acético	45
Bismuto	250	Sebo	33,33
Estaño	230	Hielo	0,00
Aleacion de 5 átomos de estaño y 1 de plomo	194	Aceite de trementina	10,00
— 4 estaño 1 plomo	189	Mercurio	39 00
— 3 estaño 1 plomo	186	Vino	75
— 2 estaño 1 plomo	196		
— 1 estaño 1 plomo	241		
— 1 estaño 3 plomo	289		
— 3 estaño 1 bismuto	200		
— 2 estaño 1 bismuto	167,7		
— 1 estaño 1 bismuto	141,2		

855. **Grados de ebullicion de los líquidos bajo la presion** $0^m,76$.

Los grados sucesivos de temperatura que el calor ocasiona en los líquidos tiene por límite la ebullicion; y desde que esta empieza, ó durante la evaporacion del líquido, la temperatura es igual hasta que todo él se volatiliza.

Mercurio	350	Fósforo	296	Acido nítrico	120
Acido sulfúrico	310	Trementina	275	Agua	100
Aceite de linaza	316	Nafta	100	Alcohol	79,7
Azufre	299				

856. **Grados de temperatura de algunos otros fenómenos.**

La fermentacion ácida á 23°,75; la del vino á 15°. La temperatura del cuerpo humano es de 37°. La de los pájaros de 40° á 44°. La de los mamíferos de 37° á 40°. La de los peces de 14 á 25°.

El mayor frio artificial llega á.......................... —67°,5
El calor de incubacion, á.............................. 41°,25
El gas hidrógeno quema á.............................. 480°
El calor de un fuego ordinario de hulla es de............ 565°
El calor al rojo es visible de dia á...................... 525°
— de noche á.................... 399°

857. **Calor latente (ó de evaporacion segun M. Mellet.)**

Es el que, sin aumentar la temperátura, adquiere un sólido que se liquida ó un líquido que se evapora.

Si se pone al fuego un vaso tapado y lleno de agua, podrá adquirir la temperatura de 200° sin hervir, porque la presion impide la formacion ó desprendimiento de vapores. Pero si á 205° se quita repentinamente la tapadera salta como la quinta parte del agua convertida en vapor, descendiendo la temperatura de los $\frac{4}{5}$ restantes á los 100° ó límite de ebullicion. El calor que se ha formado no solo contiene los 205° de lo que ha desaparecido en vapor, sino tambien otros 105° por cada uno de los $\frac{4}{5}$ restantes. Contendrá, por tanto, en total $105° \times 5 = 525°$.

Los experimentos de Jaime Watt dan 530° de calor para producir la vaporizacion, ó 5,30 veces mas que el del agua hirviendo. Southern y W. Crighton encontraron el mismo valor por término medio de sus experimentos; y Schmidt halló 5,33 veces mas que el agua en ebullicion ó bien 533°.

M. Clement halló el calor latente ó de evaporacion igual á 550°, y demostró tambien experimentalmente que este calor disminuye en razon inversa de la temperatura de ebullicion.

El doctor Ure halló 555° para el calor latente, conforme con los experimentos del Conde de Rumford.

Se mide el calor latente como el específico, tomando por unidad el que se necesita para elevar 1° un kilógramo de agua á la temperatura ordinaria de 15°, Siendo esto así, la tabla siguiente dá los calores latentes de algunas sustancias.

Trementina.......	768°	Zinc...........	256°10	Eter sulfúrico.....	96°80
Agua............	550°	Estaño..........	277°50	Nafta...........	81°10
Amoniaco..........	447°21	Alcohol.........	207°70	Hielo............	75°
Bismuto...........	2[illegible]7°78	Cera............	97°50	Azufre...........	61°65

Segun esta tabla, el hielo, por ejemplo, absorbe 75° de calor hasta su fusion sin aumentar la temperatura á 0°. En efecto, si se toman dos volúmenes iguales, uno de hielo á 0° y otro de agua á 75°, y se mezclan, resulta una masa líquida á 0°.

858. **Relacion entre la tension y temperatura del vapor de agua** (véase el número 655).

Cuando el vapor está en comunicacion contínua con el agua de la caldera que le produce, se establece una relacion entre su temperatura y tension que, segun experimentos de Aragó y Doulong, es

$$p = 1^k,033\ (0,3847 + 0,007153\ t)^5$$

en cuya fórmula es $p =$ á la presion sobre un centímetro cuadrado, y $t =$ á la temperatura en grados del termómetro centígrado. Así que á 138°,2 de temperatura será la presion del vapor

$$p = 1^k,033\ (0,2857 + 0,007153 \times 128°,8)^5 = 2^k,635.$$

27

Desde 1 á 4 atmósferas es muy conveniente seguir la fórmula que pone Tredgold, por estar conforme con la experiencia

$$t = 85\sqrt[6]{p} - 75, \quad ó \quad p = \left(\frac{t+75}{85}\right)^6$$

En la que son t la temperatura desde 6°, y p la presion ó fuerza elástica en centímetros de mercurio.

Aplicado el caso anterior resulta $p^{\frac{1}{6}} = 2{,}4$ y $p = 19{,}^{cent.}$ para la presion en centímetros de mercurio, ó $p = \frac{1{,}91}{0{,}76} = 2^{atm}{,}513$ ó $191 \times 0\ 01356 = 2^{kil.}{,}978$ pues que el peso de 1^{c3} de mercurio es 0,01359 (509 tabla).

Segun estas fórmulas han deducido aquellos físicos la siguiente

TABLA de la fuerza elástica, presion, densidad y volúmen del vapor de agua á diferentes temperaturas, desde 1 á 24 atmósferas segun la observacion, y de 24 á 50 atmósferas segun el cálculo.

GRADOS de temperatura del termómetro centígrado.	ELASTICIDAD del vapor tomando la presion atmosférica por unidad.	COLUMNA de mercurio á 0° que mide la elasticidad.	VOLÚMEN de un kilógramo de vapor en litros.	DENSIDAD correspondiente ó peso del metro cúbico de vapor.	PRESION sobre un centímetro cuadrado en kilógramos.
	atm.	m.	lit.	kil.	kil.
—20°,0	0,00171	0,0013	0,0018	0,0013	666667,0
—15 ,0	0,0025	0,0019	0,0026	0,0022	454546
—10 ,0	0,0034	0,0026	0,0036	0,0029	344828
— 5 ,0	0,0047	0,0036	0,0050	0,0040	250000
0 ,0	0,0066	0,0050	0,0069	0,0054	185185
5 ,0	0,0091	0,0069	0,0094	0,0072	138889
10 ,0	0,0125	0,0095	0,0129	0,0097	103093
15 ,0	0,0168	0,0128	0,0170	0,0126	79365,1
20 ,0	0,0228	0,0173	0,0235	0,0171	58479,5
25 ,0	0,0304	0,0231	0,0314	0,0225	44444,5
30 ,0	0,0402	0,0206	0,0418	0,0295	33898,2
35 ,0	0,0531	0,0404	0,0549	0,0381	26246,7
40 ,0	0,0698	0,0530	0,0720	0,0491	20366,6
45 ,0	0,0905	0,0687	0,0934	0,0627	15948,9
50 ,0	0,1165	0,0887	0,1205	0,0797	12547,1
55 ,0	0,1495	0,1137	0,1544	0,1005	9951,4
60 ,0	0,1905	0,1447	0,1965	0,1260	7936,5
65 ,0	0,2404	0,1827	0,2482	0,1568	6377,6
70 ,0	0,3013	0,2290	0,3112	0,1932	5176,0
75 ,0	0,3724	0,2831	0,3963	0,2433	4110,2
80 ,0	0,4633	0,3521	0,4783	0,2892	3457,8
85 ,0	0,5680	0,4317	0,5865	0,3497	2859,5
90 ,0	0,6912	0,5253	0,7136	0,4196	2383,2
95 ,0	0,8347	0,6343	0,8617	0,4998	2000,8
100 ,0	1,00	0, 09	1,0330	0,5913	1691,2
112 ,2	1,50	1,14	1,549	0,8583	1165,1
121 ,4	2,00	1,52	2,066	1,1177	895,3
128 ,8	2,50	1,90	2,58	1,3711	729,3
135 ,1	3,00	2,28	3,099	1,6200	617,3
149 ,6	3,50	2,66	3,615	1,8647	536,2

GRADOS de temperatura del termómetro centígrado.	ELASTICIDAD del vapor tomando la presion atmosférica por unidad.	COLUMNA de mercurio á 0° que mide la elasticidad.	PRESION sobre un centímetro cuadrado, en kilógramos.	DENSIDAD correspondiente ó peso del metro cúbico de vapor.	VOLÚMEN de un kilógramo de vapor en litros.
	atm.	m.	kil.	kil.	lit.
14°[illegible],4	4,00	3.40	4,132	2,1072	474,6
149 ,06	4,50	3,42	4,648	2,3495	425,6
153 ,08	5,00	3,80	5,165	2,5860	386,7
156 ,80	5,50	4,18	5,681	2,8196	354,7
160 ,20	6,00	4,56	6,198	3.0520	327,7
163 ,48	6,59	4,94	6,714	3,2810	304.8
166 ,50	7,00	5,32	7,231	3,5106	284,9
169 ,37	7,50	5,70	7,74[illegible]	3,7353	267,7
172 ,10	8,00	6,08	8,264	4,9784	251,4
177 ,10	9,00	6,84	9,297	4,4057	227,0
181 ,60	10,00	7,60	10,335	4,8477	206,3
186 ,03	11,00	8,36	11,363	5,2807	189,4
190 ,00	12,00	9,12	12,396	5,7100	175,1
193 ,70	13,00	9,88	13,429	6,1367	163,0
197 ,19	14,00	10,64	14,462	6,5595	152,5
200 ,48	15,00	11,40	15,495	6,9790	143,3
203 ,60	16,00	12,16	16,528	7,3957	135,2
206 ,57	17,00	12,92	17,561	7,8087	128,1
209 ,40	18,00	13,68	18,594	8,2196	121,7
212 ,10	19,00	14,44	19,627	8,6284	115,9
214 ,70	20,00	15,20	20,660	9,0336	110,7
217 ,20	21,00	15,96	21,693	9,4372	106,0
219 ,60	22,00	16,72	22,726	9,8382	101,6
221 ,90	23,00	17,48	23,759	10,237	97,9
224 ,20	24,00	18,24	24,792	10,632	74,1
226 ,30	25,00	19,00	25,825	11,099	90,7
236 ,30	30,00	22,80	36,990	12,977	77,2
244 ,85	35,00	26,60	39,155	14,887	67,2
252 ,55	40,00	30,40	41,320	16,762	59,7
259 ,52	45,00	34,20	46,485	18,611	53,7
265 ,89	50,00	38,00	51,650	20,433	48,9

859. Con el auxilio de esta tabla se pueden resolver varios problemas.

1.° *Hallar el peso de un metro cúbico de vapor de agua á una temperatura dada.* Siendo p este peso ó densidad á $t°$, cuya presion por centímetro cuadrado es P, se tiene

$$p = \frac{0,7827\,P}{1 + 0,00368\,t} \quad \text{(coeficiente de dilatacion del vapor (núm. 581)} = 0,00368).$$

Si fuese $P = 2,5$ atmósferas, ó $2^k,582$, á que corresponde $t = 128°,8$, seria $p = 1^k,371$.

2.° *Hallar el peso de un volúmen dado de vapor de agua.* Segun el núm°. 655 es

$$\Pi = p\,V = \frac{0,7827\,P}{1 + 0,00368\,t}\,V \quad \text{poniendo por } p \text{ su valor anterior.}$$

El peso del vapor gastado á 135°,1 por cada curso de un émbolo de 25^c de diámetro, siendo el curso $= 1^m,20$, será, pues que el volúmen es

$$V = 0,7854 \times \overline{0,25}^2 \times 1,20 = 0^{m3},0589,$$

y el peso de 1^{m3} á 3 atmósferas $= 1^k,62$,

$$p = 1,62 \times 0,0589 = 0^k,0954.$$

3.° *El volúmen de un peso dado de vapor á una presion y temperatura dada* será recíprocamente

$$V = \frac{\Pi}{p} = 1,278\ \Pi \frac{1+0,00368t}{p}.$$

Si la temperatura y presion dadas fuesen las anteriores, de 128°,8 y 2,5 atmósferas, ó $2^k,582$ por centímetro cuadrado, correspondientes á $1^k,5$ cuyo volúmen se busca, sería

$$V = 1,278 \times 1,5 \frac{1+0,00368 \times 128,8}{2,582} = 1^{m3},09.$$

Segun Tredgold, el volúmen del vapor á la presion y temperatura de la caldera es

$$V = \frac{349}{p}(270+t)\ ;\ \text{ó en atmósferas,}\ V = \frac{4,6}{a}(270+t)\ \Big\{\ a = \text{atmósferas.}$$

Para 1 atmósfera y $t = 100°$, $V = 1700$ veces el volúmen de agua que próximamente produce; casi lo mismo que dá la tabla anterior bajo igual presion de $0^m,76$.

860. Cantidad de calor desarrollado por diversos combustibles.

Ya sabemos (n.° 843) que unidad calórica es la cantidad de calor que se necesita para elevar 1^k de agua á 1° de temperatura, y por consiguiente que 20 litros ó kilógramos, por ejemplo, de agua tienen, á 125° de temperatura, $20 \times 125 = 2500$ unidades calóricas.

La *potencia calorífica* ó unidad calórica de un combustible es la cantidad de calor que se desprende de 1^k en completa combustion; cantidad constante para un mismo combustible, cualesquiera que sean las circunstancias segun las cuales se opere la combustion.

La tabla siguiente dá el calor desarrollado por 1^k de las diferentes sustancias combustibles que en ella figuran; pero debemos advertir que solo se utilizan en los mejores hornos los 0,55 á 0,64 de la unidad calórica.

	UNIDADES CALÓRICAS.	
Carbon de madera seca de cualquiera especie	7050 segun Despretz	7914
Carbon de madera verde, conteniendo 0,20 de agua	6000 á 7000	
Cock	6000	
Hulla de primera calidad, dejando 0,02 de cenizas	7050	7914
Hulla de segunda calidad, dejando 0,01 de cenizas	6345	
Madera seca al fuego, de cualquiera especie, conteniendo 0,52 de carbon	3666	
Madera seca al aire, conteniendo 0,20 de agua	3945	
Carbon de turba	4800	
Turba ordinaria	1500	
—de 1.ª calidad	3000	

La tabla siguiente expresa la potencia calorífica de otras sustancias, experimentadas por los varios autores que en ella se manifiestan.

		Unidades calóricas.
Segun Despretz.	Carbono puro	7800
—	Hidrógeno protocarbonado	23640
Segun Laplace.	Hidrógeno puro	23400
—	Fósforo	7500
—	Sebo	7186
—	Cera blanca	10500

Segun Rumfort. Aceite de oliva		9044
—	Id. de colza, depurado	9307
—	Nafta, densidad=0,827	7338
—	Eter sulfúrico, densidad=0,728, á 20°	8030
Segun Dalton.	Esencia de trementina	4500
—	Hidrógeno protocarbonado	6375
Segun Clement.	Hidrógeno puro	23400
Segun Lavoisier.	Aceite de oliva	11196
Segun los últimos experimentos de Doulong:		
—	Hydrógeno	34742
—	Carbono en estado de óxido	1836
—	Id. en estado de ácido carbónico	7170
—	Oxido de carbono	2488
—	Hidrógeno protocarbonado	13205
—	Hidrógeno bicarbonado	12032
—	Azufre	2601
—	Eter súlfúrico	9430
—	Esencia de trementina	10836
—	Aceite de oliva	9862
—	Alcohol	6855

Siendo 555° el calor latente del vapor y la temperatura á baja presion 105°, y 10° la media del aire, resultará 555+105—10=650° para la temperatura de cada kilógramo de agua convertida en vapor. Así, pues, dividiendo por 650 el efecto calorífico de cada combustible, tendrémos el número de kilógramos de agua convertida en vapor por cada kilógramo de combustible; á lo que se agregará el 40 por % á causa de las pérdidas. Para la hulla será $\frac{7050}{650}=10{,}846$; y $11^k{,}93$ ó 12^k de agua los evaporados por 1^k de combustible.

861. **Cantidad de calor contenido en un peso dado de vapor.**

Llamándola C se hallará por la fórmula

$$C=\Pi(550+t^\circ) \qquad \Pi=\text{peso dado del vapor.}$$

862. **Cantidad de combustible que debe quemarse para obtener un peso dado de vapor.**

Llamando C las unidades de calor por 1^k de combustible, la cantidad K del que debe quemarse para convertir un peso dado Π' de agua, á la temperatura t'°, en vapor á la temperatura t, se hallará por la fórmula

$$K=\Pi'\frac{(550+t-t')}{C}$$

Si queremos saber cuál es el peso de hulla de 1.ª calidad que debe quemarse para producir 10^k de vapor á 135° con agua á 15°, suponiendo que el horno utilice 0,60 del calor desarrollado por el combustible, se tiene

$$K=10^k\frac{550+135-15}{0{,}60\times7050}=1^k{,}58.$$

863. **Cantidad de agua necesaria á la inyeccion para condensar el vapor.**

El peso Π' de agua á la temperatura t'°, que se debe mezclar con un peso Π de vapor á la temperatura t°, para que la mezcla resulte á la temperatura t'', es

$$\Pi'=\Pi\frac{(550+t-t'')}{t''-t'}.$$

Si importa saber cuál es la cantidad de agua á 12° que debe inyectarse en un

condensador de una máquina de baja presion para condensar 7^k de vapor á 100°, resultando la mezcla á 35°, será

$$\Pi' = 7 \frac{550 + 100 - 35}{35 - 12} = 187 \text{ ó litros}$$

que es unas 26 veces la cantidad de agua necesaria para producir los 7^k de vapor á 100°.

Segun esto, siendo $\frac{1}{1700}$ metro cúbico de agua (núm. 859, 3°) la necesaria para producir 1^{m3} de vapor á la densidad en el cilindro, el consumo para condensar cada metro cúbico del cilindro á 50° será $26 \times \frac{1}{1700} = 15$ litros$=0^{m3},015$ de agua, lo que equivale á $0^{lit.},53$ por fuerza de caballo, consumiendo unos 28 litros. Watt pone $0^{lit.},47$.

864. Cantidad necesaria de vapor para elevar un volúmen de agua dado á una temperatura tambien dada.

El peso Π de vapor á la temperatura $t°$, que debe condensarse en un peso Π' de agua á la temperatura t' para que la mezcla salga á la temperatura t'', es

$$\Pi = \Pi' \frac{t'' - t'}{550 + t - t''} \text{ kil.}$$

865. Cantidad de aire necesaria para la combustion.

Para alimentar el fuego del combustible puesto sobre las parrillas, se necesita una cantidad de oxígeno, variable para el carbon, de 1,87 á 3 kilógramos por cada kilógramo de combustible. Y como un peso determinado de aire contiene únicamente $\frac{1}{5}$ de oxígeno, se deberá tomar 5 veces el peso de aire atmosférico para tener el de oxígeno que exija la unidad del combustible; y aun mas, una tercera parte por razon de las pérdidas de aire. Así, para 1^k de oxígeno se necesitarán 5^k de aire mas $\frac{5}{3}$, ó bien $6^k,7$, que equivalen á unos 5^{m3}.

Por lo que aparece de varios experimentos, conformes con las deducciones teóricas, se podrán tomar por las cantidades de aire y humo, para convertir en vapor 10 hectólitros, ó un 1^{m3} de agua

1800 á 2000^{m3} para la hulla
2000^{m3} para el cock
4000^{m3} para la leña

correspondiendo estas cantidades por fuerza de caballo á

54 á 60^{m3} para la hulla
60^{m3} para el cock, y
120^{m3} para la leña.

ARTÍCULO II.

Calderas, fogones, chimeneas, cilindros, bombas, válvulas y demás partes de las máquinas de vapor.

866. CALDERAS.

Las calderas se hacen de palastro, de cobre rojo y de hierro colado. Cuando lo son de las dos primeras clases se forman con planchas unidas por medio de roblones ó pernos, cuyas cabezas se remachan interior y exteriormente. Las de hierro colado se funden en una sola pieza. Estas últimas han sido casi abandonadas por los constructores por no reunir las buenas propiedades de las hechas con los otros dos metales.

Las mas fuertes y baratas son las de palastro, siguiendo luego las de cobre en cuanto á la resistencia, y las de fundicion en cuanto al costo; pues representando por uno el valor de las primeras, las de cobre valen 3,5 y las de fundicion 2.

Las calderas de cobre tienen, sin embargo, las recomendables circunstancias de ser de mas duracion que las de palastro, de abrirse en vez de romperse á causa de una esplosion súbita cuando la presion es excesiva, y, por fin, poderse aprovechar 60 por 100 de su valor cuando quedan fuera de servicio, mientras que las de palastro pierden 90 por 100. Son igualmente muy buenas para la mar por oxidarse mucho menos que las de hierro, resistir mejor á la accion de los depósitos salinos, y, como ya hemos indicado, estar menos expuestas á abrirse por el cambio repentino de temperatura. Tienen el inconveniente de ser mas caras y pesadas que las de palastro, y no poderse aprovechar sin aprension el agua dulcificada que se extrae ó que produce la máquina.

El peso de las calderas es, á igual espesor, sensiblemente proporcional á su potencia.

867. **Superficie expuesta al fuego ó de caldeo.**

En las calderas de fondo plano ó ligeramente cóncavo que carezcan de circuito debe ser 1^{m2} la superficie del fondo para producir de 50 á 60^k de vapor en cada hora. En las que tengan circuito, la superficie total de caldeo se compone de la directamente expuesta al fuego, y de la caldeada indirectamente por el circuito: contándose entonces 1^{m2} de superficie para producir 20^k de vapor en una hora. Corresponde, en este caso, 60 por 100 á la superficie directa y de $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{8}$ de esto para la indirecta, ó poco mas de $\frac{2}{3}$ de la superficie de la caldera para la total de caldeo.

Para las calderas cilíndricas, con hervidores ó sin ellos, se ha adoptado hace muchos años, por la mayor parte de los constructores, 1^{m2} por caballo para determinar las dimensiones de las calderas de máquinas de media y alta presion. Farey dá 1^{m2},30 para las máquinas de Watt; lo que vá conforme con el primer resultado, puesto que el consumo de estas máquinas es al mínimo de 5 á 6_k de hulla por hora, y por consiguiente 25 por 100 mas considerable que el de las máquinas de alta presion sin condensacion. El consumo de las máquinas de alta presion con condensacion varia, segun su fuerza y construccion, de 1^{m2},5 á 2^k de hulla por hora. El de las máquinas sin condensacion es de 4 á 4^k,25, produciendo 5 á 6^k, y aun 7^k de vapor por 1^k de hulla; calculándose 20 á 25 kil. de vapor al máximo por cada 1^{m2} de superficie de caldeo.

En las máquinas medianas se puede adoptar para la superficie de caldeo $1^{m^2},5$ por caballo: proporcion que, reduciendo la cantidad de vapor gastado á unos 17 kilog. por 1^{m^2} de superficie, se ha reconocido ser la mas ventajosa para las máquinas de alta y baja presion.

Una caldera bien proporcionada debe tener 60 á 70 por 100 de superficie directamente expuesta al fuego, lo que dará 25 á 30_k de vapor en 1^h y un efecto útil de $6^k,5$, y de $\frac{1}{6}$ á $\frac{1}{8}$ de esta para la superficie de caldeo indirecta ó producida por los circuitos; resultando en todo 68 á 82 por 100, cuyo término medio viene á ser 75 por 100, ó los $\frac{3}{4}$ de la superficie total.

Para una caldera con hervidores se debe contar como superficie de caldeo los $\frac{4}{5}$ de la de los hervidores y la mitad de la de la caldera, comprendidos en su total sus dos extremos semi-esféricos.

Estas proporciones ofrecen toda la seguridad posible á las fábricas y pueden servir de regla á los mecánicos.

Para una caldera de 30 caballos, por ejemplo, cuyas dimensiones fueran

Longitud total	10^m
Diámetro	1^m
Longitud de cada hervidor	$10^m,5$
Diámetro	$0^m,6$

Se tendría

Superficie total de la caldera $= 30^{m^2}$: de que la mitad ó 50 por 100, corresponde á la superficie directa de caldeo	15^{m^2}
Superficie total de los dos hervidores $= 38^{m^2},3$; de que los $\frac{4}{5}$ ú 80 por 100 corresponden á la superficie directa de caldeo	30
Superficie total de caldeo	45^{m^2}

que corresponde á $1^{m^2},5$ por caballo, segun la proporcion anteriormente establecida.

Atendidos estos resultados se puede evaluar en caballos la superficie de caldeo de una caldera de dimensiones conocidas.

Una de baja presion, por ejemplo, de fuerza de 20 caballos, tendrá $1^{m^2},30 \times 20 = 26^{m^2}$ de superficie de caldeo, segun las reglas de Watt y Farey, ó $1^{m^2},5 \times 20 = 30^{m^2}$ segun la anteriormente expuesta.

Conocida la superficie de caldeo se hallarán fácilmente las dimensiones de la caldera como luego lo verémos.

868. **Alimentacion de la caldera.**

En toda máquina de vapor se alimenta constantemente la caldera para reemplazar el agua que pierde por la vaporizacion: á cuyo fin se adosa á la máquina una bomba que introduce $\frac{1}{65}$ de la contenida en la caldera ó el Inyector automotor de Giffard.

El aparato que para la inyeccion se usa ó puede usarse mas ventajosamente en toda clase de máquinas, cuando la admision se hace por medio de la bomba alimenticia, es el representado en la figura 251; el cual consiste en un receptáculo R, donde entra en cantidad constante el agua de la bomba, y en cuyo eje hay dos válvulas unidas á una varilla metálica que forma juego con la palanca P del flotador F. Estas válvulas abren en sentido inverso cuando la varilla se mueve: de manera que cuando el flotador baja se abre la inferior, dando entrada en la caldera al agua que hay en R, y se cierra la superior para no permitir entre mas cantidad. Subiendo luego el flotador á medida que sube el agua en la caldera, se

abre la segunda válvula y cierra la primera, para llenarse de nuevo el receptáculo, cuya agua sobrante se marcha por el tubo *t*.

El flotador tendrá menos peso específico que el agua. El tubo T, unido al cuerpo R, sirve para que el agua penetre hasta el fondo de la caldera, á fin de que su menor temperatura no influya en el fenómeno de la vaporizacion. De esta manera, cuando llegue el agua inyectada á la superficie superior, habrá alcanzado el punto de ebullicion.

El receptáculo R puede tener cualquiera forma.

En el cálculo que mas adelante se hace de una máquina de 150 caballos, se habla particularmente de la bomba alimenticia.

869. **Inyector automotor de Gilfard** (*fig.* Y, lam. 32.) Este aparato de alimentacion es un accesorio de las calderas de las máquinas fijas, y las de los vapores, locomotoras y locomóviles, que sustituye con ventaja y economía á la bomba alimenticia. Se emplea para ello la fuerza desarrollada por el vapor generado del modo como se verá por la descripcion. *Fig.* Y, lám. 32.

La bomba alimenticia y los otros mecanismos ordinarios de inyeccion, como el *vapor auxiliar ó pequeño caballo* y la *vuelta de agua*, tienen órganos que producen pérdidas de fuerza á causa de los rozamientos, choques, vibraciones, defectos de ejecucion é instalacion y la resistencia del aire, que no tiene lugar en este sencillísimo aparato, mucho menos caro que cualquiera de aquellos, y menos costoso en su entretenimiento, proporcionando, á mas, el ahorro de 3 á 4 por 100 del trabajo total de la máquina como exija la bomba alimenticia.

El tubo A, que comunica y extrae directamente el vapor de la caldera, tiene una llave L para dejarle penetrar par unos agujeros en el cuerpo *c* del Inyector. Este cuerpo es cónico en su parte inferior, proporcionando así el orificio de emision de menor área, y se cierra ó abre á voluntad por la punta concéntrica del vástago *cd*, dando para ello vuelta al manubrio M. Al frente del cono *d* existe otro opuesto *d'* á donde pasa el vapor condensado por el agua que halla en la caja *C* en que termina el tubo de aspiracion B, como se comprende observando que, al salir el vapor del primer cono *d*, arrastra el aire en él contenido y el de la caja C, verificándose un vacío que produce la aspiracion del agua y, por su contacto, la condensacion del vapor. Mezclado el chorro producido con algun vapor no condensado todavía y por un tanto de aire, pasa algo turbio por el 2.° cono á otro *g* distante 1^{c} y en la misma direccion que los otros dos, por donde corre á la caldera con una temperatura de 40° á 50°, venciendo la carga que mantiene cerrada la válvula V y pasando al tubo de admision de la caldera. Esta válvula se cierra por sí propia cuando no funciona el Inyector, evitando salga por ella el agua de la caldera. La caja *f*, en comunicacion con la atmósfera, tiene unas aberturas con cristales circulares que dejan ver la marcha de la vena fluida. El tubo D, en comunicacion con el depósito, devuelve á este el agua perdida por exceso de condensacion del vapor ó de aspiracion al tiempo de arreglar el aparato. La válvula L' sirve para elevar por medio del tornillo del vástago correspondiente todo el cuerpo *Mc* interior, dejando así entre los dos conos *d*, *d'*, el espacio que convenga á la aspiracion en la caja C.

Para servirse del Inyector se abre primero el tubo de emision A por medio de la llave L, y se dá una vuelta al manubrio M para que deje escapar un poco de vapor que en su rápido paso, arrastrará el aire y hará el vacío en la caja C, dejando así entrar el agua alimenticia, en cuyo momento se darán muchas vueltas al manubrio M hasta que el vapor tenga todo su paso. Entonces el agua que salia por el tubo D pasará á la caldera (lo que se conoce por un ruido particular) regulando por la manivela L' el paso del agua, de modo que no salga mas por el aliviadero.

Al penetrar el agua en la caldera con toda su velocidad podria ocasionar algunas perturbaciones, que cesan desde luego por el empleo que hace el Autor de un tubo divergente en sentido de la corriente.

La temperatura del agua de alimentacion debe ser inferior á 60° para 2 atmósferas: á 50° para 5 atmósferas, y á 40° para 8 atmósferas. Estos resultados de la experiencia prueban que se puede usar el agua de condensacion, que llega hasta 50°.

870. El fundamento de la teoría del Inyector es tan sencillo como el instrumento mismo. Se sabe por el principio de igualdad de presion que el vapor comprime las paredes de la caldera en toda la superficie con una fuerza proporcionada á su tension. En consecuencia, si se hacen en ella dos aberturas, una doble que otra, la fuerza viva con que marchará por ellas el vapor estará en proporcion de las áreas, siendo así la primera doble que la segunda. Si, pues, el vapor que sale por el orificio mayor conserva la fuerza inicial á lo largo del tubo que une los dos, al mismo tiempo que por su condensacion disminuye de volúmen, se verificará indudablemente la inyeccion, puesto que en el orificio de admision ó el de menor área habrá dos fuerzas contrarias, la interior proporcionada á la abertura de entrada, y la exterior que será tanto mayor cuanto lo sea el orificio de emision. No habrá, pues, mas que disponer el tubo de comunicacion con las condiciones convenientes al efecto que se desea. Tal es la disposicion del aparato.

Llamando w, w' las velocidades del chorro que ha de entrar en la caldera y el que tendería á salir, se verificará siempre que

$$w > w'$$

desigualdad de las velocidades que mide la de las respectivas cantidades de movimiento, puesto que la masa del agua de entrada es igual á la que tiende á salir.

La segunda de estas velocidades es desde luego $w' = \sqrt{2g(n-1)\,10^{m}33}$ (n=n.° de atmósferas dentro de la caldera). La primera w depende de la que tenga el vapor á su salida de la caldera á su entrada en el cuerpo del Inyector. Siendo esta v, y M t, m T, la masa y temperatura del agua aspirada y masa y temperatura del vapor, y T′ la temperatura de la mezcla, se tiene

$$\mathrm{M}\,t + m\,\mathrm{T} = (\mathrm{M}+m)\,\mathrm{T}', \quad \text{que dá} \quad \mathrm{M} = m\frac{\mathrm{T}-\mathrm{T}'}{\mathrm{T}'-t} \qquad (a)$$

$$(\mathrm{M}+m)\,w = m\,v, \quad \text{que dá} \quad w = v\frac{m}{\mathrm{M}+m} \qquad (b)$$

y pues que $v = \sqrt{2g\frac{(n-1)\,10^{m},33}{\Pi}}$ (Π peso específico del vapor), será

$$\frac{m}{\mathrm{M}+m}\sqrt{2g\frac{(n-1)\,10^{m},33}{\Pi}} > \sqrt{2g(n-1)\,10^{m},33} \qquad (c)$$

Cuando se verifique la igualdad de estas cantidades se tendrá la mínima velocidad con la que el chorro podrá verificar su inyeccion. La ecuacion (a) dará el peso mínimo del agua necesaria á la condensacion; y el producto de estas dos cantidades será la fuerza viva de inyeccion, lo que se hallará en cada caso particular para utilizar cuanto se pueda el trabajo motor del vapor á su salida para el Inyector.

Con estas fórmulas, pues, se arreglarán las dimensiones de este aparato para cada caldera, conocidas las condiciones ordinarias de su servicio.

El volúmen de agua de alimentacion es mayor á medida que disminuye la presion del vapor. Si, por ejemplo, la presion efectiva ó el exceso de la presion del vapor sobre la atmosférica es de $\frac{1}{2}$ atmósfera, el peso del metro cúbico de vapor á

esta presion y temperatura correspondiente de 111° será 0k,8349, la velocidad $v = 332^m$ por 1″; y como la velocidad con la cual saldria el agua de la caldera bajo la presion de ½ atmósfera ó 5ᵐ de agua próximamente, seria de 10ᵐ por 1″, se deduce que el vapor arrastraría un volúmen de agua mayor de 30 veces su peso, conservando la vena líquida sobrada fuerza para penetrar en la caldera. Lo propio sucederá por pequeña que fuera la presion efectiva, pero en razon á las pérdidas por las resistencias pasivas, aire arrastrado, vapor no condensado y mayor temperatura del chorro, se ha fijado la mínima presion efectiva en ½ de atmósfera.

El Inyector aspira como una bomba pneumática, sirviendo, por consiguiente, para agotamientos, pero debe procurarse que las aspiraciones no sean muy profundas para economizar la accion de la máquina. Es tambien este aparato una máquina elevatoria de la mayor sencillez, reducida, cuando la altura á que se eleva el agua es constante, á un simple tubo aspirante para verter el agua. Un aparato construido de este modo, para elevar á 6000^{lit} de agua á 6ᵐ en 1′ solo pesa 150^k. Con un Inyector y una caldera de 8 atmósferas se puede elevar el agua á 80ᵐ.

Empleado en subir agua caliente para baños resulta una gran economía en esta elevacion, puesto que las unidades calóricas empleadas se utilizan en la calefaccion del agua.

Los Inyectores salen experimentados de la fábrica y asegurados en su marcha regular. A pesar de esto sucede, 1.° que la vena líquida, al pasar al aire libre, deja sentir un ruido de chisporroteo que proviene de la mezcla del aire y el agua del tubo de aspiracion cuando las uniones de este son imperfectas. Conviene evitar este defecto. 2.° Si la vena fluida se desperrama ó rezuma al rededor del orificio de salida en vez de entrar limpia y unida, puede ser, ó porque la llave de vapor no está bien abierta ó porque el vástago central *c* no está bien retirado, ó bien porque, bajando la presion en la caldera, llega á ser relativamente mayor la cantidad de agua aspirada; lo que se remedia apretando el tornillo L′. Puede tambien presentarse el fenómeno contrario, es decir, que suba la presion del vapor y sea entonces insuficiente el agua aspirada para la condensacion. En ese caso, elevándose la temperatura del agua inyectada, se vé desprenderse de ella un poco de vapor á su paso al aire libre, y aun á veces el vapor ocupa la parte superior y cesa la inyeccion. Para evitarlo se cierra el grifo y afloja el tornillo regulador L′ poniéndose de nuevo en marcha el Inyector segun ya se sabe.

Si despues de marchar bien algun tiempo se descompone, no queda otro arbitrio que desmontarle, visitar bien los tubos y llaves para lavarlos y quitar de ellos los cuerpos extraños ó depósitos calizos que se pueden haber formado, asegurándose tambien de que interiormente no hay escapes de vapor y que el orificio cónico *d* no se ha desatornillado por exceso de presion de la aguja *c* al poner el Inyector en marcha.

871. **La capacidad** en las calderas para el vapor que ha de viajar por el cilindro, de modo que la variacion de fuerza elástica por causa del agua inyectada no sea menor de $\frac{1}{30}$, será para las máquinas de baja presion, representando por la unidad el volúmen en el cilindro á cada pulsacion,

$$C = 30\,(1 - t)$$

y para las de alta presion, $C = \dfrac{30\,(1 - t)}{a}$.

C = capacidad en la caldera para el vapor.

t = tiempo invertido ó espacio corrido por el émbolo antes de penetrar el vapor en el ci-

$a =$ atmósferas á que equivale la presion en la caldera.

Para una máquina de baja presion, en la que $t = \frac{2}{3}$, sería $C = 30\left(1 - \frac{2}{3}\right) = 10^{m3}$. Y si para una de alta presion entrase el vapor á la mitad del curso y á 5 atmósferas, sería

$$C = \frac{30\left(1 - \frac{1}{2}\right)}{5} = 3^{m3}.$$

Generalmente el espacio en la caldera es en las máquinas de baja presion de $0^{m3},7$ por caballo para el vapor y el agua; ó bien 10^{m3} para el agua y 10^{m3} para el vapor que en 1^h puede producir 1^{m3} de agua. Mr. Morin estima la capacidad de las calderas en veinte veces el volúmen de agua que se ha de vaporizar; hallando para este $0^{m3},033$ por caballo ó $0^{m3},66$ para el total; de que $0^{m3},40$ es para el agua y $0^{m3},26$ para el vapor, números que están en la razon próxima de 1,54 á 1.

En los barcos de vapor el espacio para el agua debe ser $0^{m3},20$ á $0^{m3},22$ en término medio; y para el vapor $0^{m3}14$ lo menos, aunque en las máquinas de 450 caballos se eleva hasta $0^{m3},17$ y $0^{m3},18$ por caballo, cuyos números estan en las relaciones de 1,43 : 1; 1,57 : 1 y 1,22 : 1.

FORMA Y PROPORCION DE LAS CALDERAS.

872. **Calderas de fondo plano ó cóncavo.**

Las antiguas calderas eran esféricas, y poco despues cilíndricas de base cóncava. Watt las hacia de base plana ó cóncava, paredes planas y tapa cilíndrica. Estas calderas, llamadas de *tumba,* se emplean mucho en Inglaterra cuando el vapor se usa á baja presion, prefiriéndolas á las cilíndricas por la ventaja de recibir mas directamente el calor desarrollado del hogar. Cuando la caldera es grande se practican en ella uno ó dos conductos por los que se hace circular el humo antes de que pase á la chimenea.

Para hallar sus dimensiones aplicaba Watt las siguientes fórmulas

$$h = \frac{V}{s}; \quad l = \frac{s + s'}{2V - s} \times 0{,}375; \quad d = \frac{s}{l}$$

en que son

$V =$ el volúmen de agua contenido en la caldera.
$s =$ la superficie de caldeo del fondo.
$s' =$ la de los costados.
$h =$ la altura del agua en la caldera.
$l =$ la longitud de esta; y $d =$ su diámetro ó 2.ª dimension.

Con estas calderas se obtienen de 6 á 7^k de vapor por 1^k de hulla, ó sea 1^k mas que en las cilíndricas: pero tienen la desventaja de resistir mal á la presion exterior, exigiendo consolidarlas interiormente con armaduras de hierro cuando son grandes. Sin embargo, mientras sus dimensiones no pasen de 5 á 6 metros de largo por 1,5 de ancho, serán preferibles á las cilíndricas.

Fig. 244 873. **Calderas cilíndricas.** (*fig.* 284).

Estas calderas tienen sus dos extremidades esféricas, lo que dá la ventaja de ofrecer mas resistencia, al paso tambien que puede aumentar la superficie de caldeo disminuyendo el diámetro.

Se construyen por lo regular de palastro, uniendo las planchas con roblones que guardan la separacion debida á la naturaleza y espesor del metal. A fin que el fuego produzca mas efecto y ofrezcan las calderas mas resistencia á la presion, es preferible darles poco diámetro y mucha longitud. Para dimensiones mayores de $1^m,3$ de diámetro en las de baja presion, 1^m en las de media y alta presion, y

una longitud 10 á 12 veces el diámetro, se emplearán dos calderas en vez de una; ya porque asi lo requiere la regularidad del trabajo, cuanto porque son mas económicas y sólidas, y menos expuestas á graves accidentes y difíciles reparaciones.

874. **Calderas cilíndricas con hervidores.**

Para evitar que las calderas cilíndricas consuman á superficie igual mas carbon que las de fondo plano ó cóncavo, y á fin de no descomponer el hogar en las reparaciones, se agregan á las cilíndricas dos ó tres tubos de palastro, llamados *hervidores* (*figs*. 285, 286) que son los solos expuestos á la accion directa del fuego, *Fig.* 285, 286.
y que pueden ser desmontados y cambiados fácilmente, sin destruir ninguna parte esencial del hogar. Se les une á la caldera por medio de otros dos pequeños tubos ensamblándolos á cola de milano, y fijándolos con cimento metálico.

Se dice que los hervidores complican inútilmente las calderas: sin embargo, lejos de suceder esto, tienen las ventajas mencionadas y las de preservar útilmente la caldera del contacto del fuego, de que resulta el no requemarse ni alterarse esta por semejante causa.

Los tubos de comunicacion entre los hervidores y la caldera no deben tener menos diámetro que $0^m,25$ para las máquinas de 15 caballos. Los hervidores tienen un diámetro poco mayor que el rádio de la caldera, y su longitud excede á la de esta en 30 á 50 centímentros; exceso que ocupan las cabezas de aquellos dentro de la mamposteria anterior ó de frente, donde se ponen los grifos ó llaves de salida para cuando convenga vaciar la caldera.

Se deben hacer del palastro de mejores condiciones, y componerse de tubos ó manguitos de una sola plancha, cuya costura vaya á la parte superior, entrando á enchufe unos en otros, y de manera que, á partir del hogar, el 1.° abrace al 2.°, este al 3.°, &; para que la corriente de la llama no penetre por las grietas y las requeme.

Se construyen hoy dia muchas calderas con hervidores para fuerza de 40 á 50 caballos, que tienen 10 á 12^m de longitud por 1^m de diámetro, siendo $0^m,6$ el de los hervidores.

Cuando el espacio que exige la fuerza del vapor es pequeño para poder contener la caldera, se suele obtener la superficie de caldeo que se necesita sobre un local mas reducido, poniendo tres en vez de dos hervidores. Se consigue con esto al mismo tiempo la ventaja de poder montar calderas de 10 á 12 caballos bajo una casa habitada, que sirva para caldear al vapor ó al vapor y agua 8000 metros cúbicos de habitaciones.

875. **Las dimensiones** de una caldera cilíndrica, con hervidores ó sin ellos, se podrán hallar con facilidad, en virtud de lo expuesto en estos últimos números, conocidas las superficies de caldeo.

Supongamos una caldera de baja presion cilíndrica y sin hervidores, de fuerza de 25 caballos.

Admitiendo la proporcion de $1^{m^2},30$ de superficie de caldeo por caballo, se tiene para la total por los 25^{cab}, $1,30 \times 25 = 32^{m^2},5$.

Tomando 0,70 de la superficie total de la caldera para la de caldeo, resultará

$$32^{m^2},5 = \pi D L \times 0,70 = 2,1991\ D L \quad ó \quad 32^{m^2},5 = 2,2\ D L$$

D = diámetro; L = longitud total.

De aquí

$$D = \frac{32,5}{2,2 \times L}, \quad ó \quad L = \frac{32,5}{2,2 \times D}$$

Si hacemos $D=\frac{1}{5}L$, resulta $L=8^m,6$ y $D=1^m,72$

Si hacemos $D=\frac{1}{10}L$, resulta $L=12^m,15$ y $D=1^m,215$

Tambien se puede hallar D directamente observando que $0,785\,L\,D^2=C=$ capacidad total de la caldera. Con lo que, sacando L de aquí, sustituyendo arriba y poniendo S por la superficie total de caldeo, tendrémos las dos fórmulas generales en funcion de la capacidad

$$D=\frac{2,8\,C}{S} \quad ; \quad L=\frac{C}{0,785\,D^2}$$

Tomando $0^{m3},66$ segun Morin, para la capacidad total por fuerza de caballo, resultaria $C=0,66\times 25=16^{m3},5$

y $D=1^m,42$, $L=10^m,51$, ó $L=7,4\,D$, que es muy buena proporcion.

El uso de estas fórmulas produce una pequeña diferencia en el volúmen respecto al que dan las primeras.

Para determinar exactamente la capacidad de la caldera no habrá mas que quitar de la longitud total L el diámetro ó dos rádios que correspondan á los extremos semi-esféricos, y cubicar estos y el cilindro que resulta.

De un modo análogo se procederá cuando la caldera tenga hervidores de que darémos un ejemplo en el proyecto que hacemos poco despues de una máquina de vapor de 150 caballos.

TABLA de las dimensiones y espesores de las calderas cilíndricas con hervidores para una presion de 5 atmósferas.

NÚMERO de caballos.	LONGITUD de las calderas.	LONGITUD de cada hervidor.	DIÁMETRO de las calderas.	DIÁMETRO de cada hervidor.	ESPESOR del palastro.
	metros.	metros.	metros.	metros.	milímetros.
2	1,65	1,75	0,65	0,28	8
4	2,10	2,20	0,76	0,30	8
6	2,70	2,85	0,75	0,34	9
8	3,40	3,60	0,80	0,35	9
10	4,10	4,30	0.80	0,35	10
12	4.80	5,00	0,80	0,38	10
15	5,60	5,80	0,80	0,45	10
20	6,60	6,80	0,85	0,50	10
25	8,00	8,20	0,85	0,50	10
30	8,30	8,50	1,00	0,60	10,05
35	9.50	9,70	1,00	0.60	11
40	15,00	10,30	1,00	0,70	11

876. **Calderas de hogares interiores.**

Estas calderas llevan en su interior un cilindro algo mas grueso que sirve de hornillo. Los inconvenientes que tienen en sí mismos estos generadores ha sido causa de no adoptarlos mas que para máquinas pequeñas, como la de Bourdon que solo alcanza de 6 á 8 caballos. La buena disposicion que ha dado este célebre Ingeniero á todas las partes de su máquina la ha hecho producir una considerable superficie de caldeo con poco gasto de combustible.

877. **Calderas tubulares.**

Llevan este nombre las calderas de fogones interiores provistos de muchos tubos de pequeño diámetro, al rededor de los cuales circula el agua que se ha de vaporizar, pasando por su interior la llama, el humo y gas de la combustion. De esta

manera se consigue fraccionar la masa del agua en capas delgadas, haciéndola adquirir rápidamente un aumento de calor que dá á los generadores una considerable potencia de vaporizacion.

Estas calderas de reducido volúmen se emplean particularmente en los barcos y carruajes de vapor, como lo exige el poco espacio de que se puede disponer. Con ellas se obtienen por cada hora de 7 á 8 y mas kilógramos de vapor por kilógramo de hulla.

Como prueba ó ejemplo de la ventaja de estas calderas respecto de las ordinarias, citarémos el vapor americano Great Western, en cuyas primitivas calderas llevaba 80 toneladas de agua, presentando una superficie de caldeo de 3840 piés cuadrados: remplazadas aquellas por otras tubulares, se redujo la capacidad á 52 toneladas, creciendo hasta 7150 piés cuadrados la superficie de caldeo.

Al hablar de los vapores y locomotoras presentarémos ejemplos prácticos de esta clase de calderas.

878. **Pruebas de las calderas.**

Antes de emplear una caldera se la someterá, por medio de la prensa hidráulica, á una tension 3 veces mayor que la que debe soportar en práctica, si el material de que se compone es el cobre ó palastro; y 5 veces mas si el material fuera de fundicion. Con este fin se multiplicará por 3 ó por 5 la carga calculada para la válvula de seguridad; y cuando el agua comprimida por la prensa venza esta resistencia, se estará seguro de la que ofrece la caldera.

979. **Espesor de las calderas.**

Las calderas mas generalmente usadas son las de palastro: su espesor en la práctica se determina por la fórmula

$$e = 0{,}0018\, d\,(n-1) + 0{,}003$$

en la que son

n = número de atmósferas, ó tension absoluta del vapor en la caldera.
d = diámetro de la caldera.

Si $d = 0^{m},5$ y $n = 2^{atm.}$; $e = 0^{m},0039$.
Si $d = 1^{m}$ y $n = 8^{atm.}$; $e = 0^{m},015$.

Esta fórmula es la misma que la del número 769, supuesta por T la tension 280 del metal por centímetro cuadrado, ó poco menos de $1\frac{1}{2}$ veces la que resulta para la fuerza de cohesion, (como se verá en el capítulo 6.° en la tabla de la resistencia de los materiales á la cohesion): lo que hace

$$e = \frac{1{,}0333\,(u-1)\,d}{2 \times 280} + 0{,}003 = 0{,}00184\, d\,(n-1) + 0{,}003$$

Debe procurarse que el diámetro de la caldera no pase de 1^{m}; siendo preferible aumentar la longitud en vez del diámetro, aunque para ello se compusiera la caldera de dos, tres ó mas cuerpos.

Las cabezas de las calderas deben tener vez y media el espesor hallado para las paredes del cilindro.

Las calderas de cobre laminado pueden tener el mismo espesor que las de palastro, aunque algunos las suelen hacer algo mas gruesas.

TABLA de los espesores que se deben dar á las calderas cilíndricas de palastro y cobre laminado.

DIÁMETROS de las calderas.	TENSIONES ABSOLUTAS DEL VAPOR EN LA CALDERA.						
	2 atmósf.	3 atmósf.	4 atmósf.	5 atmósf.	6 atmósf.	7 atmósf.	8 atmósf.
metros.	milím.	milím.	milím.	milím.	milím.	milím.	milím.
0,50	3,90	4 80	5,70	6,00	7,50	8,40	9,30
0,55	3,99	4,98	9 97	6,96	7.95	8,94	8.93
0,60	4,08	5,16	6,24	7,32	8,40	9,48	10;56
0,65	4,17	5,34	6,51	7,68	8,85	10,02	11,19
0,70	4,26	5,52	6,78	8,04	9,30	10,56	11,82
0,75	4,35	5,70	7,05	8,40	9,75	11,10	12,45
0,80	4,44	5,88	7,32	8,76	10,20	11,64	13,08
0,85	4,53	6.06	7,59	9,12	10 65	12,18	13,71
0,90	4.62	6,24	7,86	9.48	11,10	12,72	14,34
0,95	4,71	6,42	8.13	9,84	11.55	13,26	14,97
1,00	4,80	6,60	8,40	10,20	12,00	13,80	15,60

Las calderas de estas dos clases de material no deben pasar nunca de 15 milímetros de espesor. Si en razon al diámetro proyectado y tension del vapor, fuere necesario un espesor mayor, se deberá sustituir la caldera calculada por otras varias de diámetros pequeños.

Cuando una parte de la caldera sea plana se la dará una mitad mas de espesor.

Las de hierro colado están expuestas á romperse por la diferencia de dilatacion en todas sus partes. El espesor debe ser de 5 á 6 veces mayor que el calculado para las de palastro.

980. **Hornillos, parrillas, ceniceros.**

Fig. 253. Los hornillos de Watt (*fig.* 253) se hallan inclinados 25° desde la puerta del hogar. El aire penetra por una ó dos aberturas que esta tiene, dispuestas de manera que la llama le reciba directamente. El carbon se coloca inmediato al ya inflamado, y de ninguna manera encima, empujándole sucesivamente hácia adelante á medida que aumenta su combustion.

M. Robertson mejoró este aparato poniendo sobre las parrillas una especie de tolva inclinada en que se echa el carbon que cae directamente sobre ellas para alimentar contínuamente el fuego. Inferiormente á las mismas parrillas existe una reja vertical para dar paso á la corriente de aire é introducir las barras ó bicheros que remuevan el combustible. A $0^{m},02$ por debajo de la tolva hay un platillo que permite nueva introduccion de aire para activar en lo posible la combustion del humo. Las escorias que al remover el carbon caen de las parrillas, pasan á una cavidad de fondo movible que las hace llegar al cenicero.

M. Brunton discurrió una parrilla circular (*fig.* 254) de $1^{m},5$ de diámetro, que dá una revolucion por minuto; en cuyo tiempo recibe 15 veces el carbon que cae de una tolva por medio de una abertura que tiene en su fondo en direccion del rádio de la parrilla. Por este medio se consigue economizar 25 por 100 de combustible quemándose 120^{k} á 150^{k} de carbon en 1^{h}, ó poco mas segun su calidad. Las parrillas solo ocupan los $\frac{2}{3}$ de las ordinarias.

En todos los hornillos se colocan las barras de las parrillas á igual distancia entre sí, guardando una separacion que no excede de su anchura. Para la correspondiente á la fuerza de un caballo se tiene

$$2a = \frac{0,1}{\sqrt{h}}$$

a = intérvalo
h = altura del hornillo hasta la entrada del humo en la chimenea.

Si h=1^m,25, resulta 2 a=0$^{m^2}$,09 como ordinariamente se usa. Pero suele variar h entre 2^m,6 y 1^m,6; en cuyo caso es 2a=0$^{m^2}$,062, y 2a = 0$^{m^2}$,077. Para los barcos de vapor es 2a = 0$^{m^2}$,05 á 0$^{m^2}$,06

Cuando el combustible sea la leña se tomará el doble de esta cantidad (núm. 865).

Los barrotes son de hierro dulce ó colado; los primeros tienen la forma rectangular ó cuadrada; los de fundicion son mas anchos arriba que abajo, teniendo de 0^m,08 á 0^m,10 de altura en el medio para una longitud de 1^m, y 0^m,05 á 0^m,06 en las extremidades, guardando así la forma del sólido de igual resistencia.

La superficie de la parrilla es de 1$^{m^2}$ por 50^k á 60^k de hulla de mediana calidad y para el cocke quemado en una hora; para la hulla buena es 1$^{m^2}$ por 120 á 150^k: M. Clement pone 40^k por 1$^{m^2}$ para las primeras, pero en este caso el tiro á través de los barrotes es débil. Tambien se dá á la superficie de la parilla de 7 á 8 decímetros cuadrados por caballo en las máquinas de baja presion. En las locomotoras es 1$^{m^2}$ por 430^k de cocke en 1^h.

La longitud total de las parrillas viene á ser $\frac{1}{3}$ de la de la caldera. Se halla tambien directamente por la fórmula

$$l = 0^{m^3},372 \sqrt{C} \ \{ C = \text{número de caballos.}$$

Su anchura es en este caso 0,65 de su longitud.

En las calderas de fondo cóncavo la altura de la parrilla al centro ó medio del fondo es de 0^m,30 á 0^m,40, y 0^{m}28 á 0^m,36 bajo los bordes. En las calderas cilíndricas es esta altura 0^m,30 á 0^m,45 para cuando se emplea la hulla, 0^m,50 para la turba, 0^m,60 para el coke y 0^m,60 á 0^m,75 para la leña.

El área del circuito para el paso de la llama al rededor de la caldera debe ser $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{4}$ de la que tenga la parrilla.

La capa de carbon extendida sobre la parrilla debe tener de 0^m,05 á 0^m,08 de espesor, y 0^m,02 á 0^m,04 para el cocke y hulla seca.

Las puertas del hogar tienen de 0^m,25 á 0^m,30 de altura, y la suficiente anchura no mas para poder cargar fácilmente y atizar el fuego. La distancia de la puerta á la parrilla varia de 0^m,30 á 0^m,45 segun las dimensiones del hogar.

El cenicero tiene tambien sus puertas, que sirven para sacar las cenizas producidas por el combustible y proporcionar aire á la combustion; la superficie de estas puertas no debe ser menor que la del circuito al rededor de la caldera. La altura hasta las parrillas debe cumplir con las dos condiciones siguientes: 1.ª que no exceda de la que el hombre necesita para cargar cómodamente la parrilla; y 2.ª que no sea tan baja que se exponga á calentar demasiado y aun tienda á fundir los barrotes por la radiacion reflejada del suelo del cenicero. Se cumplirá con estas dos condiciones haciendo que la altura del suelo á la parrilla sea de 0^m,8. En caso de no poder obtener esta elevacion, ó en el supuesto de haber de colocar la parrilla próxima al suelo, se hará un pequeño foso que sirva de cenicero con rampa exterior que dé hasta las puertas del hogar los 0^m,8 de altura. En algunas fábricas hacen tambien dentro del cenicero un depósito de agua con objeto de absorver la radiacion directa del fuego.

Los hogares se hacen con ladrillos mas ó menos refractarios segun la actividad que debe tener la combustion. Algunas veces se les construye de fundicion ó hierro dulce, particularmente cuando su objeto es servir á un calorífero de agua

ó de aire: en este caso debe rodeárseles de una capa de agua, ó establecer una violenta corriente de aire á su alrededor para evitar que el exceso de temperatura que pueden adquirir les exponga á requemarse ó fundirse.

881. **Chimeneas.**

El área trasversal del conducto de una chimenea será de $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{6}$ de la que tenga la parrilla. Puede usarse, para hallarla directamente, la fórmula

$$a = \frac{0,04 \times C}{\sqrt{h}}$$

h = altura de la chimenea

C = número de caballos.

Si $h = 30^m$ y C=60, resulta $a = 0^{m^2},44$ próximamente; á qué corresponde $0^m,66$ de lado. Si fuese la chimenea circular, tendríamos para este caso,

$$\pi r^2 = \frac{0,04 \times 60}{\sqrt{30}}, \quad r^2 = 0^{m^2},14, \quad r = 0^m,37.$$

Será bueno dar el doble al área calculada, ó hacer la fórmula

$$a = \frac{0,08 \times C}{\sqrt{h}}.$$

Si C es menor de 8 caballos, el factor 0,08 debe ser 0,25.

Cuando la chimenea es un tronco de cono ó de pirámide el resultado de la fórmula será para la base superior, y la inferior se hará doble.

La altura de las chimeneas varia de 10^m á 36^m.

M. Peclet dá la siguiente fórmula para calcular las dimensiones de toda clase de chimeneas

$$v = \sqrt{\frac{2gHa(t'-t)D}{D + 2gn(L'+H)}}$$

en que son

v = velocidad con la que el aire caldeado sale por el orificio superior del tubo. En la práctica bastaria hallar la velocidad teórica y tomar los 0.70 para tener la efectiva, cuando el canal para el aire es de la altura H. El diámetro ó lado de la chimenea en la parte superior seria entonces

$$\sqrt{\frac{\text{volúmen de aire escapado en } 1''}{v}}$$

g = gravedad del lugar.

H = altura vertical del tubo en que circula el aire.

a = coeficiente de dilatacion del aire = 0,00368 (núm. 745).

t' = temperatura media del aire en el tubo, supuesta constante en toda su longitud.

t = temperatura del aire exterior.

$Ha(t'-t)$ = presion que produce la salida del gas en la parte inferior del tubo, estimada por una columna de aire caliente, ó presion necesaria para vencer los rozamientos del gas en el tubo

$\sqrt{2gHa(t'-t)}$ = velocidad teórica del aire caliente. La velocidad práctica viene á ser los 70/100 de esta.

D = diámetro del tubo, ó lado del canal si la seccion es cuadrada.

L' = desarrollo del circuito del aire hasta llegar á la base de la chimenea.

n = coeficiente numérico y constante para igual especie de chimenea, cuyo valor es

0,0127 para las chimeneas de tubos de barro.

0,005 para las de tubos de palastro.

0,0025 para las de fundicion ó las empañetadas ó dadas de hollin.

Se vé en esta fórmula que cuanto mayor sea la altura H mayor será el tiro ó velocidad de salida.

Para una chimenea ordinaria de caldera de vapor, cuyos hornillos, estando bien construidos, sean capaces de quemar 1^k,20 de hulla por hora, será

$$v=\sqrt{\frac{2g\,\mathrm{H}\,a\,(t'-t)\,\mathrm{D}}{13\,\mathrm{D}+2gn\,\mathrm{L}}}$$

L=longitud total del canal del diámetro D, que produciria la misma resistencia que la totalidad del circuito de humo desde el hogar hasta la seccion superior de la chimenea.

Si, además, se llaman Π, V', V el peso del combustible quemado en 1^h, el volúmen de aire frio necesario á la combustion de 1^k de carbon, y el del aire caliente que sale por la chimenea en 1'', se tendrá, suponiendo la chimenea cuadrada, y por consiguiente $\mathrm{V}=v\,\mathrm{D}^2$

$$\mathrm{D}^5=\frac{\mathrm{V}^2\,(13\,\mathrm{D}+2gn\mathrm{L})}{2g\,\mathrm{H}\,a\,(t'-t)}\;;\quad \mathrm{V}=\frac{\Pi\,\mathrm{V}'\,(1+0{,}00368\,t')}{3600}$$

Para hallar D se procede del modo siguiente:

1.° Se desprecia provisionalmente el término $2gn\,\mathrm{L}$, con lo que se tiene

$$\mathrm{D}=\sqrt[4]{\frac{13\mathrm{V}^2}{2g\mathrm{H}a(t'-t)}}$$

2.° Se saca un primer valor de D por medio de esta ecuacion; que se sustituye en el 2.° miembro de la 2.ª anterior; obteniéndose de este modo otro valor de D mas exacto, que se puede adoptar.

3.° Si, no obstante, se desea mas exactitud, se volverá á sustituir este valor en el 2.° miembro de la primera ecuacion, continuando así sucesivamente, hasta hallar para D el valor que mas satisfaga.

El máximo tiro de la chimenea se obtiene cuando $t'=297°$ á $300°$ y $t=12°$

Si en este concepto suponemos una chimenea de 15^m de alto para el centro de España, siendo, además, L=50^m; la seccion del canal L constante, y la hulla quemada por hora Π=80^k, para cuya combustion se necesita el volúmen de aire V'=18$^{m^3}$,44; y tomando para n el coeficiente 0,0025 (lo que supone estar la chimenea dada de hollin), se sacaria, procediendo como hemos dicho,

$$\mathrm{D}=0^m{,}46$$

Suponiendo siempre $t'=297°$, $t=12°$, Π=80^k, $n=0{,}0025$, $g=9^m{,}8$ y H=10^m, H=15^m, &, L=35+10, L=35+15, &, se tiene la siguiente tabla.

RESULTADOS.	ALTURAS DE LAS CHIMENEAS.				
	10^m	15^m	20^m	25^m	30^m
	m	m.	m.	m.	m.
Circuito total del humo L=.	45	50	55	60	65
Valores de Ha $(t'-t)$.	10,41	15,62	20,82	26,03	31,23
Velocidades teóricas $\sqrt{2g\,\mathrm{H}\,a\,(t'-t)}$.	14,29	17,50	20,21	22,60	24,75
Velocidades prácticas $v=\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{D}^2}=\frac{0^m{,}854}{\mathrm{D}^2}$.	3,49	4,16	4,71	5,16	5,55
Relacion de estas velocidades.	4,10	4,20	4,29	4,38	4,46
Segundos valores de D.	0,495	0,453	0,426	0,407	0,392
Secciones D^2 en decímetros cuadrados.	24,50	20,52	18,15	16,57	15,37
Pesos de hulla quemada en 1^h por decímetros cuadrados de seccion en las chimeneas.	3^{k}27	3^{k}90	4^{k}91	4^{k}83	5^{k}20

882. **Construccion de las chimeneas.**

Cuando son bajas y formadas de ladrillo se las puede hacer prismáticas inte-

riormente, y piramidales ó con talud al exterior; pero cuando son muy elevadas se las hace piramidales ó cónicas interior y exteriormente.

El espesor de las grandes chimeneas de fábricas es ordinariamente igual á unos 12 centímetros, ó el ancho del ladrillo en la parte superior: su pendiente interior es de $0^m,015$ á $0^m,018$ por metro, y la exterior $0^m,024$ á $0^m,030$. Como el espesor de la mampostería disminuye con la elevacion, á fin de no cortar los ladrillos se construye piramidalmente la parte exterior, y se dejan al interior resaltos de $0^m,11$.

Cuando la temperatura del humo no pasa de 300°, se puede hacer la chimenea con ladrillos ordinarios y mezcla fina de cal y arena. El yeso no se debe emplear mas que á las temperaturas inferiores á 100°. Si la temperatura pasa de 300° se hará el paramento interior con ladrillos refractarios, sobre todo en la parte inferior.

La construccion se ejecuta sin andamio exterior; siendo suficiente incrustar interior mente barras de hierro, distantes una de otra $0^m,6$, de manera que formen una escala cómoda para los trabajos de construccion y reparacion.

Propongámonos *determinar las dimensiones de un hornillo y chimenea para una caldera de vapor correspondiente á una máquina de alta presion con expansion, de fuerza de 8 caballos, gastando al máximo 5^k de hulla por caballo y por hora, y admitiendo una superficie de caldeo de $1^m,5$ por caballo de vapor.*

Para los 8 caballos se tendrá $1,5 \times 8 = 12^{m^2}$. Produciendo 1^{m^2} de superficie de caldeo 22^k de vapor (núm. 886) en término medio, para el máximo se tendrá $12 \times 22 = 263^k$ de vapor en 1^h. Y como 1^k de hulla produce 6^k de vapor en 1^h $\frac{264}{6} = 44^k$ será el gasto de hulla en 1^h.

La superficie de parrilla correspondiente á este consumo, admitiendo 120 por 1^{m^2} en 1^h, será $\frac{44}{120} = 0^{m^2},367$ ó 36,7 decímetros cuadrados. Se supone $\frac{1}{4}36,7$ para los espacios entre los barrotes.

Para la seccion de la chimenea observarémos que, necesitándose 18^{m^3} de aire para el consumo de 1^k de hulla, los 44^k exigirán

$$44 \times 18 = 792 \text{ metros cúbicos.}$$

Este aire, despues de haber atravesado el hogar, cederá una parte de su oxígeno que se reemplazará por el ácido carbónico y el vapor de agua.

Si estos gases salen por la chimenea á la temperatura del máximo tiro 297°, el volúmen de aire frio para la combustion de un kilógramo de hulla será $18^{m^3},44$; y por los $44^k,44 \times 18,44 = 811,36$ metros cúbicos en 1^h, ó $\frac{811,36}{3600} = 0^{m^3},226$ en $1''$.

Suponiendo la altura de la chimenea, como de ordinario sucede para una caldera de esta fuerza, $H = 22^m$, y si hacemos $a = 0,00368$, $g = 9^m,8$, $t' = 297°$, $= 12°$, será la velocidad teórica

$$v = \sqrt{2 g H a (t' - t)} = \sqrt{2 \times 9,8 \times 22 \times 0,00368 (297 - 12)} = 20^m,5.$$

Tomando los 0,70 se tiene $v = 14^m,35$ para la velocidad efectiva por $1''$. La seccion de la chimenea será, pues,

$$\frac{0^{m^3},226}{14,35} = 0^{m^2},046; \text{ y el lado} = 1,3 \text{ decímetros.}$$

Pero siendo esta la mínima seccion, conviene tomar el doble de ella y aun algo mas.

Por la fórmula 1.ª del núm. 881 hubiéramos hallado mas pronto para la superficie superior de la chimenea

$$a = \frac{0,08 \times 8}{\sqrt{22}} = 0^{m^2},1362 \quad \text{y el lado} = 0^m,37.$$

Se deberá poner en este caso la válvula de paso para regular el tiro de la chimenea.

882. **Apagadores.**

Se usa el apagador (*fig.* 255) en las máquinas de poca presion para disminuir la tension del fuego cuando la elasticidad del vapor es mayor de la conveniente. He aquí su descripcion. *Fig.* 255.

En el tubo de reemplazo *a b*, (por el cual sube el agua de la caldera á mayor altura que la de su nivel, segun sea el exceso de la tension del vapor sobre la del aire) nada un émbolo ó flotador *e* unido á una cadena que, pasando por las dos poleas *c d*, viene á caer verticalmente sobre el conducto de la chimenea, que cierra ó abre una plancha *g h* unida á aquella. Cuando el flotador baja por disminuir la presion del vapor sube la plancha *g h* y vice-versa. En el primer caso aumenta el tiro de la chimenea, y en el 2.° disminuye, alterándose por consiguiente la cantidad calórica.

883. **Válvulas.**

1.° *De seguridad.* Las válvulas de seguridad son de dos clases, *interiores* y *exteriores*. Las interiores (*fig.* 256) sirven para hacer penetrar el aire en la caldera cuando su presion es superior á la del vapor. De esta manera no hay temor de que puedan aplastarse aquellas por tal causa al verificarse el vacío que queda en ellas por liquidarse el vapor luego que se enfria la caldera. Se ponen regularmente en la tapa del registro por donde entran los maquinistas al reconocimiento.

Las *exteriores* tienen por objeto descargar las calderas del vapor que contienen cuando este adquiere ó está para adquirir la máxima tension calculada para resistencia de la caldera. Las hay de varias clases, (*figs*. 257, 258, 259); pero cualquiera que sea la que se use deberá ponerse por duplicado en la caldera; una cerrada con llave, y otra para que los fogoneros conozcan á cada paso el exceso de tension. Las primeras comunican con un tubo por donde sale el vapor, y ambas tienen un manubrio ó agarradero, que sirve, en las que están al aire libre, para desahogar la caldera cuando fuese necesario, y en las otras para levantarlas ó removerlas de cuando en cuando á fin de impedir se adhieran á las paredes por causa de la oxidacion. *Fig.* 257, 258 259.

Si llamamos d el diámetro menor de la válvula, y p la presion del vapor en kilógramos por centímetro circular, será $d^2 \times p =$ al peso que ha de soportar la válvula para que se equilibre su resistencia con la máxima tension que puede tomar el vapor. Quitando de este producto el peso de una atmósfera, que obra en un sentido contrario del vapor, el resíduo será el peso de que se cargará la válvula.

Para determinar el diámetro se usará de la fórmula empírica siguiente, muy recomendable por sus buenos resultados, aunque solo se pusiera una válvula en vez de dos como aconseja la prudencia

$$d = 2,6\sqrt{\frac{s}{n - 0,412}}$$

en la que son, $s =$ superficie expuesta al fuego ó de caldeo, comprendidas las paredes situadas entre los conductos de la llama y humo: $n =$ número de atmósferas.

Segun esta fórmula se ha calculado la siguiente tabla que dá diferentes diámetros de válvulas de seguridad.

Superficies de caldeo.	TENSIONES ABSOLUTAS DEL VAPOR EN LAS CALDERAS.									
	$1\frac{1}{2}$ atmos.	2 atmos.	$2\frac{1}{2}$ atmos.	3 atmos.	$3\frac{1}{2}$ atmos.	4 atmos.	$4\frac{1}{2}$ atmos.	5 atmos.	$5\frac{1}{2}$ atmos.	6 atmos.
m2	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.
1	2,493	2,0[illegible]	1,799	1,616	1.479	1,372	1,286	1,214	1,152	1.100
2	3.525	2,918	2,544	2,286	2,092	1,941	1,818	1.716	1,630	1,555
3	4.317	3,575	3,116	2.799	2,563	2,377	2,227	2,102	1,996	1,905
4	4,985	4,126	3,598	3,232	2,959	2,745	2,572	2,427	2,305	2,200
5	5,574	4,613	4,023	3,614	3,308	3,069	2 875	2,714	2,578	2,459
6	6,106	5,034	4,407	3,958	3,624	3,362	3,149	2,973	2,823	2,694
7	6,595	5,458	4,760	4,276	3,914	3,631	3,402	3,211	3.045	2,910
8	7,050	5,83[illegible]	5,089	4.571	4,185	3,882	3,637	3,433	3,260	3,111
9	7,478	6,189	5,398	4,848	4,438	4.117	3,857	3,641	3,458	3,298
10	7,882	6,524	5,690	5,110	4,679	4,340	4,066	3,838	3,645	3,478
11	8,267	6,843	5,967	5,360	4,907	4,552	4,265	5,025	3,823	3,640
12	8,635	7,147	6,233	5,598	5.125	4,754	4,454	4,204	3,993	3.815
13	8.987	7,439	6.487	5,827	5,334	4,949	4,636	4,376	4,156	3,964
14	9,325	7,720	6,732	6,047	5,536	5,138	4,811	4.541	4,312	4,129
15	9,654	7,990	6,968	9.259	5.730	5,316	4,980	4,701	4,464	4,259
16	9.970	8,253	7,197	6,464	5,918	5,490	5,143	4,854	4,610	3,394
17	10,277	8,506	7,418	6,663	6,100	5,659	5.302	5,004	4,752	4,536
18	10,575	8,753	7,633	6,841	6,277	5,823	5,455	5,149	4.890	4,664
19	10,865	8,993	7,842	7.044	6,449	5,982	5,605	5,290	5,024	4,798
20	11,147	9,227	8,046	7,227	6,616	6,138	5,750	5.428	5,154	4,918
21	11,423	9,454	8,245	7,380	6,780	6,289	6,892	5,561	5,282	5,047
22	11,691	9.677	8,439	7,580	6.939	6,437	6.031	5,692	5,406	5,158
23	11,954	9,804	8,629	7,750	7,095	6,582	6,167	5,820	5,527	5,279
24	12,211	10,107	8,814	7,917	7,248	6.723	6,299	5,845	5,646	5,385
25	12,463	10,316	8,996	8,080	7,397	6,862	6,429	6,069	5,763	5,498
26	12,710	10,520	9,174	8,240	7,544	6,998	6,556	6.188	5,877	5,609
27	12,952	10,720	9,349	8,397	7,776	7,132	6,681	6.306	5,989	5,712
28	13,190	10,917	9,520	8,551	7,828	7,262	6,804	6,422	6,099	5,810
29	13,423	11,110	9,689	8,703	7,967	7.391	6,924	6,535	6,207	5,924
30	13,653	11,300	9,855	8,851	8,103	7,517	7,043	6,648	6,313	6,029

884. Cuando la válvula es de palanca se disminuye mucho el peso que se ha de manejar. Se puede en este caso determinar de antemano dicho peso, conocidas las longitudes de los brazos de palanca, ó vice-versa, determinar el brazo mayor conocido el menor y el peso que ha de cargar la palanca.

En el primer supuesto, si el peso dado fuese Π; el del brazo mayor Π', el del menor $\Pi_{,}$, y L, l' sus respectivas longitudes, como asimismo L', l' las de los centros de gravedad al punto de apoyo, y T la tension del vapor bajo la válvula de seguridad, se tendria

$$L\Pi + L'\Pi' = Tl + \Pi_{,}l'; \text{ de donde } L = \frac{Tl + \Pi_{,}l' - L'\Pi'}{\Pi}.$$

Si suponemos la palanca trapezoidal, cuyo extremo sea pequeño respecto á la base en el punto de apoyo, el centro de gravedad en el brazo mayor se hallará sensiblemente á los $\frac{2}{3}$ del vértice; teniendo entonces $L' = \frac{1}{3}L$. Para el brazo menor se podrá tomar $l' = \frac{1}{2}l$; en cuyo caso

$$L = \frac{(T + \frac{1}{2}\Pi_{,})l}{\Pi + \frac{1}{3}\Pi'}.$$

Si $\Pi + \frac{1}{3}\Pi' = 10^{k}$, $\Pi_{,} = 0^{k},25$, $l = 0^{m},1$, $T = 145^{k}$, será $L = 1^{m},4513$.

La palanca que tenga $1^{m},4513$ de largo, $0^{m},05$ de ancho medio y $0^{m},065$ de grueso, pesará poco menos de 3^{k}, de donde $\Pi = 10 - \frac{1}{3}3 = 9^{k}$.

En el 2.º supuesto, conocidos los brazos de palanca y la presion bajo la válvula, se tendria

$$\Pi = \frac{(T + \frac{1}{2}\Pi_{,})\,l}{L} - \tfrac{1}{3}\Pi'.$$

Con iguales datos que anteriormente, nos resultaria $\Pi = 9^{k}$.

885. Planchas fusibles.

A mas de las válvulas de seguridad se ponen hácia los extremos de las calderas dos planchas metálicas, compuestas de aleaciones de bismuto, plomo y estaño (núm. 854 tabla) en diversas proporciones segun el grado de fusion correspondiente á la temperatura que se obtenga á distintas presiones (tabla que sigue). Se procurará que sean fusibles antes de llegar la temperatura al máximo, ó antes que las paredes de la caldera empiecen á enrojecerse; á cuya fin una de las planchas en las máquinas de baja presion se hará fusible á 110° y la otra á 118 ó 120°. De esta manera, cuando por la elevacion de temperatura llegáran á fundirse las expresadas planchas, se abririan dos boquetes capaces de dar pronta salida al vapor y el agua que apagaria inmediatamente el fuego. Sin esta precaucion seria de temer la explosion de la caldera, al abrirse las válvulas de seguridad, en el caso de estar el metal candente, pues el agua se precipitaria haciéndole estallar con prontitud. Para mas seguridad, y á fin de que las planchas metálicas no se fundan antes de tiempo, se las revestirá de una malla menuda de alambre.

Dícese que las planchas metálicas han sido de poco efecto en la práctica de algunos años, pero no se demuestra que hayan sido innecesarias.

ATMÓSFERAS.	TEMPERATURA correspondiente.	TEMPERATURA real de fusion.	ALEACIONES.		
			Bismuto.	Plomo.	Estaño.
1 atm.	100°	100°	8	5	3
$1\frac{1}{2}$	112,2	113,3	8	8	4
2	121,4	123,3	8	8	8
$2\frac{1}{2}$	128,8	130	8	10	8
3	135,1	132,4	8	12	8
$3\frac{1}{2}$	140,6	142,3	8	16	14
4	145,4	145,4	8	16	12
5	153,8	153,8	8	22	24
6	160,2	160,2	8	32	36
7	166,5	166,5	8	32	28
8	172	172	8	30	24

886. 2.° *Válvula de chapeleta* (*fig*. 287 H). Es de cuero entre dos chapas metálicas; y la caja $1\frac{1}{2}$ veces mayor que la abertura cuyo ángulo de inclinacion será de 30°. *Fig*. 287.

3.° *De doble chapeleta ó de ala de mariposa* (*m m fig*. 287). Gira hasta 30° para dar paso al aire y agua del condensador al entrar por las aberturas *n n* del émbolo de la bomba de aire. Suelen ser de metal. *Fig*. 287.

4.ª *Cónica ó en figura de* T (*fig*. 260). Es de bronce; su peso $= d^2 p$, $d =$ diámetro, $p =$ presion en kilógramos sobre centímetro circular. *Fig*. 260.

5.ª *De doble asiento de Hornblower* (*fig*. 261). Es un cilindro hueco A, atravesado de un vástago, con dos asientos, uno al exterior del tubo de vapor y otro al fondo; por cuya disposicion se disminuye mucho en ella la presion. *Fig*. 261.

6.ª *De tirador de Murray* (*fig*. 260). Es un bastidor ó corredera que atraviesa una caja de estopas y se mueve por medio de un vástago perpendicular al paso del vapor. Abre ó cierra varias aberturas por medio de un mango ó de una rueda dentada que engrana en un piñon. *Fig*. 260.

Fig. 287. 7.ª *De tirador en figura de* D (*fig.* 287, J J). Es un semicilindro J J, cuya cara plana se ajusta exactamente al cilindro del vapor. Cuando se halla como representa la figura 287, entra por *e* el vapor que viene de S, y antes que el émbolo P llegue al fondo baja el tirador interceptando el vapor hasta que ocupe la posicion inversa haciéndole penetrar por *e'*. En este caso el émbolo es impulsado de abajo arriba, saliendo el vapor que estaba sobre él por el tubo *e* E hasta llegar al condensador. En las máquinas de alta presion sin condensador, sale el vapor
Fig. 262. perdido á la atmósfera por medio de un tubo E (*fig.* 262) que suele estar rodeado de agua por alimento de la caldera.

Fig. 263. 8.ª *Cilíndricas* (*fig.* 263). Son émbolos metálicos que luden exactamente en el cilindro ó tubos de los pasos de vapor.

Fig. 264. 9.ª *Llaves de cuatro aberturas* (*fig.* 264). Su movimiento es de rotacion al rededor de su eje, abriendo alternativamente la comunicacion de la caldera y condensador con las partes superior é inferior del cilindro. Su forma es un tronco de cono ó casi cilíndrica para que no se aumente el rozamiento. Ajustándola á una caja igualmente cilíndrica y haciendo obrar el vapor en la parte superior, la presion es casi igual en el tronco de cono que en el asiento. En la máquina de Maudslay (lám. 22) el movimiento giratorio de la llave se hace por medio de dos ruedas dentadas que ponen en accion la palanca á que corresponde el excéntrico. Estas llaves se usan en máquinas de 2 hasta 30 caballos.

10.ª *De cuello.* Para arreglar la entrada del vapor en el cilindro se usa de esta válvula puesta en el tubo de vapor cerca de aquel; y consiste en una plancha atravesada de un eje en el sentido de su diámetro, que ajusta bien al tubo y es movida por el regulador en la suficiente cantidad para que no entre mas vapor que el correspondiente á la velocidad media de la máquina.

887. **Regulador ó moderador.**

Con tal motivo inventó Watt el *péndulo cónico, moderador ó regulador* de la po-
Fig. 287. tencia de la máquina, el cual consiste en dos bolas metálicas (*fig.* 287) de unos 12 á 36 kilógramos de peso cada una, unidas á dos varillas *o o'*, (que forman con el eje un ángulo de 30° cuando están en reposo) y á estas otras dos *p q* que abrazan una corredera ó argolla *q* al rededor de un eje, á la que se adapta una cadena ó varilla *q q'* que por fin recibe el extremo de una cigüeña ó palanca unida á la válvula de cuello ó de paso.

El eje del regulador se asienta sobre una rueda dentada de chaflan ó cónica que engrana en otra vertical puesta en el eje del volante ó en otro eje horizontal, movido por una cuerda sin fin *r r*.

Mientras la velocidad es la conveniente ó la determinada para el cálculo de la máquina, la amplitud de las bolas es constante, creciendo esta con aquella en virtud de la fuerza centrífuga. En este caso las varillas suben la argolla, y la válvula se cierra una cantidad proporcional al exceso de vapor. Cuando las bolas están en reposo la válvula se halla completamente abierta. La mayor amplitud es el $\frac{1}{5}$ de la altura comprendida entre el punto de suspension y el plano en que giran los centros de las bolas con la velocidad media; altura que se hallará fácilmente por ser el número de revoluciones del regulador igual á la mitad de las oscilaciones de un péndulo de longitud igual á la de las varillas de aquel.

Si fuese la velocidad media de 30 revoluciones en 1', ó correspondiese al péndulo de segundos cuya altura es (núm. 320) 99°,28, su mayor amplitud sería $\frac{1}{5}$ 99°,28 = 19°,85.

Fig. 269. 888. **Manómetro.** *El manómetro ó atmósmetro* (*fig.* 269) (de que hemos ha-

blado en el número 518) es un instrumento que debe acompañar siempre á la caldera, poniéndole en comunicacion directa con la misma ó con uno de los cilindros conductores del vapor, á fin de averiguar en cada momento la tension del fluido en ella contenido. Aunque los hay de varias clases y disposiciones mas ó menos ingeniosas, como puede verse en el tratado del calor de Peclet (tomo 1.° pág. 326), son de mas general uso los que en forma de sifon representan las figuras 269 á 273. El tubo, abierto en el extremo del brazo mayor, y de $0^m,01$ de diámetro puede ser de hierro ó de cristal, concluyendo en un embudo ó vasija de cierta capacidad para recibir el mercurio contenido en el sifon en caso de que saliera fuera por exceso de presion. El brazo mayor tiene una altura dependiente de la tension del vapor, siendo suficiente la de 1^m á 1^m5, para las máquinas de baja y media presion. Si fuese de cristal (*fig.* 270), el mercurio mismo serviria de indicador de las divisiones de la escala; pero si el tubo fuese de hierro (*fig.* 269, 272) se agregaría un flotador con su varilla ó contrapeso c, cuyo extremo corresponde al cero de la graduacion. *Figs.* 269 á 273. *Fig.* 270. *Figs.* 269 á 272.

La escala se divide en centímetros ó semicentímetros: en el primer caso, y siendo de igual diámetro ambos brazos del sifon, cada centímetro de la escala corresponderá á dos del mercurio, y en el 2.° á uno; puesto que tanto se eleva aquel en un brazo como baja en el opuesto. Se divide tambien la escala en atmósferas y décimos de atmósfera, correspondiendo cada division decimal á $2h = \frac{1}{10} 0^m,76$, ó $h = 0^m,038$. Si los brazos fuesen desiguales y las divisiones decimales, su valor se deduciria de la fórmula

$$0^m,076 = h + h\frac{d^2}{D^2} \text{ ó } h = 0,076\frac{D^2}{D^2+d^2}.$$

D y d diámetros de los brazos del sifon).

Para estas valuaciones en la division hemos prescindido de la influencia que tiene en la subida h del mercurio el peso del agua ó vapor condensado que llega al brazo adosado á la caldera. Este pequeño error se puede tomar en cuenta haciendo

$$0^m,076 = h + h\frac{d^2}{D^2} - h\frac{d^2}{D^2} \times \frac{1}{13,596}; \text{ ó sensiblemente } h = 0^m,076\frac{27D^2}{27D^2+25d^2}$$

Si fuese $d = 0^m,01$ y $D = 0^m,02$, se tendría,

$$h = 0,076\frac{27 \times 0,0004}{27 \times 0,0004 + 25 \times 0,0001} = 0^m,06.$$

$$\text{y si } D = d = 0^m,01, \quad h = 0,076\frac{27}{52} = 0^m,04.$$

En el caso de estar la division en centímetros seria

$$h = 0^m,01\frac{27D^2}{27D^2+25d^2} = 0^m,0081 \text{ para el primer supuesto, y } h = 0^m,00519 \text{ para el 2°.}$$

Cuando la varilla señalase $0^m,4 = h$, la fórmula (518) $p = 1^k,0333 + 1,3598h$ daría $p = 1^{atm},58$, que es la tension del vapor en el ejemplo que ponemos poco despues de una máquina de 150 caballos.

En las de alta presion conviene usar tambien estos manómetros con preferencia á los siguientes de aire comprimido, cuando aquella no pasa de 5 á 6 atmósferas, en cuyo caso el sifon no excede de 5 á 6^m de altura (*fig.* 269). Pero cuando pasa de este límite se emplean los de la figura 273, fundados en la compresibilidad del aire contenido entre el mercurio y extremo cerrado del tubo. *Figs.* 269 y 273.

El vapor vence el peso de la columna mercurial y la tension de este aire encerrado: teniendo así para la presion P del vapor

$$P = p^k + 1^k{,}3598\,h$$

La tension p se halla por la fórmula

$$p = \frac{p'\,h'\,(1 + 0{,}00368\,t)}{(h + h')\,(1 + 0{,}00368\,t')}$$

en que p' es la tension que tenia el aire á la temperatura t' ocupando toda la altura $(h + h')$: h' la altura que marque el mercurio y t la temperatura en aquel momento.

879. **Manómetro metálico de Bourdon.** (véase la 2.ª pág. del atlas.)

En el número 475 del primer capítulo hemos hablado ya del barómetro metálico de M. Bourdon, cuya construccion dijimos en el 476 se funda en los dos principios siguientes:

1.° «La curvatura de un tubo metálico encorvado varia con la diferencia entre las presiones interior y exterior, haciéndose menor cuando domina la primera y mayor cuando domina la segunda.

2.° «Esta variacion, entre determinados límites, es proporcional á la citada diferencia.»

Fig. 276. «En efecto, si A B C D (*fig.* 276) fuese la seccion por el eje de un tubo elíptico encurvado circularmente y cortado por dos planos A O, B O, normales á la curva llamando L, l las longitudes A B, C D; R, r los rádios A O, C O; α el ángulo en el centro, y d la distancia entre los arcos, se tendrá,

$$L = 2\pi R \frac{\alpha}{360}, \qquad l = 2\pi r \frac{\alpha}{360}, \qquad d = R - r$$

Si por una causa cualquiera los arcos A B, C D tienden á separarse sin variar de longitud formando siempre parte de dos circunferencias concéntricas, siendo R', r' d' α', los valores que tomarian R, r, d, α, se tendria del propio modo

$$L = 2\pi R' \frac{\alpha'}{360}, \quad l = 2\pi r' \frac{\alpha'}{360}, \quad d' = R' - r'$$

De ambos sistemas de ecuaciones se deduce

$$R' = R\frac{\alpha}{\alpha'}, \quad r' = r\frac{\alpha}{\alpha'}, \quad \frac{d'}{d} = \frac{\alpha}{\alpha'}$$

$$\text{y} \quad \frac{R'}{R} = \frac{d'}{d}, \quad \frac{r'}{r} = \frac{d'}{d}.$$

La tercera expresion demuestra que los ángulos en el centro correspondientes á las dos posiciones de los arcos A B, C D son inversamente proporcionales á las distancias que los separan; y las 4.ª y 5.ª que los rádios son directamente proporcionales á estas mismas distancias.

Igual demostracion tendrá lugar para otra seccion cualquiera por un plano paralelo al A O B. Si, pues, fuesen e e' las distancias idénticas á d, d', seria $\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{e}{e'}$ y la igualdad de las relaciones $\frac{d}{d'}$, $\frac{e}{e'}$, ó la proporcionalidad en la aproximacion ó separacion de las paredes del tubo será rigorosamente exacta cuando la seccion trasversal sea un rombo ó bien una elipse ó figura análoga, mientras los cambios tengan lugar entre pequeños límites.

Los manómetros que segun estas propiedades ha construido Mr. Bourdon son

tan sencillos como útiles, graduándoles con claridad y por comparacion para mayor exactitud. Son al mismo tiempo de una sensibilidad, exactitud y seguridad grandes, dispuestos de manera que sus tubos y por consiguiente sus ejes, no sufran en su curvatura mas variacion que $\frac{1}{20}$ á $\frac{1}{25}$ para las máximas presiones.

890. La figura 274, representa una de las mejores disposiciones de estos ma- *Fig.* 274.
nómetros usados en las locomotoras. Es un tubo T de cobre laminado y seccion trasversal elíptica comunicando en su mitad con el generador por medio del tubo T′ provisto de una llave L. La aguja indicadora *a* tiene unida á su eje una rueda dentada *r* que engrana con el arco de la palanca *p* oscilante en *i*.

Al penetrar el vapor en T las extremidades *e* se separan y obligan á moverse la aguja tanto cuanto sea la presion ejercida.

Todo el mecanismo se halla dentro de una caja de laton cerrada por la parte anterior con un vidrio claro, y la graduacion en otro bañado interpuesto entre la aguja y tubo.

Para preservar el manómetro de las alteraciones que le pueda ocasionar el hielo que en el interior del tubo se forma por el vapor condensado cuando ha de quedar expuesto á frios rigorosos, se coloca entre la llave *o* (*fig.* 275) y el tubo *Fig.* 275.
manométrico una caja lenticular compuesta de dos cascos C, C′, dividida por un diafracma flexible D de goma elástica vulcanizada y llenando el tubo y caja de alcohol débil ú otro líquido que resista á temperaturas de 15° y 20°. Para que tampoco tenga influencia el vapor condensado que resta entre la caja y llave, se hace á esta un agujero *o* en correspondencia con el O para dar paso al agua que se halle en ese espacio.

891. Las figuras 277, y 278 son otras dos disposiciones de manómetros. La *Fig.* 277, y 278.
277, cuyo tubo es helizoidal, se usa en las máquinas fijas, y la 278 en las de los barcos, á cuyo fin se agrega la lámpara L colocada detrás del cristal que contiene la graduacion.»

892. **Indicador de presion.**

«Tiene por objeto demostrar el trabajo del émbolo marcando la presion que sobre él se ejerce en todos los puntos de su carrera.

«Se reduce á un tubo encurvado y chato T (*figs* 279, 280 y 281) de cuyos ex- *Fig.* 279, 280 y 281
tremos el *e*, fijo en la pieza P, comunica por el tubo T′ con el interior del cilindro; el otro extremo *a* se halla cerrado y unido por la varilla articulada *a d* al medio de la palanca *v*, giratoria en *g*. Esta palanca tiene un lapiz en la extremidad *l* con el que traza el diagrama sobre el papel fijo al tablero D. A lo largo de este existe unida una barra dentada *s* que engrana en el piñon *p*, cuyo eje lleva en su prolongacion un cubo *m* al que se une el resorte en espiral *r* introducido en la polea P.»

«Para usar este instrumento se hace comunicar el tubo T con el cilindro, y la polea P con otra movible de la máquina por medio de una cuerda ó correa sin fin. De este modo se consigue que la polea haga subir el tablero y la palanca mover el lapiz; resultando por ambos simultáneos movimientos la traza que se desea de la curva, correspondiente á un curso del émbolo.»

893. **Cilindro** (*fig.s* 260, 287, &). *Fig.* 260, 287, &.

Es de hierro colado, y se funde con alma, torneándole despues cuidadosamente á fin de que la superficie interior se aproxime cuanto sea posible á la de un cilindro matemático; pues de la bondad de esta importante pieza depende el buen efecto y aun la seguridad de la máquina. A veces se circunda el cilindro de otro llamado la *capa*, dejando entre ambos un espacio por el que pasa el vapor antes de penetrar en el primero. Semejante medio tiene la ventaja de que este adquie-

ra una temperatura uniforme antes de empezar á funcionar. Se dejan bordes ó rebabas al cilindro y la capa sobre los que se ajustan las tapas con tornillos y tuercas, cerrando bien sus juntas con el cimento metálico ú otro de los que se dirán mas adelante. El fondo del cilindro (que suele tener la superficie cóncava) lleva fundido el tubo de comunicacion inferior. La tapa contiene el encaje del vástago del émbolo que se explicará despues. El diámetro del cilindro es por lo regular la mitad del viage del émbolo.

894. **Area del tubo de vapor.**

La fórmula de Tredgold que sirve para todas las máquinas de alta y baja presion es

$$\omega = \frac{\Omega l n}{732}$$

ω = área trasversal del tubo, Ω = área trasversal del cilindro, l = curso del émbolo, n = número de golpes en 1'.

Si $\Omega = 0^{m^2},882$, $l = 2^m,12$, y $n = 18^m,40$, resulta

$\omega = 0^{m^3},047$, y d = diámetro apreciado $= 0^m,24$.

895. **Émbolos.**

Fig. 265. Son de dos clases, con guarnicion de estopa entre planchas metálicas (*fig.* 265)
Fig. 266. ó todo de metal *fig.* 266). Pero de cualquiera manera que sea debe su rozamiento ser uniforme, de modo que evite en todo su curso el paso del vapor.

En todos ellos la relacion del espesor al diámetro es igual á la del rozamiento á la presion. Así, siendo $\frac{1}{8}$ de la presion el rozamiento en los metálicos, su espesor no será menor de $\frac{d}{8}$. En los de guarnicion de cáñamo el espesor es $\frac{d}{6}$.

En las máquinas de doble efecto el rozamiento es 0,122 de la fuerza total cuando la guarnicion es de cáñamo, y 0,049 en las de simple efecto. Si la guarnicion es metálica el primer número es 0,069. Igual relacion existe para las máquinas de alta presion.

Los émbolos de guarnicion de estopa pueden ser como el representado en la
Fig. 265. figura 265, en la cual una rueda dentada R que sirve de tuerca al vástago del émbolo, gira por la presion del piñon P: operacion que se verifica sin quitar la tapa del cilindro, haciendo entrar en esta la cabeza *c* del tornillo de compresion cuando el émbolo está levantado. Por este medio se aprieta la estopa y se comprime contra las paredes del cilindro á medida que se vá gastando aquella.

Los émbolos metálicos se componen de un anillo A de bronce ó de acero,
Fig. 266. (*fig.* 266) con un hueco *b c*, donde se ponen dos hiladas á juntas encontradas de piezas circulares igualmente metálicas, que, por medio de las cuñas *c c'* y los muelles en espiral *m m*, comprimen contínuamente al cilindro; á lo que ayuda el mismo vapor desalojado penetrando por las aberturas *a a*. Otros émbolos hay de diferentes construcciones, pero sus efectos no son mejores que los producidos por el acabado de describir.

896. **Vástagos y sus cuellos.**

Los vástagos de los émbolos tienen su cuello en la tapa del cilindro, compuesto de una caja con estopa que se oprime contra el vástago por medio del tornillo *t*; siendo cóncava la cara superior de aquella para recibir el aceite ó grasa de que se unta el expresado vástago en sus contínuos viages.

897. **Excéntrico.** (Véase el número 689.)

El método mas generalmente usado y espedito para abrir y cerrar las válvulas

ó tiradores que den paso al vapor, es un *excéntrico* (*fig.*s 267, 287, &); el cual no es otra cosa que un círculo sujeto entre el anillo A, enlazado firmemente á las varillas de un vástago V, cuyo extremo imprime un movimiento de vaiven al eje *e a* unido como palanca al vástago de la válvula de tirador (*fig.* 287). Está sujeto al eje del volante cuyo movimiento sigue. Para concebir bien este movimiento en el excéntrico, basta suponer el aparato completamente desnudo y reducido á las dos líneas *a c* y *a b*, (*fig.* 267) haciendo la primera el efecto de una cigüeña unida á la barra *a b* que gira al rededor del centro *c*. La distancia *a c* es el semi-camino de la barra, igual á la cantidad que sube y baja el tirador. *Fig.* 267, *y* 287, &. *Fig.* 287. *Fig.* 267.

El manubrio M sirve para levantar el excéntrico á juicio del maquinista, parando la máquina ó dándola movimiento contrario. La pieza *d e*, unida al eje, (*fig.* 268) y la *f g* al excéntrico, sirven para continuar el movimiento en uno y otro sentido, unidos los costados *e* y *f* cuando la marcha es á la derecha, y los *d* y *g* cuando lo es á la izquierda. *Fig.* 268.

898. **Movimiento del émbolo.**

El émbolo debe moverse siempre en sentido del eje del cilindro para ludir con igualdad todos los puntos de sus paredes; lo que se conseguirá haciendo que el vástago describa en su curso una línea recta.

El método mejor y mas sencillo es fijar á la cabeza de este una barra *b* (*fig*s. 282, 283) que le sea perpendicular, á cuyos extremos haya dos rodajas *r* que sigan la direccion paralela de dos guias A B invariablemente unidas. En este caso la barra hace oficio de palanca, adaptándola á sus extremos otras dos de conexion S *v* llamadas *bielas* que toman las cigüeñas N *x* del eje de rotacion. *Fig.* 282, 283.

899. **Paralelógramo** (véanse los números 699, 700 y 701 y la 2.ª página del atlas.) Uno de los medios que hasta ahora se han empleado y continuan usándose en las máquinas de cilindros fijos es el llamado *paralelógramo* de Watt. Consiste en dos *barras paralelas d g*, *b f* (*fig.* 287), en los tirantes *f g*, *d b*, y en el *rádio c d*. El movimiento en este caso se llama *movimiento paralelo*. *Fig.* 287.

Para concebirle bien, supongamos que la balanza B B desciende girando al rededor del punto de apoyo O. Los puntos *f b* describirán los arcos *f f′ b b′*, y el rádio *c d*, firme en *c* y con gozne en *d*, trazará el arco *d d′*, viniendo á quedar el paralelógramo despues de su movimiento como representan las líneas de puntos en *f′ b′ d′ g′*. Los movimientos encontrados del rádio y tirantes hacen que el extremo *g* de la barra paralela ascienda y descienda segun la vertical sensible *g g′*.

El largo de las barras es generalmente ½ del que tiene la semi-balanza B B; y los tirantes $0^m,09$ menos que el semi-viaje del émbolo.

El rádio se ha supuesto igual á la barra paralela, que es lo que sucede cuando su longitud es los ⅜ del curso: pero cuando la balanza está con el viage del émbolo en la razon de 3 á 2, se hallará el rádio por la fórmula

$$r = \frac{(1,5\,l - 2\,b)\;0,5\,l}{0,343146\,b} + b.$$

b = largo de la barra paralela; l = curso del émbolo.

Si $l = 2^m,5$, y $b = 1^m$, resulta $r = 6,38 + 1 = 7^m,38$.

Para hallar el rádio, cualquiera que sea la proporcion entre la balanza y el curso del émbolo, se usará de la fórmula siguiente, cuyas anotaciones son iguales á las anteriores, y en que, además, B = O f = semi-balanza.

$$r = \frac{(B - 2\,b) \times \overline{0,5\,l}^2}{(B - \sqrt{B^2 - \overline{0,5l}^2})\,2b} + b.$$

Si $B = 3^m,18$, $l = 2^m,12$, y $b = 1^m,50$, será $r = 1^m,87$.

900. Determinado el paralelógramo se hallarán los puntos M″, i, coyunturas de los vástagos de las bombas neumática y alimenticia, en su interseccion con la línea O g que vaya del centro O al extremo del émbolo. Igual construccion daria el punto K para la bomba de agua fria.

901. **RESISTENCIA de las diferentes partes de las máquinas de vapor.**

El esfuerzo sobre cada una de las diferentes partes de las máquinas de vapor depende del número de revoluciones ó pulsaciones que ellas den por cada viaje doble del émbolo. Si d es el diámetro ó cuerda y n el número de revoluciones ó pulsaciones en la unidad de tiempo, siendo $2\,p$ el duplo de la presion media en la caldera y contra-presion en kilógramos sobre centímetro circular, y $2\,l$ el doble curso, será

$$nd : 2l :: 2p : x = \frac{4pl}{n\,d}.$$

Vástago del émbolo.

Siendo, además, D el diámetro del émbolo en metros, el correspondiente al vástago en las máquinas de doble accion es

$d = 0{,}083\,D\sqrt{2p}$ si fuese de hierro forjado;

$d = 0{,}087\,D\sqrt{2p}$ si de hierro fundido; y

$d = 0{,}05\,D\sqrt{2p}$ si de acero templado.

En estas fórmulas es, como ya tenemos dicho, p la presion media ó diferencia entre la presion p' en la caldera, y la $p_i' = \frac{1}{11}\,p'$ contraria en el cilindro.

Si la fuerza del vapor fuese por centímetro circular $p = 1^k{,}2$ y $D = 2^m$, se tendria en el primer caso, $d = 0^m{,}257$. Se aumenta $\frac{1}{10}$ hácia el medio. En la práctica basta hacer $r = 0{,}1$ R y aumentar 0,1 al resultado.

En las máquinas de baja presion y efecto simple, en que el vástago no ha de sufrir mas que una tension, es $d = 0{,}0435\,D\sqrt{2p}$.

Para las *barras rectangulares* es $h\ a = 0{,}00757\,D^2 \times 2p$, cuando lo son de hierro fundido.

Balanzas ó palancas. Conservando iguales notaciones, y haciendo, además, h=altura de la balanza en metros, y s la relacion entre la semi-balanza y diámetro D del cilindro, se tiene

$h = D\sqrt[3]{0{,}0889 \times 2ps}$ para cuando es de hierro fundido;

$h = D\sqrt[3]{0{,}078 \times 2ps}$ para cuando es de hierro forjado; y

$h = D\sqrt[3]{296 \times 2ps}$ para cuando es de madera.

El espesor será $\frac{1}{16}$ de la altura en los dos primeros casos y $\frac{1}{4}$ en el 3°. Los bordes se aumentan $\frac{1}{9}$ de h, y en los extremos se disminuye la altura á la mitad que en el centro, quedando así la balanza segun las condiciones del sólido de igual resistencia.

Si el exceso de presion del vapor sobre la atmosférica fuese $0^k{,}39$, siendo esta (núm. 517) $= 0^k{,}81$ por centímetro circular, podrémos hacer $p = 1^k{,}20$: y si, además, tenemos $D = 0^m{,}60$ y $s = 3$, resultará

$$h = 0{,}60\sqrt[3]{0{,}0889 \times 2 \times 1{,}20 \times 3} = 0{,}60 \times 0{,}86 = 0^m{,}516\,;$$

por lo que el espesor será $e = 0^m{,}032$; y en los bordes$= 0^m{,}032 + 0^m{,}0573 = = 0^m{,}0893$.

Los **muñones** de las balanzas tienen de diámetro en las máquinas de baja presion $\frac{1}{6}$ á $\frac{1}{5}$ de D, y $d = \frac{1}{4}\,D\sqrt{2p}$ para las de alta presion. Su longitud es$= \frac{8}{10}$ D.

Arboles ó ejes de rotacion. Siendo s la relacion del rádio del manubrio al diámetro D del cilindro, se tiene,

$d = D\sqrt[3]{0{,}015 \times 2ps}$; y $d = D\sqrt[3]{0{,}015 \times 2p\frac{s}{s'}}$ cuando el árbol dé s' vueltas por cada dos golpes del émbolo.

Manubrio ó cigüeña. Debe ser 1½ veces mayor el anillo que el diámetro del árbol. Si s es la relacion entre el diámetro de árbol y el del cilindro, el espesor del manubrio en su union con el árbol es

$e = 0{,}00247\frac{2pr}{s^2}$; r = rádio del círculo descrito por el manubrio.

Siendo $s = 0^m{,}30$, y $r = D = 0^m{,}60$, y la presion del vapor en la caldera $p = 1^k{,}4$ ó $2p = 2^k{,}8$, resulta, $e = 0^m{,}046$, y la altura del manubrio,

$1{,}5 \times 0{,}30 \times 0{,}60 = 0^m{,}27$.

Rayos de las ruedas. Suele haber por lo regular 6 por cada rueda; y cuando son uniformes y su longitud la expresa la unidad, la altura es dada por la fórmula

$h = D\sqrt{0{,}0056\frac{2p}{l}}$, e = espesor.

TABLA de la fuerza, latitud y grueso de los dientes y rayos de las ruedas. (Tredgold.)

Presion sobre los dientes en kilógram.s	FUERZA en caballos, siendo la velocidad 1 metro por segundo.	DIENTES DE LAS RUEDAS. Intérvalos entre los medios de dos dientes consecutivos en centímetros.	Espesor en centímetros.	Latitud en centímetros.	RUEDAS DE SEIS RAYOS. Latitud de los rayos en centímetros para un metro de rádio.	Espesor del refuerzo en centímetros.	DIÁMETRO del cilindro en centímetros para máquinas de baja presion, teniendo los dientes la misma velocidad que el émbolo.
10	0,5	0,63	0,30	2,00	4,20	1,21	5,08
40	0,5	1,27	0,60	3,27	6,00	2,00	9,40
80	1	2,00	0,90	4,54	8,00	3,00	14,00
158	2	2,54	1,20	5,81	8,50	3,90	18,80
244	3	3,17	1,50	7,08	9,70	4,85	23,36
336	4	3,80	1,80	8,35	10,67	6,30	28,70
430	5	4,43	2,10	9,62	11,64	6,80	35,00
580	7	5,08	2,40	10,89	12,12	8,25	37,60
730	9	5,71	2,70	12,16	13,10	8,73	42,16
870	10,5	6,34	3,00	13,43	13,80	9,70	46,70
1100	13	6,97	3,30	14,70	14,50	10,67	51,55
1210	15	7,62	3,60	15,97	15,50	11,64	56,40
1500	18	8,25	3,90	17,24	16,00	12,60	60,96
1750	21	8,88	4,20	18,51	16,50	13,68	66,00
2200	24	9,51	4,50	19,58	17,00	14,06	70,13
2300	27,5	10,16	4,80	20,85	17,50	16,50	73,00
2660	31,5	10,79	5,10	22,12	18,00	17,00	80'00
2840	34,5	11,42	5,40	23,39	18,50	17,95	34,60
3220	38,5	12,05	5,70	24'66	19,00	19,00	88,90
3500	42,5	12,68	6,00	25'93	19,50	19,40	94'00

Cilindros y tubos. La resistencia de los cilindros y tubos depende en su mayor parte de la bondad y uniformidad del trabajo y fundicion; en cuyo caso, siendo pequeña la diferencia de dilatacion, el espesor será suficiente cuando venga expresado en centímetros ó en un número algo mayor que $0^{m},009$.

Teniendo en cuenta el mayor esfuerzo de traccion que puede resistir el metal sin alterarse, la diferencia de dilatacion por un grado de temperatura, el desgaste y otras fuerzas que actuan sobre cada unidad de las superficies, se tomará el cuádruplo de la tension del vapor representada por p: en cuyo caso, siendo D el diámetro del cilindro, se tendrá para el espesor

$$e=\frac{4p\mathrm{D}}{420}\left(\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}-0,055}\right)+0^{m},01$$

Si para una máquina de alta presion es $\mathrm{D}=0^{m},30$ y $p=4^{k}$, será

$$e=\frac{4\times4\times0,30}{420}\left(\frac{0,30}{0,30-0,055}\right)+0^{m},01=0^{m},024.$$

902. **Union de los tubos y palastro de las calderas. Cimento metálico. Roblones.**

Se unen los tubos con pernos que atraviesan los bordes revueltos, extendiendo antes en ellos la composicion siguiente, macerada y diluida en agua hasta adquirir consistencia pastosa.

1.° = 2 partes de sal amoniaco 1 de flor azufre 16 de limaduras de hierro	Se mezclan bien y se mantienen secos los polvos.

2.° = De esta mezcla se toma una parte que se disuelve en 20 de limaduras de hierro; y al poco tiempo forma el todo un solo cuerpo.

Tambien se hace buen cimento con la cal viva y serosidad de la sangre.

Para los tubos cuyas juntas han de abrirse de cuando en cuando, se usa albayalde con mezcla de minio, extendiéndolo sobre un lienzo que se adapta á la parte plana de los lechos antes de unir las juntas.

Para la union de las hojas de palastro que forman las calderas, como otra construccion hecha con hierro laminado, se emplean pasadores ó roblones de hierro estirado en barras, entrándolos en caliente y remachándolas bien. Las cabezas son cónicas ó esféricas, y tienen de alto algo mas de su diámetro. Puede haber una ó dos hileras de roblones segun la resistencia y extension que deban tener las planchas. Cuando la resistencia de estas es de 3697^{k} por centímetro cuadrado la correspondiente á las juntas no pasa de 2967^{k} y la de dos filas de roblones $3621.^{k}$

Los diámetros de estos son variables desde 8 á 10, 12, 16 y aun 22 milímetros, resistiendo respectivamente por 1^{c2}, segun experiencia, 3140^{k} 3155^{k} 3180^{k} y 3270 á $3600.^{k}$

La mayor longitud del fuste del roblon no debe pasar de $0^{m},9$, pues se ha observado que para mayores longitudes las cabezas se rompen al tiempo de enfriarse.

Siendo e el espesor de la plancha (6, 8 á 10^{mil}) el diámetro del fuste de los roblones es $2\,e$, su separacion $5\,e$, su distancia á los bordes de la plancha $3\,e$, el diámetro de sus cabezas esféricas $2,5\,e$ y el de las cónicas $3,5\,e$. La altura de estas $1,5\,e$.

903. **VOLANTES.**

El volante tiene por objeto regularizar el movimiento de las máquinas, limitando convenientemente las variaciones periódicas de su velocidad.

Se les debe, pues, emplear en los tres casos siguientes:

1.° Cuando el motor tiene una velocidad periódicamente variable, como sucede en las máquinas de vapor, en los manubrios movidos por los hombres, &.

2.° Cuando la resistencia es variable, tambien periódicamente, ó cuando solo se manifiesta en ciertos instantes del movimiento, como en las máquinas de martillar, aserrar, cortar y laminar, &.

3.° Cuando la resistencia y la potencia son á la vez variables ó intermitentes.

904. El volante debe colocarse lo mas cerca posible del lugar que ocupa la pieza cuyo movimiento es variable.

El grado de regularidad que debe producir un volante depende del objeto á que se destina, de la naturaleza de los útiles que se emplean, de los efectos que se han de obtener, &.

Para simplificar la solucion del establecimiento de los volantes se prescinde de la influencia regulatriz de sus rádios, determin ando solamente el peso que conviene dar al anillo.

Llamando

a la anchura del anillo paralelamente al eje de rotacion.

b su grueso en sentido del rádio, y

R el rádio medio correspondiente á la circunferencia media del anillo, será el peso de este, si la materia es de funcion,

$$\Pi = 45239\, a\, b\, R.$$

Se determina ordinariamente el rádio del volante por las consideraciones locales y particulares á que dá lugar la máquina. Nosotros le supondrémos conocido en las fórmulas que siguen, pero debemos advertir que será siempre cuan grande sea posible sin pasar de ciertos límites que dependen de la velocidad máxima que la circunferencia de este anillo puede tomar sin que la fuerza centrífuga adquiera considerable intensidad. Esta velocidad no pasará de 25 á 30^m por $1''$.

905. **Volante para una máquina de vapor.**

Se determina el volante para las máquinas de baja y alta presion con expansion y condensacion por la fórmula

$$\Pi v^2 = \frac{4645 z}{n} F,$$

en la que son

Π = el peso del anillo del volante.

v = la velocidad de la circunferencia media

n = número de vueltas del eje del volante

F = fuerza de la máquina en caballos de 75^{km}.

z = un número que varía con el grado de regularidad que se quiera obtener; y será, $z = 20$ á 25 para las máquinas de vapor destinadas á hacer un trabajo para el que no importa demasiada regularidad, como los molinos de harina, bombas, aserraderos, etc. $z = 35$ á 50 para las fábricas de tejido en que se hacen telas de algodon de los números 40 á 60; y $z = 50$ á 60 para aquellas cuyos tejidos son hechos de hilos muy finos.

Si tuviéramos una máquina de alta presion de 60 caballos, para descascarar arroz, dando el árbol 28 vueltas en $1'$, y suponiendo el diámetro medio del volante $= 7^m$, su peso sería

$$\Pi = \frac{4645 \times 25 \times 60}{28\,(10^m,262)^2} = 2363^k \text{ próx}^{te}\text{.; pues que } v = \frac{\pi D \times 28}{60} = 10^m,262 \text{ en } 1''.$$

Conocidos el rádio y el peso, la fórmula primera dará el producto

$$a\,b = \frac{2363}{45239 \times 3,5} = 0^{m^2},0148, \text{ ó bien } 0^m,074 \text{ de grueso y } 0^m,2 \text{ de alto.}$$

906. **Volante para un martillo frontal.**

Los martillos frontales dán de 70 á 80 golpes en 1'; y su peso, comprendido el mango, varía, segun la calidad de la fundicion, de 3000 á 4000 kilógramos.

El peso del volante se hallará por las fórmulas

Martillos { 3000 á 3500 kilógramos............ $\Pi = \frac{20.000}{R^2}$
4000 á 4900 kilógramos............ $\Pi = \frac{30.000}{R^2}$ }

907. **Volante para un martillo á la alemana movido por un engranaje.**

Peso de los martillos con sus mangos y demás herraje = 600 á 800 kilógramos,
Golpes que dán en un minuto...................... 100 á 110

Peso del anillo del volante................ $\Pi = \frac{15.000}{R^2}$

Siendo el rádio medio del volante $= 1^m,5$, resulta $\Pi = 6666^k,7$.

908. **Volante para un martinete ó batan movido por un engranaje.**

Suelen dar de 150 á 200 golpes en 1', y pesan de 360 á 500^k inclusos los mangos y herraje. En el primer caso, el peso del volante es $\Pi = \frac{6.000}{R^2}$, y en el segundo $\Pi = \frac{9.000}{R^2}$.

909. **Volante para un aserradero.**

Para los talleres de una sierra destinada á trozar gruesos maderos, dando 80 á 90 cortes en 1', bastará sea el peso del volante el determinado por la fórmula

$$\Pi = \frac{30.000}{v^2}$$

$v =$ velocidad media de la circunferencia del volante.

Este peso puede repartirse entre dos volantes á uno y otro lado de la sierra. Se colocará, además, para el descenso un contrapeso en la circunferencia del volante en el sitio que indique la prolongacion del rádio de la manivela: y su peso se calculará por la fórmula que sigue cuando el de la armazon no pase de 400^k,

$$\Pi' = \frac{65^k}{R'}$$

$R' =$ rádio descrito por el centro de gravedad del contrapeso.

Si fuese $R' = 0^m,80$, $R = 0,78$, y la rueda vuelve 85 veces en 1', será

$v = \frac{\pi D}{60} \times 85 = 6^m,942$, y por tanto $\Pi = 622^k,52$, y $\Pi' = 81^k,25$.

Esto es para el caso de no haber mas que una sierra. Cuando haya varias de ellas disminuirá con su número el peso del volante y contrapeso.

910. **Volante para un laminador.**

Peso del volante

$$\Pi = \frac{130.000\,z}{n\,v^2}\,F$$

F = fuerza de la máquina en caballos
n = número de vueltas de los cilindros de laminar en 1'
v = velocidad de la circunferencia media del volante
z = un coeficiente numérico, que será igual; 1° á 20 para las máquinas de 80 á 100 caballos, haciendo mover á la vez 6 á 8 cilindros para sacar palastros ó barras de hierro; 2.°, á 25 para las máquinas de 60 caballos, que muevan de 4 á 6 cilindros; 3.°, á 80 para las máquinas de 30 á 40 caballos, no habiendo mas que un solo juego de cilindros para sacar planchas gruesas, ó dos juegos para extraer pequeñas barras.

Supongamos, como ejemplo, una rueda hidráulica de fuerza $F = 30$ caballos, que dé movimiento á dos cilindros, uno para sacar barras gruesas de hierro y otro barras pequeñas, siendo, además, $R = 4^m$, $n = 60$. Se tiene,

$$v = \frac{\pi D}{60} 60 = 25^m,13, \quad \text{y haciendo} \quad z = 80, \quad \Pi = 8234.$$

Esta fórmula se podrá emplear aun cuando trabajen á la vez los cilindros y un martillo frontal.

Cuando las ruedas hidráulicas lo sean de paletas curvas, ó de las que reciben el agua por debajo, en cuyo caso anda la rueda con mas velocidad, puede hacerse menor el valor del coeficiente z. En las demás ruedas y máquinas de vapor se hará lo que queda expuesto.

ARTÍCULO III.

Efecto útil de las máquinas de vapor.

911. La fuerza de una máquina de vapor se estima por el número de caballos (núm. 549) á que equivale su cantidad de accion. Tambien se aprecia comparando la cantidad de carbon quemado con el trabajo producido.

Despreciando los rozamientos del émbolo, y llamando

$p =$ la presion del vapor sobre el émbolo por centímetro cuadrado.
$p' =$ la que ejerce el aire en la cara opuesta por la imperfeccion del vacío que deja aquel en su curso, ó bien la debida á la del vapor no condensado,
$p_1\, p'_1$ iguales presiones por centímetro circular,
$V =$ el volúmen engendrado en 1″ por el émbolo,
$V' =$ *id.*, *id.*, por la expansion
$v =$ el espacio recorrido ó velocidad del émbolo en 1″
$v' =$ *id.*, *id.*, en la expansion, y
$D =$ el diámetro del émbolo,

se tiene para el trabajo ó fuerza F de la máquina en 1″

$$F = V\,(p - p') = \pi r^2 v\,(p - p')^{km}$$

ó $F = D^2 v\,(p' - p')^{km}$ si las presiones p y p' lo son por centímetro circular.
Refiriendo la presion al metro cuadrado
se tiene $F = \pi\, r^2\, v \times 10000\,(p - p')^{km}$
y al circular $F = D^2\, v \times 10000\,(p_{,} - p'_{,})$.

Para la práctica debe afectarse esta expresion de un coeficiente k, llamado de *correccion*, cuyo valor depende de las resistencias pasivas, variando con la fuerza de la máquina, perfeccion de su construccion, y estado de conservacion. Así, las anteriores ecuaciones serán para el efecto útil

$$\left.\begin{array}{l} F = \pi\, r^2 v\, k\,(p - p')^{km} \\ F = \pi r^2\, v\, k \times 10000\,(p - p')^{km} \end{array}\right\} \text{ ó } \left\{\begin{array}{l} F = D^2 v\, k\,(p_{,} - p'_{,})^{km} \\ F = D^2 v\, k \times 10000\,(p_{,} - p'_{,})^{km} \end{array}\right\} \quad (a)$$

912. Cuando la máquina trabaja por expansion, es decir, cuando, despues de haber producido su efecto inmediato el vapor sobre el émbolo, pasa á la cara posterior antes de perderse en la atmósfera ó liquidarse en el condensador, obrando reactivamente por su expansion, si llamamos $p_{''}$ la presion correspondiente á esta expresion, será $p_{''}\, dV'$ la fuerza elemental en cada instante del curso, y la integral $\int p_{''}\, d\, V' = p\, V \text{ log. hip. } \frac{V'}{V}$ (pues que segun la ley de Mariotte es $p_{''}\, V' = p\, V$, de donde $p_{''} = p\, V \times \frac{1}{V'}$) representará la fuerza total por la expansion, que será igual á

$$p\, V \text{ log. hip.} \frac{p}{p_{''}} = p\, V \text{ log. hip.} \frac{v}{v'},$$

en razon á que las presiones estan en razon directa de los espacios recorridos. Poniendo los logaritmos tabulares por los neperianos, y restando la fuerza contraria $p'\, V \frac{p}{p_{''}} = p'\, V \frac{v}{v'}$ que actua sobre la cara posterior del émbolo, de la expresion

que resulte, será la fuerza expansiva

$F' = p\,V\,2{,}303 \log. \frac{v}{v'} - p'\,V\frac{v}{v'}$, y el total efecto útil de la máquina

siendo la presion en centímetros cuadrados $\left\{ F = \pi\, r^2 v\, k\, p\left(1 + 2{,}303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'}{p}, \frac{v}{v'}\right)^{km} \right.$

ó en centímetros circulares $\left\{ F \quad D^2\, v\, k p_, \left(1 + 2{,}303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p_,'}{p_,}\frac{v_,}{v'_,}\right)^{km} \right.$ (b)

ó refiriendo la presion al metro cuadrado y circular

$$\left.\begin{array}{l} F = \pi\, r^2 v\, k \times 10000 p\left(1 + 2{,}303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'}{p}\cdot\frac{v}{v'}\right)^{km} \\ F = D^2\, v\, k \times 10000\, p_,\left(1 + 2{,}303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p_,'}{p_,}\frac{v}{v'}\right) \end{array}\right\} (b'$$

De estas ecuaciones se deducen las (*a*) observando que cuando no hay expansion las presiones y velocidades en el doble curso del émbolo son iguales. De manera que las (*b*) expresan del modo mas general la fuerza de la máquina en kilográmetros; y para tenerlas en caballos bastará dividirlas por 75^k ó el peso de $0^{m3},075$ de agua.

La presion contraria p' se deduce de la temperatura del condensador (número y tabla 858). Para las máquinas de alta presion ó sin condensador, es siempre $p' = 1^k,033$ ó una presion atmosférica.

913. Para hallar el efecto dinámico por el que produzca cada kilógramo de combustible, no hay mas que sustituir en estas fórmulas el valor del volúmen $\pi\, r^2\, v\, V$ del número 859 (3.°) y dividir luego por la expresion del 862, que dá el número de kilógramos necesarios de combustible para producir el vapor de agua de la máquina dadas las unidades calóricas por 1^k de carbon. Resultará el efecto teórico

$$F = 12777\,C\,\frac{1 + 0{,}00368\,t}{550 + t - t'}\,k\left(1 + 2{,}303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'}{p}\cdot\frac{v}{v'}\right)^{km}$$

y cuando el carbon sea la hulla, para la que es C=3750 en razon á que los mejores hornos no utilizan mas que 0,50 á 0,60 del total, será

$$F = 47913750\,\frac{1 + 0{,}00368\,t}{550 + t - t'}\,k\left(1 + 2{,}303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'}{p}\cdot\frac{v}{v'}\right)^{km}$$

ó próximamente $\quad T = 100.000\,k\left(1 + 2{,}303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'}{p}\cdot\frac{v}{v'}\right)^{km}$

pues que el factor $\frac{1 + 0{,}00368\,t}{550 + t - t'}$ no pasa en casi todas las máquinas de 0,00222.

914. Coeficiente de correccion *k*. El coeficiente de correccion *k*, es para las máquinas de baja presion

FUERZA DE LA MÁQUINA.	VALOR DEL COEFICIENTE DE CORRECCION *k*.	
	Estando la máquina en buen estado.	Estando la máquina en estado ordinario de entretenimiento.
De 4 á 8 caballos.	0,50	0,42
De 10 á 20 id.	0,56	0,47
De 30 á 50 id.	0,60	0,54
De 60 á 100 id.	0,65	0,60

Para las máquinas de expansion y condensacion

FUERZA DE LA MÁQUINA EN CABALLOS.	VALOR DEL COEFICIENTE k.	
	Estando la máquina en buen uso de entretenimiento.	Estando la máquina en estado ordinario de entretenimiento.
De 4 á 8.	0,33	0,30
De 10 á 20.	0,42	0,35
De 20 á 40.	0,50	0,42
De 40 á 50.	0,57	0,46
De 50 á 60.	0,62	0,50
De 60 á 70.	0,66	0,53
De 70 á 80.	0,86	0,66
De 80 á 100.	0.80	0,80

Para las máquinas de alta presion con expansion sin condensacion
en buen estado de entretenimiento $k = 0{,}40$
en estado ordinario de entretenimiento $k = 0{,}35$;

Para las máquinas de alta presion, fijas sin expansion ni condensacion

FUERZA DE LA MÁQUINA EN CABALLOS.	VALOR DEL COFEICIENTE k.	
	Estando la máquina en buen estado de entretenimiento.	Estando la máquina en ordinario estado de entretenimiento.
De 2 á 10.	0,50	0,40
De 10 á 20.	0,55	0,44
De 20 á 30.	0,60	0,48
De 30 á 40.	0,65	0,52
De 40 á 100.	0,80	0.56

ARTÍCULO IV.

Descripcion de las máquinas de vapor; cálculo de una de accion doble y baja presion, reglas prácticas de Watt; peso y precio de las máquinas. Comparacion de los diversos sistemas.

915. DESCRIPCION de las máquinas de vapor.

Con lo expuesto hasta aquí se entenderá fácilmente la construccion de una máquina de vapor. Las hay de cilindros fijos, verticales ú horizontales, con balanza ó sin ella como las de Maudslay, Meyer y Farcot; de cilindros oscilantes de M. Julio Cavé &, de cilindros anulares y de dobles cilindros principales de Maudslay (*fig.* 288). Pero los principios ó fundamentos de todas ellas son iguales, sirviendo *Fig.* 288. estas diferencias únicamente para trasmitir el movimiento al eje del volante con mas ó menos ventaja.

916. Máquinas de alta presion.

Las máquinas de *alta presion*, que son las que se mueven por el exceso de una presion considerable de vapor sobre la del aire, se dividen en dos clases, *sin expansion ó de accion directa, y con expansion.* Tambien las hay de expansion y condensacion, que suelen usarse principalmente en los barcos de vapor. Todas ellas usan el vapor á la tension de 4 á 6 atmósferas, aunque en América la llevan hasta 12; pero las ventajas que reporta el exceso de fuerza elástica en el vapor aumenta el peligro y expone la máquina á contínuos entretenimientos, siendo, á mas de esto, mucho mas considerable la cantidad de combustible consumido.

En las de *accion directa ó presion llena* se mueve el émbolo por la accion primitiva del vapor sobre sus dos caras, saliendo este al aire libre despues de haber funcionado como agente.

En las de *expansion* obra el vapor directamente sobre el émbolo de abajo arriba ó vice-versa, pasando despues á ejercer su fuerza expansiva de arriba abajo ó en sentido opuesto á la direccion primitiva con que llegó al cilindro el vapor; despues de lo cual sale al aire libre por un tubo que suele estar rodeado de agua, ó pasa al condensador si la máquina fuese de condensacion.

La expansion produce una gran economía de combustible, como verémos despues; bajo cuyo aspecto son estas máquinas preferibles á las de accion directa.

917. Ya hemos dicho, al tratar de las válvulas de tirador y llave, cómo penetra el vapor en el cilindro y cuál debe ser el juego de aquellas para que pase alternativamente el fluido de la parte inferior á la superior del cilindro, ó vice-versa. El vapor sale al aire, en virtud de su menor peso específico y por la compresion del émbolo, por el tubo E (*figs*. 262, 287); y el tiro del excéntrico debe *Figs.* 262 287. ser tal que la barra del tirador cierre la abertura ó paso *e* del vapor y abra la contraria antes que el émbolo llegue al fin de su carrera, para impedir se intercepte el vapor y que el émbolo tienda á chocar con la base y tapa del cilindro.

Llamando *l* la longitud en metros del curso del émbolo, *v* su velocidad, *a* el área de los pasos de vapor, y A la del cilindro, siendo D el diámetro de este, se tiene

$$l = 2D \qquad v = 57\sqrt{l} \qquad a = \frac{A\,v}{}$$

918. La **pérdida de presion** antes de llegar al émbolo el vapor, á causa de los enfriamientos, rozamientos y fuerzas para abrir y cerrar las válvulas, y las gastadas por la entrada y salida del vapor en el cilindro, la aprecia Tredgold en 0,4 de la presion total en la caldera, resultando la diferencia de 0,6 para la efectiva que debe calcularse en accion sobre el émbolo. Y como á medida que la elasticidad crece son mayores las pérdidas, debe procurarse en esta clase de máquinas que el exceso de presion sobre la atmosférica no pase de 3 á 5 atmósferas ó de 4 á 6 cuando mas. M. Morin calcula las proporciones de las máquinas de alta presion por las presiones en la caldera equivalentes á 4, 4,5 y 5 atmósferas.

919. **Límite de la expansion.**

Las que obran por expansion únicamente, se diferencian respecto á las de accion directa ó llena, en que en las primeras se debe determinar el punto del curso del émbolo en que se ha de interceptar el vapor, á fin de que la expansion produzca su máximo efecto. Y como esto no podria suceder si su fuerza elástica fuese igual ó menor que la atmosférica, se procurará que sea siempre mayor, pudiendo llegar á 1,5 y 2 atmósferas, ó tener $0^{mt},5$ á 1 atmósfera de exceso. El límite que pone M. Morin es $\frac{1}{6}$ de la presion en la caldera.

Si fuese $\frac{1}{n}$ el curso del émbolo antes de obrar la expansion, y p la presion total en la caldera en centímetros, la presion sobre el émbolo (para que sea posible su movimiento) será $= 0,4\,p + 76$, y $n = \frac{p}{0,4\,p + 76}$ la expansion del vapor. Si $p=300$ centímetros de mercurio, $n = \frac{300}{0,4 \times 300 + 76} = 1^{at},53$ será la expansion, y $\frac{1}{1,53} = 0,65$ el viaje del émbolo antes de interceptarse el vapor.

No habiendo, por lo regular, en las máquinas de alta presion, condensador ni mas bomba que una para el alimento de la caldera, se concibe lo sencillas que son y fáciles de manejar.

920. **Máquinas de dos cilindros de Wolf.**

Las máquinas de expansion pueden trabajar por medio de dos cilindros ó un ci-
Fig. 263. lindro doble (*fig.* 263) de los que el menor recibe la accion directa del vapor, pasando luego al mayor para obrar expansivamente. Tiene este sistema la ventaja de funcionar con mas uniformidad el vapor, y correr menos riesgo la máquina, á causa de prestarse mejor el cilindro menor para resistir la alta presion. Pero, á mas de su complicacion y mayor coste, presenta la desventaja de ser su efecto unos 0,46 del correspondiente á otra máquina equivalente de un solo cilindro.

La figura explica bien que el vapor, al llegar del tubo s al paso e, hace descender el émbolo menor y pasar el vapor que habia debajo por f y e' á la parte superior del émbolo mayor. Al descender este, sale al aire libre por el tubo t el vapor que se halla debajo del émbolo P′ despues de haber obrado en el curso anterior. Al siguiente viaje se verifica lo mismo inversamente, saliendo el vapor que funcionaba á la parte superior del cilindro por el tubo t'. De este modo los dos émbolos tienen igual movimiento.

Siendo las pérdidas de presion en ambos cilindros 0,5338, segun los experimentos de Tredgold, el volúmen del mayor será $V = \frac{p}{0,5338\,p + 76}$ veces el del menor V′ para que tenga cómodamente lugar en él la expansion. Si $p = 300^{c}$, resulta $V = 1,27$ veces V′.

Para calcular el efecto útil en estas máquinas, se halla primero la presion media de ambos cilindros, aplicando despues la fórmula (*b*) (núm. 912.)

921. **Máquinas de presion media.**

Las máquinas de presion media solo difieren de las otras, (en que el vapor obra á doble accion) en la elasticidad de este agente, que está comprendida entre 2 y 4 atmósferas.

922. **Máquinas de baja presion.** (*)

Estás máquinas trabajan por la accion directa del vapor, cuya tension es poco mayor que la atmosférica pudiendo llegar á 2 atmósferas. Se dividen en dos clases *de simple y de doble accion.*

923. **De simple accion.**

Las máquinas de baja presion de accion simple reciben el vapor constantemente por la parte superior del cilindro con fuerza suficiente para hacer descender el émbolo y subir el contrapeso puesto al extremo de la palanca. Para el movimiento contrario se abre la válvula inferior y cierra la superior que intercepta el vapor: entonces obra el contrapeso por su gravedad venciendo las resistencias pasivas del rozamiento y pesó del émbolo, y asimismo el del vapor que tiene encima; el cual pasa al condensador por el tubo abierto de la parte inferior. La operacion se repite ordenadamente por medio del excéntrico, abriendo y cerrando oportunamente las válvulas, por las que se produce un movimiento de oscilacion en la balanza que se trasmite á los vástagos de las bombas de aire y de alimentacion.

Estas máquinas se emplean generalmente en sacar agua, uniendo al contrapeso el vástago de la bomba.

924. **De accion doble.**

En las de accion doble, ó cuando el vapor pasa alternativamente de un lado al otro del émbolo, por medio de la accion alternativa de las válvulas, el efecto es mucho mayor. Su disposicion puede verse en la figura 287. En ella son

C = el cilindro; P el émbolo y U su vástago unido á la coyuntura *g* del paralelógramo *b f g d.*

S = tubo de vapor: J J válvula de tirador, unida al vástago *bb*. E = tubo de paso del vapor al condensador K.

D D = depósito de agua fria que rodea el condensador y la bomba neumática ó de aire N: *m m* válvulas de doble chapeleta ó de alas de mariposa, que cierran los pasos *n n* por medio del émbolo de esta bomba.

H = Válvula de chapeleta por la que pasa el vapor condensado á la bomba de aire, J′ = válvula cónica para facilitar la salida del aire del condensador. *u* = válvula ó llave de inyeccion para dar paso al agua fria que condensa el vapor del cilindro. Se abrirá á mano antes de aplicar el excéntrico, y cuando el vapor de la caldera haya adquirido la suficienfe tension.

M = bomba alimenticia que conduce el agua calentada (á unos 55°) á la caldera por el tubo MM′: *z* tubo por donde sale el agua sobrante de la condensacion, que deposita la bomba de aire en el receptáculo Y.

F = bomba de agua fria, y tubo que la vierte en el depósito D. Su curso es la mitad del que tiene el cilindro de vapor.

B B = balanza que gira al rededor de su centro O.

b f g d = paralelógramo: *b f*, *g d* barras paralelas; *b d f g* tirantes; *d c* rádio: M′′ coyuntura del tirante *b d*, determinada por la línea O *g*, donde se cuelga el vástago de la bomba de aire.

i = coyuntura del vástago *h* M de la bomba alimenticia, igualmente determinada por la misma línea O *g*.

(*) A propósito no hablamos de las atmosféricas; porque, consiguiéndose los mismos pocos objetos, á que podian aplicarse estas, con una de las de accion directa de la mitad del tamaño, se han abandonado ya ó apenas existe alguna en uso.

K = *id.*, *id.*, de la bomba de agua fria, *id.*

L Q = barra de conexion ó biela.

Q G = manubrio; G eje ó árbol del volante V V.

R R = círculo excéntrico. R R' barras que unen fijamente el anillo, bajo el que gira el círculo con la barra *R e*; *e* círculo en que entra el eje unido á la palanca curba *e a b* para dar movimiento al tirador.

X = regulador; *o* centro de suspension: *o o'* brazos que se abren desde el principio del movimiento, girando al rededor de *o*, segun sea la fuerza centrífuga que imprima á las bolas *o o'* el exceso de vapor: P *q* barras que igualmente abren ó cierran y hacen subir el anillo *q* á lo largo del eje, cuyo movimiento imprime otro á la palanca *q q'* que lleva la válvula de cuello para dar paso al vapor ó impedirle en la proporcion debida por el tubo S. *rr* faja ó cuerda sin fin que mueve un eje horizontal, el cual, por medio de una rueda dentada cónica hace girar al regulador engranando en ella otro que lleva al extremo de su eje vertical. En esta figura las ruedas están en la razon de 2 á 1, dando el regulador doble número de vueltas que el volante; circunstancia que se ha de tener presente para calcular el ángulo de la máxima abertura.

La armadura que sostiene la balanza es variable segun las localidades y gusto del constructor.

La figura 284 explica detalladamente las partes de la caldera.

925. Por esta descripcion y recordando lo expuesto anteriormente del juego de las válvulas, se tendrá suficiente idea del cómo son todas las máquinas de esta clase. En ellas podrá variar la disposicion de las piezas, como varian estas en su figura de un constructor á otro; pero la esencia de todas siempre será igual.

Las máquinas de alta presion difieren de estas, como ya hemos dicho, en su mayor sencillez y en las dimensiones respectivas de sus partes constituyentes.

El cálculo de todas ellas se podrá hacer siguiendo un método análogo al que anotamos á continuacion para la anterior máquina descrita de accion doble.

926. **Cálculo de una máquina de baja presion y accion doble, de fuerza de 150 caballos.**

La fuerza dinámica está representada, como ya sabemos, por la presion media multiplicada por el volúmen del vapor en el cilindro y del coeficiente de correccion (art.° 3.°).

Aplicando la fórmula general

$$F = \tfrac{1}{75} D^2 v \times 10000\, k\, p_{,} \left(1 + 2{,}303 \log. \frac{v'}{v} - \frac{p_{,}'}{p_{,}} \cdot \frac{v}{v'}\right)$$

á este caso particular, en que las presiones lo son por centímetro circular, y en el supuesto de tener

$v = 1^{m},30$ en $1''$; $p_{,} = 1^{atm},58 = 1^{k},28$; $p_{,}' =$ presion contraria $= 0^{atm},144 =$ $= \frac{1}{11} p_{,} = 0^{k},116$, y $k = 0{,}65$ (n.° 914), resulta

$$F = 150^{cab} = \tfrac{1}{75} D^2 \times 1^{m},30 \times 10.000 \times 0{,}65\ (1^{k},28 - 0^{k},116)$$

para cuando la máquina trabaje solo á presion llena, (en cuyo concepto son $\frac{v}{v'} = 1$ y $\log. \frac{v}{v'} = o$): lo que dá

$$D^2 = \frac{150 \times 75}{9835{,}8} = 1^{m2},14; \quad y \quad D = 1^{m},06$$

Cuando trabaje por expansion, la carrera del émbolo será $v' = 0{,}49$ de la correspondiente á la de presion llena; puesto que, siendo las pérdidas (n.° 918) 0,4, si expresamos por la unidad la longitud del curso del émbolo, ó bien el camino andado en $1''$, y pues que en el movimiento uniforme las velocidades son proporcionales á los tiempos, tendrémos

$$p_,-p_,'=1^m,10:1::0,4\times 1,10+0^m,10:x=0,49$$

(Se agregan 10 centímetros á la expresion $0,4\times 1^m,10$ á causa de la resistencia del vapor no condensado, cuya temperatura es por lo regular 50°).

En este caso, $k=0,80$; $v=1,30$; $v'=0,49\ v$; con lo que la fórmula será

$$150\times 75=D^2\times 1,30\times 0,80\times 10000\times$$

$$\times 1^k,28\left(1+2,303\ \log.\frac{1^m,30}{0,49\times 1^m,30}-\frac{0^k,116}{1^k,28}\cdot\frac{1^m30}{0,49\times 1^m,30}\right)$$

$$\text{ó}\quad 11250=D^2\times 13312\ (1+2,303\times 0,30933-0,09\times 2,04)=20367,36\ D^2$$

$$D^2=0^{m2},5523:\quad D=0^m,74.$$

Si las presiones $p_,$ y $p_,'$ lo fuesen por centímetro cuadrado y no circular, la diferencia entre ambas seria $p-p'=1^{atm},58-0^{atm},144=1^{atm},436$; cuyo peso es $1^{atm},436\times 1^k,033=1^k,4834$; y el resultado seria el mismo.

Siguiendo el 1er supuesto de las presiones por centímetro circular, y la máquina á presion llena, tendrémos para la longitud del curso del émbolo, $2\,D=l=$ $=2^m,12$; y para el número n de pulsaciones ó viajes dobles del mismo en cada 1′

$$n=\frac{1^m,30\times 60'}{2\times 2,12}=\frac{78}{4,24}=18,4.$$

El *espesor del cilindro* es (n.° 901.)

$$e=\frac{4p''D^2}{420(D-0,055)}+0^m,01=\frac{4\times 1,10\times \overline{1,06}^2}{420(1,06-0,055)}+0^m,01=0^m,021$$

$$(p''=p_,=p_,'=1,10.)$$

El espesor del émbolo es $=\dfrac{D}{8}=0^m,133.$

Agua introducida por hora en la caldera. Llamando Ω el área trasversal del cilindro, y V el volúmen del vapor á la presion y temperatura de la caldera, se tiene para el agua introducida en la unidad de tiempo, aumentando $\frac{1}{10}$ por las pérdidas,

$$\frac{\Omega\, v\times 1,1}{V}.$$

Pero $\Omega=\pi R^2=3,1416\times\overline{0,53}^2=0^{m2}882$; luego

$\Omega\, v\times 1,1=0,882\times 1,30\times 1,1=1^{m3},261$ en 1″, y 75^{m3} en 1′.

Tambien es (n.° 859, 3.°)

$$V=\frac{4,6}{a}(270+t)=\frac{4,6}{1,58}\ (270+113°)=1134^{m3},33$$

tomando la presion de la caldera igual á la del cilindro (en lo que no hay mucho error), y observando que por la fórmula y tabla del núm. 858 corresponden á $1^{atm},58$ de presion unos 113° de temperatura.

Será, pues, el agua introducida en la caldera por 1′

$$\frac{75,67}{1134,53}=0^{m3},066=66^{lit}\ \text{y en } 1^h\ 3960 \text{ litros.}$$

El *diámetro del tubo de vapor* será (núm. 894) para este caso $d_,=0^m,24$ y el área trasversal $=0^{m2},047$; que será la misma que la de todos los pasos de vapor. El grueso ó espesor del tubo (núm. 901) puede hacerse $=0^m02$, ó próximamente el del cilindro.

Para la *bomba de aire* se tiene $d=\frac{1}{2}D=\frac{1}{2}\,1,06=0^m,53$. El *condensador* tiene igual superficie.

El *émbolo* (núm. 895), si es metálico, tendrá de espesor $\frac{D}{8}=0^m,132$, y si de guarnicion de cáñamo, $\frac{D}{6}=0^m,177$.

La *bomba alimenticia* introduce cada minuto en la caldera 66 litros; y dando en el mismo tiempo 18,4 golpes útiles, deberá sacar en cada uno $3^{lit.},59$. El tubo de salida tendrá, pues, de superficie

$$\omega=\frac{Q}{v''}=\frac{3^{d3},59}{3,5}=1^{d2},03;$$

pues que el viaje de su émbolo es $\frac{1}{3}l=0^m,71$, y la velocidad de efecto

$$v''=\tfrac{1}{2}\,0^m,71=0^m,35=3^d,5.$$

Será, por tanto, el diámetro, $d'=0^m,113$; y el grueso $=0^m,01$.

Bomba de agua fria. El agua necesaria para condensar 1^{m3} de vapor á 50° (núm. 863) es 15 litros; si ponemos 16 en razon á las pérdidas, y multiplicamos los metros cúbicos de vapor que entran en el condensador por cada curso del émbolo, tendrémos el agua necesaria para condensarlos. El volúmen del curso es, $0,882\times2^m,12=2^{m3},87$; asi, $1,87\times16=30$ litros próximamente será el agua de inyeccion para cada golpe simple. Y como la bomba de agua fria es de simple efecto, puesque no la produce mas que al doble curso, y este es la mitad del émbolo del cilindro, será la superficie trasversal

$$\omega=\frac{Q}{v'''}=\frac{60^{d3}}{10^d,6}=5^{d2},66$$

$$\text{y el diámetro } d'''=\sqrt{\frac{4\times5,66}{\pi}}=2^d,7:\ \text{su grueso}=0^m,015.$$

Para el *tubo de inyeccion en el condensador* observarémos, que la altura de caida que tiene el agua en el depósito D (*fig.* 287) hasta su salida por el tubo r, es 1^m ó 10^d; lo que dá para la velocidad $v_{,}=\sqrt{2\,g\,h}=\sqrt{2\times9^m,8\times1^m}=44^d,3$. Será, pues, el área

$$\omega=\frac{30}{44,30}=0^{nc},68,\quad \text{y el diámetro,}\quad d^{IV}=0^m,093.$$

Balanza. La suponemos dividida en dos partes iguales por el punto de giro como ordinariamente sucede.

Su largo es $2^m,12\times3=6^m,36$, ó el triple del curso del émbolo. Su altura (núm. 901), siendo p la diferencia de presion, es

$$h=D\sqrt[3]{0,0889\times2p\,s}=1^m,06\sqrt[3]{0,0889\times2\times1^k,17\times3}=0^m9.$$

$$\text{El espesor es}\frac{0^m,9}{16}=0^m,056,\ \text{y en los bordes}\frac{0,9}{9}+0^m,056=0^m,156.$$

Los muñones tendrán de diámetro $\frac{1}{6}$ D $=0^m18$, y de largo 0,8 D $=0^m848$.

El *paralelógramo* queda determinado como se dijo en el número 899, resultando la barra paralela $=0^m,5$ de la semi-balanza, ó $=1^m,59$; y los tirantes $1^m,06-0,07=0^m,99$. El rádio resulta tambien $=1^m,59$.

Vástagos. Supongámoslos de hierro forjado: y será

El del émbolo, $\delta=0,083\,D\sqrt{2p}=0,083\times1,06\sqrt{2\times1,17}=0^m,132$.
El de la bomba de aire, $\delta'=\frac{1}{2}\delta=0^m.066$.
El de la bomba alimenticia, $\delta''=\frac{1}{3}\delta=0^m,044$.

El de la bomba de agua fria será en término medio, $\delta''' = 0^m,058$.

Eje de rotacion. Siendo el rádio á largo del manubrio igual al diámetro del cilindro, ó $s = \frac{r}{D} = 1$, y dando el eje una vuelta por cada doble curso del émbolo, será

$$\delta^{IV} = D\sqrt[3]{0,015 \times 2 \times 1,17 \times 1} = 0^m,35.$$

Manubrio. La relacion s es $s = \frac{\delta^{IV}}{D} = \frac{0,35}{1,06} = 0^m,33$; por lo cual será el espesor

$$e = 0,00247\frac{2\,p\,r}{s^2} = 0,00247\frac{2 \times 1^k,17 \times 1,06}{\overline{0,33}^2} = 0^m,056.$$

La altura, en su union al eje, es $= 1,5 \times 0,35 = 0^m,525$.

Biela. Tiene de largo $3 \times 2^m,12 = 6^m,36$, como la balanza.

El cuadrado inscrito es, $h\,a = 0,00757\ D^2 \times 2\,p = 0^{m2},02$, y el lado $= 0^m,1$.

El cuadrado circunscrito se hace $= \frac{1}{20}$ de la longitud, resultando $= 0^m,318$.

La seccion trasversal de los extremos es 0,8 de la del medio.

Volante. El rádio medio es generalmente duplo de la altura total del cilindro; así $R' = 2 \times 2^m,295 = 4^m,59$; y $D' = 9^m,18$.

Tomando para z el núm. 25 (núm. 905), seria el peso

$$\Pi = \frac{4645 \times 25 \times 150}{18,40 \times 78,22} = 12102^k,7 \left\{ \left(v = \frac{\pi D' \times 18,4}{60} = 8^m,844\ ;\ v^2 = 78,22\right).\right.$$

La fórmula del núm. 905 dará la altura y ancho del anillo

$$a\,b = \frac{\Pi}{45239\,R'} = \frac{12102,7}{45239 \times 4,59} = 0^{m2},058.$$

Se puede hacer $a = 0^m,20$, y $b = 0^m,29$

$$\text{Para los rádios es } h = 1,06\sqrt{0,0056\frac{1,17 \times 2}{e = 0,20}} = 0^m,27.$$

Excéntrico. Se colocará prácticamente en el sitio que mas convenga para uniformar el movimiento que ha de dar á la válvula, que nosotros hacemos de tirador en forma de D. El curso de esta $= 0^m,35$, determina la longitud de la palanca excéntrica.

Regulador. Las semi-revoluciones del volante por minuto, son

$$2 \times 18,40 = 36,80$$

las cuales expresan la velocidad media. Segun los números 567, 568 y 887, resulta para el centro de España

$$l' = \frac{l\,n^2}{n'^2} = \frac{99,28 \times \overline{60}^2}{\overline{36,80}^2} = 264^c = 2^m,64.$$

La fórmula que pone Odrizola (máq. pág. 109) para hallar la longitud de la barra vertical desde el punto de suspension es

$$l_{,} = \frac{l^2 g}{4\,\pi^2}$$

en que son t = tiempo en segundos de una revolucion; g = gravedad del lugar. Para nuestro caso es $l' = 2^m,636$.

El regulador saldría muy alto segun estos resultados : y lo que se puede hacer

es disminuir convenientemente la rueda dentada del eje del regulador respecto á la del árbol ó eje horizontal con la que engrana.

Haciendo que dé el regulador $28\frac{1}{2}$ vueltas en 1′, lo que corresponde á un péndulo que haga 57 oscilaciones en este tiempo, tendrémos para la longitud de las barras

$$l' = \frac{99{,}28 \times \overline{60}^2}{\overline{57}^2} = 110 \text{ cent.}$$

La mayor amplitud será = 22 cént.; y las ruedas dentadas estarán en la razon de 1 : 1,55. La distancia vertical, segun Odriozola, sería = $1^m,09$.

Las esferas tendrán 30^k de peso, á que corresponde un rádio $r = 0^d,96$ (núm. 510).

Caldera (núm. 872 y siguientes). La suponemos de palastro, cilíndrica, con dos hervidores y extremos esféricos.

La superficie de caldeo para el cuerpo de la caldera es 0,50 de su total, y la correspondiente á los hervidores 0,80 de la suya respectiva. Admitiendo, además, $1^{m^2},30$ de superficie de caldeo por caballo, tendrémos.

Superficie total de caldeo, $1{,}30 \times 150 = 195^{m^2}$

La correspondiente á la de la caldera es $\pi D\, L \times 0{,}5 = 1{,}5708\, D\, L$

La de los dos hervidores............ $2\,\pi\, d\, L \times 0{,}8 = 5{,}027\, d\, L$

y la total $195 = 1{,}5708\ D\ L + 5{,}027\, d\ L$.

Suponiendo 1° que $L = 10\ D$ y $d = 0{,}6\ D$, resultaria $D = 2^m,06$, $L = 20^m,6$.

Este diámetro es doble del que conviene tengan las calderas de esta clase, como ya lo hemos anotado. Así, pues, siendo preferible haya varias calderas de poco cuerpo, que una ó dos voluminosas, harémos

$D = 1^m$ y $d = 0{,}6\ D$; con lo que se tiene

$$L = \frac{195}{4{,}587} = 42^m,5$$

y por consiguiente L′ = longitud efectiva de los hervidores = 43^m.

Podrá haber 6 calderas de $7^m,1$ de largo en su eje y 1^m de diámetro.

La superficie de caldeo para una de ellas, es, segun las dimensiones apreciadas,

1.° Para la parte cilíndrica, $1{,}5708\ (7{,}1 - 1) =$..................	9,582	
para los extremos semiesféricos $\pi D^2 \times 0{,}5 =$.................	1,5708	
	11,1528	$11^{m^2},1528$
2.° Para la parte cilíndrica de los dos hervidores $2 \times \pi\, d \times 7 \times 0{,}8 =$	21,11155	
para sus cuatro extremos semiesféricos, $2 \times \pi\, d^2 \times 0{,}8 =$	1,80864	
	22,92019	$22^{m^2},92019$
Total para cada caldera..		$34^{m^2},07299$

Superficie de caldeo total $= 6 \times 34{,}07299 = 204,\ 43794$, ó con poco exceso 205^{m^2}.

El volúmen ó capacidad es

1.° De la parte cilíndrica de la caldera, $0{,}785\, D^2\, L = 0{,}785 \times 6{,}1 =$	$4^{m^3},7885$	
de los extremos esféricos $\frac{4}{3}\,\pi R^3 = 0{,}5236\ D^3 =$..................	$0^{m^3},5256$	
	$5^{m^2},3121$	$5^{m^3},3121$
2.° De la parte cilíndrica de los dos hervidores, $2 \times 0{,}785\ d^2 \times 7 =$	3,9564	
de los 4 extremos semi-esféricos, $2 \times \frac{4}{3}\,\pi r^3 = 0{,}5236 \times \overline{0{,}6}^3 \times 2 =$	$0^{m^3},1826$	
	$4^{m^3},1826$	$4^{m^3},1826$
Total por una caldera.		$9^{m^3},4947$

Capacidad total $=6\times 9,4947=56^{m^3},9682$ ó próximamente 57^{m^3}.

El *espesor* es (núm. 879),

$$e=0,0018\,D\,(n-1)+0,003=0,0018\times 1\times 0,58+0,003=0^m,004.$$

Consumo de combustible. Pues que 1^{m^2} de superficie de caldeo produce 22^k de vapor en término medio (núm. 867), 205^{m^2} darán 4510^k en 1^h.

Si suponemos que el combustible empleado sea la hulla, como 1^k de ella produce 6^k de vapor, los 4510^k deberán ser producidos por $\frac{4510}{6}=752^k$ de hulla, á que corresponden 5^k por caballo.

Si la máquina trabajase por expansion se gastarian en 1^h $752\times 0,49=368^k,5$; ó $2^k,46$ por caballo. En la práctica se consumen de $2\frac{1}{2}$ á 3^k para las máquinas de un cilindro, y 3 á $3\frac{1}{2}$ para las de dos.

Parrilla. La superficie de parrilla que corresponde á este consumo es, gastándose 120^k en 1^h por 1^{m^2}, $\frac{752}{120}=6^{m^2}27$, próximamente, ó $1^{m^2},05$ por cada una de las 6 calderas de que se compone el total.

La longitud de cada una de estas parrillas será $\frac{1}{3}$ de la de la caldera ó sea $\frac{1}{3}\,7,1=2^m,4$; y su anchura $=0^m,438$.

El área de los circuitos es $\frac{1}{4}$ de la de la parrilla $=0^{m^2},26$.

Chimenea. La superficie superior es, haciendo la altura de 36^m

$$a=\frac{0,08\times 150}{\sqrt{36}}=2^{m^2},\quad \text{y su lado}=1^m,4.$$

Válvula de seguridad. Cada caldera tendrá la suya respectiva, cuyo diámetro será

$$d=2,6\sqrt{\frac{s}{n-0,412}}=2,6\sqrt{\frac{34,073}{1,58-0,412}}=14 \text{ centímetros.}$$

La carga será $d^2\,(p-0,81)=196\,(1^k,28-0^k,81)=92^k$
$(p=1^{atm}.58\times 0,81=1,28)$. Si fuese la presion por centímetro cuadrado,
$p=1,58\times 1,033=1,63$, y la fórmula seria,
$0,785\,d^2\,(p-1,033)=0,785\times 196\times 0,597=92^k$.

Conocido el peso sobre la válvula, si queremos que esta sea de balanza, se tendrá para la distancia hasta el eje del punto de apoyo, conservando los mismos supuestos que en el número 884,

$$L=\frac{(T+\frac{1}{2}\Pi_{,})\,l}{\Pi+\frac{1}{3}\Pi'}$$

La tension T bajo la base de la válvula es $T=92$; si, además, son

$\Pi+\frac{1}{2}\Pi'=10^k$: $\Pi_{,}=0^k,25$; $l=0^m,1$ se tendrá $L=0^m,92125$, ó $0^m,922$.

La palanca que tenga esta longitud, y $0,05\times 0,005$ de seccion media pesará $1^k,8$; así $\Pi=10^k-\frac{1^k,8}{3}=9^k,4$ será el peso constante que equilibre la tension total del vapor á la distancia $0^m,922$ del punto de apoyo.

Resúmen.

Cilindro y émbolo.

Diámetro (cuando trabaja el vapor á presion llena) $=$ D		1,06
Id. cuando hay expansion de vapor á poco menos de $\frac{1}{4}$		$0^m,74$
Curso del émbolo $=l$		$2^m,12$
Espesor del émbolo	$=\frac{1}{8}$ D si es metálico	$0^m,133$
	$=\frac{1}{6}$ D si es de guarnicion de cáñamo	$0^m,177$
Pulsaciones ó dobles viajes del émbolo		18,4

Espesor del cilindro .... $0^m,021$
Longitud interior del cilindro .... $2^m,253$
Longitud total del mismo .... $2^m,295$
Agua introducida por hora en la caldera .... 3960 lit.

Tubo de vapor.

Diámetro .... $0^m,24$
Area transversal = á la de todos los pasos de vapor .... $0^{m^2}047$
Espesor del tubo .... $0^m,02$

Bomba de aire

Diámetro = $\frac{1}{2}$ D = al del condensador .... $0^m,53$

Bomba alimenticia.

Curso del émbolo = $\frac{1}{3}l$ .... $0^m,71$
Velocidad de efecto del mismo .... $0^m,35$
Agua que introduce por hora en la caldera = la de arriba = ... 3960 lit.
Diámetro del tubo de salida .... $0^m,113$
Espesor del mismo .... $0^m,1$

Bomba de agua fria.

Curso de su émbolo = $\frac{1}{2}l$ .... $1^m,06$
Diámetro .... $0^m,27$
Espesor .... $0^m,015$

Tubo de inyeccion

Diámetro .... $0^m,093$

Balanza.

Largo = 3 l .... $6^m,36$
Altura media .... $0^m,9$
Espesor en el medio .... $0^m,056$
Espesor en los bordes .... $0^m,156$
Diámetro de sus muñones = $\frac{1}{6}$ D .... $0^m,18$
Longitud de los mismos = 0,8 D .... $0^m,848$

Paralelógramo.

Barra paralela = 0,5 de la semi-balanza .... $1^m,59$
Tirantes (largo.) .... $0^m,99$
Rádio (largo) .... $1^m,59$

Vástagos.

El del émbolo del cilindro (diámetro.) .... $0^m,132$
El de la bomba de aire (*id.*) .... $0^m,066$
El de la bomba alimenticia (*id.*) .... $0^m,044$
El de la bomba de agua fria (*id.*) .... $0^m,058$
Eje de rotacion. Diámetro .... $0^m,35$

Manubrio.

Longitud = D .... $1^m,06$
Espesor .... $0^m,056$
Altura en su union al eje .... $0^m,525$

Biela.

Largo = el de la balanza = 3 l .... $6^m,36$
Lado del cuadrado inscrito .... $0^m,14$
Lado del cuadrado circunscrito = $\frac{1}{20}$ de la longitud .... $0^m,318$
Seccion transversal de los extremos = 0,8 de la del medio

Volante.

Rádio medio = duplo de la altura total del cilindro .... $4^m,59$
Peso del anillo .... $12102^k,7$
Anchura del anillo .... $0^m,20$

Altura	$0^m,29$
Anchura de los rádios	$0^m,27$
Excéntrico.	
Longitud de su palanca del centro de giro al eje	$0^m,35$
Regulador ó péndulo cónico.	
Oscilaciones en un minuto	57^m
Longitud de las barras	$1^m,10$
Longitud del eje vertical hasta el plano de los centros	$1^m,09$
Peso de cada una de las esferas	30k
Su rádio	$0^m,096$
Máxima amplitud	$0^m,22$
Relacion de las ruedas de engranaje 1 : 1,55	
Caldera.	
Se compone de 6 cuerpos cilíndricos con extremos esféricos, y dos hervidores cada uno	
Su largo parcial en el eje	$7^m,1$
El de los hervidores	$7^m,6$
El diámetro de las calderas	1^m
El de los hervidores	$0^m,6$
Espesor del palastro	$0^m,004$
Superficie de caldeo de cada cuerpo	$34^{m2},073$
Superficie total de caldeo	205^2
Capacidad de cada cuerpo	$9^{m3},495$
Capacidad total	57^{m3}
Válvula de seguridad.	
Peso que soporta para equilibrar la presion media	$92,^k$
Longitud del brazo menor de palanca	$0^m,1$
Longitud del brazo mayor	$0^m,922$
Peso constante para la resistencia	9^k4
Consumo de combustible.	
Hulla quemada en 1^h (á presion llena)	752^k
Id., id. por fuerza de caballo	5^k
Id., id., trabajando la máquina por expansion	$2^k,46$
Id., id., id., en la práctica	3^k
Parrilla.	
Superficie total	$6^{m2},27$
Superficie por cada caldera	$1^{m2},05$
Longitud de cada parrilla parcial	$2^m,4$
Anchura	$0^m,438$
Area de los circuitos	$0^{m2},26$
Chimenea.	
Altura	36^m
Lado de la seccion superior	$1^m,4$

927. **Reglas prácticas de Watt para las máquinas de baja presion.**

Están halladas estas reglas para máquinas mal entretenidas; por lo que son de suficiente confianza para las que se hallen en buen estado.

Cilindro. Su diámetro es $D = \sqrt{0,01986\frac{F}{2}}$.

F = fuerza en caballos: v = velocidad del émbolo en 1''.

Émbolo. Su curso está comprendido entre 2 y 3 veces el diámetro del cilindro. Su velocidad debe ser

30

$0^m,90$ á 1^m en $1''$ para las máquinas de..... 4 á 20 caballos
$1^m,00$ á $1^m,20$.......................... 20 á 30
$1^m,20$ á $1^m,25$.......................... 30 á 60
$1^m,25$ á $1^m,30$.......................... 60 á 100

La siguiente tabla contiene los resultados comparados de las fórmulas, para las proporciones de las máquinas, con los adoptados por Watt.

Número de caballos.	VELOCIDAD del émbolo en 1''.		DIÁMETRO del cilindro.		CARRERA ó curso del émbolo.		NÚMERO de vueltas del volante	
	Adoptado.	Dado por Wat.	Segun la fórmula.	Dado por Watt.	Adoptado.	Dado por Watt.	Deducido de las proporciones propuestas.	Dado por Watt.
	m	m	m	m	m	m		
4	0,90	0,884	0,297	0,305	0,900	0,914	30,0	29,0
6		0,960	0,363	0,335		1,068	30,0	27,0
8	1,00	0,975	0,398	0,407	1,200	1,200	25,0	25,0
10		1,015	0,445	0,444		1,220	25,0	25,0
12		1,015	0,488	0,483	1,250	1,220	24,0	25,0
14		1,015	0,527	0,522		1,220	24,0	25,0
16	1,10	1,086	0,538	0,552	1,400	1,416	23,6	23,0
18		1,086	0,570	0,585		1,416	23,6	23,0
20		1,090	0,601	0,602		1,520	22,0	21,5
22		1,090	0,630	0,635	1,500	1,520	22,0	21,5
24		1,090	0,658	0,661		1,520	23,0	21,5
26	1,15	1,118	0,670	0,680	1,700	1,678	20,3	20,0
28		1,118	0,695	0,705		1,678	20,3	20,0
30		1,140	0,720	0.718	1,900	1,800	18,2	19,0
36		1,140	0,788	0,784		2,135	18,2	19,0
40	1,25	1,244	0,797	0,800	2,100	2,135	17,85	17,5
45		1,244	0,845	0,847		2,135	17,85	17.5
50		1,244	0,891	0,893	2,250	2,135	16,70	17,5
60		1,244	0,976	0,978		2,440	16,70	17,5
70	1,30	1,300	1,034	1,036	2,450	2,440	15,95	16,0
80		1,300	1,105	1,105		2,440	15,95	16,0
90		1,300	1,172	1,172		2,440	15,95	16 0
100		1,300	1,135	1,232		2,440	15,95	16,0

Gasto de vapor. El gasto de vapor es, para una presion átmosférica $0^{m3},935$ por caballo en 1'.

Volúmen de agua de evaporacion. El volúmen de agua para el vapor es, segun esto, $0^{m2},00055$ en 1', ó $0^{m3},033$ en 1^h por caballo.

Tubo de vapor. El diámetro del tubo que conduce el vapor de la caldera al cilindro es $= \frac{1}{5}$ D $=$ á la de todos los demás pasos y orificios de circulacion.

Válvula de entrada ó de admision. Su diámetro es $= 0^m,0254$ por caballo.

Válvula de salida ó de emision. Su diámetro es $= 0^m,312$ por caballo. Estas válvulas estarán abiertas completamente cuando trabaje la máquina, debiendo ser naturalmente algo mayores los diámetros de los tubos en que están colocadas.

Bomba de aire. Su diámetro es $d = \frac{2}{3}$ D. El curso del émbolo $= \frac{1}{2}\, l$. Las válvulas de chapeleta tendrán de superficie $\frac{1}{9}$ de la del émbolo, ó $\frac{1}{4}$ de la de la bomba de aire.

Bomba de agua fria. El volúmen engendrado por el émbolo de esta bomba es de $\frac{1}{24}$ á $\frac{1}{18}$ de el cilindro de vapor; pudiéndose aumentar algo esta proporcion si la fuerza efectiva es superior á la nominal.

Bomba alimenticia. El volúmen engendrado por su émbolo $= \frac{1}{230}$ del engendrado en el cilindro: en los barcos puede llegar á $\frac{1}{132}$.

Llave de inyeccion. Tendrá de superficie trasversal $0^{m2},0000322$ por caballo; y puede llegar á $0^{m2},000043$.

Condensador. Su capacidad $= \frac{1}{3}$ del volúmen engendrado por el émbolo del cilindro en un curso simple; proporcion que se puede aumentar cuando convenga.

Receptáculo de alimentacion. Su nivel estará $2^m,44$ sobre el de la superficie del agua en la caldera.

Válvula de seguridad. Su diámetro será $d = 0^m,0227$ por fuerza de caballo, y su carga $0^k,91$ tambien por caballo.

Balanza. Su longitud $es = 3,0825\, l$; (ya se sabe que $l =$ al curso del émbolo).

Paralelógramo. Las barras paralelas tienen de largo la mitad de la semi-balanza. Los tirantes de $\frac{1}{2}$ á $\frac{3}{7}$ de l. El centro de giro del *rádio* le pone en la vertical del vástago del émbolo, ó fuera de ella á la altura de la mitad de la cuerda que describe el extremo opuesto.

Los cuatro anillos del paralelógramo tienen una seccion trasversal $= \frac{1}{144}$ del área del émbolo. Las barras de que se componen tienen de largo $\frac{1}{12}$D, y $\frac{1}{48}$D de espesor.

Vástago del émbolo. Es de hierro forjado, y su diámetro $\frac{1}{10}$ D: que corresponde á una carga de 98^k por centímetro cuadrado de seccion. En las grandes máquinas se hace algo menor del $\frac{1}{10}$ D.

Biela. Su longitud $= 3\, l$ ó 6 veces el manubrio. Su área trasversal $= \frac{1}{38}$ de la del cilindro, que corresponde á una carga de 35^k por centímetro cuadrado de seccion. Los costados del cuadrado circunscrito son $\frac{1}{20}$ de la longitud de la misma barra. Sus extremidades presentan una seccion $= \frac{1}{25}$ de la del émbolo; la cual corresponde á una carga de 44^k.

Volante. Su diámetro es $= 3$ á 4 veces el del émbolo. Su peso le dará la fórmula del número 905.

928. **TABLA de los diámetros y velocidades de los émbolos en las máquinas de vapor de alta presion sin expansion ni condensacion, á diferentes presiones.**

FUERZA de las máquinas en caballos.	CURSO del émbolo.	NÚMERO de pulsaciones ó dobles viajes del émbolo.	VELOCIDAD del émbolo por 1″.	DIÁMETROS de los émbolos para presiones del vapor en el cilindro de 4 atmósferas.	5 atmósferas.	6 atmósferas.
	metros.		metros.	centímetros.	centímetros.	centímetros.
$\frac{1}{2}$	0,30	60,00	0,65	8,50	7,5	6,38
1	0,40	52,50	0,70	11,3	10,0	8,76
2	0,50	45,00	0,75	15,45	13,5	11,7
4	0,60	40,00	0,80	21,0	18,0	16,0
6	0,70	36,43	0,85	24,0	21,0	18,4
8	0,80	33,75	0,90	26,7	22,7	20,0
10	0,90	31,67	0,95	28,4	24,5	22,0
12	1,00	30,00	1.00	30,0	26,0	23,0
16	1,10	28,62	1,05	32,5	29,0	25,9
20	1,20	27,50	1,10	35,0	31,2	27,8
25	1,30	26.53	1,15	37,2	34,0	30,3
30	1,40	25,71	1,20	39,4	36,0	32,0
35	1,50	25,00	1,25	41,5	38,0	33,0
40	1,60	24,32	1,30	43,5	39,3	35,0
50	1,70	23,82	1,35	48,0	43,0	38,4
60	1,80	23,33	1,40	50,9	46,9	41,0
75	1,90	22,89	1,45	55,9	50,0	44,6
100	2,00	22,50	1,50	63,5	56,0	59,0

Esta tabla se ha calculado por medio de la fórmula

$$D = \sqrt{\frac{F}{0,39\, v\, (p - p')}}$$

en que son

$D =$ el diámetro interior en centímetros.
$F =$ la fuerza de la máquina en kilográmetros.
$v =$ la velocidad del émbolo en metros.
$p =$ la presion en kilógramos por centímetro cuadrado.
$p' =$ la contra-presion, *id.*, *id.*

Obsérvese, por los resultados de la tabla, que los diámetros de los émbolos están en razon inversa de las presiones del vapor. Así, que para una máquina de 20 caballos á 4 atmósferas, el diámetro del émbolo es de 35 cent.; descendiendo á 31,2 cuando crece la presion hasta cinco atmósferas, y á 27,8 cuando esta alcanza á 6.

929. En estas máquinas á presion llena, el diámetro del tubo de vapor es $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{4}$ del correspondiente al del émbolo, y las aberturas ó entradas del vapor en el cilindro tienen una superficie igual al $\frac{1}{10}$ ó $\frac{1}{12}$ de la del émbolo.

La seccion del tubo de salida es doble de estas áreas ó igual á su suma.

930. Como las máquinas de alta presion exigen mayor consumo de carbon que las de baja y media presion, no suelen ser de uso general en la industria, pero se emplean especialmente y con ventaja en la locomocion, en razon á su sencillez y el poco volúmen que tienen.

931. **TABLA de los diámetros del émbolo en las máquinas de un solo cilindro á accion doble, con expansion variable y sin condensacion, siendo cinco atmósferas la presion en el cilindro.**

FUERZA en caballos.	CURSO del émbolo.	NUMERO de revoluciones por minuto.	VELOCIDAD del émbolo por segundo.	EXPANSION			
				al $\frac{1}{5}$ diámetro del émbolo.	al $\frac{1}{4}$ diámetro del émbolo.	al $\frac{1}{3}$ diámetro del émbolo.	al $\frac{1}{2}$ diámetro del émbolo.
	centímetros.		centímetros.	centímetros.	centímetros.	centímetros.	centímetros.
1	40	52,50	70	14,6	13,7	13,0	10,9
2	50	45,40	75	19,8	18,5	17,5	15,0
4	60	40,00	80	26,8	25,1	23,8	20,0
6	70	36,43	85	32,9	30,8	29,0	24,4
8	80	33,65	90	35,1	32,8	31,0	26,0
10	90	31,67	95	37,9	35,5	33,7	28,0
12	100	30,00	100	40,0	37,5	35,6	29,7
16	110	28,63	105	44,9	42,0	39,9	33,3
20	120	27,50	110	48,4	45,3	43,0	35,9
25	130	26,53	115	52,6	49,2	46,7	39,0
30	140	25,71	120	56,0	52,4	49,7	41,6
35	150	25,00	125	58,8	55,0	52,0	43,6
40	160	24,32	130	61,0	57,0	54,0	45,2
50	170	23,82	135	66,0	61,9	58,8	49,0
60	180	23,83	140	70,9	66,3	63,0	52,7
75	190	22,89	145	77,3	72,3	68,7	57,5
100	200	22,50	150	89,8	84,0	80,0	66,4

932. TABLA de las dimensiones principales de las máquinas de vapor de dos cilindros, con expansion variable y condensacion, siendo igual el curso de los dos émbolos, y la presion en el cilindro pequeño á 4 atmósferas.

Fuerza en caballos.	DIÁMETRO del émbolo pequeño.	Superficie del émbolo.	DIÁMETRO del émbolo mayor.	Superficie del émbolo.	CURSO de los dos émbolos.	NÚMERO de revoluciones por minuto.	Volúmen engendrado por el émbolo pequeño en cada curso.	Peso del vapor gastado por la completa admision en el cilindro pequeño.
	centímetros.	cent. cuad.	centímetros.	cent. cuad.	metros.		met. cúb.	kilóg.
4	13,5	143	28,6	642	0,75	36	0,011	1,66
5	15,0	177	32,0	804	07,5	36	0,013	1,96
6	16,4	211	35,0	962	0,75	36	0,016	2,41
8	18,1	257	38,2	1146	0,90	33,3	0,023	3,21
10	20.0	314	42,3	1405	0,90	33,3	0,028	3,92
12	21,7	370	45,8	1647	0,90	33,3	0,033	4,61
16	24,2	460	51,8	2124	1,00	30	0,046	5,78
20	25,8	523	54,5	2333	1,10	30	0,057	7,17
30	29,8	697	63,0	3117	1,20	28,75	0,084	10,12
40	32,4	824	69,7	3707	1,30	28	0,107	12,56
50	35,5	990	75,0	4418	1,40	26,8	0,139	15,59
60	38,8	1182	82,1	5204	1,50	25	0,177	18,55
70	42,6	1425	90,0	6362	1,60	24,4	0,228	23,32
80	44,0	1520	93,0	6793	1,70	22,9	0,258	24,77
90	46,7	1715	98,6	7636	1,70	22,9	0,291	27,93
100	49,2	1901	104,0	8495	1,80	21,8	0,342	29,16

Si hubiera de calcularse una máquina á presion diferente de la de 4 atmósferas de esta tabla, se multiplicaría la superficie de los émbolos por la relacion inversa de las presiones.

Así, para 3 atmósferas se multiplicará por $\frac{4}{3} = 1,333$.

Para $3^{atm},5$.......................... $\frac{4}{3,5} = 1,143$.

Para $4^{atm},5$.......................... $\frac{4}{4,5} = 0,889$.

Para 5^{atm}.......................... $\frac{4}{5} = 0,8$

EJEMPLO.

Sea una máquina de 20 caballos á 3 atmósferas.

Superficie del émbolo menor $s = 523^{c2} \times 1,333 = 697^{c2} = \frac{1}{4}\pi\, d^2 = 0,785\, d^2$

de dónde, $d = \sqrt{\frac{697}{0,7854}} = 29^c,8$.

Superficie del émbolo mayor $S = 2333 \times 1,333 = 3110^{c2} = 0,7854\, D^2$, y de aquí $D = 62^c$.

933. Peso de las máquinas de vapor.

Segun MM. Bataille y Julien, el peso total de una máquina de vapor de cilindro vertical, casi siempre constante cualquiera que sea su potencia, está expresado, por fuerza de caballo, por los números siguientes:

600^k para las máquinas sin expansion ni condensacion.

700k para las de expansion sin condensacion.

800k para las de condensacion con expansion ó sin ella.

Las máquinas horizontales vienen á tener los pesos medios relativos siguientes.

Peso de las diferentes partes metálicas que entran en ellas.

	Hierro fundido.	Planchas de hierro.	Cobre.
Para	1,00	1,00	1,00 en las verticales.
Corresponde	1,10	0,84	0,82 en las horizontales.

TABLA del peso de los diferentes metales que entran en las máquinas de vapor de balanza, sin expansion ni condensacion.

FUERZA de las máquinas en caballos.	PESOS DEL Hierro fundido.	Hierro batido.	Hierro en planchas.	Cobre.	PESOS TOTALES.
	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.
1,2	00	40	240	9	689
2	755	77	400	16	1248
3,2	1260	132	640	26	2058
4,7	1955	208	940	40	3143
6,6	2825	310	1320	58	4513
9	3900	436	1800	80	6216
12	5200	595	2400	107	8302
15,6	6710	790	3120	138	10758
19,8	8500	1020	3960	175	13655
24,8	10500	1280	4960	215	16955
30,6	12800	1590	6120	264	20774
37,0	15400	1950	7400	317	25067
44,8	18200	2350	8960	375	29885
54,0	21341	2917	10000	438	34696
63,2	24900	3320	12640	510	41370
74,6	28600	3870	14920	590	47980
87,0	32600	4465	17400	670	55135
111,0	42400	5950	22200	870	71420
138,5	53800	7650	27700	1110	90260
170,0	67000	9650	34000	1370	112020
207,0	82000	12000	41400	1680	137080
248,0	98000	15700	49600	2040	164340
295,0	118000	17600	59000	2420	197020
348,0	139500	21300	69600	2850	233250
407,0	161500	24850	81400	3320	275070
473,0	186000	29200	94600	3820	313620
545,0	214000	33800	109000	4400	361200

En los barcos de vapor varía el peso de las máquinas de baja presion desde 1200k á 1400k por caballo; siendo de 800k el correspondiente á las de alta presion. En las locomotoras el peso total no excede de 500k por caballo.

934. **TABLA de las proporciones de los metales que entran en la construccion de diferentes especies de máquinas.**

MÁQUINAS.	Hierro fundido.	—Batido.	—Plancha.	Cobre.	TOTAL.
Sin expansion ni condensacion.	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Sin expansion con condensacion.	1,44	1,12	1,00	1,38	1,29
Con expansion sin condensacion.	1,22	1,02	1,00	1,07	1,14
Con expansion y condensacion.	1,46	1,12	1,00	1,38	1,30

935. **Precio de estas máquinas.**

Hasta las de 20^{cab} puede usarse, con arreglo á los precios de Francia, la fórmula, $1000\ (C+3{,}50)^{fr}$ (C = número de caballos). Desde 20 caballos en adelante el precio corriente es variable desde 700 á 1200 fr. por caballo para las máquinas fijas: 1300 fr. á 1400 fr. para las de navegacion y 220 á 300 fr. las locomotoras por cada 100^{k} de peso. Las de dos cilindros varian de 1500 fr. á 1800 fr. por caballo.

El kilógramo de metal se estima en Francia en $0^{fr},55$ para la fundicion; $0^{fr},60$ para el hierro batido; $0^{fr},70$ el palastro, y 3 fr. el cobre: á que se agrega $\frac{1}{10}$ por embalaje, montura é imprevistos.

TABLA de los valores actuales en las máquinas de balanza, puestas en su lugar (París) con sus calderas y accesorios.

FUERZA en caballos.	MAQUINAS SIN EXPANSION sin condensacion.	MAQUINAS SIN EXPANSION de condensacion.	MAQUINAS CON EXPANSION sin condensacion.	MAQUINAS CON EXPANSION de condensacion.	PRECIO MEDIO por 1 kilógramo de metal.
	fr.	fr.	fr.	fr.	fr.
1,2	1.540	2.000	1.760	2.000	2,24
2,0	2.600	3.360	2.970	3.400	2,09
3,2	3.800	4.900	4.350	4.950	1,85
4,7	5.390	6.950	6.150	7.000	1,71
6,6	7.300	8.450	8.300	9.500	1,62
9,0	9.550	12.400	10.000	12.450	1,53
12,0	12.200	15.800	14.000	15.850	1,46
15,6	15.250	19.700	17.400	19.800	1,42
19,8	18.650	24.200	21.250	24.200	1,36
24,8	22.500	28.600	25.700	29.300	1,33
30,6	26.700	34.500	30.600	35.000	1,30
37,0	31.600	40.650	36.200	41.200	1,27
44,8	36.700	47.500	42.000	48.000	1,23
54,0	41.800	54.000	48.000	54.200	1,20
63,2	49.000	63.100	56.000	64.000	1,19
74,6	56.000	72.000	63.500	72.500	1,17
87,0	63.200	81.700	72.000	82.000	1,14
111,0	79.200	102.500	90.200	103.500	1,11
138,5	97.500	126.300	111.000	127.000	1,08
170,0	118.500	153.000	135.000	154.000	1,06
207,0	142.000	184.000	162.000	185.000	1,05
248,0	168.000	218.000	192.000	219.000	1,02
407,0	264.000	341.009	300.000	343.000	0,97
473,0	301.000	390.000	345.000	392.000	0,96
545,0	340.000	440.000	390.000	445.000	0,95

COMPARACION DE LOS DIVERSOS SISTEMAS DE MÁQUINAS.

936. Ventajas é inconvenientes de las de baja presion.

Las ventajas de estas máquinas consisten, en su mas simple construccion, en no tener mas que un émbolo, por lo que son menores los rozamientos que en las de dos cilindros; en que, á circunstancias iguales, siendo menor la tension se escapa menos vapor, lo que las hace de mas fácil entretenimiento: y por fin, en que son menos temibles las explosiones.

Sus inconvenientes son, los de tener, á fuerza igual, mayores dimensiones, y por consiguiente mas peso, y consumir un tercio mas de carbon que las de expansion. Exigen $0^{m^3},780$ á lo menos de agua por fuerza de caballo y por hora para la condensacion y produccion del vapor.

937. Ventajas é inconvenientes de las de expansion y condensacion.

Estas máquinas tienen la ventaja de consumir $\frac{1}{3}$ menos de combustible en término medio que las anteriores. Pero tienen el inconveniente de su mayor complicacion en el mecanismo de las válvulas; llevar ordinariamente dos cilindros; ser mayor su entretenimiento y rozamientos, y por consiguiente mas sensible el escape del vapor, segun aumenta la tension en el de la caldera, disminuyéndose, por tanto, el efecto de la expansion.

Ellas exigen por lo menos $0^{m^3},295$ de agua por fuerza de caballo para la condensacion y formacion del vapor.

938. Ventajas é inconvenientes de las de alta presion de expansion y sin condensacion.

Sus ventajas son las de no exigir mas agua que la necesaria para la produccion del vapor; y que, á fuerza igual, su peso y volúmen son menores que en las anteriores.

Sus inconvenientes son: consumir mas carbon que las de media presion de expansion y condensacion, y exigir que las piezas estén perfectamente ajustadas para evitar los escapes del vapor, tanto mayores estos cuanto sea mas elevada la temperatura en la caldera. Se necesita, además, emplear en ellas vapor á la presion de 4 á 5 atmósferas lo menos, que hace mas peligrosos los efectos destructores de las explosiones.

939. Ventajas é inconvenientes de las de alta presion sin expansion ni condensacion.

Esta clase de máquinas solo presentan la ventaja de tener, á fuerza igual, menos peso y volúmen que las de los otros sistemas. Sus inconvenientes son: consumir mucho mas combustible; ser mas precisos los ajustes para evitar los escapes de vapor, y hacer costoso el entretenimiento y peligrosas las explosiones.

940. Consecuencias.

De aquí se deduce:

1.° Que en los establecimientos en que no sea muy caro el combustible y se cuente con suficiente localidad, pueden preferirse las máquinas de baja presion.

2.° Que para aquellas localidades en que el combustible sea caro, pueden preferirse las máquinas de condensacion y expansion, y de estas las de un solo cilindro.

3.° Que para los barcos de vapor serán convenientes las de alta presion, de expansion y condensacion, procurando siempre que su entretenimiento sea el menor posible: lo que exige el empleo de buenos maquinistas.

4.° Que las máquinas de alta presion sin condensacion y con expansion ó sin ella, son las mas apropiadas para las locomotoras por la gran ventaja de su menor peso y volúmen.

ARTÍCULO V.

Aplicaciones de las máquinas de vapor.

941. 1.° FUERZA NECESARIA PARA DIFERENTES EFECTOS DE INDUSTRIA.

Para subir agua, debe tenerse por dato que por cada hectólitro de carbon quemado, se elevan 4.800 metros cúbicos de agua á 1^{m}: cuyo efecto lo producirá una máquina de 10 á 12 caballos. Necesitando una hectárea (1^{fan},553) 36 metros cúbicos para su riego, cada máquina de esta clase podrá regar al dia en 10 horas 267 hectáreas elevando el agua á 5^{m}. Los gastos en 6 meses al año no pasarán de 10 escudos por hectárea.

Para las máquinas de trillar se necesita una fuerza de vapor de 4 á 6 caballos: y de 16 para otra de *aserrar*, moviéndose dos armazones con cinco sierras cada una.

Para moler el trigo se necesita una fuerza de 5 caballos por cada dos muelas, incluyéndose las resistencias que oponen en su movimiento las ruedas dentadas que han de producir el giratorio. La mejor velocidad es la de 7^{m} por 1″; y con ella pueden moler dos piedras de 1^{m},50 de diámetro mas de un hectólitro y medio por hora (2^{fan},7).

Para las máquinas de hilados se arregla la potencia de manera que por cada caballo se muevan 12 telares.

Para un molino de papel se necesita fuerza de 3 á 4 caballos para machacar en un dia, á 10 horas de trabajo, de 15 á 16 kilógramos de cabullería.

Para estos trabajos de industria y los muchos mas á que se aplica ventajosamente el vapor, se hace uso generalmente de las máquinas de doble efecto y expansion.

2.° APLICACION AL MOVIMIENTO DE LOS BARCOS Y CARRUAGES.

942. **Calderas empleadas en los barcos de vapor.**

Las calderas que se emplean en los barcos de vapor lo son indistintamente de alta, media ó baja presion. La forma de las primeras es cilíndrica con hogares interiores, ó cilíndricas con hervidores y circuitos de ladrilio, como generalmente se suelen usar en América. Las paredes de estos fogones deben ser de poco espesor, para que, no obstante el corto espacio de que se puede disponer, no se altere la seccion conveniente á los circuitos: seccion que, para una máquina de 35 caballos y 40^{m2} de superficie de caldeo, quemando 4^{k},5 por caballo, ó 160^{k} de hulla por hora, y habiendo 1^{m2},5 de parrilla, debe ser de 0^{m2},5. En las calderas de hogares interiores puede disminuir la superficie de parrilla y la seccion del circuito: para la máquina citada puede ser la primera de 1^{m2},2, y la segunda 0^{m2},36.

Para las máquinas de baja presion, generalmente usadas en la marina de Europa, se han empleado las calderas de galería ó superficies múltiplas, divididas en dos porciones ó cuerpos que hacen mas fáciles las composiciones y colocacion primitiva. Pero tanto porque su volúmen era de consideracion, respecto al espacio que puede ofrecer un barco, cuanto porque el vapor producido por cada 1^{m2} solo alcanzaba á 30^{k} en término medio, mitad del que ofrecen los generadores actuales, se ha dado la preferencia y adoptado el sistema de calderas tubulares,

compuestas de varios cuerpos de 100 á 150 caballos de fuerza parcial, en los cuales se fijan muchos tubos de $1^m,5$ á 2^m de longitud y $0^m,075$ á $0^m,085$ de diámetro por los que penetra el fuego del hogar, produciendo una gran superficie directa de caldeo. Este sistema, tiene, además, las ventajas siguientes.

1.ª Por la forma en parte cilíndrica de las calderas y el pequeño diámetro de los tubos, se obtiene una gran resistencia á las presiones interiores y exteriores.

2.ª Por el mismo principio de forma se pueden conseguir en corto espacio superficies casi directamente expuestas á la accion del fuego, como sucede en las locomotoras, y llegar con muy poco volúmen á la proporcion de superficie de caldeo.

3.ª Las reparaciones son en extremo fáciles, pues generalmente se reducen á simples cambios de tubos perdidos por las contínuas incustraciones debidas á la alimentacion con el agua de mar; pérdidas que apenas se tienen desde que se emplean tubos de cobre en reemplazo de los de fundicion.

4.ª Las calderas son tambien menos pesadas á fuerza igual.

5.ª Producen una cantidad de vapor, y por consiguiente una potencia mecánica infinitamente superior á la que ofrecen las calderas de galerías, y al mismo tiempo un rendimiento mucho mas ventajoso con relacion al combustible quemado.

Por esta última ventaja se puede llegar á $1^{m2},75$ de superficie de caldeo por caballo para máquinns de 800, 900 y 1200 caballos, y á un producto de vapor tan rápido y abundante, que por lo menos se pueda doblar el trabajo nominal de estas potentes máquinas; ya para alcanzar una velocidad normal en una marcha imprevista, ya para resistir á impetuosos huracanes.

943. Por muy poderosas que sean las máquinas de vapor, no se instalan en los barcos, segun ya los hemos anotado, calderas que escedan de 150 caballos tanto para evitar con su mayor peso las dificultades de su construccion y maniobra de montaje, cuanto porque la parte vertical de las paredes resistiria mal á las presiones; y en fin, porque, creciendo á proporcion la superficie de parrilla, aumentaría su longitud hasta el punto de imposibilitar el trabajo de los fogoneros.

944. Para una máquina de 150 caballos de fuerza, se montan dos calderas de 150 caballos, poniendo 3 hogares por cada generador.

Para grandes vapores de 800 caballos se construyen 8 calderas de á 100 caballos ó 6 de 150 caballos, y 4 á 5 hornillos por generador. Para las de 900 caballos se ponen 6 calderas de 150 caballos y 5 hornillos por cada cuerpo: y, en fin, para 1200 caballos se compondrá la caldera de 8 generadores y 40 hornillos.

La siguiente tabla manifiesta las dimensiones de las diferentes partes de una caldera de segunda clase y fuerza de 150 caballos. Se ha dividido en dos el cuerpo principal, conservando cada una la potencia de 150 caballos: por lo cual se consigue hacer contínua la marcha del barco en caso de haberse de reparar ó quedar inutilizado uno de estos dos cuerpos de caldera.

Fuerza nominal de la máquina	150 caballos.
Cuerpos de caldera	2
Hogares por cada cuerpo	2
Longitud de cada cuerpo	3^m
Anchura id	$2^m,8$
Altura id	$4^m,1$
Espesor del palastro en la parte inferior de los generadores	$0^m,014$
Id., id., de los hogares y forros	$0^m,010$

Hogares.	Longitud	$2^m,35$
	Anchura	$0^m,74$
	Altura	$1^m,10$
	Longitud de las parrillas	$2^m,14$
	Anchura de las parrillas	$0^m,74$
	Capacidad de los ceniceros	$4^{m3},074$
	Area de los ceniceros	$4^{m2},073$
	Altura de los ceniceros	$0^m,44$
Superficie total de las parrillas		$9^{m2},50$
Seccion del espacio entre los barrotes		$2^{m2},46$
Diámetro de la chimenea		$1^m,40$
Seccion de la chimenea		$1^{m2},50$
Tubos...	Longitud	$2^m,7$
	Diámetro interior	$0^m,07$
	Número por cada cuerpo	232
	Número por el aparato completo	464
	Seccion total de los tubos	$1^{m2},7854$
Superficie de caldeo	directa	$21^{m2},15$
	de las cajas de fuego y humo	$25^{m2},50$
	de los tubos	$204^{m2},07$
	Superficie total	$250^{m2},72$
Superficie de caldeo por caballo		$1^{m2},67$
Volúmen de agua en las dos calderas		$19^{m3},06$
Volúmen de vapor		$15^{m3},194$

945. Las figuras 290 y 291 representan los cortes longitudinal y trasversal de una de las 8 calderas de 100 caballos pertenecientes al vapor francés de guerra el Ardent; presentando 145^{m2} de superficie de caldeo total, ó $1^{m2},45$ por caballo. Figs. 290 y 291.

Dimensiones principales.

Número de calderas		8
Número de hogares por caldera		4
Longitud anterior de cada cuerpo		$4^m,30$
Anchura de cada cuerpo	arriba	$3^m,60$
	abajo	$2^m,95$
Altura de cada cuerpo		$3^m,30$
Longitud de un hogar interiormente		[illegible]$^m,86$
Altura del mismo interiormente		$0^m,98$
Longitud de la parrilla		$2^m,30$
Número de hileras de barrotes de la parrilla á su largo		3
Número de barrotes en cada hilera		21
Espesor de estos barrotes		$0^m,028$
Espacio entre cada dos		$0^m,012$
Tubos...	Longitud	2^m
	Diámetro exterior	$0^m,085$
	Diámetro interior	$0^m,80$
Número de tubos en las 8 calderas		1872
Espesor del palastro de los hogares, forros, cajas de fuego y cajas de humo		$0^m,010$
Diámetro superior de la chimenea		$2^m,74$
Espesor de las placas A N y A R de los tubos		$0^m,012$

Resultados de los cálculos.

		Para 1 cuerpo.	Para los 8.	Por caballo.
		m²	m²	m²
Superficie de las parrillas	Espacio lleno.	6,0069	48,0552	0,0601
	Espacio vacío.	1,9051	15,2408	0,0190
	Total....	7,9120	63,2960	0,0791
Superficie directa de caldeo..	de los hogares........	14,2668	114,1344	0,1427
	de las cajas de fuego...	18,0838	104,6704	0,1308
	Total....	32,3506	218,8048	0,2735
Superficie de caldeo de los tubos........		117,6178	940,9421	1,1763
Total de la superficie de caldeo y tubular.		149,9684	1159,7469	1,4500
Superficie de caldeo de los ceniceros.....		14,2760	114,2080	0,1428
Superficie de caldeo de las cajas de fuego...	de los cuerpos extremos.....	10,0811	105,1900	0,1315
	de los intermedios	16,2164		
Total gral. de todas las superficies de caldeo		190,5419	1379,1349	1,7243
Superficie del nivel de agua............		11.1404	89,1232	0,1114
		m³	m³	m³
Volúmen de agua, suponiendo el nivel á 0m,25 sobre los tubos.............		12,9425	103,540	0,12943
Volúmen de vapor..................		12,5334	100,2345	0,12529
		m²	m²	m²
Seccion de los tubos................		1,1761	9,4087	0,0118
Seccion superior de la chimenea......			5,2076	0,0065

946. **Explicacion del cuerpo de caldera.**

A = Parrillas; compuestas de 3 órdenes de barrotes de fundicion, soportados por vigas de hierro, que descansan en consolas clavadas á las paredes de la caldera.

B = Hornillos. Los costados son planos, y la parte superior cilíndrica; el fondo que forma el cenicero C es un poco cóncavo. Todos están rodeados de agua.

E = Caja de fuego. Es el mismo hornillo recurbado haciá arriba con el fin de dejar paso á la llama del combustible, que desde allí penetra en los tubos.

F = 238 tubos en 7 hileras de á 34, por los cuales pasa la llama caldeando directamente y vaporizando el agua que los rodea.

G = Caja de humo comun á todos los hornillos. Como se vé en el perfil longitudinal aumenta á partir del hogar mas retirado, en que solo tiene 0m,84 de altura, hasta llegar á la chimenea, en que tiene 1m,45.

H = Chimenea, en comunicacion con la caja de humo.

I = Tirantes de dobles brazos que ligan el fondo á la parte superior.

L = Camisa ó forro exterior de la caldera y hornillos, cuyo espacio, lleno de agua en las $\frac{2}{3}$ partes, está asegurado con pernos á doble tuerca, y con manguetas los tirantes I y las grandes barras horizontales.

La pared anterior se inclina hácia adelante desde la altura de los tubos, á fin de alargar la caja de humo de los diferentes generadores, pudiéndose ligar á las chimenea comun.

Esta disposicion de caldera es de lo mas simple, sólido y á propósito para la formacion del vapor á baja presion. Sus reparaciones y limpieza son fáciles, y la altura del agua sobre el hogar considerable; condicion muy importante en las calderas que han de producir gran cantidad de vapor, sin dejar en seco las paredes por los movimientos oscilatorios de la mar.

947. **Defectos de este sistema de calderas; medios de evitarlos.**

Al producirse el vapor con igual rapidez por todas las diferentes partes que abrazan los tubos, obteniéndose el máximo de vaporizacion y potencia mecánica para la mayor marcha de los barcos, se consigue tambien la produccion de una cantidad considerable de agua, que contiene mucho calor sin efecto alguno mecá-

nico. En las locomotoras llega esta cantidad de agua de 30 á 40 por 100 del vapor producido: en los barcos no baja de 25 por 100.

Para obviar este inconveniente se han agregado á los cuerpos de calderas tubos *aisladores del vapor*, de 13 á 15 cént. de diámetro, caldeados exteriormente por el humo de los hogares antes de pasar á la chimenea, y por los cuales se obliga á penetrar el vapor, que, á su salida, no arrastra ya cantidad alguna de agua.

De esta manera se ha conseguido vapor de la mayor potencia mecánica con la mayor economía de combustible. Sin embargo de ello, las excelentes é ingeniosas disposiciones adoptadas por medio de varios órdenes de tubos aisladores, han complicado el sistema y dificultado las reparaciones y montura de las calderas, haciéndolas naturalmente mas costosas en su primera compra, y despues en su entretenimiento; atendido lo cual se ha renunciado á la colocacion de varios tubos, ensayándose el efecto que se desea con un solo tubo aislador, que fácilmente se pueda limpiar y reponer.

948. **Disposicion de la caja de humo y chimenea.**

El humo de todos los cuerpos de caldera se reune en una sola chimenea, que es ordinariamente oblonga en los grandes vapores, despues de pasar por las cajas de humo y circuitos de las 4,6 ú 8 calderas, ordenadas simétricamente á derecha é izquierda del eje longitudinal del barco, y espaciadas 3^{m} entre sí para el servicio de los fogoneros.

La chimenea se une á la caldera con pernos y clavijas, á fin de poderla desmontar fácilmente cuando haya necesidad, como acontece con alguna frecuencia en razon á lo pronto que se destruye el palastro por la accion combinada del fuego ardiente y contínuo del agua de la mar y de una atmósfera frecuentemente cargada de vapores acuosos. Para preservarlas de la oxidacion se las prepara ó puede preparar antes de su colocacion cubriéndolas de un enlucido vitrioso segun el sistema de MM. París y C.ª (gran rue de París en Bercy, 109), caldeando antes el palastro al rojo, por cuyo medio no tiene límite la duracion de la chimenea. Su parte inferior sobre el puente se halla resguardada, hasta $1^{m},5$ de altura, por una camisa de palastro separada $0^{m},1$, en cuyo espacio circula libremente el aire. La altura de la chimenea depende del tiro que se calcule para la combustion, variando de 6^{m} á 14^{m}. En los grandes vapores es de 12^{m}, 15^{m} y aun 16^{m}. Todas ellas suelen tener cierta inclinacion de proa á popa.

En los vapores de guerra se deben colocar las máquinas y calderas por debajo de la línea de flotacion, para evitar en lo posible los accidentes que en ellas pudieran ocasionar las balas enemigas.

949. **Consumo de combustible.**

El consumo de carbon en los vapores es una cantidad muy variable; elevándose de 5^{k} á 10^{k} de hulla por hora y caballo en las máquinas de baja presion sin expansion; y de 4^{k} á $2^{k},8$ en las de presion media y expansion.

En el vapor francés Gran Britania, de 1200 caballos y calderas tubulares, 1^{k} de hulla produce $7^{k},66$ de vapor en una hora. En el Alejandro, de 800 caballos, con 6 calderas tubulares y tubos aisladores, se tienen $8^{k},16$ de vapor por 1^{k} de hulla.

Segun M. Campaignac, para las fuerzas siguientes en caballos

50, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500

el peso en kilógramos de carbon quemado por caballo y hora, es respectivamente, para máquinas de baja presion y expansion á los $\frac{1}{10}$, como las construidas por Maudslay y Field.

5, 4,5 4,34 4,185 4,3 3,87 3,71 3,55 3,385 3,280 3,15 2,295 2,82 2,655

y la superficie de caldeo por caballo en metros cuadrados

1,2 1,08 1,04 1 0,965 0,925 0,89 0,85 0,81 0,785 0,755 0,715 0,675 0,63

950. Velocidad de los vapores.

En América suele ser de $6^m,5$ á 7^m por $1''$, ó 23 á 25 kilómetros por hora, y poco mas ó menos en Inglaterra. En Francia no pasa de 6^m ó 22^k por 1^h. Usando simultáneamente en la navegacion de las velas el vapor se puede acelerar la marcha $0^m,5$ mas por $1''$. Contra corriente suele ser de 3^m á 4^m por $1''$ ó de 11^k á 15^k por hora.

No obstante estos límites no se puede establecer regla alguna para la marcha de un vapor; pudiendo solo decir que, pues las resistencias crecen como los cubos de las velocidades, para llegar á una de las anotadas anteriormente, se necesita una gran potencia de vapor, y por consiguiente proporcionado gasto de combustible.

Si para 3 millas por hora se necesita una potencia de $5\frac{1}{2}$ caballos,

para 4 millas será necesario una de 5 caballos
5........................ 25
6........................ 43
7........................ 69
8........................ 102
9........................ 146
10........................ 200

951. Peso de las máquinas de los barcos.

Para los vapores de rio este peso varía de 1200 á 1400^k por caballo, comprendidas las paletas y calderas llenas para las máquinas de baja presion sin expansion. Para las de media y alta presion el peso viene á ser de 800^k. En los vapores de mar las máquinas son mas pesadas á igualdad de fuerza.

952. La siguiente tabla expresa las dimensiones de las diferentes partes de los generadores de barcos construidos por Maudslay y Field desde 12 á 220 caballos de fuerza, y una de 450 caballos ejecutada en la fábrica de Arras.

	FUERZA NOMINAL EN CABALLOS.										
	12	50	80	90	100	120	140	160	180	220	450
	m	m	m			m	m	m	m	m	m
Longitud de la caldera.	2,74	3,165	5,69	"	"	6,12	6,40	6,65	6,59	7,13	12
Anchura de la misma.	2,08	4,06	3,735	"	"	6,71	5,975	5,04	5,54	6,26	7,5
Altura de la caldera en medio, sin comprender el encofrado del vapor..........	1,60	2,13	2,10	"	"	2,76	2,89	2,68	2,75	3,25	2,90
	m3	m3	m3	m3		m3	m3	m3	m3	m3	m2
Volúmen total de la caldera.........	8,91	30,66	45,51	51,15	"	75,29	106,86	84,25	97,56	131,7	247,05
Id. del agua en la misma.........	2,538	7,53	15,177	19,82	"	30,118	33,21	32,87	38,65	51	80,91
Id. del vapor, comprendido el encofrado.	2,14	11,48	10,114	12,17	"	12,08	28,162	15,924	18,718	47,768	77,84
	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2
Superficie total de caldeo	20,324	63,18	96,802	96,28	83	152,83	194,13	147,96	169,228	233,102	419,4
Id. por caballo...	1,894	1,26	1,210	1,07	0,83	1,27	1,213	0,935	0,94	1,06	0,932
Cuerpos de caldera independientes.......	2	2	1	2	2	2	1	2	2	2	4
Hogares.........	2	2	4	4	2	4	6	6	6	6	16
	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2
Superficie de parrillas..	1,008	2,702	5,204	5,32	8	6,48	9,77	7,88	8,818	10,41	22,04
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Diámetro de la chimenea	0,46	0,62	0,78	0,86	0,88	1,067	1,217	1,05	1,067	1,18	2
	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2	m2
Seccion de los circuitos en metros cuadrados.	0,52	0,80	0,55	1,14	0,80	1,38	1,40	1,48	1,92	2,88	5,92
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Altura de la chimenea desde la parte superior de la caldera.....	5	9,15	12,95	"	"	12,20	14,6	11,20	11,20	11,5	11,0
Altura total de la chimenea comprendido el coronamiento.....	6,6	11,28	15,16	"	"	14,96	17,49	13,88	13,95	14,75	13,90

953. **Barcos de vapor movidos por ruedas de paletas. Fuerza impulsiva.**

En los números 672 y 673, al tratar del choque de un fluido indefinido sobre un cuerpo sumergido, y de la resistencia que opone la corriente á un cuerpo, hallamos para la presion ó fuerza impulsiva

$$P = (m + n)\,\Pi\,\Omega\,\frac{v^2}{2g} \text{ para cuando el fluido está en reposo; y}$$

$$P = (m + n)\,\Pi\,\Omega\,\frac{(v \mp v')^2}{2g} \text{ para cuando marcha el barco en favor ó en contra}$$

de la corriente.

En estas expresiones se pondrá por el coeficiente $(m + n)$ el que corresponda al caso particular de aplicacion, dependiente de la figura y magnitud del casco, y por Ω la mayor seccion trasversal.

Este coeficiente $m + n$, que llamaremos k para abreviar, es $= 1$ cuando el cuerpo prismático sumergido tiene una popa cuyos planos están inclinados 45°.

Si estos planos formasen la proa en vez de la popa, siendo sus ángulos de inclinacion

90° 78° 66° 54° 42° 30° 18° 16°

los valores respectivos de k serían

1,10 1,05 0,93 0,76 0,60 0,48 0,46 0,44

Agregando la popa, los valores de k disminuirian 0,11, siendo entonces

1,00 0,94 0,82 0,65 0,49 0,37 0,35 0,33.

Una proa cilíndrica de eje vertical reduce el anterior primer valor 1,10 de k à $1,10\,\frac{13}{25} = 0,57$. Agregando la popa se tiene $k = 0,46$.

Si la proa está formada por las prolongaciones de las caras laterales del prisma y limitada abajo por un plano inclinado 43° al horizonte, se tiene $k = 1,10 \times 0,55 = 0,605$. Cuando el plano está inclinado unos 25° se tiene $k = 1,10 \times 0,45 = 0,495$. Agregando una popa se tiene para las dos proas precedentes $k = 0,495$ y $k = 0,385$.

Para los barcos de alto bordo es $k = 0,32$ y $k = 0,24$. Para los barcos de vapor, con las popas redondeadas, como se construyen en el dia, varia k entre 0,16 y 0,18. En América llega á 0,12. Las mas recientes pruebas le han reducido á 0,05 y 0,045.

Estos valores de k aumentan cuando el barco se mueve en fluido limitado, como un rio estrecho ó un canal.

954. **El trabajo motor ó cantidad de accion absorvida por la marcha del barco en un segundo**, se hallará multiplicando la presion por la velocidad; siendo, por ejemplo la 1.ª de aquellas expresiones

$$P\,v = k\,\Pi\,\Omega\,\frac{v^2}{2g}.$$

955. **Impulso en el medio de las ruedas de paletas.**

Si llamamos ω la superficie de dos paletas, una por cada rueda, y u la velocidad de su centro de gravedad, la presion será

$$P' = k'\,\Pi\,\omega\,\frac{v}{2g}\,(u - v);$$

$k' =$ coeficiente variable de 1 á 1, 2; ordinariamente $= 1, 1$.

Cuando el movimiento del barco es uniforme, su presion y la de las paletas son

iguales; en cuyo caso $P = P'$; y $k\,\Omega\,\frac{v^2}{2g} = k'\,\omega\,\frac{v}{2g}(u-v)$;

$$\text{de donde}\quad v = \frac{k'\,\omega\,u}{k'\,\omega + k\,\Omega};\quad u = \frac{v\,(k'\,\omega + k\,\Omega)}{k'\,\omega}$$

956. Cantidad de accion por efecto de las paletas.

Será la expresion anterior multiplicada por la velocidad relativa $u-v$

$$P'\,(u-v) = k'\,\Pi\,\omega\,\frac{v}{2g}(u-v)^2$$

957. Fuerza de una máquina de vapor aplicada á un barco movido por paletas.

La cantidad de accion absorvida por el barco en 1″ es igual al trabajo útil ó resistencia vencida por el barco, mas el trabajo absorvido por la resistencia que oponen las ruedas al moverse, que es el trabajo perdido. Se tendrá, pues, llamándola F,

$$F = P\,v + P'\,(u-v) = k\,\Pi\,\Omega\,\frac{v^2}{2g} + k'\,\Pi\,\frac{\omega\,v}{2\,g}(u-v)^2$$

ó, poniendo por u su valor anterior,

$$F = \frac{v^2}{2g}\,k\,\Pi\,\Omega\left(1 + \frac{k\,\Omega}{k'\,\omega}\right)$$

Esta fórmula conviene con la práctica cuando la velocidad v del barco no pasa de 4^m por 1″. Si $v > 4^m$ el resultado de la fórmula es mayor que la fuerza de la máquina.

Supongamos que la velocidad del barco es $= 3^m{,}5$ por segundo, que corresponde á unas siete millas por hora, y que, además, sean

$$\Omega = 4\,\omega,\ \text{ú}\ \omega = \frac{\Omega}{4},\quad k = 0{,}17\ \text{y}\ k' = 1,\ \text{resultará}$$

$$F = \frac{\overline{3{,}5}^3}{2\times 9{,}8}\,1000\times 0{,}17\,\Omega\left(1 + \frac{0{,}17\,\Omega}{1\times\frac{\Omega}{4}}\right) = 621{,}6\,\Omega$$

Si fuese $\Omega = 2^m$ se tendria $F = 1243^{km}{,}2 = \frac{1243{,}2}{75} = 16{,}5$ caballos.

Siendo $\Omega = 1^{m^2}$ corresponderían á F unos 8 caballos; y en el supuesto de igual velocidad para otro barco de 30^{m^2} de seccion, sería por lo menos

$$F = 30\times 8 = 240^{cab}$$

958. La relacion del trabajo útil al perdido es

$$\frac{P'v}{P\,(u-v)} = \frac{v}{u-v}.$$

Por cuya expresion vemos, que, á medida que es menor la diferencia de velocidades del barco y paletas, aumenta la relacion entre el trabajo útil y el perdido, cuyo límite se tiene cuando $u - v = o$, ó $u = v$.

Para los barcos que navegan por la mar la relacion entre las superficies trasversales del barco y las paletas es de 4, 5 á 7, segun que la fuerza de la máquina varie de 12 á 220 caballos; siendo en término medio 6,75 para los barcos da 80 á 200 caballos. Esta relacion disminuye para los de rios en la cantidad de 3 á 4 y aun menos.

No olvidemos (núm. 953) que para cuando el barco remonte un rio debe ponerse en la fórmula del párrafo anterior, en vez de la velocidad v, la relativa $v + v'$ y $v - v'$ para cuando descienda. Será pues

$$F=\frac{(v\pm v')^3}{2g}\Pi k \Omega \left(1+\frac{k\Omega}{k'\omega}\right)$$

959. **Determinacion de las ruedas.**

El rádio de las ruedas puede determinarse directamente, conocido el número de paletas y su altura, ó bien por medio de la velocidad impresa á la misma rueda por la máquina.

Supongamos en este 2.° caso que sea n el número de golpes de émbolo en 1'; $2\pi r n$ será la velocidad de la rueda en dicho tiempo: si, además, fuese v la velocidad del barco por minuto, como esta velocidad viene á estar con la del barco en razon de 3 á 2, se tendrá

$2\pi r n = \frac{3}{2} v$, y $r=\frac{0{,}24\,v}{n}$. Si el barco anduviese 10 millas por hora ó 18320^{m},

seria $v=\frac{18320}{60}=305^{m},3$ en $1'$: y si fuese $n=20$ resultaria

$$r=\frac{0{,}24\times 305{,}3}{20}=3^{m},6 \text{ próximamente.}$$

Para determinar el rádio conocidas las paletas, sea n el número de estas (*fig.* 292) ; n' el de las que se hallan sumergidas constantemente en el agua; y α el ángulo de la vertical con el rádio extremo A O; siendo, además, $BC = h$ y $OB = r$. *Fig.* 292.

Se tiene $OC = r - h$, y $OL = r \cos.\alpha = r \cos.\frac{n'\times 180^0}{n}$; de cuyas dos ecuaciones sale

$$r=\frac{h}{1-\cos.\alpha}$$

y tambien $h = r\,(1-\cos.\alpha)\,;\; 1-\frac{h}{r}=\cos.\frac{n'\times 180^{\circ}}{n}.$

Si fuesen respectivamente $n = 12$ paletas, $h = 0^{m},7$, y $n' = 3$, cuyo último supuesto es el mejor para que el movimiento sea mas uniforme y de buen efecto, resultaria

$$r=\frac{0{,}7}{1-\cos.\frac{540}{12}}=\frac{0{,}7}{1-0{,}707}=2^{m},4\,;$$

para $n = 12$, $n' = 3$, y $r = 2^{m},4$, se tiene $h = 2^{m},4\,(1-0{,}707) = 0{,}7$; y con $n' = 3$, $r = 2^{m},4$, $h = 0^{m},7$

$$1-\frac{0{,}7}{2{,}4}=\cos.\frac{540}{n};\text{ ó } 0{,}707=\cos.\frac{540}{n},$$

arco cuyo coseno es $= 0{,}707 = 45^{\circ} = \frac{540}{n}$: de donde $n = 12$.

Las paletas se ponen en planos que estén en direccion del eje; y su número debe ser el suficiente para que disminuya la reaccion del agua, dejándola el tiempo necesario para introducirse entre ellas. Bastará el número de 3 paletas constantemente sumergidas. Su forma será rectangular, y mas largas que anchas para batir mejor el fluido y desprenderse de él mas pronto. A este fin las ha dado Maudslay un movimiento giratorio que las permite entrar verticalmente en el agua saliendo con suficiente inclinacion para inmediatamente resbalarla. Se las sujeta entre dos aros de hierro y rádios tambien de hierro ó madera lo mas delgados posibles. Su colocacion es á los $\frac{2}{3}$ de la longitud del barco desde la proa, no obstante que en muchos de ellos lo están á su mitad. Algunos solo tienen una rueda en la popa.

960. BARCOS DE VAPOR MOVIDOS POR EL ESFUERZO DE UNA HELICE.

Las fórmulas anteriores para la resistencia, impulso y fuerza de una máquina de ruedas de paletas, son aplicables á las ruedas helizoidales, poniendo en ellas, por la velocidad u del centro de gravedad de las paletas, la velocidad de rotacion de un punto cualquiera de la rueda helizoidal, multiplicada por la relacion entre el paso de la rosca y la circunferencia descrita por este punto. ω será ahora el área de la base del cilindro circunscrito á la hélice menos la de la seccion del árbol; área que será $=\pi r^2$, llamando r el rádio del cilindro y despreciando el grueso del árbol.

961. **Ruedas de hélice.**

Si consideramos un cilindro recto, cuya altura y rádio sean conocidos, y trazamos sobre él una espiral, bajando despues líneas perpendiculares al eje desde cada uno de los puntos de la curva, se formará una superficie helizoidal, completamente manifiesta segregados que sean los trozos de cilindro comprendidos entre las espiras. Si colocamos luego esta superficie (llamada abreviadamente hélice) en la popa de un barco bajo el agua y en sentido de la quilla, haciéndola girar al rededor de su eje con suficiente velocidad, se concibe que esta superficie helizoidal experimentará una resistencia que puede hacer marchar el barco, abriéndose camino al través del agua como lo verifica un tornillo al través de su tuerca. Por manera, que si el agua, que es la tuerca ficticia de la hélice, fuera tan resistente como un cuerpo duro, por cada vuelta que diera aquella adelantaría el barco una cantidad igual al paso de la espira. Mas no siendo esto así, ó no pudiendo ejercer su accion la hélice sin dar lugar á un desplazamiento de agua, se tendrá por cada vuelta de ella una pérdida de fuerza debida á este desplazamiento, á mas de la que debe tomarse en cuenta del rozamiento.

962. **Retroceso y rozamiento: ángulo mas conveniente de la hélice.**

La pérdida por el desplazamiento, llamada generalmente *retroceso de la hélice*, es, pues, la diferencia entre el camino andado por el barco en la unidad de tiempo, y la longitud del paso de la hélice multiplicada por el número de vueltas de la misma en igual tiempo. Segun los numerosos experimentos verificados con distintos barcos y formas de hélice, la pérdida de que se trata llega á 30 y 35 por 100 de la velocidad teórica. Así, para un vapor al que se hubiere aplicado una hélice cuyo paso fuese de 4^m dando 50 vueltas por 1′, la marcha sería

$$4 \times 50 - 4 \times 50 \times 0{,}35 = 130^m:$$

ó bien, siendo 0,35 el retroceso, el vapor andaría por cada vuelta 0,65 de la longitud del paso, tomando por unidad la velocidad de la hélice.

El rozamiento no es independiente de la velocidad para la hélice actuando en un fluido; pues, segun los experimentos verificados en Bristol, el rozamiento crece proporcionalmente al cuadrado de las velocidades. Su valor viene á ser de 0,25 á 0,30; pero tanto mas disminuirá cuanto que las superficies de la rueda sean mas lisas y el ángulo medio de sus alas con el eje se aproxime mas á 45°. En este caso la pérdida total por el rozamiento y retroceso no debe pasar de 0,40 que es el término medio de la que tiene lugar para los mejores barcos de paletas.

963. **Relacion entre el efecto útil de la hélice y fuerza empleada.**

Segun los cálculos del profesor Taurines, si E representa el efecto útil, P el trabajo gastado, v la velocidad del barco, h la altura de un punto cualquiera de

la hélice, y u la velocidad angular de esta $=\frac{2\pi n}{60}$, siendo n el número de vueltas por minuto, se tiene

$$\frac{E}{P}=\frac{2\pi v}{uh}$$

cuya relacion, para una vuelta completa de la hélice, es independiente del ángulo que esta forma con el eje, y por consiguiente igual para cualquiera que sea el valor de este ángulo.

Suponiendo, como arriba, que el espacio recorrido por el barco durante una revolucion de la hélice fuese 0,75 del paso, tendríamos, siendo r el rádio,

$$ur:2\pi r::v:0{,}75\,h$$

de donde $v=\frac{ur\times 0{,}75\,h}{2\pi r}$, y por consiguiente $\frac{E}{P}=0{,}75$.

964. **Superficie de la hélice.**

Siendo h la altura del paso, r la distancia al eje de un elemento cualquiera, S la superficie de la hélice, y r_1 r_2 los rádios extremos, será, segun Taurines, la superficie de un elemento $=dr\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2}$

y $$S=2\pi\int_{r_2}^{r_1} dr\sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2}+r^2}=$$

$$=\pi\left[r_1\sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2}+r_1^2}-r_2\sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2}+r_2^2}+\frac{h^2}{4\pi^2}\log.\text{hip.}\left(\frac{r_1+\sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2}+r_1^2}}{r_2+\sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2}+r_2^2}}\right)\right]$$

Aplicando esta fórmula al caso en que

$h=3^m{,}136$, $r_1=1^m{,}127$, $r_2=0^m{,}15$, resulta $S=5^{m^2}{,}1526$.

965. **Camino medio recorrido por los diversos elementos de la hélice.**

La velocidad que deberá tener una superficie igual á la de la hélice para que una misma cantidad de agua sea atravesada por esta superficie y la de la hélice, y en el supuesto de que el rozamiento en el agua sea igual á la superficie multiplicada por el cuadrado de la velocidad, lo que dá $dr\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2}$ para un elemento de esta superficie, y $dr\,(h^2+4\pi^2 r^2)$ para la cantidad de agua atravesada por este elemento (pues que $\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2}$ es su velocidad), y designando por S_1 la superficie igual á la de la hélice, y por x la velocidad buscada, será

$$S_1 x=\int_{r_2}^{r_1} dr\,(h^2+4\pi^2 r^2)=h^2(r_1-r_2)+\tfrac{4}{3}\pi r^2(r_1^3-r_2^3).$$

Aplicando esta fórmula al caso anterior, se tiene $x=5^m{,}511$.

966. Bajo el mismo anterior supuesto, *la velocidad de una superficie igual á la de la hélice para igual resistencia en el agua que la hélice misma,* es

$$S_1 x^2=\int (h^2+4\pi^2 r^2)\,dr\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2}=$$

$$=h^2\int dr\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2}+4\pi^2\int r^2 dr\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2}$$

:

$$S_1 x^2 = \frac{h^2}{2}\left[r\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2} + \frac{h^2}{2\pi}\text{ log. hip. }\left(r+\sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2}+r^2}\right)\right] +$$

$$+ 4\pi^2 \int r^2\, d\, r\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2} \qquad \text{(núm 386)}$$

$$\int r^2\, d\, r\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2} = 2\pi \int r^2\, d\, r\sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2}+r^2}$$

haciendo $\frac{h^2}{4\pi^2} = a$, y $\sqrt{a+r^2} = t - r$, siendo t una nueva variable, (núm. 384) lo que dá $d\, r = \frac{r^2+a}{2t^2} d\, t$, se tiene

$$\int r^2\, d\, r\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2} = 2\pi \int \tfrac{1}{16}\left(\frac{t^8 - 2a^2 t^4 + a^4}{t^5}\right) d\, t =$$

$$= \tfrac{1}{8}\pi\left(\frac{t^4}{4} - 2a^2 \text{ log. hip. } t + \frac{a^4}{4t^4}\right)$$

y por consiguiente

$$S_1 x^2 = \tfrac{1}{2}h^2\left[r\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2} + \frac{h^3}{2\pi}\text{ log. hip.}\left(r+\sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2}+r^2}\right)\right] +$$

$$+ \tfrac{1}{2}\pi^3\left(\frac{t^4}{4} - 2a^2 \text{ log. hip. } t + \frac{a^4}{4t^4}\right) + C.$$

Tomando la integral entre los límites r_2 y r_1, t_2 t_1, y aplicando la fórmula al caso anterior, en que

$$\left.\begin{aligned} h &= 3^m{,}136 \\ r_1 &= 1^m{,}127 \\ r_2 &= 0^m{,}15 \end{aligned}\right\} \text{ y por consiguiente } \left\{\begin{aligned} S &= 5^{m^2}{,}1526 \\ t_1 &= 2^m{,}516 \\ t_2 &= 0^m{,}671 \end{aligned}\right.$$

se obtiene $x = 5^m{,}7$.

967. **La velocidad normal de una superficie igual á la de la hélice para que experimente igual presion**, será

$$S x^2 = \int_{r_2}^{r_1} d\, r\sqrt{h^2+4\pi^2 r^2}(\omega r \text{ sen.}\alpha - v \cos.\alpha)^2 =$$

$$= 2\pi(\omega h - 2\pi v)^2 \int_{r_2}^{r_1} \frac{r^2\, d\, r}{\sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2}+r^2}}.$$

Integrando como antes, y adoptando iguales valores numéricos para la hélice, se encuentra

$$S x^2 = 3{,}7987\,;\ \text{y, pues que } S = 5^{m^2}{,}1526,\ x = 0^m 8597.$$

968. **Proporciones de la hélice.**

Cualquiera que sea el sistema empleado, basta al buen efecto de la hélice que no se comprenda mas de una espira, siendo preferible aumentar el diámetro en caso de necesitarse mas cantidad de accion.

Su máximo efecto depende de su velocidad, su área y su paso, de tal manera proporcionados, que la suma de las pérdidas por el retroceso angular y rozamiento de la superficie, se reduzcan á un mínimo.

Desgraciadamente no se pueden dar aun reglas fijas para esta mejor proporcion, por la incertidumbre que todavía existe entre los prácticos cuando se trata de determinar las dimensiones de una hélice para un barco dado. Se sabe que el

mayor diámetro posible es el mas eficaz; pero en cuanto al paso ó fraccion del paso no hay guia mas cierto que la comparacion con los mejores modelos, teniendo cuenta de la forma y dimensiones del buque al cual se deba aplicar la hélice. El número de alas parece que es indiferente en esta cuestion.

M. Labrousse hace observar que el paso de la hélice resulta del diámetro determinado por la tirantez de agua del barco, y del ángulo medio mas favorable de aquella, que generalmente es el de 45°.

Prácticamente se puede hallar el paso de una hélice del modo siguiente. Tiradas las líneas $a\,c$, $a\,b$ (*fig.* 293), paralelas á las A C A B del pozo A B D C de la *Fig.* 293.
hélice y tangentes á esta; siendo la curva cb la arista del ala superior y r el rádio, tendrémos $a\,b:2\pi\,r::a\,c:x=2\,r\,\pi\frac{ac}{ab}$. $a\,c$ y $a\,b$ se pueden medir con cuerdas latas, teniendo asi tambien aproximadamente r.

Conocidos que sean de este modo los rádios extremos y longitud del paso, la órmula (núm. 964) dará la superficie.

969. **De las diferentes partes de la hélice y accesorios de instalacion.**

En una hélice se consideran cinco elementos principales, las *alas*, el *paso*, la *fraccion del paso*, el *diámetro* y el *árbol*. Los accesorios de instalacion son el *cepo*, el *tubo de popa*, la *prensa*, el *unidor*, el *virador*, el *apoyo de las alas* ó *barra de retenida* y el *freno*.

Las *alas* ó *brazos* son las superficies de rozamiento que ejercen en el agua la presion segun la cual se mueve el barco. Su número es variable, y la forma de su superficie helizoidal.

El *paso* es la distancia que separa los dos puntos extremos del mismo filete ó espira, distancia que se mide paralelamente al eje del árbol.

La *fraccion del paso* ó su longitud es el lugar ocupado por las alas en el árbol.

El *diámetro* de la hélice es el del círculo descrito por la extremidad de las alas. Este diámetro se llama tambien altura de la hélice.

El *árbol* es el cilindro sólido sobre que existen las alas.

970. **Accesorios de instalacion.**

El *cepo* B es la parte del barco sobre que ejerce la hélice su accion. Se instala en el interior del buque á poca distancia de la popa. Las figuras 297 manifiestan un *Fig.* 297.
cepo de cuello (que es el mejor sistema conocido) para comprender el cual basta la observacion del dibujo. El desgaste por el rozamiento de los collares c, c'... entre sus cajas es de poca consideracion. Para disminuir el rozamiento lleva encima una caja B llena de aceite que penetra en los alojamientos de los collares.

El *tubo de popa* (*fig.* 294) es un fuerte cilindro hueco R de bronce que atraviesa *Fig.* 294.
el barco envolviendo el árbol A de la hélice. Su objeto es preservar del contacto del agua el material del buque y presentarle un resistente punto de apoyo. Como este tubo está siempre lleno de agua, conviene, para evitar la oxidacion, cubrir en toda su extension el árbol con una camisa de cobre.

La *prensa* P, establecida perpendicularmente al interior del tubo de popa, impide la entrada del agua en el barco. Su oficio, como se concibe, es del mayor interés y exige una contínua vigilancia.

El *unidor* E sobre la línea del eje, entre el virador y cepo, se destina á aislar el árbol exterior que lleva la hélice del correspondiente á las manivelas, cuando se quiere abandonar la rueda dejándola independiente de la máquina. Se compone

de dos abrazaderas á muescas; la una sólidamente unida al árbol de la máquina, y la otra en el árbol exterior, movible en sentido de su eje por medio de una palanca L, engranando ó desengranando con la abrazadera fija segun que se hayan de unir ó desunir los dos árboles.

El *virador* es una pieza V sujeta al árbol, por medio de la cual se hace marchar la máquina en frio cuando se necesita hacer esta maniobra para la reparacion ó verificacion de alguna parte del mecanismo ó desmontar la hélice. Unas veces es una palanca, otras una rueda dentada engranando con un piñon. Lo esencial es que su accion sea bastante para que con su ayuda pueda la máquina dar una vuelta en 15 minutos.

Fig. 295. El *apoyo de las alas ó barra de retenida* F (*fig.* 295) sirve para fijar invariablemente la hélice en la posicion que debe tener cuando se navega á la vela. Consiste en una palanca que muerde ó se aloja en una escopleadura dispuesta á este fin en el extremo de un ala de la hélice, cuando esta ala se halla vertical en el pozo de su juego.

El *freno* consiste en dos resortes circulares que abrazan una rueda fija al árbol motor. La presion gradual que se puede dar á estos resortes por medio de un tornillo ó palanca, produce un rozamiento capaz de detener el movimiento de la hélice *abandonada* cuando el barco navega á corta velocidad, ó cuando se necesita que la máquina funcione para aumentar esta velocidad ó cambiar de direccion.

971. Diferentes sistemas de hélices.

Son muchos los sistemas de hélices ensayados y empleados; no permitiendo sus resultados fijar aun de una manera absoluta las formas y dimensiones que debe guardar un motor helizoidal por cada clase de barco destinado á tal ó cual navegacion.

Entre las hélices existentes, unas son llenas ó contínuas y otras fraccionadas ó compuestas de cierto número de alas, que no bajan de 2 ni esceden por lo regular de 6.

Fig. 300 301. Respecto á las primeras merecen la preferencia las inventadas por MM. Sauvage y Smith (*fig*. 300, 301) absolutamente semejantes entre sí, y las de M. Rennie (*fig*. 302 á 305).

972. Hélice de Smith.

Esta hélice (*fig.* 300) fué establecida en los vapores ingleses Arquímedes y Princesa-Real; habiéndose experimentado en el primero por espacio de seis meses en viages al rededor de la Gran-Bretaña con éxito favorable. Se compone de dos segmentos helizoidales, que juntos forman una vuelta completa, teniendo el ángulo medio una inclinacion de 45°. Las dimensiones de la hélice que dió mejores resultados, produciendo una velocidad de 8,5 millas por hora y á razon de 26 á 27 golpes de émbolo en 1′, fueron de 8 piés ingleses para la longitud y 5 piés 9 pulgadas para el diámetro. La hélice de la *Princesa-Real* tiene 3 piés de largo su eje, 6 piés el paso, 5 piés el diámetro, y 5 pulgadas el diámetro del árbol. El ángulo medio es de 55°; la velocidad de la hélice 5 veces mayor que la de la máquina; y la del barco por hora, en uno de sus mas favorables experimentos, 8 millas para 32 golpes del émbolo en 1′.

973. Hélice ó espiral de Rennie.

El objeto que se propuso M. Rennie fué aumentar gradualmente el paso del filete, de manera que cuando el agua adquiere toda la velocidad que la parte anterior de la hélice puede darle, recibe un nuevo impulso. De este modo el filete puede ser contínuo hasta llegar á quedar casi recto. Además, la oblicuidad de las

caras ó superficies anteriores del motor respecto á la direccion del movimiento que se obtiene con el aumento gradual del rádio del filete, disminuye la resistencia de estas superficies. Las figuras 302, 304 representan estos motores. En ellas se vé que el rádio aumenta á partir de los puntos *c c* en las 302 y 303, y del centro en las 304 y 305. *Fig.s 302, 304.*

La ingeniosa y elegante disposicion de estos sistemas está fundada en la atenta observacion de la forma que tienen las colas de los peces dotados de mas velocidad, tales como el salmon y el arenque; en cuyos naturales motores se observa que las aristas anteriores radian casi desde su centro, del propio modo que están dispuestas las generatrices de la hélice Rennie, tangentes todas á un cono.

974. Las hélices mas generalmente usadas son las de alas ó brazos, por haber demostrado la experiencia las grandes ventajas que llevan á las de superficie contínua: y aunque la reunion de todas las alas (de 2 á 6 en número) no equivalga mas que á 0,30 de la hélice llena, su accion es sin embargo y por lo menos igual.

En la hélice de dos alas (*fig.* 299) cuyo movimiento se indica por la flecha, las aristas A B que cortan el agua se llaman *aristas de entrada*, y las A'C opuestas, *aristas de salida*. Tiene la ventaja de poderse desmontar en la mar y no exigir pozo de grandes dimensiones. *Fig. 299.*

975. Las *hélices de Sollier*, del nombre del autor, tienen 4 alas que se pueden plegar y desplegar como las cachas de un par de tijeras: lo que permite el uso de pozos estrechos, disminuyéndose la resistencia que presentarian las 4 alas fijas cuando el barco marchase á vela.

976. Las *hélices Mangin*, tambien del nombre de su autor, se forman de dos brazos que tienen 2, 4, 6 ú 8 alas (*fig.* 298) paralelas ó colocadas las unas delante de las otras, con el fin de disminuir su longitud conservando igual superficie de accion; puesto que esta superficie presentada al agua es la misma que la sumada por las alas reunidas. Se consigue, además, con esta feliz disposicion, la inapreciable ventaja de tener pozos muy estrechos, y poder navegar lo mismo á vela que á vapor. El efecto producido en recientes experimentos es à poco menos igual al obtenido con hélices de 4 y 6 alas desplegadas. *Fig. 298.*

977. Todos los demás sistemas inventados y ensayados hace algunos años y recientemente, presentan ciertas ventajas y mas inconvenientes, que autorizan la preferencia dada á la hélice de dos brazos.

978. Los barcos de gran carga y débil tirantez de agua navegan mejor con hélices de 4 á 6 alas, y los mas ligeros con hélices de 2.

979. **Hélices fijas y hélices locas.**

Las hélices fijas son las que se hallan sujetas á la porcion de la línea del árbol que sale fuera del barco, sin poderse desmontar en la mar. Su solidez es mayor que la de las hélices que se desmontan; y no hay inconveniente en darles mas de dos alas, una vez que deben quedar siempre en su lugar. Se llama tambien hélice fija la que viene á quedar inmóvil por medio del freno ó la barra de retenida cuando el barco navega á la vela.

Las hélices fijas que tienen mas de dos alas presentan bastante resistencia à la salida del buque. Para aminorarla en parte se *abandona* la hélice, segregando el árbol que la contiene del árbol de la máquina por medio del unidor movido por su palanca: lo que permite á la hélice girar por sí sola segun sea la marcha del barco. La hélice en este caso se llama *hélice loca*.

980. **Resistencia que oponen á la marcha las hélices fijas y locas.**

Segun lo demostrado por la observacion se admite: 1.° que con grandes velocidades (10 á 12 millas por hora) la hélice loca produce una resistencia inaprecia-

velocidad es pequeña (2 á 3 millas) una vez que entónces la hélice loca apenas gira ó vuelve insensiblemente; 3.° que las hélices de dos alas y las de Mangin retenidas verticalmente entre las paredes del pozo, apenas se oponen à la marcha natural del barco, cualquiera que sea su velocidad: por cuya razon la mayor parte de los vapores del comercio y paquebotes han adoptado casi exclusivamente la hélice de dos alas.

981. **Hélices movibles. Aparato de leva. Maniobra de la hélice.**

Se llaman *hélices movibles* las que se pueden desmontar en la mar ó izarse á lo largo de un pozo dispuesto con este fin en la popa. Las figuras 294 y 295 representan el aparato de leva y su instalacion. La hélice H descansa por sus muñones sobre el marco movible C C′, que á su vez reposa en los coginetes S S′ fijos à lo largo de las paredes del pozo. Cuando por medio del cabrestante ó torno se halla el cable O′ en el sentido de la flecha, suben unidos el marco y hélice á lo largo de una cremallera ó barra dentada N N′, en cuyos dientes se apoyan constantemente los topes L L′, previniéndose asi la caida de la hélice y su marco en caso de romperse ó alargarse repentinamente el cable O′. Al llegar la hélice á la altura conveniente se amarra el cable sólidamente: la operacion contraria es igualmente sencilla. En uno y otro caso de izar y arriar la hélice, se procurará mantenerla vertical por medio de las barras de retenida.

982. **Comparacion entre las ruedas de hélice y de paletas.**

Inconvenientes de la hélice. 1.° La velocidad que produce la helice es 0,12 menor que la adquirida por las ruedas de paletas, en las circunstancias de tiempo y tirantez de agua mas favorable à las últimas. La velocidad de la hélice, además, no cambia como la de las ruedas proporcianalmente á la salida del buque; es decir, que cuando un viento de proa ó un remolque disminuye á la mitad, por ejemplo, esta salida, el número de revoluciones de las ruedas disminuye tambien casi la mitad, mientras que en la hélice no llega apenas al $\frac{1}{8}$. En estas circunstancias es cierto que el efecto útil de la hélice es mayor que el de las ruedas, pero el gasto de combustible es comparablemente de mas consideracion.

2.° La hélice fija necesita quedar á seco siempre que el barco entre en un dique ó suba á un baradero para las reparaciones ó reconocimientos: y la hélice que se desmonta requiere un pozo que debilita la popa del barco.

3.° La hélice solo puede tener lugar en barcos que naveguen en aguas profundas, puesto que debe estar siempre sumergida, á menos de darla pequeño diámetro ó de sumergirla parcialmente; en cuyos dos casos disminuye su efecto útil.

Ventajas de la hélice. 1.° Pudiéndose colocar la máquina bajo la línea de flotacion, y estando la hélice enteramente sumergida, quedarán una y otra al abrigo de las balas enemigas y averías que pueden resultar de un abordaje. La máquina, además, no tiende á producir deterioro alguno en las partes del barco fuera del agua, como suele suceder con las ruedas de paletas.

2.° Se puede disponer de todo el puente para establecer baterías en los barcos de guerra, y de mucha mas capacidad en los mercantes para conducir un gran cargamento.

3.° Teniendo los vapores de hélice unos $\frac{2}{5}$ menos de manga que los de ruedas, pueden entrar con facilidad en un dique que apenas podría contener los últimos.

4.° La hélice funciona siempre sumergida y uniformemente, cualquiera que sea el movimiento de la mar y la inclinacion del buque: con lo que se obtiene una potencia igual y frecuentemente superior á la que producen las ruedas. Es de advertir que en el caso de un viento fresco de popa y la mar alterada, sucede que las ruedas quedan á intervalos enteramente sumergidas y enteramente al

aire; lo que origina bruscos y repentinos cambios de velocidad que tienden á desordenar el equilibrio de la máquina y resistencia de sus piezas, con perjuicio á la véz de la marcha, en ocasiones inferior á la que tendría lugar solo á la vela. En los barcos de hélice, al contrario, marchando siempre la máquina con una regularidad perfecta, y siendo, por consiguiente, constantes los golpes de émbolo y revoluciones del motor, la velocidad que en estas circunstancias impriman al buque las velas será en beneficio de la navegacion sin que la máquina experimente novedad alguna. Si, por otra parte, el viento reinante fuera de proa, la superficie de los tambores de las ruedas le presentaría una resistencia que disminuiría mucho la velocidad. Un viento de bolina pudiera, segun su fuerza, inclinar de tal modo el buque, que le hiciera llevar una rueda casi del todo sumergida y otra constantemente fuera ó casi fuera del agua; lo que tenderia á doblar el eje sin que la velocidad fuera nunca uniforme. En este caso el barco de hélice tendria, á mas de la fuerza igual de su máquina, las ventajas de un buque de vela.

5.° Hallándose en un vapor de hélice mas bajo el centro de gravedad de la máquina que en otro de ruedas, la estabilidad del 1.° es mayor que la del 2.°

6.° A medida que crece el cargamento en un vapor de ruedas, es mayor la inmersion de las paletas, perdiéndose una parte de su marcha por esta circunstancia que no tiene lugar para un vapor de hélice.

983. **TABLA de las fórmulas que dan todas las dimensiones de las partes principales de las máquinas de vapor para la navegacion, sacadas del Artisan-Club** (página 355).

Las dimensiones en todas ellas están en centímetros, y las presiones en kilógramos por centímetros cuadrados.

Las notaciones son las siguientes:

p máxima presion del vapor en la caldera sobre la atmosférica,
P presion por centímetro cuadrado en el émbolo,
D diámetro del cilindro,
R rádio de la manivela ó mitad del curso del émbolo,
F fuerza de la máquina en caballos.

Se supone perfecto el vacío que origina el émbolo en el cilindro, é iguales las presiones en el cilindro y caldera. Por manera que se tiene

$$P = p + 1{,}0333.$$

Siendo mas peligrosas las roturas de las piezas en las máquinas de mar, y mas difíciles de reparar que en las de tierra, se multiplicará la presion P, correspondiente á las primeras, por un coeficiente k, llamado de seguridad, siendo suficiente para las segundas multiplicarle por p. Asi, es

$$P = k(p + 1{,}0333) \text{ para las máquinas de mar,}$$
$$P = kp + 1{,}033 \text{ para las de tierra,}$$

k se halla comprendido entre 1,5 y 2, siendo el último valor un máximo.

La figura 289 muestra la disposicion de todas las partes de una de estas clases de máquinas, de balanza y cilindro fijo. Sus letras corresponden á los nombres siguientes Fig. 289.

Gorron del árbol ó eje de las ruedas de paletas. (a)

Diámetro del gorron.................................... $0{,}1972\sqrt[3]{RPD^2}$
Longitud del gorron siendo δ su diámetro.................... $1\frac{1}{4}\delta$

Manivelas. (b)

Diámetro exterior y longitud del cubo ensamblado al eje del árbol, cuyo diámetro es d,

$$d + \sqrt[3]{\left(D\sqrt{P \times 3{,}443\,R^2 + 0{,}1643\,D^2 P_2}\right)^2}$$

Diámetro exterior del anillo opuesto á aquel, siendo δ el diámetro interior .... $\delta+0{,}0955\,D\sqrt{P}$

Anchura de la manivela por este extremo .... $0{,}1421\,D\sqrt{P}$

Grueso que resulta á la manivela en el centro del árbol

$$\sqrt[3]{\frac{D^2 P \sqrt{1{,}561\,R^2+0{,}07\,D^2 P}}{632{,}7}}$$

La anchura en igual punto es doble del espesor.

Grueso del cuerpo de la manivela en el centro del anillo opuesto.. $0{,}083\,D\sqrt{P}$

Su anchura en este punto es doble del grueso.

Traversa del vástago del émbolo. (c)

Longitud.. $1{,}4\,D$

Diámetro exterior del tubo, siendo δ el interior .... $\delta+0{,}0384\,D\sqrt[3]{P}$

Altura del tubo.. $0{,}237\,D\sqrt[3]{P}$

Diámetro del gorron.. $0{,}06474\,D\sqrt{P}$

La longitud del gorron es $=\frac{9}{8}$ del diámetro.

Grueso de la traversa en su medio.............................. $0{,}0593\,D\sqrt[3]{P}$

Altura en el mismo punto.. $0{,}222\,D\sqrt[3]{P}$

Grueso de la traversa cerca del gorron......................... $0{,}046\,D\sqrt{P}$

Altura en el mismo punto.. $0{,}0766\,D\sqrt{P}$

Vástago del émbolo. (d)

Diámetro.. $\frac{1}{14}\,D\sqrt{P}$

Longitud de la parte cónica comprendida en el émbolo .... $0{,}15\,D\sqrt{P}$

Diámetro mayor de la parte comprendida en la traversa.......... $0{,}072\,D\sqrt{P}$

Diámetro menor de la misma parte.............................. $0{,}068\,D\sqrt{P}$

Diámetro mayor de la comprendida en el émbolo .... $0{,}106\,D\sqrt{P}$

Diámetro menor de la misma .... $0{,}087\,D\sqrt{P}$

Anchura de la chabeta y contrachabetas de ensamble del vástago con la traversa.. $0{,}0367\,D\sqrt[3]{P}$

Espesor ó grueso de las mismas piezas .... $0{,}017\,D\sqrt[3]{P}$

Anchura de la chabeta de ensamble con el émbolo................ $0{,}064\,D\sqrt{P}$

Grueso de la misma.. $0{,}026\,D\sqrt{P}$

Biela principal ó barra de conexion. (e)

Diámetro de la biela en sus extremos........................... $0{,}072\,D\sqrt{P}$

Diámetro de la misma en su medio, siendo l su longitud......... $(1+0{,}0035\,l)\times 0{,}072\,D\sqrt{P}$

Diámetro máximo de la parte comprendida en la traversa........ $0{,}074\,D\sqrt{P}$

Diámetro mínimo de la misma parte.............................. $0{,}068\,D\sqrt{P}$

Anchura de la cabeza tomada en la chapa .... $0{,}1181\,D\sqrt{P}$

Grueso de la misma .... $0{,}094\,D\sqrt{P}$

Grueso medio de la chapa en el ajuste de la chabeta .... $0{,}0322\,D\sqrt{P}$

Grueso medio sobre la chabeta .... $0{,}0239\,D\sqrt{P}$

Distancia entre la chabeta y extremidad de la chapa .... $0{,}0366\,D\sqrt{P}$

Anchura de la chabeta y contrachabeta en el punto de ensamble con la traversa .... $0{,}0866\,D\sqrt[3]{P}$

Anchura de las mismas piezas en el punto de ensamble de la cabeza con la chapa.. $0{,}083\,D\sqrt{P}$

Grueso de todas estas chabetas .... $0{,}02128\,D\sqrt{P}$

Bielas laterales que mueven el vástago del émbolo. (f)

(Para las bielas que mueven el vástago de la bomba de aire se hace uso de las mismas fórmulas, poniendo en vez de D el diámetro *d* de la bomba.)

Diámetro de las bielas en su union con la traversa............. $0{,}0487\,D\sqrt{P}$

Diámetro en el medio, siendo *l* la longitud de la biela. $(1+0{,}0035\,l)\times 0{,}0487\,D\sqrt{P}$

Anchura de la cabeza... $0{,}0381\,D\sqrt{P}$

Espesor de la misma .... $0{,}046\,D\sqrt{P}$

Diámetro del gorron de la traversa que conduce la biela......... $0{,}06474\,D\sqrt{P}$

La longitud de este gorron es $= \frac{5}{8}$ del diámetro.

Diámetro del gorron en la parte inferior de la biela.......... ... $0{,}033\,D\sqrt{P}$

Luz de este gorron.. $0{,}0575\,D\sqrt{P}$

Espesor medio de la chapa en su ajuste con la chabeta.......... $0{,}0243\,D\sqrt{P}$

Espesor medio de la chapa en su ajuste sobre la chabeta......... $0{,}0177\,D\sqrt{P}$

Anchura de la chabeta y contra-chabetas........................ $0{,}06\,D\sqrt{P}$

Grueso de las mismas piezas.................................. $0{,}0125\,D\sqrt{P}$

Gorron del eje principal de la balanza. (g)

Diámetro.. $0{,}1385\,D\sqrt{P}$

Su longitud $=1{,}5$ su diámetro.

Tubos para el paso del vapor. (h)

Diámetro de cada uno .... $\sqrt{0{,}000326\,R\,D^2+67{,}8}$

Pasos de distribucion del vapor.

Area de los pasos al cilindro en centimetros cuadrados........... $\frac{2{,}2\,R\,D^2}{5486{,}4}+52$

Bomba alimenticia. (i)

Capacidad en centímetros cúbicos.............................. $\frac{1}{180}\,R\,D^2$

Bomba de aire ó neumática. (j)

Válvulas de seguridad.

Diámetro cuando solo hay una válvula	$\sqrt{3,2\,F + 145,1}$
Diámetro cuando hay dos	$\sqrt{1,59\,F + 72,56}$
Diámetro cuando hay tres	$\sqrt{1,077\,F + 48,38}$
Diámetro cuando hay cuatro	$\sqrt{0,79\,F + 36,28}$

Balanzas. (k)

Parte saliente de los círculos extremos	0,074 D
Grueso de los mismos	0,052 D
Diámetro interior de los mismos	0,07 D
Parte saliente de los gorrones de estos círculos	0,076 D
Diámetro de los ejes para la bomba de aire	0,045 D
Parte saliente de estos	0,049 D
Altura de la balanza en el centro de rotacion, siendo l la longitud de la misma, supuesta fundida	$\sqrt[3]{0,06184\,l\,D^2}$

Traversa del vástago de la bomba de aire. (l)

Espesor del círculo de union con el vástago	0,25 D
Diámetro de los gorrones extremos	0,051 D
Saliente de los mismos gorrones	0,058 D
Anchura de la traversa en su medio	0,043 D
Altura en el mismo punto	0,161 D
Anchura de la misma cerca de los gorrones	0,037 D
Altura en los mismos puntos	0,061 D

Vástago del émbolo de la msima bomba.

Diámetro	0,067 D
Anchura de las chabetas y contrachabetas en la traversa	0,063 D
Grueso de las mismas	0,013 D
Anchura de las mismas en su union con el émbolo	0,051 D
Grueso en el mismo punto	0,021 D

Bielas de la bomba de aire.

Diámetro en sus extremidades	0,039 D
Anchura de la cabeza	0,046 D
Grueso	0,037 D
Grueso medio de la chapa en su ajuste con la chabeta	0,019 D
Grueso medio de la chapa en su ajuste sobre la chabeta	0,014 D
Anchura de la chabeta y contra-chabetas	0,048 D
Grueso de las mismas	0,01 D

Tubos de conduccion y desagüe.

Diámetro del tubo de inyeccion para la condensacion	$3,05\sqrt{F}$
Area del paso por la válvula de chapeleta de aspiracion de la bomba de aire en centímetros cuadrados	11,6 F + 51,6
Area del tubo de inyeccion en centímetros cuadrados	0,445 F + 18,13
Diámetro del tubo de alimentacion	$\sqrt{0,26\,F + 19,35}$
Diámetro del tubo de escape del vapor	$\sqrt{2,419\,F + 108,871}$

Fig. 306, y 307. 984. **Vapor Gran Oriental.** (*fig.*s 306 y 307).

Una de las grandes obras con que la Inglaterra ha enriquecido su genio industrial, es el coloso vapor tubular de hierro que durante su construccion ha ostentado sus gigantescas proporciones en el astillero de Milwal á orillas del

Támesis, destinado á viajar de Inglaterra á la América y Australia, cuya distancia última de 22500 millas debe atravesar en 30 á 35 dias, marchando á 16 nudos ó 37 kilómetros por hora; casi lo mismo que un tren sobre ferro-carril.

Pertenece el barco á la Compañía Oriental, cuyo capital para esta empresa fué de 2000000 de libras esterlinas, dividido en 100,000 acciones de 20 libras; habiéndose invertido poco mas de esta suma.

Ha sido proyectado y dirigido por el eminente ingeniero M. Isambard Brunel, hijo del célebre autor del tunel bajo el Támesis.

Su construccion es toda de palastro, llevando 30,000 planchas y 3000000 de roblones, que en junto pesan 10,000 toneladas. El casco sin quilla, ó plano en la parte inferior hasta las inmediaciones del tajamar, se compone de dos paredes ó forros de palastro distantes $0^m,86$ entre sí, perfectamente unidos con planchas tambien de palastro que, normales á las paredes, dividen el espacio en una série de cajones de reducida capacidad y herméticamente cerrados con el fin de aislar las entradas de agua que pudiera ocasionar cualquier accidente imprevisto. Se aumenta así al propio tiempo la resistencia sin que su peso y fuerza de flotacion difieran apenas de las correspondientes á un barco de madera de iguales dimensiones.

Las dobles paredes ó parte tubular del casco, solo llegan á la altura del eje de las ruedas (*fig.* 307): desde allí á la obra muerta el casco es sencillo, aprovechándose el espacio de $1^m,5$ que resulta de mas, en beneficio de los salones y gabinetes numerosos de este pueblo flotante. *Fig.* 307.

Todas las paredes interiores, tabiques de division, vigas, traviesas, &, son igualmente de palastro en forma de T ó doble T segun los casos de resistencias.

Debiendo navegar á vela y vapor, tiene 6 palos de proporcionales dimensiones pudiendo presentar su velámen al viento una superficie de 700 metros cuadrados. M. Perigon al hablar de este velámen, piensa que sea de todo punto inútil, «en razon, dice, á que rara vez alcanzará el viento la velocidad normal que debe llevar el barco, no habiendo, por consiguiente, necesidad de contar con esta fuerza motriz. Además, las velas, que pueden servir á la estabilidad de un vapor ordinario son, en este concepto, de muy escaso ó ningun efecto en el Gran-Oriental, cuyas grandes dimensiones bastan para que apenas le muevan las olas mas considerables. Debe tambien observarse que con un fuerte viento de proa, los masteleros, vergas, &, presentan un verdadero obstáculo á la marcha.»

Funcionan á la vez dos máquinas de vapor, una de fuerza nominal de 1600 caballos que dá movimiento á una hélice de 4 alas y otra de 1000 caballos que hace girar dos grandes ruedas de paletas independientemente la una de la otra. Cada una de estas máquinas tiene cuatro cilindros de los que los de las ruedas se hallan inclinados 45°. Las calderas son en número de 10 trabajando á la presion de $2^{atm},75$; lo que hace que la fuerza total sea de unos 10400 caballos. Los hogares son 112, 10 por cada caldera de la máquina de paletas y 12 por cada una de las de la hélice, hallándose dispuestos de manera que puedan emplearse como combustible la antrácita ó la hulla.

Hay, además, otras dos máquinas auxiliares de alta presion de fuerza de 20 caballos, para levar anclas, mover los cabrestantes, tender velas &; 10 máquinas de 10 caballos cada una para alimentar las grandes calderas y otras dos de 40 caballos para mover la hélice independientemente de su máquina y regularizar los grandes motores. Y por último, lleva tambien á bordo 20 grandes botes de servicio y dos vapores mas de hélice de 100 piés y 60 á 70 toneladas con destino al embarque de pasajeros y mercancías.

Para mandar las maniobras se hace uso de un telégrafo óptico durante el dia

y de otro de luces coloridas durante la noche: trasmitiéndose las órdenes á los oficiales, contramaestres, maquinistas y timoneles por medio de un telégrafo eléctrico.

Dimensiones principales, capacidad y peso.

Longitud de la proa al timon	680 p. ings.	$207^{m},3$
Longitud sobre cubierta, ó eslora	692	$214^{m},$
Longitud de la quilla	630	$192^{m},$
Manga	83	$25^{m},3$
Anchura total entre las ruedas	120	$36^{m},6$
Puntal	58	$17^{m},6$
Longitud del castillo de proa	140	$42^{m},7$
Altura del mismo	8	$2^{m},44$
Longitud total de los salones principales	400	$122^{m},$
Altura de los salones bajo cubierta	13,67	$4^{m},17$
Longitud de los mismos	70	$21^{m},34$
Altura de los de sobre cubierta	12	$3^{m},66$
Longitud de los mismos	60	$15^{m},3$
Número de salones en cada piso y costado	10	
Paseos sobre cubierta	4	
Número de traviesas de compartimentos de salones por cada lado	12	
Id. de salones parciales	7	
Número de tabiques longitudinales, á 35 p de distancia por 350p de longitud	7	
Anchura ó espacio entre los forros del barco	2 p,84	$0^{m},865$
Espesor de las planchas en el fondo	1 pulg.	$0^{m},025$
Espesor de las mismas en los costados	0,5	$0^{m},013$
Espesor de las de los tabiques	0,5	$0^{m},013$
Espesor de las de la cubierta	0,75	$0^{m},019$
Planchas de hierro empleadas en el casco	30000	
Número de roblones	3000000	
Peso del hierro empleado	10000 ton.	
Capacidad	22500	
Carga y carbon que puede conducir	18000	
Cantidad de carbon que puede conducir	11379	
Peso total del barco dispuesto á la navegacion	12000	
Calado en lastre	15,5 pies.	$4^{m},72$
Calado con toda la carga	30	$9^{m},14$
Altura en este caso de la cubierta sobre la línea de flotacion	28	$8^{m},2$
Calado con una carga media	20	$6^{m},$
Alojamiento para pasajeros de primera clase. 800 / Alojamiento para pasajeros de 2.ª 2000 / Alojamiento para pasajeros de 3.ª 1200	4000	
Tripulacion	500	
Total de personas que puede contener	10000	
Número de anclas	13	
Peso de las anclas y cables	253 ton.	

Máquina de paletas

Fuerza nominal	1000 caballos.	
Número de cilindros oscilantes inclinados 45°, de los que cada dos se encargan del movimiento independientemente de una rueda	4	
Longitud de los cilindros	18 pies.	$5^{m},50$
Diámetro de los mismos	6,17	$1^{m},88$
Peso de cada uno	28 ton.	
Curso del émbolo	14 pies.	$4^{m},27$
Calderas de palastro	4	
Hornillos ú hogares	40	
Diámetro de las ruedas de paletas	58	$17^{m},68$
Longitud de las paletas	13	$3^{m},95$
Peso de cada rueda	90 ton.	

Máquina de la hélice.

Fuerza nominal	1600 caballos.	
Número de cilindros	4	
Peso de cada uno	30 ton.	
Diámetro interior	7 pies.	$2^{m},13$
Curso del émbolo	4	$1^{m},22$
Calderas tubulares de palastro	6	
Número de tubos de cobre	1600	
Diámetro de cada uno	3 pulg.	$0^{m},076$

Longitud de cada uno	5,5 pies.	$1^m,54$
Superficie de la caldera	9000 p^2	837^{m2},
Superficie de la parrilla	406 p^2	37^{m2}, 76
Peso total de la caldera incluyendo 90 toneladas de agua	190 ton.	
Peso de la máquina	500	
Hogares	72	
Alas de la hélice	4	
Diámetro de la hélice	24 pies.	$7^m,22$
Longitud del árbol	160	$48^m,80$
Diámetro del mismo	2,62	$0^m,8$
Peso total de la hélice	60 ton.	

Comparacion del Gran Oriental con el Arca de Noé.

Apreciado el codo en 20,625 pulgadas inglesas segun Newton, ó en 21,88 segun Wikins, se tiene.

	ARCA DE NOÉ.		GRAN ORIENTAL.
	Newton. piés ings.	Wilkins. piés ings.	Piés ingleses.
Longitud	515,62	547,	680
Anchura	85,94	91,16	83
Altura	51,56	54,70	60
Quilla ó longitud de porte	464,08	492,31	630.2
Porte segun la antigua ley (toneladas)	18231,62	21761,6	23092,3 ton.

985. **MÁQUINAS LOCOMOTORAS.** (Consúltense las figuras y su explicacion en las páginas 2.ª y 3.ª del atlas, desde la 310 á la 334). *Figs.* 310 á la 334.

Las máquinas locomotoras son de media y alta presion. Antiguamente era esta presion de 50 á 30 libras (inglesas) por pulgada cuadrada, que corresponde á $3^k,51$ ó $4^{atm},4$, y $2^k,11$ ó $2^{atm},04$ por centímetro cuadrado deducida ya una presion atmosférica. En las máquinas modernas la presion absoluta es ordinariamente de 5 á 8 y aun 9 atmósferas. Sobre la cara superior del émbolo la presion en kilógramos sobre centímetro cuadrado es $p'v = 0,00212\,v^k$, ó $21,2\,v^k$ sobre metro cuadrado $v =$ velocidad de la máquina en metros por segundo.

Esta presion es tambien la absoluta del vapor disminuida una atmósfera. Pero en las antiguas máquinas que evaporaban 60 piés cúbicos ings. ($1^{m3},7$) por hora el tubo que dá salida al vapor del cilindro á la atmósfera tenia 2,25 pul. ings. ó 0^m57 ó sean 25,64 centímetros cuadrados de seccion : asi $p' = k\dfrac{1,7}{25,64}$.

$k =$ coeficiente igual á 0,11557 ; por lo que $p' = 0,007662$ y $p'v = 0,007662 \times v$.

986. **Rozamiento de las ruedas motrices sobre los carriles.**

Para que una máquina locomotora pueda remolcar un convoy, no basta que su fuerza pueda vencer el peso de toda la carga; es preciso tambien que haya equilibrio dinámico entre el rozamiento de las ruedas motrices y la fuerza media trasmitida por los émbolos tangencialmente á los manubrios, no comprendida la porcion de esta fuerza absorvida por el servicio de las bombas y las diferentes resistencias pasivas de la locomotora, sin lo que las ruedas pudieran retroceder. Se debe, pues, tener

$$R\pi D > F\pi d$$

$R =$ Rozamiento de las ruedas motrices sobre los carriles. $R = \frac{1}{7}P$ sobre carriles perfectamente secos ; y $R = \frac{1}{27}P$ para los carriles enlodados. En la práctica se toma $R = \frac{1}{10}P$.

$P =$ presion de las ruedas motrices sobre los carriles. Para una locomotora antigua de 12 toneladas, la carga de las ruedas motrices es de 5,5 toneladas; 4,5 sobre las ruedas delanteras y 2 toneladas sobre las traseras.

$D =$ Diámetro de las ruedas motrices.

$d =$ Diámetro de los manubrios ó curso de los émbolos.

$F =$ Presion media trasmitida por los dos émbolos tangencialmente á los manubrios.

987. **Peso del vapor en una locomotora.**

Es los $\frac{3}{4}$ del de la agua evaporada, ó $\Pi = \frac{3}{4}\Pi'$.

988. **Expresion teórica del efecto de las máquinas locomotoras.**

El problema que exprese el efecto de las locomotoras puede ser de dos modos: 1.° *dada la carga y demás resistencias pasivas hallar la velocidad con que serán arrastradas por la locomotora;* y 2.° la inversa, *dadas la velocidad y demás circunstancias de la máquina hallar la carga que debe arrastrar.*

1.ª *Proposicion.* Para el equilibrio en una máquina de esta especie, refiriendo la potencia y resistencias pasivas á un metro cuadrado de superficie del émbolo, debemos tener la igualdad

$$R = R' + F' + p + p'v$$

en la que son

R = La presion del vapor sobre 1 metro cuadrado de superficie del émbolo.
R' = Resistencia del convoy al movimiento de los émbolos.
F' = Resistencia por los rozamientos de la locomotora en los movimientos de los émbolos.
p = Resistencia debida á la presion atmósferica $= 10333^k$ por 1^{m2}.
$p'v$ = Resistencia debida á la velocidad con la que el vapor sale de la chimenea.

Para referir la potencia y las diferentes fuerzas pasivas á las superficies de los dos émbolos, se multiplicarán las cantidades R, R', F', p y $p'v$, por $\frac{2}{4}\pi d^2$, en que d es el diámetro de los émbolos. Poniendo luego por estas cantidades sus respectivos valores se tendrá resuelto el problema.

Respecto á p ya sabemos es $= 1_k,0333$ por 1^{c2} ó 10333^k por 1^{m2}: y tambien tenemos (núm.° 985) para $p'v = 76,62\,v^k$ por 1^{m2}.

Reemplazando, además, por R' y F' los valores que deduce M. Pambour en su tratado de locomotoras, se tiene

$$R = [K\Pi + uv^2 \pm (\Pi + \Pi')\,\text{sen.}\,\alpha]\frac{D}{d^2 l} + F\frac{D}{d^2 l} +$$

$$+ \delta[K\Pi + uv^2 \pm (\Pi + \Pi')\,\text{sen.}\,\alpha]\frac{D}{d^2 l} + 10333 + 76,62v$$

$$\text{ó } R = (1+\delta)\,[(K \pm \text{sen.}\,\alpha)\,\Pi \pm \Pi'\,\text{sen.}\,\alpha + uv^2]\frac{D}{d^2 l} + F\frac{D}{d^2 l} + 10333 + 76,62\,v:$$

y haciendo las demás consideraciones que allí explica, se llega, para la velocidad, á la fórmula

$$v = \frac{l}{1000\,(l+c)\,q} \times \frac{0,0162\,S\sqrt[4]{v} = Q}{(1+\delta)[(K \pm \text{sen}\ \alpha)\,\Pi \pm \Pi'\,\text{sen.}\,\alpha + uv^2] + F + \frac{d^2 l}{D}\left(\frac{n}{q} + 10333 + 76,62\,v\right)}$$

v = velocidad del tren en metros por segundo.
l = curso del émbolo.
c = Distancia del émbolo en cada curso á las paredes ó bases superior é inferior del cilindro $= \frac{1}{20}l$

$\frac{l}{l+c} = \frac{20}{21}$.

n, q Cantidades constantes $\left\{\begin{array}{l} n = 0,0001421 \\ q = 0,0000000471 \end{array}\right\}$ cuando la presion R está dada en kilógramos por metro cuadrado.

S = Superficie de caldeo.

$Q = 0,0162\,S\sqrt[4]{v}$ = Volúmen del agua empleada para producir el vapor correspondiente á la presion R y velocidad v de la locomotora.

δ = Resistencia directa de la locomotora, proporcional al efecto de traccion $= 0,14$ para las locomotoras de ruedas libres, ó $= 0,22$ para las de ruedas unidas por barras, ó sea ruedas apareadas.

$K = \frac{1}{200}$ á $\frac{1}{250}$; coeficiente de la resistencia que opone al movimiento el rozamiento de los wagones.

Π = Peso del convoy y del tender = 1240 á 5300 kilógramos.

Π' = Peso de la locomotora.

sen. α = Seno del ángulo de pendiente; positivo ó negativo segun suba ó baje el convoy.

F = Resistencia directa de las piezas de la máquina cuando marcha sin carga.

d = Diámetro del émbolo.

D = Diámetro de las ruedas motrices.

$uv^2 = \theta\,\Sigma\, A\, V^2 = 0{,}0625\,\Sigma\, A\, V^2$. ($\Sigma = 1{,}10$ si la longitud del convoy es el triplo de la anchura $\Sigma = 1{,}17$ si es un cubo, y $\Sigma = 1{,}43$ si es menor). Esta expresion demuestra la resistencia que el aire opone al movimiento de los wagones. A = área de la cara anterior del wagon, y V la velocidad de este con relacion al aire.

Por medio de esta fórmula se averiguará el valor de la velocidad v del convoy: y para hallarla sin mucho trabajo se podrá usar el método de las sustituciones, dándola primero un valor que prudencialmente parezca aproximado y sustituyendo despues. Con tres veces que se verifique la operacion, ó tres sustituciones que se hagan, hay bastante para obtener un valor satisfactorio.

2.ª *Proposicion, ó sea determinar la carga arrastrada por la locomotora.* Para ello basta despejar Π en la última ecuacion; lo que dá

$$\Pi = \frac{1}{(1+\delta)(K \pm \text{sen.}\,\alpha)}\left[\frac{l}{1000\,(l+c)} \times \frac{Q}{qv} - \frac{d^2\,l}{D}\left(\frac{n}{q} + 10333 + 76{,}62\,v\right) - F\right] -$$
$$- \frac{1}{K \pm \text{sen.}\,\alpha}\left(u\,v^2 \pm \Pi'\,\text{sen.}\,\alpha\right)$$

En esta ecuacion solo es desconocido el término $u\,v^2 = 0{,}0625\,\Sigma\, A\, V^2$. Pero asignando un valor prudencial á uv^2 se obtendrá otro para A, que sustituido nos dará uno nuevo para $u\,v^2$; y con este hallarémos otro para Π bastante aproximado. Puede servir de norma que la resistencia del aire para cada wagon se puede apreciar en término medio, siendo 11^{m} por segundo la velocidad, en 10 kilógramos: así, y en el supuesto de haber 20 wagones, $u\,v^2 = 200$ kilógr.; y si cada uno tiene de largo próximamente 1,5 veces el ancho, lo que hace $\Sigma = 1{,}15$, y observamos que para cada convoy posterior al primero la superficie expuesta al aire es unos 10 piés cuadrados ó $0^{\text{m}2}{,}929$, resulta

$$200 = 0{,}0625 \times 1{,}15\,(A + 19 \times 0{,}929) \times \overline{11}^2 = 8{,}7\,A + 153{,}6, \text{ y } A = 5^{\text{m}2}{,}33.$$

989. Efecto útil de las máquinas locomotoras.

Multiplicando el valor de Π de la última ecuacion por la velocidad v se tiene en kilógramos

$$\Pi v = \frac{1}{(1+\delta)(K \pm \text{sen.}\,\alpha)}\left[\frac{l}{1000\,(l+c)} \times \frac{Q}{q} - \frac{d^2\,l\,v}{D}\left(\frac{n}{q} + 10333 + 76{,}62\,v\right) - F\,v\right] -$$
$$- \frac{v}{K \pm \text{sen.}\,\alpha}\left(u\,v^2 \pm \Pi'\,\text{sen.}\,\alpha\right)$$

Vemos en esta fórmula que solo entra la velocidad en los términos negativos: así, cuanto menor ella sea mayor será el efecto útil.

Observando la fórmula que en el número anterior dá la velocidad, vemos tambien que esta crece en la misma razon que decrece el término $\frac{d^2\,l}{D}$, es decir, que será mayor cuanto menores sean el diámetro del cilindro y curso del émbolo, y mayores los diámetros de las ruedas motrices. Tambien podemos observar que la velocidad es independiente de la presion del vapor; y que, por consiguiente, á cantidades iguales de combustible las velocidades serán mayores ó menores segun el peso disminuya ó que aumente la friccion.

990. La fuerza de las locomotoras se puede estimar en caballos, pero es mejor expresarla por la carga que son capaces de arrastrar por un camino horizontal con una velocidad dada.

991. **Cuando las locomotoras funcionan sin carga,** y suponiendo la presion en el cilindro igual á la de la caldera, se tiene, en el caso de haber sido la presion media efectiva en otras máquinas 3300 kilógramos,

$$R = 3300^{k} + p.$$

Segun los experimentos de M. Pambour, acerca de las máquinas locomotoras, resulta que, para las de 4 ruedas no acopladas, de 8 toneladas su peso medio, $0^{m},406$ á $0^{m},457$ el curso de los émbolos, $0^{m},279$ el diámetro de estos, y $1^{m},525$ el de las ruedas, la resistencia directa total que oponen al movimiento á lo largo del carril es de 47 kilógramos. Para una máquina de 11,58 toneladas y 6 ruedas, de que 4 son cónicas y acopladas, esta resistencia es de 63 kilógramos. Para otra de 6 ruedas no acopladas, de 11,37 toneladas de peso la resistencia es 80 kilógramos. Deduciendo de estas resistencias la debida al rozamiento de los ejes y de las ruedas sobre los carriles, queda, segun el propio M. de Pambour, para la resistencia debida al mecanismo de la máquina, 22 kilógramos para las de 4 ruedas no acopladas, y 27 kilógramos para la de 11,58 toneladas de 6 ruedas, de que 4 son acopladas.

De estos experimentos resulta que para determinar la resistencia total de una locomotora aislada basta agregar á 22 ó 27 kilógramos (segun que las ruedas sean libres ó acopladas), al producto de $3^{k},14$ por el peso de la locomotora en toneladas.

992. **Distancia de los ejes extremos.**

El rádio mínimo de las curvas varia, segun los caminos, de 300 á 1000^{m}.

Para una velocidad máxima de 60 kilómetros por hora el límite razonable del desvío de los ejes debe ser de $3^{m},50$ para un rádio mínimo de 600^{m}: rádio mínimo que puede ser de 300^{m} para una estacion donde se haga siempre una parada, y aún 200^{m} en los caminos de servicio ordinario y en los cruceros.

Este límite razonable de desvio es de 4^{m} cuando los rádios precedentes son respectivamente 1000^{m}, 500^{m} y 300^{m}.

En las primeras locomotoras de largas calderas, construidas por M. Stephenson, la distancia entre los centros de las ruedas extremas variaba de 3^{m} á $3^{m},3$.

En las últimas máquinas la distancia entre los centros de los ejes extremos es de $3^{m},65$ á $5^{m},95$; y recientemente de $4^{m},25$ á $4^{m},30$ como en las de Poloncean. La distancia $4^{m},86$ de las máquinas de Crampton es tan excesiva que solo puede servir para caminos cuyas curvas tengan un gran rádio.

993. **Estabilidad de una locomotora.**

La estabilidad en las locomotoras es mayor cuanto el centro de gravedad se halle mas bajo y cuanto mayor sea la base fija ó rectángulo formado entre los ejes de los carriles y los centrales de los ejes extremos; y tambien cuanto mayor que esta sea la base movible que forman los últimos y los resortes en que se apoya la caldera. Así, en las locomotoras de bastidor interior la estabilidad es menor por serlo $0^{m},28$ la base movible respecto de la base fija; mientras que es mayor en las de bastidor exterior por ser $0^{m},50$ mas larga la base movible que la fija. El estar unidas ó acopladas las ruedas aumenta igualmente la estabilidad; y por último, en hacer no tengan lugar los movimientos de *cuneo*, *galope*, *sinuoso* y *de proa*; todos los cuales pueden desaparecer del todo ó en su mayor parte poniendo á las ruedas motrices los contrapesos de que luego se hablará, especialmente en las máquinas de cilindros y bastidores exteriores.

994. **Descripcion general.**

La locomotora se compone de tres partes principales, la *caldera tubular* con su hogar y chimenea, el *aparato motor*, compuesto de cilindros, émbolos, manivela, y excéntricos; y, por fin, el *carro ó marco rectangular montado sobre ruedas y ejes.*

Antiguamente se hallaban soldadas estas piezas unas á otras. En la actualidad solo el aparato motor se halla fijo al bastidor, y sobre este descansa la caldera; disposicion mucho mas ventajosa para el reemplazo, reparacion é inspeccion de cada una de estas tres partes principales.

Las ruedas, ligadas ó soldadas al eje motor, trasforman en rotacion el movimiento rectilíneo del émbolo trasmitido por la biela y manivela; efecto que se produce cuando se vence la resistencia ó adherencia que las ruedas encuentran en la superficie de los carriles. Esta adherencia depende del peso de la máqnina y del estado atmosférico.

995. **Caldera.** (*fig.*s 310 á 313.) *Fig.* 310 á 313.

Se compone de la *caja de fuego* B, el *cuerpo cilíndrico* A, que rodea á los tubos, y la *caja de humo* C.

La *caja de fuego* B, situada en la parte posterior, comprende el lugar y su cubierta: el 1.° es un rectángulo cerrado por un tabique que se llama *cielo del hogar*; y su fondo es plano ó escalonado, formando la parrilla B (*fig.* 314.) Su *Fig.* 314. superficie exterior, que es la de caldeo por radiacion, se halla rodeada de una capa de agua de 7^c á 10^c de espesor, cortado el espacio en compartimientos. En Inglaterra y Estados Unidos hacen el hogar cilíndrico, á fin de evitar las armaduras que necesitan las paredes planas cuando es prismático para resistir bien la accion del fuego. Tiene el inconveniente de disminuir la superficie de caldeo.

El cuerpo cilíndrico A, generalmente de palastro, contiene los tubos en número de 100 á 300, siendo la longitud de estos de 2^m,4 á 3^m y 50 á 30 milímetros su diámetro interior y unos 2^{mil} su espesor. Son de cobre rojo ó palastro, y se fijan por sus extremos á las placas del hogar y caja de humo. Por dentro de ellos circulan los productos de la combustion, llenando los espacios intermedios el agua que se vaporiza. Exteriormente al cilindro hay otra capa de palastro ó de laton brillante, que se llama camisa, la cual preserva la anterior de todo género de golpes y desgastes. Entre una y otra capa existe otra de madera para evitar la pérdida del calor.

La *caja de humo* C, es la capacidad á donde llegan los gases de la combustion despues de atravesar los tubos y calentado el agua. Su forma es variable, pero siempre llevan la chimenea en su parte superior. La superficie de los tubos se dice ser de caldeo por contacto. La chimenea, tan pequeña como lo exigen las obras de fábrica y equilibrio de la máquina, no puede por sí sola servir de tiro llenándose, como en las fijas, del aire caliente que produce ese efecto. En las locomotoras la principal causa del tiro es el vapor que rápidamente se escapa de los cilindros á la chimenea, llevándose una cantidad de aire ó haciendo instantáneamente el vacío necesario para producir el tiro que se requiere.

Asi, pues, la caldera tubular y el tiro por el chorro de vapor son dos caractéres esenciales de las máquinas locomotoras, á causa de la cual y la gran superficie de caldeo en tan corto espacio, que produce tan considerable cantidad de vapor, se debe puedan las locomotoras arrastrar una gran carga con velocidades variables, segun las pendientes, de 20^k á 100^k por hora.

En las calderas además, existen el *receptáculo y toma de vapor.*

Receptáculo de vapor es el espacio que queda sin agua en el cuerpo cilíndrico, que generalmente es desde la fila superior de los tubos...

espacio sea bastante considerable, á fin de impedir que el vapor arrastre á su salida una parte del agua, se ha tratado de dar y se han dado considerables dimensiones al cuerpo de la caldera, sistema preferible al de la cúpula X, que Stephenson y otros Ingenieros pusieron sobre el hogar ó hácia el medio del cilindro A, pues que este medio es insuficiente y presenta un punto débil contra la gran tension del vapor.

La *toma del vapor* tiene lugar del receptáculo á los cilindros por un tubo de gran diámetro, llamado eductor, que en las máquinas de cúpula marcha interiormente á la caldera, como se vé en las figuras 311 y 313, moderando ó deteniendo el regulador *R* el paso de vapor á los cilindros. Cuando no hay cúpula el tubo eductor marcha exteriormente á la caldera, despues de tomado el vapor en cualquiera parte elevada de ella, hasta una capacidad donde se halla el regulador, desde la cual marcha el vapor á los cilindros.

Fig. 321, 322 *y* 326. 996. **Cilindros** D (*fig.*s 321, 322 *y* 326.)

Se colocan en la parte baja y al final de la caldera ó hácia en medio, horizontal ó inclinadamente. La caja de vapor A se halla en comunicacion con el cilindro por medio de dos aberturas de admision. Otra 3.ª abertura de emision B deja mar-
*Fig.*s 312 313. char el vapor conduciéndolo al tubo de escape E (*fig.*s 312, 313) que está dentro de la chimenea. El juego de la válvula de corredera, movida por el excéntrico, y el consiguiente curso del émbolo lo indican las flechas.—Puede, á mas, consultarse para el completo conocimiento de la distribucion del vapor, como asimismo la manera de trasmision, bombas y demás detalles de estas máquinas, en las explicaciones que de ellas se hacen al principio del atlas.

997. **Carro y ruedas.**

El bastidor que lleva la caldera, es idéntico al de los wagones ordinarios sin topes y resortes de traccion. El número de ruedas era de 4 ó 2 pares en el principio, pero, á fin de aumentar la superficie de caldeo, y potencia de vaporizacion, se alargó el bastidor y caldera y pusieron 6 y hasta 8 ruedas, con lo que se dió tambien mayor estabilidad á la máquina, no obstante lo que aumentó el desvio de los ejes extremos.

Las ruedas motrices en las máquinas de viajeros deben ser lo mayor posible, para que en el mismo tiempo que las de los wagones y con igual número de golpes de émbolo hagan el mayor camino. Su diámetro, con este fin, varía de 1^m, 68 á 2^m,30 y aun hasta 2^m,60 en algunas máquinas inglesas. Las de locomotoras para mercaderías tienen de 1^m,06 á 1^m, 50 de diámetro.

Para aumentar la adherencia y, por consiguiente, la resistencia al resbalamiento y con el fin de evitar la excesiva presion que resultaria en un punto del carril por una considerable sobrecarga, se hacen motrices dos ó mas pares de ruedas por medio de barras de conexion, especialmente si la máquina es de mercaderías. En este caso es preciso que las ruedas acopladas sean del mismo diámetro, y por consiguiente que los ejes de una y otra estén en un mismo plano horizontal.

998. **Contrapeso de las ruedas motrices.**

Cuando una locomotora remolca una pequeña carga ó marcha á gran velocidad y se cierra el regulador, hace sentir choques violentos en sus enganches con el tender, particularmente luego que la marcha decrece con rapidez. La causa de esto reside en las fuerzas centrífugas y de inercia de que las manivelas y bielas están solicitadas (trasmitiéndolas al eje y toda la máquina en direcciones variables), en razon á que el émbolo y las fuerzas á él unidas se halla alternativamente acelerado y retardado desde su mitad de carrera al punto muerto y marcha atrás, imprimiendo á la máquina por estos cambios de intensidad y velocidad en

diferentes sentidos una marcha irregular. Para evitarlo en cuanto sea posible no hay otro medio que poner un contrapeso proporcionado al lado opuesto á la manivela segun lo ha confirmado la experiencia por las pruebas y cálculos que dán la fuerza total que solicita al eje motor.

Fuerza centrífuga $N=\frac{v^2}{rg}P$

Fuerza producida por el movimiento acelerado ó retardado del émbolo........ $N'=\frac{v^2}{rg}P'$

Fuerza media perturbatriz por ambos émbolos. $P=2,828\frac{v^2}{rg}\Pi$

v = velocidad uniforme del boton de la manivela.
r = rádio de la misma.
g = gravedad.
$\Pi = p + p'$ = peso, referido al centro del boton, de la manivela y biela que sostiene, mas el del émbolo y vástago y émbolo de la bomba alimenticia.

Las máquinas de ruedas acopladas y cilindros interiores pueden pasar sin contrapeso, pues que hacen oficio de tal la manivela exterior puesta á 180° de la interior motriz y biela de acoplamiento.

El caso mas desfavorable es el de cilindros exteriores y ruedas acopladas, pues que las barras de union son elementos de perturbacion, al contrario que en los cilindros interiores, que lo son de compensacion. Los contrapesos para este caso deben ser muy fuertes, repartidos entre las ruedas acopladas.

Para una máquina de dos pares de ruedas acopladas y cilindros de 0^m, 574 en carrera (por ser $r = 0^m$, 287), y ruedas de 1^m,432.

El peso del émbolo, su vástago, cabeza y émbolo de la bomba........	86^k
El de la biela motriz..	48
El de la de acoplamiento....................................	47
El de las partes no equilibradas al rededor del centro en ambas manivelas..	23
	204

Si el contrapeso tiene su centro de gravedad á 0^m31 del centro del eje será menester, para destruir el movimiento trasversal, que su peso sea $p=\frac{0,287}{0,31}\,204^k=$ $=189^k$, ó 94^k,5 en cada rueda motriz: peso que puede reducirse de $\frac{1}{2}$ á $\frac{1}{3}$ para no traspasar el límite conveniente al equilibrio vertical:

En las máquinas de 3 cilindros son tambien necesarios los contrapesos para evitar el movimiento de vaiven.

999. Clasificacion de las locomotoras.=Tipos diversos.

La clasificacion de las locomotoras (de igual n.° de órganos todas ellas, aunque de diferentes dimensiones y disposicion de un constructor á otro), tiene por base el servicio á que están destinadas, distinguiéndose:

1.° Las locomotoras para viajeros á gran velocidad.
2.° Locomotoras para viajeros á mediana velocidad.
3.° Locomotoras mixtas, para trenes de viajeros y mercaderías.
4.° Locomotoras de pequeña velocidad para mercaderías.
5.° Locomotoras ténders para el servicio de estaciones y cortos trayectos.

1000. Bastidores y cilindros interiores y exteriores.

En todos estos cinco géneros de locomotoras sucede que, segun la idea del constructor, las ruedas quedan interiores ó exteriores al bastidor de la cama ó carro; como así tambien los cilindros suelen ser interiores ó exteriores, esto es, puestos debajo del cuerpo de la caldera ó á sus costados.

En cuanto á las ruedas es sin disputa mas ventajoso queden exteriores al basti-

dor, pues, fuera de que asi se aumenta la estabilidad, si se rompiese el eje saldria la rueda fuera de la vía y se mantendrá de pié contra el marco descansando en ella la máquina; mientras que si la rueda fuera interior y se rompiese el eje caería fuera desde luego y la máquina con ella.

Respecto á los cilíndros, tienen tambien ventaja en quedar situados exteriormente, pues aunque estén expuestos á enfriarse mas fácilmente y sean mas difíciles de fijar que los interiores, por no tener mas que un punto de apoyo en el marco, ocasionando al mismo tiempo algun movimiento lateral, se previene todo esto, 1°, envolviendo cada uno en una camisa no conductora del calor; 2.° soldándolos ó sujetándolos fuertemente con roblones al marco, y 3.° poniendo á las ruedas un conveniente contrapeso. En cambio son mas fáciles de inspeccionar y reparar, y contribuyen tambien á la mejor estabilidad: circunstancia que se dificultaba en los interiores, no siendo menos grave el defecto del eje acodado por lo difícil de trabajar y su corta duracion hoy dia cuando se les aplica á máquinas de mercaderías; pues, por esmerada que sea la construccion y bueno el material se rompen con facilidad. Solo podrian ser aplicables á máquinas de viajeros con escaso número de wagones.

1001. **Locomotoras de viajeros á gran velocidad.**

Todas las máquinas de esta especie tienen una gran rueda motriz dispuesta ge-
Fig. 320. neralmente en la parte posterior, como la de Crampton (*fig.* 320), la Liverpool de Bury (*fig.* 1′ lám. 30), la de Stephenson de árbol acodado (*fig.* 2′ lam.ª 30) y la de Mac-Connell (*fig.* 3′). Otras la tienen en el centro como la de Gooch (*fig.* 4′), la de
Fig. 5′. Hawthorn (*fig.* 5′) y otras mas.

La locomotora de Crampton tiene el centro de gravedad poco elevado, los ejes extremos muy separados, hogar de grandes dimensiones, y los cilindros y su mecanismo exterior. Tiene, por consiguiente, gran estabilidad y potencia, pesa 30 toneladas con carga, y alcanza una velocidad de 100^k en terreno llano; pero, á causa de la separacion de los ejes, puede considerarse máquina de 4 ruedas para la fatiga que hace sufrir al carril, sin embargo de lo cual todavía falta mucho peso á cada punto correspondiente á las ruedas para llegar al máximo admitido. Es muy sólida en todos sus órganos y se inspecciona con suma facilidad.—Otra máquina existe de Crampton de menores dimensiones y 14 toneladas de peso que tiene análoga forma y sirve para mediana velocidad.—La toma de vapor en ambas se hace directamente del cuerpo de la caldera, aplicando los tubos conductores á uua pequeña cámara central. El consumo de la 1.ª es de 7^k á 8^k por kilómetro recorrido. (Veáse los demás detalles en la explicacion al principio del atlas.)

Fig. 1′. La *Liberpool de Bury* (*fig.* 1′) difiere de la de Crampton en el número de ruedas, que son 4 pares, y en las mayores dimensiones de las mismas. La caja de fuego es tambien bastante mayor; produciendo una gran potencia vaporizante. La velocidad, sin embargo, no es mayor que en la de aquel. La carga se halla muy bien repartida.

Fig. 2′. La *de Stephenson* (*fig.* 2′) goza de gran estabilidad, sin necesidad de contrapeso. Tiene 3 cilindros horizontales, de los cuales uno es interior y central, cuyo eje coincide con el de la máquina. El codo del eje motor hace las veces de manivela, y se halla este acoplado con la rueda motriz. El peso total es de 27 toneladas; su adherencia bastante; el número de tubos 170, de 3^m de longitud y $0^m,047$ de diámetro. Es poco usado este tipo.

Fig. 3′. La *locomotora de Mac-Connell*, modificacion de una de Stephenson (*fig.* 3′), tiene hogar muy grande, lo que obliga para la estabilidad á poner una cuarta rueda tras de la motriz. Los tubos son cortos pero muy numerosos, pues llegan á 414, de $0^m,025$ de diámetro. Tiene mucha estabilidad y fuerza de vaporizacion, pu-

diendo alcanzar la velocidad de 80ᵏ á 100ᵏ sin fatigar los carriles tanto como la de Crampton por su mayor número de apoyos y menos distancia de ejes. Es máquina bastante lijera por el poco espesor de metales; pues aunque trabaja á 8 atmósferas solo tiene el palastro de la caldera $0^m,0018$ á $0^m,002$. Su peso es de 19 toneladas y en marcha 21. Su consumo es de 5ᵏ por kilómetro recorrido. (véase en el atlas su explicacion detallada.)

La *locomotora de Gooch*, de 35 toneladas, 4 pares de ruedas acopladas (*fig.* 4') y cilindros exteriores, tiene una gran caja de fuego que puede producir una potencia vaporizante igual á la de Crampton y mayor velocidad por ser de mayor rádio su rueda motriz, hallándose bien repartida la carga sobre las ruedas: pero, á causa de hallarse el centro de gravedad mas alto que en la de aquel otro sistema, su estabilidad es menor. La adherencia, sin embargo, es bastante mayor. *Fig.* 4'

La *locomotora de grandes ruedas de Hawthorn*, (*fig.* 5') de 27 toneladas de peso, cilindros interiores y gran adherencia, es tambien máquina de mucha velocidad y estabilidad; comparable por sus buenas condiciones á la de Crampton. Se toma el vapor en la cúpula central que lleva, no obstante las buenas dimensiones del cuerpo de la caldera. *Fig.* 5'

1002. **Locomotoras de mediana velocidad.**

Las locomotoras de este género son por lo regular de 3 pares de ruedas libres, de las cuales la central es la motriz.

Locomotora Stpehenson (*fig.ˢ* 310 á 315.) *Fig.* 310 á 315.

El marco y cilindro son exteriores; la caja de fuego es $0^m,95$ por 0,90 de largo y ancho interior, y 5^{m2} la superficie de caldeo por radiacion. Los tubos, en número de 140, tienen 4^m de largo y $0^m,037$ de diámetro; su superficie total de caldeo 69^{m2}. El bastidor es interior á las ruedas. La separacion de los ejes extremos es de 3^m. Las bielas y manivelas son exteriores á las ruedas, y los excéntricos y demás partes del mecanismo interiores y debajo de la caldera. El hogar es pequeño, y toda la máquina se halla poco cargada en la parte anterior á causa de la cúpula piramidal para la toma de vapor. El centro de gravedad está próximamente sobre el eje motor. El movimiento oscilatorio es bastante sensible, tendiendo á arrojar la máquina fuera de la via, razon por la cual es de absoluta necesidad el uso del contrapeso. Siendo la cúpula un defecto se ha suprimido en otras máquinas construidas por este sistema, adoptando la toma de vapor de la Crampton. Su peso es de 21 toneladas.

Locomotora de Robertson. (*fig.* 6'.) *Fig.* 6'

Aunque solo tiene 19 toneladas es de mas potencia que la anterior por la mayor extension de la caja de fuego y longitud de los tubos. La rueda motriz es mayor tambien, y la extrema posterior se halla fuera del hogar.

Esta locomotora, con algunas menores dimensiones en sus órganos, es la adoptada en el ferro-carril de Lyon à Marsella. (Vèase en el atlas el detalle de sus dimensiones, y capacidad.)

Locomotora de Wilson. (*fig.* 7') *Fig.* 7'

El tipo de locomotora Wilson es el representado en la figura 7' de casi iguales dimensiones que la anterior y 27 toneladas de peso; difiere de ella en tener los cilindros interiores y ser las ruedas extremas algo mayores que las correspondientes á aquel otro sistema.

Locomotora Buddican. (*fig* 8'.) *Fig.* 8'

El marco es interior y los cilindros exteriores é inclinados, encima de los cuales existen las válvulas de corredera complicando algo la trasmision del movimiento. Los tubos son algo mas cortos que en la de Lyon; las ruedas motriz y extremas

algo menores, y el todo de una gran ligereza y peso bien repartido sobre los ejes.

Fig. 9'. *Locomotora de Poloncean.* (*fig* 9'.)

Difiere poco de la anterior. La caldera es mayor y los cilindros horizontales y exteriores. Tiene la ventaja sobre aquella de evitar el movimiento de vaiven que proviene de la inclinacion de los cilindros. La distribucion del vapor se hace por dos tiradores conducidos por una corredera fija que á su vez se compone de otras dos invariablemente unidas entre sí. Los vástagos de estos tiradores están ligados á las bielas por articulaciones. Cambiando el curso del tirador inferior se puede aumentar ó disminuir la expansion al modo que lo hacen los bloques del sistema Mayer.

El cuerpo cilíndrico de la caldera es menor que el del hogar, á fin de evitar inútil espesor de palastro, siendo $1^m,15$ su diámetro, 182 el número de tubos con 84^{m2} de superficie total de caldeo, y $5^k,3$ de combustible por kilómetro. Su presion 8 atmósferas, la velocidad 45 á 60^k por hora, y 23 toneladas á 25 toneladas el peso con carga bien repartido sobre los ejes.

1003. **Tipos alemanes.**

En Prusia emplean máquinas muy ligeras del sistema Stephenson, con ruedas motrices acopladas situadas delante de la caja de fuego y humo. Los cilindros son generalmente exteriores con marco y mecanismo de trasmision interiores. Sobre la caldera existe aun la cúpula piramidal, que en otros paises abandonan por innecesaria ó peligrosa. Las piezas de los diferentes órganos son de acero fundido como el sistema de suspension, por medio de un balancin y los resortes de las ruedas.

En Austria, Wurtenberg y Badem, en cuyos caminos hay frecuentes curvas de pequeños rádios, se sirven de máquinas americanas de 6 ruedas, ejecutadas con sumo cuidado. Máquinas cuya descripcion se dará en siguientes párrafos á cuyo género pertenecen.

Figs. 10', 11' y 12'. 1004. **Locomotoras mixtas.** (*fig.s* 10', 11', 12' y 315.)

La velocidad de estas máquinas es la determinada en las anteriores. Se emplean en remolcar trenes compuestos de coches de viajeros y wagones de mercaderías. Son las mas usadas en todas las líneas de España.

Tienen generalmente dos ruedas motrices acopladas por cada lado, y situadas delante ó detrás de otro par de menores dimensiones, sengun se vé en las figuras anotadas de Hawthorn, Kitson, Eugerth, Poloncean y otras semejantes ó que difieren poco entre sí. Tienen su caldera y hogar de diámetro mayor que las anteriores, produciendo así una gran fuerza vaporizante, como se necesita para llevar mucha mas carga con igual velocidad que aquellas. Su peso es de 26 á 30 toneladas, si bien la mixta de Engerth llega á 36 con su tender. (El detalle de esta en el principio del atlas.)

En todas las locomotoras mixtas la caldera es á lo Crampton, con toma de vapor longitudinal. La caja del regulador está delante y el vapor viene á las de distribucion por dos tubos exteriores forrados de fieltro y metal. El escape se hace en la mayor parte de las máquinas por un tubo cónico con válvula para variar á voluntad la abertura del orificio. En otros solo hay los tubos ordinarios de escape.

La parrilla está provista de un chorro de fuego dependiente del maquinista: chorro indispensable á causa de la magnitud considerable de estos hogares.

Al lado del silvato de aviso suelen colocar algunos otro de prevencion que se puede poner en juego desde todos los puntos del tren. Los tubos son de espesor variable, montados con virola en la caja de fuego, y roblonados sin virola en la de

humo. La caldera se cubre, como en las demás locomotoras, con una camisa de madera y sobre esta otra de laton. Las chimeneas tienen un grifo soplador para activar el tiro al principio de la marcha.

La distribucion se hace por medio de la corredera invertida, produciendo expansion y cambio de marcha.

Para la propulsion existen las bielas motrices simples, las mas largas de acoplamiento y las manivelas correspondientes á ellas unidas.

El sistema de alimentacion de agua se halla exterior y á lo largo del bastidor. Las ruedas fuera de este, y el tender dentro á fin de que quede el fuego suficiente á la trasmision.

1005. **Locomotora americana** (*figs* 13′ y 14′ lámª. 31.) *Fig.* 13′ y 14′. Lám. 31.

Las figuras 13′ y 14′ represtan el tipo general de locomotoras empleado en los Estados Unidos, (trasportado á la Isla de Cuba y demás paises americanos), sirviendo para viajeros y mercaderías. Difiere de las máquinas europeas en las pequeñas dimensiones, número y disposicion de las ruedas delanteras; en la forma de la chimenea, á prósito para evitar fuegos por el escape de chispas ó pavesas encendidas que provienen de la combustion de la madera con que allí se alimenta el hogar en casi todas las máquinas; en el camarin de abrigo del maquinista; en el empleo de una campana colocada sobre la caldera; y en la barredera triangular, compuesta de barras de hierro, para separar obstáculos del camino.

Para tomar el vapor existen dos cúpulas, una sobre la caja de fuego y otra al medio del cuerpo de la caldera ó cerca de la chimenea, con las cuales se aumenta la capacidad del receptáculo de vapor segun conviene para tener la gran potencia vaporizante necesaria para adquirir toda la tension que conviene al vencimiento de las fuertes resistencias que ofrecen aquellos caminos.

La caja de fuego es alta, unida al cilindro por un plano inclinado, con paredes de palastro de 6 á 7 milímetros de espesor y el cielo 7 á 10^{mil}. La caldera se compone de varios anillos enchufados, dispuestos de manera que el mayor esté junto á la caja de fuego, y la parte superior del todo horizontal. La parte inferior quedará naturalmente inclinada, facilitándose así la salida de los depósitos de la combustion. Los tubos se disponen en filas verticales para facilitar la circulacion del agua. Estos tubos son de cobre rojo; metal preferido al palastro por su maleabilidad, menos peligros y mas fácil de roblonar á las planchas de las cajas de fuego y humo. En las máquinas cuyo combustible es el carbon se prefieren los tubos de laton, sin embargo que ya se van usando los de hierro. Suelen ser en número de 140, de 0^{m},05 de diámetro interior.

La chimenea es un tubo ordinario como en las máquinas europeas, á cuyo extremo se halla un bonete de alambres para dar paso al humo y gases, rechazando las chispas ó pavesas encendidas que vienen á caer entre este tubo y una cubierta cónico-inversa, terminada en un reborde curvo, con paleta ó sin ella, á donde van á dar primero las chispas hasta que caen al fondo.

La caja de humo es generalmente redondeada, forma preferible á la cúbica por lo mas económica y sólida y el mas favorable tiro.

Los cilíndros son horizontales y colados sin tapas, cerrándose las dos aberturas por una cubierta exterior que se roblona en una salida interior que se deja al cilindro. Los tiradores funcionan sobre una meseta de hierro, que algunas veces es de laton. Los émbolos son de resorte, y la estopa de la caja que atraviesa el vástago del émbolo ha sido algunas veces reemplazada por una guarnicion metálica compuesta de 9 partes de estaño por 1 de cobre.

Los resbaladeros y bielas son idénticos á los europeos, alternando el hierro dulce y colado entre los resbaladores ó guias y los vástagos que por ellos

corren. La longitud de las bielas es 3½ veces la del vástago del émbolo.

Los vástagos de las bombas estan invariablemente fijos à los de los émbolos de ambos cilindros, siendo, por consiguiente, igual su carrera; y para obtener un juego regular se han adoptado cámaras de aire en el tubo de aspiracion y en el impelente.

El silvato de aviso es muy poderoso, y tiene $0^m,11$ de diámetro. A mas de él existe la campana para sonar á las inmediaciones de los pasos á nivel.

En el techo del camarin del maquinista existe un timbre con un martillo que pone en movimiento cualquier pasajero para avisar de algun peligro.

Las ruedas motrices son generalmente de fundicion con 14 á 16 rayos. Las de las máquinas de mercaderías, de $1^m,07$ á $1^m,37$ de diámetro, se funden algunas veces en lleno. Empiezan ahora á sustituirlas con otras de hierro forjado.

Los resortes son como los europeos. Sus lámimas de acero tienen 4 milímetros de espesor, y muy rara vez llegan á 8.

El tender vá siempre ligado á la locomotora. Alguna vez intercalan un resorte de traccion entre el tren y tender. Este tiene generalmente 8 ruedas y un poderoso freno. La carga que lleva de agua es de 5000 á 9000 litros y 3^{m3} á 10^{m3} de madera.

El peso de la máquina se reparte de modo que ⅓ llevan las ruedas delanteras y ⅔ las motrices acopladas y dispuestas con sus contrapesos. Para darlas mas adherencia en ciertos momentos lleva la máqaina una caja de arena que la vierte en los carriles. Las ruedas pequeñas forman un tren articulado que toma con facilidad todas las curvas hasta de rádio de 300^m.

Aunque estas son las máquinas que para todo estan en uso, existen otras tambien muy poderosas y de una gran adherencia para remolcar grandes cargas de carbon por fuertes pendientes; las cuales tienen 5 pares de ruedas, de las que 3 son motrices acopladas y 2 libres formando el tren articulado. Tambien se hacen máquinas al estilo de Crampton para grandes velocidades, pero bajo los mismos principios que las anteriores.

1006. **Locomotoras de pequeña velocidad para mercaderías.**

En paises accidentados en todos sentidos hay necesidad, en obsequio á la economía, de aumentar las pendientes y disminuir en lo posible los rádios de las curvas; á cuyo fin se aumenta la fuerza de la locomotora haciéndola muy poderosa y de mucha adherencia; para lo cual se acoplan al eje motor todos los demás ó casi todos. No debiendo cargar sobre cada punto ó eje de los acoplados mas que 10 á 12 toneladas, se procura sea la máquina lo mas larga posible para multiplicar el número de ruedas, teniendo presente que la distancia mayor que debe mediar entre los extremos acoplados no ha de exceder de 3^m, pues entónces se pasan difícilmente las curvas de 300^m de rádio y se deteriora y desgasta el material.

En terrenos poco accidentados, cuyas pendientes no pasan de 8^{mil} y los rádios de las curvas no bajan de 800^m, se emplea sin dificultad el material de traccion ordinario para todos los caminos llanos. Bastará hacer iguales y acoplar los tres pares de ruedas que tenga la máquina, dándola asi mas estabilidad y fuerza adherente, tal como sucede en Francia para los caminos del Este, Norte y Orleans, cuyas máquinas pesan 27 á 31 toneladas; y tal como lo disponen los sistemas Scharp (camino de Manchester), Gooch (camino de Windon), Wilson (Doucaster), Sinclaire y Paton (Glasgow) &, todas de 27 á 29 toneladas: entre cuyos sistemas, todos idénticos, presentamos el que expresa la figura 15′, empleado en el camino de Orleans hasta el Mediterráneo, siendo el detalle de sus dimensiones el que se pone en las explicaciones del atlas. Tiene 204 tubos de $4^m,178$ de longitud por $0^m,043$ de

diámetro y 115^{m2} de superficie de caldeo: las ruedas, iguales entre sí, tienen $1^{m},377$ de diámetro y la separacion de sus extremos es $3^{m},52$. Su peso total 26 toneladas. y 31^{ton} en marcha; la parrilla es inclinada y tiene $1^{m2},21$; los cilindros, interiores é inclinados $6^{o},5$, tiene $0^{m},42$ de diámetro y $0^{m},65$ de carrera, y están fijos entre sí de una manera invariable, asegurando así el paralelismo de los ejes que les dá gran estabilidad.

Para cuando el pais es muy accidentado, como sucede en muchos puntos de España, Italia y Alemania del Sur, estas locomotoras serian insuficientes para atravesar las montañas sin gran desarrollo de obras de arte, como túneles costosos, grandes viaductos y muros considerables de construccion; no pudiendo, en consecuencia, seguir un trazado de grandes pendientes de 15 y 20 milímetros y curvas de 300^{m} á 200^{m} y menos de rádio.

Entre todas las locomotoras que se inventaron á este fin, solo cumplen bien, la de Engerth, empleada en Austria para atravesar el Sommering, su modificada para los terrenos accidentados al E de Francia, y la de Weassen empleada en España en el ferrocarril de Alar á Santander. Todas ellas llevan su respectivo tender, ó este es una parte inherente á la locomotora, íntimamente unido á ella.

1007. **Locomotora Engerth** (*fig.* 16'.) *Fig.* 16'.

Se construyó esta máquina para la travesía del pais austriaco de Viena á Trieste, y consiste en la locomotora y tender invariablemente unidos y montados sobre él 5 pares de ruedas de igual pequeño diámetro, de las cuales los 3 pares delanteros estan acoplados entre sí, constituyendo otras tantas ruedas motrices, y las 2 de atrás, distantes sus ejes $1^{m},69$, se hallan unidas á la guarnicion ó larguero que baja del marco. Los ejes de las ruedas delanteras y penúltima ó delantera del tender llevaban en un principio ruedas dentadas que engranaban en otra intermedia fija en el tren de la máquina; de suerte que los dos trenes en que este queda dividido pueden girar independientemente el uno del otro en el plano horizontal, pasando asi las curvas del pequeño rádio que se propuso el inventor. Hoy dia se suprime el engranaje en las nuevas máquinas que se hacen, conservando la clavija de giro.

El peso de esta máquina es de 56 toneladas, distribuidas casi por igual en las diez ruedas. La superficie de caldeo y potencia son enormes, y la carga que pueden arrastrar doble de la que remolcan las máquinas ordinarias de mercaderías, generalmente 45 wagones á 10 toneladas y 24^{k} por hora.

1008. **Locomotora Engerth Francesa.**

Esta locomotora (*fig.* 17') difiere de la anterior en la supresion del engranaje, aumento de un par de ruedas y ser algo menores las del tender: diferencias todas exigidas por la naturaleza del pais, menos accidentado que el austriaco, y por ser posible mayor velocidad. *Fig.* 17'.

En el ferro-carril del Este el diámetro de las ruedas motrices es de $1^{m},26$, ó $0^{m},1$ mas que en el del Sommering. En el del Norte (*fig.* 17') es $d = 1^{m},258$, y el de las pequeñas $1^{m},06$. Aquellas forman el primer tren y estas el 2.°, articulado con el 1.° y soportando el tender y una parte del peso de la máquina. *Fig.* 17'.

El sistema de conexion se compone:

1.° De un crucero en forma de X fijo á los largueros interiores de la máquina.

2.° De dos sistemas de traviesas paralelas encuadradas, dispuestas sobre largueros de la máquina y fijas sólidamente á los del tender.

3.° En un perno de articulacion especial que atraviesa el crucero y está fijo al sistema de traviesas; el cual lleva en su medio una parte esférica envuelta en un coginete esférico tambien al interior y cilíndrico al exterior, prestándose á todos los movimientos relativos á la máquina y tender.

Sus dimensiones se pueden ver en las explicaciones al principio del atlas.

Hay otros diferentes tipos de locomotoras mas ó menos poderosas en Alemania, Francia é Inglaterra: pero ninguno lo es tanto para las grandes pendientes de 20 à 25 milímetros y curvas de 200^{m} y menos de rádio como las de Weassen, construida en los talleres de San Léonardo de Lieja, y empleada en España en el tránsito de las montañas de Santander.

Fig. 18', 19' y 20'. 1009. **Locomotora Weassen** (*fig.* 18', 19', y 20'.)

Tiene, como la de Engerth, 5 pares de ruedas, pero, al revês que en el sistema francés, las menores de menor diámetro y acopladas forman el tren delantero, móvil en todos sentidos para el paso de todas las curvas de pequeño rádio por medio de una palanca M que á su vez articula en T. Las ruedas motrices están acopladas tambien y llevan la mayor parte del peso de la máquina. Las ruedas delanteras dán la direccion al eje longitudinal de todo el sistema, el cual se halla paralelo á la tangente de la curva. El eje acoplado del centro tiene un juego lateral en los husillos que le permite desviarse para seguir la curva de la via. La articulacion O está fija en la palanca M y permite al tren ponerse normal al rádio de la curva y desviarse lateralmente en esta direccion.

La caja de humo descansa en la palanca M por medio de dos pares de resbaladeras S S de acero fundido, formando planos inclinados dobles que facilitan la desviacion de la palanca, y por consiguiente del tren móvil, luego que la locomotora entra en curva y la obliga á colocarse en el eje de la caldera cuando llega á una alineacion recta.

El consumo por kilómetro recorrido es de 16^{k} de hulla en término medio, ó 20^{kg} en via ascendente de 20 milímetros, y 12^{k} en via descendente. En camino llano ó de escasa pendiente consume 6^{k} por kilómetro.

Remolca 200 toneladas cada máquina en rampas de 20^{mil} á 20^{k} de velocidad. En pendientes de 10^{mil} remolca 400 toneladas ó un tren de 25 á 30 wagones cargados.

Todas estas locomotoras llevan el Inyector Giffard y hogar Belpaire: pesan 36 toneladas vacías y 45 en marcha, y cuestan 26000 escudos: cantidad bien pequeña si se tiene en cuenta el gran servicio que prestan en pais montañoso, donde pueden llegar á subir un tren de 120 toneladas por una rampa de 30^{mil} sin sufrir ninguna avería como no se ha verificado suceda en la práctica desde el año 1861 en que trabajan sobre el camino de Alar. Sus dimensiones detalladas se pueden ver en el atlas.

1010. **Locomotoras tender.**

Aunque las grandes máquinas de pequeña velocidad llevan su tender á ellas unido, solo se llaman así las locomotoras de pequeñas dimensiones destinadas á cortos trayectos y al servicio de las estaciones para la formacion de trenes.

Fig. 316. Las hay de una rueda motriz como la de Howthorn (*fig.* 316); de dos ruedas acopladas motrices y aun de 3 tambien acopladas. Algunas tienen un avantren de giro para las curvas de pequeños rádios que exija la localidad.

1011. **Dimensiones de las partes principales de las máquinas locomotoras.**

Caja de fuego. La caja de fuego debe tener mas longitud que anchura, siendo así mas eficaz la combustion, menores los gastos de entretenimiento de las calderas, y mas fácil el gobierno de la máquina.

La 1.ª cubierta ó superficie interior de la caja de fuego es de cobre; teniendo 0^{m},012 de espesor sus paredes longitudinales y parte superior, y dando 0^{m},023 á 0^{m},025 á los pasos y tubos, y 0^{m},015 á 0^{m},020 á la plancha de las puertas. La

cubierta exterior es de palastro de $0^m,010$ á $0^m,020$ de grueso. El espacio entre ambas está lleno de agua, quedando $0^m,07$ distantes entre sí y ligadas propasadores de cobre rojo, de $0^m,02$ de diámetro, dispuestos en toda la longitud, remachadas sus dos cabezas y espaciados unos de otros $0^m,10$.

Parrillas. Las parrillas están situadas en la parte inferior de la caja de fuego, cuya base total ocupan.

La altura entre la parte superior de la parrilla é inferior del primer órden de tubos es en término medio $0^m,70$, y su distancia á la arista inferior de la caja de fuego $0^m,15$.

Para que el aire entre fácilmente en el hornillo es conveniente que la caja de fuego se ponga por lo menos 35 centímetros elevada del suelo.

La parte inferior del 1er órden de tubos se coloca generalmente á $0^m,10$ por encima de la parte inferior de la caldera.

El espesor de la capa del combustible sobre la parrilla varia de $0^m,60$ á $0^m,80$.

La parte superior de la caja de fuego está $0^m,30$ bajo la arista superior de la caldera, y debe hallarse cubierta de $0^m,10$ de agua.

La puerta del hornillo está á unos $0^m,50$ sobre la parrilla. El espacio entre las barras de esta varia de $0^m,03$ á $0^m,05$; y el ancho de las últimas es de $0^m,025$.

Cada decímetro cuadrado de parrilla quema cerca de 5 kilógramos de carbon por hora. Un kilógramo de hulla consume 18^{m3} de aire frio; y produce, cuando es de 1ª. calidad, 6 kilógramos de vapor.

Tubos. Los tubos son de cobre rojo y palastro, de $0^m,002$ de espesor. Su diámetro exterior varia de $0^m,04$ á $0^m,056$. La columna de agua que los separa tiene de grueso de $0^m,013$ á $0^m,02$ Las birolas de los tubos son de acero, y tienen $0^m,002$ de grueso. La plancha de los tubos colocada al frente de la caja de humo es de palastro, y tiene $0^m,015$ á $0^m,017$ de grueso.

El número de los tubos es variable segun ya sabemos.

Chimenea. No pudiendo esceder de 4^m la altura total de la locomotora, resulta que la de la chimenea propiamente dicha no tiene mas que $1^m,70$ ó 2^m segun sea la altura de la caldera. Su diámetro es de $0^m,35$ y se la dá $0^m,006$ de grueso. La caja de humo es de palastro, de $0^m,007$ de espesor, á escepcion de la parte delantera que tiene $0^m,01$.

La boca superior de la chimenea está guarnecida de un *capuchon*, que se cierra en las paradas. La caja de humo tiene un postigo ó válvula que se abre al aire frio durante la marcha cuando la combustion es muy viva.

La chimenea americana tiene, además, la cubierta cónica explicada en la página, 505 segun lo requiere el combustible usado.

Admision y emision del vapor. El vapor se reune en la montera ó cúpula que está superior á la caja de fuego cuando hay necesidad de semejante pieza por ser pequeña la caldera; y el tubo que le conduce á los cilindros atraviesa el vapor formado dentro de la caldera á su largo, y la caja de humo que está á una gran temperatura. Otras veces la toma de vapor se hace directamente en la caldera, y los tubos conductores son exteriores.

En las máquinas antiguas la seccion de los pasos para la distribucion del vapor era $\frac{1}{15}$ de la del cilindro en término medio, correspondiente á la de $\frac{2}{7}$ entre el curso del émbolo y diámetro de las ruedas motrices. En las nuevas máquinas de cilindros exteriores estas relaciones son $\frac{1}{11}$ y $\frac{1}{3}$.

Conviene que la longitud del paso de vapor sea igual á 6 veces la anchura. Para un cilindro de $0^m,38$ de diámetro la longitud del paso es $0^m,25$ y su anchura $0^m,04$.

La seccion de los pasos correspondientes al regulador, y las de los tubos de

llegada y emision deben ser mayores que las respectivas á los de distribucion; siendo 1^{d2} la máxima para el tubo de escape del vapor.

El diámetro de las válvulas debería ser el mismo que para las máquinas fijas; pero generalmente es menor, quedando reducido en la razon de 1 á 0,75.

Ruedas y ejes. Las piezas ó llantas que constituyen la corona se ponen á fuego y de una sola pieza sobre los brazos ó rayos ligados al cubo, sujetándolas á estos por medio de tornillos. El espesor de la corona es de $0^m,05$ hácia el medio con una inclinacion de $\frac{1}{20}$ y un reborde de $0^m,040$ á $0^m,045$ de vuelo. La anchura total es de $0^m,14$ y la de los brazos $0^m,10$. Los cubos tienen de $0^m,30$ á $0^m,40$ de diámetro por $0^m,17$ á $0^m,18$ de grueso en su punto medio.

Los ejes tienen de largo $1^m,70$ á $1^m,72$; y $0^m,15$ á $0^m,17$ de diámetro en los muñones y á lo largo del cuerpo; y de $0^m,18$ á $0^m,20$ al medio de los cubos. La longitud de los muñones varía de $0^m,15$ á $0^m,18$.

Al tratar de los caminos de hierro se darán mas detalles de estas piezas.

1012. FRENOS.

Ordinarios. Cualquiera que sea la clase de los frenos ordinarios se reduce á una doble zapata de madera, que se adapta á las llantas de las ruedas, comprimiéndolas por medio de una palanca que las une y se pone en movimiento por una manivela y tornillo, segun se vé en las figuras 317 y 319. De este modo el movimiento de rotacion se convierte en el de resbalamiento, parando el tren pocos instantes despues á causa del gran rozamiento producido. Conviene que los guarda-frenos muevan el tornillo gradualmente, sin procurar que la parada sea brusca; pues el choque que tendría lugar por esto, equivaldría, segun Mr. Gentil, á caer de un entresuelo si el tren fuese de mercaderías con velocidad de 25^k por hora, ó de un piso principal, si el tren es mixto y lleva 30^k por hora, ó de un piso 2°. para un tren omnibus con 40^k de velocidad; ó de uno 3°. si el tren es directo con 50^k por hora; y en fin, equivaldría á caer de un 4°. piso si el tren fuese expreso con 60^k de velocidad por hora.

La madera de las zapatas debe ser muy seca, áspera ó no susceptible de pulimento; generalmente de ojaranjo, haya y aun álamo blanco. En algunas partes se han empleado de hierro con bastante buen suceso.

A mas del freno del tender debe haber en cada tren de viajeros marchando á la velocidad media de 40^k á 60^k por hora, uno mas por cada 6 wagones en pendientes mínimas, uno por cada 5 en pendientes de 0,003 á 0,005, y uno por cada 4 en pendientes máximas de 0,005 en adelante. Para los trenes de mercaderías debe ser el número de frenos respectivamente, 1 por 8, 1 por 7 y 1 por 6 wagones. Se procura poner despues de el del tender uno ó dos á la cabeza, alguno intermedio y los demás á la cola del tren, ya en los wagones mas pesados que llevan carga ó en los coches de tercera.

1013. **Freno-trineo.** Los frenos *Didier* y *Laignel*, que sirven para moderar la velocidad de los trenes descendentes por planos inclinados, como el de Lieja y Gijon, consisten en patines de madera que se apoyan sobre el carril entre cada dos de las 3 ruedas por cada lado de un wagon especial convenientemente cargado, llamado wagon-freno. Movidas las palancas de los patines se procura haya una fuerte presion sobre los carriles que levante las ruedas; con lo cual el wagon-freno queda convertido en un trineo cuyo rozamiento es proporcionado al peso del mismo.

1014. **Freno-Bricogne.** El tiempo que invierte un freno ordinario hasta que las zapatas llegan á tocar las llantas de las ruedas, suele ser de 10″ á 12″, como lo exigen las 15 vueltas que debe dar el tornillo de la palanca: tiempo demasiado largo si el tren es de viajeros y hay algun obstáculo imprevisto en la via. Para

evitar este inconveniente ideó Mr. Bricogne agregar al freno un contrapeso que acerca las zapatas á las ruedas, de modo que con una vuelta de manivela que se dé luego que se oye el silvato de aviso, basta para llegar á la presion ordinaria.

1015. **Freno-automotor de Guerin.** Mas perfecto es aun el freno automotor de M. Guerin (*fig.* 21′ lám.ª 41), para cuya maniobra se utiliza la presion que tiene lugar sobre los resortes por el choque de los wagones, haciendo parar el tren luego que el maquinista cierra el regulador de la locomotora y hace dar freno al tender. *Fig.* 21′. Lám. 41.

El árbol del freno lleva dos palancas, cuyos extremos se prolongan contra los topes del wagon posterior. Estas palancas sirven de punto de apoyo al resorte por el cual funciona el freno desde que los topes se chocan y entran en sus cajas.

Existen otros frenos automotores americanos y alemanes, que tienen alguna analogía entre sí y con el anterior de Guerin, si bien no son tan perfectos.

1016. **Freno-automotor de Castellvi.** El freno de Castellvi, felizmente experimentado y puesto en práctica en varios ferro-carriles españoles, tiene la ventaja, particularmente el de la locomotora y tender, de verificar el embrague por la fuerza elástica del vapor de la caldera, permitiendo detener por completo su rotacion en breves instantes, pues que el rozamiento es tan grande como la necesita para oponer un trabajo resistente superior al de la fuerza viva de la rueda. Se aumenta aun la resistencia aplicando á las ruedas zapatas dobles, movidas simultáneamente por varias trasformaciones del movimiento rectilíneo de un émbolo de muy corta carrera movido en un cilindro dispuesto sobre la caldera á disposicion del maquinista; pudiendo para ello hacer uso del vapor é introducirle en este cilindro luego que cierra el regulador.

Los demás coches llevan un freno automotor de igual índole que todos los de su clase; de modo que cuando el tren experimenta la 1.ª resistencia en la cabeza se producen sucesivamente los choques de los topes, y, por consiguiente, se realiza el embrague de todas las ruedas.

Para evitar que los carruajes enfrenados por sí mismos imposibiliten el movimiento, dispone el autor un regulador de fuerza centrífuga que no permite la libre accion del aparato automotor sino á cierto límite de velocidad. Aparato en el cual se hallan previstos para la parada los casos de descarrilamiento de un coche intermedio y rotura de un enganche en subida.

Por los felices resultados obtenidos con este freno, hasta parar el tren sin cerrar el regulador, ni invertir tiempo sensible, no obstante poder llevar una gran velocidad y caminar en descenso; y á causa tambien de excluir este sistema del servicio los empleados ordinarios, regularizar la velocidad enfrenando y desenfrenando á voluntad por medio de un solo árbol motor, haciendo que el conductor sea el verdadero gefe del tren, pues que á su voluntad muda la marcha hasta poder parar por mas que el maquinista quiera descender á toda velocidad por una fuerte pendiente; por todo esto el freno Castellvi ha sido el 1.º entre todos los inventados, y seguiría siéndolo en justicia á no haberse puesto en práctica el empleo del contravapor.

1017. **Freno-Contravapor** (*fig.* 22′ lámª. 41) *Fig.* 22′. Lam. 41.

El uso de los frenos ordinarios en trenes de alguna consideracion y bajadas largas y sensibles produce rápidos desgastes de carriles, llantas y zapatas, y no poca irregularidad en la marcha; pues dependiendo el servicio de la simultaneidad de las maniobras en todos los frenos y de la precision conveniente, lo que pocas veces es posible verificar, sucede haber demasiada ó poca presion, que luego es menester disminuir ó aumentar con peligro ó exponiéndose á graves inconve-

exijen el empleo de otros ordinarios se tiene siempre la irregularidad de la marcha y el consiguiente desgaste del material. El único medio de obviar estos males es el uso del contravapor mezclado de agua de la caldera, tal como lo puso en práctica para las pendientes del Guadarrama y Pirineo, el inventor M. Ricour, ingeniero jefe del material del ferro-carril del Norte.

Empleado por sí solo el contravapor de un modo permanente origina, 1.° la entrada de gases de la chimenea y partículas de combustible en el aparato motor por cada vez que el émbolo hace una aspiracion ó se aleja del fondo del cilindro, rayando y destruyendo este y la caja de distribucion las expresadas partículas; 2.° la elevada temperatura que se desarrolla durante el período de presion de estos gases, calienta en demasía los émbolos y cilindros hasta quedar alteradas las guarniciones y cajas de estopas; y 3.° la facilidad con que estos gases, impelidos á la caldera, elevan la tension del vapor, muy superior á la máxima manométrica, á causa de lo cual son insuficientes las salidas de vapor que proporcionan las válvulas de seguridad, siendo probable una explosion.

Mr. Ricour evita estos inconvenientes, al mismo tiempo que ni complica las locomotoras ni agrega dificultades á su construccion, tomando en la parte posterior de la caldera vapor y agua que conduce por un tubo, llamado de inversion, y que corre á lo largo de aquella hasta bajar á la caja de fuego, que, bifurcándose allí, comunica con los dos tubos de escape. De este modo, verificada la obsorcion de ambos fluidos, se impide penetren en los cilindros los gases de la chimenea, y se consigue que el calor desarrollado por la presion se emplee en vaporizar el agua, que, al volver á la caldera, tendrá igual temperatura que el vapor existente en ella, desapareciendo así el peligro de explosion.

Al verificar el tren un descenso y mudar la palanca hasta la marcha atrás sucederá, 1.° que despues de impulsado el émbolo por el vapor en la cara posterior, la válvula de corredera retrocederá en vez de avanzar, y, al cerrar esta las comunicaciones con el cilindro, obrará el vapor expansivamente dentro absorviendo poco despues el gas saturado de agua que se halle en el tubo de escape; y 2.° que puesta la caja de distribucion en comunicacion con el cilindro, cuando la válvula descubra la entrada, impulsará el vapor la cara anterior opuesta á la primera del émbolo, retrocediendo á la caldera el agua y vapor del tubo de escape, hasta que cese el movimiento de aquel al llegar al fondo del cilindro, repitiéndose la aspiracion é impulso á la 2.ª vuelta de la rueda.

La diferencia de trabajo absorvida en el primer viaje del émbolo y el 2.° en ambos cilindros por cada émbolo, es el trabajo resistente, capaz de sustituir el de los frenos: y pues que su intensidad depende de los diversos grados de expansion que marque la palanca de cambio de marcha, se sigue que el maquinista es dueño de regularizar la velocidad en el descenso de las mayores rampas, pero con la circunstancia de introducir en la caldera á mayor temperatura el vapor y agua que salió por el tubo de inversion; cuyo circuito de vapor es el carácter esencial del invento.

Se comprende fácilmente que si puede regularizarse el movimiento del tren en las grandes pendientes, con igual razon podrá este pararse á voluntad en la estacion y cualquiera otro punto del tránsito, sustituyendo así á los frenos ordinarios. El esfuerzo resistente desarrollado, supuesto tangencialmente á las ruedas, tiene por límite la adherencia; y para un tren de viajeros de 24 coches (máximo que de esta clase permite la ley) y su locomotora mixta de 6 ruedas acopladas y 30^{ton} de adherencia, basta el contravapor para detenerle en el espacio de 500^{m}, aunque la marcha sea de 30^{k} y se descienda con las pendientes de 15 por 1000 del Guadarrama, segun lo testifica la práctica todos los dias. Los trenes

de mercaderías pueden componerse hasta de 40 wagones con locomotoras de 43ton de peso adherente. En ellos se necesita, á mas del contravapor, cierto número de frenos ordinarios y automotores, que pueden llegar á 8 ó 10, siendo la mayor parte automotores para dar el consiguiente medio de regularizacion en la marcha y unificar las paradas necesarias en los diferentes puntos del trayecto. En general, para trenes de mercaderías puede haber, á mas del contravapor, 1 freno automotor por cada 7 wagones y otro ordinario de tornillo por cada 9, colocándose estos á la cola del tren para los casos de roturas de ejes ó atalejes de enganche, y los automotores debidamente repartidos en el centro: esto en el supuesto de ser $\frac{1}{8}$ el coeficiente de rozamiento y la pendiente de 15 por 1000, pero generalmente dicho coeficiente será mayor, y por consiguiente menor el número de frenos.

1018. **TABLA de las fórmulas dadas por el Artisan-Club para calcular las partes principales de una locomotora.**

(D = diámetro del cilindro en centímetros.)

Area de los tubos de distribucion del vapor en centímetros cuadrados	$0{,}068\ D^2$
Area de los tubos de escape del vapor en centímetros cuadrados	$0{,}128\ D^2$
Anchura del espacio ó barra que separa las válvulas de distribucion en centímetros	2 á $2\frac{1}{2}$
Diámetro de la caldera en centímetros	3,11 D
Longitud de la caldera en metros	2,40 á 2,60
Diámetro interior de la cúpula de vapor en centímetros	1,43 D
Altura de la cúpula de vapor en centímetros	76
Diámetro de la válvula de seguridad, id.	$\frac{1}{4}$ D
Diámetro de los vástagos de los tiradores	0,076 D
Diámetro de la chimenea	D
Areá de la parrilla del fogon en centímetros cuadrados	2,82 D
Area de la superficie de caldeo en decímetros cuadrados (comprende la superficie de las cuatro caras de la caja de fuego y la de los tubos	$3{,}6\ D^2$
Area del nivel del agua en decímetros cuadrados	7,61 D
Volúmen del agua en la caldera en decímetros cúbicos	$0{,}99\ D^2$
Diámetro del émbolo de la bomba alimenticia, en centímetros	$0{,}043\ D^2$
Capacidad de la cámara de vapor en decímetros cúbicos	$0{,}99\ D^2$
Capacidad de la caja de fuego, sobre las parrillas, en decímetros cúbicos	$1{,}1\ D^2$
Espesor de la caldera en milímetros (algunas veces se reduce á 8 mil.)	9,5
Diámetro del tubo principal del vapor en centímetros	$0{,}012\ D^2$
Diámetros de los tubos de distribucion del vapor en centímetros	$0{,}008\ D^2$
Diámetro superior de la tobera en centímetros	$0{,}006\ D^2$
Diámetro de los tubos alimenticios en centímetros	0,141 D
Diámetro del vástago del émbolo en centímetros	$\frac{1}{7}$ D
Espesor del émbolo en centímetros	$\frac{2}{7}$ D

1019. **La siguiente tabla del profesor Redtenbacher (Manheim, 1855), expresa las dimensiones de las diferentes partes de la caldera, bombas, cilindros, etc., de una locomotora, segun las medidas verificadas en 18 máquinas acreditadas.**

En ella son:

F = superficie de caldeo; δ = diámetro de un tubo de la caldera; Ω = seccion del cilindro d = diámetro del mismo.

1.° *Hogar y caldera.*

Longitud de la parrilla	$0{,}114\sqrt{F}$
Anchura de la parrilla	$0{,}114\sqrt{F}$

Altura sobre la parrilla de la hilera inferior de los tubos.........	$0,080\sqrt{F}$
Diámetro interior de los tubos de la caldera { mínimo.........	0,037 metros.
Diámetro interior de los tubos de la caldera { máximo.........	0,045
Múmero de tubos..	$0,0033\frac{F}{\delta^2}$
Longitud de los tubos..	87δ
Espesor del metal de un tubo	0,002
Suma de la seccion de todos los tubos............................	0,00269 F
Superficie de caldeo de todos los tubos reunidos................	0,92 F
Superficie de caldeo de la caja de fuego.........................	0,08 F
Superficie total de caldeo	F
Distancia entre el fondo de la caja de fuego y el forro............	$0^m,08$
Distancia entre los costados de la caja de fuego y el forro exterior.	$0^m,08$
Distancia entre las manguetas ó pequeñas barras de seccion de los forros	$0^m,12$
Diámetro de estas manguetas..................................	$0^m,62$
Diámetro interior de la caldera, ordinariamente cilíndrica........	$0,124\sqrt{F}$
Longitud de la misma..	84δ
Seccion del tubo de emision....................................	0,0002 F
Seccion de la embocadura del mismo { mínima..................	0,00017 F
Seccion de la embocadura del mismo { máxima..................	0,000273 F
Espesor del palastro que forman las paredes de la caldera........	$0,0013\sqrt{F}$
Espesor del palastro que forma el forro exterior ó camisa de la caja de fuego..	$0,0014\sqrt{F}$
Espesor de la cúpula de cobre sobre la caja de fuego.............	$0,0014\sqrt{F}$
Igual espesor es el de las paredes de la misma caja.	
Espesor de los tubos en la caja de fuego.........................	$0,0024\sqrt{F}$
Seccion interior de la válvula de seguridad......................	0,0001 F

2.° *Bombas alimenticias.*

Diámetro del émbolo de una bomba..............................	$0,0128\sqrt{F}$
Curso del émbolo..	0,12 metros.
Diámetro interior de una válvula..............................	$0,0658\sqrt{F}$
Diámetro de los tubos atraentes é impelentes....................	$0,0038\sqrt{F}$

3.° *Regulador y admision del vapor.*

Seccion máxima de la abertura del regulador.....................	0,00015 F
Diámetro interior de los tubos de admision de vapor.............	$0,016\sqrt{F}$
Seccion de este tubo..	0,0002 F
Seccion de los tubos por los que el vapor va à la cámara	0,0001 F

4.° Mecanismo de direccion de los alemanes.

Angulo de avance		30 grados.
Avance lineal de los tiradores		0,013 d
Cubierta interior de los tiradores		0,012 d
Cubierta exterior de los mismos		0,065 d
Diámetro del excéntrico de los mismos		0,15 d
Abertura de admision.	Relacion de la longitud á la altura	0,91
	Seccion	$0{,}000132\,F = 0{,}071\,\Omega$
Abertura de emision.	Relacion de la longitud á la altura	3,65
	Seccion	$0{,}000237\,F = 0{,}14\,\Omega$
Tiradores	Longitud	$0{,}03\sqrt{F} = 9{,}68\,d$
	Anchura	$0{,}04\sqrt{F} = 0{,}82\,d$
	Superficie	$0{,}0012\,F = 0{,}59\,\Omega$

5.° Cilindros de trasmision.

Seccion de un cilindro	0,00136 F
Diámetro de estos dos cilindros	$d = 0{,}0416\sqrt{F}$
Longitud de su carrera	1,57 d
Longitud de la biela de trasmision	3,84 d

1020. TABLA de varios aparatos de vaporizacion de 15 locomotoras
(sacado de la guía del mecánico-conductor de locomotivas 1852).

INDICACION DEL CAMINO	Versailles	Ruen y Burdeos	Norte.	Norte.	Norte.	Lyon.	Lyon.	Lyon.	Strasburgr	Strasburg	Orleans	Orleans.	Orleans.	Oeste.	Saint-German.
Servicio que hacen	Viajeros.	Viajeros.	Viajeros.	Mixto.	Viajeros.	Viajeros.	Mixto.	Mercancías.	Viajeros.	Mercancías.	Mercancías.	Viajeros.	Mercancías.	Mixto.	
Nombre del constructor	Sharp Robert.	Buddicom	Derosne y Cail.	Taller de la compª.	Derosne y Cail.	Derosne y Cail.	E. Gouin	Derosne y Cail.	Derosne y Cail.	Derosne y Cail.	Stephenson.	Stephenson.	E Polonceau.	¡Cavé.	E. Flachat.
Año de la construcion	1840.	1845.	1846.	1849.	1849.	1847.	1849.	1850.	1847.	1850.	1845.	1843.	1849.	1848.	1849.
Caja de fuego y caldera.															
Longitud de la parrilla	m 1,028	1,016	0,925	1,255	1,170	1,050	1,203	1,210	0,925	1,05	0,96	0,925	0,922	1,00	1,00
Anchura de la misma	1.018	1,067	0,914	0,915	1,018 á 1,04	0,900	1,042	0,904	0,914	0,904	0,92	0,919	1,072	0,92	0,96
Superficie de la misma	m2 1,046	1,084	0,845	1,148	1,4179	0,945	1,253	1,0938	0,845	0,9492	0,8832	0,851	0,9883	0,92	0,96
Altura de la primera hilera de tubos sobre la parrilla	m 0,53	0,512	0,680	0,68	0,560	0,697	0,870	0,800	0,656	0,738	0,66	0,556	0,555	0,68	0,595
Altura del cielo del hogar sobre la parrilla	1,163	1,187	1,23	1,25	1,313	1,350	1,505	1,550	1,230	1,350	1,297	1,400	1,320	1,28	1,205
Superficie de caldeo y volúmen de vapor.															
Número detubos	162	145	125	125	178	145	155	154	125	143	139	160	180	145	120
Longitud de los tubos	m 2,55	2,867	3,80	3,470	3,615	3,488	3,226	4,017	3,772	3,927	9,945	3,680	3,730	3,920	4,115
Diámetro interior de los tubos	0,039	0,045	0,045	0,046	0,047	0,046	0,046	0,046	0,045	0,045	0,037	0,037	0,043	0,045	0,0475
Espesor de los tubos	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,0025	0,002	0,002	0,002	0,00225
Superficie total de los tubos	m2 50,12	58,87	63,500	68,098	94,962	76,25	77,600	92,755	69,587	82,910	63,713	63,300	90,396	80,330	73,800
Superficie del hogar	5,868	5,798	5,012	6,250	7,377	5,90	7,860	7,188	5,008	5,810	5,085	5.090	6,252	5.500	5,895
Superficie de caldeo total	55,868	64,668	71,512	74,348	102,339	82,15	85,460	99,943	74,595	88.720	68,798	68,390	96,648	85,830	79,695
Diámetro interior de la caldera	m 1,115	1,098	0,95	0,95	1,200	1,036 á 1,076	1,146	1,238	0,95	1,190	1,048 á 0,998	0,982 á 0,921	1,270	1,060	1,080
Longitud de la misma	2,434	2,743	3,685	3,355	3,55	3,410	3,100	3,940	3,695	3,850	3,840	3,564	3,620	3,845	4,00
Volúmen de agua en la caldera con 0,1 sobre el hogar	m3 1,615	1,671	2,228	2,427	2,779	2,300	2,00	2,750	1,942	2,37	1,905	1,734	3,060	2,536	2,335
Volúmen de vapor en la caldera con 0,1 de agua sobre el hogar	1,615	1,15	1,167	1,469	0,613	0,928	1,540	1,620	0,89	1,45	1.760	0,824	1,120	1,326	1,415
Distancia de la arista superior de la caldera sobre el agua	m 0,35	0,20	0,170	0,170	0,245	0,206	0,326	0,353	0,183	0,365	0,336	0,205	0,35	0,270	0,290
Caja de humo.															
Longitud interior	0,634	0,67	0,665	0,665	0,675	0,623	0,762	0,850	0,775	0,805	0,724	0,820	0,80	0,822	0,755
Anchura trasversal	1,25	1,27	1,156	1,156	1,200	1,244	1,304	1,238	1,154	1,196	1,170	1,120	1,40	1,234	1,190
Altura	1,74	1,44	1,100	1,220	1,200	1,200	1,367	1,238	1,134	1,196	1,085	1,120	1,395	1,100	1,775
Capacidad (menos el volúmen de los cilindros)	m3 0,939	1,108	0,85	1,841	0,763	0,754	0,898	0,839	0,724	0,895	0,716	1,018	1,237	1,00	1,597
Chimenea.															
Diámetro interior	m 0,35	0,33 á 0,36	0,328	0,328	0,400	0,38	0,40	0,40	0,33	0,40	0,333	0,33	0,40	0,33	0,37
Seccion trasversal	m2 0,0962	0,097	0,085	0,085	0,1257	0,085	0,1257	0,1257	0,08553	0,1257	0,086	0,086	0,1257	0,086	0,1075
Tubo de emision.															
Diámetro del tubo	m 0,1	0,152	0,125	0,120	0,16	0,140	0,23 á 0,08	0,13	0,12	0,110	0,074	0,06	0,130	0,115	0,145
Seccion	m2 0,00785	0,00881	0,01227	0,0113	0,0029	0,01539	0,0144	0,0132	0,0113	0,0095	0,0043	0,0028	0,0126	0,01038	0,0165
Seccion máxima	0,01	0,0095	0,016	0,018	0,022	0,01595	0;01575	0,01539	0,0132	0,011309	0,0120	0,012	0,01474	0,0113	0,0188
Seccion mínima	0,004	0,006	0.00424	0,00424	0,0025	0,0031	0,00172	0,00386	0,0031	0,00386	0,0023	0,0023	0,0027	0,0025	0,0043

Datos relativo[illegible] **bras públicas.)**

TIPOS.		LÍNEA EN QUE FUNCIONAN.	PESO. (Toneladas.)					CILINDROS. (Milímetros.)		[illegible] EN UN [illegible] 20° Á 500m ([illegible]adas)				Peso máximo de la máquina y ténder en marcha por metro cuadrado de superficie de vaporizacion. (Kilóg.)	Peso máximo adherente por metro cuadrado de superficie. (Kilóg.)	Esfuerzo teórico de traccion por tonelada de peso mínimo adherente. (Kilóg.)	CONDICIONES PARA EL PASO DE LAS CURVAS.		
			Total llena.	Id. vacía.	Id. del ténder cargado.	Peso mínimo adherente.	Peso mínimo por eje.	Diámetro.	Car[illegible]	15	30	35	40				Distancia entre los ejes extremos acoplados. (Metros.)	DISPOSICIONES ADOPTADAS PARA DAR FLEXIBILIDAD Á LA MÁQUINA.	
Máquinas de seis ruedas acopladas con ténder separado.	1	París á Lyon y al Mediterráneo, modelo de Bourbonnais.—1855.	34	30	10	34	12	450	[illegible]	[illegible]	92	74	60	417	268	214	»	»	
	2	Línea de Madrid á Zaragoza y Alicante (Creusot)	34,6	»	26	34,6	12	430	[illegible]	[illegible]	86	68	54	469	268	212	3,430	»	
	3	Mediodía de Francia.—Tipo presentado en la Exposicion de París	34,7	30,5	19?	34,7	12,5	450	[illegible]	[illegible]	94	76	61	368	233	196	3,600	»	
Máquinas de ocho ruedas acopladas y ténder separado.	4	Red central de Orleans.—Cail.—1863.	42,18	38,19	19?	42,18	12	500	[illegible]	[illegible]	179	91	79	296	204	218	4,080	Juego en los ejes 1.° y 4.° de 15 milímetros y aparato Forquenot.	
	5	Ferro-carril del Soemmering. Tipo. Desgrange	47	41,5	18	47	12	475	[illegible]	[illegible]	136	112	91	356	257	220	3,438	Juego en el 4.° eje de 20 milímetros.	
	6	Ferro-carriles italianos.—Sistema Beugnot	47,3	»	23,350	47,3	»	540	[illegible]	[illegible]	131	107	86	410	274	208	3,900	Juego en los ejes de 20 milímetros y balancin Beugnot.	
	7	Ciudad-Real á Badajoz.—Fábrica de Cail.	43,5	37,5	19?	43,5	11,9	500	[illegible]	[illegible]	123	100	82	309	215	208	4,200	Juego en los ejes y aparato Caillet.	
	8	Norte de España.—Fábrica de Creussot.	43,5	39	19?	43,5	11,25	550	[illegible]	[illegible]	123	100	82	377	263	301	4,130	Id. Id.	
	9	Líneas rusas.—Fabricante Sigl.—Austria. Locomotora presentada en la Exposicion de París.	49	43,5	22?	49	13	520	[illegible]	[illegible]	138	111	91	404	178	236	3,850	»	
	10	Este de Francia.—Graffenstaden.—Exposicion de París.	46,17	38,96	19	46,17	»	500	[illegible]	[illegible]	132	108	88	322	228	212	3,930	Juego en los ejes extremos.	
Máquinas ténders de seis, ocho, diez y doce ruedas motrices.	11	Modelo presentado por la fábrica de Creusot en la Exposicion de París.	38,5	»	»	33	»	440	[illegible]	[illegible]	112	95	80	321	275	242	3,500		Provisiones.. { agua = 4800 k. carbon = 1000 k.
	12	Alar á Santander —Locomotora Vaessen.	45	»	»	31	13	460	[illegible]	[illegible]	96	80	66	330	228	251	3,600	Avan tren articulado de 4 ruedas de 0m,80 de diámetro.—Sistema Waessen.	Idem... { agua = 5300 k. carbon = 3,000 k.
	13	India inglesa.—Plano de Bhore Ghaut.—Sharp.	49,5	»	»	34,5	12,5	51[illegible]	[illegible]	[illegible]	104	85	71	411	280	252	3,020	Id. Id. Id. de 0m,83 de diámetro.	Idem... { agua = 4500 k. carbon = 1000 k.
	14	Norte de Francia.—Petiet.—Fuertes rampas.—1864.	45	33,5	»	38	11,6	480	[illegible]	[illegible]	126	105	80	269	228	232	3,720	Juego en los ejes extremos.	»
	15	Arvant á Lot.—Ingeniero Director, Forquenot.—Exposicion de París	50	46	»	52	12,12	50[illegible]	[illegible]	[illegible]	172	144	122	259	228	219	4,530	Juego en los ejes 1.°, 2.°, 4.° y 5.° de 7 á 17 milímetros y aparato Forquenot.	Idem... { agua = 5400 k. carbon = 1500 k.
	16	Estados-Unidos.—Milholland.—Exposicion de París.	45	»	»	40	8	510	[illegible]	[illegible]	134	112	95	352	316	286	5,900	»	Idem... { agua = 4500 k. carbon. Nada, por no necesitar repuesto en el servicio de la rampa de 2600 metros de longitud á que está destinada.
Máquinas con ténder motor.	17	Great-Northern.—Sturrock.—1863.	34	30	27	34 / 15 { 49	12,5	{ 400 / 400	[illegible]	[illegible]	161	135	115	488	392	278	{ 4,720 / 4,200	»	
	18	Gran central belga.—Urban	36	32	27	36 / 16 { 52	»	{ 460 / 350	[illegible]	[illegible]	172	144	122	332	290	229	{ 3,650 / 3,200	»	
	19	Este de Francia.—Graffenstaden	35	30,5	27,01	35 / 17 { 52	»	{ 420 / 380	[illegible]	[illegible]	172	144	122	476	393	236	{ 3,550 / 3,200	»	
	20	North-London.—Fairlie	30	»	20	30 / 14 { 14	»	{ 45[illegible] / 3[illegible]	[illegible]	[illegible]	146	122	103	330	290	227	{ 2,660 / 2,200	»	
Máquina con ténder adherente.	21	Steierdorf á Oravieza	27,55	»	19,20	27 55 / 13,00 / 40,55	{ 9,85 / 12,30			[illegible]	134	112	95	380	330	240	{ 2,212 / 2,212	»	
Máquinas gemelas.	22	Turin á Génova	{ 32 / 32	»	»	28? / 28? / 56	» / »	{ 406		[illegible]	185	155	132	317	278	195	3,196	»	
Máquinas con doble mecanismo y un solo generador.	23	Norte de Francia.—Petiet.—1863.	59,7	»	»	48?	10,7	44 / 44			159	133	113	270	217	277	6,000	Juego en los ejes y balancin Beugnot.	
Máquinas con doble mecanismo y generador dividido en dos partes por un hogar central.	24	Southernand Western Railway.—Australia.—Fairlie.—1865.	72	»	»	60?	»				199	166	141	360	300	249	{ 2,640 / 2,640	Dos grupos de 6 ruedas cada uno, articulados.	

ARTICULO VI.

Máquinas calóricas, de gas y vapor recalentado.

1022. A mas del vapor de agua se conocen como fuerzas motrices capaces de hacer mover el émbolo de una máquina, el aire calentado, solo ó mezclado con vapor nuevamente dilatado al fuego y el gas mezclado con el aire: fuerzas motrices que han dado lugar á las máquinas calóricas de Ericsson, Lemoine, Tremblay y Girard, á la de vapor recalentado de Ericsson y á la de gas de Lenoir.

Hay otras sustancias como el éter sulfúrico, cloroformo y cloruro de carbon cuyos vapores se han ensayado como fuerza motriz con algun éxito, sin que por eso hayan tenido aun aplicacion en la industria de máquinas. De estas, como de otras sustancias cualesquiera se puede conocer la cantidad de calor absorvido para formar su volúmen dado de vapor, y determinar, segun el combustible quemado la ventaja que ofrecerá el empleo de su vapor como fuerza motriz; bastando para ello conocer la temperatura de ebullicion, su densidad, calor específico, densidad de su vapor y su calor latente ó de vaporizacion.

1023. **Máquinas calóricas.—Cálculo.**

Todas las máquinas calóricas reconocen por único principio el aire dilatado por el calor, ya pase despues de comprimido al través de telas metálicas ó de tubos ó láminas casi unidas, calentadas por el hogar, trasladàndose en el momento de su expansion al cilindro para verificar su presion sobre el émbolo.

La temperatura máxima que puede tomar el aire para funcionar de esta manera es de 300°; la cual permitirá generar un trabajo doble del que ha exigido la presion, teniendo $T' = 2T''$.

Admitiendo, como está cerca de la verdad, que el trabajo útil en las dos operaciones de compresion de aire frio y utilizacion de aire caliente sea de 0,70, se tendrá

$$T = T' \times 0{,}70 - \frac{T''}{0{,}70} = -0{,}029\,T''$$

T = Trabajo útil final ó trabajo motor.
T' = Trabajo útil para comprimir el aire frio á cierta presion.
T'' = Trabajo ganado por la dilatacion.

Por ser negativo el trabajo motor, la máquina quedará en reposo: lo que hará juzgar que la marcha de estas máquinas solo puede tener lugar á grandísima temperatura, cosa imposible. Se obtiene, sin embargo, un trabajo útil mecánico sin pasar el aire de 300°, siendo pequeño el consumo de combustible por hora y caballo, segun vamos á ver.

El calor específico del aire á presion constante es 0,24, y su densidad 1,29 á 0° bajo la presion atmosférica. En este concepto, si 3^{m3} á esta presion se reducen á 1^{m3} con un compresor cualquiera, se aumentará en 33° la temperatura que toma el aire durante el trabajo mecánico, pues que el trabajo aquel será 32940^{km} $(1{,}098 \times 3000)$ menos el de la presion atmosférica $= 20000^{km}$, ó en todo $12940^{km} = T''$. Y tomando 400^{km} para unidad calórica dará para la cantidad engendrada de calor

$$\frac{12940}{400} = 32{,}3$$

unidades calóricas, y esto elevará la temperatura

$$\frac{32,3}{3^{m3}\times 1,29} : 0,24 = 33^{\circ}$$

El aire comprimido se calienta por simple desplazamiento bajo volúmen constante, y á la temperatura de 273° resulta un aumento de presion doble. La presion anterior de 3^{atm} viene á ser de 6^{atm}, y el trabajo mecánico de la expansion en este caso será de

$$1794\times 60000^{km} - (60000 - 10000)^{km} = 57640^{km} = T'$$

Así, $$T = T'\times 0,70 - \frac{T''}{0,70} = 20863^{km}$$

ó cerca de 300 caballos por 1^{m3} de aire á 3 atmósferas absolutas á que ha sido comprimido para dilatarse en seguida.

La cantidad de calor necesario para doblar le presion del 1^{m3} á 3^{atm} será de $\frac{273^{\circ}}{1,4} = 195$ unidades calóricas, y quitando las generadas por la presion, resulta 195—32=163: y estas 163 unidades calóricas darán la temperatura de 273° al volúmem de 3^{m3} de aire suponiendo el ambiente á 0° antes de su desplazamiento. Se deberá, pues, tomar del hogar mientras se efectua el trabajo, una cantidad de calórico, equivalente al trabajo trasmitido al émbolo, el cual es $\frac{57640}{400} = 144$, mas el equivalente del calórico debido al enfriamiento de la expansion propia del aire$= 1,4\times 273 - 273 = 109,2$

y en todo $144 + 109 = 253$

Siendo así, la cantidad total tomada del hogar

$$163 + 253 = 416 \text{ unidades calóricas.}$$

Las restantes unidades calóricas, trasformadas en trabajo mecánico, son

$$416 - 144 = 272.$$

De estos 272 se podrá tomar el 70 por $\frac{0}{0}$ en el generador, ó sean 190 unidades; por consiguiente, el hogar solo tendrá que producir $416 - 190 = 226$ unidades calóricas.

Siendo, pues, el gasto del calor 226 unidades calóricas y el trabajo producido 20683^{km}, se tendrá por unidad calórica 92^{km}. Y como 1^{k} de carbon ó hulla produce 7500 unidades, de que solo utiliza $\frac{2}{3}$ el hogar, se tendrá por 1^{k} de hulla

$$5000\times 92 = 460000^{km}$$

equivalentes á 0^{k}, 6 por hora y caballo; pues que la fuerza del caballo por hora es 270000.

Siendo $\frac{12940 + 20863}{400} = 84,5$ las unidades calóricas á que equivale el trabajo mecánico 20863 y el 12940 debido al desplazamiento del aire, quedarán actuando sobre el émbolo las unidades calóricas

$$144 - 84 = 60$$

Y aunque se suponga con exceso que la mitad de estas se pierde en el aire ambiente, queda aun la otra mitad para deducir de las 416 dadas por el hogar. Se podrá, pues, regenerar una cantidad menor de calórico, y el trabajo resistente por el paso del aire al generador será disminuido.

1024. **Máquinas de Girard**.

Lám. 34. Se compone este aparato (lám. 34)

1.° De una bomba neumática *a* donde se verifica la presion y alimentacion del aire; la cual consta, como de ordinario, de un cilindro con su émbolo y caja de estopas, biela ahorquillada *b*, manivela y sus resbaladores *l* para el movimiento rectilíneo del vástago, de las dos válvulas *a' a''* de aspiracion y emision en

cada extremo del cilindro que dejarán entrar el aire que ha de ser comprimido, impidiendo que despues vuelva al cilindro.

2.° De dos recipientes de este aire emitido *b b*, que forman dos porciones de cilindro, en las cuales se mueven dos émbolos desalojadores *b'b'*, unidos por un solo vástago y solidarios en su movimiento.

Estos dos cilindros se pueden fundir con los de la bomba de presion para tenerlos próximos á esta, ya que han de servir de receptáculo, en un corto instante, del aire que haya sido comprimido por cada lado del émbolo compresor, cuyo sucesivo movimiento producirá nueva aspiracion y emision de aire que comprimirá el anterior ó le pondrá en movimiento impulsando el émbolo desalojador *b'* hácia el regenerador *e*.

3.° De un doble tirador *c c*, movido directamente por el àrbol *n* unido à los vàstagos *m m* que estan solidarios con el émbolo motor.

4.° De dos regeneradores *e e*, colocados cada uno al frente del orificio del recipiente. El aire los atraviesa dos veces, la primera para tomar en ellos una cierta cantidad de calórico que eleve su temperatura, y la segunda para restituirle á su vuelta á la atmósfera.

5.° De dos recalentadores *g g*, correspondientes á los dos recipientes y generadores para aumentar la temperatura del aire que, despues de desplazarse, ha pasado al generador: lo que completa el grado de temperatura, viniendo por los conductos L á ocupar su posicion inicial detrás de la otra cara del émbolo desalojador para volver inmediatamente.

Cada calentador funcionará separadamente, del propio modo que los recipientes y generadores.

6.° En fin, del cilindro motor *f* con su émbolo y vástago ahorquillado *o*, que se mueve entre los resbaladores *l* para trasmitir el trabajo recibido en ambas caras del émbolo.

1025. **Modo de funcionar.**

Para poner en movimiento el motor se necesita disponer de una fuerza latente como la que tiene lugar en las máquinas de vapor, sobre todo cuando se trate de una de consideracion. Para la pequeña máquina descrita bastará hacer tornar á mano el volante *q* unido al árbol motor *w*.

Suponiendo que los hogares esten encendidos en el momento de mover el volante, el aire contenido en el cilindro de presion *a*, vendrá á impulsar el primer desalojador *b'* que le corresponda, y à su vez el segundo trasmitirà el aire en él contenido al generador *e*, pasando por su capacidad sin variar de temperatura, puesto que las láminas de bronce de que este se compone se hallan aun frias. Despues llegará el aire al calentador, donde tomará cierta temperatura; y no pudiendo aumentar su volúmen aumentará su presion, viniendo á ocupar su posicion inicial detrás de la otra cara del émbolo desalojador. Inmediatamente despues volverá á pasar por el calentador, tomando todavía una temperatura mas elevada, y con ella obrará sobre el émbolo motor; de modo que, habiendo pasado la manivela su punto muerto, empezará su primera escursion.

Despues que por el doble primer viage del émbolo se haya desalojado el aire sin presion contenido en los recipientes, volverá á pasar por el generador, en el que perderá una parte de su calórico antes de salir por las aberturas *d'* para alimentar los hogares.

En cuanto al aire caliente que no ha podido pasar al cilindro motor, y que ha quedado en el recipiente despues de su expansion, pasará por el calentador antes de atravesar el generador; con lo que se tendrá la desventaja de que gane calor

para evacuarse, no obstante que deje en el generador una parte de él. La pérdida de aire caliente por esta causa viene á ser de $\frac{1}{6}$: pérdida bien pequeña si se tiene en cuenta que los $\frac{5}{6}$ restantes vuelven á pasar al calentador antes de marchar al cilindro, lo que impide la baja de temperatura del fluido á causa de la trasformacion del cálorico en trabajo mecánico mas el que tome lo expansion propiamente dicha del gas.

1026. **Máquinas de Ericsson.**

La primera máquina calórica, inventada por Ericsson, es la representada en *Fig.* 308. la figura 308. Su carácter esencial es el empleo del aire atmosférico dilatado por el calor que instantáneamente recibe de un aparato llamado *regenerador*, compuesto de muchas telas metálicas en contacto, por entre las que pasa el aire á la parte inferior del cilindro; saliendo despues que ha cumplido su accion por el mismo regenerador, donde deja la mayor parte de su calor para esparcirse nuevamente en la atmósfera á solos 20 á 30° de temperatura.

Se concibe por esto que precisamente debe haber una gran economía de combustible, ya porque el necesario para que el regenerador adquiera la conveniente no debe ser mucho en razon á la gran conductibilidad del metal, cuanto porque la pérdida por cada doble curso del émbolo, ó por cuantas veces salga el aire del cilindro á la atmósfera, es de corta consideracion. El mismo capitan Ericsson asegura, en consecuencia de sus experimentos, que el ahorro de combustible es de 0,90 á 0,95 del que gastarían máquinas de vapor de igual fuerza y aunque pudiera haber en ello alguna exageracion, puede, sin embargo, creerse que no excederá mucho del 10 por 100 el consumo de combustible.

1027. La figura 308 representa una de las primeras máquinas aplicadas por Ericsson á la navegacion.

Se compone de dos cilindros dobles A, B, unidos por un balancin *b*, y dispuestos de manera que cuando en uno sube el èmbolo en el otro baja; con lo cual se consigue que el aire que, por cada ascension de émbolo penetra en el receptáculo C, exista siempre á igual presion.

A,B,=uno de estos dos cilindros dobles, compuesto de dos partes intimamente enlazadas entre si; la inferior A llamada *cilindro de trabajo*, y la superior B, *cilindro de alimentacion*.

EE′=émbolos metálicos correspondientes á estos cilindros, ligados entre sí por las varillas *ee′*. El E tiene la capacidad *c* llena de polvo de carbon mezclado con arcilla, á fin de que no pueda penetrar el calórico.

Los dos juntos pesan 2267 kilógramos.

d, *d′*= aberturas que dejan libre tránsito al aire exterior.

v, *v′* =válvulas de 0^{m},165 de diámetro para la admision y escape del aire en el cilindro de alimentacion. Entre los dos cilindros dobles debe haber 18, mitad de admision y mitad de emision.

Al subir el émbolo y comprîmir el aire contenido en B se cierra la válvula *v* y abre la *v′*, pasando el aire al depósito C. Al descender sucede lo contrario, la válvula *v′* se cierra y la *v* se abre dejando entrar el aire atmosférico que llena de nuevo el cilindro de alimentacion.

R = regenerador por donde pasa el aire del depósito en el momento de haber descendido el émbolo y abierto la válvula de tirador V.

El regenerador se compone de 200 discos de tejido metálico, cada uno de los cuales tiene 67.600 mallas, ó 13520000 entre todas; y pues que el número de espacios comprendidos entre las telas es igual al de las mallas, resulta que el regenerador tiene 24'040.000 celdillas por donde circula el aire para entrar ó salir del cilindro.

V′ = válvula de salida del aire por el conducto K para perderse en la atmósfera: tiene, como la V, 0^{m},356 de diámetro.

t, *t′*, *t″*, *t‴*= termómetros indicadores de las temperaturas del aire en la caja C, á su llegada al cilindro de trabajo, á la inmediata salida del regenerador, y á su salida á la atmósfera. La

diferencia de temperatura marcada por los termómetros t y t' no pasa de 30°; el t''' marca 450° Faret; por lo que se vé se aprovechan 420° del calor emitido.

H = hogar y cenicero.

1028. En virtud de esta explicacion será fácil concebir el movimiento de la máquina: para lo cual se empieza por caldear el regenerador durante dos horas en que el fuego permanece encendido y alimentado en el hogar H. Al cabo de este tiempo se comprime el aire del depósito por medio de una bomba de $0^m,254$ de diámetro, hasta que llega á una presion de $0^k,422$ por centímetro cuadrado; en cuya operacion se invierten dos minutos. Abierta entónces la válvula G saldrá por ella el aire comprimido del depósito C, penetrando por el regenerador que le calienta instantáneamente elevando su temperatura á 450° Fareinheit (232°,25c), cuya dilatacion obliga á subir los émbolos E E'. En este momento y por el juego explicado de las válvulas $v v'$, recibe el depósito C nueva cantidad de aire. Al aproximarse los émbolos al límite de su carrera (igual á su diámetro), se cierra la válvula V y abre la V', por donde sale inmediatamente el aire dilatado alojado en el cilindro de trabajo, dejando en el regenerador la mayor parte de su calor adquirido. Se establece entónces un equilibrio de presion, y los émbolos descienden por su propia gravedad, ó, mejor dicho, por la presion atmosférica al cerrarse las válvulas v' y abrirse las v por donde pasa el aire al cilindro de alimentacion. Esta série de operaciones se repite sucesivamente y sin interrupcion.

1029. La capacidad del cilindro de trabajo es de $1^{m3},473$, y la del de alimentacion $1^{m3},047$. Así, pues, el aire contenido en el último no llenaría mas que los $\frac{2}{3}$ ó poco mas del primero: pero elevando la temperatura á 480° (450° que produce el regenerador y 30° el hogar) se duplica el volúmen.

La superficie de los émbolos de trabajo y alimentacion están en la razon de 3 : 2; de que se sigue que la fuerza que tiende á producir el movimiento excede á la resistencia en un número de kilógramos igual al producto de la diferencia entre la superficie de los émbolos por la presion, supuesta igual de una y otra parte, sobre cada centímetro cuadrado, ó sea $0^k,843$ próximamente: exceso de presion bastante considerable, cuya accion se ejerce con la mayor regularidad.

1030. El gasto de combustible de esta máquina es de poco mas de 18^k por hora, ó 400 á 450^k cada 24 horas; de que la quinta parte se emplea en compensar la diferencia de temperatura entre el aire entrante y saliente.

1031. **Nueva calórica.** (Lámina 33). **Lám. 33.**

Las telas metálicas tienen la propiedad de absorver con prontitud el calor y restituirle en seguida al aire frio: pero en cambio dan lugar á resistencias perjudiciales que han hecho renunciar á ellas, y sustituirlas por el metal caldeado del cilindro, dispuesto como indican las figuras de la lámina 33.

El aire caliente se utiliza en esta máquina como en una de vapor ordinaria sin condensador, expeliéndole á la atmósfera despues que ha producido su efecto, sin preocuparse del calor que de este modo se pierde. La máquina, en consecuencia, es poco económica; pero tiene la inapreciable ventaja de poderse establecer como una locomóvil en cualquiera parte, no tener necesidad de agua y poder funcionar con cualquiera clase de combustible, cok, leña ó carbon; al mismo tiempo que el aire expelido es favorable á la salud y se puede aprovechar en la calefaccion de habitaciones ó para un secadero de ropa, en razon á la alta temperatura que lleva de 270° ó poco menos.

1032. Esta máquina es de simple efecto y se compone de un cilindro horizon-

que lleva, y otra sin pulimentar, que encierra otro cilindro, llamado campana ó calentador, donde vá el hogar. De la campana al cilindro hay un espacio en que penetra el aire por el sencillo mecanismo de los émbolos, el cual se calienta y dilata instantáneamente por la accion del calentador enrojecido, pasando entonces á impulsar uno de los émbolos antedichos, que por esto se llama émbolo motor. A, es el cilindro de fundicion pulimentado, abierto al aire libre por su extremo de la derecha, donde tiene lugar el juego de los émbolos: el C, que es el motor, y el D, llamado alimenticio, de mas velocidad en su carrera este que el primero, á causa de la diferente longitud de las bielas que le originan, pudiéndose aproximar cuando mas unos 3 milímetros y separarse 343.

El embolo motor C lleva cuatro válvulas *f* que abren de fuera á dentro, y quedan cerradas por el contrapeso *g*. Tiene dos vástagos *bb* (fig. 2ª lám. 33), formados por dos planchas de curso rectilíneo alternativo entre dos resbaladores *cc*, que enganchan en dos palancas gemelas L L (figuras 2, 4, 5, 6) solidarias con el eje K inferior.

El émbolo alimenticio D lleva otras cuatro válvulas *h*, semejantes á las de un fuelle, que abren en igual sentido que las otras; componiéndose todo el émbolo de dos platos sobrepuestos que dejan un intérvalo vacío para el paso del aire. Lleva en su borde un manguito ó camisa cilíndrica de palastro *i*, que envuelve la campana B sin llegar á ella: cuya camisa sirve para aumentar la superficie de caldeo. El espacio H entre el émbolo y la parte curva de palastro unida al manguito, se llena de polvo de carbon vegetal para evitar que el émbolo se caldee por la accion directa de la campana enrojecida. Este émbolo solo tiene un vástago central *a*, que atraviesa ludiendo suavemente en el émbolo motor, y está terminado en un resbalador *d*, que marcha guiado por los cantos de los vástagos planos *b* de este último.

La otra parte del cilindro, no pulimentada A′, lleva en su interior la campana ó calentador B, que forma el hogar con su parrilla B′ y cenicero; y para evitar que las brasas desgasten el palastro de la campana, sin impedir la trasmision del calor al espacio en que se aloja el aire, se rodea la parrilla de un grueso bastidor B^2 de fundicion. Por fuera termina en bordes encorvados que se unen al cilindro por medio de tornillos: y en su parte anterior, á partir de la rejilla y revestido interiormente de ladrillo refractario, lleva el cofre P, que comprende la puerta del hogar y la canal P′ por donde pasan los productos de la combustion. Esta canal desemboca en un conducto circular P^2 que rodea exteriormente al cilindro y termina por un lado en otro vertical P^3 (fig. 3) sobre el que se coloca el tubo de la chimenea, estando provisto de su registro P^4 para arreglar la salida. La pared exterior de este conducto circular está formada por una doble envuelta de palastro relleno de yeso, de modo que impida el enfriamiento de los gases que rodean al cilindro, aumentando el calor del aire motor.

Los dos émbolos están ligados separadamente con el árbol principal E, receptor de la potencia, por medio de un mecanismo de trasmision que vamos á describir. El árbol E, montado en dos muñoneras *e* fundidas al cilindro, lleva en su extremo el volante F, y en el otro la manivela motriz G, á cuyo boton van las dos bielas H I de los émbolos, unidas, la H con la palanca J solidaria con el árbol K inferior, y la I con la M solidaria con el eje N superior. Estos dos árboles llevan los brazos gemelos L y el O que toman con movimiento circular alternativo los vástagos *b b* y el *a* de los émbolos. Así, es fácil conocer ya el juego de la máquina, pues suponiendo un movimiento de vaiven al émbolo motor, el árbol K y palanca J toman el suyo circular alternativo, que hacen dar á la biela H, como á la manivela G, y por consiguiente, al árbol E, otro de rotacion ó circular contínuo, á

causa del cual la biela I trasmite al brazo M, y por consiguiente al árbol N y palanca O, el suyo circular alternativo, que trasmite al émbolo alimenticio el rectilíneo alternativo simultáneo é independiente con el del motor. La velocidad que toman los émbolos es constantemente distinta, debido á lo cual unas veces se aproximan y otras se separan, produciendo así diferencias muy sensibles en el volúmen variable por ellos comprendido.

Así, encendido el fuego en el hogar y colocados los émbolos lo mas próximo posible uno de otro, que será cuando el boton de la manivela se halla en el punto mas elevado de su circunferencia, si se dá con la mano al volante un movimiento inicial capaz de hacer marchar los émbolos, el alimenticio se separará del motor en su marcha uniforme y distinta, produciéndose un vacío que hará se abran las válvulas *f* y penetre el aire atmosférico. Cuando la separacion entre los émbolos ha llegado á su máximo, que será un momento antes de haber terminado ambos su curso, empieza á marchar en sentido contrario el alimenticio y á aproximarse nuevamente al motor, comprimiendo necesariamente el aire entre ellos alojado; y á causa de esta presion se abren las válvulas *h* del cilindro alimenticio, por las que pasa el aire y se reparte casi todo él en el espacio del cilindro al calentador. Allí adquiere en seguida un grado de calor excesivo que le hace dilatarse, convirtiéndose en agente motor, que es cuando vuelve á pasar por las válvulas *h* para impulsar el cilindro C, y no el D por hallarse este sumergido en un medio de igual presion. Poco antes de terminar su carrera, ó cuando el aire calculado ha hecho todo su efecto y llega el momento neutro, el diente Q, unido al árbol motor, levanta el brazo *f* de la palanca Q′ que mantiene sujeta la espiral k, y abriéndose la válvula de escape R′ sale precipitadamente el aire á la atmósfera á una temperatura de 250° á 270°, volviéndose á quedar los émbolos como al principio del movimiento, que se repite ya por sí solo desde que el volante ha vencido la inercia y tomado movimiento uniforme. Cuando se para la máquina se dá salida al aire que queda, moviendo á mano la palanca Q′ y abriendo la válvula de escape R′ por medio del mango k′.

Para moderar la marcha disminuyendo la fuerza que en momentos dados puede tomar de más el aire caliente, sirve el regulador S (*figs*. 3, 7 y 8), el cual, al abrir las bolas y levantar el vástago *q* el resbalador T, deja escapar por las aberturas *s* y tubo U el exceso de aire calentado que ha llegado á la válvula por el orificio *p*.

El volante de esta máquina es muy pesado, y aun debe serlo mas á causa de obrar á efecto simple: y para ensayar el que mas convenga tiene la llanta cavidades suficientes para rellenarlas de plomo hasta obtener el equilibrio del mecanismo.

Para ayudar á poner el volante en movimiento y parar la máquina á voluntad, existe la gran palanca V′, unida al eje V, que lleva los dientes XX′ para engranar en las mortajas abiertas en el volante.

Por último, el todo estriba en una cama de fundicion A″ que permite colocar y llevar la máquina como una locomóvil á donde se quiera.

1033. La marcha de estas máquinas es bastante buena y regular, dando el volante de 42 á 48 vueltas por minuto. Alimentando el hogar con cock viene á gastarse 4^k por hora y caballo; pero si el combustible fuese la hulla, el gasto sube hasta cerca de 6^k ó una mitad mas; cuyo resultado parece consistir en la mayor dificultad que tiene la hulla para mantener constante la temperatura del hogar.

Medido por un indicador de presion el trabajo efectivo sobre el émbolo motor, y por un freno dinamométrico el trabajo producido, resulta que el efecto útil á

relacion entre ambas de estas cantidades es menos de la mitad del total, ó bien, que la mitad del trabajo utilizado le absorven las resistencias pasivas de la máquina, como no puede menos de suceder teniendo presente; 1.° la pesadez y multitud de órganos de trasmision y puntos de giro; y 2.° el calor desperdiciado que vá á perderse en la atmósfera, que, segun ya se ha dicho, conforme á lo determinado por un termómetro, llega á unos 270° de temperatura; á lo que se debe agregar aun la pérdida por los productos de la combustion que salen por la chimenea.

Una máquina de vapor de igual fuerza gastará próximamente el mismo combustible y aun algo mas. El espacio que ocuparian su cilindro y órganos sería mucho menor que el de la calórica; pero crecerá aquel y será de bastante mas consideracion con el que ocupa la caldera. Si á esto se agregan las ventajas dichas al principio de la explicacion de esta máquina, como asímismo el que son imposibles las explosiones, pudiendo funcionar en cualquier piso y taller, resulta que, para cuando se necesita poca fuerza (2 á 6 caballos) como lo exigen las fábricas de fideos y chocolate, molinos harineros y de aceite, aserrado de madera, confeccion de mezclas, impresiones, hinca de pilotes, &, serán siempre preferibles á las de vapor las máquinas calóricas, cuya sencillez, además, no exige para su manejo mas que un peon adiestrado en el modo de hacerlas andar ó parar con solo el juego de una palanca. Y tanto mas serán preferibles cuanto se logre perfeccionarlas disminuyendo las fuerzas pasivas y aprovechando la mayor suma de calor.

Lám. 32. **1034. Calórica de Reinlein.** (lám. 32).

A conseguir estas mejoras que se acaban de indicar es á lo que se ha reducido el estudio y medios ideados por el Capitan de artillería D. Guillermo Reinlein siendo tres las principales modificaciones adoptadas.

1.ª Situacion de la máquina en sentido vertical.

2.ª Situacion del hornillo y cenicero en el centro de la base del calentador y fuera de él.

3.ª Hacer que la válvula de escape se halle dentro del cilindro motor y de mejor manera dispuesta para evitar el ruido que produce la de Ericsson y conseguir menos pérdida de calor.

La primera modificacion ahorra el trabajo resistente desarrollado por el rozamiento que ocasiona el peso de los émbolos en la horizontal de Ericsson, al mismo tiempo que su peso es una fuerza retardatriz para regularizar el movimiento ascendente.

La segunda es indudablemente de gran interés para la duracion de la máquina y conseguir mas uniformidad y prontitud en la calefaccion del aire. En la máquina de Ericsson se halla el hornillo colocado dentro del calentador, en el cual, la parte superior llega á enrojecerse por la llama y accion directa de la radiacion, al mismo tiempo que la parte inferior está relativamente fria; resultando de aquí poca duracion del metal por las dilataciones diferentes que tienen lugar, que producen ampollas mas ó menos sensibles, algunas de las cuales pueden tocar la camisa que lleva el émbolo de alimentacion y ocasionar roturas ó desperfectos en varios órganos de la máquina. En la modificada de esta manera, al contrario, la llama rodea por igual y exteriormente dos veces al cilindro no pulimentado antes de marchar á la chimenea, y la campana se caldea por la radiacion directa del combustible, estando todo el calor distribuido con regularidad, lo que originará uniformes dilataciones y contracciones en el calentador y camisa, y por consiguiente mayor duracion al todo sin entorpecimiento de ninguna especie en su marcha ordinaria.

La tercera modificacion es de las mas importantes. En la máquina de Ericsson se halla la válvula de escape sujeta al cilindro, y el aire caliente, despues de ejercida su accion sobre el émbolo motor y procurar su salida á la atmósfera, tiene que hacerlo retrocediendo al calentador; y como su temperatura es ya inferior á la de este, le roba una nueva cantidad de calor, al propio tiempo, que, volviéndose á calentar el aire, se dilata de nuevo y origina una contrapresion contraria al trabajo útil. En la máquina reformada la disposicion de esta válvula es mas racional, evitando los defectos antedichos y el desagradable sonido periódico producido por la de Ericsson. Resulta, pues, la doble ventaja de economizar combustible y aumentar el efecto producido. Y pues el aire que ha trabajado no vuelve al calentador, se puede aumentar la longitud de este cuanto se quiera ó poner una segunda camisa para ganar una gran superficie de caldeo.

Hay, además, en la calórica de Ericsson la desventaja de que la elevada temperatura ocasionada en la parte entre que juegan los émbolos obliga á emplear como lubrificante una mezcla de sebo y aceite, que, á mas de ensuciar mucho la máquina, dificulta los movimientos y contribuye á que se pierda rápidamente la fuerza de la misma. En la disposicion vertical existe el depósito N de agua fria abierto en la parte superior que rodea al cilindro de trabajo, manteniéndole á baja temperatura para que no se evapore el aceite, única materia lubrificante empleada, mas económica y la de menos inconvenientes.

El Señor Reinlein dice que la máquina calórica, de este modo, será mas duradera, gastará 30 por 100 menos de combustible y ofrecerá 50 por 100 mas de efecto útil que la horizontal de Ericsson.—Estos números no los consideramos exagerados, pues dado el caso de una máquina perfeccionada como esta y la primera detallada, en las que se aprovecha la mayor cantidad posible de calor y se disminuyen considerablemente las resistencias pasivas, si suponemos para la comparacion las máquinas de vapor usuales de baja presion sin expansion, y tomamos 1^{m3} de vapor á 6^{atm} de presion, cuyo peso es de 3^k, correspondiendo segun Regnault 655,3 unidades caloricas por 1^k, por los 3^k se tendrá $3 \times 655,3 = 1966^k$. El trabajo es $60000 - 10000 = 50000^{atm}$; y no tomando para el trabajo útil mas que los 0,70 á causa de la sencillez de la máquina, resultarán trasmitidos al volante $50000 \times 0,7 = 35000^{km}$, y por unidad calórica

$$\frac{35000}{1966} = 18$$

En las máquinas calóricas hemos visto (n.° 1023) que 3^{m3} de aire á la presion de 6^{atm} producen 20863^{atm} de trabajo mecánico, y que el gasto de calor total es de 226 unidades, con lo que el trabajo por unidad es $= 92^{km}$.

Comparando con el resultado anterior tenemos para igual gasto teórico mas del quíntuplo del trabajo y á igual trabajo $5 \times 0,6 = 3^k$ de gasto de mas en las máquinas de vapor por hora y caballo.

En las de menos consumo de combustible, como las de gran presion, gran expansion y condensacion perfecta, el gasto teórico es doble que en las calóricas, siempre supuestas perfeccionadas y capaces del mayor aprovechamiento de calor.

Las letras corresponden á iguales órganos de la horizontal de Ericsson. La válvula R′ de escape, que se abre por medio de la palanca *c* al chocar su extremo con un tope y queda sujeta por un pestillo, permanece asi otro instante hasta que la cabeza de uno de los vástagos del émbolo alimenticio suelta el pestillo y vuelve la válvula á su lugar, dejando tiempo suficiente para la salida de todo el aire calentado en cada vuelta ó doble curso. La posicion central de esta válvula exije que el émbolo alimenticio lleve dos vástagos y por consiguiente dos brazos gemelos el

eje N. Las válvulas del émbolo motor se cierran por un resorte en espiral; y la llama del hogar con todos los demás prodctos de la combustion pasan al rededor del cilindro inferior por el circuito P² antes de marchar por la canal Z á la chimenea. Lo demás es igual que en la anterior máquina, debiendo el todo corresponder perfectamente, como lo espera el Señor Reinlein, y debe ser, al mayor efecto útil posible con el menor gasto de combustible.

1035. **Maquinas de gas.**

Son bastante sencillas, aunque delicadas, reducidas, únicamente al cilindro con su émbolo y una cubierta de fundicion que rodea al 1.° dejando un espacio intermedio para hacer correr por él una capa de agua fresca que neutralice la gran temperatura qué adquiere el cilindro. Este agua puede venir directamente de una concesion de la distribucion general, ó contenerse en un depósito forrado de zinc algo superior al cilindro. El agua en él á 10°, 14° ó 16°, sale por un tubo, y en su circulacion adquiere 91° de calor, á causa de cuyo exceso de temperatura vuelve al depósito con facilidad para perder nuevamente el calor adquirido.

El gas penetra en el cilindro mezclado de aire, (en la proporcion de 91 de este y 9 de gas) á la mitad del curso del émbolo, no habiendo, por consiguiente, mas que un volúmen de mezcla igual á la mitad de la capacidad del cilindro. En el momento de penetrar el gas y aire se cierra el circuito de dos alambres que provienen de una pequeña pila eléctrica, teniendo lugar la chispa y la inflamacion de la mezcla que mueve el cilindro.

A esto se reduce la máquina, que, en consecuencia, no puede ser mas sencilla, poco voluminosa y poco pesada, con la ventaja de poderse colocar como la calórica en cualquier parte. Tiene, sin embargo, las desventajas siguientes.

1.° Necesidad de un depósito de agua que absorve la mitad del calor desarrollado por el combustible, sin embargo de lo cual, y aunque llegue el gasto de agua á 120 litros, por hora y caballo, quedan todavía el gas y aire despues de su trabajo á unos 220° de temperatura, que es mas de la de fusion del plomo, llegando á 150° á la extremidad de un tubo de 3^m de largo. Y aunque el agua no se gaste toda porque en su mayor parte vuelve al depósito periódicamente, la necesidad de mantener este frio hace que su contenido sea de bastante consideracion, pudiendo bastar 200 litros por hora y caballo. Circunstancia esta que limita el uso de dichas máquinas solo á donde el agua se halle en abundancia.

2.° Variando la admision del gas, segun varia su presion, la velocidad y trabajo de la máquina son muy variables.

3.° La máquina puede quedar parada, como acontece varias veces, por no inflamarse el gas ó no producirse la chispa eléctrica.

4.° Para poner en marcha el émbolo es menester tener abierta la llave de engrasado durante muchas vueltas del volante.

4.° Cada cuarto de hora lo mas tarde debe renovarse el engrasado.

5.° Necesitándose lo menos 3^{m3} de gas por hora para obtener la fuerza de un caballo, por esta sola circunstancia la máquina sale ya mas costosa que una de vapor de igual fuerza.

6.° Aumentando la presion con la emision del gas, es necesario poner un medidor y regulador de gas, sin lo cual se está expuesto á una explosion.

7.° La pila puede descomponerse ó inutilizarse: lo que exige el empleo para la máquina de un mécanico diestro: cuyo alto jornal, y los demás gastos de aceite, pila y agua, hacen el todo de excesivo coste; no teniendo mas ventaja que el no encenderse fuego contínuo y poder situar la máquina en corto espacio.

Las que hay en uso en algunas imprentas é industrias de poca fuerza, no pasan de 2 á 3 caballos.

Vistos los inconvenientes que tienen las máquinas de gas podemos desde luego dar la preferencia á las calóricas, mucho mas convenientes en todos conceptos.

1036. **Máquinas de vapor recalentado.**

En 1862 se contrató con M. Ericsson la construccion de una máquina calórica de 60 caballos de fuerza para mover la maquinaria de una maestranza en la Habana. En pocos meses tuvo terminado su trabajo, ensayando en Nueva-York la nueva calórica, compuesta de dobles cilindros horizontales y en direccion uno de otro, de modo que los émbolos no tenian mas que un solo vástago, y para cada uno de los cuales habia un calentador del aire, consistente en varios tubos verticales con aberturas inferiores sobre el hogar, comunicando superiormente con una capacidad á que daba, por cada uno, la válvula de admision al cilindro. Verificada la accion motriz del aire dilatado sobre uno de los émbolos salia este por la accion del opuesto al tiempo que se abria la válvula de emision, pasando á un depósito tubular llamado *generador*, que contenia 650 tubos de 9 piés de largo y una pulgada de diámetro, con ½ pulgada de distancia de uno á otro. Por la mitad de estos tubos pasaba el aire despedido de los cilindros volviendo por los otros 325 á salir al enfriador antes de escapar á la atmósfera. A su paso dejaba los tubos caldeados, y la corriente contraria de aire frio comprimido, que pasaba por el intérvalo de los tubos, adquiria un grado de calor que no bajaba de 200° centígrado; á cuya temperatura llegaba á los calentadores, ahorrando así necesariamente mucho combustible.

La máquina era en extremo sencilla y su marcha perfecta y regular: pero no solo no alcanzaba la fuerza que debia, sino que, en vez de dar 50 á 56 vueltas el volante por minuto, solo llegaba de 25 á 30. Al principio creyó Mr. Ericsson que esto podria depender de la accion de las válvulas y procuró vencer la difidultad: mas solo consiguió que el volante diera 32 vueltas. Emprendió luego una série de experimentos, y del estudio que hizo vino á saber que los émbolos encontraban una fuerza resistente producida por la poca facilidad con que salia el aire al generador: y la causa de esto no podia ser otra que la estrechez de los pasos largos y tortuosos que tenia que recorrer el aire antes de llegar á la atmósfera, originándose un rozamiento considerable. Esta resistencia era, segun Mr. Ericsson, como el cuadrado de la velocidad del fluido; y en consecuencia se le ocurrió doblar el diámetro de los tubos, aunque fuera á expensas de la superficie de caldeo y menor temperatura del aire comprimido. Esto equivalia á cuadruplicar el área de la seccion de cada uno, y por consiguiente á reducir la velocidad á la cuarta parte, lo que hacia el rozamiento $\frac{1}{16}$ del anterior. Sin embargo, no podia llevarlo á cabo en razon á la premura del tiempo; y ocurriéndosele que la corriente del vapor no es lo mismo que la del aire, porque mientras este conserva su densidad y peso al marchar dentro de los tubos del generador, el vapor, menos denso y mas ligero, apenas tocaria los tubos de condensacion, produciendo el vacío y evitando así la resistencia originada por el rozamiento, juzgó seria muy conveniente mezclar al aire un poco de vapor generado en una caldera cualquiera: el cual, al pasar por los hogares y quedar recalentado con el aire tendria mas fuerza elástica en beneficio del efecto útil. Para prueba de esto, y despues de cargada la máquina á unas 3ᵃᵗᵐ de presion, la calentó y puso en movimiento, y abriendo una válvula que permitia al aire escapar directamente á la atmósfera, prescindiendo del generador, se vió que el volante daba 55 vueltas por minuto y que la máquina adquiria todo su fuerza; y esto mismo sucederia cuando se convirtiese el generador en condensador.

Con esta sola alteracion y el aumento de dos bombas, una para llevar agua al

mas que de una presion de $1^1/_4$ de atmósfera, se consiguió tener la máquina de *vapor recalentado*, que funcionó perfectamente desde el primer dia en que quedó montada en la Habana, marchando á toda su fuerza y con regularidad sin consumir por eso mas combustible que el gastado por dos gemelas de aire caliente equivalentes por su efecto producido.

Consiste, pues, esta máquina y se compone

1.° De una sencilla caldera para generar el vapor, que puede estar en un cuarto separado del que ocupe la máquina motriz.

2.° De dos calentadores con 36 tubos verticales de fundicion de 4^c de diámetro y $0^m,80$ de largo, con aberturas en su parte inferior, dispuestos en tres círculos sobre el hogar y terminando en un depósito de hierro que comunica con la válvula de admision.

3.° De dos cilindros en línea, al lado cada uno de su hogar, y con los émbolos unidos por un solo vástago hueco y de $0^m.70$ de diámetro, el cual va entre guías fijas que llevan una barra unida á una biela angular que mueve la manivela y eje receptor del volante.

4.° De un condensador con 650 tubos de 3^{mil} de diámetro y $2^m,70$ de longitud, por donde corre y se condensa el vapor despues de producido su efecto.

5.° De un regulador, volante, bombas de aire y agua y válvulas de escape.

La máquina á que nos referimos, de 60 caballos, ocupaba con el volante y condensador, algo separado, una superficie de 3^m por 3^m. Su gasto ya se ha dicho era escaso, pues no llegaba nunca á la mitad del ocasionado por una máquina de vapor de igual fuerza con expansion.

CAPÍTULO VI.

CONSTRUCCIONES.

ARTÍCULO PRIMERO.

De los materiales empleados en las construcciones.

1037. MADERAS.

El reino vegetal se divide en tres grandes clases, llamadas *acotilédones* (*), *monocotilédones* y *dicotilédones;* es decir, en plantas cuyas semillas carecen de cotilédones ó que tienen uno ó dos, entre que se hallan la *radícula y plúmula*, elementos de la raiz y tallo. A la primera clase pertenecen las *cryptógamas* (líquenes, algas, musgos, hongos); á la segunda muchas de los herbáceas como el lirio, tulipan, &, todas las gramíneas, los helechos, irideas, &; y á la tercera las ramificadas y de mas duros leños y médula central. Los árboles están, pues, comprendidos en esta gran division, cuyo carácter esencial se conoce desde luego observando que en los monocotilédones es el tallo fistuloso, ó bien tiene la médula esponjosa, diseminada y sumamente tierna, mientras que en los dicotilédones es acaso la parte mas dura del vegetal.

1038. Constitucion y acrecentamiento del tallo.

Si cortamos trasversalmente el tronco de un árbol observarémos en el centro la médula (corazon) que ocupa casi la mitad del diámetro (*fig.* 335), y se halla *Fig.* 335.
compuesta de celdillas ó utrículas flojas, trasparentes, esferoidales y comprimidas unas con otras, formando tejido celular. Es blanca en el centro, coloreándose de un verde ligero hácia los extremos, de cuyos puntos salen los rádios medulares. Seguidamente viene el leño propiamente dicho, que es una zona *fibro-vascular*, compuesta de fibras en séries concéntricas y vasos de diferentes formas, que generalmente son espirales, y se llaman *tráqueas.* Sigue otro círculo ó pequeña zona verdusca, por causa del *clorophilo.* (jugo verde), que separa el leño de la corteza, formada de un tejido celular como el de la médula, y donde se dice se desarrollan las capas nuevas que aumentan anualmente el grueso del tallo. La zona siguiente es la *cortical*, compuesta de dos séries, una interior verdusca (*parenquima cortical*) y otra exterior parda (*suber*). Y por fin, al todo le cubre una capa que es la *epidermis*, y otra exterior sumamente delgada (*pelicula*), que comprende todo el vegetal desde la raiz á las hojas. La epidermis tiene en diferentes partes unas como aberturas labiadas (*estomates*) por donde absorve el vegetal el aire y verifica sus escreciones.

Todo el sistema del tallo se puede, pues, reducir á dos órdenes, el *leñoso*, que comprende el leño y corazon, ó zona fibro vascular y médula, y el cortical ó corteza, que se compone de la envoltura celular ó parenquima, la suberosa y la epidermis. Entre ambos órdenes existe esa otra pequeña zona que en la primavera se llena de un fluido gelatinoso, llamado *cambium*, cuyo movimiento produce, se-

---

(*) La semilla presenta unas veces un solo mamelon, y otras dos que llevan los gérmenes de

gun opinion de Grew y Malpighi, esas capas numerosas y concéntricas que aparecen en los troncos de alguna edad. En los paises tropicales no son visibles estas capas en razon á que la vegetacion es casi contínua. Conforme el vegetal vá envejeciendo se aumenta la proporcion de las partes sólidas que se espesan y endurecen cada vez mas, procediendo del centro á la circunferencia. Así, que la médula ó parte mas interna del leño puede quedar seca, dura coloreada y con poca vida, mientras que las capas mas externas siguen blandas, blanquecinas y jugosas como la madera jóven. Estas componen el *albumen* (albura), y las interiores el *duramen* ó corazon de la madera.

De este modo se concibe cómo en los árboles muy viejos, faltos de vida en su corazon, se ha podrido este y caido en polvo, dejando hueco el tronco sin que por eso padezca la lozanía vegetal en el resto de las ramas y hojas.

Otra consecuencia ventajosa puede deducirse de aquí, y es la opinion admitida de que cuando la savia (*) ha circulado por todo el vegetal y modificado su esencia por la presencia del aire, luego que ha llegado á los estomates de las hojas y corteza y verificado la respiracion, cambia de direccion descendiendo ahora y siguiendo en su marcha el camino del sistema cortical, en el que deja el *cambium* ó nuevos productos para el acrecentamiento de los tejidos fibrosos del leño, escretando por los *estomates* las sustancias cerosas ó resinosas inútiles á la nutricion del vegetal. Siendo esto así, claro es que si descortezamos el tronco le privarémos de los principales vasos absorventes por donde la savia circula en mas cantidad. Las hojas, amarillas en un principio, caerán despues; y el vegetal, falto de alimento, quedará seco é improductivo (**). En ese momento es cuando conviene cortarle para utilizarle en las artes sin temor de que los jugos que pueda aun abrigar influyan notablemente en su duracion. Toda la madera habrá adquirido mas consistencia, y la albura, que antes era de contestura tierna é inservible, será ahora mas densa y tan fuerte como el leño.

1039. Los antiguos constructores descortezaban unas veces los árboles, y otras se contentaban con hacerlos incisiones ó barrenos antes de proceder á la corta: pero, á mas de que el árbol nunca muere mientras le queda la corteza, tenian estos últimos sistemas el inconveniente de dañar la madera por sitios que podian ofrecer ventajas en la aplicacion que de ella se hiciese. Cortando el árbol y enterrándole despues en arena, ó teniéndole en agua dulce algun tiempo se consigue privar al tronco de una gran parte de su savia, y mas aun si se le labra antes de enterrarle. Pero como quiera que haya de esperarse algun tiempo para usarlo en el taller, y que nunca despide completamente la savia que tan nociva es á su duracion, se debe preferir á todo esto el descortezo, dejando el árbol en el monte 4 meses ó un año antes de cortarle.

1040. Para este caso, esté ó no descortezado el tronco, se elegirá la época del invierno, que es cuando la savia se halla reconcentrada en la médula (como

(*) A la combinacion del jugo que de la tierra extraen las raices, con otras sustancias gelatinosas y varias materias sólidas, además, que se disuelven completamente, es á lo que se llama *savia*.

(**) No todos los árboles mueren ó se hacen improductivos al descortezarlos, como sucede á la Encina (*Quercus ilex*), al Alcornoque (*Quercus suber*), al Camochil (*Inga lanceolata*) y aun al Sibucao (*Cæsalpinia sapan*) y otros varios. Esto consiste en que la corteza que se extrae no lleva consigo la parenquima cortical, sobre la cual nace al momento una capa que la cubre (que es la nueva corteza), y permite la libre circulacion de la savia. Sin embargo, estos árboles cuya corteza caeria por sí sola, impelida por la que periódicamente renuevan, pierden parte de su nutrimento y aun perecen cuando se los desnuda antes de tiempo.

opinan Duhamel, Lineo y otros) ó bien retirada completamente del vegetal. De cualquiera manera que sea, está probado experimentalmente que en esta época, tanto en la zona templada como en la tórrida, el árbol tiene poca savia, y que su madera no sufre daño alguno cualquiera que sea la luna en que se corte, ya sea llena, ya menguante, con tal de no pasar de mediados de Marzo.

1041. **Condiciones generales de las buenas maderas.**

Las mejores maderas que de cada especie pueden obtenerse son, atendiendo á los usos á que se destinen, las que nacen en bosques espesos y sombríos para vigas y tablazon, y para curvas las de los bosques claros donde penetre el sol. Las primeras carecen de nudos y sinuosidades, sucediendo lo contrario á las segundas, á causa de que el vegetal propende constantemente á buscar la luz, y en un bosque espeso puede decirse que solo goza de la zenital en cuya direccion crece.

Para conocer si las maderas tienen alguna falta interior se las golpea con un martillo, por cuyo sonido de percusion, colocada la pieza sobre polines, se averiguará dónde hay hueco y cuánta es su extension.

La madera completamente buena y de recibo ha de tener cierto grado de regularidad en su forma exterior, poca corteza y decrecimiento proporcionado de un extremo al otro. En las que están escuadreadas se ha de notar el olor fresco y agradable y el color uniforme que sea propio de su especie. No debe tener nudos, tumores ni hinchazones; debiéndose desechar las que manifiesten albura y sean achaparradas, repelosas, de fibras desiguales, ó esten pasmadas, hendidas, rajadas, torcidas, venteadas, quemadas, picadas, careadas, podridas ó carcomidas.

1042. **Conservacion de las maderas.**

Para conservarlas bien es preciso levantarlas del suelo, á fin de evitar la humedad, poniéndolas unas sobre otras entre polines ó tarugos que dejen circular el aire libremente. Se ha de procurar no las dé el sol ni el aire demasiado seco ni húmedo, ni que esten expuestas á contínuas alternativas de sequedad ó humedad. El agua de lluvia no les hace mal cuando están recien cortadas. Para preservarlas de la carcoma es bueno chamuscarlas, ó, como hacen en Holanda, revestirlas de clavos cuyas cabezas se juntan entre sí.

En el apilado conviene separar las de cada especie, reconociéndolas con escrupulosidad, á fin de desechar las que estén dañadas ó den indicios de contener insectos; pues de otro modo se contagiarían fácilmente las sanas y no habria medio despues ó seria difícil y costoso contener el mal. Por esta razon tambien se deben revistar de cuando en cuando, procurando no las falte la debida ventilacion.

Al primer año han perdido una gran parte de la savia que generalmente sale por los extremos de las piezas, y al segundo solo contienen un 15 por 100 próximamente; siendo despues muy lenta la segregacion del agua, tal vez porque, al secarse la madera, se cierran mucho los poros en los extremos: razon por la cual será conveniente aserrar las cabezas ó cepillarlas todos los años.

1043. **Medios preservativos.**

1.° El 15 por 100 de agua que decimos viene á quedar en la madera despues de dos años de apilada, es suficiente para producir una fermentacion que obra sobre las materias orgánicas; por lo cual es conveniente extraerla por un adecuado medio artificial.

2.° La albúmina vegetal y la savia son tambien y mas principalmente los elementos mas poderosos de la destruccion de la madera; y por eso es igualmente del mayor interés el quitar dichas sustancias.

3.° Se puede introducir en el tejido de la madera una materia que neutralice los efectos de la albúmina, obligándola á entrar en combinaciones constantes é incorruptibles.

Está, pues, reducida la conservacion de las maderas á extraer de ellas la albúmina y savia; aislarlas despues del contacto del aire por medio de pinturas ó enlucidos, y á introducir por los poros al tejido interior leñoso, por la aspiracion vital ó presiones artificiales, ciertas sustancias químicas cuya cristalizacion ó insolubilidad las preserven de los agentes atmosféricos, ó hagan entrar el agua en combinaciones fijas é incorruptibles.

1044. Sustancias empleadas.

Las sustancias que generalmente se emplean son los enlucidos exteriores por medio de embreados y pinturas, y los agentes químicos que obran por penetracion, tales como los sulfatos de hierro, cobre, sosa, cal, zinc y magnesia (combinados algunos con los sulfuros de bario ó de calcio), los cloruros de sodio y de calcio, el bicloruro de mercurio, el ácido arsénico, el acetato de plomo, los aceites, la creosota, las grasas, las resinas y el tanino.

1045. Procedimientos diversos de conservacion.

Las maderas empleadas en edificios, puentes y otras construcciones se conservan bien con solo la pintura al óleo á 3 capas, ó con el embreado compuesto de brea ó alquitran mineral, $\frac{1}{18}$ de asfalto y $\frac{1}{10}$ de cal; cubierto el todo con polvo de arena tamizada y calentada antes sobre una plancha de palastro con el fin de preservar la materia de los rayos del sol. De todos modos es preciso que las maderas esten secas ó curadas, pues sin esta circunstancia se podririan pronto por la fermentacion del agua interior que no puede evaporarse.

1046. El método de Semple, recomendado por Tredgold, y que despues no se ha hecho mas que perfeccionar, consiste en secar á fuego las maderas labradas y sumergirlas inmediatamente despues en un baño de brea y aceite caliente de lino: sustancias que penetran en las maderas hasta cierta profundidad, haciéndose mas densas y conservándose bien dentro del agua.

1047. M. Champy sumergia las maderas en sebo derretido á 200°. Durante la inmersion se evaporaba el agua contenida en el tejido de la madera, marchando con el vapor todos los gases y líquidos allí encerrados; con lo cual se obtenia un vacío que ocupaba el sebo impelido por la presion atmosférica hasta el centro de las maderas. Por este medio, que M. Payne ha generalizado haciendo penetrar en las piezas aceite de resinas y breas, adquiere la madera mas elasticidad y densidad, conservándose perfectamente y pudiéndolas aplicar inmediatamente á todas las construcciones.

1048. Empleo de la creosota.

Modernamente se han empleado como antisépticos las sales metálicas arriba mencionadas, de las que el sulfato de cobre y el sulfato de hierro combinado con el sulfuro de bario son las que han producido mejores resultados, inyectando estas sustancias en multitud de traviesas de caminos de hierro y armaduras, ya haciendo uso para ello del aparato de Payne, generalizado en Francia, Inglaterra y Alemania, ya del sencillísimo medio puesto en práctica por el doctor Boucherie de que luego hablarémos. Pero ninguna de estas y otras sales, empleadas como antisépticos ó antipútridos, ha producido tan satisfactorios y positivos resultados como el *aceite de creosota*, nombre que el uso ha consagrado para determinar los productos líquidos de la destilacion del alquitran de la hulla.

Reune la *creosota* por sí sola todas las condiciones del mejor preservativo, por no debilitar las maderas y formar una combinacion fija con la albúmina vegetal,

y por ser un activo veneno para los pylófagos que ahuyenta solo con su olor. En Inglaterra es donde mas uso hacen de esta materia para la preparacion de las maderas de construccion y traviesas de las vias férreas; saliendo el metro cúbico de madera preparada por 2 á 3 duros: poco más ó casi lo mismo que lo que cuestan con las sales metálicas antedichas, pero de mejores resultados.

La creosota es de gran fluidez y se volatiliza á baja temperatura. La preparacion con ella de las maderas se hace del modo mas sencillo, pudiéndose aplicar el sistema del doctor Boucherie, y aun bastando, si se quiere, empapar las maderas en aceites mezclados con creosota; pues al salir el vapor y la savia se producirá un vacío que de seguida ocupa el aceite combinado.

1049. **Procedimientos de Boucherie y Payne.**

El procedimiento que emplea el doctor Boucherie se funda en la aspiracion vital que conserva la madera segun lo demostraron Duhamel y Hales á mediados del siglo pasado. En un principio inyectaba el líquido en los árboles vivos ó antes de ser cortados, para lo cual prácticaba al rededor del tronco una incision circular que cubria con una manga impermeable clavada por sus bordes al árbol. En seguida ponia en comunicacion la materia preparada con el hueco formado por la manga, y la sucion vital hacia penetrar el líquido en la incision que subia hasta las hojas en combinacion con la savia. Igual operacion prácticaba con los árboles cortados, puestos de pié ú horizontales; pero en vez de hacer la incision se limitaba á poner uno de sus extremos en comunicacion con la tina que contenia el líquido, tapando el extremo opuesto con una sustancia ó tela impermeable.

Posteriormente perfeccionó el sistema procediendo del modo siguiente. Colocada la pieza horizontalmente la hace á sierra una incision que penetra hasta los de su diámetro, calzándola inferiormente á fin de que se abra la incision (*fig.* 336). En seguida guarnece el borde con una cuerda embreada y retira el *Fig.* 336.
calzo interior: la pieza cae y cierra la incision comprimiendo fuertemente la cuerda; con lo cual se tiene un hueco donde hace penetrar el líquido antiséptico. Para ello practica oblícuamente un agujero que comunica con esta cavidad, y mete en él un tubo que conduce el líquido, tal como se demuestra en la figura, penetrando en la pieza y saliendo por los extremos. Haciendo la incision cerca de uno de estos se tapará de antemano el mas inmediato con una sustancia impermeable y firme.=Por semejante medio se han preparado miles de traviesas para caminos de hierro.

Cuando las maderas son de textura floja ó porosa como el Pino, Álamo, Aliso, Cedro, &, se verifica la penetracion del líquido en 2 á 4 dias, para una pieza de 2 á 3^m, que cuente de 1 á 120 dias de cortada, teniendo el depósito de la sustancia 1^m de altura sobre la madera. La penetracion crece rápidamente á medida que aumenta esta altura.

Para las maderas sólidas apenas tiene influencia la presion del líquido, verificándose la penetracion con mas dificultad y lentitud.

1050. El sistema de M. Payne produce resultados mas prontos, pero el aparato es mucho mas complicado. Consiste este en un cilindro de palastro horizontal, de 8^m ó mas de longitud, $1^m,5$ de diámetro y $0^m,008$ de grueso el metal, con válvulas de seguridad y manómetros, donde se introducen las maderas sobre carretoncillos que ruedan por carriles de hierro dentro del tubo. Inferiormente á este cilindro existen dos depósitos con la disolucion que le comunican por medio de tubos con sus llaves. Una máquina de vapor de 2 caballos pone en juego una bomba neumática (con la cual se verifica el vacío en el cilindro) y otras dos impelentes que introducen en él las sustancias antisépticas; á cuyo fin, cada una de

estas bombas comunica con el depósito inferior al cilindro en que se halla la disolucion.

1051. Para verificar la operacion, despues de metidas en el cilindro las maderas, de que puede haber hasta 60 traviesas, y tapada la entrada con un casquete correspondiente de fundicion sujeto con pasadores, se hace penetrar en el cilindro, por un tubo comun á este y la caldera, y por espacio de 15 minutos, un chorro de vapor cuya condensacion produce un vacío abriendo al propio tiempo los poros de la madera y arrastrando la savia. Se echa luego agua fria sobre el cilindro para obtener en 5 minutos la condensacion, y durante otro tanto de tiempo la bomba de aire verifica completamente el vacío. Abierta despues la llave para la comunicacion de la disolucion ante-dicha, subirá esta por la presion atmosférica hasta llenarse casi del todo el cilindro. En seguida, cerrada la llave de admision se acaba de llenar el aparato por medio de una de las bombas impelentes hasta producirse una presion de 8 á 10 atmósferas. Se deja obrar esta presion 40 minutos y se introduce de nuevo la sustancia en el depósito inferior. Se repite el vacío por 5 minutos, se hace entrar y comprime de nuevo la disolucion, y despues se la deja caer en el depósito. Al cabo de 2 horas la madera está enteramente impregnada; se la saca del cilindro y se la deja secar al aire.

1052. Procedimiento de Bethel.

Las maderas no quedarán bien preparadas mientras no se haga penetrar profundamente la sustancia empleada y se desprenda enteramente el resto de agua que contiene despues de uno ó dos años de desecacion (que ya hemos dicho es un 15 por 100) con lo cual se impide la fermentacion. Se necesita, pues, acudir á métodos artificiales de desecacion, y ninguno mas sencillo y de buen efecto que
Fig. 337. el de M. Bethel. Consiste (*fig.* 337) en un hogar ante la cámara en que se introducen las maderas, del cual pasan por una doble canal ó circuito, bajo el fondo de aquella, los productos de la combustion á la chimenea colocada al extremo opuesto. La temperatura del aire es de 110°, y la desecacion dura de 8 á 10 horas; despues de cuyo tiempo está la madera completamente seca y en disposicion de introducir las piezas en el baño de creosota por 3 á 4 dias, ó aplicar el sistema de Payne por el que, segun lo acabado de decir, bastan 2 horas para que la madera quede perfectamente impregnada de la sustancia que se use.

1053. Coloracion de las maderas.

Se coloran las maderas aplicando el procedimiento de inyeccion por la aspiracion vital y el desplazamiento de la savia. Por este medio se puede conseguir que ciertas maderas empleadas en la ebanistería adquieran colores artificiales que imiten exactamente la caoba, palo de rosa, nogal, &, hasta el punto de poder rivalizar con estas mismas especies de maderas de lujo.

Haciendo uso del procedimiento de Boucherie se consigue que la materia colorante penetre en las piezas y se fije de manera que cuando se labran presentan veteados raros y de tan agradable aspecto que hace se las busque aun con preferencia á otras mas ricas.

1054. Las sustancias para la coloracion son minerales ó vegetales: en el primer caso la disolucion es casi completa y el líquido penetra con su color hasta el fondo de la madera: en el segundo caso la coloracion no es perfecta.

El color natural de la pieza influye algo en la eleccion del que se la ha de aplicar. Las maderas blanquecinas como el *Acre*, el *Sicomoro*, el *Acebo*, el *Plátano*, *Castaño*, *Alamo blanco* y *Moral*, pueden recibir colores delicados, tales como el carminoso, azul de ultramar, amarillo y verde claro. Otras maderas como el Manzano, Fresno, Aliso, Cerezo y la Encina, reciben tintas mas oscuras. Al Serbal

Ciruelo, y Boj, pueden aplicárseles colores mixtos mas oscuros aun: pero todas ellas reciben bien el negro.

1055. «Las sustancias vegetales y minerales que más generalmente se emplean en la coloracion de las maderas son, para el rojo, el orellana ó achiote, disuelto en agua caliente, la rubia mezclada con azoato de estaño (se obtendría un color mas fuerte sumergiendo antes la madera en acetato de alúmnia), la ancusa disuelta en aceite de linaza, la tierra de siena disuelta tambien en aceite de linaza, la orchilla acidulada con un poco de azoato de estaño, la madera de Fernambuco, el Campeche y la madera del Brasil cocidas en agua (para obtener maderas rosáceas basta añadir algo de amoniaco á estas dos sustancias.) Para las análogas al Guindo y Cerezo se emplean lechada de cal y goma alquitira. Se tiñen las maderas de azul por medio del tornasol, del indigó, del campeche cocido con óxido de cobre, del nitrato de cobre, y por último inyectando sucesivamente pirolignito de hierro y prusiato de potasa.

»Se obtiene color amarillo por medio de la gualda, granilla de Aviñon ó pizacanta, la cúrcuma, el fustel, la goma guta, la orellana y el cromato de potasa con acetato de plomo.

»El verde se obtiene con el cardenillo disuelto en vinagre, ó bien se pintan ó tiñen de azul las maderas, y se pasa luego por ellas berberis.

»El violeta se obtiene con el palo campeche, el negro con agalla, madera de India, cardenillo y sulfato de hierro.»

1056. «En estos últimos años MM. Renard y Perrin han obtenido maderas con tintas muy variadas y bellas, preparándolas de un modo análogo al de las telas. Daban el color introduciendo sucesivamente en el tejido leñoso una disolucion de rosa á ¼ de grado en agua, otra disolucion de hipoclorito de cal, y por último agua acidulada por el ácido clorídrico: tomadas estas precauciones introducian el tinte.»

1057. CLASIFICACION GENÉRICA Y CUALIDADES FÍSICAS.

TABLA descriptiva, aplicaciones, propiedades, pesos y resistencias de las diferentes maderas de España, las Antillas y Filipinas (*)

(La seccion es un centímetro cuadrado).

MADERAS DE ESPAÑA.

	Peso específico.	RESISTENCIA á la compresion.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m En la práctica no se debe pasar de la mitad de estos números.	k
ABEDUL. BETULA ALBA (Lineo). Familia de las *Amentáceas* (**Monoecia tetrándria**). Crece á mediana altura (40 á 50 piés), aunque en buenos terrenos sube muy alto. Su madera es ligera y muy elástica. Buena para debajo del agua. La especie *Nigra* crece en América hasta 90 piés. Sirve para instrumentos de labranza y algunos objetos de carpintería. Se hacen cazuelas, pucheros, platos y otros utensilios para la gente del campo. Sirve tambien como mimbre; su leña es excelente y su carbon se emplea en la fundicion. Sangrando el árbol en la primavera produce un jugo de que se hace un licor agradable.	0,64	»	1000	100000	$\frac{1}{625}$ = 0,0016	160
ABETO. PINUS ABIES (Lineo). Familia de las *Coníferas* (**Monoecia monodelfia**). Su madera es blanquecina y roja, resinosa y de fibras longitudinales. Dura mucho debajo del agua ó enterrada. El tronco es de grandes proporciones y las ramas generalmente son péndulas. Son variedades de esta especie el *Pinabete*, el *Picea* y el de hojas y fruto pequeños. Se emplea en las construcciones de barcos y sus arboladuras, en entramados y pisos de las casas. Se hacen tambien pilotes y tablestacas. Se saca de él trementina muy apreciada. Sus hojas son anti-escorbúticas.	0,56	»	8570	111300	$\frac{1}{530}$ = 0,0019	212
ACACIA MIMOSA NILÓTICA. Familia de las *leguminosas* (**Monoecia poliandria de Lineo**). Arbol exótico, procedente de América y las Indias. Crece pronto y adquiere dureza en su madera aunque es algun tanto quebradiza. Su altura de 15 á 20 piés.	0,80	»	1160	125000	$\frac{1}{400}$ = 0,0025	313

(*) Las tablas de resistencias puestas en el artículo siguiente comprenden las maderas mas usadas en las construcciones. Las que van en esta tabla son los promedios de todas las que he podido reunir por descripciones y experimentos propios y de varios autores.

	Peso específico.	Resistencia á la compresion.	Resistencia á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad. E.	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
Se emplea en las obras que requieren dureza y poca elasticidad. De la semilla se saca tinte, y de las secreciones del tronco la *goma arábiga*.						
ACEBUCHE (véase Olivo).						
ADELFA Nerium oleander (Lineo). Familia de las *Apocíneas* (**Pentaginia monoginia**).						
Arbolillo de 5 á 10 piés, originario de la India y abundante en varias provincias de España. Su madera es correosa. Sirve para objetos de tornero y sillería. El aceite de sus hojas es útil para la sarna.						
ALAMO. Populus { Alba . . . . / Nigra. . . .. } (Lineo).	0,53 0;85	» »	500 á 700	51200	$\frac{1}{526}$ = 0,0019	97
Familia de las *Amentáceas.* (**Dioecia octandria**).						
La madera del álamo blanco es blanda y esponjosa, pero se labra con facilidad y sirve lo mismo que la del negro. El árbol crece mucho y el tronco se hace corpulento. Sus variedades son el Alamo de *Flandes* de mas de 120 piés y 10 á 12 de circunferencia: el de *Virginia* que es mayor; *el de Suiza* igual: el del *Canadá* de unos 90 piés: el de *Italia* ó *piramdal*, y otros mas ó menos corpulentos. La madera del negro es mejor que la del blanco. Las especies *Trémulo* ó *Temblon, Balsamífero* y el de *hojas diversas*, son mas bien variedades en cuanto á la utilidad de la madera. Abunda por toda España y en la mayor parte de los paises de Europa. La madera del álamo se usa mucho en carpintería, tonelería, carretería, pisos y entramados. Es fácil de trabajar y de bastante duracion. El negro es el mejor: el Trémulo el mas á propósito para paseos. Se le dá este nombre porque los peciolos están comprimidos en su base, haciendo temblar las hojas.						
ALBARICOQUERO.						
Armeniaca vulgaris (Jusieu). Prunus armeniaca (Lineo). Familia de las *Rosáceas* (**Icosandria monoginia**).						
Es oriundo de la América y de mediano grandor. Hay algunas variedades y todas se dan en España. La madera se usa para muebles.	0,77					

	Peso específico.	RESISTENCIA á la compresion.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
ALCORNOQUE { Quercus Suber (Lineo). Suber (Tournefort). Familia de las *Amentáceas* (**Monoecia poliandria**). Es árbol mas corpulento que la encina, y tiene la propiedad de no morir cuando se le descorteza á tiempo: antes bien parece que lo necesita al formarse otra corteza debajo de la primera que la empuja y hace caer. Su madera es muy dura y se puede usar en las construcciones. La corteza sirve para asientos, tapones, nadadores, etc.; y en la medicina se usa como astringente, siendo buena contra la disentería y erisipela.	La corteza 0,24					
ALERCE. Especie de pino, cuya diferencia, entre todas las demás especies, consiste en que sus hojas son péndulas y obtusas formando flecos. Hay de ellas dos variedades, que son el *Pino alerce* Europeo, y el *Cedro del Líbano*. La madera es excelente, en particular para los usos de la marina.	0,57	»	640	90000	$\frac{1}{520}$ = 0,00192	173
ALGARROBO. Ceratonia Silicua (L.) Familia de las *Leguminosas* Clase *Peripetalia* de Jusieu (**Pentandria monoginia**). El árbol es de 2.° órden y el tronco escabroso; la madera dura é incorruptible. Su vida pasa de 200 años. La madera se usa en instrumentos de agricultura. La fruta es comestible, dulce, espectorante, y dulcifica los humores.	0,62	»	1400			
ALISO. Alyssum... (Lineo). Familia de las *Crucíferas* (**Tetrandria silicuosa**). Las especies son varias, y la de que se toma nota parece sea la *sexatil.* Es árbol de mediana magnitud, de corteza lisa, color pardo oscuro; hojas anchas, redondeadas y vizcosas al tacto. La madera es ligera y correosa. Se conserva bien dentro del agua. Sirve para escultura, tornería y muebles.	0,51	»	1000	110800	$\frac{1}{1000}$ = 0,001	111
Hay otro de peso.	0,80					
ALMENDRO. Amigdalus Communis (L.) Familia de las *Rosáceas* Clase *Peripetalia* de Jusieu (**Icosandria monoginia**). La madera es excelente para ebanistería y tornería.	0,11					

	Peso específico.	RESISTENCIA á la compresion.	á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
El aceite de las almendras dulces es nutritivo, emoliente y relaxante. Se usa en los cólicos, calenturas y tos. El de las amargas es espelente y diurético. Sirve tambien en los cólicos y dolores nefríticos.						
EL MELOCOTONERO Ó DURAZNO (*Amigdalus Pérsica*) tiene todas las aserraduras de sus hojas agudas; las flores sentadas y solitarias y la nuez surcada en forma de redecilla, y punteada con agujeros pequeños. La madera es veteada y rosácea; muy dura y capaz del mejor pulimento.						
ALMEZ, *ó Loto de los antiguos.* CELTI ASUSTRALIS (Lineo). Familia de las *Amentáceas* (**Pentandria diginia**).						
El árbol se eleva hasta 50 piés. Su madera es muy dura. Se emplea en carretería, y particularmente en ejes por la cualidad de su dureza. *Nota.* De mas de 30 especies que existen esta es la sola que se cultiva en Europa.						
ARCE. ACER CAMPESTRIS (Lineo). Familia de las *Auríneas* (**Octandria monoginia**).						
El tronco es muy duro y se eleva de 24 á 30 piés. La madera es dura y compacta homogénea, blanca ó amarilla, susceptible de pulimento. Sirve su madera para ebanistería y tornería, y aun para instrumentos delicados de música como guitarras, pianos, etc. De su tronco se saca por incision un jugo de que se hace azúcar muy estimada en medicina. *Nota.* Hay varias especies y mas de 30 variedades. El Sicomoro de que se habla despues es una de ellas.	0,66 á 0,75	»	1332	102100	$\frac{1}{909}$ = 0,0011	116
AVELLANO. CORYLUS { AVELLANO / COLURNA } (L) Familia de las *Amentáceas* (**Monoecia poliandria**).						
El último es árbol piramidal de 40 á 50 piés, corteza blanquizca; hojas grandes como matizadas; y las avellanas pequeñas, aplastadas y poco suculentas.	0,99	»	1120			
BOJ. BUXUS SEMPER-VIRENS (Lineo). Familia de las *Euforbiáceas* (**Monoecia tetrandria**).						
Arbusto de madera pequeña y dura. Hay tambien árboles de un pié de diámetro	1,33	»	600 á 1400			

	Peso específico.	RESISTENCIA á la compresion.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad. E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
y 30 de altura. La madera es jaspeada, amarilla, veteada y fácil de pulimentar. El boj se emplea en reglas y escuadras para delinear, en la tornería, y para cajas de tabaco. Como leña produce fuego mas intenso que cualquiera otra. La planta se recorta y hace con ella caprichosas figuras en los jardines.						
El cocimiento del leño es sudorífico; las hojas son purgantes y espelentes.						
CAOBA. SWIETENIA MAHAGONI (Lineo). Familia de las *Terebintáceas* (**Dodecandria monoginia**).						
Arbol corpulento, (pues llega hasta 6 y 7 pies de diámetro) cuya madera, dura y hermosamente veteada, es entre todas la mas estimada para muebles y demás obras de ebanistería. Abunda en las Antillas. La mejor es la llamada de caracolillo.						
La de España...........	0,66		600 en término medio.			
La de Honduras	0,56					
La de Cuba	0,85					
Sirve especialmente la madera para todos los trabajos de ebanistería. Se usa tambien para carruajes y cureñas.						
CARPINO (véase **Hojaranzo**).						
CASTAÑO FAGUS CASTANEA (Lineo). Familia de las *Amentáceas* (**Monoecia poliandria**).						
Arbol muy corpulento y ramoso. Su madera es bastante parecida á la del roble, aunque mas baja de color. Abunda en las provincias del norte.	0,87 á 1,10	»	600 á 1300			
Se emplea la madera ventajosamente en las construcciones, carpintería y tonelería. Dura muchos años sin alterarse						
Nota. El castaño de Indias (Aesculus Indica de Lin.) es parecido al anterior; excelente para paseos. Su madera es blanca y quebradiza, aunque bastante dura. Sus hojas son digitadas.						
CEDRO. PINUS CEDRO (Lineo) ó Cedro grande del Libano. Familia de las *Coníferas* (**Monoecia monodelfia**).						
La madera es rosácea, porosa, dura y fácil de trabajar. Es muy apreciada para diferentes usos.	0,60	»	820	90000		
	El de América.					
	0,56	»	350	»	$\frac{1}{520}$ = 0,00192	173
En la Europa meridional se cria el Cedro llamado *Oxicedro* del género *Juníperus* (Enebro) y el Thurifera. Ambos abundan en España.						
El corpulento Cedro del Líbano pudiera habitar en España á poca costa y con grandes ventajas, sembrando los piñones en terrenos pedregosos, altos y frios.						

	Peso específico.	RESISTENCIA á la compresion.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
Se usa en construcciones, muebles é instrumentos.						
CEREZO. CERASUS (de Jussieu). PRUNUS CERASUS (Lineo). Familia de las *Rosáceas* (**Icosandria monoginia**).						
Género el del *Albaricoque*.						
Especies: del *Prunus Cerasus* hay algunas variedades en concepto de Lineo, especies distintas de las de Jussieu y Decandolle, como el *Padus*, árbol de primer órden, fruto rojo ó negro no comestible, hojas desnudas, con dos glándulas y flores racimosas: el *Caroliniana*, árbol de 40 á 50 piés, hojas persistentes, ahovado-lanceoladas y finamente dentadas; el *Virginia* de 80 á 100 piés, ramos rojos, puntuados de blanco, hojas ovales, lanceoladas y dentadas.	0,72	•	400			
La madera difiere poco en todas estas especies; es dura, rojo-clara y compacta.						
Sirve la madera para muebles, instrumentos y algunos otros objetos finos.						
Los frutos encarnados del Padus son refrigerantes y se usan en las calenturas.						
CIPRES. CUPRESUS SEMPER VIRENS (L.) Familia de las *Coníferas* (**Monoecia adelfia**).						
Arbol en forma piramidal, bastante corpulento, y de madera fuerte y resistente á todas las temperaturas.	0,64	•	430			
El ciprés que se conoce con el específico de *macho*, tiene las ramas esparcidas, y su madera es mejor.						
Hay otras especies, la *Dística*, *Thyoides*. *Juniperoides*, y *Japonia* que difieren poco de las anteriores.						
La madera la aprecian mucho los torneros, carpinteros y ebanistas.						
Las piñas son astrigentes y se usan en la hernia y diarrea.						
CIRUELO. PRUNUS DOMESTICA (Lineo). Familia de las *Rosáceas* (**Icosandria monoginia**).						
Lineo toma por variedades todas las diferentes clases de ciroleros que existen, pero Duhamel en su tratado de árboles frutales, y el diccionario general de agricultura las trata como especies distintas (llegando á 41), cuyos frutos, la mayor parte comestibles, maduran desde Julio á Octubre.	0,79	•	850			
La madera de todas ellas es con corta diferencia de igual calidad, dura y con venas rojas en la especie descrita. El árbol es mediano.						

	Peso específico.	RESISTENCIA á la compresion.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
Se emplea la madera en obras de ebanistería. Para que no pierda su color rojizo se la hierve en legía de ceniza ó agua de cal. El fruto laxa y purga ligeramente.						
EBANO. EBENUS CRETEA (Lineo.) Familia de las *leguminosas* (**Diadelfia decandria**).						
Arbol pequeño, de madera muy dura y pesada, fina, negra y capaz del mejor pulimento. Hay diversas variedades. El *negro de Portugal* tiene vetas amarillas muy vistosas. Existe en la familia de los *Guayacos* el *Diospyros Ebenum* que produce el ébano del comercio. Abunda en Filipinas y al medio dia de Europa. Es muy apreciada esta madera para la ebanistería é instrumentos de música.	1,14					
ENCINA. QUERCUS ILEX (Lineo). Familia de las *Amentáceas* (**Monoecia poliandria**).						
Abunda en Europa y en particular en España, donde hay muchas variedades de iguales propiedades. Arbol de bastante altura, de madera fuerte, algo oscura con el grano grueso. Algunas variedades echan las ramas derechas, pero ni estas ni el tronco suben tanto como las del roble. La bellota es en algunas tan dulce como la castaña.						
La encina de España verde	1,11	380	800		$\frac{1}{400}$ =	
ordinaria	1,14	390	800	92000	0,0025	230
seca.	0,86	400	700			
Se emplea la madera en carretería, carpintería y construcciones. Dura mucho á la intemperie y debajo del agua.						
ENEBRO. JUNIPERUS { THURIFERA (Lineo) HISPANICA (Lamark) Familia de las *Coníferas* (**Dioecia monodelfia**).						
La madera es muy olorosa y de ella se saca incienso. El árbol crece hasta 25 á 30 piés. Las especies *Virginiana* y *Bermudiana*, bastante parecidas á la Hispánica, dan enebros de 30 a 50 piés. La Bermudiana no es piramidal. La madera pulimentada se usa en obras de lujo.						

	Peso específico.	Resistencia á la compresion.	Resistencia á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
FRESNO. Fraxinus, Excelsior (Lineo). Familia de las *Jazmíneas* (Planta polígama dióica) (**Diandria monoginia.**)					$\frac{1}{885}$ =	
Arbol de 60 á 90 piés y 9 de circunferencia: madera correosa, blanca, veteada, longitudinal y difícil de pulimentar. En este árbol suelen posarse las cantáridas. Hay algunas especies mas y variedades, entre las cuales es la mejor la *Americana* de Michel, cuyo tallo llega á 80 piés. Su madera es aun mejor que la del excelsior, y su peso específico 0,84. Se emplea la madera en las piezas grandes de carretería, en martinetes, escaleras etc.: y serviria para construcciones. Las hojas y corteza son amargas, acres, vulnerarias, diuréticas y febrífugas. La semilla es aromática.	0,75 á 0,84	» »	800 á 1200	112000	0,00113	127
GUAYACO. Guayacum Oficinalis (L.). Familia de los *guayacos ó ebenáceas* (**Decandria monoginia**).						
Arbol de primer órden cuya madera es amarilla que tira á negro, y muy dura. Abunda en América y Filipinas. De la madera se hacen poleas, dientes de ruedas y muebles. El aserrin de guayaco se usa en medicina para la rábia, el asma y vicio sifilítico.	1,33					
HAYA. Fagus Sylvatica (Lineo). Familia de las *Amentáceas* (**Monoecia poliandria**).					$\frac{1}{417}$ =	
Arbol de 90 á 100 piés. La madera, blanco rojiza. es poco mas dura que la del roble, aunque menos elástica. Se extrae del fruto un aceite que sirve para alumbrar y aun para la cocina. Se emplea la madera en tornillos, carpintería, carretería y aun en construcciones.	0,85	»	800 á 1000	98000	0,0024	235
HOJARANZO. Carpinus. Betulus. (L.). Familia de las *Amentáceas* (**Monoecia poliandria**).					$\frac{1}{833}$ =	
Arbol de 40 piés, de madera blanca y dura. Hay 5 especies y variedades. Sirve para palizadas y entramados.	0,82	»	1450	108600	0,0012	128
CHOPO. (véase **Alamo negro**).						
LAUREL. Laurus Nobilis (Lineo). Familia de las *Laurineas* (**Eneandria monoginia**).						

	Peso específico.	RESISTENCIA á la compresion.	á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
puesto de dos ó tres vástagos, de corteza verde oscura. La madera es fuerte y flexible. Las drupas y hojas son algo acres, aromáticas, espelentes y resolventes.						
LIMON { CITRUS MEDICA (Lineo). LIMON VULGARIS (Tournefort). Familia de las *Aurancias ó Hesperídeas* (**Poliadelfia poliandria**).						
Arbol pequeño, de madera bastante dura, que se usa en obras finas y modelos. La corteza del fruto es espelente y estomática. La pulpa refrigerante y diurética.	0,60	»	660			
MANZANO { PIRUS MALUS (Lineo). MALUS (Tournefort y Jussieu). Familia de las *Rosáceas* (**Icosandria pentaginia**).						
Se emplea la madera en obras finas. El zumo de la camuesa es refrigerante y tónico: se usa en las calenturas.	0,73	»	700			
MORAL. MORUS { ALBA (Morera) NIGRA } (L.). Familia de las *Artocarpeas* (**Monoecia tetrandria**).						
La especie *Alba* en particular y las variedades *Itálica*, *Sinensis*. *Lúcida y Tartárica*, tienen gran aprecio en la industria y el comercio por ser el alimento de los gusanos de seda. Sirve la madera para muebles. El fruto agridulce es refrigerante y corroborante; se usa en las calenturas pútridas y en la angina.						
MIMBRE. SALIS VIRMINALIS (Lineo). Familia de las *Amentáceas* (**Dioecia decandria**).						
Las varitas (mimbres) son muy flexibles, y de sus propiedades participan otras varias especies como la de *Cabres*, el *Repente ó Rastrero* y el *Arenaria*. Las varas ó mimbres sirven para cestas cestones, faginas, cuerdas, etc.	0,54	»	1000			
NARANJO. CITRUS AURANTIUM (Lineo). Familia de las *Hesperídeas* (**Poliadelfia poliandria**).						
Sirve la madera para la ebanistería. Las hojas y corteza del fruto son tónicas, corroborantes y espelentes, y se usan en las convulsiones histéricas y en el escorbuto.	0,71	»	1100			

	Peso específico.	RESISTENCIA á la compresion.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
NOGAL. JUGLANS REGIA ó VULGARIS (L) Familia de las *Terebintáceas.* (**Monoecia poliandria.**) La madera de esta especie, la de la *Cinérea* y *Nigra*, son muy estimadas por su dureza y hermosura, capaces del mas bello pulimento. Estan veteadas mas ó menos caprichosamente. Se usa casi exclusivamente en la ebanistería y aun en la carpintería. Tambien se hacen con ella cajas de fusil á falta de Olmo, Encina, etc. La almendra es muy buena para arrojar la Tenia. La corteza del fruto es espelente y narcótica.	0,67 y 0,65	En sentido de las fibras 453 perpendicularmente á ellas 200	980	26000 Torsion $t = 7390$	0,00377 $T = 372$	98
NOGAL DE BÉLGICA	0,59	350 150	980	31250 Torsion $t = 5890$	0,00313 $T = 205$	98
OLIVO. OLEA EUROPEA (Lineo). Familia de las *Jazmíneas.* (**Diandria monoginia**). Hay muchas variedades de esta especie, y todas abundan en España. De entre ellas publicó en 1833 el sábio agrónomo Don Francisco Martinez Robles una descripcion de las 16 variedades que reconoció en Torredonjimeno y Pinos de la Puente; las cuales dedicó á personas científicas y dignas de este honor. La madera en general es bastante dura, flexible y resiste al agua y diferentes temperaturas. Se emplea en carpintería para instrumentos y herramientas. En Palma hacen botes con ella. La corteza y hojas son amargas y astringentes. El aceite sirve en los cólicos, dolores de costado, reumáticos y nefríticos, siendo, además, de gran efecto contra el veneno, los pujos y la rabia. El **Acebuche** es el Olivo silvestre, de que hay abundancia en los bosques de España. Tiene las hojas duras y blanquecinas por debajo. Su madera, idéntica á la del O. Europeo, sirve tambien para el tornero, carpintero y ebanista.	0,91					
OLMO. ULMUS { CAMPESTRIS. .... / RUBRA. .... } (Lineo).	0,54 0,80	» »	900 á 1000	97000	$\frac{1}{414} =$ 0,0024	233
Familia de las *Amentáceas.* (**Pentaginia diginia**). Existen algunas variedades de la especie Campestris como la *Vulgaris* de hojas largas y rudas: la *Stricta* de hojas de un						

	Peso específico.	RESISTENCIA á la compresion.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad. E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
variegata de hojas largas: la *Latiflora* de hojas menos largas y lanceoladas (Olmo como tilo): y la *Mediolina* de hojas pequeñas y fibras de la madera contorneadas (Olmo encorvado ó torcido.) La madera es generalmente dura y flexible: la del Olmo vulgar ó comun, que es la mas abundante, tiene de 60 á 75 pies y 12 á 15 de circunferencia en el tronco; es de color amarillo rosado, con vetas algo mas oscuras; generalmente la suele atacar un insecto llamado *Bombyx cossus* de 2 á 3 pulgadas de largo, que penetra hasta matar el árbol. Se suele confundir vulgarmente el *Olmo* con el *Alamo*, pero son diferentes uno de otro aunque de igual familia y tribu. Se usa la madera en carretería, instrumentos de labranza, bombas y demás piezas destinadas á trabajar debajo del agua. Es buena tambien para construcciones y pilotes. La corteza media del tronco es astringente y vulneraria, sirviendo admirablemente para las quemaduras y la sarna. La raiz se usa tambien en las calenturas intermitentes.						
PERAL. PYRUS COMUNIS (Lineo). Familia de las *Rosáceas.* (**Icosandria pentaginia**).						
Arbol de altura varia, y madera fuerte y blanca que tira á rojo. Sirve la madera para muebles, instrumentos y máquinas.	0,60	»	600 á 690			
PINABETE.						
Variedad del *Abeto*, del que se distingue por su corteza de un pardo mas oscuro, y sus hojas estrechas, bastante cortas, ásperas, punzantes y dispuestas al rededor de un hilo comun; por lo que forman todas juntas una especie de escobilla cilíndrica. Este árbol no dá trementina, pero de su corteza sale un jugo craso ó resina que se espesa y forma pez. Para iguales usos que el Abeto.	0,56	118	930			
PINO. PINUS { SILVESTRIS (rojo)......	0,66	500	900	56620	$\frac{1}{346}$ = 0,0029	164
PINO. PINUS { PINEA (Albar ó blanco).	0,54	450	800	150,000	$\frac{1}{476}$ = 0,0021	345
Familia de las *Coníferas*.	El pino blanco de América.					
(**Monoecia monadelfia**).	»	118	760			
	El inglés.					
Hay otras varias especies de pino. Entre ellas el Negral ó Aznacho, de que son variedades el *Silvestre*, el de *Escocia*, de	»	130	860			

	Peso específico.	Resistencia á la compresion.	Resistencia á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
Ríga, de *Rusia*, de *Ginebra* de *Haguenau*, el *Melis* y el del *Pirineo*. Todas ellas producen excelente madera para las construcciones. De la especie *Drucel*, de ramas tendidas, se sacan tablones para prensas y vigas para molinos, pues su madera, blanca y poco resinosa, es bastante flexible. Las maderas del pino se usan en todas las construcciones. Son fáciles de trabajar y duran tanto como acreditan las usadas en la Alhambra. De todas las especies se saca, generalmente por incision, una resina que es de suma utilidad. Los cogollos del Silvestre son anti-escorbúticos. Los piñones del Pinea son los mas comestibles, y se usan en la estrangurria.						
PLATANO (*) Platanus { Orientalis.. }	0,65					
Platanus { Occidentalis } (Lineo).....	«	»	840			
Familia de las *Amentáceas*. (**Monoecia poliandria**). El Platáno oriental, procedente del Asia, crece hasta mas de 60 pies; y su madera, mas dura que la del Occidental, procedente de América, no es atacada por gusanos. La madera se emplea con ventaja en la carpintería, y construcciones de puertas, ventanas y pisos.						
QUEJIGO. Quercus muricata (Lineo.) Familia de las *Amentáceas*. (**Monoecia poliandria**). Arbol del tamaño casi de la Encina y Roble, que se produce con facilidad en casi todos los terrenos arcillosos. Su madera tiene iguales propiedades que las de la propia Encina ó Roble.						
ROBLE. Quercus robur (Lineo). Familia de las *Amentáceas* (**Monoecia poliandria**.) Arbol corpulento, derecho en los terrenos que le convienen, de madera muy dura y grano mas fino que el de la Encina. La bellota, larga y delgada, es buena para nu-	» 0,93	» 400	600 á 800 El inglés. 1300	120.000	$\frac{1}{600}$ = 0,0017	204

(*) No se confunda con el Plátano de los trópicos, cuyo género es el *Musa*, familia de las *Musáceas ó Escitamíneas*: plantas monocotilédones, apétalas, cuyo peciolo imbricado de las hojas forma el tallo ó tronco. Una de sus especies produce el *Abacá*; fibra preciosa que sustituye al cáñamo, y una de las primeras riquezas de Filipinas.

	Peso específico.	RESISTENCIA á la compresion.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
	k	k	k	k	m	k
trir el ganado. Abunda mas en los paises del norte que en los del medio-dia. La madera es excelente para toda clase de construcciones y resiste y dura mucho en todos los medios. La corteza, capullos y bellota son estíticos y buenos para la diarrea. Se usa tambien para curtir cueros.						
SAUCE. SALIX ALBA (Lineo). Familia de las *Amentáceas.* (**Dioecia diandria.**)						
Arbol de 40 á 50 pies, cuya madera bastante dura y flexible, es blanca y de grano fino. Hay muchas especies; 3 con hojas aserradas y vellosas: 8 con hojas enteras y vellosas: 3 con hojas lampiñas y enterísimas y 16 con hojas lampiñas y aserradas: El *Blanco* es el que produce mejor madera. Todas las especies de este género se parecen bastante y son difíciles de distinguir inmediatamente. Un suelo diferente produce distintas variedades. Se usa la madera en particular para todos los objetos de tonelería y carpintería. Las hojas son amargas y anti-sifilíticas. Se usan tambien en la disentería. La corteza es buena para las calenturas intermitentes.	0,58	»	790			
SERBAL. SORBUS { DOMESTICA / AUCUPARIA } Lineo. Familia de las *Rosáceas.* (**Icosandria triginia**).						
El primero crece hasta 60 pies y el segundo de 35 á 40. La madera de ambos es tenaz y muy estimada para varios usos. El Cratego Aria ó Serbal Aria, es el que vulgarmente se llama *Mortajo*, y por otros *Espino*. Su madera es idéntica á la del Serbal. Pertenece á la misma clase, órden Diginia y género Crategus. Sus hojas son ahovadas, aserradas y tomentosas por debajo. La madera es excelente para escultura y tornería, obras finas y modelos de máquinas y de fundicion. El fruto verde del doméstico es astringente, corroborante y útil en los flatos. El del Aucuparia es útil para las almorranas.	0,91	»	900			
SICOMORO.						
Variedad del ACER CAMPESTRIS. En algunas partes se llama *Acer grande.*	0,64	»	930	116380	$\frac{1}{1000}$ = 0,001	116

	Peso especí-fico.	RESISTENCIA á la compre-sion.	RESISTENCIA á la tension ó sea coefi-ciente de cohesion R	Coe-ficiente ó módulo de elas-ticidad E	Límite de elas-ticidad.	Carga cor-respon diente á este límite.
Es árbol alto y de hermoso aspecto. Su madera blanca, veteada, compacta y fácil de pulimentar. De su tronco se saca, lo mismo que del Campestre, una miel que se convierte despues en azucar. Se multiplica por la semilla. Se emplea la madera en tornería, carpintería, carretería, escultura, armeros, instrumentos de música y principalmente para hacer violines.	k	k	k	k	m	k
TEJO. TAXUS BACCATUS (Lineo). Familia de las *Coníferas.* (**Dioecia monodelfia**).						
La madera es dura, rojiza y venosa. Se talla fácilmente y recibe pulimento. Sirve generalmente para muebles.	0,80	»	580			
TILO. TILIA { EUROPEA / AMERICANA } (Lineo.) Familia de las *Tiliáceas.* (**Poliandria monoginia**).						
El Tilo de Europa tiene la corteza parda y bastante lisa, las hojas anchas, redondas por el cabo y agudas por la punta. Las flores blancas, compuestas de muchos pétalos separados. El árbol es grande y hermoso, y toma todas las figuras que se le quieran dar. Su madera ligera y blanquecina. Sirve esta para muebles, tablas y palos cortos de barcos por su poco peso. El de Europa tiene las flores anodinas y anti-espasmódicas, usándose tambien en los vértigos y epilepsia.	0,60					

MADERAS DE FILIPINAS Y LAS ANTILLAS.

Las muchas maderas que existen en las Islas Filipinas, de Cuba y Puerto-Rico, la mayor parte de construccion y casi todas útiles para diversos ramos industriales, y lo poco ó nada conocidas que son en cuanto á sus cualidades resistentes para la multitud de aplicaciones á que dan lugar las artes en países donde se puede decir son las maderas uno de sus principales elementos de prosperidad y riqueza, fueron motivos suficientes para obligarme á la ejecucion de un trabajo bastante ímprobo, pero de mucha utilidad, analizando y experimentando con el mayor esmero posible todos los ejemplares que pude conseguir de estas maderas, cortadas en diferentes puntos de dichas islas, y dejándolas secar hasta un año despues, á fin de tenerlas en el momento de los experimentos tan saneadas por lo menos como lo están cuando se emplean en las construcciones más delicadas.

La circunstancia de no haberse podido acompañar á muchos de los troncos que pude obtener de ellos las ramas con flores y frutos, sin haber tampoco tenido ocasion de verificar más que varios reconocimientos en el campo, ha sido causa de

no poderse clasificar las diferentes especies de árboles, de que solo se anotan algunas descripciones generales y los nombres genéricos y de familias en los ejemplares examinados y otros que son más conocidos: en algunos de los cuales queda dudoso el género ó la especie, por no tener datos suficientes á su investigacion y aun el tamaño del árbol, por ser diferentes las apreciaciones de los prácticos ó no saber decir otra cosa respecto de ello (y aun con duda) que la elevacion ó robustez comparativas. Para completar este trabajo de clasificacion hubiera sido preciso dedicarse exclusivamente á ello durante mucho tiempo en comision especial, que no era conciliable con mi destino y ocupaciones no menos importantes. No he podido, en consecuencia, hacer otra cosa que lo que aparece en las tablas presentes; que así, no obstante, las creo suficientes al conocimiento de las maderas en sus aplicaciones mecánicas.

Se emplearon para la resistencia á la presion cubos de 1^{c2} y 4^{c2} de base, dispuestos como expresan las tablas, en sentido de las fibras y perpendicularmente á ellas: hallando en el último caso experimentalmente, para las de Cuba la resistencia media, á mas de la que corresponde al aplastamiento.

Para la flexion se usaron prismas de $0^m,70$ á 1^m por 1^{c2} de seccion, colocados sobre dos apoyos distantes entre sí $0^m,50$. Se determinaron de este modo la flecha f producida por el peso constante $\Pi = 1^k$, colgado en el punto medio, y la φ por el peso variable P que en cada ejemplar produjo la rotura. Estas flechas se midieron con bastante exactitud por medio de una regla metálica vertical, dividida en milímetros, y fija á otra horizontal en contacto con la pieza experimentada.

Como las flexiones para este caso eran poco sensibles pudiendo sin inconveniente alguno suponer que el eje neutro de las fibras invariables coincidia con el de inercia ó el del centro de gravedad de la pieza, fué posible hacer uso de la fórmula de la resistencia á la flexion

$$E = \frac{\Pi\, c^3}{4 f b^4} \quad \text{reducida á la} \quad E = \frac{31250}{f}$$

despues de poner en ella $\Pi = 1^k$, $b = 1^c$, y $c = 50^c$: con lo cual se hallaron los diversos coeficientes de elasticidad E de las tablas.

El límite de elasticidad de los cuerpos, es un número á que en las maderas rara vez se llega con exactitud por la diferente constitucion y distinta naturaleza del tejido vascular de las mismas, aun las correspondientes á una rama, cuanto más de un árbol á otro: sucediendo que los ejemplares sacados de un solo tronco se hallan más ó menos cargados de vasos tráqueos, irregularmente dispuestos y de diferente paso de hélice que hace tan diversa su elasticidad. La materia medular, además, tampoco se presenta igualmente compacta, ni en cantidad y uniformidad constantes, por lo que, siendo la resistencia variable, ceden unos ejemplares de igual madera antes que otros, llegando más prontamente con menos carga al límite de elasticidad. El peso que en este caso requiere cada experimento, dá resultados tan distantes entre sí para el límite buscado e, que no es posible, aun tomando el término medio de muchos, quedar satisfecho de dicho valor por escrupulosa y esmerada que haya sido la observacion.

En este concepto, y pues que el límite de elasticidad, por lo que se sabe de numerosos experimentos con varias clases de maderas, no exige una carga que esceda de $\frac{1}{3}$ ó baje de $\frac{1}{5}$ de la fuerza de coesion R, si tomamos para todos los casos (cualquiera que sea la clase de madera) $\frac{1}{10}$ R para el límite de la carga en práctica, podemos estar seguros de no haber alterado el de elasticidad; ó bien que la variacion de longitud que se habrá producido en la pieza sometida á dicho esfuerzo, será siempre igual ó permanente, mucho más si la madera está seca ó saneada.

Fundado en esto no he juzgado preciso hallar experimentalmente la carga que

determinase dicho límite de elasticidad, que tan errónea hubiera sido para cada clase de madera; concretándome á indicar por la fuerza absoluta de las piezas la fraccion que exprese la elasticidad á que con toda seguridad se puede llegar en la práctica de las construcciones, tal como lo indica la columna 5.ª

Para la resistencia á la tension se adelgazaron en su parte central los anteriores prismas, hasta quedar reducido cada uno á un lado de 5 milímetros, presentando una seccion de 25 milímetros cuadrados; y asi dispuesto se estiraron por medio de la palanca hasta la rotura, que nos dió el valor de R de las tablas, término medio de varios experimentos por cada ejemplar.

Si valiéndonos de los valores hallados en la flexion φ, correspondiente al peso de rotura P, los hubiéramos sustituido en la fórmula

$$R=\frac{3\,P\,c\left(1+\frac{6\,\varphi^2}{c^2}\right)}{2\,b^3} \qquad (a)$$

de la fuerza de cohesion, reducida á la $R=75\,P\,(1+0{,}0024\,\varphi^2)$ por los valores de $c=50^c$ y $b=1^c$, los resultados hubieran sido, como no podrian menos de ser, distintos que los hallados directamente; no solo por la variable constitucion de las maderas y diferente resistencia de cada una de sus fibras, sino porque esta fórmula está deducida bajo la hipótesis de coincidir en todas las maderas el eje neutro con el de inercia de la pieza: lo que no es teórica ni prácticamente exacto, en particular desde que la flexion pasa el límite de elasticidad.

Y en efecto, si en la ecuacion $RM=R'M'$, que expresa el equilibrio entre los momentos de tension y presion de las fibras que se alargan y acortan, fuese $M=M'$ (lo que supone que coinciden los ejes de inercia y neutro), se deberia tener igualmente $R=R'$: resultado que no se verifica para ninguna pieza, puesto que los coeficientes de dilatacion y compresion en sentido de las fibras son siempre muy diferentes. Asi, pues, la ecuacion (a) solo nos daría para R, bajo la hipótesis antedicha, valores aproximados, y tanto más distantes de la verdad para las resistencias de cohesion $P\,c$ de las diversas piezas sometidas á la flexion, cuanto que las maderas ofrecen, como ya se ha dicho, poca uniformidad en el tejido, direccion, magnitud de las fibras y resistencia de estas en union de la sustancia medular: á mas que, desde el eje neutro hasta la cara convexa, la curvatura de dichas fibras, lejos de ser igual para todas, es completamente distinta, y por consiguiente su tension.

No es extraño, por tanto, que desde que ha pasado el límite de elasticidad, cese la proporcionalidad entre el peso de carga y la flecha, resultando valores tan diversos para la fractura que no corresponden con los de la fórmula.

Buscando el eje de las fibras invariables, y hallando con relacion á él los momentos de tension y presion respectivos por efecto de la flexion, se llegaría á una fórmula más exacta, si bien todavía no se podrian estimar los valores que se produjeran para la cohesion con igual satisfaccion que los hallados directamente entre varios de los experimentados por cada pieza.

Para los experimentos de presion y tension se usaron palancas de segundo órden divididas en centímetros; una de 59 libras$=27^k{,}37$ de peso, $13^d{,}4$ la longitud el brazo mayor, 1^d el menor, y $12^d{,}91$ el brazo de palanca desde su centro de gravedad, que dá de potencia por su solo peso 353^k; y otra de $8^k{,}97$ con el centro de gravedad á $6^k{,}05$ del punto de apoyo, que dió para el momento 54^k, igual á la accion de la palanca. Ambas cantidades se agregaron respectivamente á las que indicaban los experimentos hechos de las maderas con cada una de estas palancas; y en la tension, además, se aumentaron 2^k por el peso del cepo y ganchos que suspendian la fuerza.

Para la torsion se empleó una rueda graduada, de $0^m,3$ de rádio, y prismas de 1^{c2} por 50^c de claro ó luz, desde los empotramientos, contorneada aquella por un círculo graduado de metal, y fijo en la muñonera el índice indicador de los ángulos. En su canto llevaba una garganta por donde pasaba un cordel que, subiendo verticalmente, y pasando por una roldana, tenia suspendido el peso constante $\frac{1}{2}$ kilóg. para el ángulo de torsion t, agregándole el variable P por el de máxima torsion T. El eje de la rueda era cilíndrico exteriormente y prismático en sentido de su eje de 1^{c2} de seccion para incrustar en él los ejemplares que se experimentaban.

El ángulo de torsion, ó más bien su arco, se sustituyó en la fórmula $t = \frac{6 \Pi c l}{\theta b^4}$ y el peso de rotura ó máxima torsion en la $T = \frac{3\sqrt{2}\,P\,l}{b^3}$ reducidas á las siguientes, despues de hacer en ellas $\Pi = 0^k,5$ » $c = 50^c$, » l = rádio de la rueda ó brazo de palanca aplicada $= 30^c$ » $b = 1^c$

$$t = \frac{4500}{\theta} \quad » \quad T = 127,28\,P$$

NOTA. Con el fin de obtener más facilidad en las aplicaciones, y sin distancia apreciable de la verdad, se ha procurado redondear los números relativos á los coeficientes $\frac{1}{10}R$, E, t y $\frac{1}{10}T$, segregando ó agregando una fraccion de unidad y decena en los dos últimos, segun que la cifra extrema dada por el esperimento no llegaba ó pasaba de 5; dejando dos ceros á los coeficientes de elasticidad, bajo el mismo principio de no llegar ó pasar de 50 las unidades de decena. Asi en la Baria, por ejemplo, en vez de poner

$\frac{1}{10}R = 69,6$ » $t = 9938$ » $\frac{1}{10}T = 17,6$ y $E = 120192,7$

se han escrito los números 70 » 9940 » 18 y 120200.

1058. MADERAS DE FILIPINAS.

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especifico ó peso del decimetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $=\frac{1}{10}$ R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones
	k	k	k	m	k	k	k	k
ACRE. MIMOSA ACRE. Familia de las *Leguminosas*. (**Monadelfia dodecandria**). $f = 1^c,6$; $\varphi = 13^c$; $P = 4^k,78$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,1$ Arbol de 1er órden, cuya madera rojo-oscura-apagada, es de testura sólida, fibra ondeada, sin olor sensible. Rompe en astilla larga. Viruta, áspera y poco enroscada. Las hojas son dos veces aladas, y las hojuelas de unos 8 por 20 centímetros. Las ramas carecen de espinas. Se emplea en construcciones y en barcos. Abunda en todas las Islas.	1,12	1.° En sentido de las fibras 498 2.° perpendicularmente á ellas 340	490	$\frac{1}{1000} =$ 0,001	49	49130	140	14
ALACAC.	0,48	338 120	634	$\frac{1}{954} =$ 0,00105	63	60400	159	16
ALINTATAO. DIOSPYROS ¿PHILO-SHANTARA? Familia de las *Guayacáneas* ó *Ebenáceas*. (**Octandria monoginia**).* Hay algunas variedades, entre ellas el Lugon ó Ébano, el Sapote negro y el Camagon.	0,91	1.° 598 2.° 300	728	$\frac{1}{1600} =$ 0,0008	72,8	78600	159	16

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especific ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centimetro cuadrado	 á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $=\frac{1}{10}R$	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T fuerza absoluta.	 en las aplicaciones.
$f=1^c,3$; $\varphi=6^c\,3$; $P=6^k,21$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,25$	k	k	k	m	k	k	k	k
Arbol de unos 20m. Tronco de 8m por 0m,6 ó 0m,8 de diámetro. Madera rojiza, manchada de negro, fácil de un hermoso pulimento: textura igual y suave: fibras alargadas y comprimidas: poros menudos y poco visibles. Hojas alternas. Rompe en astilla corta. Su viruta es fina, algo enroscada y unida. Su principal uso en muebles finos, aunque tambien suele emplearse en armaduras. Abunda esta y demás especies en Luzon y Visayas.								
ALUPAG ó ALOPAI. EUPHORIA LITCHI Ó LECHIAS. Familia de las *Sapindáceas.* (**Octandria monoginia**). $f=0^c,3$; $\varphi=5^c$; $P=15^k,80$; $c=60^c$; $\Pi=1^k,4$								
Arbol que llega á ser de 2º órden. Madera amarillenta; textura fuerte y fina; fibras algo ondeadas; poros poco sensibles. Rompe en astilla larga, y su viruta es fina y enroscada. Se usa para postes. Es bastante abundante;	0,92	666 220	1242	$\frac{1}{1443}=$ 0,0007	124,2	179280	178,2	17,82
AMBOGUES ó AMOGUIS. CYRTOCARPA QUINQUESTILLA. Familia de las *Terebintáceas.* (**Decandria pentaginia**). $f=1^c,4$; $\varphi=9^c$, $P=5^k,6$ $c=68^c$; $\Pi=1^k$.								
Arbol de segundo órden. Tronco grueso. Hojas aladas con impar. Madera rojo-apagada, de fibra alargada, compacta, presentando poros y grietas de diferentes tamaños; textura sólida. Rompe á tronco. Su viruta es poco fina, unida y enroscada. Sufre mucho con el *anay* ó *comejen*. (Termitas órden Nevropteros): sin embargo, se usa mucho esta madera en tablazones. Abunda bastante.	0,97	338 220	572	$\frac{1}{1000}=$ 0,001	57,2	56362	165,5	16,55
ANINABLA ó ANINAPLA. ¿MIMOSA CORIARIA? Familia de las *leguminosas.* (**Monoecia dodecandria**). $f=1^c,2$; $\varphi=7^c$; $P=4^k,83$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,15$								
Arbol de seguddo órden de 10 á 12m. Madera rojiza, de fibra longitudinal, floja, y	0,59	340 146	493	$\frac{1}{1333}=$ 0,00075	49,3	65500	146,37	14,64

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $=\frac{1}{10}$ R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones.
	k	k	k	m	k	k	k	k
textura algo áspera, Rompe á tronco. Su viruta es áspera y muy enroscada. Cuando envejece la madera se hace de color negro. Se emplea en construcciones de casas y particularmente en la de barcos por su poco peso y mucha duracion.								
ANONANG. CORDIA SEBESTENA. Familia de las *Borragineas*. (**Pentandria monoginia**). $f=0^c,4$; $\varphi=4^c$; $P=8^k,28$; $c=60^c$; $\Pi=0^k,5$ Arbol de 10 á 11^m, cuyas hojas se llenan de gusanos haciendo creer á primera vista que tuvieran la propiedad de las moreras. Madera rojo-clara Rompe en astilla corta y limpia. Sirve la madera para tambores é instrumentos de música.	0,46	340 120	745	$\frac{1}{1942}=$ 0,0005	74,5	135000	64	6,4
ANTIPOLO. ARTOCARPUS INCISA. Familia de las *Urtíceas*, tribu de las *Artocarpeas*. (**Monoecia diandria**). $f=1^c$; $\varphi=10^c$; $P=5^k,52$; $c=68^c$; $\Pi=0^k,9$ Arbol de primer órden, que se eleva á mas de 20^m. Madera amarilla, ligera, algo esponjosa, preciosa para embarcaciones y en particular para canoas. Se usa tambien en pisos y máquinas. De la corteza del tronco sale una leche de la que se hace liga. Rompe en astilla corta. Su viruta es algo fina, compacta y enroscada.	0,41	286 70	564	$\frac{1}{1390}=$ 0,00072	56,4	78608	115	11,5
BALIBAGO. HIBISCUS TILIACEUS. Familia de las *Malváceas*. (**Monodelfia poliandria**). $f=0^c,5$; $\varphi=7$; $P=13^k,11$; $c=60^c$; $\Pi=1^k,3$ Arbolito de 1 á 2 brazas, cuyas hojas tienen de largo ½ pié. Su corteza tenacísima es buena para hacer cuerdas y papel. La de América (Majagua) la emplean para curtir pieles. Su madera puede usarse en la maquinaria. El carbon que de ella sale sirve para hacer pólvora.	0,46	616 200	1180	$\frac{1}{924}=$ 0,00108	118	108000	165	16,5
BALITI. (*Alamo de la Habana.*) FICUS INDICA. (**Monoecia triandria.**) $f=0^c,2$; $\varphi=6^c$; $P=14^k,95$; $c=60^c$; $\Pi=0^k,7$ Arbol que se hace de primer órden, cuya madera es de poco uso. Las extremida-	0,40	498 176	1345	$\frac{1}{2008}=$ 0,00049	134,5	270000	89,1	8,91

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especifico ó peso del decimetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $=\frac{1}{10}R$	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones.
	k	k	k	m	k	k	k	k
des de las ramas se alargan hasta tocar á tierra, donde prenden y se hacen nuevos árboles que abrazan y secan los que les dieron vida. Las raices machacadas curan feliz y maravillosamente toda clase de heridas. Rompe en astilla larga y fibrosa.								
BATICULIN. MILLINGTONIA CUADRIPINNATA. Familia de las *Bignoniáceas*. (**Didinamia angiospermia**). $f=2^c$; $\varphi=10^c$; $P=2^k,1$; $c=68^c$; $\Pi=0^k,9$ Arbol de 6^m á 8^m de alto y $0,^m4$ de diámetro. Madera blanquecino-amarillenta, muy limpia, olorosa y blanda: fibra entre médula esponjosa, alargada y ondeada. Se trabaja pronto y con facilidad, y sirve en especial para moldes de fundicion y para la escultura. Dura mucho tiempo sin corromperse ó dañarse. Abunda bastante. Rompe en astilla corta. Su viruta es áspera porosa y poco enroscada.	0,42	186 100	215	$\frac{1}{1818}=$ 0,00055	21,5	39200	114,5	11,45
BANABA. MUNCHAUTIA SPECIOSA. Familia de las *Litráricas*. (**Poliadelfa poliandria.**) $f=0^c,7$; $\varphi=7$; $P=5^k,06$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,3$ Arbol de 10^m á 12^m de altura dentro de los bosques y mas pequeño fuera de ellos; de hermosas flores encarnadas. Su madera es muy apreciada por su tenacidad para toda clase de obras, resistiendo bien á la intemperie y bajo el agua. Es rojo-apagado, con fibras longitudinales y comprimidas, poros alargados y cortos que presentan pequeñas grietas. Abunda en todas partes. Rompe en astilla corta, y la viruta es áspera, poco enroscada y porosa.	0,65	348 126	904	$\frac{1}{12\ 2}=$ 0,0008	90,4	112300	166	16,6
BANCAL. NAUCLEA GLABERRIMA. Familia de las *Rubiáceas*. (**Pentandria monoginia**). $f=1^c,2$: $\varphi=10^c,5$; $P=4^k,6$; $c=68^c$; $\Pi=0^k,6$ Arbol de hermosa apariencia por sus hojas ovaladas de $0^m,06$ por $0^m,12$ y por sus flores en cabezuela. Sube hasta 8^m y 10^m y su tronco hasta $0^m,7$ de diámetro. La madera, amarilla de oro y amarillo-verdosa, de fibra longitudinal y textura algo estoposa, es apreciada por su tenacidad y du-	0,58	220 66	470	$\frac{1}{1408}=$ 0,00071	47	65500	76,37	7,64

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $=\frac{1}{10}$ R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones.
racion en las construcciones de armaduras y pisos. Se emplea igualmente en la construccion de barcos, toneles y aun muebles. Es abundante. La viruta es algo áspera, enroscada y fuerte.	k	k	k	m	k	k	k	k
BITOC ¿MIRTICA? $f=1^c,15$; $\varphi=13^c$; $P=9^k,9$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,7$								
Madera rosada, limpia: textura sólida: fibra longitudinal compacta; poros poco sensibles. Rompe á tronco y se desquebraja en la rotura. La viruta es fina, fuerte y poco enroscada. Puede servir muy bien para piezas que resistan á la tension.	0,71	100	1010	$\frac{1}{700}=$ 0,00148	101	68250	216,4	21,64
BOLONGITA. DIOSPYROS... Familia de las *Guayacáneas*. (**Octandria monoginia**). $f=0^c,9$; $\varphi=10^c,8$; $P=8^k,4$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,2$								
Madera parecida al *alintatao*; de cuyas variedades unas son rojo-claras y otras rojo-oscuras, regularmente manchadas de negro. Textura sólida y de muy buen uso para carenaje y construcciones. La viruta es fina, correosa y ondeada. Abunda en varias provincias, y en particular en Bulacan, Tayabas, Pangasinan y Nueva Ecija.	0,90	360 120	858	$\frac{1}{917}=$ 0,00109	85,8	78600	153	15,3
CALAMANSANAI. GIMBERNATIA CALAMANSANAI. Familia de las *Combretáceas*. (**Decandria monoginia**). $f=1^c$; $\varphi=10^c$; $P=8^k,74$, $c=68^c$: $\Pi=1^k,3$								
Arbol de 20^m á 30^m de altura y $0^m,8$ á 1^m de diámetro el tronco, madera rojiza, testura fuerte, fibras comprimidas. Su viruta es algo fina unida y un tanto enroscada. Abunda en Calauan y Angat. Rompe en astilla larga. Sirve para tablazones de pisos y construcciones.	0,86	533 130	892	$\frac{1}{885}=$ 0,00113	89,2	78600	165	16,5
CALANTAS, ó CEDRO del pais.								
Es el que impropiamente llaman Cedro en América.	0,40	470 60	517	$\frac{1}{1515}=$ 0,00066	51,7	78600	108,2	10,82

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especifico ó peso del decimetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10}$ R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones.
	k	k	k	m	k	k	k	k
CEDRELA ODORATA. Familia de las *Miliáceas.* **(Pentandria monoginia).** $f = 1^c$; $\varphi = 7^c$; $P = 5^k,06$; $c = 68^c$; $\Pi = 0^k,85$ Arbol muy conocido por su multiplicacion en todas las Islas y por el uso que de él hacen para barcos y canoas. Llega de 30^m á 40^m, y su tronco tiene 1^m y mas de diámetro. Su madera es roja, limpia, con poros y grietas trasversales; de testura floja y olor de enebro. Rompe á tronco y en astilla corta. Su viruta es fina, unida y algo enroscada. Hay otro muy semejante y de igual género llamado *Tara-tara.*								
CALUMPIT. TERMINALIA EDULIS. Familia de las *Combretáceas.* **(Decandria monoginia).** $f = 1^c$; $\varphi = 11^c,2$; $P = 8^k,86$ $c = 68^c$; $\Pi = 1^k$ Arbol de segundo órden. Madera de un amarillo sucio, manchada de porciones cenicientas. Testura floja; fibra longitudinal un tanto vidriosa. Abunda en Angat. Rompe en astilla larga. Su viruta es algo áspera, enroscada y unida. Sirve para edificios, y en particular para piezas que hayan de resistir á tensiones en sentido de las fibras.	0,60 á 0,80	340 90	995	$\frac{1}{870} =$ 0,00115	90,5	78600	127,28	12,73
CAMAGON. Variedad del DIOSPYROS PHILOSHANTERA. (Alintatao.) $f = 1^c,1$; $\varphi = 9^c,3$; $P = 7^k,36$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,35$ Arbol cuya preciosa madera rojo-amarillenta, con grandes vetas á manchas negras, se emplea mas frecuentemente en muebles finos. Su textura es sólida, las fibras longitudinales y comprimidas y los poros alargados y estrechos. Se pulimenta con facilidad. Rompe casi á tronco, y su viruta es algo áspera, compacta y nada enroscada.	0,92	558 340	752	$\frac{1}{952} =$ 0,00105	75,2	71472	172	17,2
CAMAYUAN. ¿DYOSPIROS? $f = 1^c,2$; $\varphi = 14,8$; $P = 8^k,74$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,3$ Arbol de 15^m á 20^m, abundante en las provincias de Bataan y Mindoro. Madera de color rojo-morado, textura fuerte y suave,	0,94	434 340	439	$\frac{1}{1333} =$ 0,00075	49,3	65500	166	16,6

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $=\frac{1}{10}$ R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones
	k	k	k	m	k	k	k	k
fibras longitudinales y comprimidas; poros apenas visibles. Rompe casi á tronco. Su viruta es fina, unida y poco enroscada. Se emplea bastante en construcciones.								
DONGON. Variedad del STERCULIA CIMBIFORMIS. Familia de las *Malváceas*. **(Monoecia adelfia).** $f=1^c,3$; $\varphi=7^c,57$; $P=6^k,44$; $c=38^c$; $\Pi=1^k,1$ Arbol que llega á ser de 1er órden. Madera de color rojo-morado: textura sólida, fibras comprimidas y atravesadas; olor á cuero curtido: poros poco notables. Rompe á tronco y á hilos: y abunda en Misamis, Leyte, Bataan, Nueva-Ecija, y otras provincias. La viruta es unida, áspera y poco enroscada Se usa mucho en construcciones.	1,02	435 200	658	$\frac{1}{926}=$ 0,00108	65,8	60468	140	14
EBANO. Variedad del *Sapote negro*. DIOSPYROS NIGRA: Variedad del *Camagon* y *Alintatao*. Familia de las *Ebenáceas*. $f=0^c,35$; $\varphi=7^c,5$; $P=14^k,5$; $c=51^c,6$; $\Pi=1^k,1$ Arbol pequeño que abunda en Angat, la Pampanga y Cavite. Madera completamente negra, manchada alguna cosa de amarillo ó blanco; fácil de adquirir un hermoso pulimento. Es de textura sólida y fina, y rompe á tronco y á hilos. Su viruta es fina, enroscada y unida. Se usa casi exclusivamente en muebles finos.	1,91	688 470	1122	$\frac{1}{862}=$ 0,00116	112,2	97400	114	11,4
GUIJO. DIPTEROCARPUS GUISO. Familia de las *Gutíferas*, **(Poliandria monogima).** $f=1^c,3$; $\varphi=10^c,5$; $P=7^k,7$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,5$ Arbol de 2º órden, cuya madera de fibra ondeada, fuerte y correosa, y de color rojizo claro, es muy apreciada en las construcciones civiles y navales para ligazones, quillas y masteleros, lo mismo que el *manguachapuy*, que es especie siguiente en el mismo género *dipterocarpus*. Se hacen tambien con esta madera ruedas de carruages. Abunda en los montes de S. Mateo, Pangasinan, Nueva-Ecija, Mindoro, Cavite y Bataan.	0,76	370 140	720	$\frac{1}{833}=$ 0,0012	72	60000	190,1	19

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $=\frac{1}{10}$ R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	en las aplicaciones.
	k	k	k	m	k	k	k	k
Rompe en astilla larga, y su viruta es áspera y bastante enroscada.								
LANETI. ANASER LANETI. Familia de las *Apocyneas.* **(Pentandria monoginia).** $f=2^c,5$; $\varphi=14^c,8$; $P=4^k,5$; $c=68^c$, $\Pi=1^k,3$								
Árbol de mediana altura. Madera blanca, fina, de textura suave y compacta poros imperceptibles, y muy apreciada para muebles y otros usos en que sea conveniente la elasticidad. Es frecuente en la Laguna, Bataan, Cavite y Pangasinan. Rompe en astilla larga. Su viruta es fina, unida y enroscada.	0,55	336 120	462	$\frac{1}{693}=$ 0,00144	46,2	31443	465	16,5
LAUAN ó SANDANA. DIPTEROCARPUS THURIFERA (que dá incienso) Familia de las *Gutíferas.* **(Poliandria monogia).** $f=1^c,1$; $\varphi=8^c$; $P=6^k,8$; $c=68^c$; $\Pi=0^k,6$								
Árboles de 15^m á 30^m, y el tronco de 1^m y mas de grueso. Dan por incision una resina muy olorosa, blanca y dura que sirve como incienso. La madera es como cenicienta, de textura floja, fibras longitudinales aplastadas, poros alargados. Abunda en Cavite, Bataan, Nueva-Ecija, Bulacan, Mindoro, etc. Rompe en astilla larga, y su viruta es algo fina y enroscada. La usaban antiguamente con mucho acierto en tablazon de barcos por no levantar astillas con las balas.	0,43	226 90	694	$\frac{1}{1031}=$ 0,00097	69,4	71472	76,4	7,64
MALACATBUN. ¿TETRACERA SARMENTOSA? Familia de las *Dileniaceas.* **(Poliandria tetraginia).** $f=1^c,5$; $\varphi=6^c$; $P=3^k$; $c=68^c$; $\Pi=$ [illegible]								
Arbolitos cuya madera es cenicienta, de textura estoposa y áspera, y fibras longitudinales entre médula blanda. Regularmente no tiene aplicacion, aunque se hacen de ella baules y cajas. Rompe á tronco, y su viruta es áspera y desunida.	0,63	146 60	306	$\frac{1}{1724}=$ 0,00058	30,6	52400		

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA		Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $=\frac{1}{10}R$	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T	
		á la presion por centímetro cuadrado	á la tension ó sea coeficiente de cohesion R				fuerza absoluta.	en las aplicaciones.
	k	k	k	m	k	k	k	k
MALACINTUD. $f=1^c$; $\varphi=8^c.5$; $P=6^k,8$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,1$ Madera roja, de textura sólida, fibras longitudinales y ondeadas, comprimidas y atravesadas, poros más ó menos alargados. Rompe en astilla corta: su viruta es fina, enroscada y compacta. Se puede usar en todas las construcciones y en particular en las que hayan de resistir á la tension.	0,645	400 106	995	$\frac{1}{793}=$ 0,00126	99,5	78600	140	14
MALAVIDONDAO. (MAVINDATO? — NIOTA ...) ¿Familia de las *Terebintáceas*? $f=1^c$; $\varphi=9^c$; $P=10^k,81$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,3$ Madera de color blanco amarillento, textura fina y longitudinal, poco campacta. Poros imperceptibles. Rompe á tronco. Su viruta es áspera, unida y poco enroscada. Sirve muy bien para ligazones y toda obra cuya resistencia lo sea á la traccion.	0,78	350 116	1103	$\frac{1}{714}=$ 0,0014	110,3	78600	165,4	16,54
MALATALISAY. TERMINALIA MAURITANIA. Familia de las *Halorágeas*, tribu de las *Combretáceas*. **(Decandria monoginia).** $f=0^c,75$, $\varphi=15^c$; $P=2^k,82$; $c=42^c,3$; $\Pi=0^k,8$ Arbol de ramas horizontales y verticiladas, excelente para paseos; de 15^m de altura y el tronco hasta 8^m por $0^m,5$ de diámetro. Madera floja, blanca ó amarillenta, áspera, de fibras aplastadas entre médula esponjosa, y de gran elasticidad y fexibilidad; por lo que se usa muy bien en ligazones de barcos. Rompe á tronco, y su viruta es muy correosa, áspera y poco enroscada.	0,50	300 60	498	$\frac{1}{500}=$ 0,002	49,8	25230	101,82	10,18
MALARUJAT ó MALADUJAT. ¿MIRTACEAS? $f=0^c,7$; $\varphi=7^c,8$; $P=8^k,51$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,5$ Madera rojo-morena; otras veces cenicienta. Textura sólida, fibras comprimidas, ondeadas, poros punteados y oblongos. Abunda en Cavite, la Laguna y otras provincias. Rompe en astilla larga y su viruta es áspera, compacta y ondeada.	0,79	340 76	870	$\frac{1}{1300}=$ 0,00077	87	112300	191	19,1

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion. R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $=\frac{1}{10}R$	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones.
	k	k	k	m	k	k	k	k
MALATAPAI ó MABOLO y aun Talang. Familia de las *Guayacáneas ó Ebenáceas.* **(Poliandria monoginia).** $f=2^c$; $\varphi=12^c,5$; $P=7^k,25$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,15$								
Arbol que se eleva de 16ᵐ á 20ᵐ. Madera rojo-amarillenta, manchada de negro, concluyendo de ennegrecerse con el tiempo. Textura muy fuerte. Rompe en astilla corta y á tronco. Se puede usar en todas las construcciones y en muebles finos como el Ebano, Alintatao, etc., de que es hermano.	0,78	500 290	740	$\frac{1}{500}=$ 0,002	74	39300	146,4	14,64
MALABUGAT. $f=0^c,7$; $\varphi=8^c,5$; $P=14^k$. $c=68^k$; $\Pi=0^k,5$								
Arbol de unos 15ᵐ. Madera rojo-morada, textura fuerte, fibras ondeadas y comprimidas, poros punteados, blancos. Abunda bastante en varias provincias. Rompe á tronco, y su viruta es algo áspera, enroscada y unida. Se emplea en construcciones, particularmente como piezas que han de sufrir tensiones ó soportar presiones en sentido de la longitud.	0,89	330 120	1430	$\frac{1}{770}=$ 0,0013	143	112300	64	6,4
MANGA MANGIFERA INDICA. Familia de las *Terebintáceas.* **(Pentandria monoginia.)** $f=0^c,6$; $\varphi=13^c$; $P=10^k,12$; $c=60^c$; $\Pi=1^k,3$								
Arbol muy copudo y de 10ᵐ á 15ᵐ de alto; el tronco suele tener 6ᵐ á 8ᵐ y 0ᵐ,8 de grueso. Es muy abundante y conocidísimo en todas las provincias por el gran aprecio que hacen de la fruta, que algunos dicen ser la primera de Filipinas. Es una variedad del Mango de Cuba y Mangó de Puerto-Rico. Su madera puede usarse en construcciones, pero apenas sucede esto por la abundancia de otras mejores y el valor que se saca de la fruta. Rompe en astilla larga y sin fibras.	0,58	380 166	910	$\frac{1}{989}=$ 0,001	91	90000	164	16,4
MANGACHAPUY ó Guison-Dilao. DIPTEROCARPUS MANGACHAPUY. Familia de las *Gutíferas.* **(Poliandria monoginia.)** $f=1^c,25$; $\varphi=5^c,8$; $P=3^k,64$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,5$								
Arbol parecido al Guijo con el que se le suele confundir. Llega hasta 20ᵐ de alto,	0,88	438 136	327	$\frac{1}{1700}=$ 0,0006	36,2	62887	165	16,5

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico. ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10}$ R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones.
	k	k	k	m	k	k	k	k
siendo su tronco de $0^{m},6$ á $0^{m},8$ de grueso. Madera amarillo-cenicienta; de textura compacta, fibras comprimidas y poros longitudinales. Rompe en astilla corta. Su viruta es algo áspera y apenas enroscada. Sirve para embarcaciones y casas: de su tronco se sacan hermosos tablones para pisos. Abunda en Angat, S. Mateo y Bataan.								
MOLAVE. VITEX { GENICULATA / ALTÍSIMA Familia de las *Viticeas*. Antes de hacerse árbol le llaman Lagundi. cuyas hojas, puestas dentro del sombrero, evitan la insolacion y congestion cerebral. (**Didinamia angiospermia**). $f = 1^{c}$; $\varphi = 11^{c}$ $P = 12^{k},31$; $c = 68^{c}$; $\Pi = 2^{k}$ Arbol que llega hasta 20^{m}, aunque su tronco no suele pasar de $0^{m},6$. Madera amarilla, y en Tayabas cenicienta: textura fuerte y fina: fibras comprimidas: poros casi imperceptibles. Rompe en astilla corta. Su viruta es muy fina, compacta, correosa y enroscada. El uso que se hace de esta preciosa madera es inmenso, pues no hay construccion en que no se emplee con ventaja sobre todas las demás. Resiste lo mismo á la intemperie que debajo del agua y entre cal; tampoco es atacada del insecto *anay* (véase Amboques). Por todo esto se la llama con razon la reina de las maderas. Abunda en toda Luzon y varias islas Visayas.	0,95 algunas especies llegan á 1,00 y aun á 1,02	600 290	1257	$\frac{1}{625} =$ 0,0016	125,7	78600	254,6	25,46
NARRA. Tambien se llama *Naga* y *Asana*. PTEROCARPUS { PALIDUS / SANTALINUS El Pálidus es mas bien variedad del Santalinus. Familia de las *leguminosas*, tribu *Dalbiergea*. (**Diadelfia dodecandria**). $f = 1^{c},5$; $\varphi = 7^{c},5$ $P = 6^{k},2$; $c = 68^{c}$; $\Pi = 1^{k}$ Arbol de primer órden muy comun en muchas partes de Luzon y Visayas. Madera encarnada, de textura sólida, fibras unidas, poros muy sensibles, fácil de adquirir un hermoso pulimento; llegan algunas variedades á confundirse con la caoba, pues tiene tambien como ella vetas mas ó menos vistosas.	0,66	500 200	633	$\frac{1}{833} =$ 0,0012	63,3	52400	127,3	12,73

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10}$ R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones.
Rompe en astilla larga: su viruta es áspera, quebradiza y apenas enroscada. Se puede emplear en las construcciones, pero su principal uso es en muebles finos, puertas y ventanas.	k	k	k	m	k	k	k	k
PALO-MARIA. (*) CALOPHILUM INOPHILUM. Familia de las *Gutíferas*. (**Poliadelfia poliandria**). $f = 0^c,9$; $\varphi = 7^c,5$; $P = 9^k,2$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,05$ Arbol de segundo órden. El tronco no suele ser derecho en algunos piés de plantas. Por incision dá una resina de agradable olor, llamada *bálsamo de Maria*, que suele preferirse al de *copaiba*. La madera es de un rojo-claro, de textura fibrosa, poros grandes y alargados. Rompe á media madera en astilla larga. Su viruta es áspera y muy enroscada. Es comun en todas las Islas. Se aprecia mucho para pisos de embarcaciones.	0,68	400 126	950	$\frac{1}{926}$ = 0,00109	93	87500	134	13,4
PALMA-BRAVA. Llamada tambien *Anahao*. CORIPHA MINOR. Familia de las *Palmas*. (**Hexandria monoginia**). $f = 1^c$; $\varphi = 6^c,5$; $P = 8^k,74$, $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,2$ Palma, cuyo tallo se eleva, como el de los *Cocos*, hasta 20^m y 25^m. Sus hojas tienen la forma de abanico con pliegues acabados en punta. Se produce dentro de los bosques y allí se hace el tronco muy derecho y negro. La parte cortical, pues la médula central es demasiado blanda, presenta gran dureza, siendo casi incorruptible debajo del agua; por lo que se emplea ventajosamente en pilotes.	1,085	530 400	892	$\frac{1}{184}$ = 0,00115	89,2	78600	153	15,3
PALUSAPIS. DIPTEROCARPUS PALUSAPIS. Familia de las *Gutíferas*. (**Poliandria monoginia**). $f = 0^c,5$ $\varphi = 8^c,5$; $P = 9^k,66$; $s = 60^c$; $\Pi = 0^k,7$ Arbol de primer órden, corpulento, de que se hacen grandes canoas. Madera blanco-amarillenta, textura floja.	0,50	440 146	870	$\frac{1}{1517}$ = 0,0008	87	108000	89	8,9

(*) Se llama tambien en Tagalo *Bitanhol, Dancalan y Dincalin.*

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especifico ó peso del decimetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10}$ R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones.
Rompe en astilla corta y fibrosa. Su viruta es áspera y poco enroscada.	k	k	k	m	k	k	k	k
PANAO, y tambien *Balao y Malapajo*. DIPTEROCARPUS VERNICIFLUUS (que dá barniz). Familia de las *Gutíferas*. (**Poliandria monoginia**). $f = 0^c,6$; $\varphi = 5^c,4$; $P = 8^k,89$; $c = 60^c$; $\Pi = 0^k,8$								
Arbol grande, de madera dura que se usa en las construcciones y barcos. Color morado que tira á rojizo; y blanco rojizo en otras variedades. La textura del 1.° fuerte y la del 2.° floja. Es comun en Visayas y varias provincias de Tagalos. Produce por incision en el tronco una resina olorosa de que se sirven los Indios para alumbrarse metiéndola en una caña. De ella se saca el aceite llamado de *Balao* ó *malapajo* con que se dá á las maderas para evitarlas el anay, como experimentalmente se ha visto. Sirve tambien este aceite ó barniz para dar á las pinturas al temple. Rompe en astilla corta. Su viruta es algo áspera y poco enroscada.	0,69	393 146	800	$\frac{1}{1125} =$ 0,00088	80	90000	101,8	10,18
PINCAPINCAHAN. BIGNONIA CUADRIPINNATA. Familia de las *leguminosas*. (**Dedinamia angiospermia**). $f = 0^c,5$; $\varphi = 6^c$; $P = 10^k,8$; $c = 60^c$; $\Pi = 1^k,05$								
Arbol de 4^m á 6^m. Madera pardo-rojiza: testura regularmente fuerte: fibras alargadas y ondeadas: poros visibles. Rompe en astilla corta. Su viruta es algo fina y enroscada. Se emplea poco la madera en construcciones por el corto tamaño de los troncos. Su uso principal es para zuecos y boyas.	0,46	378 106	972	$\frac{1}{1112} =$ 0,00089	97,2	108000	134	13,4
POTOTAN ó **BACAO**. RIZÓPHORA GYMNORYZA (Es una de las especies del *Mangle* de América). Familia de las *Rizophoreas*. (**Dodecandria monoginia**). $f = 0^c,2$; $\varphi = 7^c$; $P = 19^k,78$; $c = 60^c$; $\Pi = 1^k,2$								
Arbol de 6^m á 8^m, muy comun en las playas cenagosas; con las raices al aire y el fruto péndulo, el cual al caer queda clavado y nace de él otro árbol. La madera,	0,69	420 146	1780	$\frac{1}{1517} =$ 0,00065	178	270000	153	15,3

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad. $=\frac{1}{10}R$	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones.
	k	k	k	m	k	k	k	k
rojiza, de textura fuerte y poros poco perceptibles, es muy estimada para pilotes por conservarse bien debajo del agua. Rompe en astilla corta y su viruta es fina.								
SAMPALOC ó TAMARINDO. TAMARINDUS INDICA. Familia de las *leguminosas*, tribu *Cesalpinea*. **(Triandria monoginia).** $f=1^c$; $\varphi=12^c$; $P=8^k,28$; $c=68^c$; $\Pi=0^k,95$ Arboles de segundo órden, y algunos de 1.°, que se crian fácilmente en varias provincias de Luzon. Textura regularmente fuerte, fibras unidas y alargadas, color blanco rojizo. Rompe á tronco, y su viruta es algo áspera, unida y enroscada. Sirve para herramientas de Carpintero como el Ebano, y se puede emplear en las construcciones con buen éxito segun algunos han experimentado.	0,62	320 90	846	$\frac{1}{934}=$ 0,0017	84,6	78600	121	12,1
SANTOL. SANDORICUM INDICUM. Familia de las *Meliáceas*. **(Decandria monoginia).** $f=0^c,5$; $\varphi=7^c$; $P=9^k$; $c=60^c$; $\Pi=1^k,2$ Arbol de 10^m á 12^m, cuyo tronco llega hasta $0^m,8$ de grueso. Madera rojiza, de textura fuerte, fibras ondeadas, poros sensibles. Rompe en astilla corta. Su viruta es fina y algo enroscada. Se emplea poco en construcciones, sin duda por su poca abundancia, pero puede usarse para postes y péndolas.	0,46	630 250	810	$\frac{1}{1343}=$ 0,0007	81	108000	153	15,3
TANGUILI. DIPTEROCARPUS POLISPERMUM. Familia de las *Gutíferas*. **(Poliandria monoginia.)** $f=1^c,1$; $\varphi=10^c$; $P=6^k,8$; $c=68^c$; $\Pi=0^k,9$ Arbol de primer órden, de cuyo tronco se hacen canoas ahuecándole y dándole forma. Madera amarillo-rojiza; textura regularmente fuerte: fibras alargadas entre médula algo dura. Abunda en Balanga, la Pampanga y otras partes. Rompe en astilla larga. Su viruta es algo fina, unida y enroscada. Se puede usar y	0,57	300 100	693	$\frac{1}{1037}=$ 0,00096	69,3	71462	114,56	11,456

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especifico ó peso del decimetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad. $= \frac{1}{10}$ R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T en las aplicaciones.
muchos la emplean en la construccion de casas.	k	k	k	m	k	k	k	k
TANGANG. ¿RHIZOPHORA LONGDISIMA? Familia de las *Rizophoreas*. (**Dodecandria monoginia**). $f = 1^c,2$; $\varphi = 12^c,8$; $P = 8^k,4$; $c = 68^c$; $\Pi = 0^k,9$ Arbol parecido al Pototan ó magle, de sus mismas propiedades y condiciones. Madera de un rojo muy claro; textura como la del Tanguili. Rompe en astilla larga y su viruta es algo fina, unida y correosa, pero poco enroscada. Se usa en las construcciones, en particular como manguetas, tirantes, péndolas, etc. Es incorruptible debajo del agua.	0,65	330 60	858	$\frac{1}{756}$ = 0,00135	88,5	65500	114,56	11,456
TINDALO. EPERUA RHOMBOÏDEA. Familia de las *leguminosas*. (**Decandria monoginia**). $f = 1^c,6$; $\varphi = 5^c,5$; $P = 4_k,6$: $c = 68^c$: $\Pi = 1^k,3$ Arbol que se hace de 1.er órden. Madera de un rojo de siena que tira á encarnado, llegando á ser con el tiempo enteramente negra. Textura sólida, fibras atravesadas diagonalmente; poros en sentido de las fibras. Rompe casi á tronco y segun estas. Su viruta es áspera, muy porosa y no enroscada. Es muy estimada esta madera para hacer muebles, despidiendo al trabajarse un olor muy agradable.	0,89	450 106	470	$\frac{1}{1042}$ = 0,00116	47	49130	165,5	16,55
YACAL. DIPTEROCARPUS PLAGATUS. Familia de las *Gutíferas*. (**Poliandria monoginia**). $f = 0^c,8$; $\varphi = 10^c,8$; $P = 11^k,5$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,5$ Arboles de 12m á 20m, y el tronco 0m,8 de diámetro. Madera de un amarillo terroso; textura sólida y fina. Rompe en astilla larga, y su viruta es fina, compacta y enroscada. Abunda en toda Luzon. Se usa mucho en construcciones de edificios y en barcos.	1,105	450 200	1174	$\frac{1}{833}$ = 0,0012	117,4	98260	191	19,1
YPIL. EPERUA DECANDRIA. Familia de las *leguminosas*. (**Decandria monoginia**). $f = 2^c$; $\varphi = 13^c,5$; $P = 5^k,5$; $c = 68$; $\Pi = 1,2$ Arbol de primer órden, cuya madera, de color rojo-oscuro, se ennegrece con el	1,035	434 300	563	$\frac{1}{714}$ = 0,0014	56,3	39300	153	15,3

NOMBRES VULGARES Y ESPECÍFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad. $=\frac{1}{10}$R	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: fuerza absoluta.	RESISTENCIA á la torsion. COEFICIENTE de fractura T: en las aplicaciones.
	k	k	k	m	k	k	k	k
tiempo, aunque no tanto como la del *Tindalo*. Fibra trasversal y comprimida; textura fuerte; poros alargados y muy visibles. Rompe en astilla corta, y su viruta es áspera, y poco enroscada. Es muy estimada por sus cualidades que la hacen excelente para las construcciones en general. Abunda en Luzon.								
CAÑA ESPINA. Bambus arundo. (**Hexandria diginia**).								
Caña que tiene de 7 á 25 centímetros de diámetro, y de 6 á 15^m de alta. Es una de las mas preciosas plantas del pais por las infinitas aplicaciones que de ella se hacen ya para andamios, casas, puentes, cuerdas muy fuertes, armas agudas y para iguales fines que las de acero, etc. Al abrigo de la intemperie es incorruptible; bajo tierra y aun en el fango dura bastantes años. En épocas de escaso alimento para el ganado sirven muy bien las hojas para el vacuno. La película interior se puede usar como papel si se extrae con cuidado. Los Indios hacen con esta caña varios remedios que tienen por admirables. Los renuevos se pueden comer en ensalada.	0,6							
BEJUCO. Calamus { Molis, Usitatus, Maximus, Gracilis (**Hexandria monoginia**).								
Todas estas y otras varias especies son de mucho uso para diferentes cosas de grande utilidad. Su largo en todas las especies es hasta de 30 y 60^m y su diámetro variable de 0^m,01 á 0^m,04 y aun mas. Son de gran tenacidad, por lo que se emplean ordinariamente como cuerdas; pero expuestas á la intemperie duran menos que la caña. La especie *Máximus*, que en Tagalo llaman *Palasan*, arroja agua potable en abundancia. Su corteza muy dividida sirve para hacer sombreros y petacas finas. Se hacen tambien mangos de lanzas y otros útiles con este bejuco entero. De la especie *gracilis* (delgado) son las varas de los ministros de justicia.	0,05							

1059. **Órden de preferencia** que merecen las maderas de la tabla anterior, con arreglo á las diferentes resistencias y cualidades especiales.

Las que aparecen precedidas de una estrella se usan poco ó no se emplean en construcciones, atendido el mucho precio de unas, escasez de otras y el no servir generalmente sino para muebles, instrumentos, cajas, moldes, escultura, &.

1.º POR SU RESISTENCIA Á LA				2.º POR SU ELASTICIDAD.	INCORRUPTIBLES DEBAJO DEL AGUA.
PRESION		TENSION Ó COHESION.	TORSION,		
En sentido de las fibras.	Perpendicularmente á las fibras.				
1.*Ebano	*Ebano	Pototan	Molave	Malatalisay.	1. Molave.
2. Alupag	Palma-brava	Malabugat	Bitoc	Malatapay.	2. Tangang.
3.*Balibago	*Camagon	Baliti	Malarujat	Molave.	3. Banaba.
4.*Santol	Camayuan	Molave	Yacal	Laneti.	4. Mangachapuy
5. Molave	Acre	Alupag	Guijo	Bitoc.	5. Pototan.
6 *Alintatao	*Alintatao	Balibago	Alupag	Malavidondao.	6. Palma-brava.
7.*Camagon	Ypil	Yacal	Camagon	Ypil.	
8. Palma-brava	Molave	Ebano	Camayuan	Tangang.	—
9. Calamansanay	*Santol	Malavidondao	Banaba	Malabugat.	
10.*Narra	*Malatapay	Bitoc	Balibago	Malacintud.	Se emplean en
11.*Malatapay	Alupag	Malacintud	Amoguis	Guijo.	construcciones de
12. Baliti	Dongon	Pincapincahan	Calamansanay	Narra.	barcos y tabla-
13. Acre	*Balibago	Palo-maria	Laneti	Yacal.	zones.
14. Calantas	*Narra	Manga	Malavidondao	Ebano.	Molave.
15. Yacal	Yacal	Banaba	Mangachapuy	Calumpit.	Yacal.
16. Tindalo	Baliti	Calumpit	Tindalo	Palma-brava.	Palo-maria.
17. Palusapis	Palo-maria	Calamansanay	Manga	Calamansanay	Guijo.
18. Mangachapuy	*Manga	Palma-brava	Alintatao	Bolongita.	Antipolo.
19. Dongon	Palusapis	Palusapis	Ypil	Balibago.	Malavidondao.
20. Camayuan	Pototan	Malarujat	Santol	Palo-maria.	Calantas.
21. Ypil	Panao	Bolongita	Palma-brava	Sampaloc.	Bancal.
22. Pototan	Aninabla	Tangang	Bolongita	Camagon.	Malatalisay.
23. Palo-maria	Guijo	Sampaloc	Pototan	Dongon.	Lauan.
24. Malacintud	Mangachapuy	Santol	Aninabla	Manga.	Aninabla.
25. Panao	Calamansanay	Panao	Malatapay	Acre.	Narra.
26.*Manga	Amoguis	Camagon	Antipolo	Amoguis.	Mangachapuy.
27.*Pincapincahan	Banaba	Anonang	Dongon	Lauan.	Calamansanay.
28. Guijo	Anonang	Malatapay	Acre	Alintatao.	Malacintud.
29. Bolongita	Bolongita	Alintatao	Malacintud	Tanguili.	
30. Malavidondao	Laneti	Guijo	Palo-maria	Tindalo.	
31. Banaba	Malabugat	Lauan	Pincapincahan	Pincapincahan	
32. Calumpit	Malavidondao	Tanguili	Narra	Panao.	
33. Anonang	*Tindalo	Narra	Calumpit	Banaba.	
34. Malarujat	*Pincapincahan	Dongon	Sampaloc	Palusapis.	
35. Aninabla	Malacintud	Amoguis	Ebano	Malarujat.	
36. Bitoc	Bitoc	Antipolo	Tangang	Santol.	
37. Amoguis	Tanguili	Ypil	Tanguili	Camayuan.	
38. Laneti	*Baticulin	Calantas	Baticulin	Aninabla.	
39. Tangang	Sampaloc	Malatalisay	Calantas	Antipolo.	
40. Sampaloc	Lauan	Camayuan	Panao	Bancal.	
41. Malabugat	Calumpit	Aninabla	Malatalisay	Alupag.	
42. Tanguili	Malarujat	Acre	Baliti	Calantas.	
43. Malatalisay	Antipolo	Tindalo	Lavan	Pototan.	
44. Antipolo	Bancal	Bancal	Bancal	Mangachapuy.	
45. Lauan	Calantas	Laneti	Palusapis	Malacatbun.	
46. Bancal	Tangang	Mangachapuy	Malabugat	Baticulin.	
47.*Baticulin	Malatalisay	Malacatbun	Anonang	Anonang.	
48.*Malacatbun	*Malacatbun	Baticulin	Malacatbun	Baliti.	

1060. MADERAS DE LA ISLA DE CUBA.

NOMBRES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	Datos en los experimentos de flexion siendo para todos ellos $\Pi = 1^k$ $c = 50^c$.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R por cent.° cuadrado	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones $e = \frac{0,1\,R}{E\,\omega}$	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10} R$ por cent.° cuadrado de secc.	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado de seccion	RESISTENCIA Á LA TORSION Coeficiente de torsion t por centímetro cuadr.°	RESISTENCIA Á LA TORSION Coeficiente de rotura, ó máxima torsion T	RESISTENCIA Á LA TORSION Idem en las aplicaciones.
	Kilóg.		Kilóg.	Kilóg.	Metros.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.
Acana	1,28	$f = 0^c,31$ $P = 13^k$ $\varphi = 4^c$	1.° En sentido de las fibras. 550 2.° Perpendicularmente á ellas. 254 3.° Id. hasta su aplastamiento. 380	784	$\frac{1}{1292} = 0,000774$	78	100.800	10.140	270	27
Aguacatillo	1,14	$f = 0,19$ $P = 16$ $\varphi = 5$	530 300 350	1740	$\frac{1}{945} = 0,00106$	174	164.500	5.600	254	25
Aguedita	0,70	$f = 0,36$ $P = 12$ $\varphi = 7$	430 200 450	814	$\frac{1}{1058} = 0,000945$	81	86.800	4.170	310	31
Aité	0,86	$f = 0,21$ $P = 17$ $\varphi = 6,5$	500 280 670	1600	$\frac{1}{930} = 0,00107$	1600	148.800	6.640	250	25
Algarrobo	0,45	$f = 0,3$ $P = 9,3$ $\varphi = 7,5$	356 110 200	900	$\frac{1}{1158} = 0,00086$	90	104.200	4.500	132	13
Almácigo-colorado	0,37	$f = 0,5$ $P = 6,78$ $\varphi = 3,4$	184 50 80	286	$\frac{1}{2155} = 0,00046$	29	62.500	3.105	137	14
Almendro	1,03	$f = 0,2$ $P = 16$ $\varphi = 4,5$	380 160 270	809	$\frac{1}{1958} = 0,00052$	81	156.200	5.630	298	30
Antejo	0,60	$f = 0,38$ $P = 12,5$ $\varphi = 7,6$	390 150 240	980	$\frac{1}{839} = 0,0012$	98	82.200	3.400	180	18
Arabo	verde 1,01 seca 0,97	$f = 0,3$ $P = 12,6$ $\varphi = 3,8$	654 290 460	490	$\frac{1}{2128} = 0,00047$	49	104.200	8.330	298	30
Arriero	0,92	$f = 0,21$ $P = 18,5$ $\varphi = 6$	640 290 550	1500	$\frac{1}{1000} = 0,001$	150	148.800	8.300	317	32
Ayua	0,72	$f = 0,22$ $P = 16$ $\varphi = 4,5$	600 230 400	1240	$\frac{1}{1142} = 0,00087$	124	140.200	4.100	190	19

NOMBRES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	Datos en los experimentos de flexion siendo para todos ellos $\Pi = 1^k$ $c = 50^c$.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R por cent.º cuadrado	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones $e = \frac{0,1R}{E\omega}$	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10}R$ por cent.º cuadrado de secc.	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado de seccion	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de torsion t por centímetro cuadr.º	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de rotura, ó máxima torsion T	RESISTENCIA Á LA TORSION. Idem en las aplicaciones.
	Kilóg.		Kilóg.	Kilóg.	Metros.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.
Azulejo	0,92	$f = 0^c,20$ $P = 0^k,20$ $\varphi = 6^c$	620 300 610	1920	$\frac{1}{814} =$ 0,00122	192	156.300	6.630	370	37
Baconá	0,65	$f = 0,18$ $P = 14,6$ $\varphi = 3,5$	494 150 256	1184	$\frac{1}{1471} =$ 0,00068	118	173.600	5.750	224	22
Baldómero	0,92	$f = 0,22$ $P = 19,6$ $\varphi = 11$	600 380 550	1820	$\frac{1}{780} =$ 0,00128	182	142.000	6.200	513	51
Bária-prieta	0,58	$f = 0,26$ $P = 17$ $\varphi = 3,5$	462 134 230	696	$\frac{1}{1717} =$ 0,00058	70	120.200	9.940	176	18
Baria-blanca	0,78	$f = 0,17$ $P = 20$ $\varphi = 6$	430 200 500	1580	$\frac{1}{1163} =$ 0,00086	158	183.800	10.800	144	14
Birigí	0,95	$f = 0,18$ $P = 19$ $\varphi = 3,6$	650 260 370	1400	$\frac{1}{1250} =$ 0,0008	140	173.600	9.100	250	25
Cabo de hacha	0,79	$f = 0,24$ $P = 18$ $\varphi = 76$	550 350 500	1460	$\frac{1}{892} =$ 0,00112	146	130.300	7.820	130	13
Caimito	0,94	$f = 0,15$ $P = 24$ $\varphi = 11$	650 354 665	1340	$\frac{1}{1556} =$ 0,00064	134	208.300	11.770	430	43
Caimitillo	1,02	$f = 19$ $P = 21$ $\varphi = 6,2$	690 450 550	1744	$\frac{1}{945} =$ 0,00106	174	161.500	8.300	310	31
Caoba	0,85	$f = 0,23$ $P = 14,5$ $\varphi = 3,2$	442 304 440	850	$\frac{1}{1599} =$ 0,00062	85	135 900	7.370	180	18
Caguaso	1,12	$f = 0,14$ $P = 21$ $\varphi = 8$	660 290 400	940	$\frac{1}{2391} =$ 0,00042	94	223.200	6.750	380	38
Canelilla	0,71	$f = 0,25$ $P = 20$ $\varphi = 9,2$	510 250 340	1400	$\frac{1}{893} =$ 0,00112	140	125.000	8.620	252	25
Capá-rota	0,80	$f = 0,3$ $P = 16,5$ $\varphi = 7$	660 220 380	1424	$\frac{1}{734} =$ 0,00136	142	104.200	8.330	370	37
Carbonero	0,82	$f = 0,5$ $P = 17,8$ $\varphi = 4,5$	660 250 350	1030	$\frac{1}{1217} =$ 0,00082	103	125.000	6.500	254	25
Carey de costa	0,95	$f = 0,31$ $P = 14$ $\varphi = 9$	590 350 560	1100	$\frac{1}{916} =$ 0,00109	110	100.800	9.400	300	30

NOMBRES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	Datos en los experimentos deflexion siendo para todos ellos $\Pi = 1^k$ $c = 50^c$.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R por cent.° cuadrado	Elasticidad máxima á qu ese pueden someter los cuerpos en las cons- $e = \frac{1,0\ R}{E\ \omega}$	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10}$R por cent.° cuadrado de secc.	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado de seccion	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de torsion t por centímetro cuadr.°	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de rotura, ó máxima torsion T	RESISTENCIA Á LA TORSION. Idem en las aplicaciones.
	Kilóg.		Kilóg.	Kilóg.	Metros.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.
Carne de doncella..	1,00	$f = 0^c,23$ $P = 26^k,8$ $\varphi = 5^c,2$	912 370 490	1408	$\frac{1}{937} =$ 0,00106	141	135.900	6.000	250	25
Carne de doncella clara............ (Variedad de la anterior.)	0,92	$f = 0,23$ $P = 17,8$ $\varphi = 6$	570 260 430	1500	$\frac{1}{906} =$ 0,0011	150	135.900	6.500	253	25
Cedro.............	0,45	$f = 0,38$ $P = 7$ $\varphi = 3$	527 74 115	690	$\frac{1}{1191} =$ 0,00084	69	82.200	2.800	194	19
Cedro hembra...... (Variedad del anterior.)	0,38	$f = 0,4$ $P = 7$ $\varphi = 3,5$	290 50 150	600	$\frac{1}{1461} =$ 0,00068	60	78.100	2.700	190	19
Cerillo............	0,94	$f = 0,28$ $P = 16$ $\varphi = 7$	700 260 450	1480	$\frac{1}{754} =$ 0,00132	148	111.600	9.000	310	31
Comacara.........	0,97	$f = 0,15$ $P = 20,8$ $\varphi = 5,2$	660 360 600	1200	$\frac{1}{1736} =$ 0,00057	120	208.300	7.600	300	30
Cuaba.............	1,00	$f = 0,2$ $P = 22$ $\varphi = 4,5$	790 370 390	950	$\frac{1}{1645} =$ 0,000608	95	156.300	10.300	400	40
Cuajani...........	0,80	$f = 0,2$ $P = 14,5$ $\varphi = 2,5$	550 220 450	800	$\frac{1}{1961} =$ 0,00051	80	156.200	4.600	254	25
Cuero-duro........	1,02	$f = 0,08$ $P = 21$ $\varphi = 6,7$	612 274 580	2266	$\frac{1}{1721} =$ 0,00058	227	390.600	9.320	311	31
Chicharron........	0,95	$f = 0,17$ $P = 18$ $\varphi = 6$	550 230 360	1420	$\frac{1}{1295} =$ 0,00077	142	183.800	7.200	250	25
Dagame	0,90	$f = 0,17$ $P = 19,4$ $\varphi = 7$	700 350 550	1700	$\frac{1}{1091} =$ 0,00093	170	183.800	9.510	386	39
Dragace...........	0,91	$f = 0,34$ $P = 11$ $\varphi = 4,5$	540 270 450	1400	$\frac{1}{656} =$ 0,00152	140	91.900	5.700	190	19
Ébano real.........	1,18	$f = 0,19$ $P = 12$ $\varphi = 3$	910 600 600	820	$\frac{1}{2005} =$ 0,000498	82	164.400	3.400	320	32
Ébano blanco	1	$f = 0,15$ $P = 14$ $\varphi = 5$	620 360 550	1100	$\frac{1}{1894} =$ 0,00053	110	208.300	4.300	311	31
Ébano carbonero ...	1,17	$f = 0,2$ $P = 19$ $\varphi = 7$	710 700 700	1000	$\frac{1}{1513} =$ 0,00064	100	156.300	7.200	254	25

NOMBRES.	Peso especifico ó peso del decímetro cúbico.	Datos en los experimentos de flexion siendo para todos ellos $\Pi = 1^k$ $c = 50^c$.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R por cent.º cuadrado	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones $e = \frac{0,1R}{E\,\omega}$	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10}R$ por centº cuadrado de secc.	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centimetro cuadrado de seccion	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de torsion t por centimetro cuadr.º	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de rotura, ó máxima torsion T	RESISTENCIA Á LA TORSION. Idem en las aplicaciones.
	Kilóg.		Kilóg.	Kilóg.	Metros.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.
Ébano mulato......	1,25	$f = 0^c,16$ $P = 21^k$ $\varphi = 3^c,4$	810 850 850	1100	$\frac{1}{1776} =$ 0,00056	110	195.300	5.500	428	43
Espino blanco......	0,83	$f = 0,25$ $P = 15,7$ $\varphi = 8,6$	490 260 450	1020	$\frac{1}{1124} =$ 0,00081	102	125.000	7.000	320	32
Granadillo.........	1,32	$f = 0,19$ $P = 24$ $\varphi = 5$	1010 680 680	320	$\frac{1}{5138} =$ 0,000194	32	164.400	6.200	546	55
Guábano...........	0,44	$f = 0,37$ $P = 8$ $\varphi = 2,5$	350 110 280	500	$\frac{1}{1650} =$ 0,0006	50	84.500	5.170	190	19
Guaguaci..........	0,72	$f = 0,29$ $P = 16$ $\varphi = 7,5$	530 200 450	1000	$\frac{1}{1078} =$ 0,00092	100	107.800	7.000	297	30
Guamá de costa.....	1,14	$f = 0,25$ $P = 19,3$ $\varphi = 5,5$	660 350 460	1080	$\frac{1}{1157} =$ 0,00086	108	125.000	6.540	370	37
Guamacá	0,69	$f = 0,25$ $P = 13,9$ $\varphi = 5,5$	450 150 240	940	$\frac{1}{1330} =$ 0,00075	94	125.000	5.100	190	19
Guanany	0,75	$f = 0,24$ $P = 15$ $\varphi = 4,5$	410 210 440	600	$\frac{1}{2171} =$ 0,00046	60	130.300	7.100	320	32
Guao-Conchita.....	0,83	$f = 0,26$ $P = 20,3$ $\varphi = 9,2$	710 500 650	1400	$\frac{1}{858} =$ 0,00116	140	120.200	8.620	291	29
Guao de costa.....	0,76	$f = 0,26$ $P = 9$ $\varphi = 3,6$	416 150 400	680	$\frac{1}{1765} =$ 0,00057	68	120.200	4.310	250	25
Guayabo-cotorrero .	1,04	$f = 0,16$ $P = 22$ $\varphi = 7,5$	576 360 460	1280	$\frac{1}{1526} =$ 0,00065	128	195.300	6.170	430	43
Guayacan..........	1,02	$f = 0,45$ $P = 13$ $\varphi = 7,5$	900 500 550	720	$\frac{1}{964} =$ 0,00104	72	69.400	6.800	380	38
Guayacancillo......	0,83	$f = 0,24$ $P = 19,5$ $\varphi = 8,3$	580 270 450	1024	$\frac{1}{1375} =$ 0,00072	102	130.300	7.400	255	26
Guayrage..........	1,02	$f = 0,22$ $P = 18,7$ $\varphi = 7$	690 280 600	1580	$\frac{1}{898} =$ 0,00111	158	142.000	6.160	370	37
Guácima.	0,52	$f = 0,3$ $P = 14$ $\varphi = 11,7$	280 100 156	600	$\frac{1}{1737} =$ 0,00057	60	104.200	3.200	220	22

NOMBRES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	Datos en los experimentos de flexion siendo para todos ellos $\Pi = 1^{k}$ $c = 50^{c}$.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R por cent.° cuadrado	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones $e = \frac{0,1\ R}{E\ \omega}$	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10}$ R por cent.° cuadrado de secc.	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado de seccion	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de torsion t por centímetro cuadr.°	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de rotura, ó máxima torsion T	RESISTENCIA Á LA TORSION. Idem en las aplicaciones.
	Kilóg.		Kilóg.	Kilóg.	Metros.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.
Güira	0,62	$f = 0^{c},56$ $P = 11^{k}$ $\varphi = 14^{c}$	370 180 300	610	$\frac{1}{915} =$ 0,00109	61	55.800	3.800	225	23
Güirilla	0,78	$f = 0,2$ $P = 15,5$ $\varphi = 6$	560 160 600	1400	$\frac{1}{1116} =$ 0,00089	140	156.300	14.370	254	25
Hueso	0,95	$f = 0,28$ $P = 16,5$ $\varphi = 5,5$	530 160 500	890	$\frac{1}{1361} =$ 0,00073	82	111.600	9.240	369	37
Jibá	0,95	$f = 0,13$ $P = 23$ $\varphi = 4$	710 320 450	1800	$\frac{1}{1336} =$ 0,00075	180	240.400	5.500	250	25
Jibá de costa	0,94	$f = 0,24$ $P = 17$ $\varphi = 10,5$	540 340 460	1500	$\frac{1}{868} =$ 0,00115	150	130.300	6.600	312	31
Jaboncillo	1,23	$f = 0,1$ $P = 30,9$ $\varphi = 5$	730 340 560	1660	$\frac{1}{1882} =$ 0,00053	166	312.500	18.000	488	49
Jagua	0,97	$f = 0,22$ $P = 22$ $\varphi = 6,6$	630 350 460	720	$\frac{1}{1972} =$ 0,000507	72	142.000	10.000	179	18
Jaguay	0,83	$f = 0,23$ $P = 16$ $\varphi = 9,5$	500 250 460	1260	$\frac{1}{1078} =$ 0,00093	126	135.900	10.770	370	37
Jagüey	1,23	$f = 0,25$ $P = 17$ $\varphi = 5,6$	830 560 650	1000	$\frac{1}{1250} =$ 0,0008	100	125.000	13.100	428	43
Jaquilla	0,73	$f = 0,3$ $P = 14$ $\varphi = 6,5$	510 300 500	1160	$\frac{1}{898} =$ 0,00112	116	104.200	6.460	252	25
Jaimiqui	0,95	$f = 0,30$ $P = 20$ $\varphi = 10$	540 300 450	1330	$\frac{1}{787} =$ 0,00127	133	104.200	5.200	312	31
Jatia	0,88	$f = 0,3$ $P = 13$ $\varphi = 9^{2}$	500 200 370	200	$\frac{1}{5210} =$ 0,000192	20	104.200	4.800	341	34
Jiqui de ley	1,20	$f = 0,26$ $P = 16$ $\varphi = 4,2$	873 450 580	1023	$\frac{1}{1178} =$ 0,00085	102	120.200	8.620	305	31
Jiqui	0,73	$f = 0,21$ $P = 25$ $\varphi = 6,7$	400 190 330	1580	$\frac{1}{941} =$ 0,00106	158	148.800	10.300	381	38
Jobo	0,50	$f = 0,5$ $P = 8$ $\varphi = 7$	300 100 250	670	$\frac{1}{933} =$ 0,00107	67	62.500	3.700	130	13

NOMBRES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	Datos en los experimentos de flexion siendo para todos ellos $\Pi = 1^k$ $c = 50^c$.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R por cent.° cuadrado	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones $e = \frac{0,1\,R}{E\,\omega}$	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10}$ R por cent.° cuadrado de secc.	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado de seccion	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de torsion t por centímetro cuadr.°	Coeficiente de rotura, ó máxima torsion T	Idem en las aplicaciones.
	Kilóg.		Kilóg.	Kilóg.	Metros.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.
Jocuma	1,02	$f = 0^c,27$ $P = 13^k,6$ $\varphi = 5^c$	600 234 520	783	$\frac{1}{1483} =$ 0,000674	78	115.700	9.956	312	31
Júcaro	1,13	$f = 0,2$ $P = 19$ $\varphi = 5,7$	654 200 480	890	$\frac{1}{1867} =$ 0,000536	89	156.200	10.345	386	39
Júcaro-negro	1,14	$f = 0,18$ $P = 25$ $\varphi = 8$	810 360 470	2180	$\frac{1}{796} =$ 0,00125	218	173.600	8.100	315	32
Lechuga	1,02	$f = 0,2$ $P = 17,8$ $\varphi = 8,5$	550 320 550	1040	$\frac{1}{1503} =$ 0,000665	104	156.300	6.800	250	25
Lengua de vaca	1,07	$f = 0,2$ $P = 17,5$ $\varphi = 5,2$	600 370 400	730	$\frac{1}{2141} =$ 0,000467	73	156.300	10.350	372	37
Leviza	1,00	$f = 0,15$ $P = 22$ $\varphi = 6,8$	630 250 450	1740	$\frac{1}{1197} =$ 0,00083	174	208.300	13.620	290	29
Lino	0,80	$f = 0,3$ $P = 15$ $\varphi = 6,5$	530 260 650	1260	$\frac{1}{817} =$ 0,00121	126	104.200	7.200	310	31
Lirio-Morado	0,86	$f = 0,24$ $P = 15$ $\varphi = 6,5$	500 250 460	1660	$\frac{1}{784} =$ 0,00128	166	130.200	4.200	230	23
Maboa	1,30	$f = 0,25$ $P = 15$ $\varphi = 10$	810 690 690	900	$\frac{1}{1389} =$ 0,00072	90	125.000	12.900	300	30
Maboa blanca	0,87	$f = 0,24$ $P = 18$ $\varphi = 10,5$	500 260 550	1340	$\frac{1}{972} =$ 0,00102	134	130.200	7.400	260	26
Macurije	0,85	$f = 0,25$ $P = 12$ $\varphi = 5$	480 210 453	1100	$\frac{1}{1138} =$ 0,00088	110	125.000	6.800	311	31
Majagua	0,74	$f = 0,18$ $P = 32,4$ $\varphi = 7,8$	603 274 580	2151	$\frac{1}{807} =$ 0,00124	215	173.600	8.910	214	21
Majagua blanca	0,59	$f = 0,24$ $P = 12$ $\varphi = 7,4$	410 170 250	694	$\frac{1}{1887} =$ 0,00053	69	130.200	4.300	194	19
Mamey	1,19	$f = 0,33$ $P = 14,7$ $\varphi = 6$	630 254 490	1103	$\frac{1}{861} =$ 0,00116	110	94.700	12.900	312	31
Manajú	0,97	$f = 0,2$ $P = 20$ $\varphi = 8,5$	620 360 560	1180	$\frac{1}{1324} =$ 0,00076	118	156.300	6.500	250	25

NOMBRES.	Peso especifico ó pesodel decimetro cúbico.	Datos en los experimentos de flexion siendo para todos ellos $\Pi = 1^k$ $c = 50^c$	RESISTENCIA á la presion por centimetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R por cent.° cuadrado	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones $e = \frac{0,1\,R}{E\,\omega}$	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10}$ R por cent.° cuadrado de secc.	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centimetro cuadrado de seccion	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de torsion t por centimetro cuadr.°	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de rotura, ó máxima torsion T	RESISTENCIA Á LA TORSION. Idem en las aplicaciones.
	Kilóg.		Kilóg.	Kilóg.	Metros.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.
Mangle-colorado...	1,15	$f = 0^c,15$ $P = 21^k,5$ $\varphi = 3^c,5$	870 450 570	2140	$\frac{1}{973} =$ 0,00103	214	208.300	8.340	340	34
Mangle-negro......	1,19	$f = 0,33$ $P = 14,7$ $\varphi = 6$	630 250 490	1103	$\frac{1}{861} =$ 0,00116	110	94.700	12.900	312	31
Marianita.........	1,06	$f = 0,15$ $P = 21,5$ $\varphi = 5$	690 450 550	1740	$\frac{1}{1197} =$ 0,00082	174	208.300	6.800	250	25
Mije..............	0,93	$f = 0,21$ $P = 18$ $\varphi = 8$	600 340 650	1500	$\frac{1}{992} =$ 0,001	150	148.800	5.760	290	29
Monte-Cristo.......	0,80	$f = 0,22$ $P = 15$ $\varphi = 6$	504 170 400	2280	$\frac{1}{623} =$ 0,0016	228	142.000	3.640	213	21
Moruro............	1,06	$f = 0,16$ $P = 22,6$ $\varphi = 4,2$	500 220 400	1850	$\frac{1}{1054} =$ 0,000948	185	195.100	15.680	229	23
Naranjo-agrio......	0,90	$f = 0,3$ $P = 14$ $\varphi = 12$	500 230 500	1740	$\frac{1}{598} =$ 0,00167	174	104.200	8.100	320	32
Ocuje.............	0,77	$f = 0,3$ $P = 11,7$ $\varphi = 6,6$	390 130 250	809	$\frac{1}{1286} =$ 0,00078	81	104.200	5.160	226	23
Palo-diablo........	1,00	$f = 0,2$ $P = 19$ $\varphi = 10$	650 420 600	2020	$\frac{1}{774} =$ 0,00129	202	156.300	7.700	380	38
Palo-mulato........	0,90	$f = 0,22$ $P = 20$ $\varphi = 8,4$	500 350 670	1660	$\frac{1}{885} =$ 0,00117	166	142.000	7.600	290	29
Pejojó............	1,04	$f = 0,4$ $P = 20$ $\varphi = 12$	670 350 430	1480	$\frac{1}{528} =$ 0,00189	148	78.100	10.700	370	37
Pica-Pica.........	0,85	$f = 0,15$ $P = 18$ $\varphi = 4$	550 250 450	1500	$\frac{1}{1388} =$ 0,00072	150	208.300	10.000	312	31
Pino-blanco........	0,48	$f = 0,46$ $P = 14$ $\varphi = 3,6$	370 64 280	960	$\frac{1}{813} =$ 0,000123	96	78.100	4.540	130	13
Pino tea del País...	0,74	$f = 0,26$ $P = 16$ $\varphi = 4,5$	500 130 320	1028	$\frac{1}{1167} =$ 0,000856	103	120.200	6.430	181	18
Pinotea de fibra recta	0.74	$f = 0,23$ $P = 18$	500 128	1120	$\frac{1}{1213} =$	112	135.900	8.630	254	25

NOMBRES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	Datos en los experimentos de flexion siendo para todos ellos $\Pi=1^k$ $c=50^c$.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado.	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R por cent.° cuadrado	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones $e=\frac{0,1\,R}{E\,\omega}$	Carga correspondiente á esta elasticidad $=\frac{1}{10}R$ por cent.° cuadrado de secc.	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado de seccion	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de torsion t por centímetro cuadr.°	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de rotura, ó máxima torsion T	RESISTENCIA Á LA TORSION. Idem en las aplicaciones.
	Kilóg.		Kilóg.	Kilóg.	Metros.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.
Pino tea con nudos.. (Estados-Unidos.)	0,75	$f=0^c,32$ $P=2^k,8$ $\varphi=1^c,8$	470 140 320	213	$\frac{1}{4652}=0{,}000215$	21	97.700	7.600	165	17
Quiebra-Hacha.....	1,27	$f=0,2$ $P=17$ $\varphi=4,5$	910 700 710	2440	$\frac{1}{640}=0{,}00156$	244	156.300	8.100	286	29
Ramon............	1,09	$f=0,24$ $P=18$ $\varphi=4,2$	570 350 550	840	$\frac{1}{1551}=0{,}00064$	84	130.300	7.700	370	37
Rana-macho.......	0,98	$f=0,13$ $P=29$ $\varphi=7,6$	630 250 550	2420	$\frac{1}{993}=0{,}00101$	242	240.400	7.800	312	31
Raspa-lenguas.....	0,95	$f=0,24$ $P=20,5$ $\varphi=9,5$	650 210 560	1520	$\frac{1}{857}=0{,}00116$	152	130.300	10.300	490	49
Roble.............	1,68	$f=0,36$ $P=17$ $\varphi=8$	530 220 360	1200	$\frac{1}{723}=0{,}00138$	120	86.800	5.750	131	13
Roble-guayo.......	0,79	$f=0,4$ $P=13$ $\varphi=5$	510 300 600	1160	$\frac{1}{673}=0{,}0015$	116	78.100	5.600	300	30
Sabicú............	0,90	$f=0,3$ $P=21$ $\varphi=6,3$	712 402 660	1353	$\frac{1}{772}=0{,}0013$	135	104.200	10.770	312	31
Sabina............	0,55	$f=0,36$ $P=14$ $\varphi=5,2$	410 130 170	840	$\frac{1}{1033}=0{,}00097$	84	86.800	7.400	317	32
Sapote............	1,13	$f=0,22$ $P=24,5$ $\varphi=5$	672 256 596	1454	$\frac{1}{979}=0{,}00102$	145	142.000	9.380	254	25
Sigua.............	0,67	$f=0,17$ $P=26,5$ $\varphi=7$	610 160 650	1580	$\frac{1}{1163}=0{,}00086$	158	183.800	5.400	372	37
Sigüe	0,94	$f=0,2$ $P=20$ $\varphi=9,5$	650 320 520	1320	$\frac{1}{1179}=0{,}00085$	132	156.300	6.820	290	29
Tamarindo.........	0,93	$f=0,21$ $P=11$ $\varphi=6$	450 250 600	1400	$\frac{1}{1064}=0{,}00094$	140	148.800	8.300	254	25
Tortuga...........	0,83	$f=0,32$ $P=11,5$ $\varphi=4,5$	560 410 750	1020	$\frac{1}{958}=0{,}00104$	102	97.700	10.340	370	37
Ubilla............	0,92	$f=0,18$ $P=19,4$ $\varphi=3,8$	600 160 250	1340	$\frac{1}{1296}=0{,}00076$	134	173.600	8.300	360	36

NOMBRES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	Datos en los experimentos de flexion siendo para todos ellos $\Pi = 1^k$ $c = 50^c$.	RESISTENCIA á la presion por centímetro cuadrado	RESISTENCIA á la tension ó sea coeficiente de cohesion R por cent.° cuadrado	Elasticidad máxima á que se pueden someter los cuerpos en las construcciones $e = \frac{0,1\,R}{E\,\omega}$	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10} R$ por cent° cuadrado de secc.	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado de seccion	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de torsion t por centímetro cuadr.°	RESISTENCIA Á LA TORSION. Coeficiente de rotura, ó máxima torsion T	Idem en las aplicaciones.
	Kilóg.		Kilóg.	Kilóg.	Metros.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.
Yaba.............	0,82	$f = 0^c,25$ $P = 13^k,6$ $\varphi = 3^c,4$	610 250 520	423	$\frac{1}{2976} =$ 0,000334	42	125.000	9,320	226	23
Yama.............	0,95	$f = 0,25$ $P = 13$ $\varphi = 3,5$	490 170 380	720	$\frac{1}{1736} =$ 0,00057	72	125.000	5.000	197	20
Yamagua..........	0,70	$f = 0,3$ $P = 13$ $\varphi = 7$	460 180 400	1300	$\frac{1}{801} =$ 0,00125	130	104.200	4.800	190	19
Yana.............	1,01	$f = 0,15$ $P = 23$ $\varphi = 7$	810 350 450	2060	$\frac{1}{1011} =$ 0,00099	206	208.300	6.500	203	20
Yanilla blanca......	1,00	$f = 0,16$ $P = 16$ $\varphi = 4$	490 250 400	1420	$\frac{1}{1320} =$ 0,00072	142	195.300	6.300	260	26
Yaytí..............	1,24	$f = 0,2$ $P = 28$ $\varphi = 5,5$	872 632 700	2540	$\frac{1}{615} =$ 0,00162	254	156.300	11.250	386	39
Yaya..............	0,96	$f = 0,2$ $P = 20$ $\varphi = 9,8$	640 200 420	1520	$\frac{1}{1034} =$ 0,00096	152	156.300	7.200	287	29
Yaycuaje	0,83	$f = 0,34$ $P = 11$ $\varphi = 4,8$	300 100 200	729	$\frac{1}{1395} =$ 0,00072	73	91.900	8.080	330	33
Yua...............	0,96	$f = 0,22$ $P = 18,7$ $= \varphi\,6$	650 320 460	1800	$\frac{1}{789} =$ 0,00127	180	142.000	7.000	292	29

1061. **Órden de preferencia que merecen las maderas de la tabla anterior.**

ISLA DE CUBA.

Números de órden.	1.º POR SUS RESISTENCIAS Á LA PRESION. EN SENTIDO DE LAS FIBRAS.	PRESION. PERPENDICULARMENTE Á LAS FIBRAS.	TENSION.	TORSION.	2.º POR SU ELASTICIDAD.
1	Granadillo.	Ébano mulato.	Yaití.	Granadillo.	Pejojó.
2	Carne de doncella.	Tortuga.	Quiebra—hacha.	Baldomero.	Naranjo ágrio.
3	Quiebra—hacha.	Quiebra—hacha.	Rana macho.	Raspa—lenguas.	Monte-cristo.
4	Ébano (real.)	Ébano carbonero.	Monte—cristo.	Jaboncillo.	Yaití
5	Guayacan.	Yaití.	Cuero—duro.	Caimito.	Dragace.
6	Jiquí de ley.	Maboa.	Júcaro negro.	Guayabo cotorrero.	Quiebra-hacha.
7	Yaití.	Granadillo.	Majagua.	Jagüey.	Roble-guayo.
8	Mangle colorado.	Palo—mulato.	Mangle colorado.	Ébano mulato.	Roble.
9	Jagüey.	Aité.	Yana.	Cuaba.	Capá-rota.
10	Ébano mulato.	Caimito.	Palo—diablo.	Yaití.	Cerillo.
11	Maboa.	Sabicú.	Azulejo.	Dagame.	Sabicú.
12	Júcaro negro.	Tamarindo.	Moruro.	Júcaro.	Baldomero
13	Yana cuaba.	Sigua.	Baldomero.	Palo—diablo.	Jaimiquí.
14	Jaboncillo.	Mije.	Jibá.	Jiquí de ley.	Palo-diablo.
15	Cuaba.	Lino.	Yua.	Caguaso.	Lirio morado.
16	Sabicú.	Jagüey.	Caimitillo.	Guayacan.	Yua.
17	Jibá.	Guao—conchita.	Leviza.	Sigua.	Júcaro negro.
18	Guao—conchita.	Azulejo.	Aguacatillo.	Lengua de vaca.	Majagua.
19	Ébano carbonero.	Comacara.	Marianita.	Azulejo.	Yamagua.
20	Dagame.	Guayraje.	Naranjo ágrio.	Guayraje.	Pino blanco.
21	Cerillo.	Palo—diablo.	Dagame	Pejojó.	Azulejo.
22	Caimitillo.	Güirilla.	Jaboncillo.	Capá—rota.	Lino.
23	Guayraje.	Roble—guayo.	Palo—mulato.	Jaguay.	Antejo.
24	Marianita.	Ébano (real).	Lirio morado.	Guamá de costa.	Raspa-lenguas.
25	Sapote.	Sapote.	Aité.	Tortuga.	Guao-conchita.
26	Pejojó.	Jiquí de ley.	Sigua.	Ramon.	Mamey.
27	Comacara.	Cuero—duro.	Baria blanca.	Hueso.	Jibá de costa.
28	Caguaso.	Majagua.	Guayraje.	Ubilla.	Palo-mulato.
29	Carbonero.	Mangle colorado.	Sabicú.	Jatia.	Cabo de hacha.
30	Capá—rota.	Manajú.	Raspa—lenguas.	Mangle colorado.	Canelilla.
31	Guamá de costa.	Carey de costa.	Yaya.	Yaycuaje.	Guayraje.
32	Júcaro.	Jaboncillo.	Carne de doncella clara	Naranjo ágrio.	Jagüilla.
33	Arabo.	Raspa—lenguas.	Mije.	Espino blanco.	Carne de doncella clara
34	Caimito.	Caimitillo.	Pica—pica.	Guanany.	Carey de costa.
35	Birijí.	Marianita.	Jibá de costa.	Ébano (real).	Güira.
36	Raspa—lenguas.	Dagame.	Arriero.	Mangle negro.	Aité.
37	Yua.	Ramon.	Pejojó.	Arriero.	Jobo.
38	Palo—diablo.	Rana macho.	Cerillo.	Sabina.	Carne de doncella.
39	Sigüe.	Maboa blanca.	Cabo de hacha.	Júcaro negro.	Aguacatillo.
40	Yaya.	Guayacan.	Sapote.	Rana macho.	Caimitillo.
41	Arriero.	Ébano blanco.	Capá—rota.	Pica—pica.	Jiquí de ley.
42	Mamey.	Baldomero.	Yanilla blanca.	Jibá de costa.	Tortuga.
43	Mangle negro.	Naranjo ágrio.	Chicharron.	Sabicú.	Guayacan.
44	Jagua.	Sigüe.	Carne de doncella.	Mamey.	Maboa blanca.
45	Rana macho.	Yaba.	Canelilla.	Jocuma.	Mangle colorado.
46	Leviza.	Jocuma.	Tamarindo.	Jaimiquí.	Sapote.
47	Manajú.	Cabo de hacha.	Birijí.	Cuero—duro.	Mije.
48	Azulejo.	Arriero.	Güirilla.	Macurije.	Rana macho.
49	Ébano blanco.	Lechuga.	Guao—conchita.	Ébano blanco.	Arriero.
50	Yaba.	Jagüilla.	Dragace.	Caimitillo.	Yana.
51	Cuero—duro.	Baria blanca.	Caimito.	Cerillo.	Sabina.
52	Sigua.	Hueso.	Maboa blanca.	Lino.	Yaya.
53	Majagua.	Carne de doncella.	Ubilla.	Aguedita.	Moruro.
54	Ayua.	Mangle negro.	Sigüe.	Jiquí.	Aguedita.
55	Mije.	Mamey.	Yamagua.	Comacara.	Jaguay.
56	Ubilla.	Júcaro.	Guayabo cotorrero.	Roble—guayo.	Tamarindo.
57	Jocuma.	Júcaro negro.	Jaguay.	Carey de costa.	Guaguasí.
58	Lengua de vaca.	Guayabo cotorrero.	Lino.	Maboa.	Dagame.
59	Baldomero.	Guamá de costa.	Ayua.	Arabo.	Güirilla.
60	Carey de costa.	Jagua.	Comacara.	Almendro.	Espino blanco.
61	Guayacancillo.	Jibá de costa.	Roble.	Guaguasí.	Macurije.
62	Guayabo cotorrero.	Yua.	Baconá.	Yua.	Ayua.
63	Carne de doncella clara	Arabo.	Manajú.	Guao—conchita.	Guamá de costa.
64	Ramon.	Lirio morado.	Jagüilla.	Leviza.	Algarrobo.

Números de órden.	1.º				2.º
	POR SUS RESISTENCIAS Á LA				POR SU ELASTICIDAD.
	PRESION.		TENSION.	TORSION.	
	EN SENTIDO DE LAS FIBRAS.	PERPENDICULARMENTE Á LAS FIBRAS.			
65	Güirilla.	Jaguay.	Roble—guayo.	Palo—mulato.	Baria blanca.
66	Tortuga.	Cerillo.	Pino tea de fibra recta	Mije.	Sigua.
67	Acana.	Macurije.	Mamey.	Sigüe.	Pino tea del país.
68	Pica—pica.	Aguedita.	Carey de costa.	Yaya.	Jiquí.
69	Lechuga.	Cuajaní.	Ebano mulato.	Quiebra—hacha.	Sique.
70	Cabo de hacha (ó agua)	Jaimiquí.	Ebano blanco.	Acana.	Cedro.
71	Cuajani.	Yana.	Macurije.	Yanilla blanca.	Leviza.
72	Chincharron.	Jibá	Guamá de costa.	Maboa blanca.	Marianita.
73	Dragace.	Guayacancillo.	Lechuga.	Guayacancillo.	Pino tea de fibra recta
74	Jibá de costa.	Dragace.	Carbonero.	Aguacatillo.	Carbonero.
75	Jaimiquí.	Espino blanco.	Pino tea del pais.	Sapote.	Birijí.
76	Hueso.	Leviza.	Guayacancillo.	Güirilla.	Jagüey.
77	Roble.	Pica—pica.	Jiquí de ley.	Pino tea de fibra recta	Ocuje.
78	Lino.	Guaguasí.	Tortuga.	Carbonero.	Acana.
79	Aguacatillo.	Caoba.	Espino blanco.	Ébano carbonero.	Chicharron.
80	Guaguasí.	Guanany.	Guaguasí.	Tamarindo.	Ubilla.
81	Roble—guayo.	Carne de doncella clara	Ébano carbonero.	Cuajani.	Manajú.
82	Jagüilla.	Pejojó.	Jagüey.	Carne de doncella clara	Guamacá.
83	Canelilla.	Yaya.	Antejo.	Canelilla.	Jibá.
84	Monte—cristo.	Caguaso.	Pino blanco.	Chicharron.	Hueso.
85	Pino tea del país.	Yanilla blanca.	Cuaba.	Jagüilla.	Yanilla blanca.
86	Aité.	Ayua.	Caguaso.	Jibá.	Guayacancillo.
87	Pino tea de fibra recta.	Monte—cristo.	Guamacá.	Marianita.	Pica-pica.
88	Palo mulato.	Guao de costa.	Maboa.	Aité.	Maboa.
89	Lirio morado.	Moruro.	Algarrobo.	Carne de doncella.	Yaycuaje.
90	Maboa blanca.	Yamagua.	Júcaro.	Birijí.	Cedro claro (variedad)
91	Naranjo agrio.	Lengua de vaca.	Caoba.	Manajú.	Baconá.
92	Jatia.	Cuaba.	Ramon.	Lechuga.	Jocuma.
93	Jaguay.	Acana.	Sabina.	Guao de costa	Lechuga.
94	Moruro.	Capá—rota.	Hueso.	Lirio morado.	Guayabo cotorrero.
95	Baconá.	Yama.	Ébano (real).	Moruro.	Ramon.
96	Espino blanco.	Birijí.	Aguedita.	Ocuje.	Caimito.
97	Yanilla blanca.	Jatia.	Almendro.	Yaba.	Ebano carbonero.
98	Yama.	Pino tea de fibra recta	Ocuje.	Güira.	Caoba.
99	Macurije.	Roble.	Cuajani.	Baconá.	Cuaba.
100	Pino tea nudoso.	Chicharron.	Acana.	Guásima.	Guábano.
101	Baria.	Aguacatillo.	Jocuma.	Majagua.	Baria.
102	Yamagua.	Carbonero.	Mangle negro.	Monte—cristo	Cuero-duro.
103	Tamarindo.	Canelilla.	Lengua de vaca.	Yana.	Comacara.
104	Guamacá.	Jiquí.	Yaycuaje.	Yama.	Yama.
105	Caoba.	Pino tea nudoso.	Jagua.	Majagua blanca.	Guásima.
106	Baria blanca.	Pino tea del pais.	Guayacan.	Cedro.	Guao de costa.
107	Aguedita.	Güira.	Yama.	Dragace.	Ebano mulato.
108	Cedro.	Pino blanco.	Baria	Ayua.	Júcaro.
109	Guanany.	Majagua blanca.	Majagua blanca.	Guamacá.	Jaboncillo.
110	Guao de costa.	Almendro.	Cedro.	Cedro claro (variedad)	Majagua blanca.
111	Majagua blanca.	Baconá.	Guao de costa.	Guábano.	Ebano blanco.
112	Sabina.	Ubilla.	Jobo.	Yamagua.	Almendro.
113	Jiquí.	Ocuje.	Güira.	Pino tea del pais.	Cuajani.
114	Antejo.	Jobo.	Guanany.	Antejo.	Jagua.
115	Güira.	Guábano.	Cedro claro (variedad.)	Caoba.	Ebano (real).
116	Ocuje.	Guamacá.	Guásima.	Jagua.	Mangle negro.
117	Almendro.	Antejo.	Guábano.	Baria.	Arabo.
118	Pino blanco.	Baria.	Arabo.	Pino tea nudoso.	Lengua de vaca.
119	Algarrobo.	Algarrobo.	Yaba.	Baria blanca.	Almácigo colorado.
120	Guábano.	Yaycuaje.	Granadillo.	Almácigo colorado.	Guanany.
121	Jobo.	Guásima.	Almácigo colorado.	Algarrobo.	Caguaso.
122	Yaycuaje.	Sabina.	Pino tea nudoso.	Roble.	Yaba.
123	Cedro claro (variedad)	Cedro.	Jatia.	Cabo de hacha.	Pino tea nudoso.
124	Guásima.	Cedro claro (variedad)	Jiquí.	Pino blanco.	Granadillo.
125	Almácigo colorado.	Almácigo colorado.	Jaimiquí.	Jobo.	Jatia.

1062. DESCRIPCION Y APLICACIONES DE LAS MADERAS DE CUBA

ACANA.—**Sapote Acana**.—*Especie nueva de S. Morales.*—(Familia de las Sapindáceas.)

Arbol que llega á ser de primer órden en su completo desarrollo. Hojas esparcidas de corto peciolo, semi-coriáceas, elíptica, con el limbo inferior pequeñamente tomentoso y el superior lampiño. Peciolos tomentosos de más de dos pulgadas de largo. Flores completas, dispuestas en grupillos axilares, con el cáliz de seis sépalos imbricados y la corola algo mayor, gamopétala, campanulada, de corta garganta, y con el limbo de seis lacinias bífidas, y seis apéndices estaminíferos petalóideos, insertos en las comisuras de la corola. Doce estambres en el tubo de la corola, ovario sesil, libre, globoso ú ovalado de seis lóbulos. Fruto, baya comestible ovoidea, como una ciruela, con seis celdas para otras tantas semillas nucamentáceas, semejantes á las del *Sapote Achras* de Miller (*Níspero, Sapote, Chico*).

Madera dura, no muy elástica, fibra recta, de color rojizo-morado, que oscurece con el tiempo, muy usada en construcciones, carpintería y ebanistería, pudiéndose tambien emplear bajo del agua. Abunda en todos los bosques de la isla.

Rompe á tronco en la flexion y tension, y casi á tronco en la torsion.

AGUACATILLO.—**Persea Borbónica**.-*Sprengel.* (Familia de las Laurineas.) Arbol de 8 á 10^m, de madera fuerte, pesada, elástica, fibra recta, color amarillo, que baja de tono del corazon á la albura, tan resistente esta casi como el leño y corazon. La corteza es oscura, quebrada y áspera. Sus hojas parecidas, pero de mayores dimensiones, á las del Laurel comun: sus flores en ramillete, odoríferas y blanco-amarillentas. El fruto negruzco sobre un cáliz colorado; el cual, así como la corteza y raices, es astringente.

Rompe casi á tronco en la flexion y tension, y á astilla larga en la torsion.

Se puede emplear en todas construcciones, especialmente en aquellas que exijan gran elasticidad.

AGUEDITA.—**Picramnia pentandra**.—*Swartz.* (Familia de las Terebintháceas.)—Arbol de unos 8^m de alto por 5 á 6^m el tronco y $0^m,22$ á $0^m,3$ de grueso. Flores pequeñas en racimos y á grupos opuestos de tres á cuatro; con cinco pétalos y el cáliz cinco sépalos óvalo-agudos. Drupa pedicilada. Hojas alternadas elíptico-oblongos, enteras y de peciolo corto. Corteza amarillo-morena, interiormente como la canela, muy delgada, entera y adherida, aunque se saca con facilidad. Madera amarilla, toda corazon, fina y buena para ebanistería y carpintería. La corteza y las hojas son muy amargas; aplicándose la primera como un excelente tónico para curar las intermitentes por gozar, del propio modo que las quinas, de enérgica propiedad febrífuga.

Rompe casi á tronco en todo.

AITÉ.—**Exostema Caribeum**. (Familia de las Rubiáceas.)-Arbol cuyo tronco llega á 6^m por $0^m,5$ á $0^m,6$ de diámetro. Corteza muy delgada, pardo-blanquecina. Madera dura, de corazon y leño igualmente fuertes, blanco-amarillento este y oscuro á vetas negras aquel; fibra recta y muy elástica.

Rompe casi á tronco en la flexion y tension, y á lo largo en la torsion, pudiéndose emplear en todas construcciones, particularmente las que exigen mucha elasticidad. Hoy dia solo se usa en ebanistería, sin duda á causa de lo dura que es de trabajar.

ALGARROBO.—**Algarrobía**. (Familia de las Mimosas.)—Arbol de regulares dimensiones y rápido crecimiento. Hojas digitadas y flores blancas. Corteza áspera, entera, delgada y pardo-blanquecina. Madera toda leño, de fibra recta, sin nudos, amarillenta, de poco peso y bastante resistencia á la cohesion; por lo que puede servir para péndolas. Su actual aplicacion es para cajas de embases, no usándola sin duda en construcciones porque se alabea y aventa al aire.

Se trabaja con igual facilidad que el pino y rompe á tronco en la flexion, tension y torsion.

ALMÁCIGO COLORADO.—**Bursera Gummifera**.—*Jacquin*. (Familia de las Terebintháceas.)—Arbol de 8^{m} á 10^{m} y $0^{m},4$ de grueso el tronco, de cuya corteza fluye una resina llamada *Almácigo* ó *Cachibou* de iguales usos que la goma elemí. Hojas imparipinadas, muy variables en su forma y número. Flores en racimos axilares, simples y de pétalos muy pequeños. Drupa pisiforme de dos á tres valvas. Corteza delgada y unida, de película fina y de color almagrado. Madera blanda, amarillo-verdosa, poco ó nada elástica y de escasa resistencia.

Rompe en todo á tronco y no se emplea en construcciones.

ALMENDRO.—**Laplácea Curtiana**.—*Richard*. (Familia de las Ternstroemiáceas.)—Arbol de 12 á 15^{m} y tronco de 8 á 9^{m} por $0^{m},5$ de diámetro: de elegante forma, abundante y fácil de reproducirse en todos los terrenos. Hojas alternas, elípticas, lustrosas por la página superior y vellosas por la inferior. Flores blancas, olorosas, solitarias en las axilas de las hojas, pentapétalas y poliandras. Corteza verdoso-agrisada entera y labiada; madera dura, de blanquecino leño y corazon rojizo, que se puede usar en ebanistería y carpintería.

Rompe á diagonal en la flexion y tension, y á lo largo en la torsion, haciéndose despues una torcida.

No se confunda este árbol con el almendro de Indias (*Terminalia Catappa*), cuya madera floja y blanquecina es muy diferente y sin uso conocido en el pais.

ANTEJO.—Arbol de pronto crecimiento y regulares proporciones. Corteza morada y la película blanca, toda unida y algo gruesa. Madera de contextura igual, fibra recta, bastante resistente á la tension, sin nudos y fácil de trabajar.

Puede emplearse en obras provisionales y en las que exijan mucha elasticidad. Pintada se conserva bien, pero el barniz no luce en esta madera.

Rompe casi á tronco en la flexion y tension, y á lo largo en la torsion, haciéndose despues una torcida antes de separarse las fibras.

ARABO.—**Erithroxylon Presasianum**.—*Especie nueva de S. Morales*. (Familia de las Erithroxyleas.).—Arbol de segundo órden de 7^{m} de alto el tronco por $0^{m},3$ de grueso. Corteza pardo-morada, surcada de estomates longitudinales que profundizan hasta la parenquima. Madera casi toda corazon, amarillo-rojiza, y el leño más claro, pero tan duro como el centro, de fibra recta y muy compacta. Hojas esparcidas ú opuestas, pecioladas, elípticas, con el ápice obtuso y algo escotado, márgenes íntegras, limbo inferior reticulado venoso cinamómeas, y el superior verde-azulado, ambos lampiños y de dos á tres pulgadas de largo por dos de ancho. Abunda en las márgenes de los rios, terrenos calizos vecinos al mar y bosques abrigados. Se emplea en postes, y puede servir tambien para piezas sometidas á la torsion.

Rompe en todo diagonalmente.

ARRIERO.—Arbol que puede pasar de 12^{m}. Corteza delgada, verde-blanquecina y unida ó entera. Madera de igual ó uniforme dureza, amarillo-rosada, con vetas longitudinales, negras al centro: fibra recta, sin poros y capaz toda ella de un hermoso pulimento.

Rompe casi á tronco en la tension y á diagonal y de pronto en la flexion y torsion. Se puede emplear en todas construcciones.

AYUA.—**Zanthoxylon Ternatum.**—*Swart.* (Familia de las Zanthoxyleas.) Arbol de 12 á 14^m, de madera blanda y fácil de trabajar, amarillenta, de fibra recta y porosa; corteza delgada, poco adherente, unida y verde-blanquecina, hojas imparipinadas, hojuelas lanceoladas, ligeramente dentadas y algo olorosas. Expuesta la madera al sol se cuartea y hiende, por lo que no debe emplearse á la intemperie. Su empleo principal es en puertas interiores de casa, ligazones de fábricas, y cajas para azúcar y mercancías.

El cocimiento de sus raices, se usa ventajosamente en el asma convulsiva. Las hojas son vulnerarias, y de su ceniza se hace una fuerte legía.

Rompe á diagonal en la flexion y tension y á lo largo en la torsion, haciéndose despues una torcida.

Llámase tambien Auyua y Ayuda, y se distinguen dos variedades, la Ayua Macho y la Ayua Hembra ó blanca: la primera más espinosa que la segunda.

AZULEJO.

Arbol de 8 á 10^m, con el tronco de $0^m,3$ de diámetro. Corteza delgada, pardo-clara, quebradiza y poco estable la parte suberosa. Madera casi toda corazon, amarilla, nada porosa, fibra recta, unida, elástica, y fuerte. Abunda en Vuelta-Abajo é isla de Pinos.

Rompe como la anterior, y se puede emplear ventajosamente en todas construcciones y embases.

BACONA Ó BACONAO.

Arbol regular que habita en varias partes de la isla, abundando en los montes de Guantánamo. Corteza delgada, pardo-blanquecina, unida, y áspera. Madera de uniforme tejido y consistencia, fibra reticulada, de mediana dureza y propia para servir de pendolones y varios objetos de carretería.

Rompe casi á tronco en la flexion y á astilla larga en la tension y torsion.

BARIA PRIETA—**Cordia Speciosa**: **Richard.**—**C. Gerascantoides**:—*Kunth.* (Familia de las Cordiáceas.) Arbol muy conocido, de segundo órden, recto, de 8 á 10^m y $0^m,3$ de grueso el tronco. Corteza gruesa, oscura, con surcos anchos longitudinales, distantes entre sí. Madera fácil de trabajar, de leño amarillo-blanquecino, poroso, y corazon amarillo-rosado, muy compacto y fuerte.

Rompe casi á tronco en la flexion, y diagonalmente en la tension y torsion, empleándose en construcciones de casas para cuartones.

BARIA BLANCA.—**Cordia Elíptica.**—*Swartz.* (Familia de las Cordiáceas.) Arbol mayor que el anterior, de larga vida y más consistencia la madera, tanto el corazon como el leño. Corteza delgada, negra la parenquima y parda la suberosa con la epidermis blanca (de que toma el nombre), quebradiza y desprendida por todas partes. El color de la madera blanco-amarilla y vetas negras longitudinales, interrumpidas como las fibras, siendo la seccion trasversal muy vistosa á causa de estas vetas del centro á la circunferencia. Las hojas son lanceoladas, ásperas y de unas cuatro pulgadas; las flores en panoja, odoríferas y muy buscadas por las abejas. El fruto le come el ganado vacuno y de cerda.

Rompe en todo á astilla larga y se emplea tambien en construcciones, siendo por esto más ventajoso qne el anterior por su mayor elasticidad y tenacidad. Se usa igualmente la tabla de esta madera en forros y pisos de barcos.

BIRIGÍ.—**Eugenia Buxifolia.** (Familia de las Myrtáceas).
Arbol de buen crecimiento. Corteza muy delgada, blanca la epidermis y pardo-

oscuro lo demás. Madera de corazon y leño igualmente duros, amarillo-rojizo este y rojo aquel, de fibra algo ondeante. Abunda bastante en el centro de la isla y Vuelta-Abajo. Es muy buena para construcciones, aunque bastante nudosa. El fruto le comen los cerdos y varios pájaros.

Rompe en todo casi á tronco.

CABO DE HACHA CIMARRON.—**Trichilia Spondióides.**—*Jacq.* (Familia de las miliáceas).—Arbol de 6 á 9^m. Abunda en todos los terrenos de las islas de Pinos, Cuba y Santo Domingo. Corteza blanca y quebradiza, delgada y adherida al leño. Madera ligera, fuerte y correosa, á propósito para mangos de herramientas, varas de carruaje y todo lo que exije elasticidad y tenacidad; amarillenta y de fibra recta. El cocimiento de su madera es bueno para el asma.

Rompe á diagonal corta en la flexion y al largo sin astillar en la torsion, haciéndose despues una torcida.

CAGUASO. Arbol de buen grandor; tronco de 6 á 8^m y $0^m,3$ á $0^m,5$ de grueso, abundante en Vuelta-Abajo. Corteza pardo-oscura, blanquecina en los primeros tiempos, delgada y adherente. Madera dura, compacta, rosada, no muy fácil de trabajar, de buen uso para las construcciones, particularmente las sujetas á la presion; pero que necesita pintarse á menudo para evitar la ataque el comégen.

Rompe en la flexion y tension á lo largo, y en la torsion casi á tronco.

CAIMITO.—**Chrysophyllum Caimito.**—*Lineo.* (Familia de las Sapotáceas). Arbol muy conocido por su fruta, bastante abundante y de 8 á 10^m de altura. Corteza unida, rojizo-blanquecina, compacta y de epidermis muy delgada. Madera todo corazon, dura, fibra recta, color amarillo siena, que oscurece mucho con el barniz. Hojas alternas, ahovadas, verdes por encima y castaño por debajo. Flores pequeñas blanquecinas, y fruto redondo comestible.

Rompe á astilla larga en la flexion, á tronco en la tension y á lo largo en la torsion. Se puede emplear ventajosamente en construcciones y ebanistería.

La cáscara del fruto es astringente.

CAIMITILLO.—**Chrysophyllum Oliviforme.**—*Lamark.* (Familia de las Sapotáceas.)—Arbol de 6 á 8^m y tronco de 4 á 5^m por $0^m,2$ de diámetro. Hojas y flores parecidas á las del anterior; fruto morado oscuro, semejante á una aceituna pequeña. Corteza poco gruesa, cuya epidermis, unida, áspera y blanquecina, es, como la del anterior, muy delgada. Madera dura, compacta y elástica, amarillo-verdosa, de leño y corazon igualmente fuertes, fibra recta y nada porosa.

Rompe á diagonal en la flexion, casi á tronco en la tension y á diagonal corta en la torsion. Es poco usada por sus cortas dimensiones, pero puede emplearse ventajosamente en carruajes y otras obras de ebanistería y carpintería por su gran elasticidad, resistencia y finura.

CANELILLA. Arbol de la Vuelta-Abajo y costa del Sur. Corteza oscura y unida, poco adherente al leño, y de epidermis tan delgada que se puede decir no existe más que la película. Madera toda de corazon, compacta, amarillo-rojiza, fibra recta y no fácil de trabajar. Tostada despide olor de canela, y aun la cáscara tiene algun sabor á esta especie, de que sin duda toma el nombre.

Rompe en todo á tronco ó diagonal muy corta, y es buena para todas las construciones, en especial para tablazones, carruajes, catres y otros objetos de industria que requieren fuerza y elasticidad.

CAOBA.—**Swetania Mahogani.**—*Lineo.* (Familia de las Cedréleas ó Meliáceas.)—Hermoso árbol que llega á ser de primer órden, subiendo el tronco hasta 12^m y más, y teniendo de 3^m á 4^m de diámetro. Se dá principalmente en la altura

media de las montañas. En las selvas bajas y tierra ligera algo pedregosa crece con más rapidez, pero su calidad no es tan buena, tanto por lo que hace á su resistencia como por su bello color y veteado. Sus hojas son aladas, y las hojuelas (cuatro pares) enteras, ovales, acuminadas. Las flores en panoja, pequeñas y blancas: y el fruto cápsula dura y leñosa. La corteza es oscura y algo gruesa; y la madera de fibra ondeante, más fuerte y oscura en el corazon que en el leño. El hermoso veteado de las planchas, que tanto aprecia la ebanistería, es mucho mas variado y caprichoso en la union de las ramas y raices.

La corteza es amarga y astrigente, empleándose en medicina como la quina por ser tónica y febrífuga, en dósis de 2 á 6 adarmes.

Rompe en todo casi á tronco, y aunque no muy resistente, se emplea por su abundancia y facilidad de trabajarla en muchas obras de edificios, artillería, y marina; pero luego que el comercio de esportacion estime más esta riqueza, se limitará su uso á muebles finos, y cuando más á puertas, ventanas y adornos de pisos, techos y paredes.

CAPA-ROTA—Arbol de 8 á 10^m y tronco de $0^m,3$ á $0^m,4$ de diámetro. Corteza oscura, áspera, unida y delgada; por lo regular llena de pequeñas plantas criptogámicas. Madera amarillo-rosada, toda corazon, fuerte, fácil de trabajar, muy elástica y resistente, de fibra recta y algo reticulada; muy á propósito para toda clase de construcciones civiles y navales.

Rompe en todo á astilla larga.

CARBONERO.—**¿Capparis Jamaicensis?**—(Familia Caparídea.) Arbol de 10 á 12^m. Tronco de 7 á 9^m por $0^m,2$ á $0^m,4$ de diámetro; corteza blanco-rosada, salpicada de esporos negros, delgada toda ella y fina la película. Madera de casi igual dureza el corazon y el leño, blanco-amarillenta, y con el barniz amarillo ocrosa; fibra recta.

Resiste bien debajo del agua, y por esto y el poco grueso del tronco, se emplea como pilote.

Rompe en la flexion y torsion á diagonal corta, y en la tension casi á tronco.

CAREY DE COSTA.—**¿Millería? ¿Tetrácera?**—Arbol de segundo órden. Corteza pardo-oscura, quebradiza y áspera, poco gruesa. Madera de corazon oscuro con vetas negras en sentido de las fibras, al largo del tronco, y leño amarillo-rosado, tan duro como el corazon. Tiene bastante elasticidad, sufre la humedad, y es poco difícil de trabajar; pudiéndose emplear en todas construcciones. Abunda en la costa del Sur y Vuelta-Abajo.

Rompe en todo á diagonal corta.

CARNE DE DONCELLA.—**Byrsonima Lúcida.**—*Kunth.* (Familia de las Malpighiáceas). Arbol de 7 á 8^m y tronco de 5^m por $0^m,3$ á $0^m,5$ de diámetro. Hojas ovales, coriáceas, verde-oscuras en la página superior y castañas en la inferior: flores solitarias, rosadas, de agradable olor. Corteza blanca, unida, cuya delgada epidermis está surcada á todo su largo. Madera compacta, elástica y resistente, de hermoso color rosado-claro é igual firmeza en el leño y corazon; fibra reticulada. Se agrietea algo al aire libre, y su uso más conocido es en carpintería y ebanistería, si bien puede emplearse en construcciones. Se dá en todos los terrenos y por consiguiente abunda en toda la isla. Rompe á diagonal en todo de pronto y astillando.

CARNE DE DONCELLA CLARA.—(*Variedad de la anterior.*) Es idéntica en todo, de color más claro, menos densidad, igualmente elástica y resistente á la torsion y tension, aunque inferior á la presion. Sus usos iguales á los de la otra.

CEDRO.—**Cedrela Odorata.**—*Lineo.* (Familia de las Cedréleas.) Arbol que crece con más rápidez que la caoba, llegando en 40 años á más de 30^m, y el tronco á más de 3^m de espesor. Prospera en toda clase de terrenos, prefiriendo los más limpios y francos. Hojas aladas en largo peciolo comun y hojuelas oblongo-ovaladas de 4 á 5 pulgadas, coriáceas y lampiñas. Flores en panojas terminales, y fruto ovoideo puntuado de blanco. Corteza pardo-blanquecina, exteriormente agrieteada y gruesa, la parenquima morada. Madera con bastante albura, pero cuyo corazon, muy ancho, basta á sacar grandes piezas utilísimas para las construcciones de todo género y para toda clase de industria; labrándose con tanta facilidad como el pino, y con la buena circunstancia de no atacarla el comégen ni ninguna otra clase de insecto. Su color es rojo y la fibra recta, en algunos ejemplares ondulosa, y la madera de lo mas inferior del tronco, de las raices y de la union de las ramas tan hermosamente veteada, que á veces se confunde con la caoba. Es, sin embargo, mucho más porosa y de inferior calidad que esta.

Abunda mucho y rompe casi á tronco en la flexion y tension, y á astilla larga en la torsion. Produce una goma que se emplea en enfermedades de pecho y la coccion de la corteza sirve para golpes y caidas.

CEDRO HEMBRA—(*Variedad del anterior.*) Es madera menos densa, elástica y resistente, de color más claro, y menos estimada para todos los diferentes usos á que se destina el cedro; empleándose más generalmente para cajas de tabacos.

CERILLO.—**Exostemma Caribeum.**—*Widnow.* (Familia de las Rubiáceas.) Arbol de segundo órden, cuyo tronco llega á 9^m por $0^m,5$ de grueso. Corteza gruesa, blanquecina y surcada al largo. Madera rojiza, de corazon fuerte y compacto y leño menos duro, muy elástica, resistente y fácil de trabajar; por todo lo cual sería esta una de las primeras maderas si no la atacase un insecto que la busca de preferencia y destruye todo el corazon. Los árboles que se consiguen sanos son inapreciables para todo género de construcciones. Resiste bien debajo del agua.

Rompe al largo en la flexion y tension y á tronco en la torsion.

Las astillas sirven á los pescadores para alumbrarse durante sus nocturnas expediciones, de lo que sin duda toman su nombre el árbol y madera.

COMACARA ó COMECARÁ.—Arbol de buen crecimiento, cuyo tronco parece llega á $0^m,4$ de diámetro. Corteza parda, irregularmente labiada, algo delgada y poco adherente. Madera bonita y rara por las vetas negras que irregular ó caprichosamente emanan del centro, formando en el corte longitudinal líneas más ó menos anchas que la hacen muy vistosa. Su color blanco-amarillento y el corazon negro, pero todo igualmente resistente, compacto y fino.

Crece en Bayamo, Cuba y Guantánamo, sirviendo bien para las construcciones, y en especial para la ebanistería.

Rompe en todo casi á tronco.

CUABA.—**Amirys Trifoliata**—*Jacq.* (Familia de las Terebintháceas.) Arbol ramoso, de unos 9 á 10^m y $0^m,2$ de grueso el tronco. Hojas ternadas, cuyas hojuelas variables son brillantes por encima. Flores tetra-pétalas. Corteza parda, unida, poco gruesa y adherente. Madera blanco-amarillenta, parecida á la del álamo (*Populus nigra*), aunque más densa y fina, casi toda de corazon, de fibra recta y sin vetas sensibles. Se trabaja con facilidad.

Resiste mucho á la presion, y aunque la suele atacar un insecto, se consiguen muchos ejemplares sanos, que se aplican bien á las construcciones de cajas. Es resinosa y se usan las astillas para alumbrar con preferencia á las de pino por su clara y perenne luz.

Rompe á tronco en la tension y á diagonal corta en la flexion y torsion.

CUAJANÍ.—**Cerassus Occidentalis.**—*Loiseleur.*—**Prunus Ocidentalis.** *Swartz.* (Familia de las Rosáceas).—Arbol de 10 á 15^m y tronco de $0^m,3$ á $0^m,4$. Corteza oscura, áspera, algo gruesa, con la epidermis que se desquebraja. Madera casi toda corazon, fuerte, compacta, amarillo-rosada, fibra recta y reticulada. Hojas elípticas, acuminadas, íntegras y coriáceas. Flores en racimos laterales ó axilares. Fruto, drupa ovóidea parecido á la ciruela, muy apetecido por los cerdos.

Abunda en todas las Antillas, en las sierras y á orillas de rios. Se emplea su madera en camones, soleras y tablazon, cuidando de pintarla ó bien no usarla al aire libre, á causa de un insecto que entonces cria.

Rompe á diagonal en la flexion y tension y á tronco en la torsion.

CUERO DURO. Arbol de 8 á 10^m. Tronco de 5 á 6^m por $0^m,5$ á $0^m,6$ de diámetro. Madera cenicienta, toda de corazon compacto, duro, muy resistente en todos conceptos, particularmente á la tension, á que muy raras maderas alcanzan. Abunda en el centro de la Isla y sirve para toda clase de construcciones, especialmente y con ventaja para postes y péndolas, como asimismo para muchos usos en carpintería, ruedas hidráulicas, ejes de máquinas, etc.

Rompe en todo al largo, astillando por las aristas.

CHICHARRON.—**Chicharronia Intermedia.** *Rich.* (Familia de las Combretáceas.) Arbol de unos 12^m y $0^m,56$ á $0^m,60$ de grueso el tronco. Hojas alternas, ovales, obtusas, congregadas en las extremidades de las ramas. Flores en espiga, sin corola y con 16 estambres. Fruto, samara, corteza gris, unida y adherente. Madera fuerte y dura de trabajar, elástica y muy resistente á la tension; de corazon excéntrico, negruzco y leño verdoso-amarillo, fibra recta. Se usa bastante en carretería y en trapiches, ruedas de molino, hidráulicas y dentadas. Se puede emplear en todas construcciones.

Rompe á diagonal larga, astillando en la tension y torsion, y á tronco sin acabar de separarse las fibras en la flexion.

Hay otra especie de madera más oscura ó casi negra, menos abundante.

DAGAME.—**Calycophyllum Candidisimun.**—*D. C.* (Familia de las Rubiáceas.) Arbol recto, sin ramaje hasta el ápice, reducido á corto follage, sólido, liso y de muchas flores blancas; hojas ovales acuminadas, lampiñas por encima y algo pelosas por debajo; de unos 15^m de alto su tronco, de $0^m,4$ á $0^m,6$ de diámetro. Apenas tiene corteza ó puede decirse que esta se halla reducida á la epidermis y película, de color pardo-blanquecina y poco adherente. La madera es toda corazon, limpia y de igual resistencia por todas partes, agrisado-amarillenta, compacta y de fibra recta. Es bastante elástica y muy fuerte y útil para todas las construcciones de barcos y casas; pudiéndose usar tambien en la industria, en máquinas, carruajes y cureñas, prensas, etc. Abunda mucho, y su fruto (que es una cápsula pequeña y truncada), le apetece el ganado.

Rompe en todo á lo largo, haciéndose despues en la torsion una torcida.

DRAGACE. Arbol de regulares dimensiones. Corteza negra, áspera, abierta y separada, ó poco adherentes sus dos capas, parenquimosa y suberosa. Madera dura, poco igual, fibrosa, ceniciento-negruzca con algunas vetas negras y lineares, muy elástica y bastante resistente á la presion y tension.

Rompe á media madera en la flexion y tension, y de pronto á diagonal corta en la torsion. Es poco usada esta madera (sin duda por no abundar mucho); pero puede emplearse muy bien en construcciones. La corteza suele ser atacada por un insecto, quedando la madera sana.

ÉBANOS.—REAL.—BLANCO.—CARBONERO.—MULATO.—**Diospyros....** (Familia de las Ebenáceas).—El importante género *Diospyros* de la familia de las Ebenáceas,

encierra multitud de especies naturales de las zonas calientes y templadas, entre las que los *Ébanos* son acaso las más interesantes. El Ébano, ó Ébano Real (*Diospyros Ebenus*) es un árbol grande, como de 12 á 15^m de alto y el tronco $0^m,25$ á $0^m,30$ de diámetro, corteza y ramas agrisadas, hojas verde-oscuras y flores reunidas. La madera es de corazon negro, fina y compacta; albura amarillenta y fuerte; siendo la primera empleada por la ebanistería en muebles los más lujosos.

Los Ébanos *Carbonero* y *Mulato* (*Diospyros Nigrus* y *Diospyros Melanoxilum*), son igualmente árboles de buenas dimensiones, corteza rojiza y madera fuerte, compacta, casi toda de corazon, muy oscuro el del primero, con facultad de rayar de negro en la pared, y negro con vetas bronceadas el segundo. El Ébano blanco es todo de igual color, blanco-amarillento, duro y compacto. Todos ellos muy buenos para obras expuestas á la presion, tension y torsion, y el Ébano Real para la presion y torsion. Pero generalmente todos se emplean en ebanistería.

Rompen todos á diagonal corta y casi á tronco.

ESPINO BLANCO. Arbol de 12 á 15^m, tronco derecho, cuya corteza áspera y de película blanca (de que toma el sobrenombre), presenta muy visibles y aun separadas la parenquima (blanca) y suberosa (negra) de que se compone. La madera es amarillo-verdosa, de fibras y vetas oscuras y rectas (con escasa ó ninguna albura), y resistente á la torsion y tension.

Rompe á fibra en la flexion y tension y á lo largo en la torsion. Se puede emplear muy bien para péndolas y ejes.

GRANADILLO Ó ÉBANO ROJO.—**Brya Ebenus.**—*D. C.* (Familia de las Leguminosas.)—Arbol de mediano crecimiento, hermosa madera, sumamente dura y compacta, vidriosa y veteada; el corazon de color de tabaco oscuro, y amarillento el leño, que es poco espeso, y algo menos compacto. En el tronco y ramas existen espinas solitarias, rectas ó curvas. Sus hojas son ovales, obtusas, coriáceas y pubescentes en la página inferior. Las flores en dos ó cuatro hacecillos, y la legumbre tambien pubescente.

Rompe casi á tronco y se emplea en ebanistería, siendo muy buena para postes.

GUÁBANO.—Arbol que se dá pronto, en cuyo crecimiento llega á 9^m y el tronco á $0^m,3$ de espesor. Corteza pardo-oscuro-clara, unida y adherente. Madera ligera, toda igual, blanco-amarillenta, fibra recta y algo reticulada. Se trabaja con facilidad, pero en virtud de su poca resistencia y mediana elasticidad, no debe usarse en construcciones, sino á falta de otra mejor, debiéndose limitar su empleo á objetos de industria.

Rompe á tronco en la flexion y tension, y á diagonal larga en la torsion.

GUÁCIMA.—**Guazuma Ulmifolia.**—*Lamark.* (Familia de las Buttneráceas.)

Arbol que con el tiempo llega á ser de primer órden, alcanzando 14 y aun 15^m de altura y el tronco 6 á 8^m por 1^m á 2^m de diámetro. Hojas alternas, con el limbo superior áspero y verde-claro, y el inferior tomentoso. Flores hermafroditas, pálidas, en panículas axilares; estambres poliadelfos. Fruto, cápsula ovóidea leñosa. Corteza pardo-blanquecina, unida y algo gruesa. Madera sin albura, toda de igual dureza, amarillento-ocrosa, fibra reticulada, sana y con la propiedad de no agrietearse. Ramas casi horizontales y de grande extension.

Crece con rapidez en los llanos sobre terrenos fértiles; pero en los bosques adquiere mas densidad y altura.

La hoja sirve para alimentar el gusano de seda, como se verifica en la Jamáica, donde este árbol abunda. Contiene mucho mucílago espeso, que sirve en decoccion para limpiar la cabeza é impulsar el crecimiento del cabello. El fruto es dulce y agradable, puede sustituir al malvavisco en la confeccion de pastillas pectora-

les. La decoccion de la corteza es buena para curar la disentería sanguínea y la lepra, y el mucílago extraido de ella se usa contra las inflamaciones originadas por el contacto del *Guao*.

Por su escasa resistencia y el no aguantar demasiado á la imtemperie, se usa poco ó no se usa esta madera en las construcciones, pero por su ligereza se emplea en hacer canoas, yugos de carros, hormas de zapatos y otros semejantes objetos de industria.

Rompe á tronco en la flexion y tension, y á lo largo sin astillar en la torsion.

GUAGUASI.—**Lætia Apetala.**—*Jacq.* (Familia de las Rubiáceas.) Arbol cuyo tronco sube en 20 años hasta 10^m. Hojas ovales, de corto peciolo, obtusas ó acuminadas, lustrosas por encima; flores solitarias, de un blanco sucio; y fruto oliviforme, rugoso y trivalvo. Corteza delgada, verde-blanquecina, unida y adherente. Madera algo quebradiza y que se agrietea á la intemperie. Leño blanco-amarillento y corazon más oscuro, pero sin diferencia en sus cualidades resistentes, por lo que se puede decir que la madera es todo corazon, compacta y de fibra recta. Se puede emplear en construcciones bajo la intemperie. Su uso conocido es en carpintería para varias piezas de este arte. Rompe en todo á tronco.

Las hojas y cortezas pulverizadas se emplean ventajosamente en las llagas crónicas. Por incision se saca del tronco una resina oleaginosa, trasparente y amarillo-clara, que se usa como purgante drástico, del propio modo que la copaiba en enfermedades venéreas á dosis de 1 á 2 dracmas.

Hay otras dos especies de esta madera, la *Longifolia* y la *Crenata* de Richard, que difieren poco de la anterior.

GUAMÁ DE COSTA.—**Lonchocarpus Sericeum.**—*Kunth.* (Familia de las Leguminosas.)—Arbol cuyo tronco llega de 8 á 10^m y 1^m de diámetro. Hojas imparipinadas, de 7 á 11 hojuelas ovales, acuminadas, pubescentes por encima y tomentoso-sedosas por debajo. Flores en racimos terminales numerosos y pétalos sedosos. Corteza poco adherente, algo gruesa, áspera, irregularmente labiada, morena y la película blanca. Madera casi toda de corazon, fuerte y tenaz, amarillenta, de fibra recta con algunas vetas negras al largo, muy á propósito para construcciones. Se conserva bien debajo del agua, y abunda en Isla de Pinos y costa del Sur.

Rompe á astilla larga en la flexion y tension, y á lo largo en la torsion.

Hay tambien el *Guamá bobo*, de menor tamaño, y el *Hediondo*, que le es algo parecido.

GUAMACÁ.—Arbol de segundo órden. Corteza delgada, parda, unida, que se desprende con facilidad del tronco. Madera de rápido crecimiento, sin albura, amarillenta y fibra recta. Aunque algo porosa toma muy bien el barniz, y puede emplearse en ebanistería, como asimismo en las construcciones donde se emplea el pino.

Rompe en la flexion y tension á diagonal corta, y en la torsion á lo largo despues de torcer mucho.

GUAO-CONCHITA.—**Comocladia Dentata.**—*Jacq.* (Familia de las Terebinpháceas.)—Arbol de 6 á 10^m y $0^m,3$ á $0^m,4$ de grueso el tronco. Hojas ovales, oblongas, lisas y verde-oscuras en el limbo superior, y pardo-tomentosas en el inferior, dentadas y nerviosas. Flores de tres á cuatro pétalos y otros tantos estambres. Corteza áspera, morada, de epidermis blanca y surcada profundamente hasta el leño. Este es de escaso espesor, pues el corazon rojo ocupa todo el espacio ó compone la mayor parte del tronco.

Rompe en todo á diagonal corta, y en virtud de su mucha elasticidad y bastante

resistencia, puede emplearse en construcciones. Para debajo del agua es excelente.

Todo este árbol es muy venenoso, en términos que la sombra basta para entorpecer la respiracion. El contacto de las ramas hincha el cuerpo; asi que para cortarle y usarle sin riesgo debe quemarse de antemano.

GUAO DE COSTA.—**Rhus Metopium.** — *Lineo.* (Familia de las Terebintháceas.)—Arbol pequeño, más nocivo que el anterior, cuyas hojas tienen los dientes muy pronunciados. Corteza muy delgada, unida, morena y apenas adherente. Madera verdoso-amarillenta, de dureza por igual, fibra recta, vetas lineares negras, y fácil de trabajar. En todo rompe casi á tronco. Abunda en las costas é Isla de Pinos.

Las hojas son muy astrigentes, empleándose algunas veces en lociones. De la madera destila una especie de goma muy conocida en la Jamáica.

El mejor uso que puede hacerse de esta madera es en ebanistería.

Hay otras especies de *Guao*, el *Comacara Integrifolia*, de hojas pinadas; el *Comacara Ilicifolia*, de hojas sentadas y tres dientes, y el *Comacara Angulosa*, de hojuelas casi redondas y dientes espinosos, cuyas maderas no nos son conocidas.

GUAYABO COTORRERO.—**Psydium Pomiferum.**—*L.* (Familia de las Myrtáceas.) Arbol pequeño de unos 5 á 6^m; y el tronco, pocas veces recto, de 3 á 4^m de alto por $0^m,2$ de espesor. Hojas elípticas, ásperas, coriáceas. Flores blancas (como las del Naranjo) axilares, de suave olor. Fruta, baya comestible, muy conocida, de que se hacen los delicados dulces de jalea y conserva. La corteza del tronco es muy delgada, fina adherente y película ceniciento-oscura. Madera dura; toda de corazon, campacta y de color amarillo-cromo. Se puede emplear en ebanistería.

Rompe en la flexion á astilla larga, en la tension casi á tronco y en la torsion á lo largo.

El *Guayabo del Perú* (*Ps. Pyrifera*) es otra especie muy parecida, no diferenciándose más que en el fruto, que en vez de redondo tiene la forma de pera.

Las hojas, raices y fruta verde son astringentes, y se emplean en las heridas y disentería.

Hay otras tres variedades: la *larga, amarilla* y la *hibrida*, cuyas maderas difieren poco de la anterior.

GUAYACAN Ó PALO-SANTO—**Guaiacum Officinalis.**—*L.* (Familia de las Rutáceas.—Tribu de las Zigophilleas.)—Hermoso árbol de 15 á 20^m, que crece en todos los terrenos, prefiriendo los pedregosos. El tronco llega hasta 10 y 12^m y $0^m,7$ á 1^m de diámetro. Hojas aladas; hojuelas subsesiles, ovales, muy obtusas, coriáceas, íntegras, reticulado-venosas. Flores axilares, solitarias. Cápsulas ovoídeas, biloculares. Corteza blanco-verdosa, unida, delgada y adherente. Madera de leño amarillo y corazon verdoso, uno y otro de igual contextura y firmeza, muy compacta, y tan dura que el cepillo saca aserrin, siendo, por consiguiente muy difícil de trabajar. Por su dureza se emplea en dientes de ruedas, en ejes, tornillos, poleas, morteros, etc. Destila y se saca por incision una resina verdosa de agradable olor, que se sirve en píldoras de una á dos dracmas para curar varias enfermedades; lo propio sucede con el aserrin, despues de disueltas una ó dos onzas en dos libras de agua y puestas á hervir hasta que se reduzca al tercio. Esta tisana endulzada se puede tomar de hora en hora, siendo excelente como sudorífico y buen remedio para la sífilis, la gota, reuma crónico y enfermedades del cútis.

Abunda en todas partes de la isla, y rompe casi á tronco.

El nombre de *Palo-Santo* se le dieron los primeros españoles que lo conocieron

en el Nuevo-Mundo, por la creencia que tenian de que su madera y hojas curaban multitud de enfermedades con más eficacia que ninguna otra sustancia.

GUAYACANCILLO.—**Guaiacum Verticale**.—*Ortega.* (Familia de las Rutáceas.)—Arbol de menores dimensiones que el anterior, con las hojuelas más numerosas y más agudas en el ápice. Corteza igual y madera algo más clara, amarillenta, compacta y dura por igual. No es tan difícil de trabajar, y puede emplearse en construcciones y otros usos de industria.

Rompe en la flexion á media madera, en la tension á diagonal corta y en la torsion á lo largo astillando.

GUAYRAJE.—**Eugenia Baruensis.**—*Jacq.* (Familia de las Myrtáceas.)—Arbol de 7 á 8^{m}, hojas elípticas, puntiagudas; flores axilares, en racimos muy chicos y numerosos; fruto pequeño, liso y lobuloso. Madera toda corazon, dura, compacta, fibra recta y cerosa. Corteza algo gruesa, parda, unida y áspera. Por su resistencia y elasticidad es muy á propósito para todas las construcciones de edificios, para carretería y multitud de objetos de industria. Sirve tambien para obras hidráulicas; sufre bien debajo del agua.

Rompe en la flexion y tension á diagonal, y en la torsion á lo largo.

GUIRA.—**Crescentia Cujete.**—*Sprengel.* (Familia de las Bignoniáceas.) Arbol de regular tamaño, cuyas hojas, pegadas al tronco están en el ápice de los ramos, siendo oblongo-lanceoladas, de base aguda. Fruto globoso ó elipsóideo con el ápice obtuso. Corteza blanca, algo gruesa, cuya parte suberosa se separa fácilmente de la parenquima. Madera toda corazon, blanco-amarillenta, de fibra recta y fácil de trabajar. Se agrietea alguna cosa al sol, y se emplea en yugos y arados. De la cáscara del fruto se hacen vasijas como tazas, de que se sirven en el campo, llamándolas *Güiras* y en la Vuelta-Abajo *Jigüera.*

Rompe en la flexion á tronco sin acabar de separarse las fibras, en la tension á tronco y en la torsion á lo largo.

GUIRILLA.—¿**Crescentia**?—Arbol de 6 á 8^{m} y $0^{m},3$ á $0^{m},5$ de grueso el tronco. Corteza entera, reticulada, no muy adherente al leño, blanquecino-verdosa. Madera toda corazon, amarillo-rojiza, fibras reticuladas, dura y apenas porosa.

Se trabaja con facilidad.

Rompe en la flexion á tronco y en la tension y torsion á astilla larga, pudiéndose usar ventajosamente en las construcciones por sus buenas cualidades físicas.

Se agrietea como la anterior al aire libre.

HUESO.—**Tabernemontana**... (Familia de las Apocyneas.)—Arbol de 5 á 7^{m}, de hoja amarillo-blanquecina y corteza clara, pero gruesa, y epidermis blanco-verdoso-oscura, unida y adherente. Madera toda corazon, fuerte, compacta y preciosa, particularmente en su seccion trasversal, por el veteado verde-oscuro á grandes manchas radiantes, figurando pétalos ú hojas rotas sobre un fondo amarillo-rosado. La fibra es algo reticulada.

Rompe en todo casi á tronco, usándose en ebanistería. Debe cuidarse no exponerla mucho á la intemperie antes de barnizarla, porque se agrietea.

JABONCILLO.—**Sapindus Saponaria.**—*L.* (Familia de las Sapindáceas.) Arbol casi de primer órden. Hojas aladas, cuyas hojuelas varían en forma y número. Flores en racimo, con cuatro pétalos blanco-amarillentos. Fruto, drupa casi globosa, cuya nuez es negra y dura, de que se sirven para cuentas de rosario. Corteza unida, poco adherente y gruesa, con su epidermis amarilla. Madera pesada, casi toda de corazon; éste amarillo-rojizo oscuro con vetas negras, y el leño

amarillo-manchado, de igual dureza. Fibra recta y el todo duro de trabajar. Rompe á tronco en todo, y se emplea en carpintería.

El fruto de este árbol comunica al agua una untuosidad notable, que puede reemplazar al jabon para el lavado de la ropa.

La variedad en la forma de las hojas de un árbol á otro y aun en el mismo pié, hace creer existen muchas especies distintas, cuando solo son variedades.

JAGUA.—**Genipa Americana**.—*Lin.*—(Familia de las Rubiáceas).

Arbol cuyo tronco recto es de 8 á 10^m de altura, por $0^m,3$ á $0^m,6$ de diámetro. Ramas horizontales, hojas verde-claras, opuestas, lanceoladas, de 12 por 3 pulgadas, nerviosas. Flores en ramilletes, olorosas, tetrapétalas, blanquecinas y despues amarillentas. Fruto ovoideo, pulposo, de cubierta coriácea, cenicienta, de cuya pulpa se hace dulce y refrescos. Corteza delgada, blanquecina, unida y poco adherente al leño. Madera amarilla al centro y veteada de negro en los extremos; fibra algo ondulosa. Es fácil de trabajar y propia para postes. Se usa generalmente en cajas de fusil, teleras y manceras de arados, cabos de herramientas, etc.

Rompe en todo á diagonal corta astillando.

La ralladura del fruto verde se aplica en los clavos y grietas de los piés originados por la sífilis. Madura tambien y abre en 24 horas los lobanillos.

JAGUAY. Arbol de mediana altura, tronco derecho, de corteza amarilla, delgada, y la película ó capa exterior blanca ó casi blanca, lisa y sin aberturas. Madera amarilla, toda de corazon, fibra reticulada, entre rayos medulares blancos, que parten del centro y forman curvas simétricamente dispuestas como las paletas de las turbinas; singularidad que hace la seccion trasversal sumamente vistosa.

Rompe á la flexion y torsion al largo, y en la tension á tronco; se puede usar, en construcciones, pero con especialidad en ebanistería.

JAGUEY.—**Ficus Dimidiata** (Familia Morea).

Arbol secular que llega á 10^m. Tronco recto, rodeado de infinidad de raices adventivas que de él emanan. Hojas oblongo-ovaladas, pequeñas y verde-oscuras. Fruto, un higo que apetecen las aves, cerdos y otros animales. El árbol es las más de las veces parásito, ó bien desde que nace se apoya en otro, por el cual sube en espiral hasta cubrirle y destruirle. Su corteza es delgada, pardo-morada, unida; su madera casi toda corazon, amarillo-verdosa, con vetas más oscuras al centro de una gran extension, no difícil de trabajar, buena para ebanistería y toda clase de construcciones, especialmente las expuestas á la presion y torsion dentro y fuera del agua.

Rompe en todo á diagonal corta astillando, y abunda en toda la Isla.

De las raices adventivas se saca el liber ó parte interna de la corteza, tan fuerte como la *Majagua* y de iguales propiedades higrométricas.

Hay otra especie sin vetas centrales, ó mas uniforme todo el leño, que suelen llamar *Jagüey hembra*, de iguales propiedades y usos que este, diferente solo en la hoja, que es de un palmo de grande.

JAGUILLA. Arbol de tercer órden (7^m por $0^m,25$ el tronco), de corteza pardo-morada, desquebrajada al largo y poco adherida. Madera blanco-amarillenta, de fibra recta y unida, con algunas vetas al largo, fácil de trabajar y propia para palos de embarcaciones, puentes, pilotes y postes.

Rompe en la flexion y tension á diagonal, y en la torsion á astilla larga.

JAIMIQUÍ (*que otros llaman Almiquí y Yaimiquí*).—*Achras...*

Arbol de unos 12^m de alto y el tronco hasta $0^m,8$ de grueso. Corteza morado-

oscura, con hendiduras la epidermis. Madera fina, amarillo-rojiza, algo parecida á la *carne de doncella*; de fibra compacta y toda igual. Se puede emplear muy bien en todas construcciones, aunque á la intemperie se alabea algo.

Rompe casi á tronco en todo.

JÁTIA. Arbol de 10 á 15^m y tronco de 7^m á 9^m y $0^m,4$ de diámetro. Corteza blanquecina, entera, dura y bastante gruesa, de igual color interior toda ella que la madera. Esta es blanco-amarilla, y con el barniz amarillo de oro, de fibras rectas, toda de corazon, siendo reticuladas las capas que constituyen el leño ó límite del duramen.

Rompe en la flexion y tension á diagonal y en la torsion al largo. Es poco ó nada elástica, apenas usada y escasa: debiéndose únicamente emplear como postes en las construcciones, pero muy buena para ebanistería. Abunda esta madera en Vuelta-Arriba.

JIBÁ.—**Erithroxylon Alaternifolium.** (Familia de las Erithroxyláceas). Arbol de segundo órden, Corteza delgada, amarillo-verdosa, unida y que se desprende del leño fácilmente. Madera toda de corazon, dura, resistente y elástica, fibra recta y aun algo reticulada; color amarillo en el centro y amarillo-oscuro ó verdoso en los extremos, de donde salen algunas vetas y manchas al centro, haciendo muy vistosa la seccion trasversal, y la madera propia para objetos de ebanistería. Se puede tambien emplear ventajosamente en construcciones de todas clases, aunque es algo pesada para las navales.

En la flexion y tension rompe á media madera larga y en la torsion al largo, haciéndose despues una torcida hasta romper astillando por las aristas.

JIBÁ DE COSTA.—**Erithóxylon. ¿Spinenceus?** (Familia de las Erithroxyleas.) Arbol de 8 á 10^m y tronco de $0^m,2$ á $0^m,3$ de diámetro. Corteza blanco-verdosa, muy delgada, fina, unida y adherente. Madera amarillenta, toda de corazon, fibra recta, compacta, muy elástica y resistente. Se puede emplear en todas construcciones y en ebanistería.

Rompe en la flexion y tension casi á tronco astillando, y en la torsion á lo largo.

JIQUÍ DE LEY.—**Bumelia-Nigra.**—*Swartz.* (Familia de las Sapotáceas.) Arbol que se eleva á 12^m y abunda en Tierra-adentro por todos los terrenos. Ramas con pelos ferruginosos: hojas alternas, elípticas, de breve peciolo, coriáceas, de márgen íntegra, por debajo reticuladas y venosas. Fruto globoso, craso; pericarpio monospermo, coriáceo, duro. Corteza delgada, de epidermis blanco-amarillenta. Madera fuerte, pesada, de casi igual dureza el leño y pequeño corazon, blanco-amarillento aquel y rojo oscuro este; fibra recta; el todo elástica y dura de trabajar, bastante resistente á la tension y mucho á la presion y torsion; por lo que sirve para toda clase de construcciones, especialmente empleada como postes, tornapuntas, soleras, vigas y sopandas.

Rompe en todo á diagonal corta.

JOBO.—**Spondias Mirobalanus.**—*L.*—*S. Lutœa.* (Familia de las Terebintháceas).—Arbol de primer órden, de rápido crecimiento, llegando á 15 y 20^m, muy comun en los bosques fértiles de la Isla. Hojas alternas, aladas con impar, de nueve hojuelas subsesiles, elípticas, enteras, lisas, lampiñas, delgadas, y mas verdes en la página superior que en la inferior. Flores blancas, hermafroditas, en panojas terminales, con 10 estambres. Fruto, drupa ovoidea, pulposa, amarilla en la madurez, muy semejante á una ciruela. Tronco robusto, de 8 á 10^m por $1^m,5$ á 2^m de espesor, Corteza como la del corcho, áspera y gruesa, de grandes aberturas ó surcos irregulares á lo largo, separable de la parenquima,

y esta del leño. Madera de resistencia igual, aunque más poroso el corazon, floja, de fibra reticulada, color blanco-verdoso, elástica y de escasa resistencia para otros usos que canoas y otros más de industria.

Rompe en todo á diagonal corta.

Las raices, que suelen ser muy gruesas y profundas, encierran agua potable. La corteza destila una goma que en decoccion sirve para cauterizar las úlceras crónicas. El fruto, semejante á una ciruela roja (su congénere) es de sabor acidulado-azucarado, y el mejor cebo para los cerdos: razon por la cual abunda mucho este árbol en los potreros.

JOCUMA.—**Sediroxylon Pallidum.**—*Spr.* (Familia de las Sapotáceas.) Arbol abundante y de unos 15^m de elevacion. Hojas alternas de grandes peciolos, muy lampiñas y obtusas, reticulado-venosas. Flores en hacecillos pedunculados, axilares y lampiñas. Fruto ovóideo-carnoso, de forma de ciruela, coriáceo-lustroso. Madera de corazon fuerte, dura, color amarillo-oscuro, fibra algo ondeada; muy resistente á la presion y torsion.

Rompe á tronco en la flexion y tension y diagonalmente en la torsion. Se emplea en construcciones, cuidando de no usarla cuando haya de resistir á la tension.

JÚCARO.—**Bucida Capitata.**—*Wahl.* (Familia de las Combretáceas.)

Arbol de 10 y 12^m, tronco de 0^m,4 á 0^m,5 de espesor. Hojas ovales, obtusas por la parte superior. Flores sin corola, en racimos. Fruto, drupa, como una aceituna carnosa que comen los cerdos. Corteza amarillo-blanquecina, cuya epidermis quebrada se desprende del resto. Madera dura, compacta y amarillenta, buena para postes ejes y pilotes.

Rompe en todo casi á tronco.

JÚCARO NEGRO Ó BRAVO.—**Bucida Buceras.**—*L.* (Familia de las Combretáceas.) Arbol mayor que el anterior, llegando el tronco á 0^m,8 y 1^m de diámetro. Su madera es mas dura y fuerte, amarillo-verdoso-oscura, con vetas longitudinales, interrumpidas, negras y claras, siendo el corazon más oscuro, pero de no mayor resistencia. Es muy fuerte en todos conceptos, muy elástica é incorruptible debajo del agua; por consiguiente una de las mejores conocidas, aplicable á cuantas construcciones y objetos de industria se quiera.

Rompe á media madera, y en la torsion á tronco astillando.

Abunda mucho en esta isla, en la de Santo Domingo y en la de Puerto-Rico, donde la llaman *Húcaro* y *Húcar*.

LENGUA DE VACA.—**¿Ægiphilla?**... (Familia de las Verbenáceas.) Arbol de buena altura, con hojas parecidas á lo que expresa el nombre, y cuya madera, fuerte, compacta, nada porosa, de color rojizo por igual, fibra recta y muy resistente á la presion y torsion, se puede emplear en construcciones haciendo de tornapuntas, soleras y postes; y en la industria para ejes de máquinas y carros. Es tambien muy á propósito para ebanistería por lo sana y bella.

Rompe en todo á diagonal corta.

LEVIZA.—**Laurus**.... Arbol de regulares proporciones, llegando el tronco á 6^m de largo, por 0^m,3 de grueso. Corteza delgada, poco adherente, unida toda ella, de igual color pardo-oscuro. Madera fuerte, compacta, toda corazon, amarillo-verdosa y de fibra recticulada: excelente para todas construcciones, especialmente en edificios, y para carretería y ebanistería. Se suelen hacer de ella ejes de carreta, manceras y lanzas de arados.

Rompe á astilla larga en la flexion y tension y á tronco en la torsion.

LINO.—Precioso árbol de 8 á 10^m y el tronco 0^m,4 de espesor. Corteza muy delgada, roja la parenquima, y pardo-clara la epidermis, desquebrajada y como

reticulada. Madera toda igual, de fibra recta, color amarillo-claro de oro, muy unida ó compacta, elástica, resistente y fácil de trabajar. Se agrietea algo al aire libre, y conviene no exponerla al sol sin pintarla ó barnizarla.

Rompe en la flexion astillando, en la tension casi á tronco y en la torsion á lo largo astillando. Se puede emplear en todas las construcciones de edificios y marina, y en multitud de objetos de industria.

LIRIO MORADO.—Arbol de regulares proporciones. Corteza amarillenta, algo desquebrajada y poco adherente. Madera compacta, de corazon, fibra recta, muy elástica y resistente, amarillo-morada, y propia para toda clase de construcciones y ebanistería.

Rompe á diagonal en la flexion y tension, y á lo largo en la torsion, haciéndose una cuerda.

MABOA.—**Cameraria. ¿Angustifolia?** (Familia de las Apocyneas.) Arbol de 10 á 15^m y el tronco de $0^m,5$ á $0^m,6$, ramoso, con hojas opuestas, ovaladas lustrosas y con rayas trasversales paralelas. Flores blancas de cinco pétalos. Fruto oblongo-amarillento. Destila una goma ó leche venenosa. Corteza oscura con manchas blancas, áspera, delgada y poco adherente; madera toda de corazon, fuerte, compacta, de fibra algo ondulosa al largo, amarillo-cenicienta, y en el centro en corta extension negra.

Rompe en todo de pronto á tronco, y se puede emplear en postes, vigas y tornapuntas.

MABOA BLANCA.—**Cameraria Latifolia.**—*Jacq.* (Familia de las Apocyneas) Arbol semejante al anterior y de dimensiones casi iguales, pero con la hoja más ancha, la corteza más clara y de apariencia blanca, siendo la madera toda cenicienta, muy pesada, menos resistente que la otra á la presion, pero mucho más á la tension y elasticidad; propia, en consecuencia, para vigas, péndolas, puentes y construcciones navales. Sufre bien debajo del agua y terrenos húmedos.

Rompe en todo á media madera larga.

MACURIJE.—**Cupannia Oppositifolia.** (Familia de las Sapindáceas.) Arbol de 10 á 12^m de alto y $0^m,5$ á $0^m,6$ de grueso el tronco. Hojas aladas, opuestas y á veces alternas, cuyas seis hojuelas son enteras, coriáceas, lisas, elípticas, venosas por debajo. Flores en racimos terminales de color castaño como las ramas, cáliz cupuliforme, de cinco lóbulos. Estambres ocho en las flores masculinas. En las femeninas el ovario es ovoideo y trilobo, sobre el cual se halla el estigma en muy pequeño estilo. Cápsula de 1, 2, 3 valvas y diversa forma con la semilla globosa. Corteza morado-verdosa, delgada, que se desprende con facilidad. Madera blanco-amarillenta, dura, compacta, limpia, y toda corazon, excelente para todas las construcciones. Las abejas buscan mucho las flores, y la miel es de superior calidad. Abunda en la costa del Sur, á orillas de los arroyos y en las pendientes de las montañas. El cocimiento de las hojas es excelente específico para la erisipela.

Rompe á diagonal en la flexion y tension y á tronco en la torsion.

MAJAGUA.—**Paritium Elatum.**—*Richard.*—*Hibiscus Elatus.*—*Swartz.* (Familia de las Malváceas).—Se suele confundir este árbol con el *Hibiscus Tiliáceus* de Lineo, pero difiere de él en ser mayores todas sus partes, tener menores los pedúnculos de las flores, mayor el cáliz exterior (todo él caduco) y sus sépalos mucho más gruesos.

Arbol que llega de 15 á 18^m por 1^m de espesor el tronco, muy comun en lugares anegadizos y en las orillas de los rios. Hojas anchas, uniformes, íntegras, por encima pubescentes y debajo tomentosas, con nueve á once nervios. Flores axi-

lares, solitarias, ó dos ó tres en el ápice de las ramas, pentapétalas campanuladas. Fruto, cápsula desnuda del cáliz, ovoidea con diez lóbulos.

Corteza agrisada, cuyo liber, apenas sensible á las variaciones hygrométicas, sirve muy bien para medidas de tierra en vez de cadenas ó cintas. Madera blanco-amarillenta (y el corazon cenizo-azuloso), dura, elástica, de fibra recta y muy útil toda ella para multitud de objetos de industria; en cuyo concepto ocupa esta madera uno de los primeros lugares entre las mejores.

Resiste ó se conserva muy bien, además, debajo del agua, y rompe en todo á astilla larga.

El *Balibago* de Filipinas es el verdadero *Hibiscus Tiliáceus* ó la *Majagua* de Puerto-Rico.

MAJAGUA BLANCA.—¿**Grewia Maxima**?—Arbol de regulares dimensiones. Corteza blanca, de epidermis reticulada y unida. Madera de contextura igual y fibra recta; color amarillo-claro. Puede servir para postes y algunos usos navales.

Rompe á tronco en todo, haciéndose antes una torcida en la torsion.

MAMEY.—**Lacuma Mammosa**.—*G.* (Familia de las Guttíferas). Hermoso árbol que llega á ser de segundo órden. Hojas oblongo-elípticas y ovales, obtusas en el ápice, peciolos cortos, penninervatas, lustrosas y coriáceas. Flores odoríferas, con las que se preparan licores muy agradables. Drupa grande, casi redonda, cuyo peso es á veces de ocho libras, revestida de una corteza coriácea, gris y agujereada, con pulpa (de sabor de albaricoque) blanca en unos árboles, y roja en otros, que se come cruda ó cocida.

Despide una goma que se aplica á la curacion de varias enfermedades cutáneas, y á la extraccion de las niguas. Vegeta en tierra franca y fuerte. La madera de color rojo subido, fuerte, compacta y muy elástica, igualmente resistente al sol que bajo el agua, es muy buena para todas las construcciones, carretería, muebles, ejes de ruedas hidráulicas, etc. Es, por consiguiente, una de las mejores entre todas las conocidas.

Rompe á tronco en la flexion y tension y á diagonal astillando en la torsion.

Hay otra especie ó más bien variedad, el *Mamey colorado*, árbol muy grande, de forma piramidal, cuyo fruto es menor que el del anterior, y la madera de iguales propiedades. Sus flores aparecen en las ramas de dos años al caer la hoja del árbol (en Enero), la cual no vuelve á salir hasta que termina la inflorescencia.

Una y otra especie abunda en esta Isla y la de Santo Domingo y Puerto-Rico.

MANAJÚ.—**Garcinea Cornea**.—*Lineo.* (Familia de las Guttíferas). Arbol de buena talla, que se dá en tierras medianas y bajas, cerca de sierras ó rios. Hoja espinosa, muy dura. Corteza algo gruesa, toda ella pardo-oscura y reticulada, madera amarillo-rojiza, de fibra reticulada, toda corazon, fuerte, elástica y resistente; la cual dá por incision una goma amarilla muy ponderada para curar las heridas y preservar del pasmo (tétano). Se emplea en soleras y en el tinte; pero sin inconveniente alguno puede tambien usarse en otras construcciones, fuera y dentro del agua, así como en carpintería y carretería.

Rompe á tronco en la presion y tension, y á lo largo en la torsion, haciéndose una torcida antes de la separacion de las fibras.

MANGLE COLORADO.—**Ryzóphora Mangle**.—*Lineo.* (Familia de las Ryzophóreas).—Arbol muy comun y ramoso que cubre casi todas las costas, cayos y ciénagas; de regular elevacion, con muchas y visibles raices; hojas elípticas y gruesas: flores blancas tetra-pétalas y ocho estambres. Fruto leñoso, coriáceo, pequeño, amargo y péndulo, el cual al caer origina otro árbol. La corteza, de

epidermis agrisada y parenquima roja, se emplea en curtir pieles. La madera es pesada, muy dura, amarillo-rojiza y veteada, elástica y grandemente resistente en todos sentidos, por lo que se puede emplear, cuando sus dimensiones lo permiten, en objetos de industria y que requieren estas cualidades.

Rompe en la flexion y tension casi á tronco y en la torsion á diagonal astillando.

MANGLE NEGRO Ó PRIETO.—**Avicenia Nitida.**—*Lineo.* (Familia de las Guttíferas).—Arbol de 10^m de alto y unos $0^m,5$ de grueso el tronco, abundante, como el anterior, en las playas, y de cuyas flexibles ramas altas y extendidas salen varias raices adventivas, que, al tocar en el suelo, dan orígen á nuevos árboles. Las ramas y troncos que se hallan dentro de las aguas se cubren de ostras. Hojas ovales, nerviosas por debajo. Flores pequeñas y fruto péndulo, con una pulpa interior amarga. Corteza oscura, reticulada, poco adherente ó que se separa del leño despues de cortado. Madera pardo amarillenta, de fibra ondulosa, pesada, compacta, algo más elástica que la anterior, muy resistente dentro y fuera del agua, por lo que es muy apreciada para pilotes, obras hidráulicas, embarcaciones y todo género de aplicaciones á que se le quiera someter, al aire libre, debajo del agua ó en terrenos húmedos.

Rompe de igual manera que la anterior.

MARIANITA. Arbol de buenas dimensiones, corteza delgada, blanco-amarillenta, casi lisa, madera pesada, toda corazon, dura, compacta, color castaño, elástica y resistente en todos conceptos.

Rompe en la flexion y tension á astilla larga, y en la torsion á lo largo, haciéndose despues una torcida.

Se puede emplear en construcciones dentro y fuera del agua.

MIJE.—(*Algunos le llaman Miji*).—Arbol abundante, de tronco recto, de unos 5^m de largo por $0^m,2$ á $0^m,3$ de espesor. Corteza pardo-agrisada y muy delgada, lisa y adherida. Madera todo corazon, amarillo-agrisada, elástica, compacta, dura, sana, y de fibra recta, fácil de trabajar y resistente á todo y en todos los medios.

Rompe á astilla en la flexion, por descomposicion ó segregacion de fibras en la tension, y á lo largo en la torsion, haciéndose despues una torcida. Se puede emplear ventajosamente en construcciones, particularmente en puentes y armaduras.

MONTE-CRISTO.—Arbol de regulares dimensiones, pero de madera inapreciable por sus excelentes cualidades. Corteza pardo-verdosa, como reticulada, unida, delgada y adherente. Leño y corazon igual, fibra reticulada, color amarillo-oscuro, sumamente elástica y resistente especialmente á la tension. Muy buena para todo género de construcciones, carretería y ebanistería.

Rompe en todo á astilla larga.

MORURO.—**Acácia Arbórea.**—(En otras partes SABICÚ por lo parecido de la madera.) (Familia de las Mimosas.)—Arbol de gran tamaño y tronco de $0^m,6$ de grueso. Ramas peludas, hojas dos veces aladas, con tres á cinco pinas y 14 á 18 hojuelas en estas, oblongas, pequeñas y obtusas. Flores en capítulos globosos, axilares, con pedúnculos pelosos. Legumbre oblonga. Corteza algo gruesa, de película blanca y morada el resto. La madera es de corazon fuerte, morado-oscuro, elástica y resistente. Rompe en todo longitudinalmente.

Se emplea en ruedas hidráulicas, mazas, cubos de carros, planchas para pisos, etc., y se puede usar en todas construcciones.

NARANJO AGRIO.—**Citrum Vulgaris.**—*Risso.* (Familia de las Aurantiáceas). Arbol que en seis á siete años se eleva á 7^m. Peciolos alados con hojas elípticas, agudas, crenuladas. Flores veinte. Fruto globoso, de pulpa acre y amarga

y corteza ténue y escabrosa. Sustancia cortical del tronco más delgada, unida, negra la epidermis y blanca la parenquima ó sustancia interior. Madera blanco-amarillenta, de fibra recta y unida, muy correosa, resistente y fácil de trabajar.

Rompe en la flexion por algunas fibras de la parte convexa, en la tension á tronco y en la torsion al largo. Algunas variedades son un tanto más tenaces en la torsion y resisten más á la tension que la presente.

Se emplea la madera en obras de carpintería y mangos de herramienta. Por su gran elasticidad puede usarse con preferencia como péndolas, varas de carruaje, etc.

OCUJE.—**Calopyllum Cataba**, *Jacq*, *C.* **Inopyllum**, *Lineo*. (Familia de las Guttíferas.) Es el *Palo-María* de Filipinas y el *María* de Puerto-Rico: árbol muy abundante en todos los terrenos, de 28^m de alto y 1^m de grueso el tronco. Hojas ovaladas con el ápice muy obtuso. Flores en racimillos axilares, verde-azulosas por encima, de pétalos ovales y olorosos. Fruto esférico, carnoso, resinoso y amarillento en la madurez, cuya cáscara, muy amarga, la come bien el cerdo. La madera es rojizo-amarillenta, de fibra algo ondulosa, de bastante consistencia y no poca elasticidad.

Rompe en todo á diagonal corta, y se emplea en pisos y mástiles de barcos, soleras, limas y gruas. Da una resina inflamable que es poderoso remedio para las quemaduras; y el aceite, que sale del fruto en abundancia, sirve para la pintura y barnices crasos.

PALO-DIABLO.—Arbol de buen crecimiento, cuya corteza, muy delgada, unida y pardo-morada, es poco adherente. La madera es amarilla-clara, toda corazon, fuerte y compacta, de fibra recta, de igual peso que el agua, muy elástica y resistente en todos conceptos.

Rompe á tronco en la flexion y tension y á lo largo en la torsion, haciéndose despues una torcida. Se puede emplear ventajosamente en todas las construcciones; pero es preciso ponerla al abrigo de la intemperie por medio de la pintura ó barniz, pues suele agrietearse.

PALO-MULATO.—**¿Simaruba?**...—Arbol de buenas dimensiones. Corteza muy delgada, blanco-amarillenta, algo áspera y adherente al leño. Madera toda corazon, amarillo-clara, compacta, de igual textura toda ella y fibra algo ondulosa; muy elástica y bastante resistente, por lo que se puede emplear con ventaja en construcciones y objetos de industria.

Rompe en la flexion á astillas, en la tension casi á tronco y en la torsion á diagonal corta astillando.

PEJOJÓ ó LECHOSO.—**¿Tabœrnemontana Citrifolia?**..... — Arbol de buen crecimiento que se dá en terrenos bajos y medianos. Corteza gruesa, pardo-oscura, salpicada de manchas blancas al interior de los lábios de la epidermis, que probablemente son líkenes. Madera amarillo-rojiza, toda corazon, fuerte, compacta, de fibra algo ondulosa, sumamente elástica y muy resisténte á la presion y torsion; excelente para todo género de construcciones, ebanistería y carpintería. Por incision dá una resina blanca, de que abundan hasta los más pequeños tallos y hojas.

Rompe en todo á media madera.

PICA-PICA.—**Acacia**.... (Familia de las Mimosas.)—Arbol que suele llegar á 10^m de altura. Corteza negruzca, algo delgada, como resquebrajada y reticulada al exterior. Madera amarilla, de igual textura y bastante compacta, cuya fibra es ondulosa. Se raja á la intemperie y debe usarse ó emplearse en parajes cubiertos.

Se puede emplear en construcciones, pero es mejor para ebanistería. La pelusa de la vaina la usan en Puerto-Rico para espeler las lombrices.

PINO-BLANCO.—**Pinus Occidentalis.**—*Swartz.* (Familia de las Coníferas.) Arbol de gran tamaño, de mucha elasticidad y escasa resistencia, del cual se sacan grandes piezas y tablones para diversos usos en las construcciones. Al aire libre ó sin pintar se cuartea mucho; por cuya razon no suele emplearse más que en pisos y obras internas. El color de la madera es blanco, la fibra recta, toda ella poco resinosa y muy fácil de trabajar. Abunda mucho en Isla de Pinos y Vuelta-Abajo, y rompe diagonalmente en astillas que saltan en todas direcciones.

PINO-TEA DEL PAÍS.—**Pinus Tæda.**—*L.* (Familia de las Coníferas.) Es mayor este árbol y más útil que el anterior, por su mayor resistencia (aunque mucho menos elástico), y por no agrietearse al aire á causa de la gran cantidad de resina que tiene; labrándose por esta última circunstancia con menos facilidad. La fibra de la madera es más ancha y grosera y su color más subido.

Se emplea en todas las obras á que en general se destina el pino, si bien solo sucede cuando no hay en la plaza existencia del extranjero (de Suecia ó los Estados-Unidos) que es de igual precio y mejor calidad.

Rompe á diagonal astillando; y abunda tambien en Isla de Pinos, Vuelta-Abajo, y otros varios puntos del país.

PINO-TEA DE FIBRA RECTA.—(*Estados Unidos.*) **Pinus Tæda.—¿So-retina?**—*Mx* (Familia de las Coníferas).—Viene de Nueva-York en grandes piezas. Su fibra es más fina que la del anterior y mucha menos la cantidad de resina, por lo que se trabaja fácilmente y admite bien el clavo y tornillos. Su resistencia es casi la misma que la de aquel, y su empleo muy general en todas las construcciones. Rompe en todo á diagonal.

Hay otras especies de pino, el *Sipré*, más blanco, fino y elástico; el de *Suecia* que tiene aun mejores condicciones que el de los Estados-Unidos y el *Tea-nudoso*, que solo se emplea en soleras ó durmientes.

QUIEBRA-HACHA Ó CAGUAIRAN.—**Copaifera Hymenœfolia** *Mor.*[s]—(Familia de las Leguminosas).—Arbol muy comun que llega á ser de primer órden. Tronco de unos 10^{m} de alto por $0^{m},7$ á 1^{m} de diámetro. Hojas aladas, con peciolos grises; hojuelas ovales y lustrosas. Flores chicas, morado-claras, en ramilletes. La legumbre, buena para el ganado, suele ser nociva al cerdo. Corteza delgada, blanco-negruzca, á surcos longitudinales. Madera casi toda de corazon rojizo y leño blanco-amarillento, todo igualmente duro y compacto; difícil de trabajar, pero muy resistente y la mejor madera para obras hidraúlicas, pues se petrifica debajo del agua.

Rompe en la flexion y tension á diagonal larga, en la torsion haciéndose una torcida.

RAMON.—**Trophis americana.**—*Lineo.* (Familia de las Urticeas.) Arbol que abunda en los lugares húmedos, de 10 á 11^{m} de elevacion y $0^{m},45$ de diámetro. Hojas alternas, lanceoladas de 3 á 4 pulgadas de largo, por 2 de ancho. Flores blancas con cuatro estambres. Fruto, baya globulosa rojiza con cuatro lóbulos. Corteza pardo-violácea y parenquima blanca, áspera y unida. Madera compacta, amarillo-cenicienta, toda corazon, fibra ondulosa, de bastante consistencia á la presion y torsion, aunque mediana á la tension. Sus hojas sirven de alimento á los animales en tiempo de seca y tienen la propiedad de fortificar y dar brillo al pelo. Las nodrizas las usan para llamar la leche.

Rompe en la flexion y tension á diagonal corta, y en la torsion al largo asti-

llando. Se emplea la madera como postes, sirviendo muy ventajosamente para ebanistería por la belleza de las aguas que producen sus ondeantes fibras.

RANA MACHO.—Arbol de buenas proporciones. Corteza negruzca, delgada y poco adherente al leño. Madera de contextura igual, fuerte, de color ceniciento-oscuro, fibra recta, elástica y muy resistente en todos conceptos; por cuya circunstancia y la de ser incorruptible debajo del agua, es de las mejores que se pueden emplear en todo género de construcciones.

Rompe en todo á astilla larga.

RASPA-LENGUAS.—**Cascaria Hirsuta**.—*Swartz*.—(Familia de las Samydeas.)—Arbol de medianas proporciones, pero de excelentes cualidades su madera. Ramas rectas, tomentosas. Hojas pecioladas, elípticas, acuminadas, equiláteras, dentado-aserradas, pubescentes en la páginasuperior y tomentosas en la inferior, ó al revés, pues cambia la disposicion de las hojas en diferentes piés de árboles y aun en uno solo. Flores axilares en hacecillos. Cápsula globosa con el ápice agudo, tomentosa y de tres lóbulos. Madera amarillo-clara, fuerte, compacta, muy elástica y resistente en todos sentidos, especialmente á la presion y tension. Corteza blanquecina, unida.

Rompe en todo á diagonal corta, y se puede usar ventajosamente en piezas de puentes, ejes de carruajes, máquinas, y ruedas hidráulicas.

ROBLE.—**Bygnonia Pentaphylla**.—*Lineo*.—(Familia de las Bignoniaceas.) Arbol de 9 á 11^{m} y $0^{m},8$ á 1^{m} de diámetro el tronco. Sus hojas son ahovadas y enteras; sus flores corimbosas, y su fruto coriáceo. Corteza blanco-amarillenta (y la parenquima morada), algo gruesa, áspera, con estomates ó lábios muy sensibles. Madera de uniforme tejido, ceniciento-amarillenta, fácil de trabajar, muy elástica y resistente y fibra recta. Se emplea generalmente en construcciones de barcos y casas, siempre que no pasa mucho tiempo despues de cortada, pues la ataca al momento un insecto de que es luego difícil privarla.

Rompe en todo á diagonal y á astilla larga.

ROBLE GUAYO.—**Bourería Suculenta**.—*Jacq*. (Familia de las Cordiáceas). Arbol de casi iguales dimensiones y apariencia que el anterior. Hojas ahovadas, enterísimas, lisas, que come bien el ganado. Corteza más clara que la del *Bygnonia*, igualmente labiada y áspera. Madera muy parecida en todo á la anterior, muy elástica y resistente, con iguales aplicaciones, muy propia tambien para toda clase de industria. Abunda bastante en toda la Isla.

Rompe á diagonal en la flexion y tension, y á tronco astillando en la torsion.

Hay otras especies de roble, el *prieto*, *bombo*, *blanco y amarillo*, las cuales producen madera análoga á la de aquellos, y de iguales usos. Todos se parecen á las variedades del *Capá* de Puerto-Rico.

SABICÚ (ó Jigüe ó Moruro).—**Acacia Formosa**.—*Kunth*—(Familia de las Mimosas).—Arbol de larga vida, que llega á ser de primer órden, hermoso y de flores odoríferas. Hojas aladas con cuatro á cinco pinas y hojuelas ovales, obtusísimas, de largos pedúnculos solitarios, ó dos á tres lo más. Legumbre plana, oblonga, obtusa y lampiña. Corteza toda ella morado-oscura y unida. Madera toda de corazon, fuerte, compacta, muy elástica y resistente, fácil de trabajar, de color morado-oscuro (no tanto como el *Moruro*). Se hacen de ella grandes planchas para pisos, y se emplea en construcciones navales, carretería, trapiches, molinos y todo género de obras.

Herbida la madera con alumbre dá tinte de rosa.

Vejeta de preferencia en terrenos elevados, aunque se dá muy bien en cuales-

Rompe en todo á diagonal.

En el Departamento Oriental hasta Trinidad se suele llamar *Jigüe*, en otras partes *Moruro*, sin duda por lo parecido que es al verdadero *Moruro* (*Acacia Arbórea*).

SABINA.—**Juniperus Sabina.**—*L.* (Familia de las Coníferas.) Arbol parecido al ciprés que algunos suelen llamar en Tierra-adentro *Enebro Criollo*, de 12 á 15^m de altura y tronco de unos $0^m,6$ de espesor. Se dá en tierra crasa y *Seboruros*, y se emplea generalmente en postes y tablazones. Su corteza, algo delgada, es negra, filamentosa y poco adherente. La madera rosada, fina, fácil de trabajar y de fibra recta. Todo el árbol es aceitoso, y debido á esta circunstancia se emplea ventajosamente (como el de Europa) en obras debajo del agua.

Se puede emplear muy bien en construcciones, particularmente las que exijan elasticidad y se hallen al aire libre, debajo del agua ó de terreno húmedo. Es, por consiguiente, muy buena para traviesas de ferro-carriles.

Rompe en la flexion á media madera, y á tronco en la tension y torsion.

SAPOTE NEGRO.—**Diospyros Laurifolia.**—*Rich.* (Familia de las Ebenáceas.)—Arbol de 8 á 10^m, con las ramas lampiñas y hojas alternas, de corto peciolo, elíptico-oblongas, coriáceas, integras y sedosas. Flores femeninas solitarias, de dos en dos, corola tubuloso-campanulada, y limbo pentafido con lacinias patentes sub-otusas, ovario sedoso, y poma lechosa, acorazonada con semillas negras. Su madera es de fibra un poco ondulosa, color morado-oscuro, compacta, pesada, elástica y muy resistente, particularmente á la presion. Rompe á tronco en todo, y puede emplearse como postes, ejes de carros, sopandas, puentes, etc. Abunda en las selvas de la mayor parte de la Isla.

El *Sapote* ordinario ó comun (*Sapote Achras*, familia de las Sapotáceas), es un árbol mediano, de hojas alternas, ahovado-lanceoladas, grandes (4×2 pulgadas) flores blancas ó rosada y poma comestible; siendo la madera blanca y menos resistente que la anterior.

El *Sapotillo ó Sapote de culebra* (*Lucuma Serpentaria*), es un árbol grande y grueso que crece en terrenos arenosos y pedregosos, de madera blanda y poco á propósito para construcciones. La corteza pardo-verdosa, destila una leche cáustica de que se hace tinta simpática, visible solo al fuego, con la cual tambien se cuaja la leche y disuelve la cuajada. Las hojas son mayores y el fruto menor que el del anterior. En Vuelta-Arriba le llaman *Siguapa* y algunos *Totuma.*

SIGUA.—**Laurus Martinicensis.**—(*Malabonga de Filipinas*). (Familia de las Laurineas.)—Arbol de 7 á 10^m. Corteza lisa, unida, adherente y morada, con la epidermis á manchas y puntos blancos. Madera de color amarillo de huevo, toda corazon, fibra recta y fácil de trabajar. Se agrietea del centro á la circunferencia, por lo que se debe usar á poco de cortada; y entónces, por su elasticidad y resistencia en todo, se empleará con ventaja en toda clase de construcciones.

Rompe á diagonal en todos conceptos.

SIGÚE.—Arbol de unos 10^m y tronco de $0^m,3$ de grueso. Corteza delgada, amarillo pardo-clara, cuya película rayada al largo, es poco estable. Madera dura, compacta, toda corazon, amarillo-rosada, de fibra recta, elástica y muy resistente á la presion. Se puede aplicar como postes, vigas y soleras y con especialidad en la ebanistería por su bella apariencia y finura de su tejido.

Rompe en todo á media madera astillando.

TAMARINDO.—**Tamarindus Indica.**—*L.* (Familia de las Leguminosas.) Grande y hermoso árbol, que se hace de primer órden y dura muchos años, no obstante la brevedad de su crecimiento. Se dá en todos los terrenos. Hojas imparipinadas, con hojuelas numerosas casi lineares, ú ovolo-oblongas, obtusas y lam-

piñas. Flores en racimos un poco péndulos; cáliz de cuatro sépalos, sedoso, corola de tres pétalos, tres estambres monadelfos, fértiles y cuatro pequeños estériles; ovario pedicilado. Fruto, legumbre oblonga comprimida, indehiscente, con pulpa interior, blanda y glutinosa (entre la que existen dos ó tres celdas menos porosas), de sabor ácido y agradable y color moreno; la cual forma disuelta en agua con azúcar una limonada algo laxante y muy apreciada en el país. El vino que se extrae de este árbol se hace machacando ó comprimiendo las legumbres en un tonel con agua, y añadiendo luego 20 libras de azúcar y 12 litros de alcohol de caña, se pone á fermentar y al cabo de cinco dias se obtiene el vino, que se puede conservar. La corteza es delgada, ó muy unida, algo áspera y pardo-amarillenta. La madera toda corazon, bastante compacta y con vetas agradables color del fondo amarillo-claro, que sube mucho con el barniz.

Rompe á diagonal en todo, y se puede usar en construcciones de todas clases, especialmente las que exigen elasticidad y resistencia á la tension.

UBILLA Ó UBERO.—**¿Cocolora Ubifera?...** (Familia Polygonia.) Arbol abundante en las playas arenosas, de unos 6^m por $0^m,4$ de grueso el tronco. Ramaje horizontal y extenso; hojas casi redondas, más anchas que largas, como de 30 centímetros, verde-moradas, y los nervios muy salientes. Corteza muy delgada, lisa, pardo-blanquecina y adherente. Madera amarillo-rojiza, fuerte, fina, fácil de trabajar, aunque toda de corazon, fibra recta y muy resistente, en particular á la presion y tension; por lo que se puede emplear en postes, ejes, mazas, etc., como asimismo en ebanistería.

Rompe en la flexion y tension á diagonal y en la torsion á lo largo astillando.

YABA.—**Andira Inermis.**—*Swartz.*—(Familia de las Leguminosas.) Arbol de 12^m por 1^m de grueso el tronco; abundante en tierra arcillosa y de larga vida. Corteza gruesa, de color de moho. Madera poco elástica, vidriosa, compacta, verde-oscura, fibra recta al largo y ondulosa en la seccion trasversal, formando círculos concéntricos; muy resistente á la presion y muy poco á la torsion.

La resina que dá este árbol por incision se emplea contra las lombrices; pero debe usarse con prudencia, por los principios venenosos que contiene el vegetal, especialmente la corteza. La ataca el comégen.

Rompe en todo á diagonal, saltando á astillas cortas. Se emplea en quillas de barcos, y puede usarse como postes y toda construccion que exija resistencia á la presion.

YAMA.—Arbol de buen crecimiento. Corteza unida, áspera, blanco-parda, delgada y poco adherente al leño. Madera de textura igual, fibra recta, con vetas en el mismo sentido, negras, irregulares y caprichosas; y en la seccion trasversal formando manchas azules y negras, y líneas idénticas á las que figuran los rios en las cartas. El fondo del colorido es amarillo vario.

Por todo esto la *Yama* es muy á propósito para ebanistería.

Su resistencia es mediana y no se la conoce uso alguno en construccion.

Rompe á diagonal en todo.

YAMAGUA Ó YAMAO.—**Guarea Trichilioide.**—*Lin.* (Familia de las Meliáceas.) Arbol de 10 á 12^m de altura, y el tronco de $0^m,4$ á $0^m,5$ de grueso. Ramas cenicientas, peciolos lampiños, ojas aladas con cinco á seis pares de hojuelas elípticas, lampiñas y agudas. Flores en panojas venosas, de sépalos pequeños. Cápsula glovoso-periforme. Corteza clara, la epidermis blanca y poco consistente, y el resto rojo-claro. Madera de contextura igual, fibra recta, como reticulada, color amarillo-rojizo, en la seccion trasversal con manchas oscuras.

Es madera bastante elástica y resistente para poderse emplear muy bien en

resistir lo mismo al sol que á la humedad. La emplea alguna cosa la carpintería, utilizándola más en marcos de puertas.

Rompe en todo á tronco astillando. Se dá en todo terreno.

Las hojas alimentan las vacas y caballos, y el fruto á los cerdos. La corteza contiene un jugo resino-gomoso que, administrado á dósis de 10 á 12 gotas, es uno de los purgantes y vomitivos más enérgicos. Su contraveneno parece ser el *Jatrofa multifida* (*Piñon*, arbusto).

YANA.—**Conocarpus Erecta.** —*Kumth.* (Familia de las Combretáceas.) Arbol tortuoso, achaparrado, que se dá en terrenos anegadizos, ó á orillas del mar; con hojas que varian mucho, siendo grandes ó pequeñas, obtusas ó agudas, ásperas ó velludas. Flores pequeñas sin corola, en capítulo globoso; fruto imbricado, acanalado, arqueado y coriáceo. Corteza áspera, parduzca, algo desquebrajada y poco unida al leño. Madera de corazon tan duro como el leño, negro aquel como el ébano, y amarillo cenizoso éste; de fibra recta, elástica y sumamente resistente á la tension y presion.

Se emplea en construcciones navales para curvas, y puede usarse en las demás construcciones en cuanto las dimensiones lo permitan. Resiste bien bajo del agua.

Rompe en todo á diagonal corta y media madera.

YANILLA Ó PALO DE CAJA.—**Schmidelia Cominea.**—*Swartz.*—(Familia de las Sapindáceas.) Arbol de unos 12^m de altura y $0^m,3$ de diámetro el tronco, abundante en toda clase de terrenos de la costa del Norte y más raro al Sur y parte central de la Isla. Hojas de tres en tres, pecioladas, hojuelas elípticas, de ápice agudo, márgen aserrada, lampiñas arriba y algo tomentosas abajo. Flores en racimos axilares compuestas; rachís tomentoso y fruto ovoideo, lampiño. Corteza algo delgada, blanca interiormente, pardo-agrisada en su exterior ó la epidermis unida y como reticulada. Madera compacta, amarilla, de igual tejido y apariencia, aunque suele tener en el centro una corona ó círculo irregular negro.

Es buena para péndolas y viguetas y excelente para ebanistería. Se emplea en carpintería.

Rompe en la flexion y tension á media madera y en la torsion á tronco.

YAITÍ.—**Execaria Lúcida.**—*Swartz.*—(Familia de las Euphorbiáceas.) Arbol monóico, delgado, recto, de regular altura, muy comun en tierras altas. Hojas alternas, pecioladas, elípticas, coriáceas, de márgen entera. Amentos masculinos, axilares, flores femeninas de largos pedúnculos. Fruto globoso bivalvo. Madera amarilla con grandes manchas oscuras al largo, pesada, dura, muy elástica y resistente en todos conceptos é incorruptible debajo del agua; siendo, por consiguiente, sumamente útil en todo género de construcciones y en la industria. A ser el tronco algo más grueso y largo (pues no pasa de 5^m por $0^m,2$), seria esta la primera de todas las maderas, no obstante ser algo pesada de labrar.

Rompe en todo casi á tronco.

YAYA.—**Oxandra Virgata.**—*Rich.* (Familia de las Anonáceas.) Arbol muy abundante y bello, cuyo tronco es de 6 á 7^m de largo por $0^m,2$ á $0^m,3$ de diámetro, dándose en todos los terrenos. Ramas rectas, hojas elíptico-oblongas y lampiñas; flores axilares, generalmente solitarias, de seis pétalos y fruto ovoideo, obtuso, unilocular, monospermo é indehiscente. Corteza de perenquima delgada y blanca, y la epidermis amarillenta, áspera y surcada al largo. Madera toda de corazon y textura igual, fibra recta, color amarillo de huevo al centro y pardo en el contorno, no muy elástica, aunque flexible, pero sí resistente á la tension y mucho más á la presion. Se emplea en techos de casas rústicas, en viguetas, alfagías y otros usos análogos; pero aventea mucho, y por eso sin duda no se le dá más aplicaciones.

Rompe en la flexion y tension á media madera larga, y en la torsion casi á tronco.

YAYCUAGE.—**Hypelate Panniculata.**-*Camb.* (Familia de las Sapindáceas.) Arbol comun en todo terreno, de unos 10^m de elevacion y $0^m,5$ de diámetro el tronco. Hojas biyugadas, hojuelas clíptico-oblongas, agudas y sub-obtusas, lampiñas, coriáceas y ácidas. Flores en panojas terminales. Corteza unida, áspera, pardo-blanquecina. Madera de textura igual, amarillenta, fibra recta, poco elástica y resistente; por lo cual, no obstante emplearse en horcones (postes), llaves, soleras, etc., no puede aconsejarse su uso para construcciones mientras haya otras mejores.

Rompe en la flexion al largo, en la tension casi á tronco, y en la torsion diagonalmente.

YUA.—Arbol de segundo órden. Corteza delgada, unida ó entera, poco adherente al leño, algo áspera, parda y con manchas blancas. Madera toda corazon, dura, elástica y muy resistente; de fibra recta, color amarillo-rosado en el centro y azulado en el contorno. Aventa bastante, y solo puede emplearse al poco tiempo de haberse cortado, á no sanearla por cualquiera de los métodos conocidos; sirviendo así para muchas construcciones y la industria.

Rompe en la flexion á media madera, en la tension casi á tronco y en la torsion cede retorciéndose antes de faltar la cohesion de las fibras.

1063. MADERAS DE PUERTO-RICO.

No habiéndome sido posible aun proporcionar ejemplares de estas excelentes maderas, la mayor parte de construccion, ni obtener una tabla de sus resistencias, presento únicamente la siguiente relacion de sus nombres y pesos específicos, tal como se publicó en la 1.ª edicion.

	Peso específico.		Peso específico.		Peso específico.
Abelluelo	0,80	Espino rubio	0,68	Maricao	0,87
Abispillo	0,73	Gen-gen	0,68	Maza	0,87
Aceitillo	0,90	Geno-geno	0,89	Moca	0,88
Aceitunillo	0,84	Guaba	0,64	Mora	0,86
Agitacalillo	0,79	Guajanillo	0,80	Marmelluelo	1,02
Algarrobo	1,06	Guamá	0,70	Moral	0,57
Almendron	0,91	Guanábano	0,44	Multa	1,06
Aquilon	0,88	Guasabara	0,87	Muñeco	0,59
Ausú	1,22	Guasabarillo	0,78	Naranjo	0,48
Ausubo	1,09	Guásima	0,35	Negra-lora	0,91
Berruguillo	0,78	Guasimillo	0,53	Níspero	1,02
Bucaré	0,77	Guabara	0,63	Nuez moscada	0,80
Cacao cimarron	1,08	Guara	0,70	Palo blanco	0,77
Cafeillo	0,85	Guaraguao	0,69	Palo bobo	0,54
Caimitillo	1,18	Guayabota	0,67	Palo de hierro	1,07
Caimito	0,85	Guayacan	1,16	Palo puerco	0,87
Canela	0,87	Hacana	1,09	Palo santo	0,70
Canelilla	0,62	Higuerillo	0,66	Péndula	0,84
Capá blanco	0,89	Higuero	0,51	Pimienjo	1,31
Capacillo	0,82	Hortegon	1,25	Pimiento	1,02
Capá prieto	0,70	Hucar	1,06	Poma-rosa	0,70
Caracolillo	1,20	Hucar amarillo	1,07	Quina	0,87
Cedro macho	0,89	Hucar colorado	0,93	Rabo junco	1,07
Cenizo	0,74	Hucarillo	0,80	Ramoncillo	0,89
Cerezo	0,61	Huso-colorado	1,30	Roble cimaron	0,85
Cojova	0,60	Huso-amarillo	0,88	Retamo	1,14
Cotona	0,90	Huso-blanco	0,89	Rubial	0,55
Corazon	0,65	Jaboncillo	0,63	Tabaiba	1,13
Coscarron	0,90	Jagua	0,80	Tabamuco	0,66
Corcho		Juzo	1,12	Tachuello blanco	1,12
Cuero de sapo	0,89	Laurel amarillo	0,96	Tortugo amarillo	1,03
Cucúbano	0,84	Laurel prieto	0,84	Tortugo prieto	1,25
Dama-juana	0,82	Lechecillo	0,79	Yaya	0,74
Espejuelo bobo	1,08	Lechoncillo	0,80	Yaiti negro	0,94

1064. PIEDRAS.

Las piedras naturales que se emplean en las construcciones se dividen en cinco clases principales, y cada una de estas en varias especies. Las primeras son:

Arcillosas.
Calizas.
Gypsosas.
Siliceosas.
Compuestas.

1065. 1.ª **Piedras arcillosas.**

Son arcillosas las piedras que no hacen efervescencia con los ácidos y se manifiestan suaves al tacto; algunas se hallan formadas de láminas sobrepuestas, susceptibles de separarse en hojas delgadas: tales son los *esquistos ó pizarras,* de que las mejores sirven para cubiertas y losas. En Inglaterra y Galicia las hay tan grandes y gruesas que se emplean como piedras de sillería, y en particular para escalones y mesetas de balcones. Las *micas, asbestos, amiantos,* verdaderos *talcos, piedras olleras, basaltos, piedras de toque,* y otras muchas de que no se hace uso en las construcciones, pertenecen á esta clase.

1066. 2.ª **Piedras calizas.**

Comprende esta clase la mayor parte de las piedras usadas en las construcciones. Se halla abundantemente esparcida en la naturaleza, y se presenta bajo caractéres muy distintos. Se reducen á cal estas piedras por la accion del fuego, y hacen efervescencia con los ácidos, en los cuales se disuelven casi completamente las de grano fino compacto y uniforme. No dan chispas con el eslabon, y en general son poco duras, por lo que á algunas de las variedades se les dá el nombre de *piedras francas.*

Entre las piedras de cal, ó *cal carbonatada*, se distinguen cinco especies ó variedades especiales que son la *cristalizada*, *fibrosa*, *sacaroide*, *compacta* y *terrosa.* Su composicion principal es de 56 partes de cal y 44 de ácido carbónico.

1.ª ESPECIE.— *Carbonato de cal cristalizada.* Es generalmente escasa y no merece fijar la atencion de los constructores. Forma las estalactitas que se hallan en las grutas.

2.ª ESPECIE.— *Carbonato de cal fibrosa.* Del propio modo que la precedente no merece esta variedad mencion alguna para las construcciones.

3.ª ESPECIE.— *Carbonato de cal pura ó sacaroide.* Se presenta en láminas cruzadas en todos sentidos. La superficie de rotura parece compuesta de granos de azúcar ofreciendo una multitud de puntos brillantes, por cuya razon se la llama sacaroïde. Es, por lo regular, muy cara; por lo que se emplea solamente en estátuas, como las hechas con el mármol de Carrara y Paros, de que son la mayor parte de las obras maestras de este género. En los Pirineos hay algunas especies sin explotar. Son tambien sacaroïdes los hermosos mármoles que se emplean en los adornos ricos de arquitectura, como el negro de Kilkeney en Irlanda y el de Italia de los Alpes; el azul turquí, el encarnado y amarillo antiguos. Esta sustancia es ordinariamente muy pura, produciendo por consecuencia cal crasa. Existe otra especie de sacaroïde compuesta de carbonato de cal y magnesia fácil de desgranarse, de que se saca mala cal magra.

4.ª ESPECIE.— *Carbonato de cal compacta.* Esta es la mas abundante. Constituye la mayor parte de las formaciones secundarias, de colores y veteados muy variables, como lo son los diferentes mármoles ordinarios, mas ó menos ricos, empleados, segun su calidad, en paramentos, colunas, entablamentos y adornos. El hermoso mármol *verde antiguo*, el verde de Egipto, Florencia y de mar, el

rojizo oscuro de Florencia, ó mármol de ruinas (llamado así por imitar castillos y pueblos arruinados), y otra diversidad, de que en Granada hay multitud de ejemplos, se han empleado y se usan para chimeneas, tablas de mesa y toda clase de adornos.

Esta piedra se compone generalmente de arcilla, sílice y magnesia; á cuyas dos primeras sustancias se debe la propiedad de ser algunos de estos calcáreos, muy buenos para producir cales hidráulicas. Los diversos colores son consecuencia de las sustancias metálicas que entran en su composicion.

5.ª ESPECIE.— *Carbonato de cal terrosa.* Es, por lo regular, esta especie poco dura, terrosa, desmoronable ó fácil de reducir á granos con los dedos y se adhiere algo á la lengua. Su peso específico de 2,31 á 2,66. El terreno de *Creta* ofrece el tipo del calcáreo terroso. Existe tambien en depósitos considerables, conocidos con el nombre de *Toba*, piedra esponjosa y blanda, cuya formacion se debe á la gran cantidad de calcáreo que llevan ó tienen en suspension algunos depósitos de agua.

Cuando el calcáreo terroso está compuesto de mucha arcilla toma el nombre de *Marga*, cuyo principal empleo es el abono de las tierras.

1067. El calcáreo produce la mayor parte de las piedras de sillería y *mampostes* ó piedra irregular empleada en las construcciones. Estas piedras, consideradas bajo tal concepto, se dividen arquitectónicamente en dos clases, *duras* y *tiernas*.

Las piedras duras son las que no se pueden cortar sino por medio de la sierra sin dientes, agua y arena. Tales son los mármoles y algunas otras piedras de banco como las que en Paris llaman *Liais* y *Oliquart*.

Las piedras tiernas se cortan con la sierra dentada. Tales son las que se emplean en Ponce de Puerto-Rico, algunas de Sevilla, Granada y Baleares, y la que los franceses llaman *Vergelet*.

1068. 3.ª **Piedras gypsosas.**

Se hállan compuestas de ácido sulfúrico y cal. La mas útil para las construcciones es la cal sulfatada ó piedra de yeso. Contiene 46 partes de ácido sulfúrico, 33 de cal y 21 de agua.

Se halla en cristales, en masas fibrosas, sacaroïdes, compactas y terrosas. Segun estos cinco estados forma otras tantas variedades de escasa dureza, dejándose rayar con la uña y cortar con el cuchillo. Son infusibles, y expuestas á un fuego ardiente se desmenuzan y caen en polvo. Son igualmente insolubles con los ácidos, y dan agua cuando se las calcina, como lo indica su composicion. Su peso específico varía entre 2,26 y 2,30.

La variedad mas importante para las edificaciones es el *sulfato de cal* ó yeso sacaroïde, que se encuentra en masas ó capas muy extensas, siendo marcable el golpe del martillo y difícil de romper. La superficie de fractura presenta un carácter análogo al del mármol estatuario. Algunas veces se vé un agregado de pequeñas masas hojosas y cristalinas que se cruzan en todos sentidos. Cuando su color es blanco de nieve se emplea bajo el nombre de *alabastro*, del cual se hacen vasos ó jarrones y adornos interiores.

El color de otras especies es variado, presentándose unas veces agrisado, otras amarillento, rojizo y azulado. Algunas están mezcladas con carbonato de cal terrosa ó margosa, lo que dá al yeso una cualidad superior para las construcciones.

El yeso se usa ventajosamente en las paredes interiores, cielos rasos, escaleras adornos, talla de cornisas, &. Con él se hace el *estuco*, segun verémos despues;

1069. 4.ª **Piedras siliceosas.**

El tipo de las piedras siliceosas es el *Cuarzo*. Cuando es puro se compone de partes iguales de oxígeno y sílice. Su peso específico es de 2,6 á 2,7.

Comprende esta clase gran número de especies, de que la mayor parte no ofrece interés alguno al constructor. Las que solamente se emplean son el *Cuarzo compacto* y el *Cuarzo silex*. El 1.º se halla en grandes masas en los Alpes y algunas montañas de España. Su color es gris blanquecino, y algunas veces negruzco, debido á la mezcla de sustancias extrañas. El 2.º es conocido con el nombre de piedra de fusil. Comprende todos los cuarzos que tienen apariencia de concrecion, siendo unas veces compacto, de color amarillo sucio, gris moreno ó negro. La especie ó variedad compacta existe en riñones irregulares, achatados en un sentido, ó en tubérculos ramificados, que son de los que se sirven para los caminos. Se encuentra generalmente en la Creta dispuesto en capas sin continuidad.

Otra variedad se halla en las hendiduras por capas discontínuas, mezclada de conchas pequeñas: la superficie de rotura es mate ó ligeramente brillante. Se usa en muchas construcciones, y la que se encuentra en grandes masas sirve para hacer muelas de molino de un sola pieza. Cuando se halla en pequeños pedazos esparcidos se la puede tambien hacer servir para muelas uniéndolos con yeso, grapas y aros de hierro; ó bien se les emplea como mampostes, resultando de ellos una excelente mampostería, porque el mortero se introduce en las diversas cavidades de la piedra.

1070. La *Arenisca*, muy empleada en las construcciones, no es otra cosa que el resultado de la reunion de fragmentos de cuarzo por medio de un cimento siliceoso, calizo ó arcilloso. Su dureza varia con la especie de cimento, que puede ser muy duro ó friable. La cara de rotura se presenta unida, mate ó brillante, su color ordinariamente gris, y algunas veces rojizo, segun lo sean las sustancias extrañas.

La Arenisca mas dura se emplea en los caminos, y la menos densa como piedra de sillería. Las mas tiernas producen las de amolar y los filtros, como las que abundantemente se encuentran en Canarias.

1071. Estas piedras se emplean generalmente con buen éxito en las construcciones, al aire libre y debajo del agua (como sucede en Cádiz) resistiendo bien á odas las temperaturas del invierno y verano por extremadas que sean. Se usa poco, sin embargo, como mamposte, porque, segun observaciones, se adhiere difícilmente al mortero.

1072. 5.ª **Piedras compuestas.**

Se llaman así las formadas por la mezcla de fragmentos de roca de diversa naturaleza, unidos por un cimento natural. La arenisca, que hemos colocado entre las siliceosas, por componerse de fragmentos de cuarzo, es un ejemplo de las piedras compuestas.

Las principales son el *Granito*, la *Serpentina* y el *Pórfido*. Sus elementos esenciales son la sílice ó el cuarzo y el feldspato, sustancia compuesta de $\frac{3}{4}$ de sílice y $\frac{1}{4}$ de alúmina y potasa.

1073. *Granito*. Es la 1.ª de las rocas primitivas, sobre la que reposan todas las de la tierra.

El feldspato forma una parte esencial constituyente del Granito, entrando, además, en su composicion el cuarzo y la mica, unidós los tres en granos cristalinos sin cimento alguno. La mica, la mas tierna de estas tres sustancias, negra y esquistosa, es poco conocida bajo el concepto de su composicion: sus principales elementos son el sílice, la alúmina, el óxido de hierro y potasa.

Se distinguen en las construcciones dos especies de Granito, el *duro* y el *tierno*.

El 1.º, que es el preferido en las obras, abunda en cuarzo y contiene poca mica. Se halla en la mayor parte de las cordilleras de España, Francia é Italia, en grandes masas y en pedazos aislados. Conviene esta piedra á las construcciones hidráulicas, y sobre todo á las expuestas al choque de las olas. Se hacen de ella columnas, bóvedas, paramentos, &. La mayor parte de las casas de Madrid tienen el zócalo de esta piedra, importada del Guadarrama. Los obeliscos en Egypto son de la especie conocida bajo el nombre de Granito Oriental.

La estructura del Granito es, como lo indica su nombre, granugienta y de color variado, á causa del feldspato, que suele ser blanco, gris, rojo y verdoso. Siendo diferente la firmeza del grano en distintas piedras, puede concebirse la diversidad de Granitos que ofrece la naturaleza: algunas veces es aquel tan menudo que la piedra parece formada de arenilla. Si los Granitos contienen grandes cristales de feldspato se llaman *porfíricos*.

1074. El Gneis se parece mucho al Granito, del que difiere en la mayor cantidad de mica que contiene; por lo que su estructura es granuda y esquistosa. Tanto el Gneis como el Granito contienen, aunque en cortas proporciones, además de sus tres elementos esenciales, otros minerales cristalizados, en particular el *Chorlo*.

1075. *Pórfido*. Se compone de *feldspato, cuarzo* y *anfíbola* que contiene sílice, cal y óxido de hierro. En los Pórfidos rojos domina el feldspato y en los verdes la anfíbola.

Cuando se unen á estos elementos algunas sustancias terrosas se tiene el Pórfido arcilloso.

Esta piedra, como la *Serpentina, Brechas* y *Pudingas*, solamente se emplean en ornamentos interiores, como vasos, jarrones, colunas, chimeneas, estátuas, &. Su rareza y duracion las hace tan preciosas cuanto caras.

1076. *Basalto*. Es otra piedra compuesta de los diferentes elementos mencionados, que se encuentra en los terrenos volcánicos, formando masas ó capas de considerables magnitudes. Su color es negro-agrisado, su rotura desigual. Toma un bello pulimento, pero es difícil de labrar por su extremada dureza; por lo que se emplea mas bien en pavimentos, como en las calles de Nápoles, Catania, y algunos otros pueblos de Sicilia. En algunas partes de Italia se han labrado de esta piedra monumentos etruscos.

1077. **Clasificacion vulgar y diferencias entre las piedras de córte.**

Las piedras relativamente á su empleo, se dividen en dos clases: *piedras duras* y *piedras blandas*. Las buenas cualidades de unas ú otras consisten en tener el grano fino y homogéneo, textura uniforme y compacta, resistir á la humedad y á la helada y no estallar con el fuego en caso de incendio.

Pocas piedras reunen estas cualidades: pero sin embargo se debe procurar, al ejecutar una obra, observar las de que se hace uso en el país, recorriendo las canteras que las producen para examinarlas y tomar notas de su conveniente explotacion, estudiando al propio tiempo los edificios construidos con ellas.

Cuando se vea el ingeniero obligado á explotar nuevas canteras podrá sacar piedras en todas las estaciones del año, experimentando si resisten al aire, al agua, á la helada y aun al fuego.

Se puede hasta cierto punto saber si una piedra resiste bien á la helada siguiendo el procedimiento de M. Brad y aun de MM. Hericart de Thury y Vicat, que han hecho diferentes experimentos bajo el mismo principio modificado del primero. Consiste este en embeber la piedra en una disolucion saturada al frio de sulfato de soda, poniéndola despues en un cuarto cuya temperatura sea de 12° á 15°, para que pueda tener lugar el experimento. Al cabo de 24 horas las piedras se cubren de

una cristalizacion que produce el mismo efecto que la congelacion del agua. Se rocia luego la piedra hasta que desaparezca la eflorescencia salina, viéndose en muchos casos que se rompe aquella en más ó menos pedazos. Repetida la prueba y rociada nuevamente la piedra por 4 á 5 dias, se verán positivamente las buenas ó malas cualidades comparativas de las que se sometan al ensayo, cuyos efectos serán iguales que si hubiesen estado expuestas á la helada.

Casi ninguna piedra caliza ha podido resistir á una prueba de más de 20 dias, lo que dice ser más enérgico el sulfato de soda que las heladas más fuertes. Las piedras siliceosas reunen mejores cualidades de resistencia, pero son más difíciles de trabajar.

Se ha observado para piedras de una misma especie:

1.° Que las de color menos bronceado son más tiernas.

2.° Que las que presentan más áspera la superficie de rotura, estando llena de puntos brillantes, se trabajan más difícilmente que las que la producen lisa y de grano uniforme.

3.° Que cuando se moja una piedra y absorve el agua prontamente, aumentando naturalmente su peso, es poco á propósito para resistir á la humedad.

4.° Que las piedras cuyo sonido es lleno son generalmente de grano fino y textura uniforme.

5.° Que las que exhalan olor de azufre cuando se las corta son muy resistentes.

Y 6.° en fin, que de varias piedras de una misma especie son más duras y fuertes las más densas.

1075. LADRILLOS.

El ladrillo es una piedra artificial hecha de arcilla amasada con agua, amoldada y cocida. Es de uso muy frecuente en las construcciones, sumamente socorrido en todos los países, y en particular en aquellos donde se carece de piedra, ó donde esta es de mediana calidad.

Su conocimiento se remonta al tiempo de Babilonia, cuyos edificios, así como los más de los Griegos y Romanos, fueron de ladrillo.

Cuando las fábricas son de mampostería ordinaria se emplea el ladrillo en los ángulos del edificio, sus pilastras ó fajas, plintos, cornisas, contornos de las puertas y ventanas, arcos, cisternas ó algibes, escaleras, y en todas las penetraciones de los muros.

La arcilla de que se fabrican es un compuesto de sustancias más ó menos variables en cantidad; á lo que se debe la multitud de calidades y las varias especies que de ellos existen. Pero generalmente se dividen en dos clases: ladrillos de *construccion* y ladrillos *refractarios*. Tratarémos primero de las tierras ó arcillas que los componen.

1076. **Arcilla.**

Hay dos clases generales de arcilla: primera, aquella en que el agua entra solamente como componente químico, y segunda, la que contiene mezcla de agua y es insoluble en los ácidos.

En las artes se distinguen siete especies diferentes de arcillas que describirémos á fin de hacer conocer mejor la que conviene á la fabricacion de los ladrillos.

1ª *La Arcilla comun*, generalmente empleada en las obras ordinarias de alfarería y ladrillos, es bastante untuosa, se adhiere fácilmente á la lengua, hace pasta más ó menos sólida, y es ordinariamente fusible á una temperatura elevada. Los colores de estas clases de arcillas son el gris amarillento, el gris ceniza, el amarillo de ocre y el amarillo oscuro. Frecuentemente se hallan mezcladas de un poco de arena. La composicion de una arcilla analizada en las Ardenas es la siguiente:

Sílice...........	55,294	100.
Alúmina........	28,468	
Magnesia.......	3	
Cal............	0,308	
Oxido de hierro..	0,330	
Agua..........	12,600	

2.ª La *arcilla plástica ó de alfarero* es la tierra empleada ordinariamente en la fabricacion de cacharros finos. Algunas veces es blanca, y las más coloreada por el óxido de hierro: más untuosa que la anterior, forma con el agua una pasta muy ligable y ductil, y adquiere gran solidez por la accion del fuego. Unas son infusibles, otras fusibles á temperaturas más ó menos elevadas, segun la proporcion de cal y óxido de hierro que contienen.

3.ª *Arcilla gredosa.* Se deslie fácilmente en el agua, con la que rara vez forma pasta; siendo, por tanto, difícil de emplear en la fabricacion de vasigería. Es untuosa, jabonosa, se adhiere poco á la lengua, y es fusible á una temperatura regular, produciendo escorias morenas. Contiene gran cantidad de agua.

4.ª *Arcilla margosa ó Marga arcillosa.* En general es poco colorada y hace larga y viva efervescencia con los ácidos. Es una mezcla de arcilla y carbonato de cal, empleada principalmente en el abono de las tierras.

5.ª *Arcilla ocrosa ó de vidriado: Tierra de Siena.* Es amarillo-rojiza, ó que enrojece al tacto; más ó menos fusible, adherente á la lengua, y no forma pasta con el agua, dispersándose y formando burbujas con ligero rumor.

6.ª *Arcilla ligera ó Harina fosil.* Sobrenada en el agua, desliéndose en ella; es poco untuosa y ligable, y resiste al fuego de porcelana. Se fabrican con esta arcilla ladrillos de mucha ligereza, mezclando ½ de arcilla ordinaria para que tenga ductilidad. Se compone de

Sílice..............	55	100.
Alúmina...........	12	
Magnesia...........	15	
Cal................	3	
Óxido de hierro.....	1	
Agua..............	14	

7.ª *Arcilla de barnizar ó esquisto de pulimento.* Es una materia enteramente siliceosa; se adhiere mucho á la lengua con avidez, y es fusible ó infusible segun su composicion. Su color es gris amarillento.

1080. **Cualidades de los ladrillos.**

Los ladrillos que se emplean en las construcciones son los fabricados con las arcillas comunes ó con las plásticas. Los de mejores cualidades son duros, de grano uniforme, de resistencia igual, sin reblandecerse con el agua ni alterarse con las heladas. Han de producir, además, sonido claro y algo vibrante, y no tener hendiduras ni hueco de ninguna especie.

1081. **Formas y dimensiones de los ladrillos.**

Se dá por lo regular á los ladrillos la forma prismático-rectangular; pero se pueden hacer de otra figura cualquiera, aplicable á las construcciones de arcos, dinteles, muros de talud, cornisas, &; en lo que se tiene la gran ventaja de adelantar la obra con la consiguiente economía que resulta por el tiempo que ahorra el albañil en recortarlos. Asi lo verificamos nosotros en varias obras de Puerto-Rico y Filipinas, resultando, á más de la bondad del trabajo, grandes economías de tiempo y dinero que redundaron en beneficio de las construcciones.

Sus dimensiones varian de un país á otro; pero en general deben tener, cuando

son rectángulares, doble largo que ancho, y de grueso la mitad próxima del ancho. Las medidas más ordinariamente adoptadas son de 5 por 10 pulgadas, ó mejor $0^m,12$ por $0^m,24$ y $0^m,05$ de grueso. Se hacen tambien bastante más pequeños, y por el contrario, una mitad más de largos y anchos. En el fuerte de la isla de Vieques (Puerto-Rico), se construyeron ladrillos muy buenos de 15 por 30 pulgadas y 3 de espesor para los muros de frente; y de 18 pulgadas de diámetro por 2 de grueso para las colunas de los edificios. No conviene, sin embargo, al hacerlos grandes, darles demasiado espesor; porque siendo la arcilla un mal conductor del calor se expone á dejar sin cocer el interior ó corazon del ladrillo.

1082. **Fabricacion de los ladrillos.**

Cuando es preciso hacer los ladrillos que se van á emplear en la obra que se dirige, debe atenderse á tres cosas esenciales, la eleccion de las tierras, el amasado del barro y sequedad del adobe, y el grado de cocion que debe dársele para que resulte de la mejor calidad.

La tierra no debe ser demasiado crasa ni muy delgada: en el primer caso los ladrillos se hienden y pierden la forma, ya al tiempo de secarse ó cuando se verifica su cocion; en el segundo caso salen menos duros y tenaces. Es, pues, conveniente ensayar una arcilla que reuna las mejores ventajas, agregándole un poco de arena si careciese de ella.

Hecho esto, se procede á extraer la tierra, operacion que se procura hacer en el otoño, para dejarla apilada durante el invierno, á fin de que reciba la lluvia y helada, y quede así más propia para la fabricacion de la pasta. Algunas tierras, sin embargo, no mejoran por recibir esta preparacion. Se empieza despues limpiándolas y separando de ellas las chinas y demás cuerpos extraños, llevándoles en seguida al sitio destinado para la batida, molienda ó amasado, operacion que se hace de diversas maneras. Una de ellas es preparando un hoyo proporcionado á la cantidad de barro, en el cual se echa este y el agua necesaria (que regularmente es la mitad de su volúmen), haciendo entrar despues en él cualquiera clase de animales, ó aun los mismos peones del taller, con cuyas pisadas contínuas logran reducir el lodo á pasta ductil y tenaz.

1083. Para cuando se quiera más prontitud y acierto en la manipulacion del
Fig. 343. barro se puede usar un molino, análogo al representado en las figuras 343, cuya rueda vertical, pasando en su rotacion por el fondo de la alberca ó canal donde se echa la mezcla, la bate y une fácilmente en poco tiempo; produciendo en 12 á 15 horas cantidad bastante para una hornada de 15 á 20 mil ladrillos ordinarios. La
Fig. 338. figura 338 manifiesta otro muy recomendable sistema.

Fig. 339 y 340. 1084. El medio representado en las figuras 339 y 340, es el mejor de todos ellos cuanto fácil de hacer ó proporcionarse en cualquiera parte donde haya madera á propósito. Al eje vertical *b* de hierro le cruzan otros cuatro *d d*, tambien de hierro, que llevan las puas ó batidoras de la mezcla *ee*. El árbol se sujeta al travesaño *g* por medio de una abrazadera de bronce ó caja propia para la espiga; llevando esta, si fuese menester, una cigüeña que por medio de la barra de conexion *k* y la palanca curva *l* pone en movimiento el émbolo de una bomba al tiempo de girar el árbol por la fuerza de una caballería enganchada al yugo de la palanca *i*. Cuando haya suficiente agua se saca la cigüeña del árbol y continua la batida del barro por medio de los dientes ó puas *ee* hasta que tenga la consistencia pastosa. La caja no tiene fondo, y se asegura bien al suelo sobre un bastidor de hierro *x*, echándole tierra al rededor y sujetándola con estacas. Por la puerta *r* sale el material cuando está batido, corriendo por una canal al depósito. Antes de llegar á este hay una criba que detiene las piedras ó materias extrañas que pudieran dañar el ladrillo. La tierra entra en la tina por la tolva *q* donde vierten

los carretoncillos que pasan por una ó dos tablas colocadas sobre la armadura *gt*. Las *fig.* 341 y 342 presentan otra disposicion análoga para cuando el barro haya de ser muy fino, ó para hacer las mezclas de empañetar. *Fig.* 341 y 342.

1085. Molido y bien amasado el barro se apelotona en un monton, cubriéndole despues con ramas ó paja para que no le dé el aire: y de él se vá sacando la cantidad que consumen los moldes ó *gabelas*. Cualesquiera que estas sean, ya se moldee sobre una mesa, que es lo mejor, ó sobre el suelo bien horizontal, es preciso comprimir el barro antes de sacarlo del molde, poniendo arena fina debajo para que no se pegue al piso, y procurando lavar el molde á cada operacion, como asimismo mojar la tableta con que se enrasa y corta el sobrante del barro. Los adobes, en esta disposicion, se dejan en el suelo hasta que adquieran alguna consistencia; ó se depositan en él, si hubieran sido moldeados en la mesa, llevándolos en la tabla sobre que se ha colocado el molde. De un dia á otro se ponen todos ellos de canto, dejándoles así hasta que tengan bastante dureza y se vea que están bien secos; despues de lo cual se amontonan con cuidado, siempre de canto, donde quedan hasta que llega el momento de conducirlos al horno ó pila.

Durante la desecacion conviene esten á la sombra ó que no les dé el sol directamente, pues secándose entonces con prontitud la superficie y quedando fresco el corazon no podria menos de abrirse grietas cuando, al tiempo de cocerlos, pase la humedad interior á la superficie.

1086. Se usan tambien varias máquinas para el moldeado, reducidas á un cilindro horizontal en que se hecha el barro, y que, por el esfuerzo de su émbolo, le hace salir sobre un tablero afectando la forma que se dá á la pauta que ocupa el extremo opuesto. Unos alambres que son diámetros de semicírculos, distantes entre sí el largo del ladrillo, cortan la masa y dejan formado el adobe.

1087. **Cocion de los ladrillos.**

Los ladrillos se cuecen en hornos ó en pilas como ordinariamente se hace en Iglaterra. En el 2.° caso se disponen con los mismos ladrillos que se van á cocer un cierto número de paredes en seco (*fig.* 344), distantes entre sí el espacio de dos á tres ladrillos, uniéndolas en forma de arcos, á la altura de 1^m poco mas ó menos; para lo cual se dejan volar de una á otra parte hasta que se tocan. Sobre esta especie de arco se ponen los demás, situándolos de canto, y en términos que los inferiores disten alguna cosa entre sí, para que pueda pasar libremente el fuego á las capas superiores. Estas capas van espesando sucesivamente hasta la sexta ó séptima, desde las cuales se interpolan otras de carbon alternativamente con las de ladrillo. En las últimas se dispone este completamente unido, y encima de él otros ladrillos medio cocidos ó de desecho, colocados de plano para tapar la salida al fuego en los dos ó tres primeros dias de cocion. En los huecos inferiores se pone la leña ó carbon, esparciendo tambien este entre las juntas de las primeras capas. Con semejante procedimiento se pueden cocer de 50,000 á 200,000 ladrillos de una vez. *Fig.* 344.

1088. Cuando la cochura se hace por medio de hornos (que generalmente es en los paises donde se tiene leña y se carece de carbon) se construyen aquellos con cuatro paredes fuertes de ladrillo mal cocido, ó bien con adobes unidos con su misma arcilla. El todo se cubre con un techado cualquiera para impedir caiga dentro el agua de lluvia. En el fondo se hacen en hileras varios órdenes de arcos de 6 á 8 decímetros de altos, distantes entre sí poco menos del largo de un ladrillo, sobre los cuales se colocará este análogamente ó como se hace en las pilas; pero sin interpolar entre las tandas de adobes combustible de algun género. La última capa se cubre con ladrillo y aun con arcilla, dejando solo dos ó tres respiraderos para alimentar gradualmente el fuego. Este ha de ser lento los dos

primeros dias, hasta que sea completa la desecacion del adobe, y empiece por su color á convertirse en ladrillo. Entonces se quita poco á poco la capa superior y continua el fuego por 8 á 10 dias con toda libertad. Al cabo de este tiempo habrá bajado la carga de 3 á 4 decímetros ó mas, y se conocerá que el ladrillo está completamente cocido observando que el superior lo está como á la mitad de punto.

Para descargar el horno se dejan pasar otros pocos dias, volviendo á tapar todos los respiraderos con ladrillos cocidos para aprovechar el calor que queda entre ellos, y que su enfriamiento sea sucesivo y paulatinamente.

1089. En toda cochura se pierde $\frac{1}{10}$ del total, resultando tres clases de material, una muy cocida y aun vidriada, que, si no ha perdido su forma, sirve para los paramentos, otra que está en su punto, y la tercera que por hallarse menos cocida se emplea en las obras interiores.

De la buena molienda ó amasado que se haga del barro depende la mejor calidad del material; pues se ha observado que dos ladrillos de iguales condiciones en su hechura, pero el uno preparado por los medios ordinarios y el otro con sumo cuidado, adquieren una densidad que está en la razon de 82 á 86; siendo la de las cargas que pueden soportar de 70 á 130.

El carbon que se puede quemar en término medio, cuando se emplea este combustible, es de unos 250^k por cada millar, y si el combustible fuese leña, muy cerca de 1000^k.

1090. **Ladrillos huecos.**

Los ladrillos huecos tienen respecto de los sólidos ventajas muy dignas de consideracion: y aunque es de desear que una larga práctica garantice su duracion, aplicados á todas las construcciones, pueden, sin embargo, emplearse en aquellas de cuya ligereza no puede temerse mal resultado. Tales son los muros de cerca, depósitos, almacenes, casas de un piso y aun de dos, ó los últimos de otras mas elevadas; tabiques de separacion ó traviesas, dinteles y arcos para sostener suelos.

Fig. 346. La figura 346 y otras mas son diversos ejemplos de ladrillos huecos, que puede producir una máquina cualquiera hecha con este objeto. Segun el molde que se ponga se tienen tambien con el mismo aparato los tubos para cañerías y cuantos ordinariamente hace hoy dia el alfarero.

Entre las varias máquinas inventadas á este fin, desde la que presentó en París M. Raucoust, hasta las que aparecieron en la gran exposicion de Londres, el año de 1851, las mejores y que por sus reconocidas ventajas merecieron el primer premio en las exposiciones generales de Lóndres y París, son la de M. Clayton y la de M. Sclhoser, cuyo máximo precio es de unos 300 escudos, y producen de 4 á 6 mil ladrillos con solo dos operarios y dos peones.

Todas ellas se reducen en general á una caja de hierro colado, prismática ó cilíndrica, donde se introduce el barro, y un émbolo con su vástago que la comprime, haciendo salir el material por el fondo ó el costado (donde se pone el molde) en forma de ladrillo hueco, tubo, teja, &, segun antes se ha dicho.

Para purificar la arcilla ó privarla de las materias extrañas tiene cada una de estas cajas un disco menudamente agujereado por donde pasa el barro comprimido en hilos mas ó menos finos segun la obra que se quiera hacer; pues cuanto menos diámetro tengan aquellos mas puro saldrá el barro. Este disco se quita para lavarlo á cada pasada ó para poner en su lugar los moldes.

1091. Las ventajas que para las construcciones tienen por su forma los ladrillos huecos son las siguientes.

1.ª Evitar la humedad en el interior de los muros, á causa de la corriente de aire que se establece facilitando la evaporacion y desecando consiguientemente todas las superficies.

2.ª Conservar todas las habitaciones á una temperatura conveniente; pues siendo el aire mal conductor del calor la masa que de él retienen en su interior los muros se opone un tanto á dejar penetrar ó salir el calórico.

3.ª A igualdad de resistencia tienen los ladrillos huecos menos peso, y por consiguiente mas ligereza los muros y demás construcciones hechas con ellos.

4.ª Hay mas economía en su construccion por la menor cantidad de material que en ellos entra respecto al volúmen que ocupan.

5.ª Penetrando el calor con igualdad y facilidad, su cocion es mas perfecta que la de los sólidos, consiguiéndose mas uniformidad y una misma densidad en toda la masa.

6.ª A igualdad de volúmen la conduccion es mas fácil por ser menos pesada la carga.

7.ª Por su forma tubular se prestan á muchas combinaciones para dar ventilacion y aun corriente á las aguas al través de los muros.

8.ª Equivaliendo cada uno de los representados en la figura 346 á dos por lo *Fig.* 346. menos de los sólidos, y viniendo á ser su precio 30 por 100 mas caros que los últimos por cada 1000, resulta el millar de los huecos un 35 por 100 mas barato que 2000 ó igual volúmen de los sólidos. Y como pueden construirse de mayor tamaño, haciendo equivaler, con muy poco mas de costo, cada millar de los huecos á 3 ó 3½ de los sólidos, se deduce la gran ventaja que por razon de economía presentan estos nuevos ladrillos.

Las arcillas ó tierras que pueden emplearse para su fabricacion, como para la de las tejas, tubos, &, pueden ser las mismas que las que sirven para los ladrillos ordinarios, aunque es preferible la arcilla mas fuerte ó con menos cantidad de arena como las plásticas. Su preparacion es igual á la explicada para la de los ladrillos ordinarios, difiriendo tambien muy poco ó nada los hornos en que se cuecen, su disposicion en ellos y modo de calcinarlos.

1092. **Las tejas** hechas á mano ó por máquina proporcionan la mejor capa de las cubiertas: su peso impide que el aire las levante, son de eterna duracion, y, como malos conductores del calor, le impiden penetrar en gran parte en el verano y que salga de las habitaciones en el invierno. Son al mismo tiempo muy baratas respecto á las otras clases de materiales empleados con igual fin. Las hay de diferente forma: las de canal curva (*fig.* 347) ó canal plana y cubierta curva *Fig.* 347. (*fig.* 348), que son las mas usadas en España, tienen $0^m,36$ por $0^m,17$ de largo y *Fig.* 348 ancho, siendo su grueso $0^m,018$ y su peso de $1^k,8$: algunas tejas hay como las de Villaverde que pesan mas de 2^k: las planas y planas con reborde (*fig.* 349), tienen *Fig.* 349. $0^m,12$ $0^m,012$ de grueso, y aun menores; su peso es de 1^k á $1^k,5$: las acanaladas (*fig.* 350) ó de artesa son algo mayores que las últimas, siendo su peso de unos 2^k. *Fig.* 350. Todas pueden ponerse en seco y con mezcla. Las planas y acanaladas llevan un gancho de su propio material en la parte posterior para sujetarlas á las alfagías de la cubierta é impedir que resbalen: tambien suelen llevar las primeras dos agujeros para clavarlas á la madera. En Hong-Kong todas las casas están cubiertas con tejas muy poco curvas, sobre cuyas juntas ó uniones de cada dos ponen otras de medio punto mucho mas pequeñas, ó bien sustituyen estas con la mezcla que usan de cal, arena y paja picada de arroz. Los tejeros hacen tambien las baldosas finas de $0^m,27$ en cuadro, y algunas de la mitad: el grueso de las primeras es de $0^m,02$ y su peso unos $2^k,2$.

Las figuras 351 representan un nuevo sistema de tejas planas acanaladas inven- *Fig.* 351. tadas y fabricadas por Emile Muller (en Ivry); el cual obtuvo privilegio en la exposicion de París de 1855.

perfil de una de ellas por X Y; y la C un trozo de tejado hecho con este material, donde se vé su terminacion *d* al rededor del fronton y la *f* á lo largo del paramento. En *g* hay otra teja particular que puede girar á voluntad al rededor del gozne que en ella se vé, presentando así una abertura que dá ventilacion al interior de la cubierta. El autor propone tambien otros medios de ventilacion, ya por el uso de tubos, igualmente de barro, ya por medio de otras tejas semi-esféricas, que llama *ojo-de-buey*, ó por otras de vidrio idénticas á la primera, cuya ventaja principal es la de ofrecer luz al interior. En el perfil B se vé un nervio *n* unido al corchete *c* que aisla la teja de la lata ó alfajía, preservándola de la humedad, y la anilla *a* en que entra el *c* de la teja siguiente, dando firmeza á la construccion sin necesidad de usar mezcla alguna. Se vé tambien en *b* una escrescencia del mismo barro, con un agujero por donde se hace pasar una barra ó cuerda para ligar bien unas tejas con otras en ciertos lugares donde los vientos son considerables.

Las tejas tienen $0^m,40$ de largo, y pesan $2^k,5$ cada una, ó $37^k,5$ el metro cuadrado de cubierta á razon de 15 tejas por 1^{m2}. Las ordinarias pesan cerca del doble para igual superficie, á causa del mayor número que de ellas se necesita y la mezcla que generalmente las acompaña.

1093. **Ladrillos refractarios.**

Se hacen con arcilla refractaria: siendo esta la arcilla comun sin cal ni óxido de hierro. En Inglaterra los hacen de dos clases; unos duros, compuestos del ladrillo ordinario reducido á polvo y amasado de nuevo con igual cantidad de arcilla refractaria, y otros blandos de menores dimensiones, compuestos de arena cimentada y una pequeña parte de tierra arcillosa. Estos últimos se usan donde el calor es muy grande, como en los hornos de reverbero y para los sitios no expuestos á golpes ni concusiones. Despues de haber sufrido un gran calor se endurecen mucho. El precio de cada ciento de unos y otros es de 4 duros en Lóndres.

En Manila se hicieron con muy buen éxito ladrillos refractarios para hornillos económicos de sus cuarteles y hornos de fundicion, con partes iguales de polvo de carbon vegetal, yeso, polvos de porcelana y polvos de la piedra de Angono. Para los tubos de hornillos de fundicion basta mezclar á partes iguales el yeso y polvos de porcelana.

1094. **Adobes.**

Se usan mucho en España para paredes de cerca y lagares, y aun para casas, interpolándolos con fajas de ladrillo. Tienen más grueso que los ladrillos comunes, y se hacen de tierra vegetal mezclada de arcilla, ó con el lodo de los caminos compuesto de arcilla, greda y silex. Por lo regular no tienen arena alguna, debiendo quedar el barro limpio de toda graba y casquijo. Para que la desecacion sea más pronta suelen ponerse al sol despues de construidos. Los Babilonios, Griegos y Romanos hicieron uso de los adobes en vez de ladrillos; lo que prueba que en países cálidos resisten al tiempo cuanto se pueda desear.

1095. **Medio práctico de conocer las arcillas y piedras.**

Cuando los materiales de tierra ó piedra de que se puede disponer son desconocidos al Ingeniero, se puede averiguar su calidad y experimentarlos, exponiéndolos á un fuego fuerte y vivo, ayudado, si es menester, de un fuelle de fragua. Si despues de apagada la masa de tierra se convirtiese en una materia dura é insoluble, será la arcilla propia para el ladrillo. Si el color fuese además blanco, la arcilla será pura, como la que sirve para hacer pipas para fumar: y por último, si resistiese, cualquiera que fuere su color, al mayor grado de calor sin vitrificarse ni fundirse, la arcilla seria refractaria. Cuando la masa ó piedra apagada en agua

reduce á polvo una parte, ó manifiesta algun indicio de cal, se formará un prisma ó volúmen cualquiera que, sumergido por algun tiempo en un depósito de agua, dirá si es cal hidráulica ó comun, segun que se endurezca ó permanezca blanda. Si el resto de la piedra fuese arcilla se podrá llamar la masa cal cimento ó puzolana, segun sea su proporcion respecto de la cal apagada (véase mas adelante).

No presentando estos caracteres se estará seguro de que la tierra ó piedra no sirve por sí sola para ladrillos ni mezclas.

Las piedras de cal pueden ser puras; es decir, compuestas únicamente de cal y ácido carbónico, ó bien pueden estar mezcladas de una en una, de dos en dos, de tres en tres, &, con las sustancias siguientes, *sílice, alúmina, magnesia, cuarzo en grano, óxido de hierro*, &; de cuyas combinaciones provienen otras tantas clases de cal. Para conocer si una piedra es caliza basta ver si hace efervesvencia con el ácido *azótico*, y si se deja rayar profundamente con la punta de un hierro: pero como la propiedad de efervescencia es comun á los carbonatos de magnesia, barita y estronciana, será mejor, para averiguar la propiedad caliza, cocer un pedazo de piedra pesándole antes y despues: sumergirle en seguida en el agua por dos ó tres minutos, y exponerle por fin al aire. Si la piedra es caliza se notará considerable disminucion en el peso despues de calcinada, verificándose luegó los fenómenos del calor, desprendimiento de humo, pulverizacion, &, (que detallarémos despues) que serán más ó menos sensibles segun la especie de cal á que la piedra pertenezca.

1096. CAL.

Las propiedades generales de la cal, reducida á pasta, son; perder el agua por la evaporacion, absorver el ácido carbónico de la atmósfera, y formar un silícato de cal por su combinacion con el sílice de la arena que se la ha mezclado. De estos efectos combinados resulta la formacion de un cuerpo que, endurecido al adherirse á los materiales de construccion, forma una masa sólida.

1097. Las cales se dividen en dos especies principales, cales no hidráulicas, ó que no se endurecen debajo del agua, y cales hidráulicas, que son las que despues de cierto tiempo, variable para cada clase, se endurecen hasta adquirir consistencia más ó menos sensible debajo del agua. Las primeras se dividen en cales crasas y delgadas: las hidráulicas son delgadas ó magras; es decir, que no aumentan de volúmen por la extincion ó aumenta muy poco.

1098. Del analísis hecho de la cal se deduce, 1.° que la propiedad hidráulica se debe á la formacion, por medio del fuego, de un silicato de cal; por manera que la silíce hace un papel esencial en la combinacion, teniendo lugar esta solamente cuando la silíce se halla reducida á una tenuidad extrema en su mezcla con el carbonato de cal: 2.°, que la alúmina y magnesia, mezcladas con la sílice, resaltan la propiedad hidráulica, pero que las proporciones más convenientes para esta mezcla son una parte de sílice por una de alúmina ó una de magnesia.

Resulta de todo esto, y por las observaciones de M. Vicat, que para obtener cal hidráulica es preciso mezclar á la cal pura una parte de sílice y alúmina, ó de arcilla en las proporciones que expresa el siguiente cuadro, segun haya de ser la fuerza de la mezcla.

		Arcilla.	Cal.
Cales	medianamente hidráulica	0,10	0,90
	hidráulica	0,20	0,80
	eminentemente hidráulica	0,30	0,70
	Límite	0,34	0,66

	Arcilla.	Cal.
Cales cimentos	0,40	0,60
	0,50	0,50
	0,60	0,40
Límite	0,61	0,30
Cimentos hidráulicos ó puzolanas, las que tienen	0,70	0,30
	0,80	0,20
	0,90	0,10

Cimentos ordinarios | los que contienen mas de 0,90 de arcilla.

1099. Así, pues, reconocida la naturaleza de la piedra, y analizada químicamente, se verá, por las proporciones de sus componentes, la clase á que pertenece. Pero procediendo experimentalmente se conocerá con fácilidad su propiedad observando los fenómenos que presenta la prueba.

Para esto se reduce la piedra á pedazos del tamaño de una nuez, y puestos en una vasija agujerada se calcinan metiéndolos en un horno de alfarero por espacio de 15 á 20 horas; en seguida se sacan y ponen en una cesta que se sumerge del todo en agua destilada, dejándola allí unos 5 á 6 segundos: despues de esto, y escurrida el agua, se vierte la cesta sobre una superficie de hierro ó piedra, resultando:

1.° Que la cal silba, detona, se hincha, exparce gran porcion de vapores cáusticos ó que queman, pulverizándose al instante ó casi al instante.

2.° La cal permanece sin alteracion durante cierto tiempo que no excede de 5 á 6 minutos; despues de lo cual se verifican enérgicamente los mismos fenómenos acabados de anotar.

3.° La cal permanece sin alteracion pasados los 6 minutos y aun un cuarto de hora: pero á poco empieza á humear y deshacerse, detonando poco ó nada: el vapor es menos abundante y caliente que en el caso anterior.

4.° Los fenómenos dichos no empiezan hasta pasada una ó muchas horas despues de la inmersion: la pulverizacion es más lenta, sin detonacion, y arrojando poco humo y calor.

5.° Los fenómenos principian á épocas muy variables y apenas sensibles, el calor se manifiesta solamente al tacto, es difícil la pulverulencia, y algunas veces no llega á tener efecto.

1100. Apagada la cal, y dejadas pasar tres á cuatro horas para que se deshagan las partículas perezosas, lo que se conocerá por el enfriamiento de la masa, se pone una porcion de esta en un cajon y se sumerje de nuevo en el agua. Por el endurecimiento que adquiera despues, y el aumento de volúmen que se haya observado al tiempo de la extincion se conocerá la clase de cal. Así, pues, será:

Cal crasa cuando, aumentado su volúmen hasta el duplo ó más, por causa de la extincion, sea su consistencia siempre la misma, disolviéndose en el agua frecuentemente renovada.

Cal delgada ó magra cuando, sin aumentar nada su volúmen primitivo, le sucede lo que á la crasa, con la diferencia de depositar su disolucion algun pequeño resíduo.

Cal medianamente hidráulica cuando fragua (*) á los 15 á 20 dias de inmersion, y continua endureciéndose lentamente, en particular desde el sexto ó el octavo mes.

(*) Se entiende por fraguar la cal el poder sostener sin depresion una aguja de $0^m,001$ de diámetro, cargada con un peso de $0^k,05$; resistiendo entonces al dedo comprimido por la fuerza media del antebrazo sin cambiar de forma ni romperse.

Al año su consistencia es como la del jabon seco: aumenta variablemente de volúmen, sin llegar nunca al de las cales crasas. Se disuelve con dificultad en agua pura.

Cal hidráulica cuando fragua á los 6 ú 8 dias de inmersion y continua endureciéndose hasta los 6 y aun 12 meses, en cuya época es comparable en dureza á la de la piedra blanda sin ser atacada por el agua: su aumento de volúmen es poco ó menos como el de la cal delgada.

Cal eminentemente hidráulica es la que fragua al segundo ó cuarto dias de inmersion, siendo completamente insoluble al mes, y pudiéndose comparar á los 6 meses con las piedras calizas absorventes, cuyo paramento puede ser rayado, saltando en cascos y presentando una fractura escamosa. El aumento de su volúmen es escaso y aun nulo.

La cal cimento no se dilata nada, pero reducida á polvo por la maceracion y hecha pasta, fragua y se endurece rápidamente, habiendo algunas, como la de S. Sebastian, cuya solidificacion es tal que no puede menos de trabajarse á porciones como sucede con el yeso: siendo preciso mezclarla un poco de cal crasa para que dé más tiempo á su endurecimiento.

El cimento hidráulico ó puzolanas es muy delgado para que pueda aumentarse por la extincion. Reducido á polvo y á pasta en combinacion con la cal crasa, adquiere bajo del agua en uno ó pocos dias la dureza de un calcáreo, llegando á ser despues más fuerte.

El color no influye en la calidad de la cal, y puede presentarse blanca, gris, morena, &, segun el óxido metálico que se halle en su combinacion.

1101. **Cales hidráulicas artificiales.**

Cuando se esté seguro que en el país donde ha de construirse hidráulicamente no hay calcáreos arcillosos, pudiendo, sin embargo, disponer de cales crasas y arcillas, se procederá de uno de los dos modos siguientes para obtener excelentes cales hidráulicas artificiales.

El primero consiste en mezclar cal crasa apagada y hecha pasta con una cantidad conveniente de arcilla en una de las proporciones indicadas en el número 1098. Segun M. Vicat las cales muy crasas pueden soportar 20 por 100 de arcilla; las menos crasas de 15 y 10, siendo suficiente 6 por 100 para las que tienen algunas propiedades hidráulicas. Si la cantidad de cal mezclada llega á 33 ó 40 por 100, la que se obtiene hidráulica no se dilata nada, pero se pulveriza fácilmente y dá, cuando se la remoja, una pasta que se endurece prontamente debajo del agua. Las cualidades de la arcilla pueden influir en las proporciones.

El segundo medio, aunque no de tan buenos efectos, es, no obstante, el más usado y dá bastante buen resultado como lo atestiguan las obras que en Francia y otros paises se hacen en las canalizaciones. Consiste en mezclar simplemente con la arcilla y en las proporciones dichas anteriormente el carbonato de cal triturado y reducido á papilla. El calcáreo margoso y la creta por su facilidad de reducirse á polvo, son los más usados en este caso.

Cualquiera que sea el método que se siga, hecha la mezcla se reduce á bolas ó prismas como ladrillos que se ponen á secar y someten á la cocion, procediendo luego como con la piedra natural.

1102. **Molino para la trituracion de las piedras calizas.**

Puede usarse para la trituracion y mezcla una máquina ó molino, como el representado en la figura 343, con una ó dos ruedas verticales de llanta y rádios, un eje fijo á un árbol que gira sobre su pivote del modo todo como se manifiesta en la

ó el calcáreo que se mezcle con el agua necesaria para reducirlo á líquido, se procede á la trituracion y mezcla, pasándolo despues por conductos á otro tanque y de aquí á otro hasta 4 ó 5, vertiendo el agua en ellos por la parte superior. La materia reposa en los tanques hasta adquirir consistencia, despues de cuyo tiempo se moldea la pasta en bolas ó prismas. Se consigue hacer por este medio prismas cuyo volúmen total pasa de 6 metros cúbicos. Los tanques disminuyen de profundidad de uno á otro, teniendo el 1° de $0^m,6$ á $0^m,8$.

1103. **Calcinacion de las piedras calizas.**

Para obtener la cal puede procederse de varios modos y con diferentes grados de cumbustibles. Cuando se necesita el material con urgencia y hay combustible abundante, basta hacer una pila al aire libre interpolando capas de piedra y leña ó carbon, debiendo tener de grueso las primeras $0^m,3$, por ejemplo, para $0^m,6$ á $0^m,9$ de las 2.as si el combustible es de leña, y $0^m,4$ á 0,6 cuando lo es de carbon. Se deja en la pila un callejon que penetra hasta el centro, y ha de ser el sitio por donde se prenda fuego despues de llenarlo de leña. Este método es breve y dá algunas veces muy buen resultado: pero se tarda tiempo en separar de la cal los resíduos del combustible, ó de no hacerlo así la cal se obtiene impura. En este concepto siempre que se pueda es mejor y muy conveniente hacer la cocion por medio de hornos, ya cargados interpoladamente con el combustible, para lo cual es preciso hacer una parrilla sobre el cenicero, ó bien con solo la piedra dejando en la parte inferior hueco suficiente para el fuego; á cuyo fin se hace con la misma piedra una bóveda con algunos respiraderos, colocando sobre ella toda la carga. La boca del hogar debe ponerse del lado hácia donde venga el viento. En uno y otro caso conviene reducir el calcáreo á pedazos pequeños para que la calcinacion sea más pronta y perfecta, pudiendo ser estos pedazos hasta del tamaño del puño si la piedra caliza es dura.

1104. Muchas son las clases de hornos que para este fin se han inventado. Unos enteramente cilíndricos, otros cónicos, rectos ó inversos, otros elipzoidales, otros esféricos en la parte inferior y piramidales, ó cónicos en la superior, &. Pero de cualquiera manera que sea conviene que su altura tenga de 2 á 5 veces la base media, puesto que el fuego, tendiendo á subir, aprovecha su intensidad calórica en la combustion, de que se perderia mucha si el horno fuese bajo. El material debe ser de ladrillo refractario interiormente, unido con barro arcilloso; y exteriormente de mamposteria ordinaria ó de ladrillo comun. Siempre que sea posible debe situarse en un ribazo para que las tierras le fortifiquen y abriguen,
Fig. 352. dejando, en caso contrario (*fig.* 352), entre la mampostería una masa de aire que le rodee en toda su longitud.

Cuando para la cocion se emplea la hulla ó cualquiera otra clase de carbon por combustible, se hace un emparrillado á 1^m de altura para colocar el carbon encima. La carga se dispone siempre de la propia manera que se ha dicho para cuando el combustible es de leña menuda ó en trozos.

Como la piedra inferior que forma la bóveda inmediata al combustible sufre mas cantidad de calor, exponiéndose á recalcinarse, puede usarse el tanque ó la
Fig. 353. cubeta C que junto al cenicero coloca M. Petot en su horno (*fig.* 353); sobre la cual se vierte agua á las 24 horas de un fuego vivo, para que el vapor que produce la irradiacion calórica tenga el doble objeto de evitar la recalcinacion y desprender el ácido carbónico que puede aun contenerse en algunas piedras. Para un horno de esta clase, que produce en sus dos compartimentos unos 37^{m3} de cal, se consumen 3^{m3} de agua.

1105. Para la cochura bastan regularmente tres dias. En el primero se pone poco fuego, pero creciente por espacio de 12 á 15 horas, á fin de obtener mucho

humo, cuyo calórico es bastante para caldear el horno y evaporar la parte de agua qne contiene la piedra en su composicion. Al siguiente dia la llama sale ya por la boca superior y empieza á blanquear el calcáreo. La completa calcinacion se conocerá cuando haya bajado la masa $\frac{1}{6}$ de la altura del horno, poco mas ó menos, siendo blanca la llama; ó bien cuando se pueda hacer penetrar una barra de hierro con igual facilidad que si la masa lo fuese de cal ordinaria. Si las piedras menudas en escala descendente se pusieron en las últimas capas, y las mas gruesas en medio á todo lo largo del eje del horno, de modo que el calor haya penetrado en todas con igual facilidad, se puede estar seguro de una buena calcinacion.

1106. Si la calcinacion es *contínua*, es decir, si á medida que se vá calcinando una carga se echa de nuevo piedra sin parar el fuego, precisa que el horno tenga una 2ª puerta por donde se vaya sacando la cal ya hecha, de modo que al tiempo de extraerla no sufra alteracion la que resta por cocer de las capas superiores. El horno (*fig.* 352) puede presentar un ejemplo de los de esta clase. Tienen la ventaja sobre los anteriores, llamados de combustion ó calcinacion *periódica*, de aprovechar el calor del horno, ahorrándose bastante combustible.

El consumo de este para los hornos contínuos llega de 150 á 200ᵏ de hulla ú 800ᵏ de leña por cada metro cúbico de calcáreo. Este gasto varía en razon á la calidad de la piedra quemada y combustible.

1107. **Extincion de la cal.**

De tres maneras diferentes se apaga la cal, por *aspersion*, por *inmersion* y *espontáneamente*.

Extincion por aspersion. Este método consiste en colocar la cal en balsas y echar sobre ella bastante cantidad de agua por medio de cubos, y aun mejor con una regadera de bomba hasta que la cal se reduzca á pasta; procurando no verter demasiada ni menos de la necesaria, con el fin de que ni se ahogue la cal por exceso ni haya que añadir algo al tiempo de la efervescencia. Si la cal es crasa se produce un desprendimiento de calor que parece facilitar la extincion, completándose esta á las 2 ó 3 horas.

Semejante procedimiento es el que se usa para esta clase de cal y la hidráulica, por dividirlas mejor y hacerlas aumentar mas de volúmen.

Extincion por inmersion. Reducida la cal á pedazos pequeños se coloca en cestos que se sumerjen por algunos segundos ó hasta que empieza la efervescencia. Se sacan entonces y escurren bien, vertiéndolos en cajones donde la cal se reduce á polvo, despues de haber absorvido el agua que todavía se contenia en ellos. Este medio es bastante dispiendoso, y resulta de él que 100 partes de cal crasa retienen 11 de agua, siendo de 25 á 30 para la cal hidráulica.

Extincion espontánea. Consiste en dejar la cal expuesta á la humedad atmosférica, por cuyo influjo se reducirá la cal á polvo muy fino con poco desprendimiento de calor y sin detonacion alguna. Conviene este método á las cales crasas, y no á las hidráulicas, cuya exposicion al aire las hace perder sus cualidades.

1108. De los tres procedimientos dichos el 1.° es el preferible para las cales crasas é hidráulicas, por aumentar mas de volúmen y quedar mejor divididas, como se vé en la tabla siguiente.

	Aumento de volúmen.	Agua absorvida.
Para 1 parte de cal crasa apagada por aspersion es el aumento de volúmen de 1 á................	3,50	291 kil.
id. id. por inmersion..............	2,34	172
id. id. espontáneamente..............	2,58	188
Para 1 parte de cal hidráulica apagada por aspersion................	1,37	105
id. id. por inmersion................	1,27	71

La cal crasa apagada por aspersion se puede conservar muchos años guardándola en parages secos é impermeables, y cubriéndola de una capa de arena. Tambien se conserva cuando ha sido apagada por los otros procedemientos: entonces se forma una costra dura y delgada, producida por el ácido carbónico, que preserva lo restante.

1109. **Sustancias que se mezclan con la cal.**

Agua. El agua que en diferentes proporciones entra en la composicion de los morteros debe ser limpia y dulce, aunque para obras de fortificacion, hormigones ó argamasas, y todas aquellas obras en cuyos paramentos no importa sobresalgan resíduos salitrosos, puede usarse el agua de mar; siendo en este caso preferible hacer con ella la extincion de la cal. La autoridad de Ingenieros de reconocida reputacion, y los buenos resultados de algunas de nuestras obras atestiguan esta verdad.

1110. **Arenas.**

Varias son las clases de arena que abastece la naturaleza, cuyos carácteres demuestran claramente las rocas de que han sido desprendidas por la accion contínua de las aguas y demás causas en la sucesion de los tiempos. Así, aparecen arenas cuarzosas, feldspáticas, micáceas, esquistosas, calcáreas, areniscas, &: las cuales son mas ó menos irregulares, mas ó menos grandes, y mezcladas ó no con arcillas y ocres, como sucede á las que provienen de los terrenos de aluvion.

Las que se hallan en bancos formando grandes capas en los terrenos secundarios, y son las llamadas *fósiles* ó de *mina*, y las que arrastran los rios, mas limpias y redondeadas, son las mejores entre todas las que pueden emplearse en las construcciones. Tambien se usan las arenas de mar, lavadas antes repetidas veces para privarlas de la parte salitrosa que contienen, bien que nunca se pueda conseguir esto satisfactoriamente.

El color de las arenas no influye en su calidad, y solo debe atenderse al tamaño de su grano: entendiéndose por arena gruesa la que presenta el grano igual al de la pólvora ordinaria hasta el que tiene $0^{m},002$ de diámetro; y arena fina cuando el diámetro es de $0^{m},001$ ó menos. La grava tiene de $0^{m},005$ á $0^{m},015$ de diámetro.

1111. **Arcillas.**

Las arcillas, de que ya hemos hablado en el número 1079, tienen mucho uso en la fabricacion de los morteros y argamasas. Cuando son arenáceas se usan ventajosamente con la cal crasa, como sucede en Puerto-Rico y otros paises. Calcinadas y reducidas á polvo sirven de puzolanas segun verémos, y solas se las emplea para los hornos de fundicion, de ladrillos y de cal. Se hallan en filones en los terrenos primitivos, á capas horizontales en los secundarios, por venas entre las cavidades de los terrenos calcáreos, y hasta en los volcánicos por la descomposicion de las lavas compactas.

1112. **Puzolanas naturales.**

Son productos volcánicos pulverulentos, que provienen de la descomposicion de las lavas porosas ó duras como los basaltos. Su color es variado, habiéndolas blancas, negras, ocrosas, grises, morenas y violetas. La de la Isla de San-Eustaquio, de que se hizo el muelle de Puerto-Rico, es gris verdosa; la de Angono, cerca de Manila, es gris oscura. En su composicion entran el sílice y alúmina en la mayor parte, acompañadas de un poco de cal, magnesia, potasa y hierro. Segun el análisis de M. Berthier las puzolanas vienen á tener 40 de alúmina, 35 de sílice, 5 de cal y 20 de hierro. La llamada terrasa de Holanda, de color gris-rojizo, tiene 28 de alúmina, 57 de sílice, 6,5 de carbonato de cal y 9,5 de hierro.

1113. **Arenas-puzolanas.**

Puede considerarse como puzolana natural una especie de arena-fósil-arcillosa,

cuyo color varia del rojo-oscuro al rojo amarillento y aun al amarillo-ocroso: arenas que los franceses llaman *arènes* para distinguirlas de la *sable* (arena ordinaria), que se hallaron y conocieron la primera vez como puzolanas en el valle de l'Isle, departamento de la Gironda, empleándose en este concepto en combinacion con la cal crasa para varias construcciones hidráulicas, como lo fueron las esclusas de Laubardemont, Penot y Lapoyade, el depósito de Camps, los molinos de Alzac, &, cuyo buen éxito no desmerece en nada al que se obtiene ordinariamente y se hubiera obtenido allí con la puzolana de Italia ú otra de iguales propiedades, teniendo, además, la ventaja de una gran economía.

Estas arenas, repartidas con profusion en la naturaleza, de grano irregular y poroso, y de espesor muy variable desde la mas fina hasta la grava, está rodeada de una tierra arcillosa y ténue, rojiza ó amarillenta, cuyos elementos principales son la sílice, alúmina y el tritóxido de hierro en proporcion variada que constituye la cualidad hidráulica en mas ó menos grado.

Segun los experimentos verificados en 1827 por el Ingeniero francés M. Pérard, deben tener estas arenas un 50 por 100 de tierra para la mejor proporcion que las haga las mas enérgicas, y considerarse como arena pura la que contenga menos de 35 por 100. Si la tierra ocupase un volúmen=0,6 del total, sería menester agregarle un poco de arena limpia hasta alcanzar la anterior proporcion de 50 y 50.

A fin de poder apreciar bien este dato se lavan las arenas varias veces meneándolas contínuamente hasta que despidan la tierra que les está adherida; se mide entonces el volúmen que queda y se le compara con el total.

Para saber el grado de energía de la tierra ocrosa, se la mezcla en pasta firme con igual volúmen de un hidrato de cal crasa, sumergiendo el todo en una vasija de agua. Si el mortero no presenta depresion alguna apreciable á los 15 dias por un peso de 2^{k} sobre cada 50^{c2}, la tierra será una buena puzolana. Si la depresion es solo de 1 á 2 milímetros se podrá emplear aun la arena, pero ya no será enérgica la mezcla. En la mayor parte de los casos bastará ensayar el mortero á la presion del dedo y fuerza media del antebrazo, que no debe dejar impresion alguna.

Igual práctica puede seguirse para determinar la cualidad hidráulica de las arcillas-puzolanas.

Aunque el color en las arcillas y arenas de esta clase parezca no influir en su carácter especial como tales puzolanas, dice M. Girard, que se deben preferir las rojizas ó amarillo-ocrosas, una vez que las negruzcas deben este color á materias vegetales que pueden matar en vez de ayudar la energia de la arcilla.

Cociendo ligeramente la arena-puzolana se consigue fragüe mas pronto la mezcla; pero su propiedad hidráulica ó la consistencia que al cabo de cierto tiempo adquiere el mortero, apenas difiere de la que se obtiene con la mas enérgica empleada en su estado natural. Debe, sin embargo, preferirse la cocion para cuando la proporcion del volúmen de tierra es algo inferior al 50 por 100.

Tanto para la cocion de las arenas-puzolanas como para la de cualquiera otra arcilla con la que se quiera hacer puzolana artificial, se puede usar (fuera del método que se expone en el número siguiente) de un pequeño horno compuesto de un depósito de palastro de $1^{m}\times2^{m},5\times0^{m},15$, en que se echa la materia, sostenido por barras de hierro sobre las paredes del hogar. La llama, que nace en uno de los extremos, circula al rededor del palastro hasta el extremo opuesto en que se halla la chimenea. Se tiene cuidado de menear la arena de tiempo en tiempo, y se deja cocer hasta que cambie de color. En un pequeño horno como este se

1114. Puzolanas artificiales.

Las hay completamente inertes como las arenas, que hacen sin embargo, muy buen cimento con las cales hidráulicas. Las arcillas y basaltos bien calcinados, las escorias de herrerías, las cenizas de la turba, de la hulla y caña de azúcar ó mas bien su bagazo, los polvos de tejas y ladrillos, y las tierras ocrosas de cimentos son otras tantas puzolanas que pueden servir en vez de las naturales, dando á la argamasa una energía mas ó menos fuerte segun las proporciones de sus partes componentes.

Para fabricar la puzolana artificial se toma una de las partes de arcilla y cal que expresa el n.° 1098, es decir, 3 de cal por 7 á 9 de arcilla, reducidas una y otra á pasta suave: se mezcla bien y menea la masa por medio de legones, ó bien
Figs. 338 341, 343. usando del molino ó caja (*fig.* 338, 341, 343), despues de lo cual se moldean prismas que se ponen á secar al sol en dia sereno. Pasados 7 á 8 dias, en que ha desaparecido ya toda humedad, se guardan á cubierto de la lluvia hasta que llegue el caso de la cocion. Para esto, como para todo el procedimiento, se sigue el camino marcado en el n.° 1101 para hacer las cales hidráulicas artificiales. Asi, pues, se trituran en el molino los prismas despues de haberlos hecho calcinar convenientemente en un horno parecido á los de cal, haciendo para sostener los prismas,
Fig. 354. arcos ó bóvedas de ladrillos refractarios, ó poniendo barras (*fig.* 354). El tiempo de la cocion es de 30 á 40 horas, economizando el fuego al principio y sosteniéndole despues mas vivo y á una temperatura igual. Dos hombres con sus ayudantes pueden hacer en un dia de 10 á 12 horas de trabajo prismas que representen un volúmen de 4 á 5 metros cúbicos. El molino, con piedra vertical de unos 14 quintales ó 700k de peso, puede producir en el mismo tiempo de 2 á 2 ½ metros cubicos de polvo de puzolana.

1115. Cimento romano.

Es una preciosa materia calizo-arcillosa que se emplea con suma ventaja en las construcciones hidráulicas y al aire libre, adquiriendo casi instantáneamente el mortero hecho con ella una dureza, impermeabilidad y adherencia á los materiales de construccíon á que no llegan las demás argamasas hidráulicas. El cimento de Vassy es el mejor de los conocidos en Francia; su composicion es antes de calcinarse 63,8 de carbonato de cal, 1,5 de carbonato de magnesia, 11,6 de carbonato de hierro, 14 de sílice, 5,7 de alúmina y 3,4 de agua y materias orgánicas. Despues de calcinado contiene 56 de cal, 13,7 de protóxido de hierro, 1,1 de magnesia, 21,2 de sílice 6,9 de alúmina, con 0,5 de pérdida. Para su empleo se le mezcla con un poco de arena; lo que dá mas resistencia y le hace mas económico y menos expuesto á resquebrajarse.

La cal eminentemente hidráulica de S. Sebastian descubierta, examinada y experimentada por el Brigadier de Ingenieros D. Julian Angulo, goza de las mismas propiedades que el cimento romano. (Su descripcion al final de este artículo.)

1116. Cimento de Portland.

La prontitud con que puede fraguar el cimento romano es un inconveniente para las obras donde no es posible emplearlo inmediatamente, ó para aquellas en que se necesita en gran cantidad, una vez que la rapidez con que puede solidificar el mortero obliga á fabricar este á pequeñas porciones.

El cimento artificial de Portland es preferible hoy dia á todos los demás por ofrecer igual solidez que el romano y no fraguar sino despues de 10 á 12 horas; lo que dá lugar á poder confeccionar con descanso y á grandes masas el mortero hecho con él y emplearlo sin temor de un mal resultado. En pequeñas dósis produce,

además, este cimento un mortero mas resistente que con el romano, siendo al propio tiempo su precio $\frac{1}{3}$ mas barato.

Se sabe que los cimentos producen piedras artificiales de una dureza y densidad igual por lo menos á la de las piedras calizas naturales. Se puede notar como una prueba, segun experimentos de Vicat relativamente al cimento de Portland, que su resistencia á la presion es de 143^k por 1^{c2} cuando se emplea puro, 90^k por 1^{c2} cuando se hace mortero en la proporcion de 1 de cimento por 2 de arena, y 125^k por 1^{c2} cuando se forma hormigon ó piedra artificial. Observa, adémas, M. Vicat, que el cimento de Portland posee todas las propiedades de todos los cimentos recalcinados, llegando su densidad hasta 1,50, mientras que la de los cimentos ordinarios naturales solo llega á 1,00. El hecho mas notable en este de Portland, dice, es la gran dureza y resistencia á la combinada accion del peso de la construccion y choque de las olas en las situaciones mas desfavorables en que no pedrian aguantar las mezclas hechas con otras puzolanas ó cales hidráulicas. A esto se debe el poder formar con semejante material grandes monolitos enteramente homogéneos y resistentes en todas sus partes, que despues de pocos meses llegan á adquirir igual dureza que los calcáreos mas compactos. Tal ha sucedido en las grandes obras de los muelles y diques de Dover, Alderney y Cherbourg, fundadas sobre escolleras de enormes blocs hechos con este cimento, y cuya magnitud fué para los puertos de Dover y Alderney, de 54 á 120 pies cúbicos (1^{m3},53 á 3^{m3},4) y 3 á 7 toneladas de peso (siendo iguales las dimensiones de ancho y alto y vez y medio el largo) cuya composicion fué de 1 de cimento, 2 de arena y 4 de piedras menudas y cascajo; confeccionándose la mezcla á porciones de 8 á 10 bushels (5,3 á 6,6 fanegas) que se vertian de seguida en el cajon ó molde ya de antemano preparado. En los diques de Cherbourg los blocs fueron mucho mayores, teniendo $12\times9\times6{,}5=702^{p3}$ ingleses de volúmen (20^{m3}), cuyo peso era de 52 toneladas. Estas masas se construyeron como mampostería ordinaria en baja mar sobre pontones que, flotando en la alta mar, los conducian al sitio en que habian de formar el enrocado, dejándoles caer al pie del muelle, en que se iba formando una masa contínua y suficientemente resistente al movimiento de la mar. Tal fué el objeto de hacer tan grandes estos blocs, que desde luego pudieron quedar fijos en su lugar no obstante la violencia y fuerza de las olas, cuya potencia se habia calculado de antemano y demostrado no poder exceder á la necesaria para remover masas de mas de 20 toneladas. Segun Vicat la mayor fuerza impulsiva de las olas contra una superficie de 1^{m2} es de 30000^k ó 30 toneladas. Las proporciones de estos monolitos fueron de 1 de cimento por 2 de arena y 30 á 40 por 100 de cascajo y piedra menuda.

En el puente de S. Miguel sobre el Sena, recientemente construido para el nuevo Boulevar de Sebastopol, se ha verificado la cimentacion de los dos pilares con hormigon formado de este cimento, y los estribos y muelles inmediatos con piedra y mezcla del propio material, en la proporcion de 1^{m3} de arena y 0^{m3},17 de cimento ó 250^k, puesto que el 1^{m3} pesa 1450^k. Igual proporcion se siguió en la construccion de los arcos hasta la octava hilada de dovelas; pero desde aquí á la clave la proporcion llegó á 350^k ó 0^{m3},24 de cimento por 1^{m3} de arena. Igual procedimiento se siguió en el puente Aux-Changes y otros mas sobre el Sena.

Los prismas hechos con este cimento, de $0^m,04\times0^m,04$ de seccion, y sumergidos por 8 dias en el agua, resistieron sin romperse á la traccion, ó presentaron una fuerza de cohesion de 30^k (que dá 1^k,87 por centímetro cuadrado, ó unas 22 libras por pulgada cuadrada); mientras que el cimento romano en iguales circunstancias no llega á la mitad de esta resistencia.

El cimento de Portland se fabrica hace mucho tiempo en Inglaterra en gran

mento y le vende á 8 francos los $100^k = 0^{m3},07$ próximamente conducidos á Paris; en cuya capital cuesta el 1^{m3} de mortero con las proporciones arriba señaladas, de 1^{m3} de arena para $0^{m3},17$ de cimento, de 26 á 30 fr.

En Inglaterra se vende un bushel ($\frac{2}{3}$ próximos de fanega ó 36,35 litros) á 2,5 shelines.

Hay muchas localidades que pueden dar los elementos necesarios para la fabricacion del cimento de Portland; su proporcion de arcilla debe ser de 21 por 100, y su cocion excesiva, puesto que siendo ella uno de los mas importantes elementos en toda clase de cimentos, y menos resistentes los menos cocidos, que al propio tiempo son los que fraguan mas pronto, el de Portland no podria cumplir con sus especiales cualidades sin sufrir una gran calcinacion.

Este cimento, mezclado con 2 partes de arena, gana en peso despues de 7 dias de inmersion .... 1 por 100

Mezclado con 3 de arena, gana á los 10 dias.................... 5,5

El hormigon, despues de 20 dias de inmersion.................. 4

El cimento romano, mezclado con 2 de arena, gana á los 10 dias de inmersion 5

21 bushels (14 fanegas) de cimento de Portland, en seco, miden 1 yarda cúbica ó poco menos de 1^{m3}, y pesa una tonelada inglesa.

30 bushels (20 fanegas) de cimento y arena en seco hacen 1^{m3} de mortero.

Mezclado el cimento con 4 á 5 partes de arena y la necesaria cantidad de agua, disminuye en volúmen un 30 por 100.

1117. El color agradable que tiene, susceptible de mejorarse aun con la liga de arena blanca ó polvo de piedra clara, y la particular propiedad de resistir á todas las temperaturas, cualquiera que sea el calor y por fuertes que vengan las heladas, no dando, además, lugar al nacimiento de ninguna clase de vegetales le hace sumamente recomandable para empañetados ó enlucidos exteriores como el mejor de los estucos, y asimismo para los de los estanques, algibes, cisternas ó cualquiera otro receptáculo ó depósito de agua, una vez que la humedad no le penetra jamás ni influye en manera alguna en la descomposicion de sus elementos.

Teniendo al propio tiempo este cimento la apariencia y duracion de una piedra, se extiende tambien su uso á la construccion de fuentes, estátuas y ornamentos que, por lo barato del material y la facilidad con que se presta al trabajo, salen á precio sumamente moderado.

Todo cuanto se dice de este cimento debe entenderse tambien del de S. SEBASTIAN ó ZUMAYA, cuyas propiedades son acaso mas satisfactorias.

1118. **De las mezclas.**

Las mezclas ó morteros, combinaciones de cal y arena ó polvos en diferentes proporciones se dividen, 1.° en *ordinaria*, que es la mezcla de cal crasa y arena en la proporcion correspodiente á su fuerza: 2.° en *hidráulica natural ó artificial* que es la formada con esta cal, y puzolana ó cimento natural ó artificial, ó simplemente con arena y cal hidráulica. A esta mezcla se la llama tambien en el primer caso de *cimento*: 3.° en mortero de *argamasa* ú *hormigon* que los franceses llaman *beton* y los ingleses *concrete*, hecha con la cal hidráulica natural ó artificial, arena y guijarro ó grava.

1119. La bondad de las mezclas depende, á mas de sus proporciones, del trabajo ó manipulacion. Parece, al tratar de la mezcla ordinaria, que no excediéndose en el agua sale tanto mas glutinosa y de muy buen efecto cuanto mas se la remueve, dejándola descansar por algunos dias, y volviendo á trabajarla á fuerza de brazo. La razon es natural; cuando se une la cal á la arena existen algunas

porciones mal apagadas y otras que se aterronan y no pueden unirse bien á la arena hasta que á fuerza de remocion y trabajo intermitente se logra dividir y subdividir las partículas de cal y hacer porque los granos de arena esten bañados por ella.

1120. El órden con que las arenas deben mezclarse á las cales es, como dice Vicat,

para las crasas......1.° la arena gruesa: 2.° la mezclada de gruesa y fina, y 3.° la fina,

para las hidráulicas, 1.° la arena fina; 2.° la mezclada con arena fina y gruesa ó grava menuda; y 3.° la arena gruesa.

1121. Las proporciones que deben entrar en la composicion de un mortero de cal y arena son variables de 1,5 á 3 de arena por 1 de cal. Pero por regla general el volúmen de esta no debe ser menor que el de los vacíos que dejan los granos de la arena; en cuyo caso la cantidad cúbica total de la mezcla es poco mas ó menos la de la misma arena. Para determinarla con alguna exactitud se llena de arena una medida cualquiera de capacidad conocida: se vierte agua en ella hasta rebasarla; y el volúmen de esta será el correspondiente al de los vacíos, y por tanto el de la cal que se debe emplear. Obrando de esta manera, y siendo la arena de rio, se obtiene 31 á 34 de cal por 100 de arena, que viene á ser 1 por 3 como se acostumbra cuando interesa economizar la cal; pero de ordinario se usan las proporciones de 3 de arena por 2 de cal.

En cuanto al agua que se ha de poner, dice Mr. Raucourt, que para las arenas finas cuyo diámetro medio sea de $0^{m},00023$ el volúmen será $\frac{1}{3}$ del de aquellas: para las arenas terciadas, de $0^{m},001$ de diámetro, $\frac{2}{5}$ de su volúmen: para las gruesas desde $0^{m},002$ á $0^{m},0045$ de diámetro, $\frac{5}{12}$: para la grava de $0^{m},011$ á $0^{m},014$, $\frac{1}{2}$; y lo mismo para el ripio ó casquijo de $0^{m},027$ á $0^{m},04$ como el usado para el hormigon.

			Volúmen de arena	Volúmen de cal ó cimento.	
Mortero de arena terciada..	Arena terciada.....	20	27.......	7..	A las dos últimas debe agregarse un volúmen de cal igual á la mitad del aumento de la mezcla.
	Arena fina.........	5			
Mortero de arena gruesa....	Arena gruesa......	20	25.......	7..	
	Arena fina.........	5			
Mortero de grava..........	Grava..............	20	26.......	6..	Si con las arenas finas aumenta el volúmen de las mezclas, se agregará tanta cal como sea este aumento.
	Arena terciada.....	2			
	Arena fina.	4			
Hormigon.....	Cascajo............	20	27.......	6..	
	Arena gruesa.	1			
	Arena terciada.....	2			
	Arena fina.........	4			

1122. Cuando las mamposterías no están expuestas á cambios considerables de temperatura ni sufren accion alguna destructora, se puede mezclar arena y cal medianamente hidráulica, ó bien cal crasa y cimento ordinario. Si por el contrario, la construccion está expuesta á degradaciones y cambios en el momento de su empleo, se usarán cales eminentemente hidráulicas y arena, ó cal crasa y cimento.

La tabla siguiente de Mr. Laroque dá las proporciones que deben tener los buenos morteros por cada metro cúbico de mezcla.

CALES.	VOLÚMEN de cal apagada por aspersion	de arena.	de cimento ordinario.	de puzolana.	OBSERVACIONES.
Crasa.	0,37	0,95	»	»	Para muros y fundacion de fábricas.
Id.	0,34	»	0,82	»	Para empedrados.
Id	0,25	0,94	»	0,20	Depósito de agua, aljibes, etc.
Eminentemente hidráulica	0.36	1,00	»	0,04	Para debajo de agua.
Hidráulica. . . .	0,33	1,02	»	»	Sumideros y construcciones hidráulicas.
Id.	0,37	0,95	»	»	
Id.	0,38	1,02	»	»	
	por inmersion				
Id.	0,44	1,00	»	»	Para empañetados y enlucidos.
Medianamente hidráulica	0,10	1,00	»	»	Para cimientos sobre terreno húmedo

Agrego á estas las siguientes reglas que tomo de la experiencia de muchas obras acreditadas de resistentes.

CALES.	VOLÚMEN de cal.	de arena.	pelo de vaca.	de cimento ordinario.	de arcilla arenosa.	de puzolana.	PUNTOS DE SU EMPLEO Y APLICACIONES HECHAS.
Crasa.	2	3	»	»	»	»	(Habana). En las mamposterías ordinarias y de ladrillo y piedra.
Id.	$2\frac{1}{2}$	3	»	»	»	»	(Puerto-Rico). Id. en obras públicas y varias haciendas.
Id	2	»	»	»	3	»	(Puerto-Rico). Produce buen mortero en muchos edificios de la capital.
Id.	$1\frac{1}{2}$	2 á 3	»	»	»	»	(Cadiz y Manila). Mampostería de sillares.
Id.	4	1	»	»	»	»	(Cuba y Puerto-Rico). Para enlucidos sobre el empañetado ó paletada de mezcla ordinaria.
Id.	1	»	»	de ceniza de bagazo 1	»	»	(Cuba y Puerto-Rico). Para enlucidos de tanques, azoteas, etc.
Id.	1	»	$\frac{1}{6}$	»	»	»	Para cielos rasos.
Id.	$1\frac{1}{2}$	2	»	3	»	1	(Puerto-Rico). Estribos del puente de Martin Peña.
Id.	3	»	»	2	1	»	Para los sitios húmedos.
Hidráulica artificial	1	2	»	»	»	»	Para aljibes y cañerías descubiertas.
Hidr.ª natural	3	4	»	»	»	»	Id. id. Id.
Id.	2	»	»	»	3	»	Para sitios húmedos.
Id.	7	4	»	4	»	»	Para id. y azoteas.
Id.	2	1	»	»	»	1	Para debajo del agua.
Eminentemte hidráulica . .	1	2 y 2 de cal crasa		»	»	»	Para mampostería al aire y en sótanos.
Id.	3	1	»	»	»	»	Para debajo del agua.

1123. Se hacen tambien mezclas excelentes para tejados, cielos rasos y depósitos de agua, como acostumbran en China y algunas partes de Filipinas, con la cal de ostras, paja de arroz ó papel de estraza, del modo siguiente.

1.ª Para los muros.

1 de cal de ostras.
2 de arena fina ó mezclada.
⅓ de paja picada á distancia de dos ó tres dedos remojándola por 8 dias y macerándola despues.

2.ª Para lo mismo.

1 de cal.
2 de arena.
1 de lodo maladquit (Filipinas.)

3.ª Para los tejados.

3 de cal cernida.
2 de paja picada y preparada como en la (1ª).

4ª. Para repello de cisternas.

3 de cal fina.
1 ½ de papel de estraza, remojado por 15 dias, esprimido y macerado.

5ª. Para cielos rasos.

2 de cal.
½ de paja menudamente picada.
½ de lodo maladquit ó arcilla.
½ de arena.

1124. Zulaque.

Esta pasta, de que tanto uso hacen los fontaneros para las grietas de las cañerias, es una de las mezclas hidráulicas mas fuertes que igualmente pueden emplearse para las juntas de los sillares que están debajo del agua, como acontece á las murallas de Cádiz. Se compone de un pié cúbico de cal cernida, ½ arroba de aceite de sardinas, y en su defecto de atun, y $0^{m3},0022$ ó 0,1 de pié cúbico de estopa picada. Se amasa primero la cal y el aceite en una artesa, y despues se mezcla la estopa macerándola á fuerza de pison de cuña. Un hombre hace en un dia de 2 á 3 amasadas por la cantidad dicha.

1125. Fabricacion de las mezclas.

Para todas ellas se debe cernir la cal y arena con el fin de limpiarlas de las partes agenas al mortero; no obstante que cuando este haya de servir para mampostería ordinaria se usen los ingredientes cual vienen del almacen ó entrega el vendedor, aunque la mezcla que resulta no es bastante satisfactoria. Para batirla se usan los molinos (*fig*s, 338, 343) ó cajas (*fig*s. 340, 341) movidos por caballerías ó de cualquiera otra manera; ó bien se hace con la fuerza del hombre por medio de legones ó azadas de mango largo. En este caso se construye una alberca de piedra ó se hace un cajon tosco de madera en el que se echan los componentes de la mezcla, removiéndolos bien por algun tiempo antes de verter el agua. La cantidad de esta ha de ser suficiente para reducir á pasta dura el todo, prefiriendo que el mortero adquiera consistencia gelatinosa, más á fuerza de brazo que de líquido. Como dijimos en el número 1119 y recomienda Taramas en su traduccion del Muller (tom. 1.° pág. 183), es preciso batir mucho la mezcla antes de usarla, procurando, si es posible, que despues de 4 á 6 dias ó más de remocion y trabajo repose otro tanto tiempo, á fin de que se deslian bien las partículas perezosas de la cal y se combinen perfectamente con la arena. Pasado este tiempo se vuelve á batir uno ó dos dias para hacerla adquirir suavidad al emplearla, debiéndose recomendar mucho á los operarios no la echen agua para asentar las piedras ó ladrillos, que es lo que desgraciadamente suelen hacer, contrario á lo que recomiendan constantemente las buenas reglas del arte; es decir, que deben seguir batiendo la mezcla con su palustre, en el cubo ó vasija en que se lo lleven, y remojar el ladrillo ó piedra antes de sentarlas. Se comprende naturalmente, que habiendo de retardarse algunos dias el empleo de la mezcla recien terciada y batida

Figs. 338 343.
Fig.s 340 341.

otros tantos por dia en el espacio que ha de tardarse en usar el mortero que cada uno contiene.

1126. **Tornillo de mezclas.**

Uno de los mejores medios de batir las mezclas, que al propio tiempo dá el mayor rendimiento con gran economía de brazos, es el que vimos emplear en los trabajos de bóveda del canal de San Martin (París) y pusimos en práctica despues al empezar en la Habana el fuerte de las Ánimas. Consiste en un tornillo de palastro, de $1^{m},5$ de largo y $0^{m},25$ á $0^{m},30$ de diámetro, puesto horizontalmente ó con escasa inclinacion dentro de una caja de madera á cielo abierto, y á cuyo vástago se adapta una pequeña rueda ó cilindro que por medio de una correa en comunicacion con el volante de una máquina de vapor ó calórica (que fué la usada en la Habana) hace dar al tornillo rápidas vueltas. En el extremo superior de este se pone una tolva que recibe contínuamente la mezcla en seco, y un barril con agua que por medio de un grifo, produce un chorro contínuo en proporcion de la mezcla que pasa á la caja del tornillo. Movido este por la máquina motriz, revuelve su hélice la mezcla y la traslada al otro extremo, de dónde cae en un depósito, ó directamente en los canastos ó parihuelas de los peones, tan batida y glutinosa como la mejor.

En 10^{h} de trabajo hace este tornillo 20^{m3} de mezcla, sin mas gasto que el combustible de la máquina motriz (que siendo calórica no excede de 10^{k}) y los jornales del maquinista y 3 peones: mientras que á brazo se necesitaria para igual volúmen en igual tiempo, 16 peones y 2 maestros; es decir, un gasto por lo menos triple sin que la mezcla sea mejor ni tan buena.

1127. Las mezclas hechas con las cales hidráulicas ó cimentos se pueden usar desde luego que se haya reducido á pasta la combinacion, puesto que su endurecimiento de poco tiempo no permite retardar su empleo. Pero, sin embargo, ha de batirse mucho antes de llegar este caso para obtener la mezcla mantecosa y propia al uso que ha de hacerse de ella.

1128. Siendo distintas las proporciones y diferentes las clases de mamposterías, no es posible fijar la cantidad gastada por cada uno de los ingredientes que entran en un cubo determinado, á fin de poder hacer cálculo exacto del gasto que originaria en el total de la obra la cantidad de mezcla empleada. Lo mejor que puede aconsejarse es remitir el constructor á su propia experiencia, que no le será difícil adquirir estudiando atentamente los diversos trozos de obra que se haya propuesto examinar. Con lo cual y la suma de jornales especiales para cada pais, aunque variables con las circunstancias, puede formar concepto muy aproximado del coste de cada unidad.

1129. **Argamasas ú hormigones.**

Venimos hablando ya de los hormigones, y poco nos resta que decir acerca de ellos. Si á una mezcla de cal crasa y cimento ó cal hidráulica y arena se le agrega cierta cantidad de cascajo, tendrémos la argamasa ú hormigon hidráulico, que en consecuencia no es otra cosa que una mampostería ordinaria hecha con piedras pequeñas del tamaño de una nuez poco más ó menos. Su manipulacion se efectua echando el cascajo en el mortero, ya batido como se ha explicado, y apisonándolo despues con los piés, azadas, y aun con pisones de cuña. Las proporciones de las mezclas ó de las diversas materias que las componen deben ser tales que se endurezca prontamente la pasta y adquiera consistencia bastante para resistir bien al peso de la construccion y el sacudimiento de las olas ó corrientes si ha de servir en la costa del mar ó debajo de las aguas de un rio. La tabla siguiente presenta un ejemplo de los hormigones empleados con buen éxito en varias construcciones;

pero se aconseja que, siempre que hubiese de ocurrir alguna de nuevo, procure el Ingeniero verificar por sí los experimentos, reuniendo las materias preparadas y combinadas en diferentes proporciones con arreglo á lo expuesto (número 1121), y poniéndolas en un cajon que se sumerge y observa cada 12 á 24 horas.

1130. Cualquiera que sea el mortero hidráulico experimentado se combinará con una cantidad de grava ó cascajo, cuyos vacíos queden completamente llenos por aquel. Esto se conocerá vertiendo agua hasta rebasar la vasija que contenga el cascajo, del propio modo que se hizo con la arena. Conviene, sin embargo, poner algo mas de mortero que el señalado por esta práctica en los casos de emplearse el hormigon para macizos de cimientos y los que hayan de resistir á la presion del agua.

En los experimentos que se hicieron en la Habana con varias bóvedas de hormigon, que tan buenos resultados dieron, la mejor proporcion fué la siguiente:

2 partes de cimento ó cal hidráulica de Zumaya ó San Sebastian.
3 de arena, mezclada y batida con la cal.
5 de cascajo, echado en la mezcla vertida en los moldes por capas de 12 á 15 centímetros.

Otra mezcla que se ensayó con el cimento romano á iguales proporciones, dió mediano resultado, siendo inferiores los de otros ensayos con más ó menos cimento y cascajo, pues que las bóvedas rompian con $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{4}$ menos del peso cargado en la clave.

La tabla siguiente de M. Claudel indica las proporciones del mortero hidráulico y guijarros de diferentes tamaños, inferiores á $0^{m},05$ de lado, por cada metro cúbico de argamasa.

MORTERO.	CASCAJO.	APLICACIONES.
$0^{m3},55$	$0^{m3},77$	Para zampeados, tanques, etc., expuestos á una gran presion del agua.
$0^{m3},52$	$0^{m3},78$	Para las obras hidráulicas de mamposteria y desagües ó cañerías como acostumbran en Paris.
$0^{m3},48$	$0^{m3},84$	Para obras de canalizaciones, cimientos en los pilares de puentes, muelles, etc.
$0^{m3},43$	$0^{m3},90$	Para cimientos de edificios sobre terrenos húmedos y movibles.
$0^{m3},38$	$1^{m3},00$	Para macizos y cimientos sobre terrenos secos y movibles.
$0^{m3},20$	$1^{m3},00$	

Terminamos lo relativo á composicion de mezclas con el siguiente cuadro tomado de la memoria de Garcés, publicada en el Memorial de Ingenieros, relativa á morteros y hormigones hidráulicos.

MORTEROS.

EMPLEO DE CAL COMUN Ó LIGERAMENTE HIDRÁULICA.

1.° *Mortero de esquisto azul ó de basalto calcinado.*

2 Partes de cal apagada por inmersion y medida en polvo.
3 Id. de polvo de esquisto ó de basalto calcinado.

2.° *Mortero de asperon ferruginoso calcinado.*

3 Partes de cal apagada por inmersion y medida en pasta.

3.° Mortero de tierra ocrosa calcinada.

2 Partes de cal apagada por inmersion y medida en polvo.
3 Id. de polvo de tierra ocrosa calcinada.

EMPLEO DE CAL HIDRÁULICA.

1.° Mortero con cimento y arena.

7 Partes de cal hidráulica medida en pasta.
8 { Cuatro partes de polvo de cimento.
Cuatro partes de arena de río. }

2.° Mortero con puzolana de arcilla cocida y arena de rio.

1 Parte de cal hidráulica viva y reducida á polvo.
2 { Una parte de puzolana de arcilla cocida.
Una parte de arena fina. }
2 partes de agua.

3.° Mortero con ceniza y arena.

3 Partes de cal hidráulica medida en pasta.
3 { Dos partes de ceniza.
Una parte de arena. }

4.° Mortero con terrasa y arena.

4 Partes de cal hidráulica medida viva reducida á pasta.
10 { Cinco partes de terrasa.
Cinco partes de arena. }

5.° Mortero con puzolana y arena.

2 Partes de cal hidráulica extinguida por inmersion medida en polvo.
2 { Una parte de puzolana natural.
Una parte de arena. }

6.° Mortero de Loriot.

4 Partes de buen mortero ordinario recientemente hecho y algo blando.
1 Id. de cal viva pulverizada.=Se ha de emplear inmediatamente.

7.° Mortero de Loriot con arena y cimento.

3 Partes de arena silícea fina.
3 Id. de polvo de cimento de ladrillo.
2 Id. de cal apagada.
2 Id. de cal viva ruducida á polvo.

Despues de amasadas las 3 primeras materias con la adicion del agua necesaria, se incorpora la cuarta empleando la mezcla inmediatamente.

HORMIGONES.

1.° De Terrasa.

3 partes cúbicas de cal hidráulica viva.
3 id. de terrasa.
3 id. de arena de rio.
2 id. de grava.
4 id. de cascajo.

2.° De puzolana natural.

12 partes de puzolana.
6 id. de arena.
9 id. de cal hidráulica viva.
16 id. de cascajo.

3.° De arcilla cocida.

5 partes de cal hidráulica viva.
3 id. de arcilla cocida.
3 id. de arena.
2 id. de grava.
4 id. de cascajo.

4.° De esquisto, basalto ó asperon ferruginoso.

12 partes de cal hidráulica viva en pasta y apagada por inmersion.

12 id. de esquisto, basalto ó asperon calcinado y pulverizado.
6 id. de arena.
16 id. de cascajo.

5.° *De tierra ocrosa.*

4 partes de puzolana de tierra ocrosa.
3 id. de cal apagada por inmersion.
3 id. de piedras pequeñas ó grava.

6.° *De puzolana y cal comun.*

Las dósis indicadas en los hormigones 3° y 4° deben modificarse para darle mayor dureza.

7.° *Hormigon de arena y cal hidráulica.*

1 parte de mortero hidráulico hecho con 3 partes de arena fina y de cal hidráulica en pasta.
1 id. de cascajo.

8.° *Hormigon ordinario fuerte.*

1 parte de cal viva medida en polvo y apagada con sangre de buey.
2 id. de cimento.
Se agrega al todo limaduras finas de hierro.

9.° *De Loriot.*

3 partes de cal apagada en una cubeta que contenga 4 partes de agua.
16 id. de cascajo ó tejas machacadas.
1 id. de cal viva bien pulverizada.
El cascajo ó teja se mezcla cuando la cal está bien desleida, y luego que el todo forma un solo cuerpo se le agrega la cal viva.

10.° *De Tunez.*

2 partes de ceniza de madera.
3 id. de cal apagada en polvo.
1 id. de arena fina.
Se tamiza el todo y se bate sin descanso con unas mazas de madera durante tres dias con sus noches, rociándolo por intérvalos con agua y aceite hasta que tome una consistencia pastosa.

11.° *De Corbel.*

6 libras de cimento de teja bien pulverizado.
3 id. de aceite de linaza.
1 id. de aceite secante.
Conviene mucho esta mezcla para tomar juntas expuestas á la intemperie.

1131. **Uso del hormigon.**

Hecho el hormigon debe conducirse en cajas prismáticas ó piramidales á los sitios en que se haya de usar, sumergiéndole hasta el fondo, á mano ó con el auxilio de un simple pescante de movimiento vertical y giratorio al rededor del extremo de una grua sencilla. Se le extiende sobre el fondo con ayuda de los pies, comprimiéndole suavemente, á fin de que el agua no se lleve alguna de las partes componentes de la mezcla.

En Francia es donde mas aplicaciones se hace hoy dia del hormigon, extendiendo su uso á toda clase de construcciones, debajo del agua y al aire libre. Numerosos experimentos han probado los siguientes principios deducidos de las propiedades especiales de la mezcla, cuidando siempre la mayor limpieza y homogeneidad en los materiales.

1.° Siendo las cales, arenas, cimentos y gravas de igual naturaleza en las diversas capas, y unas mismas las medidas y reglas de manipulacion, será precisamente la armagasa de mas homogenidad que la mejor mampostería.

2.° Teniendo cuidado en no descimbrar las bóvedas de puentes ó arquerías hasta que la mezcla haya adquirido la suficiente consistencia en razon á su desecacion, no debe temerse movimiento alguno en la obra, ó bien no se experimentará mayor que el que sobrevenga á otra clase de mampostería, segun prácticamente se ha observado en varias construcciones. Se concibe fácilmente que esto debe ser así, puesto que la depresion del arco emana de las juntas de la mampostería, y el hormigon carece de ellas, formando un cuerpo compacto y capaz de muy escaso empuje por la cohesion igual y corta compresibilidad de la masa.

3.° Si con efecto sucede esto último, las presiones en los arcos de un puente influirán muy poco en su resistencia, sin experimentar, á causa de su estabilidad, accidentes que tiendan á destruir la fábrica por las fuerzas horizontales que emanen de las grandes crecientes.

tiempo que requieren para hacerse uso de ellas ; pues la experiencia aconseja pasen 8 meses á un año antes del descimbramiento, y aun dos años si se trata de un puente sobre un rio, lo que depende del grado de hidraulicidad de la mezcla y espesor del arco en los riñones (*). Pero en cambio tiene este sistema en su favor la ventaja de la mayor facilidad en la ejecucion, el poder ser mas estrechos los pilares y estribos por la mayor cohesion del material, y el salir la obra la mitad mas barata que por el método ordinario con piedra ó ladrillo. Las cimbras que sirven para estos materiales son iguales para la obra de hormigon. Los arcos pueden ser peraltados ó rebajados cuanto se quiera. Para uno de 6^m de luz puede llegar la sagita á 1^m y aun $0^m,8$, dando $0^m,4$ de espesor á la clave. Con estas medidas resistirá en práctica de 1000^k á 1200^k por metro cuadrado.

Aplicado el hormigon á la construccion de edificios presenta las ventajas de hacerlos incombustibles, impermeables, fuertes, baratos, y si se quiere de mayor elegancia, por prestarse fácilmente la masa á las figuras que se quieran, y poderse hacer las cubiertas de bóvedas sin dar mucho mas grueso á las paredes que las estriben, puesto que el empuje es muy pequeño. En este caso conviene agregarle un poco de polvo de ladrillo ó teja y dar exteriormente á la cubierta la forma de tejado. Empleado solo en las azoteas ó encima de la 1.ª capa de ladrillos de las mismas, como tambien en la construccion de algibes, letrinas, conductos, &, presenta ventajas á que no alcanza ninguna obra de mampostería.

Para hacer las paredes se usan tapiales como los empleados en las que se construyen de tierra, echando igualmente la mezcla por tongas que se apisonan contínuamente con pisones de cuña, apretándola un poco mas hácia el tapial, y humedeciéndola si se endureciese pronto al tiempo de echar la capa siguiente. Las bóvedas de sótanos, cloacas y algibes se pueden moldear en la misma tierra, si esta fuere bastante consistente, para hacerla servir de cimbra escavando antes las paredes. En las bóvedas se empieza por apiñar las capas uniformemente desde ambos arranques y del espesor conveniente, figurando cada capa una dovela del arco.

En todas las esquinas ó ángulos, jambas y dinteles de las puertas y ventanas puede usarse el ladrillo ó piedra cortada, con lo que la argamasa queda mas encajonada afianzando considerablemente la construccion. Si las casas y castillos de muchos pueblos antiguos, y la mayor parte de los españoles, han usado con feliz éxito este sistema, siendo los entrepaños de tierra ó mezcla de tierra y cal en los paramentos, se puede ver desde luego la confianza que podrá merecer esta clase de construcicon sustituyendo el hormigon á la tierra de los entrepaños.

Los cimientos en las obras de hormigon deben ser lo mas uniformes posible para que su buen establecimiento impida se altere el principio de estabilidad por medio de hendiduras ó rompimientos en la masa. Con este fin, donde el suelo sea fangoso ó falso y haya corrientes de agua, como para el establecimiento de un puente,

---

(*) En el puente de San Miguel, construido en Paris, en 1858, formando parte del Boulevard de Sebastopol, se empleó la puzolana de Portland, que hizo fraguar casi instantáneamente el hormigon de que se componen los dos pilares dentro del rio: así que inmediatamente de llenas las ataguias se pusieron los sillares y continuó sin interrupcion la obra hasta el cerramiento de los arcos, que fueron descimbrados inmediatamente despues sin experimentar novedad alguna.

En las bóvedas que se hicieron de hormigon compuesto con cimento de S. Sebastian en la Habana, se quitaron las cimbras ó moldes, en unas 8 dias despues de ejecutado el trabajo, y en otras al siguiente de acabado, sin notar sentimiento alguno las bóvedas y estribos. Los experimentos de prueba se hicieron 7 meses despues.

podrán clavarse pilotes si no ha de ponerse zampeado en gran extension aguas arriba y abajo. Pero como reglá general se escavará á la profundidad conveniente por medio de dragas, si el terreno fuese fondo de mar ó rio, despues de poner una fuerte ataguia capaz de contener el empuje de la mezcla. Si la obra no ha de ser muy delicada bastará poner estacas juntas ó forradas interiormente de tablas. Despues, y en el supuesto de ser el terreno algo compresible, se bajará un emparrillado que se procurará sentar bien horizontalmente, sujetándole por medio de estacones: hecho lo cual se vierte la mezcla como se dijo en un principio.

1132. Lastrina para enlucidos semejante á la escayola.

Hemos dicho (núm. 1122, tabla 2.ª) que sobre el empañetado se dá una mano de mezcla fina cernida, en las proporciones de 4 de cal y 1 de arena; á cuya obra la llaman *enlucido*, y se puede alisar cuanto se quiera dejándolo blanco si se amasa solo con lechada de cal, ó dándole el color que se desee, para lo que se deslie este anticipadamente en la lechada. Siendo las medidas iguales para iguales porciones de mezcla precisamente habrá de salir uniforme el color.

Para los paramentos interiores es mejor hacer uso de la *lastrina*, cuya base es el yeso blanco despues de tamizado por la cerda. Se prepara como la mezcla anterior con lechada de cal pura, sola ó acompañada de los colores minerales que se quiera, ocre claro ú oscuro, amarillo cromo, azul ceniza, azul cobalto, &, cargándolos cuanto sea necesario á la intensidad que se apetezca. La masa debe quedar blandamente pastosa y usarse cuando empieza á tener consistencia. Se pone á bandas pequeñas, extendiéndola con igualdad y valentía por medio de una llana, para no dar lugar á su completa solidificacion antes de aplicarle las últimas manos. Sobre la parte extendida sigue otro operario afinándola con el palustre, y otro despues dándola brillo del modo siguiente.

1.° Remoja suavemente la superficie con un trapo de hilo ó de algodon á medio usar y limpio, vertiendo despues á golpes con la mano ó un palillo los polvos de la piedra alicante ó jabon de sastre, encerrados en una muñeca de trapo. Despues se refriega prudencialmente la superficie con otro trapo seco y sin costuras, sacudiéndole de cuando en cuando para despedir el polvo que adquiere y que apelotonado pudiera rayar la superficie. Tratando así el enlucido 3 ó 4 veces se consigue dejarle brillante por igual.

2.° Concluida esta operacion en toda la pared y seca ya, se le pasa un barniz de agua ras y cera en la proporcion de un cuartillo de la 1.ª por 3 onzas de la 2.ª puesta en infusion hasta desleirse, que suele ser á las 10 ó 12 horas. Este barniz se dá con un gran peine de pintor, pasándolo vertical y horizontalmente á trozos cortos, bien cubiertos y de poco espesor. A medida que se pasa el barniz se frota suavemente con mas trapos, apretando despues con fuerza ordenada y creciente.

3.° Por fin, se dá la última capa con otro lienzo impregnado en espíritu de vino, á la manera que hacen los ebanistas para dar el barniz de muñeca, frotándolo todo bien.

De este modo queda la pared hermosa é impermeable, siendo así uno de los principales adornos de la casa.

Si cuando la mezcla está tierna se pasa con un pincel el veteado con que se quiera imitar un mármol especial, de modo que la mezcla lo rechupe, como sucede con la pintura al fresco, se tendrá otra variedad tan firme y perenne si se procede despues como se ha explicado.

1133. YESO.

En el número 1068 hemos hablado ya de las piedras que producen este mate-

de cal terroso ó margoso, la calidad del yeso es excelente para las construciones; pues segun M. Fouroy, absorvida el agua necesaria para la extincion del carbonato, el sulfato de cal interpuesto entre sus moléculas y cristalizado súbitamente produce el mismo efecto que la arena y cimento en los morteros.

El yeso goza de la propiedad de adherirse á la madera y piedras, pero se debe tener cuidado de no emplearle en parajes húmedos ó al aire libre, pues la humedad le haría perder sus buenas cualidades. Se usa poco despues de su cocion pulverizándole con mazos ó máquinas, que pueden ser cilindros, molinos de
Fig. 343. piedras horizontales ó muelas verticales, semejantes al de la fig. 343; para cuyo efecto se reduce la piedra calcinada al tamaño de una nuez ó poco mas. Perdiendo el material parte de sus cualidades con el contacto del aire, se concibe bien que para trasladarle de un lugar á otro es peferible hacerlo en sn estado natural: mas como ocurre con frecuencia haberlo de conducir en polvo, se procura llevarlo en sacos ó costales gruesos.

Para calcinarle se pone, á la manera de la piedra de cal, en hornos semejantes á los empleados para este material: no obstante que tambien se hace una pequeña bóveda con la misma piedra (capaz de contener el combustible) sobre la cual se carga, reducida á pequeños trozos, la que se ha de calcinar. Cuando esta se halla enrojecida se considera suficientemente cocida. Al principio se emplea poca leña, aumetándola despues gradualmente hasta que el sulfato ha perdido su agua de cristalizacion. La leña que generalmente se gasta viene á ser de 150 á 270 kilógramos por metro cúbico de yeso; y el tiempo que se tarda en cada cochura es de 19 á 15 horas.

De la buena cocion que se haga depende casi la buena calidad del yeso. Cuando no está bastante calcinado absorve imperfectamente el agua y no solidifica bien, y cuando lo está demasiado se vitrifica y desgrana al usarle. El yeso bueno debe estar untuoso despues de amasado; el malo es siempre granugiento y tarda en fraguar.

M. Minich ha inventado un aparato muy ingenioso y sencillo para la cocion del yeso, por el que mereció privilegio en Enero de 1845. Tiene por objeto semejante aparato, cocer el material con un calor constantemente igual, sustrayéndole á la influencia del humo para conservarle su blancura.

Fig. 355. Se compone (*fig.* 355) de un tubo *a* de planchas de hierro, al que está sólidamente unida una espiral *b*, cuyo eje comun se apoya en sus dos extremidades sobre la manivela *c* que lleva un piñon *d* para engranar en la rueda dentada *e*, límite del eje. Entre esta y el tubo hay dos triángulos de hierro en cruz *f* que remueven el yeso que se echa por la tolva *g*. El todo está envuelto en una bóveda de ladrillo *h* de la que salen los dos tubos *i j*; el primero para dar salida al humo del hogar y el segundo para los gases desprendidos del material. Este vá cayendo ya cocido en un depósito *k*, del que se saca abriendo una portezuela. El hornillo *l* es, como la bóveda, de ladrillo refractario.

Para usar el yeso se le mezcla en una artesa con una cantidad de agua próximamente igual á su volúmen, no obstante que se varie la proporcion de aquella segun el empleo que se haga de la masa. Así, pues, se pondrá menos cuando se quiera que el yeso conserve toda su fuerza, cuidando entonces de emplearle inmediatamente; y se aumentará cuando se necesite mas tiempo para extenderlo, y aun mas para enlucidos finos. Segun sea la obra que se haya de ejecutar se le pasará ó no por un tamiz de cerda y aun de seda. En este último caso pueden hacerse con el yeso molduras y enlucidos propios para recibir pintura. Un metro cúbico en polvo produce 1^{m3},18 de mortero.

1134. ESTUCO.

Para poder imitar el mármol se hace una composicion que llaman *estuco*, usando la cal y polvos de mármol, ó el yeso en disolucion de cola fuerte. El último solo se emplea en las partes interiores de los edificios.

1135. Estuco de cal.

Se mezcla una parte de polvos finos de mármol con 5 de cal tamizada, revolviéndolo todo bien y haciéndolo pasta con el agua necesaria, del propio modo que se practica en la pintura. Sobre esta pasta se vierte y mezcla el color que tenga el mármol que se ha de imitar, veteándolo despues con un pincel.

Para aplicar la masa es preciso preparar antes la pared por medio de un empañetado fino si ya no lo tuviese, remojándola bien en caso de estar seco el paramento. Despues se extiende cuidadosamente el estuco por medio de una espátula ó cuchara pequeña sin punta y redondeada en su extremo. Hecho lo cual se pulimenta la superficie frotándola con una muñeca de trapo fino, dándola antes con jaboncillo de sastre ó agua de legía, ó bien jabon comun y potasa. En este momento es cuando se figuran las vetas.

El empañetado con que se prepara la pared se hará de cal hidráulica si ha de estar expuesta á la intemperie.

1136. Estuco de yeso.

Se hace y extiende del propio modo que acabamos de explicar: y para el material se elige el mejor yeso y mas blanco, procurando se halle bien cocido. Esto se conocerá viendo si las piedras presentan en su rotura pocos puntos brillantes. Molido el yeso como la pintura, y tamizado el polvo se le mezcla agua de cola de Flandes ú otra sustancia gelatinosa, de manera que la disolucion no quede clara ni espesa.

Una de las hermosas columnas corintías de la catedral de Cadiz y parte de la capilla que fué quemada, figuran perfectamente por medio del estuco los mármoles de que se componian primitivamente; en términos que precisa mirarlo bien de cerca para conocer la verdad.

1137. Mármol artificial.

M. Gamand obtuvo en Francia privilegio por 15 años, desde 1845, por las diversas composiciones que dá de mármoles ficticios (*Genie industriel*: 1.°-4.°).

1.° 4 COMPOSICIONES.

0,45 Deutóxido de manganesa.
0,15 Peróxido de manganesa.
2,70 Cal apagada espontáneamente.
22,49 Calcin.
29,21 Potasa.
45,00 Arena blanca.

0,10 Lapislázuli ó 0,02 óxido de cobalto.
0,10 Protóxido de manganesa.
0,05 Cal.
40,40 Calcin.
24,24 Potasa.
30,31 Arena blanca.

0,16 Peróxido de manganesa.
1,61 Subcarbonato de cal.
1,61 Minio.
28,98 Soda.

56,22 Tierra de porcelana ó feldspato granitico de mármol.
10,90 Cal.
10,90 Sal marina.
41,44 Arena blanca.
0,54 Peróxido de manganesa.

2.° MATERIAS COLORANTES.

Blanco.

30 Greda blanca.
10 Albayalde ó toda materia que produzca carbonato de cal ó cal.
50 Una de las 4 primeras mezclas.

Negro.

20 Tierra blanca.
7 Albayalde.
40 Una de las cuatro primeras mezclas.

33,33 negro	1,00	Óxido de hierro.
	2,00	Peróxido de manganesa.
	0,20	Colcotar (sustancia ferruginea roja, que queda en el fondo de la retorta donde se ha destilado aceite de vitriolo.)

Rojo.

25,00 Tierra blanca.
8,33 Albayalde.
50,00 Una de las 4 primeras mezclas.
16,67 Óxido rojo de hierro.

Verde.

26,08 Tierra blanca.
8,69 Albayalde.
56,54 Una de las 4 primeras mezclas.
8,69 Óxido de cromo.

Azul.

28,13 Tierra blanca.
9,37 Albayalde.
56,25 Una de las 4 primeras mezclas.
6,25 Protóxido de cobalto.

Púrpura.

27,27 Tierra blanca.
8,09 Albayalde.
54,55 Una de las 4 primeras mezclas.
9,09 Púrpura de casio ó casius.

Amarillo.

26,08 Tierra blanca.
8,69 Albayalde.
52,19 Una de las 4 primeras mezclas.
13,4 Amarillo de antimonio coloreado por el óxido de plomo.

Rosa.

26,08 Tierra blanca.
8,69 Albayalde.
52,19 Una de las 4 primeras mezclas.
8,69 Púrpura de Casius.
4,35 Peróxido de manganesa.

Lila.

26,08 Tierra blanca.
8,69 Albayalde.
52,19 Una de las 4 primeras mezclas.
8,69 Protóxido de cobalto.
4,35 Sulfato de hierro.

Violeta.

26,08 Tierra blanca,
8,69 Albayalde.
52,19 Una de las 4 primeras mezclas.
8,69 Óxido puro de manganesa.
4,35 Sulfato de hierro.

Moreno.

23,07 Tierra blanca.
7,69 Albayalde.
46,17 Una de las 4 primeras mezclas.
23,07 Óxido puro de manganesa.

Estas materias, cuyas proporciones se pueden cambiar en su aplicacion, se mezclan entre sí de todos los modos posibles para obtener con ellas la imitacion de cuantos mármoles produce la naturaleza.

Una vez reducidas á pasta las anteriores proporciones se pondrá en moldes que dibujarán multitud de objetos. Despues se cocerán en un horno construido para este fin, al salir del cual se pulirán, si es necesario, como se hace ordinariamente con el mármol natural ó el cristal: ó bien se esmaltarán con una capa compuesta de

26,90 de minio 19,31 arena fundente 28,99 arena blanca 26,09 soda	ó esta otra	22,76 22,76 31,88 11,59 1,45	potasa. vidrio blanco. calcin. minio. subcarbonato de cal.

Las piezas dadas con este esmalte se volverán á poner al fuego para recocerlas segunda vez, despues de lo cual serán pulidas.

1138. DEL HIERRO.

Relativamente al uso inmenso que se hace del hierro para máquinas, caminos, puentes, armas, y toda clase de construcciones, es este metal el primero y mas precioso de cuantos cria la naturaleza. Se halla en cuatro estados; *nativo*, *oxidado*, en *combinacion salina* y *unido á varios combustibles*, especialmente al azufre y al carbon.

Para reducirle ó vaciarle, ó sea segregarle del mineral, se dispone á tongas en un horno muy elevado, alternando con capas de piedra caliza y combustible. Encendido este y avivado el fuego con fuelles ó ventiladores, se des-

prende el oxígeno del hierro y empieza á gotear el metal, que, al pasar por el fuego, se combina con el carbon cuando ambos están á una elevada temperatura. El líquido pasa despues del fondo del horno agujereado á otro depósito, fluyendo fuera. Allí se deja enfriar, quedando así preparado para refinarle y hacerle servir á la fundicion.

1139. El carbon de madera es el mejor de todos los combustibles empleados para la fundicion, pues no conteniendo ninguna materia que le pueda hacer cambiar de naturaleza, se conserva el hierro desde su reduccion ó vaciado con toda su pureza, flexibilidad y ductilidad que le hace tan apreciable. El hierro sueco se vacia y funde, sin duda, con el carbon de pino; y á esto debe ser el de mejor calidad que se vende. El carbon de piedra contiene mas ó menos cantidad de azufre, cuya sustancia le es en extremo perjudical; pues combinada íntimamente con el metal se forma un sulfureto de hierro, que es una materia esencialmente distinta y sin aplicacion alguna. Pero como varios países carecen de leña para hacer carbon con que fundir, como sucede á la Inglaterra, se prepara el de piedra por medio del fuego, á fin de que, desapareciendo el azufre que contiene, y quedando la llamada ceniza del carbon, que tiene por nombre *coke*, se pueda usar ventajosamente en la fundicion. Para hacer esto se quema al aire libre el mineral hasta enrojecerle, colocado que sea en grandes montones, cubiertos despues de cierto tiempo con tierra para evitar el contacto del aire; hecho lo cual se riega la carga hasta que el coke esté frio. Tambien se hacen pequeños hornos de 2^m á 3^m de diámetro, con una sola puerta y chimenea que se tapan cuando el carbon está rojo, cubriéndolo entonces todo con tierra hasta que sucede el enfriamiento del coke. El tiempo que se suele tardar en todo ello es de unas 24 horas.

El coke crece al formarse, aumentando 30 á 35 por 100 de su volúmen primitivo.

1140. Hierro forjado.

El hierro vaciado contiene carbono y oxígeno que deben desaparecer en cuanto se pueda para hacerle maleable. Para esto se le pone 2.ª vez en un horno de reberbero, de modo que sin estar en contacto con el combustible reciba todo su calórico. A medida que se vá fundiendo el hierro se le menea ó bate con varillas del mismo metal: la parte carbonácea se quema y consume de este modo combinándose otra porcion con el oxígeno. Continuando así perderá prontamente el hierro su fluidez, haciéndose vizcoso y tenaz. Cuando la masa está ya suficientemente purificada se saca del horno y se forja sobre yunques ó pasa por el cilindro para quedar trasformada en barras, cabillas ó planchas.

En este estado el hierro presenta las propiedades siguientes: 1.ª es fuerte y de textura fibrosa: 2.ª se hace ductil ó se dobla y puede fácilmente variar de forma: 3.ª admite pulimento: 4.ª se combina fácilmente con el oxígeno: 5.ª se pega cuando está muy caliente, en términos que dos piezas unidas con el martillo quedan lo mismo que si no se las hubiese separado: 6.ª y en fin, por grande que sea el grado de calor que se le aplique no se vuelve á fundir.

1141. Se distinguen tres especies de hierro forjado.

1.ª *Hierro dulce*, de gran tenacidad y preferible á las demás especies: es ductil al calor y al frio. Su textura presenta un color aplomado, y su rotura es fibrosa en pequeños pedazos y fibroso-granugienta en pedazos grandes.

2.ª *Hierro agrio*, ó que quiebra estando frio. Solo es ductil á un fuego candente: tiene menos dureza, pero mas tenacidad que el hierro dulce: suelda fácilmente y se trabaja con libertad mientras está caliente, por lo que le prefieren los cerrajeros. La superficie de rotura presenta pequeñas facetas de un blanco de plata,

3.ª *Ojo de sapo, ó hierro cobrizo*, que quiebra estando caliente. No suelda ni puede trabajarse en caliente, pero es muy apreciado para pequeñas obras á martillo. Tiene bastante analogía con el hierro dulce.

1142. El hierro puede ser defectuoso por su fabricacion ó por la calidad de la mina, si le produce de las dos últimas especies. Entre estos defectos se distinguen 1.° *la mala soldadura* ó el vacío que queda en ella por no haberse preparado bien el hierro: 2.° *las vetas* ó materias extrañas interpuestas entre el hierro; esto no afecta á la solidez pero afea la obra: 3.° *las grietas* trasversales que provienen del efecto del martillo: 4.° *las pagitas* ó cascarillas que se hallan levantadas en la superficie del hierro: y 5.° *las hendiduras* ó soluciones de continuidad que se ven algunas veces á lo ancho de las barras.

1143. **Hierro colado ó fundido.**

El hierro colado nace del vaciado, procediendo de una manera contraria á la seguida para obtener el forjado ó maleable. Se coloca, pues, en el horno en contacto con el combustible, de modo que al derretirse quede íntimamente unido al carbon para que se le agregue una buena parte al que ya tenia por la primera operacion. Despues se vacia en moldes preparados para hacer de él barras de 1^m á $1^m,12$ por $0^m,06$ de espesor, llamados *lingotes*. Estos, que en Inglaterra tienen 4 pies de largo y de 3 á 4 pulgadas de espesor, son los que en el mercado se venden como hierro colado; los cuales se reducen á pedazos pequeños por medio de mazas para echarlos en los hornos de fundicion.

1144. El hierro colado apenas tiene elasticidad, y es menos resistente que el maleable; se rompe á poco que se le tuerza, es imposible soldarle, y aunque admite pulimento no puede reflectar. En cambio es fuerte, de mucha duracion y resistencia al frio y al calor, no tiene apenas tendencia á oxidarse, y se funde con facilidad, amoldándose así á todas las figuras que se quieran obtener. Su textura es granugienta.

Hay 4 especies de hierro fundido.

1.ª *Fundicion blanca.* Contiene carbono, pero es muy frágil y duro, su rotura presenta un blanco de plata. Se puede hacer el hierro forjado con esta mejor que con las demás especies.

2.ª *Fundicion gris.* Tiene más dósis de carbono, el color de su rotura es aplomado. Menos frágil y dura que la anterior tiene cierto grado de tenacidad y ductilidad.

3.ª *Fundicion mezclada.* Es en todo un término medio de las dos anteriores y la que ordinariamente se prefiere en las construcciones.

4.ª *Fundicion negra.* Contiene gran dósis de carbono; su rotura es negruzca y de grano fino: es dulce pero de poca fuerza.

1145. Los lingotes se venden con los números 1, 2 y 3. El número 1 corresponde á la fundicion gris, y debe usarse cuando las piezas fundidas se han de tornear ó limar y llevan varios taladros para tornillos. El número 2 es el de la fundicion mezclada, y se elegirá cuando la obra se use inmediatamente despues de fundida sin mas preparacion, y sea necesaria mucha fuerza. El número 3, correspondiente á la fundicion blanca, es conveniente cuando la pieza haya de dar ó recibir fuertes golpes, como las mazas de martinetes, yunques y mazas de batanes, &.

1146. ACERO.

El acero es de gran necesidad en las construcciones, por emplearse con frecuencia en varias clases de máquinas, interesando, además, como la parte principal de las armas y herramientas de corte. Se compone de 100 partes de hierro

maleable y 1,25 á 1,75 de carbon. Es fusible á una alta temperatura por efecto del carbon que contiene, y goza de iguales propiedades que el hierro maleable ó forjado, aunque debe cuidarse de no caldearle demasiado para que conserve su bondad. Es de textura granugienta, más claro que el hierro, admite mas pulimento, es más atacado del orin, y tiene más peso específico. Se ablanda y endurece con facilidad á diferentes grados de calor. Si tiene poco carbon, sirve para muebles y resortes, y si mucho, para herramientas de gran dureza.

Para obtenerle se eligen las mejores barras de hierro forjado, y puestas dentro de una caja gruesa de hierro que contenga cisco de carbon vegetal, se introducen en un horno que mantenga un fuego vivo por 8 dias. Despues se deja enfriar el todo poco á poco hasta que el hierro se haya combinado con la parte de carbon que necesita para convertirse en acero. Como por lo regular presentará ampollada la superficie y aun existirá alguna cavidad en su interior, se forjarán las barras por medio de martinetes ó grandes martillos hasta conseguir en ellas una completa uniformidad: concluido lo cual las barras lo serán de acero puro.

Si se quiere un acero de gran dureza, como lo exigen las herramientas cortantes y aun más las límas, se fundirá en crisoles llenos de cisco vegetal el material que se obtuvo en la primera hornada y se llama *ampollado*; colándolo despues en barras, y pasándolo por rodillos.

1147. Temple del acero.

Pulimentado el acero en su estado duro, ó cuando su color se manifiesta blanco, adquirirá diversidad de colores á distintos grados de calor: y si durante la aparicion de uno cualquiera de ellos se enfria repentinamente en agua caliente, permanecerá fijo el color, que, segun él sea, expresará la dureza ó blandura del metal.

El primer color que se nota desde el blanco es el amarillo de paja, cuyo temple es á propósito á las herramientas que sirven para cortar otros metales. Su elasticidad es de muy poca consideracion.

Continuando el calor del acero se presenta el color azul, de temple conveniente á las armas y muebles. En este grado es el acero muy elástico, hasta el punto de revolver sobre sí mismo como el muelle real de un reloj, y como se manifestó en la espada fabricada en Toledo y presentada por D. Manuel de Isasi en la exposicion universal de Lóndres en 1851; espada cuya vaina figuraba una serpiente enroscada, y que fuera de ella quedaba completamente derecha.

Las hachas, azuelas, formones, cepillos, &, ó todas las herramientas para cortar madera deben tener el temple azul, cuya resistencia es bastante para su objeto y tiene la elasticidad suficiente para no saltar con los golpes de percusion. Pero como sería grande su precio si la herramienta fuese totalmente de acero, se construirá primero de buen hierro, agregándole despues el córte de aquel material hasta la cantidad ó en la extension de $0^m,02$ poco más ó menos. Así, la maleabilidad del hierro añade fuerza y tenacidad al acero, evitando se rompa la herramienta, cual sucedería si el todo tuviese la dureza de aquel.

Si despues de aparecer el color azul continua calentándose la barra hasta el violeta ó rojo, se obtendrá el acero en su estado más blando: en cuyo temple no se puede aplicar á los efectos para que sirve este material. Pero como se trabaja entonces con facilidad, pudiéndose hacer taladros y uniones en todos sentidos, se sigue la práctica de calentarle hasta semejante extremo, para concluir la obra que con él haya de hacerse y proceder en seguida al temple que deba tener. Las hojas anchas y grandes, como las de sierras y espadas, se templarán con igualdad metiéndolas en un baño de estaño ó plomo derretido, ó en aceite suficientemente

El costo del acero es 3 á 4 veces mayor que el del hierro.

1148. COBRE, PLOMO, ZINC Y HOJALATA.

Las planchas de estos diferentes metales sirven para cubrir los techos, extendiéndolas sobre las armaduras y solapándolas unas sobre otras del propio modo que se hace con la teja plana, pero uniendo sus costados á reborde sobre sí mismos ó sobre alfagías convenientemente dispuestas. A veces se clavan á la madera, soldando despues las cabezas de los clavos para impedir las goteras.

Las tres primeras clases se venden al peso por pié cuadrado, que tendrá más ó menos libras segun el grueso que se quiera dar á la plancha. Para una de 4 libras el canto es de una línea: el de 6 libras tiene de grueso $1^{lin.},3$; el de 8^{libr}, $1^{lin.},6$ el de $10^{libr.},2^{lin.}2$; y el de $15^{libr.}$, $3^{lin.}$, que es el más generalmente usado. (Estas medidas son inglesas.)

La plancha de cobre que mas ordinariamente se emplea pesa por pié cuadrado 10 onzas ó $0^{k},28$.

Sirven tambien estos metales para canales y tubos ó cañerías; y el plomo, además, para unir en su estado de fusion los sillares al hierro que los enlaza. Los tubos de cobre se sueldan con laton ó azófar. La hojalata, compuesta de una plancha muy delgada de hierro bañada en estaño, necesita pintarse á menudo para evitar la oxidacion á que está expuesta por las grietas ó bordes que descubran el hierro, y aun asi es de poca duracion.

1149. Las planchas y tubos de plomo pueden fundirse; pero no produciéndose la superficie uniforme, se laminan ó tiran entre cilindros de hierro, y se sacan lo mismo que las de cobre, al grueso que se desea. Para los tubos de uno y otro metal se pone un alma de hierro y se procede como para el alambre.

1150. BRONCE.

Es un metal artificial, compuesto de cobre, que es la base, y estaño, zinc ó plomo segun su clase. Hay 4 especies que son las siguientes:

1.ª *Bronce amarillo*, que contiene 100 partes de cobre por 60 de zinc. Sirve para instrumentos geodésicos, adornos de casas y algunas partes de las máquinas de vapor. Es ductil y correoso y se pulimenta hermosamente y con facilidad.

2.ª *Bronce de cañones*, compuesto de 100 de cobre por 11 de estaño. Se le suele agregar tambien una pequeña parte de zinc. Sirve para hacer las piezas de artilleria, quicios, válvulas de vapor y cuerpos de bombas. Es flexible, durable y de un amarillo bajo.

3.ª *Bronce de campanas*, compuestos de 100 partes de cobre y 33 de estaño. Algunas veces se le agrega 2 á 3 partes de hierro, como se hizo en la campana fundida en Manila para Binondo, cuyo sonido es claro y penetrante. Es duro y quebradizo y de color amarillo pálido. Se emplea en la fundicion de campanas, en espejuelos y quicios que han de soportar mucho peso, y en otros objetos para que el acero no es conveniente por su propiedad de oxidarse.

4.ª *Bronce de olla ó gallo*: es el mas barato y peor de todos. Se compone de 100 partes de cobre por 50 de plomo; y otras veces de partes iguales de estos materiales. Se usa para las llaves de agua y vapor, y para las piezas de bronce que usan los plomeros. Es blando y quebradizo, poco flexible y de fácil trabajo. Dura bastante si no sufre golpes de concusion.

1151. PINTURAS Y BARNICES.

Además de los materiales indicados hasta aquí, existen otros de que se sirve el Ingeniero en muchas aplicaciones de su profesion; concretándonos por nuestra parte á indicar los diferentes géneros de pintura, y describir los aparejos ó imprimaciones para recibirla en lo que atañe al Ingeniero y Arquitecto.

COLORES.

1152. Blanco.

Producen este color el *albayalde ó blanco de plomo*, el *yeso blanco de espejuelo ó alabastro muerto*, la *creta blanca*, el *blanco de Bougival* ó de *Meudon*, que los franceses llaman *Blanco de España*, y, por último, la *cal fina* y *bien preparada*. El albayalde es la base de la pintura al óleo, como el yeso lo es en el temple, y la cal en el fresco, modificando la viveza de los densos colores y las diversas combinaciones que con ellos se hacen para producir diversidad de tintas en diferentes tonos, como lo exije la multitud de objetos que se tratan de imitar.

El *albayalde* (carbonato de plomo) es el 1.° de todos los colores por su solidez y cualidades: se le obtiene en dos estados diferentes, á capas delgadas ó en pedacitos irregulares. En el primer caso, hallándose en estado de oxidacion, precisa molerle en agua para servirse de él, secarle despues en pequeñas capas y volverle á moler mezclado nuevamente con agua si se le ha de emplear al temple, ó con aceite si debe usarse al óleo, ó bien con esencia si ha de barnizarse con él. En el 2.° caso, es decir, cuando se le compra molido y reducido á trozos, no hay mas que usar del 2.° procedimiento, moliéndole una sola vez con agua, aceite ó barniz segun el uso que de él haya de hacerse.

El albayalde mas fino es el que viene de Italia en pastillas cuadradas de dos dedos de alto y un palmo de lado. Su precio, de 10 á 12 reales libra, obliga á no gastarle mas que en el colorido de cuadros. El que viene de Venecia, mas ordinario que el anterior, se vende en piloncitos cónicos á 2 y 4 reales. Se conocerán las buenas cualidades del albayalde por su mucho peso y el ser duro y unido.

El *yeso blanco de espejuelo*, que se suele vender con el nombre de «blanco de pintores», usado mas principalmente en la pintura al temple, se le debe matar, si ya no esté matado, reduciéndole á polvo muy fino, tamizándole despues, templándole muy claro, como caldo espeso en un gran recipiente ó vasija, meneándolo contínuamente con un palo y añadiendo agua á medida que se espesa ó toma cuerpo, hasta que se vea que esta no se le incorpora y permanece clara sobre la pasta; en cuyo punto se le deja reposar. Se decanta despues el agua y se seca la pasta para reducirla á polvo y emplearla así en las tintas con que debe combinarse.

El *blanco de creta ó blanco de Troya* es un carbonato de cal que se vende en forma de panes de 5 á 6^k. Se emplea este blanco en combinacion del albayalde ó del Bougival por razon de economía. Debe prepararse como el yeso.

El *blanco Bougival* ó de España es una marga á que dá su nombre el pueblo en que se la encuentra. Para prepararla se la lava muchas veces en agua, á fin de privarla de toda la sustancia jabonosa y colorante que contiene: y cuando luego se la ha reducido al estado de liquidez, se la deja reposar hasta que adquiera bastante consistencia para hacer con ella prismas de $\frac{1}{4}$ á $\frac{1}{2}$ kilógramo. La finura de este blanco depende del cuidado con que se haya depurado la arcilla. Se le emplea solo ó en combinacion del albayalde para la pintura al temple y aun al óleo, moliendo juntos ambos blancos á proporciones iguales.

El *blanco de cal* se emplea exclusivamente en la pintura al fresco; y como hace en ella el mismo papel que el yeso en el temple y el albayalde en el óleo, es decir, que es el principio elemental con que se aclaran y dulcifican las tintas, merece especial cuidado su preparacion. Para ello se escoje la cal viva en terrones los mas blancos, se apaga luego en una gran vasija por aspersion con agua clara y dulce, y se le continua vertiendo agua hasta que quede hecha pasta fina; y aun despues mas todavía batiéndola fuertemente con un palo ó grande espátula

tiempo la cal se habrá precipitado al fondo y quedado en el agua una especie de escoria ó capa salitrosa que se sacará por medio de un cazo vertiendo el agua despues. Se echará de nuevo agua limpia, y volverá á menear la pasta hasta obtener la lechada, en cuyo momento se la deja reposar un dia; repitiendo despues la operacion, de quitar el agua y volverla á añadir, &, y así sucesivamente por espacio de 3 á 4 meses. Dulcificada de este modo la cal se colará por un cedazo de cerdas muy cerrado antes de verter la última agua, meneando el líquido con una brocha para obligarle á pasar; con lo que se tendrá el color tan puro, mantecoso y suave que se podrá gastar con toda la pastosidad que el albayalde al óleo. Si no ha de usarse inmediatamente se le dejará secar en la misma vasija; y cuando llegue el caso de emplearle se le añadirá el agua necesaria sin mas preparacion. Si se hubiera endurecido demasiado se le quebrantará primero y ablandará con agua, moliéndole como todo otro color.

1153. **Amarillo.** (*Color primario.*)

Son muchas las sustancias minerales ó vegetales que dán este color en sus diferentes tonos, desde el mas claro al mas oscuro. Los amarillos naturales mas usados son los minerales; ocres y cromos, y los vegetales tierra-merita, azafran, &. El amarillo de Nápoles, el Masicot y tierra-oropimenta son artificiales.

Los *ocres* provienen de una tierra arcillosa muy pastosa, que participa mas ó menos del óxido de hierro segun su tono. Son productos muy abundantes en todas nuestras provincias, de la mayor hermosura y mas inmutable permanencia. Se venden en polvo, masa ó piedra, debiéndose preferir los de esta última forma escogidos que sean, de bella y seguida vena. Para pulverizarlos se cubre el terron de agua, y ya saturado de ella se deshace y reduce á pasta fina en pocas horas. Despues se le añade agua bastante y se bate bien; se le hace reposar un dia, se decanta el agua, que habrá quedado clara, y se deja secar la pasta. De ella se recogerá la superior para molerla despues, tirando el resto del pósito si quedan muchas impurezas, ó refinándolo del propio modo si estuviese limpio. El que se vende en polvo, viene sucio y se debe tamizar, haciendo la operacion que queda indicada.

El *Ocre claro* es de dos tonos, amarillo vivo y amarillo bajo: el primero tira al color de oro, mas vivo despues de molido; el segundo se oscurece con el aceite.

El *Ocre oscuro* es igual á este último, con la diferencia de tener mas del óxido de hierro. Es excelente para los tonos oscuros y rebajos amarillentos, casa muy dulcemente con todos los colores, y en las figuras humanas, combinado con el ocre quemado, dá á las carnes ese calor ó vida que suele ser la escuela de muchos pintores, y al todo ese tono tostado y vaporoso en que se recrea la vista de una pintura bien ejecutada.

El *Cromo*, cromato de plomo ó amarillo real, es entre todos el mas lindo amarillo por su viveza y brillantez, semejándose al del iris en sus mas claros tonos. Es de poco cuerpo, muy ligero y mudable, de tal modo, que por grados baja hasta el ocre claro. Los hay desde el amarillo de canario hasta el anaranjado; el mejor es el mas subido, por dar mas de sí y admitir mas albayalde, con el que adquiere mas cuerpo y solidez. Se usa mucho en la composicion de los diferentes verdes, vivos é intensos, unido al merlino ó azul de Prusia y cobalto.

La *Tierra-merita*, sustancia amarillo-oscura, proviene de una raiz de la familia de las Balisiéreas, la cual existe en la India, América central y Filipinas, siendo muy parecida al gengibre. Se vende en polvo y no se muele; se extrae el color por decocion dando un amarillo claro y abundante por infusion. El agua tinte que resulta y el pósito sirven para colorar los pisos y cielos de madera.

El *Azafran* (Safranum) dá tambien por infusion un amarillo claro, parecido al del azáfran ordinario, que mezclado con el anterior tiñe perfectamente la madera. Se le vende en hojas.

El *Amarillo de Nápoles* es el óxido de plomo en combinacion con el óxido blanco de antimonio por el nitro. Su tono pálido y mate no le hace brillar en su estado natural. Es pastoso y sólido, y muy dulce para los tonos de carnes y ropages; pero lo mismo que los dos siguientes debe usarse con espátula de madera, hueso ó marfil y no de hierro, la que le trasmitiría un tono verdoso y le quitaría el brillo que adquiere con la mezcla de aceite ó del agua. Se vende en terroncitos cónicos; su precio es algo elevado.

El *Oro-pimenta* es mas oscuro y brillante; proviene de la combinacion de $\frac{9}{10}$ de arsénico y $\frac{1}{10}$ de azufre. La gran dósis de arsénico le hace peligroso en su empleo; pero tiene bastante cuerpo y resistencia al exterior combinado con el amarillo de Nápoles y albayalde, particularmente al óleo.

La *Hornaza* es un bello color para el fresco, y muy dulce para la buena tez blanca en las encarnaciones, y en los toques claros de los ropages amarillos; pero tiene el inconveniente de no poderse usar á la intemperie, ni aun en el interior cuando el estucado está muy fresco; debiéndosele emplear únicamente despues de la preparacion y tinta general de lo que se pinta.

1154. **Rojo.** (*Color primario.*)

Producen este color en diferentes tonos el *rojo de Prusia*, el *vermellon*, el *minio*, el *carmin, almagra, ocre de Siena tostado*, el *carmin de rubia*, las *lacas* y otros no tan notables.

El *Rojo de Prusia*, que se prepara á gran fuego en aquel pais, es una especie de colcotar que se calcina y lava muchas veces. Es bastante vivo, fino y propio para el óleo y temple, pudiéndose moler con facilidad. Se le suele emplear en pinturas de zócalos y en combinacion de colores secundarios.

El *Vermellon* es el mas bello de todos los rojos, claro y permanente, en especial si no tiene mezcla alguna. Le hay mineral y artificial; el primero se saca de las minas de azogue, siendo el mejor el de venas menudas y brillantes. El artificial es la calcinacion del mercurio y azufre, ó la sublimacion del cinabrio natural. El mas claro se halla por lo comun mezclado con minio que le hace mudable: el mejor es el mas oscuro y menos amarillento, como el que en polvo nos viene de la China en paquetillos de hule. Es color de poco cuerpo y de polvo sutilísimo, por lo que no hay necesidad de molerle. Se le emplea al óleo y temple; con el aceite permanece brillante, pero con el agua pierde algo de su color oscureciéndose un tanto; debiéndosele tambien en este caso echar un ácido como el vinagre y mejor aguardiente, para que se deslia bien ó mezcle sin dificultad con el agua. Empleado para la pintura exterior se le mezcla con un poco de minio ó carmin, y de todas maneras con el albayalde en mas ó ménos cantidad segun la fuerza que se le quiera dar.

El *Minio ó Azarcon* es el mas pesado de todos los colores: en su primer estado es de un rojo claro y muy vivo, pero palidece despues de molido, y sobre todo con el agua. Se le emplea tambien al temple y óleo: en el primer caso pierde su brillantez, conservándola en el segundo. Mezclado con vermellon adquiere mas cuerpo y vivacidad. Este color se obtiene del óxido rojo de plomo en el tercer grado de oxidacion. Los otros dos grados dán, el 1.° un óxido gris y el 2.° un óxido amarillo llamado masicot. Se le emplea en las pinturas exteriores, y en particular en los puentes metálicos, ruedas de los vapores, &.

lis. Se vende en polvo; pero lo elevado de su precio hace no se use mas que al óleo en pintura de cuadros. Tiene la mala cualidad de su poco cuerpo, ser insecable y muy perecedero cuando no se le combina con otro color ó no se le echa secante al aceite con que se mezcla.

El *Carmin de rubia* se extrae de la raiz de un vegetal así llamado. Se prefiere su empleo en la pintura al carmin de cochinilla por su mayor solidez é intensidad de color. Viene de París á precio algo elevado: se usa en mezclas ó puro en la segunda mano. Tiene poco peso y cuerpo y es muy trasparente: resiste bastante á la accion de la luz, pero sube algo de tono con el tiempo. Se le debe agregar algun secante, el minio ó cardenillo en poca cantidad. Calcinados sobre una plancha de palastro este y el de cochinilla, toman un tono oscuro intenso y precioso, y el mas seguro para los rebajos ó mayores oscuros del mismo color.

Las *Lacas* son naturales ó compuestos químicos, de que se obtiene diversidad de colores rojizos ó amarillentos. Las rojas son arcillas que se tiñen, tales como las cretas, la tierra de pipas y el blanco de España. Se distinguen de dos maneras, las que se tiñen en infusion de palo de Campeche ó del Brasil con un poco de cochinilla, lo que las hace tomar el nombre de *laca carminada*, y las que no llevan cochinilla. Sus cualidades y precios son muy variables, segun que esten mas ó menos impregnadas de las tintas colorantes y cual sea la finura de su grano. La segunda clase, ligera y de bello violeta claro, es la mas generalmente usada. Se vende en pequeños terrones; y en vez de molerlos se les pone simplemente en infusion de agua ó aceite. Desde que se echa el agua estalla al modo que la sal en el fuego. Mezclado con ocres, vermellon ó minio y comunmente con albayalde ú otro blanco, imitará muy bien todos los mas agradables y delicados tonos, tales como el de la rosa, lila, amapola, &: siendo en general, su uso el mismo que el de la siena tostada.

Se emplea al temple y óleo. Para la pintura al fresco se usa en vez del carmin el *albin ó pavonazo* que hace sus veces; colores ambos sacados de minerales extraidos de las minas de cobre, que producen hermoso colorido cuando se pinta sobre el estuco muy fresco.

Almagra. Es un ocre de color rojo-oscuro. Su pasta es mas arenosa, necesitándose, por consiguiente, molerse con mas esmero que las de los ocres amarillos. Es color permanente y útil para muchas tintas oscuras.

El *Ocre de Siena tostado* es el ocre oscuro del país y el de Siena que al fuego produce un rojo oscuro finísimo y muy propio para todas las tintas, en especial para rebajos y oscuros de este color. El de Siena es un óxido de hierro de un rojo oscuro encendido, vigoroso y trasparente, que dá un tono dulce y vaporoso. Se emplea al óleo, y muy á menudo para el tono caliente de luz, como puestas del sol, fuego y oscuros de los amarillos y rojos, y tambien para imitar maderas, tales como la narra, el cedro y caoba, agregando en este caso un poco de carmin y amarillo en la proporcion conveniente, que se probará en la paleta. Se extiende tambien su uso para acordar los verdes y para casi todos los reflejos de oscuros y primeros términos. Se le debe mover muy espeso en aceite y con esmero en pequeñas porciones; teniendo presente que la divisibilidad de sus partículas es tanta que cuanto mas se le muela mas se afinará su pasta.

1155. **Azul.** (*Color primario*).

Los azules son todos muy vivos de color al óleo, pero algo amortiguados en las demás clases de pintura con la mezcla de cola, yeso ó cal. Se muelen en el líquido que se ha de emplear, aunque algunos vienen en polvo muy fino.

Producen esta clase de color en todos sus tonos, el *merlino ó azul de Prusia*,

que tambien se suele llamar de Inglaterra ó de París, el *añil* ó *indigó*, el *cobalto* y *ultramar*.

El *Merlino*, combinacion del hierro y ácido prúsico es el mas comun y rico de color por su intensidad. Viene en pastillas rectangulares de azul oscuro-carminado y lustroso, cambiante en su interior. Se gasta sin preparacion alguna ó purificado: para este segundo caso debe lavarse y batirse en agua por tres ó cuatro veces despues de molido tambien con agua. De este modo puede imitar el *ultramar* combinado que sea con el albayalde. Se necesita emplear en él el aceite muy purificado y claro, pues aun así con el tiempo tira á verde. Por esta razon solo se le emplea en los oscuros mezclando algun tanto de vermellon ú ocre de Siena.

El *Añil* ó *Indigó*, que viene en pastillas ó terroncillos de América, la India ó Filipinas, se extrae de las hojas y ramas del *Indigófera*; las cuales, sometidas á una fermentacion espirituosa, desprenden una fécula azul-oscura que despues se hace secar. Es color aun mas ligero que el merlino, inflamable y de poca dureza, que se emplea mas generalmente al temple que al óleo; tiene mas cuerpo que aquel en los oscuros, pero no es tan bueno para los claros ni produce tan buenos efectos en sus combinaciones.

El *Cobalto y Ultramar* reemplazan ventajosamente cualquiera de estos colores en los azules vivos, particularmente en los celages; siendo al propio tiempo de tanta solidez como inalterables, en especial el ultramar. Ambos son de poco cuerpo, y su precio elevado; por lo que no se les emplea mas que en la última mano. = El cobalto es una mezcla de la alúmina con una sal de cobalto calcinada. Se hace en Francia, y su precio viene á ser de 40 á 60 reales la onza. = El ultramar, claro, limpio y brillante, viene de París á 100 reales la onza en polvo dentro de frascos.

El *Esmalte*, empleado al temple y mas principalmente en la pintura al fresco para celages y tonos claros, se gasta interiormente con agua que, habiendo estado mezclada con cal, haya tomado su salitre: moliéndose con esta agua dará una lechada al estuco fresco que la embeberá conservándola inalterable. Al descubierto se deberá gastar con leche de cabra. Para los rebajos se usará del negro de carbon ó piedra y aun el indigó, siempre que el agua no contenga cal alguna, que le haría perder el color.

1156. **Verde, morado, violeta, anaranjado.**

Todos estos colores se obtienen de la combinacion de otros primitivos, dándoles la intensidad y viveza que se quiera segun sea la expresada combinacion.

Para los verdes se pueden usar los que provienen de ciertas tierras y arcillas y se venden en polvo ó terrones: pero será mejor hacerlos por combinacion de amarillos y azules, tanto mas vivos cuanto mas brillantes se quieran los verdes. Con el ultramar y cromo se compone el mas vivo y claro; el cromo y merlino le hace mas intenso: el ocre claro y merlino hacen otro mas bajo, y con igual azul y ocre oscuro ó el de Siena se tienen otros mas bajos aun y variados, y aun mas con los ocres y negro, particularmente el de carbon; variando así al infinito los diversos tonos que se quieran de verde, muy recomendables por su hermosura y solidez para el temple y óleo.

El *Morado* se forma de los azules y vermellon, carmin ó laca, en la proporcion conveniente ensayada de antemano, hasta conseguir el tono deseado.

El *Violeta* se compondrá tambien de los rojos y azules, predominando estos.

1157. Moreno.

Producen este color la *tierra de sombra*, la *siena natural*, y la *tierra de Colonia.*

La *Tierra de sombra* dá un color moreno de chocolate claro. Es una especie de arcilla mezclada de hierro un poco oxidado que le hace mas secante. Se vende en polvo y se emplea en toda clase de pinturas. Forma cuerpo con los ocres, cuyo color rebaja al tono que se quiere.

La *Siena natural* es una arcilla ferruginosa, cuyo principal mérito consiste en la calcinacion que se le hace sufrir. Se vende en polvo grosero y se emplea al fresco y óleo; al temple no es tan durable. Se usa mucho este color para imitar la caoba y maderas parecidas, haciendo con él el fondo sobre que se pintan las vetas con ayuda de esencia.

La Tierra de Colonia es mas pesada que la de sombra, de olor mas desagradable, mas morena, bituminosa y cargada de materia ferruginosa, sin igualarla en sus buenas cualidades. Se vende en polvo y se la puede usar al fresco y óleo; pero como tiene poco cuerpo solo se emplea en fortalecer las sombras, que las hace mas oscuras y trasparentes. Hace en este concepto el mismo papel que el *asfalto* puro ó *bitúmen* que se vende preparado en tubos de zinc, ó que se puede preparar cociéndole en una vasija limpia agregando un poco de aceite de linaza ó de nueces.

1158. Negro.

A escepcion del *negro humo* ó de *imprenta* todos los demás, de carbon, de marfil ó hueso y el de piedra provienen de la calcinacion de estas sustancias.

El *Negro humo* se produce de resinas secas de desecho, puestas en infusion en calderas de hierro colocadas en un local á propósito llamado *saco de negro.* Este local está entapizado de tela, cubierto exteriormente de papel ó forrado con pieles de carnero. Dado fuego á las resinas se cierra herméticamente: el hollin de que está cargado el humo se deposita en las paredes, y cuando, despues de repetir la operacion, se obtiene gran cantidad, se baten las paredes con varillas y cae el hollin que forma la masa del color.

Tiene poco cuerpo, es insecable por sí solo y bastante azulado. Se emplea combinado con rojos ú ocres para los oscuros de ropages, poniendo agua rás ú otra materia secante; y con el albayalde para hacer las imprimaciones en las pinturas de maderas, y en mas cantidad para el hierro.

El negro que por calcinacion se saca del *hueso de albérchigo* ó *melocoton,* se vende en pedacitos ó en tubos: es de muy buen uso y de tono pálido, oscureciendo con el aceite.

El de *marfil ó hueso* de las droguerías nunca es puro. El mejor es el que uno mismo se puede proporcionar haciendo quemar á lumbre fuerte los huesos de tocino despues de muy limpios hasta hacerlos áscua viva: se les apaga luego en agua y se muelen. Es muy bueno este negro para encarnaciones, pero mejor aun el de *sarmientos* calcinados y pulverizados de la propia manera. El de *carbon de encina* ó de *piedra* son muy negros y usados en toda clase de pintura, el primero especialmente por su buena pasta y color.

1159. De las propiedades secativas y otras de los colores.

Los colores empastados con aceite secan por sí solos del 1.° al 5.° dia, y algunos mucho tiempo despues.

Los que secan mas pronto son el blanco de ceruse, el minio, la tierra de Colonia y tierra de sombra, que es la mas secante. Siguen á estos el albayalde, el ocre rojo, el rojo-moreno y el ocre-claro. En tercer lugar vienen los verdes naturales

de tierras, como el de *montaña*, la *tierra verde* y la *ceniza verde*. Sigue el blanco de creta, el rojo y azul de Prusia, el almagra y hornaza; y por último, el blanco de Bougival, el de España, el oro-pimenta, el cromo, las lacas, el indigó y la tierra de Siena. Muchos de los otros colores necesitan incorporarse con barnices ó secantes, ya al tiempo de prepararlos, ó bien con el aceite que se use.

Empleados al temple secan mas pronto los colores.

Cuanto mas molidos son mas bellos, y mezclados con barniz mas vivos.

El barniz sobre pintura al temple la dá un tono mas oscuro: empleado sobre pintura al óleo la dá un tono mas claro.

Todas las tintas de color subido son mas claras al óleo que al temple; y al contrario, las de un tono dulce son mas agradables al temple que al óleo.

Los colores calentados al baño de María no cambian tanto como si lo fueran directamente al fuego.

Todos los colores molidos y empastados con aceite blanco ó de claveles son mas puros que con aceite de linaza; y los molidos con este aceite, empastados y usados con esencia de trementina, son mas brillantes que al óleo.

El blanco de ceruse, el albayalde, el minio, cinabrio, amarillo de Nápoles y cromo dán el mismo volúmen á peso igual.

El ocre anaranjado y el vermellon dán vez y media el mismo volúmen.

El oro-pimenta, el verde-ceniza, la tierra verde y el cobalto le dán dos veces y cuarto.

El blanco de Bougival, el de creta, el ocre-rojo, el moreno-oscuro y rojo de Prusia seis veces.

El ocre claro y el negro de albérchigo 3 ½.

El verde gris y la tierra de sombra 4.

El negro de marfil 4 ½.

La tierra de Colonia y los negros de carbon 5 veces.

La tierra de Siena 6.

Las lacas, azul de Prusia é indigó 7 ½.

1160. **De los LIQUIDOS EMPLEADOS en los colores y pinturas.**

Los líquidos que sirven para moler los colores son, el *agua*, la *esencia de trementina* y el *aceite*. Los empleados para el empastado son, el agua de cola, el aceite, la esencia de trementina y el barniz.

Los barnices y agua de cola se aplican ó extienden aun sobre lo ya pintado para conservar la frescura y darles mas duracion.

1161. **Aceites.**

Aceite de linaza. Se extrae de la semilla del lino; es el mas robusto y secante de todos, pero tambien el mas craso y colorado á no estar clarificado; por lo cual se le emplea en preparaciones, pintura á capas y en los oscuros.

Aceite de nueces. Es mas trasparante, líquido y menos colorado, y no se rancia fácilmente ni dá ese color amarillento que tanto perjudica las pinturas. Se extrae por presion del blanco de la carne de la nuez y se vende en abundancia. La menor mezcla que tenga con el aceite comun ú otro extraño le inutiliza, y con él toda la pintura.

Aceite de piñones. Se vende poco, pero se puede extraer como el anterior de los piñones sin cáscara, machacándolos en almirez de vidrio. Rocogiendo despues la pasta en un saco, se calentará á un fuego moderado rociándola con agua ó vino blanco: en seguida, puesta en capachos de lienzo crudo ó en el mismo saco, se mete bajo una prensa, recogiendo con limpieza el aceite que destila, y filtrándolo despues dos ó tres veces por papel de estraza y carbon animal ó sea negro

Se usa, como el anterior, para claros y tonos delicados.

Aceite de adormideras. Se extrae de la semilla de las adormideras. Es el mas fluido y claro de todos los aceites, pero en cambio es poco fuerte y casi insecable. Se usa para cosas muy delicadas mezclándole un poco de secante.

1162. **Clarificacion de los aceites.**

Para quitar la crasitud y rancio de los aceites vendidos por el comercio, se clarifican antes de mezclarlos con los colores en el molido de estos y práctica de la pintura. El mejor medio es tomar por mayor el aceite, ponerlo en botellas, en cantidad de 1 kilógramo, y bien tapadas sin mas preparacion: despues se colocan aquellas en paraje donde les dé el sol y sereno por espacio de 3 ó 4 meses en invierno y 2 ó 3 en verano. Cuando se necesite mas pronto el aceite, se echará en la botella un poco de albayalde en polvo, batiéndole fuertemente hasta que se haga una lechada: se dejará así al sol y sereno por 3 á 4 dias, meneándolo bien cada 24 horas; y al 4.° dia se sacará el aceite por decantacion, cuidando no se le mezcle el del fondo, y filtrándolo al fin por papel de estraza y negro marfil.

1163. **Esencia de trementina.**

Esta esencia se emplea mas bien en la molienda de los colores, particularmente cuando se han de usar estos con barniz. Hace las pinturas mas vivas y contribuye á extenderlas bien y unirlas como sucede con el aceite. Por sí sola es esta esencia un buen secante, tanto mas fuerte cuanto mayor es la dósis, teniendo tambien la propiedad de absorver el olor del aceite por el suyo característico que prontamente desaparece.

En la pintura de maderas se usa menos de la esencia. Sus proporciones regularmente son, para las primeras capas $\frac{1}{3}$ de esencia y $\frac{2}{3}$ de aceite: para las segundas manos $\frac{1}{2}$ de cada cosa, y para la 3ª. ó última $\frac{2}{3}$ de esencia y $\frac{1}{3}$ de aceite.

Se saca la esencia de trementina de los tubérculos del pinabete que, despues de expuestos á la destilacion ordinaria y mezclada con mucha agua, dán este aceite de suyo ligero, volátil, incoloro y de penetrante olor.

1164. **Agua de cola.**

La cola líquida y acompañada de mas ó menos cantidad de agua, segun su fuerza, sirve muy bien para el empastado de los colores, y es el único líquido que se emplea al temple. Hay varias clases de cola, la de guantes, de piel de conejo, de cuero de vaca ó carnero, de pergamino y la llamada de Flandes. Esta se compra preparada, y la de guantes apenas la usan hoy dia: las otras se hacen por ebullicion á fuego lento y en un tiempo mas ó menos largo, segun la naturaleza de la piel y el grado de fuerza que se le quiera dar. Para ello se echa en un caldero y cuece en agua, meneándola hasta que toda se ha desecho: entonces se verá que la mas crasa se ha precipitado al fondo, quedando arriba la mas clara. La primera no se emplea mas que en los aparejos.

La cola de pergamino es la mas blanca y untuosa, y por consiguiente la preferible á todas: sigue á esta la de pedazos de cuero de carnero, vaca, &, y por fin la de piel de conejo y guantes. En todos casos debe procurarse que las materias que las producen esten bien limpias, sin mezcla alguna que pueda ensuciar el líquido.

1165. **Barniz.**

Hay varias clases de barnices sirviendo á diferentes usos, aunque mas particularmente para cubrir con una ó varias capas las pinturas al óleo y temple, con el fin de conservar su frescura, darlas mas viveza y hacerlas mas durables. Tambien

se hace uso del barniz, si bien pocas veces, para la preparacion de los colores; en cuyo caso no hay necesidad de barnizar despues la pintura ejecutada.

La primera clase de barniz se compone de espíritu de vino (disolvente), mastic en hoja, y las resinas sandaraca y trementina de Venecia. De las varias especies que ofrece este barniz las mas secantes son las de los números 1 y 2, por la cantidad de sandaraca que se hace entrar en ellas. La del númº. 1 sirve para barnizar las pinturas blancas ó los colores tiernos, las maderas y los mármoles. La del número 2 se emplea en todas las demás pinturas ordinarias.

La segunda clase de barniz, llamada de Boïs, se compone de las propias sustancias que la anterior, y además del colofonia (resina amarillenta ó pardusca procedente del resíduo de la destilacion de la trementina). El mucho color de este barniz le hace propio solamente para dar á los oscuros y la madera vieja ó negra como la caoba y el ébano.

La tercera clase, llamada barniz de Holanda, se hace con la esencia de trementina y la colofonia. Este barniz le suelen emplear los pintores en todas sus obras indistintamente, aunque muchos no le usan mas que para la preparacion de los colores. Tiene los inconvenientes de necesitar mucho tiempo para endurecerse, y el de perder su brillo á la mas ligera humedad. Es, sin embargo, el solo que puede usarse para la preparacion de los colores por no llevar espíritu de vino.

Para barnizar los cuadros ó pinturas delicadas se usa el compuesto de agua rás y goma elemi, que cada uno puede hacerse tomando, por ejemplo, 2k de agua rás blanca de Marsella por 1k de goma la mas blanca y pura: se pone despues al fuego lento ó baño de María en un puchero vidriado, meneándolo con una espátula limpia hasta que se derrita del todo; en cuyo punto se tapará la vasija y dejará reposar por una ó dos horas, al cabo de las cuales se decantará el barniz teniendo cuidado de no verter el poso, y poniéndolo por fin al sereno en una botella para que acabe de clarificarse. Si al tiempo de usarlo se hallase tan espeso que no pudiera correr, se le calentará nuevamente añadiéndole agua rás; si, por el contrario, estuviese claro se le agregará un poco de goma.

1166. Secantes.

Si los aceites ó colores se preparan con proporcionada cantidad de vitriolo blanco ó caparrosa, ó minio y cardenillo en los oscuros, no habrá necesidad de mas secantes á no ser para las pinturas que ofrezcan demasiada prisa. En este caso lo mejor será dar el secante al aceite que se ha de usar del modo siguiente. Se toman 2 litros de aceite de nueces ó linaza, 180 gramos de litargirio y 30 gramos de cada una de las tres siguientes sustancias, sal de saturno, vitriolo blanco y óxido ceroso amarillo. Se pulverizan todas ellas y se reune el polvo en una muñeca que, suspendida de un hilo, se mete en la vasija donde está el aceite de modo que no toque el fondo ni costados; cuidando, además, de atar al hilo dos ó tres ajos descascarados, y que el aceite no llene mas que la mitad de la vasija. Se pone el todo á hervir á fuego lento hasta que acabe de espumar y los ajos esten tostados: entonces se separa la vasija del fuego, y al poco tiempo se formará una capa algo gruesa que se precipitará al fondo, arrastrando con ella toda la crasitud y colorado del aceite: á los dos ó tres dias de reposo podrá separarse cuidadosamente el líquido de este sedimento, se filtrará por papel fino de estraza y negro marfil, ó se clarificará en reposo al sol y sereno si no hubiera mucha prisa en su empleo.

Para usarlos con los colores al tiempo de pintar, pueden ponerse en la paleta, al par de aquellos, los secantes que se compongan de vidrio muy bien molido, caparrosa, vitriolo ó sal de saturno, templados y empastados lo mismo que las pinturas.

APAREJOS Ó PREPARACIONES PARA LA PINTURA AL ÓLEO, TEMPLE Y FRESCO.

1167. Pintura al óleo.

Esta clase de pintura, la mas duradera y hermosa por la frescura de su colorido y por la union, jugo y suavidad de las tintas, fácil en su manejo y susceptible de un esmerado primor, se puede dar sobre cualquiera superficie, de tabla, hierro, ú otro metal, papel, cristal, y aun sobre las paredes de mampostería, con tal de estar suficientemente lisas y preparadas con lo que se llama una ó dos manos de imprimacion.

Para la pintura de cuadros (paisages ó de historia) se usa mas generalmente del lienzo estirado y clavado sobre un bastidor; debiendo ser el lienzo crudo y de finura proporcionada al tamaño del cuadro. En cuanto sea posible debe procurarse que todo él se componga de una sola pieza; pero si así no fuere se unirán sus orillas cosiéndolas por el canto vivo á lo largo de la pieza, y al punto que llaman *por sobre*, con hilo sencillo, crudo, fuerte, y delgado, no cogiendo nunca mas que uno ó dos hilos del tejido, y dejando el punto poco é igualmente apretado, estirándole despues y planchando la costura, que, así hecha, no levantará nada de la superficie de la tela y quedará tan disimulada que no se conocerá por donde se hizo. De este modo se pueden preparar grandes lienzos para forrar paredes de habitaciones, si se prefiere pintarlas sobre tela, que siempre será lo mejor por las ventajas que de ello resultan. Estirado el lienzo se extenderá sobre él la imprimacion de modo que quede igual en toda la superficie, sin resaltos ni surcos, ligera y poco espesa, usando de espátula flexible de acero, ó, como hacen algunos, con brocha de mediano grosor. La materia que para ello se usa es la misma pintura en pasta cargada de secante; ó, si no se quiere tanto gasto, puede tambien emplearse el légamo fino que deja el rio en sus corrientes, ó bien greda ó barro fino de alfareros, de que se tomarán dos partes por una de albayalde y un poco de minio y cardenillo como secante, moliendo el espresado légamo, greda ó barro, á pequeñas cantidades en aceite de linaza hasta que esté espeso y pastoso como la pintura misma.

Dada como se ha dicho la primera mano, se la dejará secar, despues de lo cual se pasará con suavidad la piedra pómez, mojada un poco en agua para hacer desaparecer las hilachas, nudillos y desigualdades de la imprimacion; lavada la tela con agua para hacer desaparecer la grasa que se haya formado, se secará otra vez y se la dará la 2.ª mano de imprimacion con otra tinta mas ligera, á brocha ó espátula, y de un color algo moreno para que no desentone lo que se vaya pintando, apomazándola despues como anteriormente.

Para las demás superficies de madera, metal, &, bastará rasparlas con un instrumento á propósito que las deje uniformes y lisas, dándolas despues una mano con la tinta de imprimacion, que será mas ó menos clara, segun la delicadeza de lo que se deba pintar, estirándola bien y por igual con brocha suave, y repitiendo otra mano aun mas ligera si con la primera no bastase.

Cuando la superficie es una pared de mampostería, se la empañetará bien de fino y bruñirá todo lo posible, pasándola despues un baño de aceite secante. Si fuese de cristal, metal fino ú otra materia bruñida, se la estregará ó untará con el zumo de ajos, y, despues de bien extendida la imprimacion con pincel suave se la repasará con una muñeca fina hasta que quede igual y tersa.

Para los trasparentes sobre cristal se dará una mano de barniz de sené que se vende en Paris á 1 fr. el frasco de $\frac{1}{8}$ de litro, y se pintará encima sin mas preparacion con aceite mezclado de barniz. Para los trasparentes de lienzo, se dará

la imprimacion con agua de cola, y la pintura con agua rás y barniz á partes iguales.

Para las maderas de los edificios, puentes, &, suelen algunos dar la imprimacion sobre una capa de agua de cola, y sustituir la pintnra ó pasta con sangre de toro. Esta práctica no es buena, y vale mucho mas, aunque sea mas costoso, dar una ó dos manos de albayalde poco cargado, mezclado de muy poco de negro humo, de modo que quede el color agrisado-claro; ó bien poner, en vez del negro, la tinta que se ha de usar en el fondo ú otra cualquiera que no desentone.

1168. **Pintura al temple.**

La pintura al temple suele hacerse generalmente sobre las paredes de edificios, que, ó son viejas y blanqueadas de cal, ó son nuevas y no han recibido aun pintura alguna.

En el primer caso, y en el supuesto de haber sido encalada la pared, es absolutamente necesario desprender toda la cal raspándola hasta llegar al vivo, dejando igual la superficie y lisa en cuanto sea posible para proceder luego á las distintas operaciones que se explicarán para cuando la pared sea nueva. En el supuesto de haber recibido ya el temple, se desprenderá todo lo pintado, raspándolo bien con lija ó pómez, sin dejar nada, ó á lo mas los claros que no puedan trasparentarse al traves de la preparacion.

Cuando la pared es nueva se aguardará á que esté del todo seca y haya desaparecido el humor y salitre de la cal y arena de la fábrica; despues de lo cual se sacudirá con plumero toda ella para que salte dicho salitre, dándole entonces una mano espesa de yeso blanco ó pardo y ceniza bien cernida y limpia, á partes iguales, liquidada con el agua de cola fuerte de punto. Seca esta primera mano de preparacion se taparán todas las grietas y demás lacras que hubiese en la pared con la misma pasta de yeso y cola fuerte, alisándolas bien con el cuchillo de imprimar y pasándoles otra aguada á la cola. Luego que todo esté bien seco se dará la segunda y última mano bien extendida con iguales materiales que anteriormente, prefiriendo siempre el yeso fino y blanco y procurando que la masa esté líquida, de modo que la brocha forme hilo al sacarla de la basija.

Si la pared es húmeda se le antepondrá un tabique de ladrillo que no la toque ó un lienzo sobre bastidores con igual prevencion, procediendo despues como se ha explicado. Se procurará que el lienzo sea de la mas fina clase que haya entre la cruda, y sobre todo que no tenga hilos ó pelusa, que difícilmente se pueden disimular á no pasarle con esmero la piedra pómez en seco. Si hubiera de rollarse el lienzo se le dará la imprimacion menos cargada de cola.

En el supuesto de ser de madera la pared que se ha de pintar, se la raspará y alisará bien, tapando las grietas con masilla ó la propia masa; y si hubiese nudos se picarán y estregarán ajos, de que se harán cocer algunos y machacarán con la cola del aparejo; ó bien se mezclará esta con un poco de barniz de sené de París: en seguida se dará la primera mano con este líquido y la segunda como se ha dicho para los lienzos y paredes.

1169. **Pintura al fresco.**

Es el fresco el mas importante de los tres sistemas de pintura que pueden usar los profesores, y el que requiere mas libertad, certeza é inteligencia en su manejo, siendo tambien el mas robusto de los pintados por resistir firmemente á todas las temperaturas y largo trascurso de los tiempos, por excesivos que sean el calor ó frio, la humedad ó sequedad.

Se ejecuta esta pintura sobre estuco tierno ó fresco (de que toma el nombre)

incorporados á él, mediante la virtud atractiva y secante de la cal que compone el estuco, que solo cuando este desaparece faltan los colores.

Es, pues, el estuco extendido sobre las paredes ú otras cualesquiera superficies, la sola preparacion que se hace para esta clase de pintura. Pero como la buena ejecucion de este aparejo es la base principal de la obra que se ha de hacer, se procurará no abandonar su cuidado á la práctica del albañil por inteligente que este sea en semejante clase de trabajo.

1170. **Estuco para esta clase de pintura.**

Se hace el estuco empezando por cribar en cedazo de cerda la cal mas fina de que se pueda disponer, combinándola á partes iguales con arena limpia de río, asimismo cernida por igual cedazo. La mezcla se echará en una vasija que la pueda contener, meneándola mucho en agua dulce y limpia, de la que se la dejará bien cubierta. Al dia siguiente se quitará la capa de cal que habrá hecho y aparecerá á la superficie, mudando el agua si se quiere y agregando otra igualmente limpia y abundante; despues de lo cual se batirá como antes, se dejará reposar y quitará la capa superior el dia siguiente; continuando del propio modo por espacio de 4 á 6 meses, sin dejar nunca embeber ni secar la masa, al cabo de cuyo tiempo estará esta tan suave y dulce que se pastará como la manteca sin ofender en manera alguna los colores que haya de recibir, ni hacer mudanza de fresco á seco, ni humedecer lo pintado, que á veces es la causa del mal resultado de la pintura, y proviene de la poca diligencia en la eleccion de la arena y cal ó purificacion de la mezcla.

Como todos estos preparativos requieren mucho tiempo se procurará verificarlos con la debida antelacion, conservando despues la masa purificada en vasijas correspondientes. Mas si no sucediera esto y la obra ofreciese demasiada prisa, podrian trabajarse por de pronto, sobre el estuco así preparado en pocos dias, las obras que fuesen de menos importancia como campos ó fondos iguales, cuerpos de arquitectura y adornos; aguardando para lo que requiera mas esmero y lucimiento á que siga purificándose el estuco.

Antes de proceder al revocado se cuidará que la pared esté preparada y en disposicion de recibirle del modo siguiente.

1.° Si estuviese la pared jaharrada ó revocada de antiguo y lisa, bastará rasparla con igualdad y bañarla dos ó tres veces antes de pasarla el estuco. Mas si ella fuese de hueso ó estuviere agrieteada, se la picará y empañetará de nuevo, dejándola áspera y uniforme para recibir por igual la masa refinada.

2.° Se tendrá especial cuidado en que la pared esté seca y libre de toda humedad.

3.° Se bañará bien con agua dulce el trozo sobre que se haya de extender el estuco con un dia de anticipacion, repitiendo lo mismo por la mañana antes de fijar la masa.

Esto hecho, señalará el pintor el trozo que pueda pintar en aquel dia, ya sea un pedazo de cielo, ya un árbol, una figura ó parte de ella, ropaje, &, excediéndose uno, dos ó tres dedos, y dejándolo recortado en el paraje mas conveniente. En seguida extenderá el albañil el estuco con toda limpieza, cuidadoso esmero y por igual sin exceder la línea marcada, dejándole del grueso de un duro poco mas ó menos; bruñéndolo despues con el palustre para darle mas firmeza, y pasando ligeramente una muñeca de trapo bien mojada con el fin de quitar la capa blanquecina que saldrá á causa del bruñido: con lo cual y con matar los rastros de la llana para hacer aparecer los poros, sin lo que no pegaria bien el color, habrá terminado su tarea el albañil, dejando su lugar al pintor. Para que á la tarea siguiente pueda unirse bien con el estuco dado el que nuevamente se

haya de extender, se procurará rociar el primero de cuando en cuando, particularmente en sus extremos, que el pintor cuidará de recortar al soslayo luego de terminada la pintura que haya ejecutado en aquella época. En el invierno, especialmente en tiempo de heladas, se está expuesto á que se congele la pasta al descubierto, y en el verano que se reseque prontamente. Por una y otra razon conviene rociar de cuando en cuando la pasta, en el primer caso con agua caliente, y en el segundo con agua del tiempo; pues de mantener el estuco siempre fresco depende, no solo que la pintura pueda penetrar bien por no dejar se forme en la superficie tela ó capa alguna que tape los poros, sino el que se unan perfectamente los contornos de las diferentes tareas con las nuevas capas de estuco puestas de uno al otro dia, sin lo cual no seria posible conseguir el resultado de la pintura al fresco.

1171. TABLA de los precios que tienen las diferentes maderas útiles que, para construcciones y oficios, hay en varias provincias de España.

	ESCUDOS.
ALMERIA.	
Pino de Flandes, para todas construcciones.	
Tablon de $4^m \times 0^m,21 \times 0^m,08$..	1,625
Llegan, además, todas las maderas de Málaga (véase.)	
ALGECIRAS, Tarifa y San Roque.	
Pino de Flandes.	
Tablon de $3^m,34 \times 0^m,23 \times 0^m,07$...	2,20
id. de 4,18 é igual escuadria...	2,80
— id. de 5,02 id.	3,40
— id. de 6,68 id.	5,50
— Viga madre. ..... El 1^{m3}...	42,50
En San Roque son estas maderas de $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{6}$ mas caras.	
Quejigo. Tablas de $4^m,18 \times 0^m,12 \times 0^m,09$.................una..	2,50
— de $2,51 \times 0,07 \times 0,09$... id..	1,40
BADAJOZ.	
Vigas de Flandes.......... el 1^{m3}...	49,40
Virones de castaño, con tiro de 5^m...	2,50
Tabicones ó tablones de pino con 5^m de tiro	2,80
Id. de castaño (Sanjuanes) para pisos y cubiertas	0,50
Palos para andamios; el 1^m lineal.....	0,48
Nabetas de 2^m á 3^m de tiro, para puertas y ventanas..............................	0,25
Alfagías de castaño, de 1^m á 2^m, el 1^m	0,03
BARCELONA.	
Acebuche, para torno y ebanistería el 1^{m3}...	84
Arandino, id; abundante en Granollers, ...id...	84
Arce, abundante en el término: para cajas de armas é instrumentos de música: ....id...	42
Boj, para máquinas y muebles, 1^{p3}...	3
Castaño, en los montes inmediatos, para torno y ebanistería; ....1^{m3}..	80
Cerezo, para tornería : ....1^{p3}..	2,40
Ciprés, para instrumentos de cuerda 1^{p3}	2,40
Chopo, para carretería .. . .id...	1,20
Encina, bastante; en Granollers: 1^{m3}..	84
Fresno, bastante, en Berga para carruages..............................id..	75
Haya, en Monseny,..............id..	60
Laurel, en Tarrasa, para muebles id..	42
Naranjo, para ebanistería.......id..	80
Nogal, bastante escaso..........id..	85
Olivo, para torno y ebanistería...id..	93
Olmo blanco, en Sabadell, para carretería y suelos.. ....id..	67
Olmo negrillo, en Tarrasa, id. y entramados..............................id..	68
Peral, en Burrada, para máquinas el 1^{p3}..	2,40
Pinabete, en montes inmediatos 1^{m3}..	42
Pinaster, id.. ....id...	34
Pino del Pirineo,.............id...	52
Id. de Rusia,...................id...	30
Id. rojo del Canadá,..........id...	55,50
Id. blanco de id..............id...	46,20
Id. de Flandes,...............id...	30
Roble del país,...............id...	76
Id. del Canadá,...............id...	82
Sauce, en las márgenes de los rios 1^{p3}	42
BILBAO.	
Pino. Para armazones,.......el 1^{m3}...	29,17
Id. para cuartones,..........id...	25,35
Id. Tabla de $0^m,03$ de grueso, 1^{m2}..	1,20
Id. de 0,025...............id...	0,98
Id. de 0,02................id...	0,40
Roble. Para armazon,...... el 1^{m3}...	30
Id. para cuartos,.......... id...	20
Id. Tabla de $0^m,05$ de grueso, 1^{m2}...	1,90
Id. de $0^m,03$...............id. .	0,90
Id. de $0^m,02$...............id...	0,30
BURGOS y LOGROÑO.	
Cerezo de Anguiano. Se usa poco. Pié cúbico	0,50
Chopo de Logroño y Montalvo. Se usa en construcciones al abrigo de la intemperie. Pié cúbico sin labrar.....	0,12 á 0,2

	ESCUDOS.
Haya. Para construcciones. Tablones varios	1 á 3,60
Nogal. Para muebles finos, el pié cúbico	0,50
Olmo. Para varios usos, ... id...	0,40
Roble de Treviño, id. .... id...	»
Se usan tambien la de Nieva y Anguiano.	
Pino de Soria. Machon de $0^m,348\times0^m,354$, ... 1^{m3}...	6,30
Id. de Valdegovia, id. id. mas grueso	7
Id. del Norte, ... id. .... id...	7,60
CADIZ.	
Pino de Flandes, Suecia y Rusia: 1^{m3}.	43
Id. id. aserrada .... id..	31
Id. de Huelva. Para estacadas id.	25
Id. en tablones de $4^m,20\times0^m,24\times0^m,07$ .... id...	31
Tablas de $3^m,40\times0^m,28\times0^m,03$ id.	57
Madera de roble .... id...	81,50
Abastece, además, Cádiz á Algeciras de casi todas las maderas, no existiendo en esta plaza mas que un poco de pino y algo de Quejigo en el campo de San Roque. El precio de los tablones de Pino de Flandes, de $5^m,5$ y $0^m,27\times0^m07$	2,4 á 3,5
CARDONA.	
Encina. Para construcciones. Pié cúbico	0,3 á 0,4
Roble. Id. y objetos de labor..... Id.	0,3 á 0,4
Pino. Vigas de $0^m,2$ de lado: el 1^m...	0,90
— Id. de $0^m,3$ .... id...	3
— Tablas de $0^m,3\times0^m,04$.. id...	0,20
— Tablones de $0^m,3\times0,045$ id...	0,35
CEUTA y MELILLA.	
Se importa el pino de Flandes, Suecia y Rusia, desde Cádiz, Málaga y Algeciras, á poco mas precio que en estas plazas.	
Alcornoque. Abundante, para construcciones .... 1^{m3}...	20
Acebuche. Para carpintería y tonelería .... id..	20
CIUDAD-REAL.	
Pino. Vigas de ½ vara.... 1^m lineal...	5
— pié y cuarto .... id......	3,58
— Tercia .... id......	2,327
— Sesma .... id......	1,25
— Dobleros de $5^m,01$, pieza.....	3,80
— id. de $4^m,48$ .... id......	2,80
— id. de $3^m,92$ .... id......	1,80
— Medios de $2^m,8$ ...... id......	1,60
— Cuarton de 5^m .... id......	3,60
— Cuarton de $4^m,18$ (duplo de tirante en espesor)	2,80
— Tirante de $3^m,34$ ...... id......	1,40
— Id. de $4^m,18$ .... id......	1,70
— Id. de 5^m .... id......	2,30
— Tablones de $4^m,18$ ..... id......	3
— Tablas de id. y $0,032\times0,21$...	1,21
— Tabla-chilla de 2^m	1
CIUDAD-RODRIGO.	
Alamo negro. Para puertas y armaduras. Su precio ¼ mas que el pino.	

	ESCUDOS.
Alamo blanco. Su precio poco menos que el roble.	
Fresno. Id. id.	
Pino. Abundante. Vigas rollizas de 6^m á 10^m .... el 1^m...	0,90
— Id. de $0^m,20\times0^m,25$, ... el 1^m.	1,20
— Id. de mayor escuadría,... id..	1,60
— Id. menores (viguetas) ... id..	0,90
— Cuartones de $0^m,10\times0^m,13$ id..	0,60
— Cabios de $0^m,08\times0^m10$.... id..	0,25
— Tablones de $0^m,23\times0^m,07$. id..	0,60
— Tabla de $0^m,23\times0^m,03$.... id.	0,30
— Tabla-chilla de $0^m,23\times0,01$ id.	0,20
Roble. Vigas de 6^m á 10^m el 1^m lineal.	0,90
— Id. de $0^m,20\times0^m,25$ de escuadría .... id..	0,80
— Id. de $0^m,13\times0^m17$ .... id..	0,5 á 0,6
— Cuartones de $0^m,13\times0^m,10$ id..	0,40
— Cabios de $0^m,10\times0^m,08$... id..	0,20
— Tablones de $0^m,23\times0^m,07$ id..	0,50
— Tablas de $0^m,23\times0,03$.... id..	0,20
— Tabla-chilla de $0^m,23\times0^m,01$ id	0,15
CORUÑA.	
Castaño. Para todas las construcciones	
— Viga de 5^m y $0^m,21$ de lado, una	14
— Id. de $8^m,5$ y $0^m,26\times0^m,32$ id.	29
— Vigueta de $3^m,5$ y $0^m,12$ de lado una	1,80
— Larguero de $2^m,5$ y $0^m,17\times0^m,07$	0,45
Tablas de diferentes longitud y ancho término medio el 100..	130
Pino del Norte.	
— Viga de diversas dimensiones el 1^{m3}..	30
— Id. de Pino-tea, id.... ... id..	48
— Tablones de $0^m,23\times0^m,07$: el 1^m	0,60
— Tablas de $2^m,5$ y $0^m,028$ grueso y diversos anchos..... el 100.	26
— Barrotillos para tabiques y cielos, ... id..	1,50
El pino del pais, de mala calidad solo se emplea en andamios y cimbras.	
FERROL.	
Castaño. Solo se emplea en vigas y barrotillos. Vigas de 5^m en adelante y $0^m,3\times0^m,18$: 1^{m3}	40
— Cuartones de varias clases y dimensiones para pisos y cielos rasos .... id..	32
— Madera menuda para tejados, tabiques, etc. .... id..	28
— La tablazon apenas se usa en el dia. El 1^{m3} de piezas varias y $0^m,03$ espesor	55
Pino del pais. Viguetas sin descortezar .... 1^{m3}..	24
— Tablones de $2^m,5$ y $0^m,2\times0,03$	18
Solo se emplea en andamiage, y la tablazon en tabiques, forros y cielo.	
Pino del Norte. Vigas de todas dimensiones del pino blanco 1^{m3}	30
— Id. id. de pino rojo .... id.	40
— Id. id. de pino-tea superior id.	60

	ESCUDOS.
— Tablon de $0^m,18\times0^m,06$, uno término medio............	30
Roble. Se usa poco. Viguetas y cuartones de varias dimensiones para entarimados y pisos bajos: el 1^{m3}.....	63
Se usa mucho mas el roble de Rusia en viguería, cuartonage, y tablones de varias dimensiones, saliendo el 1^{m3} de..................	75 á 80
GERONA.	
Alamo. Abundante en toda la provincia......... el 1^{m3}..	32
Almez. Escaso. Para carretería. Arroba	0,4
Cerezo. Bastante. Para torno y ebanistería........... el 1^m...	12
Castaño. Id. id. y construc.s el 1^m...	10
Encina. Id. Carretería...... el 1^{m3}.	42
Fresno. Escaso. Id.............id...	43
Haya. No mucha. Id...........id...	40
Chopo. Abundante; usada en carpintería y carretería id..........	28
Nogal. Poca. Para muebles. El 1^m..	18
Olmo. Carretería. Arroba...........	04
Pino. Abundante...........el 1^{m3}..	28
Pino de Flandes..............id...	64
Roble...Id...................id...	42
GIJON.	
Nogal y Cerezo; iguales especies que las de Leon, abundantes y á precios próximamente iguales. Distan 4 á 4½ leguas del pueblo.	
Castaño. Bastante. Para construcciones. Tabla de 1^{m2} por $0^m,023$ de espesor.........................	0,6
Roble. Id id........... el 1^{m3}...	37
— Tablon de $3^m,40$ y $0^m,28\times0^m,07$	2,20
Pino gallego. Para postes, ligazones y puertas. Poste de 2^m y $0^m,17$ á $0^m,18$ de diámetro,..................	0,39
— Id. de $0^m,14$ á $0^m,15$ ....uno..	0,38
— Id. de $0^m,12$ á $0^m,13$ ......id..	0,325
— Id. de $0^m,025$ y $0^m,21$ á $0^m,28$, docena..................	4,40
— Id. de $0^m,28$ á $0^m,42$ y $2^m,54$ largo ....id..	5,40
— Id. de $0^m,025$ y $0^m,17$ á $0^m,215$.	4
— Id. de $2^m,54$,.............id..	2,40
— Id. de $2^m,54$ y 0,08....el 100..	1,20
Pino del Canadá y Riga. Para todas construcciones.	
— Tablon de $4^m,23$ y $^m,08\times0^m,28$ el 1^m..	0,70
— Id. de $3^m,5$ é igual escuadria id.	0,41
— Id. de $0^m,08\times0^m,23$.....el 1^m	0,36
— Machon de $0^m,17\times0^m,12$ id...	0,70
— Viguetas de $0^m,14\times0^m,14$ y 1^m á 3^m ....id.	0,81
— Id. de $0^m,21\times0^m,21$ y 3^m á 15^m id.	1,45
— Id. de $0^m,28\times0^m,28$ y 3^m á $11^m,28$ ....id.	2,86
Pino francés. Tablon de $2^m,5$ de largo y $0^m,025$ espesor.....docena.	3,50
— Id. de $2^m,5$ y $0^m,28\times0^m,3$ id..	4,40
— Id. id. de segunda clase ...id..	3,90

	ESCUDOS.
GRANADA.	
Alamo. Bastante. Para carretería.	
— Pieza de 5^m y $0^m,15$ de lado...	1,40
— Id. de $4^m,2$ por $0^m,15$ labrada..	1,50
Ripia de $2^m,5$ y $0^m,25\times0^m,25$	0,45
Almerino. Para ejes de carros y objetos fuertes. Abunda bastante.	
Adelfa. Para tornería y sillería.	
Castaño. Para carpintería.....el 1^{m3}.	90
Encina. Para carretería, herramientas y cureñaje...................id.	80 á 100
Limon. Para objetos finos y moldes id.	46 á 70
Olivo. Para tornería y carpintería, id.	55 á 100
Nogal. Para carpintería y ebanistería,.. .... id.	70 á 92
Pino de Flandes.......... el 1^{m3}..	30
Pino de Segura de la Sierra. para todas construcciones.	
— La pieza de 5^m y $0^m,15$ de diámetro.....................	1,80
— Dobleros, tercias y cuartones de $0^m,209$ á $0^m,42$ ancho por $0^m,163$ á $0^m,278$ ....1^m..	1,4 á 3,28
— Alfagías limpias de $0^m,15\times0^m,105$,.............. una.	2,80
— Viguetas (parejuelas) limpias de $3^m,762$ y $0^m,128\times0^m,093$,id.	1,60
— Tablas limpias, de $3^m,762$ y $0^m,28\times0^m,052$	2,80
— Tablones de Flandes de $4^m,25$ y $0^m,22\times0^m,08$...........	3,85
La madera de Suecia es $1/_{10}$ mas barata.	
Pino de Baeza. Menos usada que la anterior por lo nudosa y venteada. Las piezas iguales á las anteriores son próximamente $1/_{10}$ mas baratas.	
Quejigo. Bastante. Para carretería y cureñaje........... el 1^{m3}..	73
Roble. Id. Para barrilería...... id...	52
GUADALAJARA.	
Pino de Cuenca. Las dimensiones y precios como los de Madrid ó poco mas.	
Pino de Soria. Iguales con corta diferencia á los anteriores.	
Pino del Paular. Escaso y sin uso.	
LEON.	
Acebo. Poco. Para muebles,..el 1^{p3}..	2,20
Aliso. Id. Para instrumentos de música........................ id..	0,60
Cerezo. Id. id.................id..	2,40
Ciprés. Id. id..................id..	2,20
Chopo. Abunda en las riberas del Turía. Se emplea en armaduras, puertas y otras construcciones.	
— Tercios de 7^m y $0^m,414\times0^m,28$, el 1^m..	3
— Id id. de menor escuadria, id..	1,22 á 2
— Id. de $6^m,13$ y $0^m,207\times0^m,15$ id	1,22
— Id. de $4^m,45$ y $0^m,15\times0^m,091$ id	0,80
Morera. Poco. Para muebles, el 1^{m3}..	27
Negrillo. Regularmente abundante. Para instrumentos de labranza: id..	16
Nogal. Id. Para carpintería y ebanis-	

	ESCUDOS.
Peral. Id. Para máquinas, instrumentos, puertas, etc.............1^{m3}..	115
Pino. Bastante. Poco mas que en Palencia. (*véase Valladolid.*)	

LOGROÑO. (*Véase Burgos.*)

MADRID.

	ESCUDOS.
Encina, del Pardo, Alverche y Toledo. Mucha. Para carbon, construcciones y carretería. El 1^{m3} por término medio......................	90
Pino de Guadarrama y Avila. El 1^{m3}	21

	Cuenca.	Tierra	Balsain.
Pino de Cuenca, Balsain y la Tierra			
— Vigas de $\frac{1}{4}$ vara hasta 7^m y 0^m,414.0^m,276, el 1^m	2,8	1,76	1,76
— de pié-cuarto id. y 0^m,315×0^m,241 id.	1,92	1,21	1,55
— de tercia id. y 0^m,276 ×0^m,207,.....id..	1,29	1,07	1,18
— Sesma id. y 0^m,207×0^m,149,........id..	0,735	0,588	0,662
— Vigueta de 6^m,12 y 0^m,18×0^m,13, pieza	3,68	3,23	3,38
— Media vigueta de 3^m,34 y 0^m,18×0^m,13 id.	1,47	1,47	1,47
— Madero de á 6, de 5^m y 0^m,15×0^m,10 id.	1,91	1,76	1,91
— Medio madero de 2^m,78 y 0^m,15×0^m,10 id.	0,81	0,74	0,81
— Madero de á 8, de 4^m,45 y 0^m,12×0^m,10 id.	1,47	1,25	1,62
— Madero de á 10, de 3^m,9 y 0^m,10×0^m,07, id.	1,03	0,96	1,03
— Portada de Balsain de 0^m,42×0^m,05, término medio.......	»	»	1,40

Las 3 primeras clases de $\frac{1}{4}$ vara, pié-cuarta y tercia, se venden desde 7^m en adelante aumentando 0,2 escudos de 1^m,4 en 1^m,4 por razon de encuarte en la $\frac{1}{4}$ vara, 0,15 escudos en el pié cuarto, y 0,1 en la tercia por cada pié. En la sesma los encuartes empiezan desde 8^m,35 en adelante.

Madera de sierra.

	Cuenca.	Tierra.	Balsain.
— Tabla cofrera de Balsain, limpia, de 0^m,42 ×0^m,02...........	»	»	0,68
— id. puerca id. id....	»	»	0,50
— Hoja de Balsain, limpia 0^m,42×0^m,1	»	»	0,65
— Id. id puerca id id.	»	»	0,48
— Terciado, limpio, de 0^m,09×0^m,04: pieza.	»	»	0,31
— Id. puerco de id. id .	»	0,16	0,23
— Alfagía, limpia de 0^m,12×0^m,09 ...id.	»	»	0,78
— Id. puerca id. id. id.	»	»	0,65
— Media alfagía, limpia de 0^m,09×0^m,06 ...	»	»	0,60
— Id. puerca id. id. id.	»	»	0,40
— Larguero, limpio de 0^m,10×0^m,05.......	»	»	0,41
— Tabla de á gordo de 7 y 0^m,28 por 0^m,30 y 2^m largo, ...pieza .	»	»	1
— Id. de á 9, de 2^m,5 y 0^m,28×0^m,035, id..	»	»	1,80
— Tabla á 7. de 2^m y 0^m,24×0^m,018...id..	»	»	0,70
— Id. de á 9, de 2^m,5 y 0^m,24×0^m,018 id,.	»	»	0,81
— Chilla de á 7, de 2^m y 0^m,28×0^m,018 id .	0,70	»	0,71
— Id. de á 9, de 2^m,5 y 0^m,28×0^m,018 id.	1,00	»	1,00
— Hoja de á 7, de 2^m y 0^m,28×0^m,012...id.	0,55	»	0,55
— Id. de á 9 de 2^m,5 id. id.............id.	0,63	»	0,625
— Ripia cuadrada de á 7: docena..........	2,50	2,35	2,48
— Id. id. de á 9 (nueve piezas).	»	»	2,48
— Id. id. adocenada de á 7: ......docena..	2,13	2,08	2,08

	ESCUDOS.
— Tabla de pulgada de Soria, el 1^m	0.74
— Tableta id. id.............id..	0,53
— Tabla del Norte de 3×9 pulgadas,...................id..	0,825
— Piezas escuadradas de los Estados-Unidos, Córcega, Trieste y Norte de Europa, ...el 1^{m3}..	46 á 73

Toda la madera de sierra se divide en limpia y puerca. Esta disminuye de $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{4}$ en el precio de aquella. La de á gordo debe ser limpia para listones y tableros de portadas; la puerca se usa generalmente en entarimados. La hoja se saca de los pinos mas limpios.

La docena de alfagías, medias alfagías y terciadas, se graduan bajo la base de 108 piés ó 30^m,3 por docena; componiéndose así, 1 docena de alfagías de á 7 de 15 piezas.
1 id. de á 9 de 12
1 id. de á 10 de 11
1 id. de a 12 de 9

De las cuales, los $\frac{2}{3}$ son cuadradas y el otro tercio cuchillos.

MEQUINENZA, BENASQUE y MONZON.

	ESCUDOS.
Se usa en iguales términos que en Zaragoza, y cuestan las diferentes piezas por 1^{m3}..................	31,20

MALAGA.

	ESCUDOS.
Alamo. Para carretería. Se obtiene en piezas de 2^m,5 á 5^m por 0^m,15 de escuadría, á.........................	1 y 1,50

	ESCUDOS.
Pino de Flandes. Vigas de 5^m y $0^m,2 \times 0^m,2$, una	10,20
— Id. de 12^m y $0^m,34$, id	46,20
— Viguetas de 4^m y $0^m,14 \times 0^m,14$,	4,61
— Id. de 8^m y $0^m,18 \times 0^m,18$ id.	7,62
— Tablon de $4^m,18$ y $0^m,20 \times 0^m,07$	2
— Id. de 5^m y $0^m,20 \times 0^m,07$, id	2,60
— Id. de $5^m,85$ y $0^m,20 \times 0^m,07$ id.	3,20
— Id. de $6^m,70$ y $0^m,20 \times 0^m,07$ id.	3,80
— Tabla de $3^m,34$ á 5^m y $0^m,28 \times 0^m,04$, el 1^m	0,60

PAMPLONA.

	ESCUDOS.
Acebo. Poca y delgada... ..La carga.	1,80
Aliso. Id. para muebles, ... id...	2,30
Alamo. Id. para carretería, ... id...	0,40
Boj. Mucha y delgada; para tornería, tabla	3,40
Castaño. Bastante; para muebles é instrumentos; .... el 1^m..	4,30
Cerezo. Id. para muebles .... id..	1,10
Chopo. Poca. Apenas se usa.	
Fresno. Bastante. Se usa en muebles 1^m	1
Haya. Es abundante y se usa para instrumentos de labranza: ...... el 1^m.	0,50
Nogal. Hay bastante para muebles, id.	1,60
Peral. Escasea y solo sirve para muebles, ... id.	1,10
Pino abeto de los montes de Irata. Es abundante y sirve para armaduras.	
Madera gruesa.	
— Desde 1^m á $5^m,5$ el 1^{m3}	19
— De $5^m,6$ á 7^m ...... id, ...	21,50
— De 7^m á $8^m,5$ ...... id.	26
— De 10^m á $11^m,5$.... id.	30
— De 11^m á 13^m ...... id.	35
— De 13^m á $14^m,5$.... id.	37
— De $14^m,5$ á 16^m.... id.	45
— De 16^m á $17^m,5$.... id.	48
Madera delgada.	
— Cabios de $0^m,09 \times 0^m,14$ y 1^m á $8^m,5$ .... el 1^m..	0,27
— Marcos de $0^m,07 \times 0^m,11$ id. id.	0,25
— Madera de ensamble de $0^m,06 \times 0^m,014$, ... id..	0,21
— Tablas de $5^m,5$ á 7^m y $0^m,015$ espesor, ... 1^{m2}..	0,48
— Id. id. id. y $0^m,02$, ... id...	0,55
Creciendo de ½ en ½ centímetro, el precio aumenta 0,67 escudos por 1^{m3} de pieza.	
Listones para cielos rasos; tajo de $0^m,17$	1,65
Pino del Roncal. La madera gruesa de 1^m á 11^m, el 1^{m3} por término medio	25
— La delgada, el 1^m lineal......	0,25
— El tablon hasta $0^m,07$, el 1^{m2}..	2
— Id. hasta $0^m,028$, ... id..	1
Los tablones y tablas de Holanda son ⅓ mas caros.	
Roble. Es abundante y se emplea en todas construcciones.	
— Para puertas hasta 8^m y $0,28 \times 0^m,3$: .... el 1^{m3}..	5,50
— Cuartones hasta 6^m y $0^m,15 \times$	

	ESCUDOS.
— Marqueria, de $0^m,10$ en cuadro id	0,40
— Tablon hasta $0^m,07$ grueso: 1^{m2}	4
— Tabla hasta $0^m,03$: id	1,60
— Id. ripia para cubiertas: id.....	0,40

SALAMANCA.

	ESCUDOS.
Pino de Soria. Vigas de terciado de 8^m y $0^m,276 \times 0^m,108$, una........	19,20
— Id. de cuartas de 5^m y $0^m,207 \times 0^m,205$	10,50
— Id. de 9^m de igual escuadría id.	17,10
— Id. de sesmas, 6^m y $0^m,207 \times 0^m,138$ .... id..	11,22
— Cuartones de 4^m y $0^m,115 \times 0^m,077$ .... id..	1,50
— Alfagías de $2^m,5$ id. id..... id .	1,20
— Balais de 4^m y $0^m,069 \times 0^m,061$	9
— Machon de 5^m y $0^m,161 \times 0^m,115$	5,40
— Tablon de 3^m y $0^m,28 \times 0^m,046$, docena..	21,60
— Id. de 2^m y $0^m,28 \times 0^m,046$ id..	14,40
— Tabla de 3^m y $0^m,253 \times 0^m,023$	8,40
— Id. de $2^m,50$ y $0^m,253 \times 0^m,023$,	7,80
— Tableta ordinaria de 2^m y $0^m,218 \times 0^m,012$........ id..	3

SAN ILDEFONSO.

	ESCUDOS.
Pino. Vigas ½ vara de todos largos, 1^m	1,80
— Pié cuarto id .... id..	1,25
— Tercias... id........ id..	0,90
— Maderos de á 6, de $5^m \times 0^m,15 \times 0^m,1$, ... uno..	2
— Id. de á 8, de $4^m,45 \times 0^m,12 \times 0,1$	1,60
— Id. de á 10 de $3^m9 \times 0^m,1 \times 0^m,07$	1,10
— Viguetas de á $6^m \times 0^m,18 \times 0^m13$	2,60
— Sesmas de todos largos, el 1^m..	0,537
— Alfagías, id........ docena..	6,80
— Medias alfagías, id........ id..	5,20
— Terciados id........ id..	4,20
— Tabla de pulgada y $0^m,28$ de todos largos........ id..	3,20
— Id. de ½ pulgada íd. id..... id..	2,50
— Id. de 15 líneas id. id...... id..	4,20
— Id. de pulgada y media id. id..	5,20
— Tabla ripia id. id........ id..	1,10

SAN SEBASTIAN.

	ESCUDOS.
Castaño. Abunda y sirve para suelos y armaduras. .... El 1^m..	1,50
Haya. Id. id. y para puertas........	5
Pino del Norte .... El 1^{m3}..	27,60
Pino francés........ El 1^{m3}..	18
— Tablones del 1º de $0^m,22 \times 0^m,10$ el 1^m..	0,85
— Id. id. de $0^m,22 \times 0^m,07$ id..	0,63
— Tablas de id, de $0^m,22 \times 0^m,035$, id..	0,35
— Id. de pino francés, de $0^m,21 \times 0^m,03$, ... id..	0,13
Roble. Hay bastante para armaduras y otras construcciones.	
— Sin labrar, ... 1^{m3}..	36,40

SANTANDER Y SANTOÑA.

	ESCUDOS. Santand.	ESCUDOS. Santoña.
Castaño. Abunda y se emplea en puertas.		
— Tablon de $0^m,025$ á $0^m,058$, término medio ....el 1^{m2}..	3,30	
Haya. Id. para cornisas y duelas. Pié cúbico..........................	2,6	
Nogal. Id. para muebles. Codo.....	0,6	
Pino del Norte. Piezas de $0^m,21.0^m,28$ el 1^{m3}.	24,3	28,9
— Id. de $0^m,28\times0^m,50$.......id ..	30	34,7
— Viguetas de $0^m,14\times0^m,21$ id ..	23	27,7
— Tablones de 2^m á 3^m y $0^m,075$ grueso, ...el 1^{m2}..	1,87	2,07
— Id. de 3^m á 5^m id..........id..	2,01	2,22
— Id. de 5^m á 2^m id..........id..	2,24	2,40
Pino francés Viguetas de $2^m,3$ y $0^m,21$ por $0^m,03$............ id..	0,68	0,68
— Tabla de $0^m,3$ y $0^m,28$ á $0^m,31$ por $0^m,17$ ....id..	0,54	0,50
Roble. Piezas de 2^m á 3^m: el 1^{m3}....	28,1	25,8
— Id. de 3^m á 4^m........ id.....	33,3	30,4
— Id. de 4^m á 6^m........ id.....	38,3	35,5
— Id. de 6^m á 8^m........ id.....	48,5	46,2
— Viguetas. desde $0^m,095$ á $0^m,16$ de ancha por $0^m,115$ á $0^m,18$ de gruesas .... el 1^{m3}..	47,6	44,4
— Tablon desde $0^m,045$ á $0^m,07$ grueso,.............el 1^{m2}..	3,12	2,73

SEGOVIA.

	ESCUDOS.
Pino. Maderos de $0^m,44\times0^m,3$ el 1^m.	1,75
— Id. de $0^m,33\times0^m,25$........id.	1,40
— Id. de $0^m.28\times0^m,21$........id.	1,05
— Sesmas de $0^m,23\times0^m,20$, ...id.	0,70
— Viguetas de $0^m,24\times0^m,18$..id.	0,40
— Madero de 6 y $0^m,18\times0^m,15$ id.	0,31
— Id. de 8 y $0^m,15\times0^m,13$.... id.	0.30
— Id. de 10 y $0^m,13\times0^m,11$...id	0.20
— Alfagía de $2^m,58\times0^m,14\times0^m,06$ docena	7
— Media alfagía de $2^m,58\times0^m,07\times$ $0^m,03$ ....id.	5
— Terciados de $2^m,38\times0^m,10\times$ $0^m,05$ ....id.	3 80
— Tabla de á gordo, $2^m,58\times0^m,28$ $\times0^m,04$.......................id	5,40
— Id. id. de $2^m,58\times0^m,28\times0^m,03$ id	3,80
— Tabla de $2^m,58\times0^m,28\times0^m.025$ id	2
— Hoja de $2^m,58\times0^m,28\times0^m,013$ id	1,68
— Ripia de $2^m,58\times0,21\times0,01$ id.	1 30
— Portada de $0^m,42\times0^m,30$: el 1^m.	0,525
— Tabla marco del Norte.....id.	0,525

SEO DE URGEL.

	ESCUDOS.
Pino del pais.	
— Piezas de 5^m y $0^m,25\times0^m,20$, ...el 1^{m3}..	24
— Id. de 5^m y $0^m,13\times0^m,16$ id..	22
— Latas de 2^m y $0^m,08\times0^m,06$ id.	22
— Tablas de $2^m,40$ y $0^m,25\times$ $0^m,025$ ....id..	28
Nogal. Bastante, empleado en construcciones y obras de lujo.	

	ESCUDOS.
— Tablones de 2^m y $0^m,40\times0^m,05$, 1^{m3}..	38
Roble. Abundante... ..... El 1^{m3}..	50

SEVILLA.

	ESCUDOS.
Castaño. Abunda en Villa Constantina, y sirve para armaduras, costando el 1^{m3}..	43
Pino de la tierra...............id..	34
— de Segura..................id .	37
— Tabla de pino de $3^m,35\times0^m,25$ $\times0^m,04$, la mejor......... .	1,82
— Id. de hilo al medio ó en dos hojas .... id..	1,97
— Id. al tercio, de $\frac{2}{3}$ gruesa....id..	1,23
— Id. de 3 hojas.............id..	2,12
— Tablon de cintas ....id..	2,27
— Id. de $0^m,23\times0^m,07$ el 1^m lineal.	0,55
— Id. de $0^m,25\times0^m,11$.......id..	1,028
— Id. de $0^m,23\times0^m,11$.......id..	0,85
Caoba. Un prisma de $0^m,02$ de lado por $0^m,83$ de largo	0,06

SORIA.

	ESCUDOS.
Enebro Abundante para obras de lujo................... Un pié...	0,2 á 0,3
Pino. Abunda mucho y se vende el 1^{m3} de diferentes piezas á .... Se sacan las detalladas para Madrid	7

TARRAGONA.

	ESCUDOS.
Abeto del pais. Hay bastante de buen uso................ El 1^{m3}..	25,41
— Melés.................. .id..	33,15
Pino del Norte. Viguetas de cualquier dimension.............1^{m3}..	37
Pino del Roncal. Tablones de $4^m,3$ y $0^m,22\times0^m,22\times0^m,08$.....id..	24,28
Pino de Suecia y Noruega. Idde iguales dimensiones..........id..	22,08
Pino del Pirineo. El de 1.ª clase 1^{m3}.	36
— El de 2.ª clase............id..	27,62
— Id. blanco................id..	17.68

TORTOSA.

	ESCUDOS.
Pino negro. Piezas de $7^m,5$ y $0^m,35\times$ $0^m,25$...... ... ..el 1^{m3}..	45,70
— Id. de 6^m é igual escuadría id..	42,80
— Id. de $4^m,6$ y $0^m,45\times0^m,35$: id.	30
— Id. de $4^m,6$ y $0^m,35\times0^m,25$: id.	30
Igual precio tienen las piezas de menor escuadría hasta $0^m,14\times0^m,18$ llamadas filetes.	
Pino blanco *de Beceite.*	
Para iguales dimensiones que las anteriores vale el 1^{m3} de las diferentes piezas respectivamente 35, 32,40 y 22,40 escudos.	
Las de menores dimensiones bajan de precio hasta 20 escudos por 1^{m3}.	

VALENCIA.

	ESCUDOS.
Albaricoque. Abunda un poco y se usa en muebles, siendo .. el 1^{p3}..	0,2 á 0,3
Algarrobo. Abunda y sirve para hacer instrumentos.	

	ESCUDOS.
Cerezo. Id. id. ... 1$^{m^3}$..	0,30
Ciprés. Menos abundante. Para muebles ... id..	»
Encina. Para suelos y puertas. El 1$^{m^3}$.	90
Fresno. Para cajas de armas El 1$^{m^3}$..	1,20
Limonero y Naranjo. Muebles y puertas ... id..	1,50
Morera. Se usa poco.	
Nogal blanco. Para muebles. El 1$^{m^3}$..	1
Nogal negro. Id. ... id..	1 50
Id. de Morella. Mas abundante..id..	2
Olivo. Para barcos ... id..	»
Olmo blanco. Para carretería....id..	0,50
Id. negro Para cureñas ... id..	0,80
Peral. Para escultura ... id..	variable.
Pino blanco de Toro y Morella.	
— Piezas-cabios de 6^m,78 y 0^m,28 ×0^m,26 ... el 1$^{m^2}$..	33,44
— Piezas-filas 10 de 6^m,78 y 0^m,26 ×0^m,22 ... id..	33,35
— Id. id. 14 de 6^m,78 y 0^m,22 de escuadría ... id..	30,23
— Id. id. 18 de 6^m,78 y 0^m,20×0^m,18 ... id..	28,26
— Id. id. 22, de 6^m,78 y 0^m,19×0^m,17 ... id..	28,91
— Id. id. de 0^m,17×0^m,15 id..	30
Pino del Norte. Tablones de 4^m,25 y 0^m,228×0^m,076 ... el 1$^{m^3}$..	27
— Piezas varias de escuadría y longitud ... el 1$^{m^3}$..	28

VALLADOLID y PALENCIA.

	ESCUDOS.
Alamo. El 1$^{m^3}$ ...	9

	Valladolid.	Palencia
Pino de Soria. Machon de 5^m,015 y 0^m,162×0^m,116 ... el 1^m..	0,48	0,47
— Id. de 0^m,116×0^m,092 ... id..	0,28	0,28
— Vigas de 6^m,13 y 0^m,16 ×0^m,116 ... id..	0,65	0,65
— Cuartas de 5^m,02 y 0^m,185×0^m,185 ... id..	1,25	1,25
— Id de 5^m,02 y 8^m,347×0^m,278 id..	2,83	2,83
— Tercias de 5^m,02 y 0^m,278×0^m,208 ... id..	1,75	1,75
— Tercias en cuadro de id, y 0^m,278 ×0^m,278 ... id..	2,33	2,33
— Tablon de 3^m,90 y 0^m,23×0^m,046 ... id..	0538	0,53
— Id. de menor longitud ... id..	0,32	0,32
— Tabla de 3^m,90 y 0^m,208×0^m,023 ... id..	0205	0,20
— d. de menor longitud ..id..	0,20	0,19
— Tableta de 1^m,95 y 0^m,208×0^m,017 ... id..	0,10	0,10
Troza de chilla ... el 1^m..	1	0,69
Pino del Norte. Vigas de 5^m,572 y 0^m,162×0^m,116 ... el 1^m..	0,79	0,78
— Cuartones de 3^m,34, id, id id..	0,70	0,70
— Cuartas hasta 5^m,02 y 0^m,208×0^m,208 ... id..	0,90	»
— Tercias hasta 5^m,02 y 0^m,2...		
— Vigas de pié-cuarto, 6^m,13 y 0^m,347×0^m,278 ... id..	1,80	
— Id. de ½ vara de 6^m,13 y 0^m,37 ×0^m,37 ... id..	2,50	
— Id. de 6^m,13 y 0^m,394×0^m,394 id..	2,70	
— Tablon hasta 6^m,7 y 0^m,233×0^m,074 ... id..	0,63	0,62
— Tabla de 0^m,208×0^m,028 id..	0,32	0,32

VIGO.

	ESCUDOS.
Castaño. Vigas de 4^m,18 y 0^m,185×0^m,139 cuesta próximamente.	8
— Id. de 8^m,36 y 0^m,25×0^m,32 una	30
— Viguetas de 2^m,5 y 0^m,14 escuadría ... id..	1,50
— Largueros de 2^m,5 y 0^m,09 idem id..	0,60
— Cangrios ó largueros terciados de 2^m,5 y 0^m,034×0^m.09, el 100	15
— Tablas de 2^m,5 y 0^m,034 grueso de 0^m,25 á 0^m,55: el 100 ...	73 á 102
Pino del pais. Vigas de 4^m y 0^m,23..	3
— Tablones de 0^m,07 y 0^m,232, el 1^m..	0,59
— Id. de 0^m,25 ... id..	0,60
— Tablas de 2^m,5 y 0^m,028 grueso y 0^m,116 á 0^m,32 de ancho, el 100	13 á 36

VITORIA.

	ESCUDOS.
Castaño. Es escaso. Tablas y vigas, desde ...	0,3 á 6,6
Nogal. Id. Para muebles. Tablon ...	7,80
Pino. Piezas para armazon...el 1$^{m^3}$..	23,50
— Id. cuartones ... id..	15,60
— Tabla de 0^m,035 de grueso 1$^{m^2}$.	0,25
— Id. de 0^m,022 ... id..	0,40
Roble. Piezas para armazon: el 1$^{m^3}$..	34
— Id. cuartones ... id..	26,80
— Tabla de 0^m,055 de grueso 1$^{m^2}$.	2
— Id. de 0^m,035 ... id ... id..	0,25
— Id. de 0^m,018 ... id ... id..	0,30
— Taquillo para cielos rasos, de 0^m,01 de espesor ... id..	0,25
— Id. de 0^m,008 ... id..	0,20

ZAMORA.

	ESCUDOS.
Abeto. Hay bastante pero se usa poco.	
Haya. Escasa.	
Lombardo. Bastante, y se usa en armaduras y andamios ...	»
Hay tambien Nogal, Olivo y Olmo, mas ó menos abundante y poco usadas en construcciones.	
Pino de Soria. Vigas de 7^m,825 y 0^m,23 ×0^m,184 ... el 1$^{m^3}$..	50
— Machon de marco, de 5^m y 0^m,16 ×0^m,115 ... id..	4,40
— Tablon de 2^m y 0^m,28×0^m,046, uno..	1
— Id. de 2^m,5 y 0^m,28×0^m,046 id.	2
— Tabla comun de 2^m y 0^m,28×0^m,022 ... id..	0,40
— Id. de 2^m,5 y 0^m.28×0^m,022 id.	0,60
— Tabla ... de 0^m,010 ...	

	ESCUDOS.
Pino del Norte.	
— Vigas de $10^m,615$ y $0^m,255\times 0^m,205$ .... 1^{m3}..	56,70
— Machon de marco de 5^m y $0^m,161\times 0^m,115$ .... id..	6
— Tablones de $3^m,66$ y $0^m,28\times 0^m,046$ .... uno..	3,20
— Tabla de $5^m,66$ y $0^m,26\times 0^m,023$ id..	1,80
ZARAGOZA.	
Pino *del Pirineo.*	
De Sierra.	
— De 6^m y $0^m,40\times 0^m,30$, el 1^{m3}..	19
— 6^m y $0^m,30\times 0^m,22$ .... id..	11
— De 8^m, 7^m, 6^m y $5^m,3$ y escuadría de $0^m,30\times 0^m,25$, son respectivamente los precios del 1^{m3} 16, 14, 11 y 10 escud.	
—De $4^m,60$ y $0^m,28\times 0^m,22$ id..	7
—De 8^m, 7^m, 6^m y $5^m,3$ para pisos de $0^m,25$ diámetro, 9, 5, 7 y 3,20 escudos.	
— De 6^m, $5^m,5$ y $4^m,6$ para tejados, el 1^{m3} 3,20 » 2,80 y 2,40 escu.	
— Tablones de Flandes de $4^m,25$ y $0^m,22\times 0^m,08$, ... id..	2,70
ISLAS BALEARES.	
Mallorca (*Palma.*)	
Alamo. Abunda y se usa en entramados y suelos .... El 1^{m3}..	14

	ESCUDOS.
Encina. Id. para carretería y vigas 1^{m3}..	96 á 120
Fresno. Hay poco y se usa en barrilería .... id..	41
Nogal. Es abundante. Para ebanistería .... id..	28
Olivo. Id. para botes é instrumentos id..	27
Olmo. Id. para suelos y entramados id..	37
Pino del país, el 1^{m3} en piezas de $0^m,15$	12 á 25
Pino del Norte.	
— Vigas de $0^m,34\times 0^m,32$ escu.ª 1^{m3}	36 á 38
— Id. de $0^m,30\times 0^m,28$ ...... id..	36 á 38
— Tablones de $0^m,21\times 0^m,07$ id..	30 á 34
— Id. de $0^m,07\times 0^m,07$ escu.ª id..	30 á 36
Menorca (*Mahon.*)	
Pino-tea. De cualesquiera dimensiones .... 1^{m3}..	46,60
Pino blanco. Id. id. .... id..	36
Olmo. Para suelos y entramados: id..	60
Roble. Para todas construcciones: id..	46
Encina. La verde .... 1^{m3}	46
— Seca .... id..	80
Ibiza.	
La madera procede generalmente de Mallorca, pero se dan en ella Alamos, Encinas, Olmos, Robles y otras clases que no se utilizan por ser todas ellas algun tanto escasas.	

1172. **TABLA de las calidades y precios de los diferentes materiales de piedra, ladrillo, teja, cal, yeso, arena, tierra, etc., que hay en las diversas provincias de España.**

	ESCUDOS.
ALMERIA.	
Piedra mamposte............ el 1^{m3}.	0,60
Cal ordinaria.... ..... el hectólitro..	0,45
Cal de blanqueo................ id..	0,93
Yeso .... id..	0,90
Arena de mar. .... El 1^{m3}..	0,60
Cimento .... El kilógramo.	0,052
Ladrillo delgado .... El millar..	8,10
Id. de Mahon .... id..	11,05
Adobe .... id..	16,20
Azulejo de $0^m,20$ $0^m,20\times 0^m,03$, id..	48
Losa aplantillada de barro de id..id..	18,60
Id. de cantería .... El 1^{m2}..	1,05
ALGECIRAS, Tarifa y S. Roque.	
Piedra *Silícea azul.* Se emplea en portadas y muros de fachada. Sillería .... 1^{m3}..	18 á 23

	ESCUDOS.
— asperon. (Sillería) .... 1^{m3}..	28
— *caliza roja.* Se emplea en zócalos y columnas, siendo su precio vario.	
— *caliza blanca* del Peñon de Gibraltar.	
La gruesa para mampostería y la pequeña para cal. 1^{m3} de la primera.	2,70
Hay tambien la azul jaspeada, cerca del monte de Santiago, y la veta encarnada de Gibraltar, á precios varios.	
Losas de Lazareto, muy buenas para esplanadas. El 1^{m2} por $0^m,115$	2,90
— ordinaria............... id..	1,80
Cal viva de obras: ... quintal métrico..	1,11
— hidráulica................ id..	6
(En S. Roque es $\frac{1}{7}$ mas cara).	
— de blanqueo .... id..	2,22
(En Tarifa 0,2 mas cara).	

	ESCUDOS.
Arena de playa ó mina:........ 1^{m3}..	2,50
(En Algeciras 1,60).	
Arcilla:........................ id..	2,50
Ladrillo de arcilla cenizosa y colorada:	
El doble grueso ordinario 1000..	26
— Gordetes................ id..	13
— de sillería.............. id..	14
Tejas de la arcilla cenicienta. Las vidriadas................ id..	34
— las barracas............ id..	20
Tubos de barro, de 0^m,21 á 0^m,09 diámetro:................ uno..	0,70á0,20
Baldosas, de 0^m,278 ó 1^p de lado: 1000.	40
— de 0^m,232 ó 10 pulgadas... id..	35
— de 0^m,209 ó 9 pulgadas... id..	26
Azulejos................. El 1^{m2}..	4
Yeso en polvo....... El hectólitro..	4,10
(En S. Roque 5 escudos.)	
Hierro en barras:. el quintal métrico..	23
— en flejes................ id..	40
— labrado.................. id..	35
— fundido.................. id..	22
Acero en barras.............. id..	69
(Esta y las anteriores 4 clases de hierro cuestan en S. Roque 0^m,80 mas caro.)	

BADAJOZ y OLIVENZA.

	ESCUDOS.
Piedras. Las hay de diversas clases, graníticas, areniscas y siliceosas, á precios variables segun las distancias; siendo el 1^{m3} de sillares por término medio...	26
— de mampostería......... 1^{m3}..	1,70
Cal ordinaria:...... quintal métrico..	0,72
— cimento................ id..	6 40
Arena de rio.............. el 1^{m3}..	0,84
Ladrillo ordinario:......... el 1000..	8
— reforzado................ id..	9
— de rey.................. id..	9
Pizarra.................. El 1^{m2}..	0,80
Teja..................... El 1000..	19,80
Baldosas.................... id..	22
Baldosin................. El 1^{m2}..	0,50
Hierro dulce, labrado. El kilógramo..	0,40
— inglés en bruto.......... id..	0,25
— sueco id................. id..	0,30
— fundido.................. id..	0,43

En OLIVENZA se tiene la arena, ladrillo, teja, cal y piedra de mampostear, de $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{4}$ mas barato, la baldosa á mas del doble y los sillares de $\frac{1}{8}$ á $1/10$ mas caros.

BARCELONA.

	ESCUDOS.
Piedras. *Arenisca de Monjuich*, para mampostería: quintal métrico.	0,075
— *de Igualada*, mas dura..... id..	0,30
— labrada.............. 1^{m3}..	34,25
— para pavimento........ 1^{m3}..	5,20
— para empedrado......... id..	2,60
Marmol negro, muy quebradizo, 1^{m3}.	50
Piedra litográfica de Igualada: id..	76
Yeso superior .... hectólitro..	0,64
Arena de mar............... 1^{m3}..	0,70
Cal ordinaria....... quintal métrico..	0,90
Cimento romano, superior ... hect..	2,20
Ladrillo grueso............. 1000..	11,60
Id. mediano................ id..	10
Id. comun.................. id..	7,20
Id. recortado, fino......... id..	12,40
Baldosa cuadrada de 0^m,35...... id..	14
Teja........................ id..	19
Caños de alfarería de 0^m,30 diámetro por 0^m,36 de largo uno...........	0,15
Id. id. de 0^m,25 por 0^m,30......	0,10
Id. id. de 0^m,15 por 0^m,25......	0,05
Azulejos blancos de 0^m,20.... 1000..	100
Hierro fundido...... el kilógramo..	0,375
Hierro forjado............... id..	0,518
Tubos de plomo... quintal métrico..	20,38
Planchas de zinc y barras...... id..	39,57
Estaño en panes y barras....... id..	151

BILBAO.

	ESCUDOS.
Piedra de sillería............ 1^{m3}..	18
Id. de mampostear........... id..	1,80
Cal ordinaria....... quintal métrico..	0,80
Yeso.................. hectólitro..	1,10
Arena;................... el 1^{m3}..	1
Ladrillo ordinario:........ el 1000..	8
Teja........................ id..	15
Baldosa..................... id..	32
Azulejos.................... id..	80
Hierro cuadrado y redondo, de 6 á 86 milímetros en adelante: los 100 kilógramos................	17,6 á 15,20
(Estos precios son todos en la fábrica de Langreo: á los que se debe aumentar 0,8 escudo por 100 kilógramos por gastos de conduccion, carga y descarga.)	
Flejes de 1 á 2 y 2,5 á 3,5 milímetros; término medio los 100^k...........	17
Pletinas desde 22×4 y 21×6 milímetros á 30×7 y 11 en adelante.. id..	16,7á13,7
Llantas de 30×12 milímetros en adelante..................... id..	11,70
Cortadillos cuadrados de 4 y 5 á 10 y 12, término medio.......... id..	16
Hierro de doble T para viguetas, medios, redondos y doble escuadría: los 100^k..	15,90
Escuadras, *almendrados, carriles de simple T pasamano con filete y bastidores*, id,	16
El largo de las barras de cuadradillo es 3^m,3 á 4^m,7; el de las pletinas 5^m á 6^m,7; el de llantas 4^m,8 á 5^m,3; y el de cortadillos 1^m,7.	
Chapa ó palastro inglés; quintal inglés........................	8 á 9,6
Charcoal de los números 9 al 20, 21 al 24, y 25 al 28,........... quintal..	14 á 14,4
Hojalata sencilla dulce en cajas de 225 hojas ó sencilla de 100 hojas mayores, la caja..................	20
Estaño inglés en barras pequeñas, quintal..	52,50
Plomo en barras............... id..	9
Hierro de Escocia en lingotes... id..	2,50
Acero cementado de 4, 6, 8, y tableado, la arroba á 2,5 2,4 y 2,3es	

	ESCUDOS.
Acero en llantas, de 36×10 milésimas, quintal..	6,60
Alambre de los	

núm^s	6	7	8	9	10	11	12	13	14
valor	5	5,2	5,3	5,5	5,7	5,9	6,1	6,3	6 6
	15	16	17	18	19	20	21	22	23
	7	7,5	7,8	8,3	8,8	9,4	10	10,6	11,2

escudos rollo de 69 libras.

BURGOS y LOGROÑO.

	ESCUDOS.
Piedra sillar desbastada, al pié de obra,.......................1^{p3}..	0,25
Id. id. labrada, id, sin asentar: id.	0,40
Losa desbastada, de $0^m,14$ de espesor, 1^{p2}..	0,125
Id. labrada á trinchete.......id..	0,20
Piedra mamposte, al pié de obra 1^{m3}	2,30
Cal crasa al pié de obra, quintal métrico..	1,25
Arena de rio id...............1^{m3}..	0,70
Ladrillo recio ordinario, de $0^m,348\times 0^m,173\times 0^m,04$, y el delgado de $0^m,03$ espesor,............el 100..	2,30
Id. fino raspado, de $0^m,29\times 0^m,15\times 0^m 0,34$......................id..	2,70
Tejas de $0^m,452\times 0^m,208\times 0^m,07$:id..	2,30
Tejas maestras, de $0^m,56\times 0^m,30$ á $0^m,232$ y $0^m,023$ de espesor, una al pié de obra..................	0,15
Baldosas finas raspadas, de $0^m,26\times 0,26\times 0^m,034$,........... el 100..	3,10
Baldosines de Zaragoza, blanco y rojo..............................id..	2,50
Baldosa de alabastro y piz.ª: $0^{m2},335$	3,40
Azulejos de Valencia de $0^m,185\times 0^m,018$,...................uno..	0,15
Herraje. El mismo que en Bilbao, y á los mismos precios con el recargo de trasporte. Se tiene, además, el forjado siguente.	
Cuchillero entre ancho y cuadrado: 1^k	0,15
Cuadrilongo y cuadrado muy superior para ejes de herramientas..id..	0,18
Forjado de 2.ª...............id..	0,13
Acero forjado de 2.ª..........id..	0,23
Picachones...................id..	0,41

CADIZ.

	ESCUDOS.
Piedra sillar de conglomerado de moluscos, de la Isla y Santa-Catalina: 1^{m3}..	26,30
— id. caliza del Puerto de Santa-María (tierna)...........id..	25,30
— id. id. id...........(dura) id..	29,30
— id. arenisca de Santi-Petri .id..	26 30
— sillarejos de $0^m,80\times 0^m,40\times 0^m,28$:...............id..	19,70
— quebrada para mampostear.id..	4,20
Arena gruesa.................id..	1 á 1,60
Cal crasa de Puerto-Real á 12 reales los 100^k viva, y el 1^{m3}, despues de apagada........................	6,70
— para blanquear....... . 1^{m3}.	45,20
— hidráulica ó cimento de San Sebastian ó Zumaya	37 á 39
Ladrillo tosco de Sevilla .....1000..	19 á 22
— raspado para solería.......id..	35,20
Polvo de ladrillo ....id..	6,70
Baldosa (segun color y dibujo)..1^{m2}..	1,75 10,25
Losas de mármol de $0^m,28$ de lado id	6,10
— de Tarifa (caliza, tosca)....id..	2.50
Azulejos de Valencia..........id..	3,45
Chapas de mármol ....id..	10,50
Escalones de caliza de Algeciras 1^m..	4,80
— de marmol...............id..	10,50
Pizarra (de Francia ó Inglaterra) 1000	41,20
Teja ordinaria.................id..	30
— vidriada de Algeciras......id..	42
Yeso blanco..............El 1^{m3}..	169,20
— negro......................id..	71,20
En estos precios está comprendida la conduccion, la cual es de $2^{esc},30$ para la piedra sillar, 1,20 escudos para la ordinaria y sillarejos, cal, yeso, ladrillo, y pizarra; 2 escudos para las tejas: 0,25 escudos, para las losas de marmol, baldosas y azulejos; y 0,50 escudos, para lo demás.	
Hierro forjado en barras, redondo y cuadradillo. Los 100 kilógramos.........................	18,1 á 22,10
— labrado en grandes piezas..id..	24,10
— id. en pequeñas piezas ....id..	42,10
— id. en piezas que necesitan caldearse para soldarlas....id..	72
— fundido, en lingotes.......id..	10
— id. de 2.ª fusion ....id..	20
Palastro ó planchas forjadas, desde ½ milímetro á $0^m,07$ de grueso ...id..	23 á 25,10
Plomo en planchas y tubos......id..	22,10
— en galápagos.............id..	19,10
Zinc en galápagos.............id..	28,10
— en planchas...............id..	
Cobre.........................id..	
Albayalde...............Los 100^k..	32
Ocre..........................id..	20
Azul de Prusia, verde y bermellon.1^k.	6 á 4
Minio grueso ....id..	4,5 y 4
Alquitran mineral ....100^k..	8
— vegetal...................id..	20
Tubos de barro de $0^m,40\times 0^m,28$ uno	0,125
— de $0^m,28\times 0,24$ á 0,14 y 0,10 id	0,84 á 0,06
Cónicos de barro para escusados (ordinarios)	1,50
— de pedernal ....id..	3,80
— id. de sifon (sistema inglés)	10
— id. de valvula.................	32 á 60

CARDONA.

	ESCUDOS.
Piedra *Arenisca*. Abunda en las cercanias y es de mucha duracion. Su precio el de explotacion. Hay otra arenisca en el monte de San Salvador, de la que se hacen muelas de molino	
— de silleria lisa:........el 1^{m3}..	24
— de id. moldurada........el 1^m..	8
— sillarejo,...............1^{m3}..	14
Cal *de Vilones*; buena para obras á la intemperie.....El quintal métrico..	0,90
Id. del rio Cardoner,............id..	0,80
Yeso. Se extrae de un gypso de Caromina y de Suria...............id..	0,80

	ESCUDOS.
Ladrillo. Se hace con la arcilla de Valdeperas. El millar del ordinario á..	14
Id. para pisos, tabiques y citaras id..	20
Baldosa ordinaria..............id..	32
Baldosines finos para pavimentos id..	15
Tejas, de igual arcilla que los ladrillos.........................id..	32
Azulejos vidriados...........id..	60
Cañería de hojalata; ....el 1^m..	1

CEUTA y MELILLA.

	ESCUDOS.
Piedra de mampostear del Tolmo; 1^{m3}	1,8 á 2,5
— *caliza* de la Arenilla, mas blanca...............id...	2,50
— *machacada* para hormigon..id..	2,60
— *caliza* de Calafate. Sillería en grandes prismas........id..	57
— Id de Ceuta.............id..	12
— sillarejos de Ceuta y Algeciras id.	1,20
Losas de Ceuta;............el 1^{m2}..	0,60
— de Tarifa................id..	2
Cantos para empedrar..........id..	0,08á 0,15
Cal de las piedras del Tolmo; quintal métrico..................	0,78
— blanca...........................	0,62 á 1,2
— hidráulica de San Sebastian id..	3,65
— el de Marsella............id..	4,80
Arena de mar, fina ó gruesa...el 1^{m3}..	1,80
Graba.......................id..	1,70
Ladrillos gruesos, de 620 el 1000, de Sevilla, Alicante y Algeciras,...............1000..	18 á 24
— Los del Tolmo............id..	12 á 16
— delgado de Algeciras ó Tarifa id	14
— id de Ceuta..............id..	6,40
Canteles de Ceuta: de 180 el 1^{m3} id..	36
Baldosas comunes de Ceuta de 16 el 1^{m2}...............el 100..	8 á 11
— fina blanca de Sevilla, el 1^{m2}...	1,57
Azulejos de Málaga: docena.........	1,40
Tejas morescas de Algeciras el 1000..	16
— de Ceuta................id..	8,50
— de canal y redobleta, de Algeciras..................id..	21
— vidriadas.................id..	32
Tubos de barro,............el 100..	0,062
Id. para forjado de suelos....id..	5
Yeso en piedra: quintal métrico.....	0,54á0,78
— en polvo: hectólitro...........	0,65á0,83
Hierro forjado redondo ó cuadrado, de Gibraltar y Málaga, 1^k....	0,20
— en plancha.............id...	0,14á0,27
— fleje...................id...	0,14
Hojalata.....................el 1^{m2}	1,60
Hierro labrado en rejas y balcones, 1^k	0,24
— Id. en columnas,..........id..	0,26
— fundido con labores.......id..	0,43
Plomo en barras.............id..	0,19
— en láminas de 0^m,01 y 0^m,015 de espesor...........id..	0,26á1.15
Estaño, ...id..	1,16
Cobre en barras...............1^k..	1,50
Acero. id.....................id..	0,70
Zinc en chapa, de Gibraltar.....id..	0,70
Clavos; hasta 0^m,116 de largo...id..	0,43
— de 0^m,223,...........el 100..	2,75

	ESCUDOS.
— de 0^m,227...............id..	4,30
Puntas de París.........kilógramo..	0,8 á 1,30
Clavos de cobre...............id..	3,50
Tornillos diferentes...........id..	1,6 á 4
Asfalto, tendido en capas.......1^{m2}..	2,30
Esparto de Alemania....kilógramo..	0,60

CIUDAD-REAL.

	ESCUDOS.
Piedra mamposte...........el 1^{m3}..	1,50
— sillar recta..............id..	26
Cal viva ordinaria ....id..	8
— hidráulica....quintal métrico..	3,20
Arena de mina..............1^{m3}..	1,30
Yeso pardo....................id..	5,60
— blanco...................id..	22,40
Ladrillo ordinario............100..	1,30
Baldosa de 1 pié de lado.........id..	4
Teja ordinaria.................id..	1,80
Hierro en barras........kilógramo..	0,217
— en llantas...............id..	0,243
— cuadradillo...............id..	0,26
— labrado en rejas, balcones, etc. id..	0,348
Clavazon término medio del kilógramo	0,39

CIUDAD-RODRIGO.

	ESCUDOS.
Piedra de sillería dura.......... 1^{m3}	950,
— Id blanca compacta (cretácea) cerca de la ciudad.......id..	7,50
— de mampostear..........id..	3
Cal morena de Fuente Guinaldo: quintal	1,50
— blanca de Cáceres.........id..	6,80
Arena de rio...................id..	0,35
Ladrillo grueso para mamposteria 100	0,62
— ordinario id..............id..	0,52
— delgado para solería.......id..	0,62
Baldosa de 0^m,25,.............id..	2
Baldosin de 0^m,13×0^m,21..... id..	0,62
Pizarra..................El 1^{m2}..	2,60
Teja......................El 100..	0,92
Hierro tosco............kilógramo..	0,50
— labrado.................id..	0,5 á 0,6

La clavazon próximamente como la de Ceuta.

CORUÑA.

	ESCUDOS.
Piedra *siliceosa y granítica* para sillares................El 1^{m3}..	24
Id. aplantillada para dovelas, cornisas, etc..............id..	36
— Id del monte de San Pedro y otras para mampostería ordinaria....................id..	2,40
Guijarro ó morrillo para empedrar, 1^{m2}..	0,80
Losas de cantería...........el 1^{m2}..	4,80
Cal comun procedente de Asturias, hectólitro..	0,60
— viva de Lugo para blanqueo: quintal métrico..	4,50
— hidráulica de San Sebastian: id..	4,50
Yeso de Asturias...............id..	1,40
Arena de mar,...............1^{m3}..	0,90
Tierra arcillosa llamada mezcla para la confeccion del mortero: id..	1

	ESCUDOS.
Hierro de Vizcaya: quintal métrico..	22
Clavos de brecha, tejado, piso, bote, millar= 3,20 2 3,60 4,50 medio barrote y lancha 6 y 8 escudos	
Puntas de París varias: kilógramo..	0,35á1,10
Balcones y rejas de ventana....id..	0,90á0,44
Chapa ó Palastro en tubos......id..	0,68
Acero de Vizcaya: quintal métrico...	32
Plomo en barras ó lingotes......id..	26
— en planchas. ....id..	34
Zinc en planchas de $2^m,5$ por $0^m,855$ id	78,20
Estaño............quintal métrico..	156,50
La cerrajería se ajusta por piezas.	

FERROL.

	ESCUDOS.
Piedra de sillería, granítica de buena labra..............El 1^{m3}..	20 á 25
— Id. de grano compacto y cuarzoso....................	23 á 25
— Id. aplantillada para dovelas, id..	22 á 24
— de mampostear pizarrosa...id..	2
— morrillo y cuarzo para empedrar.................id..	3
— machacada para hormigon..id..	7
Losas de $0^m,09$ de grueso mínimo: 1^{m2}	4,50
Cal apagada de Asturias: hectólitro...	0,50
— viva de id....quintal métrico..	5 á 7
— hidráulica de San Sebastian id..	2,5 á 3
Yeso de Asturias..............id.	1,20
Arena de mina.............El 1^{m3}..	0,70
Ladrillo del pais............Millar..	30
— ordinario. ....id..	10
— de Asturias ....id..	36
Teja de Tejares...............id .	10
— de canal maestra vidriada..id..	100
Tubos de barro, vidriados por el interior (alcatruces).......id..	200
Hierro de Vizcaya. quintal métrico..	24
Acero de id...................id..	30
Plomo en barras ó lingotes......id..	25
— en plancha..............id..	53
Zinc en planchas de $0^m,4\times0^m,189$ $0^m,025$ de espesor......id..	52
id. de $0^m,9\times0^m,2$............id..	73
Hojalata de varias dimensiones 1^{m2}..	2,4 á 5
Estaño............quintal métrico..	150
Pólvora para barrenos..kilógramo ..	0,80
Clavos de brocha, tejado, piso, bote, apontonar y ½ barrote el 1000.	2 á 5
— de lancha barrote y armadura id.	0,7 á 0,9
Puntas de París en paquetes de varios tamaños ....id..	0,4 á 1,2
Vidrios de varias dimensiones: uno	0,1 á 0,4
Cerrajería por piezas.	

GERONA.

	ESCUDOS.
Piedra *caliza* de Gerona.......1^{m3}..	64
— Mármol. Existe una cantera en Sagarro, 7 leguas de Gerona.	
Cal de Montjuich; quintal métrico. ..	0,732
— cimento.................id..	0,90
Yeso...............El hectólitro..	0,63
Arena de rio................1^{m3}..	0,40
Ladrillo y teja. Se hacen de la greda de Palau y Massanas, de varias dimensiones.	

	ESCUDOS.
1000 de ladrillos..................	14 á 24
1000 de tejas.....................	32
Tubos vidriados de $0^m,2$ diámetro, uno	0,20
— id. de 0,15 diámetro.......id..	0,10
— sin vidriar..............id..	0,10
Canal vidriada de $0^m,5\times0^m,17$......	0,20
Hierro en barras de esquina ó redondas de diferentes dimensiones: 1^k..	0,30
Palastro del número 1 al 10.....id..	0,35
— del n.° 21 al 26...........id..	0,45
Plomo en tubos.............. id..	0,30
— en lingotes..............id..	0,15
Acero.......................id..	0,60
Zinc ....id..	0,70

GIJON.

	ESCUDOS.
Piedra *caliza* de sillería de la Coria y otras localidades....el 1^{m3}..	28
Arenisca desbastada de canteras mas distantes ....id..	18
Caliza para mampostear ordinaria: id..	1,40
Cal crasa: el hectólitro (1 pipa del pais $=170^k$)..	1,10
— hidráulica de Zumaya: quintal $=46^k$..................	1
Arena (1 carro=0,75 de metro cúbico) El 1^{m3}..	0,53
Yeso.........El quintal castellano..	0,35
Ladrillos de $12\times6\times1$ pulgadas: el 100..................	0,90
— de 3 pulgadas $= 0^m,07$ de grueso...................id..	1
Teja de las comunes...........id..	1,60
Losa de piedra caliza de $0^m,14$ grueso, 1^{m2}..	2
Azulejos de $0^m,2$ de lado, el 100.....	2
Hierro forjado (el detallado para Bilbao ó de Langreo sin el recargo de los $0^{esc},8$; pues la conduccion por ferro-carril apenas es significante.)	
— fundido. Piezas de modelo corriente...................	8
Clavazon. Clavos de 16 centímetros, el 100..	2,40
— Id. de $0^m,08$ hasta $0^m,01$,..id..	0,7 á 0,2
Puntas de París de varias dimensiones ....k.°	1,5 á 2,8
Plomo en planchas de cualquiera dimension , ...100^k..	26
— en tubos de $5^m,15$ y $0^m,075$ á $0^m,013$................id..	26
— en lingotes de ½ arroba....id..	20
Zinc en planchas, los 10 kilógramos..	40,20
Vidrios planos de $0^m,325\times0^m,27$ uno,	0,124
— id. de $0^m,4$ á $0^m,73$ por $0^m,325$ á $0^m,568$ ....id..	0,2 á 1,14
— tejas de $1^m,27$ á $0^m,422$, ó 1 ½ ó ½ vara...................id..	2,4 á 0,8
Colores. El kilógramo, ter.° medio...	0,47
Aceite linaza,...............id..	0,65

GRANADA.

	ESCUDOS.
Piedra de maspostear, cantos redondos del Geniel, Darroy Beiro el 1^{m3}..	1,20

	ESCUDOS.
Piedra sillar de Alfacar, sin labrar: 1^{m3} (toba caliza de peso específico $\Pi=1,94$.)	17,56
— Id. id. labrada............id..	29,41
— Id. de Escuzar sin labrar (caliza franca de peso específico $\Pi=2,11$)................id..	17,56
— Id. id. labrada............id..	22,18
— franca de Santa Pudía (caliza tierna de $\Pi=2,37$).....id..	33,10
— Id. id. labrada............id..	25,40
Mármol pardo de Sierra Elvira sin labrar (calizo duro. $\Pi=29,26$) id..	34,65
— Id. id. labrado ....id..	55,41
— Losa de piedra parda de Sierra Elvira (caliza dura, $\Pi=27$) id	34,65
— Id. id. labrada en ménsulas, id..	64,49
— Id. id. labrada en peldaños, id..	41,21
— Id. id. en pavimentos...el 1^{m2}..	3
Jaspe duro de Sierra-Elvira. Es abundante y se usa en las portadas y para columnas, entablamentos, etc. 1^{p3}..	0,9
Jaspe negro de Sierra-Elvira. Se emplea en chimeneas francesas, portadas, mesetas de balcon, etc.... id..	1,0
Jaspe poroso de Modin. Abundante. Se hacen de él muelas de molino, cada una ....en..	60
Jaspe duro anubarrado. Se usa en chapas de mesas, rinconeras, chimeneas portadas de Iglesia, etc....... 1^{p3}..	1,0
Jaspe duro de Viznal. Para iguales usos, y su precio el mismo por pié cúbico........................	1,0
Jaspe almendrilla-cogollos. Id.......	0,9
Jaspe de Iznallon. Para enchapados y mesas........................id..	1,0
Jaspe duro de la Pesa. Abundante. Se emplea en columnas portadas, etc. id	1,0
Jaspe verde esmeralda. Abunda en Sierra nevada y barranco de San-Juan. Para rinconeras y chapas....id..	60
Jaspe duro negro, manchado de blanco. Abunda muchísimo y se usa en toda clase de adornos.	
Id. con vetas blancas y doradas. Es igualmente abundante: pié cúbico..	1,40
Jaspes duros de diferentes colores Abundan mucho, y cuesta el pié cúbico	1,20
Jaspe almendrillo duro de Orgiva. Abunda mucho: se usa en columnas, entablamentos, etc.........id..	1,20
Jaspes de aguas. Sierra de Gador. Abunda igualmente y cuesta... id..	1,0
Jaspones de Gador. Abunda en este término.	
Jaspones de almendron..........Id..	
Jaspe duro de Bara. Se emplea en portadas, columnas, etc, es poco abundante y cuesta el pié............	1,20
Mármol blanco duro. Es abundante y se emplea en columnas, etc. solerías, retablos, etc.	
Mármol gris macael. Id. id.	
Mármol duro con vetas de macael. Id. id.	

	ESCUDOS.
Piedra litográfica de Monte-frio. Se emplea en puentes de acequias, y sería buena para litografía á no estar veteada de negro: pié cúbico.	0,70
Almendrilla de Monte-frio. Se usa en toda clase de adornos.	
Piedra de talco. Jaboncillo de sastre. Abunda en Almería.	
Hay, además, diversidad de piedras-sillares, franca, arcillosa, compacta, arenisca, de fuego, de tornos etc; y otros mas jaspes y mármoles en Cuevas, Motril, Almeria, Izbor, Adra, Santa Pudia, Loja, Antequera, Ronda, Illora, etc., cuyas aplicaciones y precios son idénticos á los anteriores.	
Cales. Se sacan de diferentes calcáreos blancos de canteras junto á Granada y Almería: el cahiz de......... ..	3 á 3,6
Yeso de diferentes canteras mas ó menos distantes, y del llamado espejuelo, almendron y ordinario: la fanega	0,5 á 0,7
Arena, procedente de los rios Darro y Genil: la carga.................	0,05
Ladrillo de Gabia, Maracena, San Gerónimo y Santa Fé, de arcilla margosa, calidad dura, $0^m,28\times0^m,14\times0^m,05$: ....el 100..	0,20
Teja de iguales puntos y arcilla, de $0^m,43\times0^m,16\times0^m,015$.......id..	0,16
Baldosas id. id. de $0^m,28\times0^m,29\times0^m,025$ ....id..	1,25
En la provincia de *Almería* se hallan diversas, muy ricas y abundantes arcillas ó tierras para la pintura, fabricacion del vidrio y mezclas, como son las arenas de las ramblas de cuarzo, arcillas arenosas, margas y arcillas gredosas, tierras de alfareros, almagra superior roja y amarilla (que se usa en la pintura y enlucidos), piedras magnesianas, aluminosas, de cinabrio, de jabon de sastre amianto, caliza blanca espejuelo, albayalde superior y comun, azufre y barrilla.	
Existe igualmente diversidad de metales para muchas aplicaciones, como el llamado blanco en Gador, de fundicion y de hoja de Gador y sierra de Flores, argentífero y cobrizo en el cabo de Gata y sierra de Alhamillo, pirita argentífera, metal venado rico, cobre nativo, cinabrio, plomo, etc. de la sierra Almagrera.	

GUADALAJARA.

Piedra rodada ordinaria.......1^{m3}..	1
— de mampostear...........id..	1,40
— sillar en obra.............id..	36 á 60
Cal crasa; quintal métrico............	1,10
— hidráulica................id..	5,50
Arena de rio ó mina.. ....1^{m3}..	1
Yeso tosco...............Hectólitro..	0,45 á 60
— fino......................id..	1,4

	ESCUDOS.
Ladrillo ancho, ... el 100..	1,8 á 2
— Id. estrecho ... id..	1,6 á 1,8
Adobe ... el 100..	0,60
Baldosa del Cerro y Puente-Millan; el 100..	2,8 á 3
Baldoson; id. id ... id..	10 á 12
Baldosin comun, id ... id..	9,6 á 2,8
— de Zaragoza ... id..	3,20
Teja comun ... id..	2
— maestra; ... una..	0,35 á 0,4
Azulejos ... el 100 .	100
Tubos alfar para forjar de $0^m,16$ de diámetro ... id..	2,8 á 3,5
Pizarra y alabastro, desde $0^m,162$ á $0^m,28$ de lado ... id..	7 á 16,4
Hierro en barras planas, kilógramo..	0,17á0,26
— varillas y cuadradillo ... id..	0,16á0,24
Pletinas de diferentes dimensiones id..	0,16á1,25
Escuadras ...	0,19 á 0,3
Alambre del n.º 1 al 24, kilógramo..	0,35á0,65
Chapa ó palastro del 1 al 30... id..	0,26á0,42
— galvanizada ... id..	0,45á0,42
— acanalada ... id..	0,38á0,61

JACA.

	ESCUDOS.
Piedra de mampostear, de grano fino y hormigon ... el 1^{m3}..	1,40
— Id. de empedrado fino ... id..	2
— sillar, de *toba blanda* fácil de aserrar, y *caliza compacta*... id..	9 á 18
— Id. franca de grano fino, abundante á orilla del Oroel ... id..	1,60
Cal de las calizas de Monzon y Mequinenza. La ordinaria por quintal métrico..	0,80
— hidráulica y viva para blanqueo ... id..	3
Arena de rio y mina ... el 1^{m3} .	1,60
Losas labradas ó sin labrar, 1^{m2} respectivamente..	1,6 á 1,8
Yeso bastante bueno para obras. El cahiz..	0,6 á 0,8
Ladrillo de $0^m,38 \times 0^m,19 \times 0^m,045$ el 1000..	21,50
Baldosa de $0^m,2$ de lado ... id..	28
Azulejos de $0^m,18$: ... uno..	0,16
Tubos de barro de $0^m,38$ por $0^m,25$ diámetro ... id..	0,5
— de $0^m,2$ por $0^m,15$ á $0^m,08$: id..	0,4 á 0,4
Teja de $0^m,56$ de largas: ... el 1000..	22
Herraje para puertas y ventanas, pieza..	1,6 á 2
Clavos, de $0^m,046$ á $0^m,054$, el 100..	1,5 á 5,5
Colores ... kilógramo..	0,3 á 1,5
Aceite de linaza ... libra..	0,7
Barniz ... id..	1
Cristales de $0^m,4$ de lado, ... uno..	0,40

Todos estos materiales se emplean en corta diferencia á iguales precios en los castillos y localidades *Monzon, Benasque y Mequinenza*.

LEON (*Véase Valladolid*)

LOGROÑO. (*Véase Burgos*).

MADRID.

	ESCUDOS.
Piedra de mampostear; pedernal de Vicálvaro ... 1^{m3}..	2
— bloques de granito, ... cargo..	2,30
— morrillo (almendrilla para hormigones) ... id..	1,30
Sillería de granito	
— Losas de ereccion ... 1^{m3}.	50,62
— Tranqueros ... id..	57
— Pilastras lisas ... id..	102
— Id. moldeadas ... id..	147
— Salmeros lisos ... id..	94
— Dovelas lisas ... id..	102
— Dinteles sobre huecos ... id..	83,5
— Repisas ... id..	183
— Imposta y jamba ... id..	67,50
— Id. id. moldeadas ... id..	129,50
Sillares de Colmenar.	
— Repisa moldeada; ... el 1^{m3}..	138,70
— Imposta moldeada ... id..	120,20
— Jambas, dovelas y salmeros id..	129,43
— Dintel ... id..	139
— Imposta lisa ... id..	89
— Pilastra moldeada ... id..	107
— Cornisa ... id..	124
— Antepecho ...	97
Losas de Colmenar ... 1^{m2}..	23
Peldaños id. ... 1^m..	8 á 8,3
Arenisca de Segovia ... 1^{m3}..	40
— blanda de fácil trabajo ... id..	23
— de Novelda ordinaria ... id..	60
— Id. mas fina ... id..	74

La piedra sillar de Novelda se divide en tres clases, de Balech, de Saxo y de Monóvar, siendo esta la mas fina y suave de todas. Iguales piezas que las anteriores de Colmenar cuestan $\frac{1}{8}$ mas caras.

	ESCUDOS.
Cales. Crasa ordinaria de Madrid y Vallecas: ... quintal..	2,40
— de la Alcarria ... id..	2,60
— de Novelda y Valdemorillo id..	7
— hidráulica ... id..	5,43
— cimento ... id..	7
Arena ordinaria de rio ... 1^{m3}..	0,90
— de mina ... id..	11,50
Yeso negro cribado: ... hectólitro..	0,50
— blanco ... id..	1,28
Ladrillo prensado (marca inglesa) el 100..	3,40
— tosco ó recocho ... id..	1,70
— pardo ... id..	1,30
— portero ... id..	1
— fino del Jarama ... id..	2,5 á 3
— hueco para pisos y tabique id..	3
— Id en forma de pucheros.. id..	3,40
Baldosa ordinaria; ... el 100..	4,20
— fina de Alcalá, y Ocaña ...	6,40
— de mármol negro y blanco id..	85
— tosca de Brihuega ... id..	7
— de pizarra ... id..	55
Azulejos desde los mas ordinarios á los mas finos con cenefas, relieves y pinturas buenas y barniz... 100..	38 á 800
Baldosin de Zaragoza ... el 100..	4
— de Ariza ... id..	3
— de Ocaña, blanco y rojo ... id..	4,60
— Id. id. octogonal ... id..	9
— de Barcelona, cuadrado de blanco y rojo, ... id..	5

	ESCUDOS.
— Id. de mosáico de Valencia; 1^{m2}	2,5 en adelte
Alabastro. Baldosa cuadrada; el 100..	13 á 22,5
Adoquines. El 1^{m2} de solado........	0,725
Pizarras (Modelo inglés.) De $0^m,966\times0^m,623$ hasta $0^m,357\times0^m,15$, ó de 1.ª á la 6.ª clase..............id..	180 á 72
Teja ordinaria de Alcalá, Jarama y Villaverde..........el 100..	3,30
— Id. plana.................id..	50
— Id. romana...............id..	14
Hierro en bruto. Cuadradillo de 3 á 60 líneas de lado........1k.	0,18
— barilla de 3 á 60 líneas diámetro id..	0,19 á 0,14
— tableado de diferentes dimensiones: término medio.......id..	0,16
— en escuadras............id..	0,20
Palastro ó chapa de varios espesores id..	0,15
Hierro labrado, formando balcones desde los mas sencillos á los mas complicados, antepechos, pasamanos, etc. término medio.......id....	0,32
Cerrajería. Se ajusta por piezas.	
Hierro fundido en columnas, basas, capiteles, pedastales, rodapies, balcones..... ....id..	0,20
Clavazones: gruesa, de estaquilla, pié, cuarta, bellote, etc. los 10k...	3,65 á 5,25
— *Puntas de París* de los números 6 al 22...............id..	16,5 á 4
— *Tachuelas* desde el número 2 al 40....................id..	26 á 5
Acero. Los 100k desde el de Mondrejon al Aleman.........	3,65 á 7,6
Plomo en plancha y tubo de $0^m,001$ á $0^m,004$ de gruesas las 1.as y $0^m,002$ á $0^m,005$ los 2.os por $0^m,01$ á $0^m,115$ de diámetro.....................	2,40
Zinc en planchas, generalmente del n.° 14 de $2^m\times0^m,8$ y 9k,30 de peso id	0,43

MALAGA.

Piedras. *Marmol azul*, bueno para sillería: pié cúbico...............	»
Id. *blanco*. Se usa principalmente para pilastras, columnas y molduras.	»
Jaspon: para zócalos y almohadillados: pié cúbico...................	»
Asperon para iguales usos aunque de inferior calidad..................	»
Zarpa, dura y blanda, parecida al asperon, y usada principalmente en cimientos y muros.	
Hay tambien la utilísima *piedra lápiz* en la sierra de Estepona.	
Para empedrar..............carga..	0,1 á 0,2
Cales de horno continuo, hectólitro..	0,36
— Id. de tejar..............id..	0,45
— Id. de blanqueo........carga..	1
Arena de mar ó rio;..........1^{m3}..	0,5 á 0,7
Cimento............El kilógramo..	0,043
Yeso..................hectólitro..	0,811
Ladrillo de pilastron ó comun: el 1000	14
— pilastra ó doble grueso.....id..	19
— pilastrilla...............id..	12
— mazarí...................id..	35

	ESCUDOS.
Azulejos de $0^m,20\times0^m,20$.....uno..	1,10
— de $0^m,40\times0^m,40$..........id..	2,20
Teja ordinaria hecha con arcilla y barro-limo, flojo ó fuerte....el 1000..	18
— casabujo.................id..	20
— solera...................id.	34
— vidriadas de caballete.....id..	200
— id. de recogimiento.......id..	100
Hierro cuadrado y redondo de varias dimensiones, cortadillas, pletinas, ángulos y escuadras: quintal métrico	9 á 10
Chapa ó palastro de varias dimensiones, desde $\frac{2}{8}$ 1 á 6 pulgadas y $\frac{1}{4}$ á $\frac{3}{8}$ de grueso....................id..	11,5 á 9
Hierro labrado en rejas, balcones, etc. 1k..	0,3 á 0,6

PALENCIA (*Véase Valladolid.*)

PAMPLONA.

Piedras: de mampostear;....el 1^{m3}..	3,20
— de sillar granítica..........id..	26
— id. arenisca..............id..	20
La de Alcoy es buena para fachadas: la de Guendulain para bóvedas y la de Basastrain para todo.	
Cal ordinaria morena, de Zabaldica, 1k	0,04
— hidráulica..... ....id..	0,03
— blanca..................id..	0,02
Arena del rio Arga..........1^{m3}..	2,20
— moreno;..........el decálitro..	0,072
Yeso blanco cernido............id..	0,145
Ladrillo ordinario, rojo y blanco; 1000	27
Baldosa....................id..	29
Baldosin...................id..	20
Pizarra de $0^m,62\times0^m,32$........id..	92
Teja.......................id..	31
Azulejos...................id..	60
El herraje próximamente como en San Sebastian.	

SALAMANCA.

Piedra: de mampostear dura, granítica de Martin-amor de $1^m\times0^m,28\times0^m,035$.....el 1^m en obra..	14
— franca de Villamayor, de $1^m\times0,12\times0,08$............id..	9,5
— sillar de granito..........id..	19
— Id. franca id.............id..	11,50
Pizarra de Mozaber de $1^m\times0^m,8\times0^m,12$....................el 1^m..	7,40
Teja ordinaria y fina,........el 100..	2,6 á 5,3
Cal ordinaria de Escuriel:el hectólitro.	2,70
Arena de rio: carga al pié de obra....	0,043
Adobe de tierra;............el 100..	0,50
Baldosa de tejares............id..	3
Ladrillo mazorcon;.............id..	2,40
— ordinario y de solería..... id..	1,5 á 1,3
Hierro. Las piezas las de Bilbao y poco mas sus precios.	

SAN SEBASTIAN.

Piedra. *Arenisca* del monte Igualdo 1^{m3}..	13,80
— blanca dura en sillares....id..	16
— caliza de Motrico.........id..	23

	ESCUDOS.
— Id. aplantillada... ....id.	24,20
— Sillería de Angulema (Arenisca) id..	22,10
— de mampostear.... ......id..	1,40

Hay tambien el mármol de Izarriz y el blanco del Monte Masería, cuyos precios se ignoran.

	ESCUDOS.
Losas de arenisca dura;.. .... 1^{m3}..	2,60
Cal de Hernani;.... quintal métrico..	0,68
— de Oyarzun.......... ....id..	0,54
— hidráulica..............id..	1,15
— Id. de Zumaya..........id..	1,30

Se usa esta excelente cal-cimento debajo del agua y á la intemperie en toda clase de revocados y construcciones, formándose tambien con ella pilastras y cornisamentos, tanques, mesas, toda clase de molduras, bóvedas, etc. y siendo la 1.ª en su clase para la confeccion de hormigones de fundacion, en seco y bajo el agua dulce ó salada, sin temor de que se agrietee ni sufra detrimento alguno. Calcinada por espacio de 8 dias en hornos dispuestos como ordinariamente lo están los de cal, intermediando capas de cal y hulla, se macera despues hasta reducirla á polvo fino para emplearla donde y del modo que convenga. El color de la piedra es gris amarillento, convertido en amarillo rojizo despues de la calcinacion.

Debe usarse á porciones pequeñas, del modo que se hace con el yeso, pues de esperar algun tiempo despues de amasada, se endurece y queda inservible.

Sus componentes para 100 partes son, 12,25 de agua, 23,71 de sílice, 6,81 de alúmina, 6,23 de óxido de hierro, 1,15 de carbonato de magnesia, y 49,15 de carbonato de cal.

	ESCUDOS.
Yeso en polvo...........hectólitro..	0,70
Arena y arcillas refractarias. Las hay en abundancia en la villa de Astigarraga, y tales que, combinadas 20 partes de arcilla y 1 de arena, se produce una mezcla de que se hacen crisoles mejores que los de Alemania.	
La arena comun de playa..1^{m3}..	0,60
Ladrillo grueso;...........el 1000..	20
— delgado................id..	15
Baldosa......................id..	53
Teja.........................id..	26
Pizarra de Zumaya........el 1^{m2}..	8
Azulejos.................el 100..	15
Hierros cuadrados y cuadradillos, término medio de varias dimensiones.... ......100 ..	17,50
— redondo y cortadillo para clavos, id..	18,50
— en llantas, cuchilleros y planchuelas.....................id..	16
— en pletinas..............id..	19
— en flejes................id..	21

Véase además, los hierros anotados para Bilbao procedentes de Langreo; á cuyo precio hay que aumentar 0,8 escudos por quintal métrico como ya se dijo.

	ESCUDOS.
Hierro fundido;..........los 100^k..	13,50
Plomo (fábrica de Rentería).....id..	18,20

SANTANDER y SANTOÑA.	Santander	Santoña.
Piedra quebrada de mampostear 1^{m3}	1,35	1
— sillar desbastada........id..	10,21	10,80
— sillar labrada..... ....id..	27,45	30
— Id. moldeada..........id..	42,65	45,52
— Id. de grano desbastada. id..	»	12,71
— Id. labrada.........id..	»	19,64
Adoquin desbastado........id..	1,87	1,93
— labrado............id..	3,91	4,05
Losa de Zomo y Calcar......id..	3,22	3,54
Cal viva en piedra, quintal métrico..	0,66	0,66
— hidráulica..........id..	1,45	1,30
Arena............carretada..	0,60	1
Ladrillo grueso.......el 1000..	12	11,50
— delgado.. ....id..	10,8	10,50
Baldosas de $0^m,31$ de espesor. id..	42,75	37,50
— de $0^m,45$ id..........id..	57,20	50
Teja..............el 1000..	14	13
Tubos de barro de $0^m,16$ á $0^m,255$ de diámetro..........uno..	0,25	0,38
Yeso en polvo .....Hectólitro..	0,90	1,08
— fino.............id..	1,50	1,75
Azulejos de 1.ª 2.ª y 3.ª clase, uno..	0,2 á 0,1	0,2 á 0,1
Haz de caña para cielos rasos....	0,43	0,58
Tomiza..........el kilógramo..	0,33	0,35
El hierro, como en Gijon y Bilbao con el recargo correspondiente.		
Hierro fundido, formando balaustres, hornillas, etc.; el kilógramo.	0,20	0,21
Cerrajería. Se ajusta por piezas segun su tamaño, siendo generalmente, las fallebas de 2 á 4 escudos, los picaportes de 0,8 á 2, los pasadores de 0,45 á 1, las cerraduras de 1 á 3, los retenedores ó pestillos y alcayatas de 0,25 á 0,50 y las visagras de 0,208 á 0,347, etc.		
Clavazon desde 46 milímetros de largo....................100..	0,2 á 10,5	0,2 á 10,5
— reforzados id.........id..	0,23	0,23
Puntas de diversos largos desde el mayor á $0^m,021$; térm.º medio por kilógramo..	á 3 0,24	á 3 0,25
— de $0^m,017$ á $0^m,011$ largo.id..	0,55	0,56
Plomo en galápagos........id..	0,225	0,23
— en plancha..........id..	0,39	0,39
— en tubos de 3 á 5 milímetros grueso.	0,45	0,453
Hojalata; 1 caja de 144 hojas reforzada...................	24,3	24,50
— id. id. sencilla..........	19,80	20
— id. id con cien hojas......	21,80	22
Aceite de linaza...... Litro..	0,42	0,43
Albayalde en pasta;. kilógramo..	0,45	0,46
Asfalto...... quintal métrico..	2	2,60
Cristal de 1.ª de $0^m,208 \times 0^m,255$ á $0^m,44 \times 0^m,49$............	0,168 0,348	11 á 0,35
— de 2.ª de iguales dimensiones	0,078 0,034	0,08 0,034

SEGOVIA y SAN ILDEFONSO.

	ESCUDOS.
Piedra. Mármol para columnas, mesas, embaldosados, etc. de Sastrilla: el 1^{m3}..	55
— de las Nieves............id..	50 á 60
— blanca de Bermuy........id..	35
— de mampostear, el carro.......	1
Cal comun; la fanega.,.	0,65
— la superior de carbonera,..id..	0,70
Yeso de Tabladillos, para blanquear id..	0,50
Arena de mina; la carga............	0,075
Arcilla mezclada con barro fuerte. Sirve para hornos de fundicion....id..	0,03
Ladrillo comun.............el 100..	1,3 á 1,6
— colorado y rosado........ id..	1,6 á 1,8
— Aquilon................uno..	0,40
Baldosas de ½ vara..............id..	0,40
— ordinarias............el 100..	3,10
— medios ladrillos........carga..	0,25
Baldosin ordinario..........el 100..	2,60
Pizarra grande................id..	3,40
— pequeña....................id..	2,60
Azulejos.....................uno..	0,30
Herraje (Poco mas que en Madrid).	

SEO DE URGEL.

	ESCUDOS.
Piedra de mampostear.........1^{m3}..	2,30
— sillar......................id..	44
— sillarejo ....id..	35
— dovelas y otras aplantilladas id..	6,50
— mármol jaspeado..........id..	64
Losas de piedra............el 1^{m3}..	6
— de pizarra.. ....id.	1,20
Cal de Nobas y Fost, viva: quintal métrico..	1,40
— apagada..........hectólitro..	0,65
— hidráulica..............id..	1,50
— cimento romano quintal métrico.	7
Yeso .. ..hectólitro..	0,6
Arena de mina..............1^{m3}..	1,20
— de rio. ....id..	1,70
Ladrillo ordinario.. ....el 1000..	24
— prensado..................id..	26
Baldosa y baldosin.......El 1000..	15
Teja..... ....id..	40
Azulejos...................id..	70
Tubos de barro de $0^{m},34$ á $0^{m},3$ de diámetro: uno	0,40
— de $0^{m},3$ á $0^{m},15$. ....id..	0,20
Hierro en bruto, de Andorra: quintal métrico..	1,60
— en barras sin labrar de $0^{m},016$ grueso: 1^{k}..	0,225
— Id. labradas en balcones, etc, id..	0,35
— en chapas de $0^{m},8\times0^{m},6\times0^{m},05$ ....id...	0,40
— en clavos.............id..	1
— en tornillos..........1000 .	7
— en cerrajería .... .kilógramo..	0,45
Plomo en lingotes. .quintal métrico. .	26
— en tubos de $0^{m},22$ diámetro y $0^{m},005$ espesor ....1^{k}...	0,125
— en plancha...........id. .	0,25

SEVILLA.

	ESCUDOS.
Piedra de sillería arenisca, labrada 1^{m3}	11,70
— Id. id. sin labrar...........id..	9,10
— martelillo para molduras. .id..	37,60
— Id. id. labrada.............id..	56,40
— mármol de Carrara,........id..	225,60
— jaspe de Moron...........id..	111,80
— de mampostear...........id..	7,80
Cal viva ordinaria.............1^{m3}..	7
— hidráulica................id..	32
— de Moron para blanquear..id..	3,20
— cimento de Portland quintal métrico..	8,60
— polvo de ladrillo..........1^{m3}..	3,20
Arena de rio..................id..	1,60
Yeso moreno.........El hectólitro..	1
— blanco para molduras y adornos: id..	1,60
Ladrillo de construccion, de $0^{m},27\times0^{m},13\times0^{m},04$..........100..	1,50
— Id. de id. y $0^{m},03$ á $0^{m},02$ de espesor.................id..	1,3 á1,10
— prensado, de $0^{m},27\times0^{m},13\times0^{m},06$ ....id..	2
— Id. id. con una y dos ranuras id..	2,4 á 29
— roto para mampostería: la carga.	0,40
— raspado de $0^{m},03$ espesor id..	1,70
— molduras ....id..	2,40
Losetas prensadas, blancas y rojas 1^{m2}	1,2 á 1,90
— de Tarifa, tosca...........id..	2,10
— Id. labradas ó apisolada...id..	3,20
— de adoquines toscos.......id..	4,40
— labrados con aristas limpias id..	5,30
— Id. de empedrado.........id..	0,35
— de mármol blanco y negro id..	11,70
— de mosáico de Valencia....id..	2,52 á 12
Cornisa tosca, de $0^{m},61\times0^{m},27\times0^{m},05$......................una..	0,30
— raspada..................id..	0,35
Tejas comunes, de $0^{m},33\times0^{m},17$ 100..	1,80
— id. de $0^{m},33\times0^{m},27$, y el redoble $0^{m},9$..............id..	2,40
— flamencas................id..	4
— de canal maestra, tosca..una..	0,1
— Id. id. vidriada...........id..	0,25
Atanores de barro, de sangría tosco id.	0,075
— Id. id. vidriado...........id..	0,15
— Id. Aquilino, tosco y vidriado id	0,1 y 0,2
— Id. de S. Pablo, tosco y vidriado	0,1 y 0,2
— Magdaleno, id. id.........id..	0,15 0,25
— Id real id. id..............id..	0,4 y 0,8
Tubos de plomo de $0^{m},01$ diámetro 1^{m}..	0,50
— Id. de $0^{m},015$ á $0^{m},08$.....id..	0,76á4,56
Plomo en galápagos...........10^{k}..	3,25
Hierro dulce, labrado.........10^{k}..	3
— fundido de ornato.........id..	2,25
— Id. en bruto.............id..	4
— en planchas laminadas.....id..	
— en barras redondas y cuadradas de $0^{m},003$ á $0^{m},089$, los 10^{k}..	1,88
— id. id. desde $0^{m},011$ á $0^{m},095$ id..	1,72á1,66
— id. medias cañas, desde $0^{m},011$ por $0^{m},003$ á $0^{m},026$ por $0^{m},007$..............id..	1,92á1,64

	ESCUDOS.
— pasamanos lisos, de $0^m,03$ á 0,049 por 0 007	1,84
— Id. de filete de $0^m,007$......id..	1,68
— Id. id ....0,005, id..	1,80
Pletinas de $0^m,011$ á $0^m,016$ por $0^m,003$ id..	1,88á1,84
— de $0^m,018$ á $0^m,023$ por $0^m,003$ id..	1,76
— de $0^m,024$ á $0^m,028$ por 0,003 id..	1,72
— de $0^m,03$ á $0^m,037$ por 0,003 id..	1,68
Las mismas, de $0^m,005$ gruesa son algo mas baratas.	
Las demás dimensiones......id..	1,56
Cuchillero y calzas.............id..	1,76
— de una pasada............id..	1,36
Flejes de $0^m,011$ y $0^m,012$ á $0^m,039$ y $0^m,049$ por $0^m,001$ id..	2,08á1,92
Cortadillos de $0^m,003$ á $0^m,011$..id..	1,76á1,68
Clavos de $0^m,11$ á $0^m,19$........100..	0,70á2,40
— de $0^m,05$ á $0^m,09$........id..	0,3 á 0,4
Hornillas de 0,13 á 0,19..... una..	0,4 á 0,8
La cerrajería se ajusta por piezas.	
Zinc en plancha...............1k..	0,33
Alquitran mineral ....id..	0,07
SORIA.	
Piedra. Jaspe de Santa Lucía. Es abundante, hermoso y fácil de labrar. De esta cantera se sacaron las columnas de la capilla de Palafox en la Catedral de Burgos.	
— *Granítica* de Gomalayo....1^{m3}..	11,50
Las abundantes piedras de sillería y ordinarias, negra y cenicienta, son de excelente calidad para todas construcciones y susceptibles de pulimento ....1^{m3}.	9 á 28
Arena del Duero .... carga..	0,40
Yeso blanco y pardo........fanega..	0,50
TARRAGONA.	
Piedra quebrada para mampostear: 1^{m3}	0,80
— sillar....................id..	30
— Id. mármol colorado. .....id..	35
— Id. de muro de 2 palmos gruesa id..	20 á 33
Losas de piedra para aceras....1^{m2}..	2,63
— de arista................id..	3,94
Loseta de mármol..............id..	13,20
Cal viva crasa de Martorell: quintal métrico..	0,96
Cimento romano...............id..	3,84
Yeso de Salomó, algo coloreado, hectólitro ..	0,71
— de Giridell blanco.........id..	0,57
Arena de mar y rio ....1^{m3}..	1 á 1,30
Ladrillo grueso de $0^m,27\times0^m,135\times0^m,055$..............100..	16
— mediano, de $0^m,045$ grueso id..	15
— delgado, de 0,025 id.......id..	12
— de bovedillas, de $0^m,02$ id..id..	8
— de pisos, $0^m,24\times0^m,12\times0^m,02$ id..	8
— id. fino, $0^m,19\times0^m,095\times0^m,02$ id.	10

	ESCUDOS.
Baldosa de terrado, $0^m,32\times0^m,32\times0^m,02$: .... .1000..	44
— gruesa para pisos de $0^m,24\times0^m,24\times0^m,03$..........id..	16
— medianas de $0^m,19\times0^m,19\times0^m,028$................id..	14
— id. de $0^m,18\times0^m,18\times0^m,015$ id	10
— id. pequeñas finas, de $0^m,14\times0^m,14\times0^m,015$........id..	10
— grandes rectangulares de $0^m,46\times0^m,34\times0^m,025$.......id..	53
Hay otras de dimensiones y precios mas bajos que los anteriores.	
Tubos de barro, de $0^m,31$ diámetro y $0^m,08$ espesor ....uno..	0,40
— de $0^m,34$ y $0^m,17$ diámetro id. id	0,20
Teja ordinaria de $0^m,48\times0^m,19\times0^m,018$....................1000..	20
Azulejos blancos, de $0^m,2$ lado; 1000	8
— oscuros barnizados, de $0^m,14$ á 0 35 ....100..	4,8 á 10
Hierro de Vizcaya de pequeña escuadría...............1k..	0,182
— Id. de gran escuadría.....id..	0,163
— de Barcelona..........id..	0,125
— de Málaga............id..	0,27
— en chapa............id..	0,30
Hierro fundido en piezas grandes id..	0,225
— en piezas pequeñas..... id..	0,25á0,21
Hierro dulce labrado en rejas, balcones, etc. ....id..	0,25
Cerrajería. Se ajustan por piezas.	
Hojalata dulce de $0^m,355\times0^m,255$, una..	0,20
— agria de id. id..........id..	0,15
Tubos de palastro; de $0^m,5$ diámetro kil.°..	0,75
Plomo en plancha de varios gruesos quintal métrico..	28,30
— en tubos de varias dimensiones, kilógramo....	0,75
Clavazon menuda de $0^m,03$ largo: 1000	1,80
— Id. de $0^m,05$.........id..	2,20
— de mayores dimensiones: el k.°	0 73
Puntas, de $0^m,025$ á $0^m,085$.....id..	0,61á0,34
Cobre......................id..	0,412
Alambre, delgado y grueso....id..	0,37 á 0,4
Acero...................id..	0,412
Aceite de linaza..........litro..	0,63
Colores...............kilógramo.	0,4 á 1
Barniz copal..............litro..	0,97
Cuerda de cáñamo ....kilógramo..	0,93 á 1
— de esparto.. ....1^m..	0054á0,06
Zinc en chapa...........kilógramo..	0,75
TORTOSA	
Piedra quebrada de mampostear 1^{m3}..	1,225
— para hormigon...........id..	2
— de sillería y sillarejos de jaspe 1^{m2}..	15
— Id. de mármol al pié de obra 1^{m3}	60
— Id. caliza...............1^{m2}..	7,80
— arenisca ó de grano para hornos...id..	6
Losas irregulares para cubrir desagües ....1^{m2}..	0,55

	ESCUDOS.
Cal crasa viva. Cahiz (peso de 3 quintal	0,72
Cimento romano...quintal métrico..	3.20
Yeso en polvo..........hectólitro..	0,52
Arena de mina...... ....1^{m3}..	2,40
— de rio lavada............id..	1,1 á 1,50
Ladrillo de $0^m,38\times0^m,19\times0^m,23$, superior..............1000..	30
— Id. id $\times0^m,45$...........id..	18
— Id. id.$\times0^m,22$...........id..	11
Baldosas medianas, de $0^m,32$ lado id..	100
— de $0^m,18$...................id..	24
— de $0^m,14$...................id..	14
Baldosines finos de $0^m,18$.......id..	32
— de $0^m,14$...................id..	28
Teja ordinaria, de $0^m,7$..........id..	22
Tubos vidriados, de $0^m,4$ y $0^m,24$ diámetro: uno..	0,3
— de $0^m,18$ diámetro.......uno..	0,15
— de $0,08$ id...............id..	0,12
Azulejos de $0^m,18$ de lado....1000..	100
Hierro en plancha de $2^m,1\times0^m,9$ y 7 milímetros de grueso: el 1^{m2}.	0,894
— de Suecia, de $0^m,85\times0^m,25\times0^m,0315$..............id..	1,20
— cuadrado de $0^m,025$ de lado hasta $0^m,03$............1^k..	0,154
— cuadradillo y redondo de $0^m,01$ á $0^m,013$ ....id..	0,174
— pletina de $0^m,025$ hasta $0^m,04$ y $0^m,005$ espesor hasta $0^m,001$ id..	0,163
Cobre en barras.........kilógramo..	0 82
Holajata de $0^m,35\times0^m,25$: una hoja..	0,13
Acero...................kilógramo..	0,385
Alambre desde el numero 10 al 20 id..	0,437
— del número 25 al 30.......id..	0,375
Plomo en plancha.............id..	0 44
— en barra.....quintal métrico..	2,154
Colores, término medio del kilógramo..	0 62
Puntas..................kilógramo..	0 45á0.52
Clavazon de varios tamaños.....id..	0,65á0,88
Tornillos de $0^m,025\times0^m,075$ á $0^m,016\times0^m,017$ ....gruesa..	2,4 á 2,8
Zinc en plancha.........kilógramo..	0.625
Cristales de 2.ª, de $0^m,6\times0^m,4$: uno..	0,70
— de $0^m,54\times0^m,44$ á $0^m,4\times0^m,32$ id..	0,43á0,02
Cuerdas de esparto, de 0,1 á 0,08 de circunferencia.......el 1^m..	0,07á0,06
— de cáñamo, $0^m,11$ á 0, 038: 1^k..	0,75
La cerrajería por piezas.	

VALENCIA.

Piedra. Abunda de diferentes calidades en los pueblos de Villafames Marchante, Alcubias, Liria, San Felipe de Játiva, Valdeluso, Lagar, Ribaroja, Abomada y Puzol; llevando los nombres de estos pueblos, y consistentes en piedras areniscas, francas, mármoles y silices, que se emplean en todas construcciones. Existe, además, el y Montroy; y el alabastro cerca de Picaren.

	ESCUDOS.
— de mampostear.........el 1^{m3}..	0,10
— morrillo para empedrar....id..	2,10
— sillería ordinaria (la vara vale 10 escudos)................id..	14
— sillar duro para cornisas y todo género de molduras......id..	26
Losa de rodeno, de $0^m,06$ espesor: 1^{m2}.	1.50
— Id. de $0^m,14$.............id..	3,60
Mosáico en pavimento del Ponton, id..	1,40
— Id. de Nolla..............id..	2,5 á 5
Azulejos ordinarios de $0^m,2\times0^m,2$ 100..	10
— finos id...................id..	15
Adoquines de $0^m,16\times0^m,3$.......id.	10
Cal viva...........quintal métrico..	1
— hidráulica.................id..	2,40
Ladrillos gruesos, de $0^m,27\times0^m,13\times0^m,046$:...............100..	1.40
— ordinarios id. id$\times0,03$.....id..	0,90
— delgado id. id$\times0,025$.......id..	0,80
Baldosa gruesa recortada, de $0^m,27\times0^m,27\times0^m,038$..............el 100..	4
Arena de rio...............1^{m3}..	0,75
Teja ordinaria de $0^m,37$ y $0^m,13\times0^m,18$....................1000..	14
— plana de Barcelona........id..	80
Yeso. Muy abundante en toda la provincia...............el hectólitro..	0,35
Cobre en plancha de distintos gruesos 1^k..	1,60
Zinc id. id......................id..	0.40
Hojalata. Cajas de 225 hojas.........	20 á 28
Plomo en planchas............1^k..	0,30
Hierro en plancha ondulada de $2^m,10\times0^m,70$ ($13^k,9$ de peso):..1^k..	0.34
Id id colocada.............id..	0.362
— en barras, de T y doble T..id..	0.233
— en piezas armadas.........id..	0.26
— en balcones, rejas, etc....id..	0,40
— clavazon, pernos, abrazaderas tornillos, etc..............	0,3 á 3,4
Hierro fundido en piezas gruesas: kilógramo...	0,15
— en piezas pequeñas........id..	0,16
Puntas de $0^m,02$ á $0^m,11$.....1000..	0,10á3,70

VALLADOLID Palencia y Leon.	Valladolid. (ESCUDOS.)	Palencia.	Leon.
Piedra de mampostear, concert da. el 1^{m3}	3,50	6	5,40
— Canto pelon...id..	2,40	3	»
— Sillería ordinaria y fina..........id..	14 á 19	13,8 á 20	»
— Id. de mármol de las Huelgas, id..	»	»	41.40
— Id. id. aplantillado id..	»	»	46
Arena de mina.......id..	1	1,40	0,85
Arcilla...........1^{m3}..	1	1.40	0.75

	ESCUDOS.		
	Valladolid	Palencia.	Leon.
Cal ordinaria hectólitro.	0,32	0,325	0,54
— hidráulica de Zumaya quintal métrico.	0,914	4	»
— de Santander..id..	»	2,50	»
Hormigon hidráulico: id	»	»	15,52
Yeso en polvo: hectólitro	0,518	0,60	»
— espejuelo... .id..	0,80	1	»
— blanco ......id..	»	»	1,40
— negro... ....id..	»	»	1
Ladrillo benito; el 100..	1,30	1,30	1,75
— prensado.....id..	»	1,375	»
— ordinario.....id..	1,20	»	1,70
— refractario....id..	20	»	»
Baldosa de 0^{m},28 de lado id..	2,40	2	»
— de 0^{m},23 id... id..	»	»	1,57
Baldosin ordinario......	»	»	2
— prensado, de 0^{m},2 lado ....id..	»	2,30	»
— de Zaragoza, de 0^{m},208.......id..	»	7,20	»
Teja de 0^{m},278 × 0^{m},255 × 0,011;.........100..	2,60	2	1,80
Pizarra retangular de 0^{m},42 × 0^{m},14 × 0^{m},011 id..	»	»	3,20
Azulejo de 0^{m},208 de lado id..	15	16	»
Adobes tercios......id..	0,60	0,65	»
Hierro cuadrado, redondo, cuchillero y pletina: ....1^{k}..	0,157	0,15	0 17 á 0,2
— labrado en balcones ejes, pasamanos, rejas, ect....id..	»	»	0,125 á 0,2
— en chapa número 8 al 20, de 1^{m},81 × 0^{m},7.......id..	0,217	»	»
— Id. del 27 al 28 id. id.........id..	á 0,244	»	»
Clavazon:.. kilógramo..	0,24 á 0,28	0,36	»
La *cerrajería* por piezas desde 0^{m},24 á 0^{m},38 y 0^{m},4.			

VIGO.

	ESCUDOS.
Piedra granítica sillar:........1^{m3}..	11,40
— Id. sillarejo.............. id..	6,93
— Id. de mampostear..........id..	3,24
— pizarra para id...........id..	2,08
Cal ordinaria de Asturias: hectólitro..	0,60
— hidráulica de Guipúzcoa: quintal métrico..	6,10
— blanca para encalar.......id .	5,60
Arena:....................el 1^{m3}..	1,50
Ladrillos de 0^{m},185 × 0^{m},10 × 0^{m},023: el 100..	1
Baldosa catalana..............id..	7,50
Azulejo.......................id..	12
Teja ordinaria................id..	1,10
— de canal maestra..........id..	5
Tubos de barro para cañerías...1^{m}..	0,47

	ESCUDOS.
Hierro:.........el quintal métrico..	2,20
— de Vizcaya.......kilógramo..	0,26
Clavazon de pisos, pontones y lanchas el 100..	0,3 á 0.6
— de tabiques y ripias... el 100..	0,1 á 0,18
Puntas, desde las de ripiar á las de apontonar ....el 100..	0,12 á 0.6
Plomo en planchas......kilógramo..	0,358
— en barras...............id..	0,308
Zinc sin recortar.............id..	0,342
— en pedazos.............. id..	0,681

VITORIA.

Piedra de sillería:..........el 1^{m3}..	15,30
— de mampostear...........id..	2
Losa: ....el 1^{m2}..	2,25
Adoquines:................el 1^{m3}..	3
Asfalto:...................el 1^{m2}..	1,70
Cal comun:........ quintal métrico..	0,88
— hidráulica.............. id..	2,90
Yeso:.. .. ..hectólitro..	0,80
Arena cernida:..............1^{m3}..	1,20
— gruesa ....id..	0,90
Ladrillo ordinario...........1000..	11,20
Teja..........................id..	18
Baldosa.......................id..	28
Azulejos......................id..	100

Herro, acero, plomo y zinc, los de Bilbao con 0,2 escudos de exceso por kilógramo por razon de conduccion.

ZAMORA.

Piedra. Franca de granó fino para todas construcciones:....1^{m3}..	4,00
— *Jabonosa* relumbrante y fácil de labrar, empleada en jambas y cornisas...............id..	18,40
— de *Sobradillo*, azulada y dura: id	20
— *Arenisca roja* para sillería..id..	12
— de mampostear...........id..	2,40
Pizarra para cornisas:........1^{m2}..	0,40
Cal viva comun.....quintal métrico..	2,80
— hidráulica de Reinosa.....id..	3,20
Arena de rio y mina:.........1^{m3}..	1,41
Yeso negro en polvo:....hectólitro..	1,60
— espejuelo de Ampudia.....id..	2
Ladrillo de Zamora; ....el 100..	1,50
— del Perdigon.............id..	1,80
Baldosa de 0^{m},28 por 0^{m},023....id..	2,40
— de 0^{m},21 por 0,023........id..	1,60
Adobe de fábrica...............id..	0,90
— de tabique...............id..	0,60
Teja ordinaria del Perdigon......id..	1,60
Hierro en tosco de Bilbao.......1^{k}..	0,25
forjado en herrerías.......id..	0,40
— en clavazon gruesa....... id..	0,45
— en clavos comunes.......100..	0,40
— en implentones...........id..	0.60
— en id. dobles............id..	1,20

Las demás clases de hierro y otros metales son poco mas costosos que en Bilbao.

ZARAGOZA.

Piedra. La llamada *guija* empleada en la mampostería ordinaria.

	ESCUDOS.
Es muy resistente y cuesta la barcada ó carretada de 10 piés cúbicos.	1,0
De sillería de Monte-agudo, Burra, Almendron, Celadillas, Campanil de Espila y de la Muela, Fuen de Todos, Tajada, Montolar y Orchiz, cuyas canteras distan de Zaragoza de 4 á 10 leguas, y cuyo precio es por 1^{m3}	18 á 55
Las de *Botorrita* son areniscas y sirven para pilas de aceite y obras hidráulicas:...............id..	38
Mármoles. Las canteras de donde se esplotan están en las cercanías de los pueblos de Calatorao, Rieda, Puebla de Alberton, Albalate del Arzobispo y Alcañiz, distante de 3 á 9 leguas de Zaragoza. Su precio por......1^{m3}..	55 á 185
Piedra de sillería moldurada...1^{m3}..	63
— de mampostear...........id..	1,30
— de empedrar.............id..	1,80
— manchada para hormigon. .id..	2,20
Losas sin labrar..............1^{m3}..	4,50
— Labradas..................id..	6
Adoquines sin labrar..........id..	8
— labrados..................id..	9,50
Cal. Abunda en las cercanías de Zaragoza, particularmente en el Castelar: quintal..........	0,5
Las de Valmadrid y Torrecillo tienen propiedades hidráulicas.	
Cal hidráulica de Guipúzcoa, quintal métrico..	2,40
Yeso. Existe en abundancia en los montes de las cercanías y es de la mejor calidad: cada 5 fanegas............	0,4
Ladrillo. El mejor es el de Almozan, de $0^m,38\times0^m,19\times0^m,45$:1000	19,50
— de id. id.$\times0^m,035$........id..	18
— de $0^m,22\times0^m,11\times0^m,02$...id..	12
Baldosas de $0^m,25$ lado.........id..	50
— de $0^m,19$ id...............id..	9,50
Adobes de $0^m,38\times0^m,18\times0^m,065$id..	0,75
Azulejos de $0^m,18$ de lado:.....100..	12 á 15
Tubos de barro de $0^m,38$ longitud y $0^m,25$ de diámetro....uno..	0,40
— de $0^m,20$ y $0^m,15$..........id..	0,30
— de $0^m,20$ y $0^m,08$..........id..	0,20
Tejas de $0^m,46\times0^m,18$.....el 1000..	28
Herraje para puertas y ventanas, la pieza.:........................	0,2 á 1,6
Clavazon gruesa desde $0^m,09$ á $0^m,3$: el 100..	0,5 á 8
— de $0^m,068$ á $0^m,035$: kilógramo.	0,55 á 0,75
Puntas de varios tamaños hasta la menor..........................id..	0,4 á 0,9
Tornillos.................Gruesa..	0,6 á 0,9
Hierro grueso. Fleje segun su clase, 1^k..	0,18 á 0,2
— en barras de varias dimensiones id..	0,18 á 0,26
— fundido.................id..	0,20
— dulce trabajado en rejas, etc. id..	0,276
Palastro ó *chapa* comun:.....pieza..	0,19 á 0,23
— Id. dulce..................id..	0,29 á 0,37
Zinc:..................kilógramo..	0,58
Plomo en rama................id.	0,216

	ESCUDOS.
Colores:........ ....1^k..	0,4 á 1,6
Líquidos para pintura (aceite, agua rás y barniz).............Litro..	0,3 á 1,6
Cristales de $0^m,4$ de lado:..... uno..	0,30
Cañizos para cielos rasos, de 1,9 á $0^m,8$.......................id..	0,175
Cuerdas de cáñamo:.........el 1^m..	0,05
— de esparto, de $20^m\times0,04$ diámetro...............una..	0,6
(Los materiales de Mequinenza tienen poco mas precio que los anteriores.)	

ISLAS BALEARES.

Palma.

	ESCUDOS.
Piedras. *Del pueblo de Artá* (carbonato de cal rombódrico sacaroide). Dista 11 ¼ leguas de Palma. Se sacan piedras de 8 piés de largo y ½ de espesor. Se emplea en obras de lujo, y labrado y pulimentado cuesta por 1^{m3}	23
Id. *del Predio de Son Brondo* (Sphœcsosederite compacto). Dista de Palma 2½ leguas. Se emplea lo mismo que la anterior, y cuesta el 1^{m2} labrado y pulimentado....................	35
Para iguales usos que las dos anteriores pueden servir las piedras del predio de *Son Cabrit* (carbonato de hierro), 3 ½ leguas de Palma; la de *Son Marella*, término de Valdemosa (Geobertite); la del *Inca*, pueblo distante 4 ¾ leguas (carbonato de bismuto): la del *Coll d'es veut en Llosela* (Stroncianita), 4 leguas; la del predio de *San Maxeila* (carbonato de magnesia); la del *Ereneh* de Napola (Aragonita): la del *predio de Buñoli* (Dolomita), 2 ½ leguas de Palma; y la de *Benisalen* (Gailucita), 2 ¼ leguas. Algunas de ellas suelen estar veteadas. Todas son abundantes, y labrado y pulimentado el 1^{m2} cuesta en término medio.............	17
La de *Randa* (Usterite), á 4 leguas de Palma, se saca en losas de diferentes tamaños, con grueso de 2 á 12 pulgadas. Resiste mucho al fuego, por lo que se emplea en los hornos y hogares:.....................1^{m2}..	13
La de *Santañi* (arenácea inferior), 8 ½ leguas de la ciudad, y la del Castillo del San-Cárlos (arenácea superior) distante 1 legua, se sacan de todos tamaños y se emplean en obras delicadas, mas no en las que ofrezca mucha resistencia, por lo quebradizas que son y poco á propósito para las heladas. Carretada...........	4
Piedras *de mares*. Las de *Galdent* (arenácea silíceosa), 3 ¾ leguas de Pal-	

	ESCUDOS.
nuda), ½ legua: la de Coll d'en Rebana (Pudinga fina arenácea), ¾ de legua, y la de la Fosa á orillas del mar (brecha), 2 ½ leguas, se sacan tambien de todos tamaños y gruesos: son bastante resistentes y traban bien con los morteros. Es la piedra mas generalmente empleada en las construcciones. Las de color blanco resisten á la intemperie, endureciéndose con el tiempo. Las de otro color se desgranan en la parte expuesta al medio dia. La carretada en Palma para mampostear á..............	1,4
De muro, distante 6 ¾ leguas del pueblo de Muro. Abunda en todos tamaños. Se labra fácilmente endureciéndose despues. La carretada de 18 piés cubicos..................	0,6
Losas de estas mismas piedras: la mas fina, de $0^m,2$ espesor, el 1^{m2}..	10
— Id. de menor espesor......id..	6 á 9
— Id. para calles, de $0^m,04$ á $0^m,06$ id..	1,5 á 2,5
— Id. granítica para id.......id..	0,1 á 0,2
— para pisos de Santagús, de $0^m,3 \times 0^m,4$..............id..	2,8 á 3,6
— Id. de mares id..........id..	0,45 á 0,6
— de Campos id.............id..	0,7 á 0,8
Cal viva ordinaria:..quintal métrico..	0,72
— hidráulica.... ....id..	0,73
Cimento romano de Bañola,.....id..	2,50
— Parker (conserva el herrage), id	2
Arena de mar:.............el 1^{m3}..	1,10
— de torrente..............id..	1,80
Yeso en piedra..............1^{m3}..	6,5 á 8
— en polvo:...........hectólitro..	0,63
Arcilla de Telanitx, Manacor y Arsa glutinosas y arenáceas. Hacen mezclas á partes iguales:.....los 100^k..	1
Baldosa gruesa ordinaria:......100..	2,25
— delgada id... ....id..	1,25
— fina id ....id..	1,67
— vidriada id..............id..	6,40
— exágona de 0,1 de lado,...id..	4,20
Tejas:....................el 100..	1,8 á 1,2
Cristales de $0^m,534$ de lado,...uno..	1,30
— de $0^m,418$ id..............id..	0,733
— de $0^m,441 \times 0^m,348$.......id..	0,433
— de $0^m,348$ de lado........id..	0,30
— de $0^m,45 \times 0^m,41$ á $0^m,55 \times 0^m,5$ id..	0,3 á 0,63
— de colores, de $0^m,55 \times 0^m,40$: 1^{m2}..	19 á 11
Colores; aplomado.............1^k..	0,50
— verde....................id..	0,75
Aceite comun y linaza:.......litro..	0,5 á 0,56
Hierro de Málaga, redondo y cuadradillo:................1^k..	0,33á0,22
— de Barcelona, todas dimensiones id..	0,20
Clavazon: hasta $0^m,08$ el kilógramo,.	0,5 á 1
— de $0^m,08$ á $0^m,28$,.....el 100..	1,35 á 20
Alambre.............kilógramo..	0,6 á 1,2
Plomo en tubos de $0^m,07$ diámetro id.	0,35
Hojalata id. id............el 1^m..	0,75 á 1,5
Zinc id. id..... ....el 1^m..	0,30

Mahon.

	ESCUDOS.
Piedras; *de Sauló* (silicato pulverulento micáceo). Es muy abundante: y se emplea de todos tamaños: el 1^{m3}	3
De Punta prima á 2 horas de Mahon (silicato pulverulento calcáreo). Para adornos y escaleras. El metro cúbico en Mahon......	9
De Marés en Calas Covas á 5 horas de Mahon (Pudinga). Abundante y muy buena para pavimentos y escaleras. Se saca de todos tamaños y 2 á 7 pulgadas de espesor:..........id..	3
De Cala miljara á 6 horas de Mahon (silicato pulverulento cretáceo), Id. id. muy hermosa y fácil de labrar. Sirve para las obras de adornos: id.	9
De la Mola á ¾ hora de Mahon (pizarra ó esquisto arcilloso-aluminoso-micáceo): palmo cuadrado.........	0,4
Litográfica (Esquisto silicato micáceo-litógrafico). Sin esplotar aunque abundante	
Piedra caliza fina:...........1^{m3}..	45
— quebrada para mampostear id..	0,90
Losas *cuartes* para pisos:.......100..	14
— *quins* para tejados.........id..	10
— Id. de piedra caliza........id..	3
Cal viva ordinaria:..quintal métrico..	0,30
— apagada:..........hectólitro..	1
— hidráulica:...quintal métrico..	3
Cimento romano...............id..	3,86
Arena........................1^{m3}..	1,20
Yeso en piedra:....quintal métrico..	0,48
— en polvo:..........hectólitro..	1,35
Ladrillo ordinario:..........el 100..	2,40
— refractario inglés.........id..	14
Teja......................el 100..	1,80
Polvo de teja..........hectólitro..	1,22
Tubos de barro de $0^m,1$ de diámetro. 100..	6,70
Baldosa fina de $0^m,2$ en lado.....id..	3
— ordinaria ....id..	2
Baldosin de $0^m,1$ lado..........id..	1,40
Azulejos de $0^m,2$ id.............id..	10
Cristales de $0^m,512 \times 0^m,258$ á $0^m,27 \times 0^m,4$:......................uno..	0,3 á 0,15
Colores: término medio del kilógramo.	0,52 á 1,5
Aceite de linaza..............hasta..	0,92
Hierro en barras:.....el kilógramo.	0,25á0,27
— en flejes..................id..	0,28
— en plancha................id..	0,28
Clavazon; desde $0^m,09$ á $0^m,18$: el 100.	0,25 á 3,2
— de $0^m,03$ á $0^m,08$..kilógramo.	1 á 0,5
Puntas de $0^m,02$ á $0^m,04$....el 1000..	0,2 á 2,8
Alambre:...........el kilógramo..	0,6 á 1,5
Acero en barras.................id..	1 á 1,5
Cobre en barras.................id..	1,25
— en chapa ....id..	1,75
Plomo en barras................id..	0,25
— en chapa..................id..	0,28
— en tubos...................id..	0,33
Zinc en plancha................id..	0,28
— en tubos:.............el 1^m..	1,10
Hojalata:..........el 100 de hojas..	15 á 20

	ESCUDOS.
Cuerdas de cañamo:.....kilógramo..	0,83
— Id. alquitranadas.........id..	0,63
— de esparto de 0^{m},025 diametro una..	0,06

Ybiza.

	ESCUDOS.
Piedras. *Viva de la Cala*, á 6 horas de la plaza. Abunda en todos tamaños: metro cuadrado..................	10,4
Para enlosar hornos, á 1 hora de Ybiza. Abundante: la carga de 25 palmos cuadrados..................	0,2
De las salinas, puerto á 1 ½ hora de Ybiza. Abunda bastante, y es la piedra que generalmente se emplea en las construcciones: el 1^{m3} de sillares...............	20
Id. labrados......................	25
Arenisca ordinaria..........id. id..	3,30
Id. labrada..................id..	5
De Formentera, sacada de la Isla de este nombre, distante de Ybiza 4 horas. Se emplea igualmente que la anterior en las construcciones, y su precio es el mismo.	
Piedra quebrada para mampostear 1^{m3}..	1,40
Arena de mar................id..	1,20
Cal viva:..........quintal métrico..	0,40
Cimento romano..............id..	3
Yeso. . ...hectólitro..	0,80
Ladrillo y baldosa:..........100..	2
Azulejos de 0^{m},2 lado..........id..	8 á 11
Teja cobija y de canal .. ....el 100..	2 á 2,5
Tubos de barro para cañerías....id..	3,60
Hierro en bruto.........kilógramo..	0,233
— labrado.................id.	0,30

ARTICULO II.

Resistencia de los materiales.

1173. Todos los diferentes cuerpos que entran como componentes de una construccion cualquiera resisten de cinco modos.

1.° A la compresion en el sentido de su longitud.

2.° A la tension, ó esfuerzo en el sentido de la longitud que tiende á estirar el cuerpo.

3.° A la flexion y rotura perpendicularmente á su longitud.

4.° Id. por una fuerza oblícua á su longitud.

5.° A la torsion, ó esfuerzo que tiende á torcer las fibras del cuerpo.

1174. De los experimentos de Rondelet, Gauthey, Vicat y Rennie, se deduce.

1.° Que las cualidades físicas de las piedras, como su dureza, pesantez y color: no influyen en su resistencia.

2.° Que de dos piedras iguales es mas resistente la mas densa.

3.° Que en una piedra de banco es mas fuerte la parte interior qué las próximas á los lechos superior ó inferior.

4.° Que para las figuras semejantes la resistencia es proporcional al área de la seccion trasversal, siendo la mayor cuando esta seccion es un cuadro ó un círculo.

5.° Que si la resistencia de un cubo se representa por la unidad, la del cilindro inscrito, descansando sobre la base es 0,80; y 0,32 cuando descanse sobre una de sus aristas. Para la esfera inscrita, la resistencia es 0,26.

6.° Que las piedras duras ceden poco á la presion, dividiéndose momentáneamente en láminas y agujas sin consistencia que fácilmente se pulverizan.

7.° Que las piedras tiernas se dividen en pirámides ó conos, desde el momento de fractura, teniendo por bases las caras superior ó inferior.

8.° Que la resistencia de los cuerpos es menor cuanto mayor sea el número de las partes que los componen.

9.° Que en las construcciones debe considerarse como carga máxima el décimo del peso que puede romper el material de que se componga la mampostería de sillares, y el veinteavo para la mampostería ordinaria.

10. Que las maderas expuestas á la compresion se rompen aplastándose ó despachurrándose cuando su longitud no excede mucho de las dimensiones de su escuadría: pero que cuando esta longitud es de 10 á 12 veces mayor las piezas se rompen doblándose.

11. Que las cargas permanentes que se puede hacer soportar á las piezas de madera deben ser el $\frac{1}{10}$ de las que producirian su rotura.

12. Que los pesos, igualmente constantes, que deben soportar las piezas de hierro no deben exceder del $\frac{1}{5}$ del que produzca su rotura.

1175. **RESISTENCIA Á LA COMPRESION.**

De estos resultados generales, debidos á varios experimentos y á la observacion, se ha podido formar la siguiente tabla; en la que solo hemos puesto, respecto de Filipinas y las Antillas, las maderas que están mas en uso para construcciones ordinarias.

TABLA de los pesos específicos y de los esfuerzos capaces de aplastar los cuerpos expuestos á una presion, tales como los muros, las columnas, piedras, maderas, etc., siendo la base de estas ó su seccion trasversal un centímetro cuadrado.

DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	PESO del decímetro cúbico. ó peso específico.	PESO que aplasta las piezas por centímetro cuadrado de seccion.	PESO de que se las puede cargar con seguridad, cuando su longitud es menor ó igual á 12 veces la del costado de la escuadría.
Piedras graníticas.	kil.	kil.	kil.
Granito gris de Bretaña	2,74	650	65
Granito gris de los Vosges	2,64	420	42
Granito azul de Aberdeen	2,63	820	82
Granito de Hong-Kong	2,60	800	80
Granito del Guadarrama, empleado en las construcciones de Madrid	2,50	350	35
Piedra de San-Miguel (Manila: es una Traquita)	2,4	266	26,6
Piedras silíceas y volcánicas.			
Basalto de Suecia y Auvergne	2,95	2000	200
Grit de Derby, roja y friable	2,32	220	22
Lava dura del Vesuvio	2 60	590	59
Lava tierna de Nápoles	1,97	230	23
Piedra de Angono (Brecha volcánica compuesta en su mayor parte de fragmentos de lava)	1,66	46	4,6
Piedra de Meycauayan (Id., id., formada casi en su totalidad de pomez y escorias)	1,58	43	4,3
Piedra de Guadalupe (Manila. Toba volcánica)	1,45	26	2,6
Piedra de San Miguel (Habana)	2,47	1160	116
Piedra silícea de Dundée	2,53	460	46
Pórfido	2,87	2470	247
Piedras areniscas y arcillosas.			
Arenisca de la Isla (Cádiz)	2,48	»	»
Id. de Santa-Catalina (Id.)	2,46	»	»
Piedra arenisca muy dura	2,50	870	87
Piedra arenisca blanda	2,49	4	0,4
Piedra arcillosa	2,66	68	6,8
Id. de la Osa (Habana)	2,08	42	4,2
Id. de la Cueva (Id	1,60	37	3,7
Id. del Vedao (Id.)	2,08	51	5,1
Id. id. (la de mejor calidad) (Id.)	2,11	62	6,2
Id. id. de la Playa de Chivos (Id.)	»	14	1,4
Id. Cachimba de San Antonio (Id.)	2,34	56	5,6
Id. del Morro (Id.)	2,42	66	6,6
Vinelo (Habana.)	2,20	26	2,6
Piedras calizas.			
Caliza azul de Metz	2,40	180	18
Caliza de Ponce (Puerto-Rico)	2,10	170	17
Mármol de Isla de Pinos (Cuba.)	2,60	128	13
Mármol negro de Flandes	2,72	790	79
Mármol blanco (estatuario)	2,69	310	31
Piedra negra de San-Fortunato (dura)	2,65	630	63
Piedra tierna de Conflans, la mejor	1,82	560	56

DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	PESO del decímetro cúbico, ó peso específico.	PESO que aplasta las piezas por centímetro cuadrado de seccion.	PESO de que se las puede cargar con seguridad, cuando su longitud es menor ó igual á 12 veces la del costado de la escuadría.
Ladrillos.	kil.	kil.	kil.
Ladrillo duro, muy cocido	1,56	150	15
Ladrillo rojo	2,17	60	6
Ladrillo mal cocido	2,09	40	4
Ladrillo vitrificado (para cañerías)	»	100	10
Cal.			
Cal viva	0,84		
Yeso.			
Yeso forjado con agua	1,57	50	5
Yeso forjado con lechada de cal	»	60	6
Morteros.			
Mortero de cal y arena de rio	1,63	35	3,5
Mortero de cal y arena de mina	1,59	40	4
Mortero de cimento ó polvo de teja ó ladrillo	1,46	48	4,8
Mortero de puzolana de Nápoles	1,46	37	3,7
Mortero hidráulico	»	80	8
Hormigon con cimento ó cal eminentem[te] hidráulica	1,83	150	15
Maderas. (Las mas usadas.)			
Alamo blanco	0,53	500	50
Alamo negro (*Término medio de varias especies*)	0,70	700	70
Acana (Cuba)	1,28	600	60
Arabo (Id.)	0,01 á 0,97	654	65,4
Ausubo (Puerto-Rico)	1,09	500 á 600	50 á 60
Banaba (Filipinas.)	0,65	400	40
Baria (Cuba.)	0,78	430	43
Castaño	0,87	520	52
Caoba (Id.)	0,85	442	44
Cedro (Cuba y Puerto-Rico.)	0,45	430	43
Dagame (Id.)	0,90	700	70
Dougon (Filipinas.)	1,02	440	44
Encina de España, verde	1,11	380	38
Encina de España, seca	0,86	400	40
Guayacan (Cuba y Puerto-Rico)	1,02	500 á 900	50 á 90
Hucar (Id.)	1,06	500 á 550	50 á 55
Júcaro (Cuba.)	1,13	654	65
Lauan (Filipinas)	0.43	230	7
Molave (Id.)	0,95	600	60
Mangachapuy (Id.)	0,88	440	44
Narra (Id.)	0,66	500	50
Nogal de España	0,67	450	45
Nogal de Bélgica	0,59	350	35
Ocuje (Cuba)	0,77	390	39
Palma brava (Filip.[s]).. En sentido de las fibras	1,08	930	93
Palma brava (Filip.[s]).. Perpendicularmente á ellas		400	40
Pino blanco. (Europa y Cuba.)	0,48	400 á 500	40 á 50
Pino amarillo ó rojo	0,66	600	10
Roble fuerte	0,98	300 á 400	30 á 40
Roble débil	0,90	100	70
Yacal (Filipinas.)	1,10	450	45
Yaya (Cuba)	0,96	640	64
Metales.			
Hierro forjado	7,79	4084	817
Hierro fundido	7,21	10000	2000
Cobre colado	7,78 á 12,67	8200	1640

Con esta tabla se calculará la resistencia de los materiales fijos: respecto de los cuales se tomará el $\frac{1}{10}$ para las construcciones de piedra y madera, y el $\frac{1}{5}$ para las metálicas, como se dice en las observaciones 9ª, 11ª y 12ª, del número anterior, y segun se expresa en la última columna de la tabla. Pueden, sin embargo, admitirse hasta $\frac{1}{6}$ y aun $\frac{1}{5}$ para las primeras si las construcciones fuesen de cierta importancia.

1176. Si la longitud de las maderas es mayor de 12 veces el menor lado de la escuadría, se podrá establecer, señalando por la unidad el peso capaz de romperlas cuando aquella relacion no llega á 12, que será $\frac{3}{4}$ el peso que rompa las piezas cuando su longitud sea de 12 á 24 la de la seccion; $\frac{1}{2}$ cuando aquella esté comprendida entre 24 y 36; $\frac{1}{3}$ si lo está de 36 á 48; $\frac{1}{7}$ cuando sea de 48 á 60 y $\frac{1}{15}$ á $\frac{1}{20}$ de 60 en adelante. De modo que para el roble, cuya resistencia á la compresion es en término medio 350ᵏ por centímetro cuadrado para una longitud menor de 12ᶜ, será de unas 260ᵏ si tuviese de 12 á 24ᶜ; 175ᵏ si 24 á 48; 50ᵏ de 48 á 60, y 24ᵏ de 60 en adelante. De estos resultados se tomará en las aplicaciones el $\frac{1}{10}$.

Los pilotes clavados completamente en el terreno, ó hasta que el martinete fuere rechazado, pueden soportar de 30 á 35ᵏ y aun mas por cada centímetro cuadrado de seccion.

Para las piezas movibles de las máquinas se tendrá presente que su resistencia está en la razon que expresan los números de la siguiente

1177. TABLA de las resistencias á la compresion de las piezas movibles, tomado el cubo por unidad de los diferentes prismas cuyas longitudes guarden con la menor dimension de su seccion la relacion *r*

MADERA.		FUNDICION.		HIERRRO FORJADO.	
RELACION *r*.	RESISTENCIA.	RELACION *r*.	RESISTENCIA.	RELACION *r*.	RESISTENCIA.
1........	1	2.......	1	1........	1
12........	$\frac{5}{6}$	27.......	$\frac{1}{2}$	4........	$\frac{2}{3}$
24........	$\frac{1}{2}$	54.......	$\frac{1}{4}$	8........	$\frac{1}{2}$
36........	$\frac{2}{3}$	81.......	$\frac{1}{8}$	36........	$\frac{1}{15}$
48........	$\frac{1}{6}$	108.......	$\frac{1}{16}$	»	»
60........	$\frac{1}{12}$	135.......	$\frac{1}{32}$	»	»
72........	$\frac{1}{24}$	162.......	$\frac{1}{64}$	»	»
»	»	189.......	$\frac{1}{128}$	»	»
»	»	216.......	$\frac{1}{256}$	»	»
»	»	343.......	$\frac{1}{512}$	»	»

1178. Pilares y columnas. Segun lo que se sabe por experiencia respecto á los pilares y columnas sólidas y huecas, resulta:

1.° Que un pilar de extremos planos resiste lo mismo á la presion que otro de la mitad de altura y extremos redondeados.

2.° Que el nervio ó saliente vivo hácia el medio del pilar ó por todo su fuste, aumenta su resistencia en $\frac{1}{7}$ á $\frac{1}{8}$.

3.° Para los pilares ó columnas de una altura de 25 á 150 ó mas veces su diámetro, su resistencia se halla por las fórmulas empíricas siguientes:

$R = 1730 \frac{D^{3,6}}{h^{1,7}}$ para columnas llenas

$R = 583 \frac{D^{3,6} - d^{3,6}}{h^{1,7}}$ para columnas huecas

Cuando están las columnas fijas y sus extremos planos.

$R = 1735 \frac{D^{3,6}}{h^{1,7}}$ columnas llenas

$R = 508 \frac{D^{3,6} - d^{3,6}}{h\ 1,7}$ columnas huecas

Para cuando las columnas ó pilares son susceptibles de movimiento y tienen los extremos redondeados, como sucede á pilares móviles de ciertos puentes colgantes.

Estas fórmulas las tiene calculadas M. Morin para diferentes alturas h y diámetro D, d, dando las tablas siguientes:

Columnas de fundicion, (llenas.)

DIÁMETRO.	ALTURA.	CARGA.	DIÁMETRO.	ALTURA.	CARGA.	DIÁMETRO.	ALTURA.	CARGA.
Cent.	Metros.	Kilógramos.	Cent.	Metros.	Kilógramos.	Cent.	Metros.	Kilógramos.
			10	2,00	43.519	15	9,50	13.200
5	1,00	11.660		2,25	35 700		10,00	22.146
	1,20	8.600		2,50	29.780		10,50	12.200
	1,25	8.006		2,75	25.250		11,00	10 350
	1,40	6.600		3,00	21.843		11,50	9.600
	1,50	5.853		3,25	19.100		12,00	8.909
	1,60	5.250		3,50	16.808			
	1,75	4.504		3,75	15.000	20	4,00	163.760
	1,80	4.300		4,00	13.394		4,50	135.000
	2,00	3.589		4,25	12.150		5,00	112.070
	2,20	3.000		4,50	11.000		5,50	95.000
	2,24	2.600		4,75	10.050		6,00	82.200
	2,25	2.456		5,00	9.165		6,50	71.500
							7,00	63.200
6	1,20	16.487	12	3,00	42.108		7,50	56.500
	1,35	13.500		3,50	32.459		8,00	54.105
	1,50	11.282		3,75	28.815		8,50	45.000
	1,65	9.650		4,00	25.800		9,00	40.500
	1,80	8.276		4,50	21.135		9,50	37.000
	1,95	7.200		5,00	17.650		10,00	34.493
	2,10	6.368		5,25	16.284		10,50	31.300
	2,25	5.650		5,50	15.050		11,00	29.000
	2,40	5.074		6,00	12.960		11,50	27.500
	2,55	4.600		6,50	11.609		12,00	25.300
	2,70	4.150		7,00	9.939			
	2,85	3.800		7,50	8 869	25	4,00	362.670
	3,00	3.473		8,00	8.000		4,50	300.000
				8,50	8.500		5,00	248.180
8	1,60	28.480		9,00	6.535		5,50	210.500
	1,80	23.300					6,00	182.030
	2,00	19.489	15	4,00	57.678		6,50	159.500
	2,20	16.559		4,50	47.250		7,00	141.000
	2,40	14.29[illegible]		5,00	39.462		7,50	125.300
	2,60	12.459		5,50	33.550		8,00	111.610
	2,80	10.999		6,00	28.945		8,50	100 000
	3,00	9.800		6,50	25.350		9,00	90.800
	3,20	8.766		7,00	22.300		10,00	83.000
	3,40	7.900		7,50	19.750		10,50	70.800
	3,60	7.200		8,00	17.749		11,00	65.300
	3,80	6.550		8,50	15.900		11,50	61.000
	4,00	5.998		9,00	14.500		12,00	56.027

Calculado el peso que debe soportar la columna, si esta es de 82.000^{k}, y la altura $h = 6^{m}$, hallándose estas cantidades en las dos últimas columnas, el diámetro correspondiente será 20^{c}.

Si R = 25.000k, $h = 3^m$, la 5.ª y 6.ª columna darán

21.843 : 10 :: 25000 : 11c,44 = D y en práctica D = 11c,5

Para las columnas huecas supone M. Morin que el diámetro interior ha de ser los $\frac{4}{5}$ del exterior.

Columnas huecas.

Diámetro Interior. (cent.)	Diámetro Exterior. (cent.)	Altura. (m)	Cargas. (Kilóg.)
4,5	6	1,20	9.105
		1,30	8.000
		1,40	7.100
		1,50	6.230
		1,60	5.600
		1,70	5.000
		1,80	4.570
		1,90	4.180
		2,00	3.830
		2,10	3.516
		2,20	3.300
		2,30	3.050
		2,40	2.802
		2,60	2.500
		2,80	2.150
		3,00	1.918
6,4	8	1,60	15.727
		1,80	13.000
		2,00	10.762
		2,20	9.250
		2,40	7.894
		2,60	6.900
		2,80	6.074
		3,00	5.400
		3,20	4.841
		3,40	4.250
		3,60	3.880
		3,80	3.500
		4,00	3.313

Diámetro Interior. (cent.)	Diámetro Exterior. (cent.)	Altura. (m)	Carga. (Kilóg.)
8	10	2,00	25.133
		2,25	20.500
		2,50	17.199
		2,75	14.500
		3,00	12.615
		3,25	11.000
		3,50	9.707
		3,75	8.750
		4,00	7.916
		4,25	7.000
		4,50	6.370
		4,75	5.740
		5,00	5.294
9,6	12	4,00	14.257
		4,50	11.650
		5,00	9.756
		5,50	8.250
		6,00	7.156
		6,50	6.240
		7,00	5.570
		7,50	4.900
		8,00	4,388
		8,50	4.000
		9,00	3.650
		9,50	3.350
		10,00	3.003
		10,50	2.750
		11,00	2.550
		11,50	2.440
		12,00	2.203

Diámetro Interior. (cent.)	Diámetro Exterior. (cent.)	Altura. (m)	Carga. (Kilóg.)
12	15	4,00	31.836
		4,50	25.720
		5,00	21.786
		5,50	18.500
		6,00	15.979
		6,50	13.880
		7,00	12.240
		7,50	10.800
		8,00	9.799
		8,50	8.800
		9,00	8.100
		9,50	7.380
		10,00	6.705
		10,50	6.250
		11,00	5.800
		11,50	5.370
		12,00	4.918
16	20	4,00	89.677
		4,50	72.800
		5,00	61.367
		5,50	52.000
		6,00	45.012
		6,50	39.200
		7,00	34.700

Diámetro Interior. (cent.)	Diámetro Exterior. (cent.)	Altura. (m)	Carga. (Kilóg.)
16	20	7,50	30.800
		8,00	27.601
		8,50	24.700
		9,00	22.500
		9,50	20.600
		10,00	18.888
		10,50	17.400
		11,00	16.000
		11,50	14.750
		12,00	13.854
20	25	4,00	200.240
		4,50	162.000
		5,00	137.030
		5,50	116.500
		6,00	100.509
		6,50	87.600
		7,00	77.700
		7,50	69.000
		8,00	61.632
		8,50	55.500
		9,00	50.200
		9,50	46.250
		10,00	42.176
		10,50	38.200
		11,00	35.300
		11,50	32.506
		12,00	30.936

Si R = 52000k y $h = 5^m,50$, resulta D = 20, $d = 16$ y el espesor de materiales $e = 4^c$.

Para el intermedio, R = 50,000k y $h = 6^m$, seria 45,012 : 20 :: 50000 : 22c,21 = D y $d = \frac{4}{5}$ 22,21 = 17c,77 ó 18c.

Mr. Bourdais, Ingeniero civil, dice que segun los resultados de su experiencia en la multitud de columnas de hierro fundido que ha tenido ocasion de calcular para edificios y caminos de hierro, y de acuerdo con lo experimentado tambien en Francia é Inglaterra, juzga las anteriores fórmulas en algun desacuerdo con la verdad: deduciendo, en consecuencia, otras que se aproximan mas ó que son de mas confianza. Tales son,

para las columnas ó pilares llenos $\Omega = \frac{1}{2}(h-4) + \sqrt{\frac{1}{4}(h-4)^2 + P}$

y para las huecas { la seccion exterior $\Omega = \frac{1}{2}(h-4) + \sqrt{\frac{1}{4}(h-4)^2 + 5P}$

y la seccion interior $\Omega' = \Omega - \dfrac{P}{\Omega + 4 - h}$ }

Ω, Ω' = secciones exterior é interior en decímetros.

h = altura de la columna en metros.

R = 10000k coeficiente del hierro fundido para la presion (tabla del número 1175)

$P = \dfrac{\Pi}{R}$ = número de kilógramos que debe soportar la columna.

EJEMPLO.

Para una columna llena de 6^m de altura y 82000k de soporte (que es el primer

ejemplo anterior), siendo $h=6$, y $P=\frac{82000}{10000}=8,2$ será

$$\Omega=\frac{6-4}{2}+\sqrt{\frac{(6-5)^2}{4}+8,2}=4^{d2}0332;\quad \text{y de } \tfrac{1}{4}\pi D^2=4,0332,\ D=2^d,26 \text{ ó } 2^c,6$$

mas que por la primera tabla anterior.

Para la columna hueca, el segundo ejemplo, en que $P=\frac{52000}{10000}=5,2$, y $h=5^m,5$

dá $$\Omega=\tfrac{1}{2}(5,5-4)+\sqrt{\tfrac{1}{4}(5,5-4)^2+5P}=5^{d2},904, \text{ y } D=27^c,4$$

$$\Omega'=5,904-\frac{5,2}{5,904+4-5,2}=4^{d2},7986 \text{ » } d=24^c,7,$$

y el espesor en metros, $e=D-d=2^c,7$

Resulta, pues el diámetro interior los $\frac{9}{10}$ del exterior en vez de los $\frac{8}{10}$ como establece M. Morin.

Las fórmulas de este, sin embargo, son las que han servido en todos los cálculos hasta ahora, ó por lo menos hasta 1859, en que M. Bourdais dedujo las suyas: existiendo en ambos la diferencia de que las de M. Morin dan menor el diámetro, y por consiguiente, si menos material en las columnas llenas bastante mas en las huecas que el que requiere las de M. Bourdais.

Será, por consiguiente, lo mejor, aceptar las de M. Morin para las columnas llenas que son bien resistentes, y las de M. Bourdais para las huecas por tener mas estabilidad, aumentando prudencialmente una pequeña cantidad al espesor.

A cantidad igual de materia la columna hueca es mucho mas resistente que la llena.

1179. Segun la deduccion 4.ª (n.° 1175), si llamamos R la resistencia dada por unidad de seccion, la resistencia total Q de la pieza á la compresion es, siendo ω su seccion, $Q=R\,\omega$

EJEMPLOS.

1.° Supongamos que se trata de fundar sobre pilotes una construccion que pese 12′000.000^k, y que se quiere saber el número de pilotes que conviene establecer.

Si estos tienen $0^m,30$ de diámetro, pudiéndose cargar cada uno de 35^k (1176) por centímetro cuadrado, resultará

$$Q=\pi r^2\times 35=24745^k, \text{ resistencia por cada uno,}$$

y su número $$n=\frac{12000000}{24745}=485$$

que se dispondrán de modo que cada uno soporte porciones iguales del peso total.

2.° Si la fundacion fuese de mortero de puzolana, y el peso de la construccion 16′000.000^k; pudiéndose cargar $3^k,7$ por cada centímetro cuadrado (1175) seria 37000^k por metro cuadrado y la construccion tendría próximamente

$$\frac{16000000}{37000}=433^{m2}$$

á los que se repartiría uniformemente la carga.

3.° Igual construccion sobre cimientos de mampostería ordinaria, siendo las piedras graníticas, daria por centímetro cuadrado en término medio $\frac{600}{20}$ (igual tabla y observacion 9.ª), y por metro cuadrado $\frac{6000000}{20}=300000^k$

Habrá, pues, $$\frac{16000000}{300000}=53^{m2},33$$

4.° Supóngase una pirámide de 260000^k de peso que hayamos de sustentar sobre 4 prismas de hierro fundido.

Resistiendo cada centímetro cúbico 10000^k y no debiendo cargarse mas que el $\frac{1}{5}$ ó 2000^k, se necesitará que los prismas tengan $\frac{260000}{2000} = 130^{c2}$ de seccion.

Se podrían hacer 4 prismas iguales cuya base fuese de 32^{c2},5.

1180. FUERZA DE COHESION, **ó resistencia á la traccion ó tension longitudinal.**

La cantidad en que un cuerpo se extiende en virtud de un esfuerzo en sentido de su longitud, es proporcional á esta longitud mientras dura la elasticidad del cuerpo; y la resistencia que opone á estirarse es tambien proporcional al área de la seccion trasversal.

Se podrá, pues, hallar la extension de un cuerpo cilíndrico ó prismático, por efecto de un esfuerzo en sentido de su longitud, por medio de la fórmula

$$e = \frac{Q}{E\omega}$$

en que son

e = La extension en metros que adquiere el cuerpo por cada metro de longitud.

Q = el esfuerzo de traccion que tiende á alargarle ó comprimirle en sentido de su longitud.

ω = el área de la seccion trasversal del cuerpo en centímetros cuadrados.

E = un número constante para cada cuerpo, llamado *coeficiente ó módulo de elasticidad*, que expresa en kilógramos el peso capaz de alargar, si fuera posible, una barra ó prisma de materia homogénea y de un centímetro cuadrado de seccion en una cantidad igual á su longitud primitiva.

La tabla siguiente de Poncelet dá los valores del coeficiente de elasticidad E mas frecuentemente usados en las construcciones, así como el de e correspondiente al límite de elasticidad, y los de la carga Q de que no se puede pasar sin alterar este límite.

CUERPOS.	LÍMITE de elasticidad e	CARGA Q de que no se puede pasar sin alterar el límite de elasticidad por centimet.° cuadr° de seccion.	COEFICIENTE de elasticidad E por centímetro cuadrado de seccion.
	m	kil.	kil.
Cedro del Libano	$\frac{1}{520} = 0{,}00192$	173	90000
Fresno	$\frac{1}{885} = 0{,}00113$	127	112000
Haya	$\frac{1}{570} = 0{,}00175$	163	93000
Olmo	$\frac{1}{414} = 0{,}00242$	235	97000
Pino amarillo ó blanco	$\frac{1}{850} = 0{,}00117$	217	185400
Pino rojo	$\frac{1}{470} = 0{,}00210$	315	150000
Roble	$\frac{1}{600} = 0{,}00167$	200	120000
Acero de Alemania de muy buena calidad	$\frac{1}{835} = 0{,}00120$	2500	2100000
Acero fundido muy fino	$\frac{1}{4500} = 0{,}000222$	6600	3000000
Bronce de cañon fundido	$\frac{1}{1590} = 0{,}00063$	200	320000
Fundicion de hierro de granos finos	$\frac{1}{1200} = 0{,}00083$	1000	1200000
Id. gris inglesa de buena calidad	$\frac{1}{1410} = 0{,}00078$	600	909600
Hierro dulce pasado por la hilera en pequeñas dimensiones	$\frac{1}{1250} = 0{,}00080$	1475	1800000
Hierro en barras	$\frac{1}{1250} = 0{,}00080$	1220,5	2000000
Hilo de cobre	»	»	1310000
Hilo de laton recocido	$\frac{1}{742} = 0{,}00135$	1500	1000000
Hilo de plomo de copela, estirado en frio, de 4 milímetros de diámetro	$\frac{1}{1490} = 0{,}00067$	40	60000
Hilo de plomo impuro del comercio, estirado en frio, de 6 milímetros de diámetro	$\frac{1}{1200} = 0{,}00050$	40	80000
Laton fundido	$\frac{1}{1320} = 0{,}00076$	480	645000
Plomo fundido ordinario	$\frac{1}{477} = 0{,}00210$	100	50000

Si queremos averiguar por medio de esta tabla el alargamiento que tendria una péndola de un puente colgante, compuesta de varios alambres, ó bien una barra de hierro cuyo diámetro fuese de $0^m,02$ y 6^m su longitud, siendo 3500^k el peso que debiera aguantar, empezaríamos por hallar la carga correspondiente á un centímetro cuadrado de seccion por metro de longitud para comparar el alargamiento que tendria respecto del que dá la tabla para el límite de elasticidad. Sería, pues, la seccion, $\omega=\pi r^2=3,1416\times 0^m,01^2=3,1416$ centímetros cuadrados;

$$\text{y la carga por centímetro cuadrado}=\frac{Q}{\omega}=\frac{3500}{3,1416}=1114^k$$

Como para el alambre de hierro es en la tabla 1475^k el valor correspondiente á la carga por centímetro cuadrado, que conviene al límite de elasticidad 0,0008, se tiene

$$1475 : 0,0008 :: 1114 : \frac{0,0008\times 1114}{1475}=0^m,0006 \text{ por metro de longitud.}$$

Para los 6^m que tiene de largo la péndola es $0,0006\times 6=0^m,0036$.

La fórmula y tabla darían directamente para 1^m de longitud

$$e=\frac{Q}{E\omega}=\frac{3500}{1800000\times 3,1416}=0^m,00061$$

Debe procurarse no tomar en las construcciones mas de la mitad del valor que corresponde al límite de elasticidad.

1181. Límite de los pesos ó esfuerzos por tension, ó sea la fuerza de cohesion á que se deben someter los cuerpos en las construcciones.

Será prudente y preferible en todos los casos hallar siempre el límite de los esfuerzos de traccion conocida la carga correspondiente al límite de elasticidad. Pero bastará tomar para las construcciones de piedra, ladrillo, mortero y madera el $\frac{1}{10}$; para los metales el $\frac{1}{6}$ y aun $\frac{1}{8}$ cuando la construccion es de barras y no de alambres; y para las cuerdas $\frac{1}{2}$ del esfuerzo que puede causar la rotura por traccion en los diferentes cuerpos cilíndricos ó prismáticos á que se refiere la tabla siguiente. Para el hierro colado no debe pasar el valor de R de $\frac{1}{4}$ de la carga de rotura, y aun se debe evitar su empleo en las construcciones expuestas á choques.

Fuerza de cohesion.

CUERPOS. $Q=E\omega$ R = coeficiente de cohesion ω = área trasversal en centímetros cuadrados.	ESFUERZO R POR CENTÍMETRO CUADRADO. Capaz de producir la rotura.	ESFUERZO R POR CENTÍMETRO CUADRADO. De que se puede cargar al cuerpo con seguridad.
Maderas.	k	k
Acacia en el sentido de sus fibras	800 á 1120	80 á 11,2
Alamo id	125	12,5
Arabo (Cuba) id	490	49
Banaba (Filip^s.) id	904	90,4
Balibago id. id	1180	118
Baría (Cuba) id	700	70
Bitoc (Filip.^s) id	1010	101
Box id	1400	140
Caoba id	600	60
Calumpit (id.) id	905	90,5
Calamansanay (id)	892	89,2
Castaño id	600 á 1300	60 á 130
Cedro id	350 á 820	35 á 82
Chopo id	600 á 700	60 á 70
Chopo, lateralmente á las fibras	57	5,7
Dagame (Cuba) en sentido de las fibras	1700	170

CUERPOS.	ESFUERZO R POR CENTÍMETRO CUADRADO	
	Capaz de producir la rotura.	Que se puede hacer soportar al cuerpo con seguridad
	k	k
Dongon (Filips) id	658	65,8
Encina id	700 á 800	70 á 80
Fresno id	1200	120
Haya id	900	90
Júcaro (Cuba.) id	890	89
Mangachapuy (Filipinas)	372	37,2
Molave (id.) id	1257	125,7
Narra (id.) id	633	63,3
Ocuje (Cuba.) id	809	81
Olmo id	1000	100
Palo Maria(F.s)id	950	95
Pino id	800 á 900	80 á 90
Pino lateralmente á las fibras	42	4,2
Plátano en sentido de las fibras	640	64
Peral id	690	69
Roble id	600 á 800	60 á 80
Roble, perpendicularmente á las fibras	160	16
Roble ó pino... Piezas rectas formadas de pedazos ensamblados	4	0,4
Roble ó pino... Piezas curvas, id	3	0,3
Yacal(Filipinas)id	1174	117,4
Yaya (Cuba.) id	1520	152
Metales.		
Acero. Fundido ó de cementacion, estirado al martillo en pequeños pedazos	10000	1667
Acero. El peor, en gruesos pedazos y mal templado	3600	600
Acero. Término medio	7500	1250
Bronce de cañones, término medio	2300	383
Id. laminado en sentido de la longitud	2100	350
Id. id. de calidad superior	2600	433
Id. batido	2500	417
Id. fundido	1340	233
Cadenas de hierro dulce. Ordinarias, de anillos oblongos	2450	400
Cadenas de hierro dulce. Reforzadas por estays	3200	533
Cobre amarillo ó laton fino	1260	210
Cobre rojo en hilo no recocido. El mas fuerte de menos de 1mil. de diámetro	7000	1167
Cobre rojo en hilo no recocido. Término medio, de 1 á 2 mil. de diámetro	5000	833
Cobre rojo en hilo no recocido. Id el peor	4000	667
Cobre amarillo de hilo no recocido. El mas fuerte de 1mil. de diámetro	8500	1416
Cobre amarillo de hilo no recocido. Término medio, id.	5000	833
Estaño fundido	300	50
Fundicion gris	1250 á 1350	209 á 225
Hierro forjado ó estirado en barras	2500 á 6000	416 á 1000
Id. término medio	4000	666
Hierro en plancha laminada. Tirando en sentido del plano	4100	700
Hierro en plancha laminada. Id. perpendicular	3600	600
Hierro en hojas, muy dulce	4500	750
Hilo de hierro no recocido. El mas fuerte, de 0mil.,5 á 1mil. de diámetro	8000	1333
Hilo de hierro no recocido. El mas débil, de gran diámetro	5000	833
Hilo de hierro no recocido. Término medio	6000	1000
Hilo de hierro en haz ó cable	3000	500
Hilo de platina. Martillado ó batido, no recocido de 0mil. 127 de diámetro	11600	1933
Hilo de platina. Id. recocido	3400	567
Hilo de plomo de copela, fundido, pasado á la hilera y de 4mil. de diámetro	136	22,7
Plomo fundido	128	21
Plomo laminado	135	22,5
Zinc fundido	600	100
Id. laminado	500	83

CUERPOS.	ESFUERZO R POR CENTÍMETRO CUADRADO — Capaz de producir la rotura.	Que se puede hacer soportar al cuerpo con seguridad.
	k	k
Cuerdas y correas.		
Cables gruesos de cáñamo, de 13 á 14mil. de diámetro	880	440
id. de 23 milímetros	600	300
Cuerda vieja de 23 milímetros	420	210
Cuerda de abacá (*) por centímetro cuadrado	500	250
Cuerda de plátano sabá comun (Musa paradísica) por centímetro cuadrado, bien torcida	234	117
Cuerda de pita, mal torcida, por centímetro cuadrado	100	50
Correas de cuero negro	»	20
Las cuerdas mojadas resisten ⅓ de cuando están secas	»	»
Piedras, ladrillos, morteros, etc.		
Estos materiales se emplean solo accidentalmente para resistir á la tension.		
Piedras — Basalto de Auvergne	77	7,70
Piedras — Calcáreo de Portland	60	6,00
Piedras — Id. blanco, grano fino y homogéneo.	14,4	1,44
Piedras — Id. de tejido compacto, litográfico	30,8	3,08
Piedras — Id. de tejido arenáceo	22,9	2,29
Piedras — Id. de tejido oolítico	13,7	1,37
Ladrillos — Muy bien cocidos	19,5	1,95
Ladrillos — Ordinarios, débiles	8,0	0,80
Yeso. Su adherencia á la piedra y ladrillo es ⅔ de su cohesion. — Bien amasado y duro	11,7	1,17
Yeso. — Mas duro	5,8	0,58
Yeso. — Fabricado al modo ordinario	4,0	0,40
Morteros — De cales grasas y arena, á los 14 años	4,2	0,42
Morteros — Id. id. malos	0,75	0,075
Morteros — De cales hidráulicas y arena	9,00	0,90
Morteros — De cales eminentemente hidráulicas	15,00	1,50
Morteros — Cimento de un año, término medio	9,00	0,90
Vidrio y cristal en tubos ó barras	248	24,80

Una espira de un tornillo que tenga $0^{m},05$ de largo $0^{m},0056$ de diámetro exterior y $0^{m},0028$ el interior, siendo $0^{m},027$ el espesor del filete, se puede cargar con seguridad

siendo de pino con............ 35^{k}
roble.................. 68^{k}
fresno seco............ 71^{k}
olmo................... 59^{k}

(*) *Musa Trogloditarum textoria.*=Plátano de cuyas pencas ó peciolos se saçan las fibras longitudinales de su tejido vascular. Con ellas se hacen cuerdas, tejidos varios y telas finas: pero cuando los hilos son muy delgados es preciso procurar no les dé el viento mientras se tejen para evitar se quiebren. Macerando el *abacá* quedan las telas y cuerdas mucho mas fuertes, aunque de todos modos lo son bastante. Hasta ahora lo sacaban á mano los Indios por medio de una cuchilla atada á una caña que la sirve de resorte. Pero ya se van inventando máquinas que producen el doble, triple y aun cuádruple cantidad que por el trabajo ordinario del hombre. Se cultiva en Filipinas en abundancia. El mejor es el de Camarines, Albay y Panay. Los marinos le usan para cables con preferencia al cáñamo por su flexibilidad, y se hace gran comercio de él con los Estados Unidos. Al año se cosechan mas de 250.000 quintales.

EJEMPLOS.

1.° *Escuadria de una pieza de roble, capaz de levantar* 5000^k *de peso.*

$$\sqrt{\omega}=\sqrt{\frac{5000}{60}}=\sqrt{83,33}=9^c,13 \text{ próximamente de lado.}$$

2.° *Escuadria de una cadena que sostenga igual peso de* 5000^k

La seccion de las dos barras del eslabon será $=2a^2$: y $\frac{5000}{400}=2a^2$

de donde $a=\sqrt{6,25}=2^c,5$;

3.° *La anchura de una correa de cuero, cuyo grueso sea de* 4 *milímetros, debiendo trasmitir un esfuerzo de* 150 *kilógramos,*

será $\frac{150}{20\times 0^c,4}=18,75$ centímetros.

4.° *El diámetro de una cuerda de abacá para subir un peso de* 1600^k *es*

$\frac{1}{4}\pi d^2=\frac{1600}{250}=6,4$ centímetros cuadrados, $d^2=\frac{6,4}{0,785}=8,15$, y $d=0^m,029$.

El cable empleado para subir el asta del telégrafo de Cavite (Filipinas) en 1854, fué de $0^m,04$ de diámetro; el palo tenia 20^m de longitud y $0^m,445$ de diámetro: su peso unos 70 quintales $=3220^k$.

El Capitan Hudart (Milingtou 191) halla el número de libras que puede sostener una cuerda multiplicando por 900 el cuadrado de su circunferencia ó bogeo en pulgadas. Así, el diámetro se encontrará, dado el peso Π que ha de levantar el cable, por medio de la fórmula

$$d=\frac{\sqrt{\Pi}}{94,25}, \quad \text{y para la práctica} \quad d=\frac{\sqrt{2\Pi}}{94,25}.$$

ó bien, si el peso es dado en kilógramos, y el diámetro en centímetros,

$$d=0,04\sqrt{2\Pi}$$

En Francia ponen 439^k por centímetro cuadrado ; y en Inglaterra 393^k.

La anterior fórmula dá, en igualdad de circunstancias, 400^k, ó 4^k por milímetro cuadrado; que es muy buena proporcion.

Las cuerdas viejas y las embreadas resisten solo $\frac{2}{3}$ ó $\frac{1}{2}$ de las nuevas y blancas.

1182. RESISTENCIA Á LA FLEXION Y FRACTURA **de un prisma empotrado en una de sus extremidades y solicitado en la otra por una fuerza P, en sentido perpendicular á su longitud.**

Cuando una pieza prismática se encuentra en el caso que expresa este enunciado, experimenta una flexion que será mayor ó menor segun la cantidad que determine la fuerza P que la obliga á encurvarse. Entre las fibras de que se compone hay unas que se estiran y otras que se contraen ó comprimen, sufriendo, por tanto, una tension las de la parte convexa y prexion las de la cóncava. Habrá precisamente en el tránsito de unas á otras de estas fibras otras mas que conservarán toda su magnitud, y que naturalmente quedarán *invariables*. En ellas, pues, estará el eje de equilibrio.

Si la fuerza P es suficientemente grande para producir la fractura de la pieza, suponiendo que hasta ese momento hayan sido proporcionales á la fuerza las tensiones y contracciones de las fibras, la resistencia de la pieza será igual á la suma de las resistencias de todas las fibras que componen la seccion trasversal: y el momento de fractura, tomado con relacion al eje de equilibrio ó de las fibras invariables en el instante de romperse la pieza, será igual al momento de la fuerza P con relacion al punto de fractura.

De manera que podrémos tener

$$Pc = \frac{RI}{n} \qquad (0)$$

para el caso en que se menosprecie el peso mismo de la pieza. En esta fórmula son

c =el brazo de palanca de la fuerza P, ó distancia del punto de fractura ó de empotramiento al de aplicacion de la fuerza; ó bien la longitud de la pieza entre el empotramiento y punto de aplicacion

$\frac{RI}{n}$=momento de fractura.

R =fuerza necesaria para romper un prisma cuya seccion es la unidad: ó la mayor resistencia á la tension y presion de las fibras que componen la seccion de rotura en los prismas solicitados por fuerzas perpendiculares á su longitud.

I = momento de inercia de la seccion de fractura, tomado con relacion á la línea de las fibras invariables.

n = distancia de esta línea al punto mas lejano de la seccion de fractura.

Este eje de equilibrio no puede pasar por el centro de gravedad de la seccion trasversal de las piezas á menos que no sean iguales por la naturaleza de las mismas los coeficientes R de tension y contraccion. Cuando así no fuere sería conveniente buscar la situacion de dicho eje de equilibrio, pues entónces la suma de los momentos de las resistencias de las fibras con arreglo al mismo eje, darían el verdadero momento de fractura de la pieza.

De modo que siendo $dxdy$ el área elemental de una fibra, y $n n'$ las distancias al eje de equilibrio de dos de ellas en las caras convexa y cóncava, se tendría, siendo R el coeficiente de tension y m R el de contraccion,

$$\frac{R}{n}\int\int^{n} dxdy.y = \frac{mR}{n}\int\int^{n'} dxdy.y$$

y para una pieza rectangular bh

$$\frac{R}{n}\int_{0}^{b} dx \int_{0}^{n} dy.y = \frac{mR}{n}\int_{0}^{b} dx \int_{0}^{h-n} dy.y$$

ó $\qquad n^2 = m(h-n)^2 \quad$ y $\quad n = \frac{h\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}} \quad$ » $\quad n' = h - n = \frac{h}{1+\sqrt{m}}$

El momento de fractura es la suma de los momentos de estas resistencias con arreglo al eje de equilibrio, ó

$$\frac{RI}{n} = \frac{R}{n}\int_{0}^{b} dx \int_{0}^{n} y^2 dy + \frac{mR}{n}\int_{0}^{b} dx \int_{0}^{n'} y\, d^2 y$$

que para la pieza $b\,h$ dá

$$\frac{\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}} R \frac{bh^2}{3} \quad ó \quad \frac{2\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}} R \frac{bh^2}{6} = Pc$$

Bastaría, en consecuencia, poner por R su valor de la tabla anterior y de la del núm. 1175, y deducir n. Si la pieza fuera de pino R=700000 y $R_{,}$=450000;

y $\quad m = \frac{450000}{700000} = 0{,}643, \quad$ y $\quad n = 0{,}415\,h$: $\quad$ de donde

$$Pc = 0{,}89\ R \frac{bh^2}{6}$$

Los valores de n, deducidos de este modo para toda clase de cuerpos, cualquiera que fuera la seccion trasversal, nos darían con la mayor aproximacion la situacion del eje de equilibrio y la expresion del momento de fractura. Pero como realmente la proporcionalidad entre las resistencias de tension y contraccion no subsiste sino en tanto que la flexion es pequeña, puesto que no puede menos de

cesar aquella desde que se pierde la elasticidad de los cuerpos, el eje de equilibrio mudará de situacion á medida que aumente la flexion del cuerpo, y los momentos de fractura producirán distintos coeficientes.

En este concepto, y en razon á que en las construcciones nunca se cargan las piezas de modo que las cause demasiada flexion ni las haga perder su elasticidad, si tomamos para R un promedio de los valores asignados para la tension y presion en las tablas de los núm.s 1175, 1181; y por último, puesto que en este caso el eje de equilibrio ó línea de las fibras invariables difiere poco ó no difiere de la del centro de gravedad de los cuerpos, podrémos sin error sensible suponer que esto es así cuando se trata de la resistencia de piezas contra fuerzas perpendiculares á su longitud.

Así, pues, la suma de los momentos de las resistencias de las fibras será el doble de uno de ellos, puesto que en este caso es $m=1$, y así,

$$Pc=\frac{R}{n}2\int\int dx\,dy\,y^2=\frac{RI}{n} \qquad (0)$$

Antes de romper el prisma ha verificado una flexion dada por la fórmula

$$\frac{Pc^3}{3}=EIf. \quad ó \quad f=\frac{Pc^3}{3EI} \qquad (1)$$

siendo tambien $\qquad \text{tang.}\,\alpha=\dfrac{3f}{2c}$

E = es el módulo de elasticidad de la tabla (n.º 1180); el cual habrá de multiplicarse por 10000 cuando las fuerzas esten dadas en kilógramos y las dimensiones en metros.

EI = es el momento de elasticidad ó de flexion del prisma.

f = la flecha ó cantidad en que se mueve el punto de aplicacion de la fuerza P en sentido de esta misma fuerza.

α = ángulo con la horizontal de la tangente al extremo de la curva.

1183. Cuando el esfuerzo P está uniformemente repartido por toda la longitud de la pieza (lo que se verifica cuando la fuerza que actua en ella es producida por su propio peso), llamándole p por metro ó por unidad de longitud en kilógramos, se tiene para el peso total pc; y siendo $\frac{1}{2}c$ el brazo de palanca, la ecuacion de equilibrio será

$$\left.\begin{array}{l} pc\times\frac{1}{2}c=\dfrac{RI}{n} \quad ó \quad \dfrac{pc^2}{2}=\dfrac{RI}{n} \\ \text{y para la flexion } \frac{1}{8}pc\times c^3=EIf, \quad ó \quad \dfrac{pc^4}{8}=EIf\left\{\begin{array}{l} ó\ f=\dfrac{pc^4}{8EI} \\ \text{tang.}\,\alpha=\dfrac{4f}{3c} \end{array}\right. \end{array}\right\} \qquad (2)$$

1184. Solicitado el prisma por la fuerza extrema P, y llevando en cuenta el peso de la pieza, ó solicitado tambien por pesos p en la unidad de longitud, se tiene

$$\left(P+\frac{pc}{2}\right)c=\frac{RI}{n}; \qquad \left(\frac{P}{3}+\frac{pc}{8}\right)c^3=EIf \qquad (3)$$

$$y \qquad \text{tang.}\,\alpha=\left(P+\frac{pc}{3}\right)\frac{c^2}{2EI}$$

1185. Segun estas fórmulas vemos que se deberá agregar al peso equivalente al esfuerzo P el que tenga lugar por el peso del sólido ó carga uniformemente repartida, cuando ella pueda tener influencia notable en la resistencia de la pieza: en cuyo caso el problema queda reducido al primero, de no considerar mas que una sola fuerza aplicada al extremo del prisma. Así lo harémos en los diferentes casos que siguen.

1.° = *Caso en que la seccion es un rectángulo.*

Si la seccion trasversal del prisma es rectangular, y llamamos

b = la dimension perpendicular á la fuerza P, y

h = la altura ó dimension en sentido de la fuerza, será

$$n=\frac{h}{2}, \text{ é } I = 2\int\int dx\,dy\,y^2 = 2\int_0^b dx \int_0^{\frac{h}{2}} d\,y \times y^2 = \frac{b h^3}{12}.$$

Así, las dos fórmulas fundamentales (0,1) serán ahora

$$Pc = \frac{R b h^2}{6} \quad \text{y} \quad \frac{P c^3}{3} = \frac{E b h^3}{12} f$$

ó

$$b h^2 = \frac{6 P c}{R} \qquad f = \frac{4 P c^3}{E b h^3}$$

Para las piezas de hierro fundido es $b = \frac{1}{12} h$ al mínimo, y $b = \frac{1}{4} h$ al máximo. Para las maderas se toma b entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ de h; y para las piezas aisladas se hace $b = \frac{5}{7} h$.

Expresándose la fuerza en kilógramos, y las dimensiones c, h, b, f, en metros, se tiene para los valores de E y R los de la tabla siguiente.

DESIGNACION DE LAS MATERIAS.	VALOR DE R.	VALOR DE R — Para la fractura de la pieza.	VALOR DE R — De que no se puede pasar en la práctica.
Roble	1200000000	6000000	500000 á 700000
Pino	1854000000	8000000	600000 á 800000
Arcos en planchas	500000000	3000000	250000 á 300000
Hilos de hierro formando cable	18000000000	30000000	6000000 á 10000000
Hierro forjado	18000000000	40000000	4000000 á 8000000
Hierro pasando de $0^m,06$ de costado	20000000000	60000000	6000000 á 10000000
Hierro fundido de buena calidad no expuesto á choques	12000000000	28000000	térm.° medio 7000000

Los valores dados á R por esta tabla pueden usarse con satisfaccion, como lo acreditan muchas construcciones existentes, fuertes y ligeras, puesto que ninguno de ellos pasa de la mitad del asignado al límite de elasticidad en la tabla del número 1180, debiendo, por consiguiente, conservarse dicha elasticidad y ser la flexion muy pequeña.

Para las piezas no contenidas en esta tabla se puede tomar un promedio entre los números correspondientes en las tablas de presion y tension, (1177 y 1182) y las que se expresan en la del núm. 1057.

Segun la tabla presente las fórmulas anteriores serán, para el pino

$$b h^2 = \frac{6 P c}{700000} \qquad f = \frac{4 P c^3}{1300000000\, b h^3}$$

para el hierro fundido

$$b h^2 = \frac{7000000}{6 P c} \qquad f = \frac{4 P c^3}{12000000000\, b h^3}, \ \&\ \&.$$

2.° = *Caso en que la seccion trasversal es un cuadrado.*

En este supuesto $b = h$, y las últimas fórmulas

para el pino $\quad b^3 = \dfrac{6 P c}{700000}, \qquad f = \dfrac{4 P c^3}{1300000000\, b^4}, \ \&\ \&.$

3.° = *Caso en que la seccion es un círculo.* Llamando r el rádio, se tiene

$$n = r, \quad I = \frac{\pi r^4}{4},$$

y

$$r^3 = \frac{4 P c}{R \pi} \qquad f = \frac{4 P c^3}{3 E \pi r^4}$$

El momento de fractura del cuadrado y círculo inscrito está en la razon de 1 á $\frac{3}{5}$.

Los gorrones de una rueda hidráulica tienen generalmente su longitud igual á su diámetro: y en atencion á que no deben experimentar flexion sensible y que están contínuamente mojados y gastados por la arena fina que en ellos se introduce, se debe duplicar el valor de la fórmula; por todo lo cual se tendrá $c = 2r$

y

$$r^3 = 2\,\frac{4 P \times 2r}{R \pi}, \text{ ó } r^2 = \frac{16 P}{R \pi} = \frac{16 P}{21991200}.$$

EJEMPLO.

Supongamos una rueda hidráulica cuyo peso sea de 20000^k y que contenga 4^{m3} de agua. Su peso total será 24000^k, correspondiendo á cada gorron 12000^k: será, pues,

$$P = 12000 \quad \text{y} \quad r = 0^m{,}094 \quad \text{ó} \quad d = 0^m{,}188.$$

Esta misma fórmula servirá para hallar los ejes de pilones, batanes, martillos, &, y todos aquellos cuyos árboles esten expuestos á recibir choques.

Para los árboles ó ejes cuyos muñones esten engrasados, bastará hacer en la fórmula solamente $c = 2r$.

Para los carruajes, cuyos muñones son generalmente de hierro forjado, se toma para R el valor de 7200000, resultando

$$r^3 = \frac{4 P c}{22619520}$$

fórmula que dá resultados muy conformes á los de la experiencia, como se vé en la siguiente tabla, que expresa las dimensiones adoptadas por los mejores constructores ingleses de carruajes.

CLASE DE CARRUAJES.	NÚMERO de ruedas.	CARGA sobre cada muñon.	LONGITUD de los muñones.	RÁDIOS dados por los constructores.	RÁDIOS calculados por la fórmula.
		k	m	cent.	cent.
Tilbury.............	2	104,5	0,30	1,90	1,70
Cabriolé............	2	296	0,23	2,03	2,30
Landó...............	4	400	0,23	2,55	2,60
Britzchka...........	4	235	0,20	2,05	2,00
Coche...............	4	382	0,28	2,85	2,80
Carro...............	2	609	0,29	3,20	3,10
Wagon...............	4	1015	0,33	3,80	3,90
Galera..............	4	1420	0,33	4,30	4,20
Diligencia..........	4	1220	0,28	3,80	4,00
Carromato...........	2	1200	0,33	3,80	3,90

4.° = *Cuando el cuerpo es un cilindro vacío*, llamando r al rádio exterior y r' al interior, se tendrá para el momento de fractura la diferencia de los de ambos cilindros, considerados sólidos, segun expresa la fórmula

$$(r^4 - r'^4) \quad P c \qquad\qquad 4 P c^3$$

Si r' es una parte alícuota de r, haciendo $r'=mr$ se tiene

$$r^3=\frac{4Pc}{R\pi(1-m^4)}; \quad y \quad f=\frac{4Pc^3}{3\pi E r^4(1-m^4)}.$$

5.° = *Para un sólido de seccion elíptica* cuyos ejes vertical y horizontal fuesen $2h$ y $2b$, se tiene

$$I=\frac{\pi b h^3}{4} \qquad b h^2=\frac{4Pc}{R\pi} \qquad f=\frac{4Pc^3}{3\pi E b h^3}$$

6.° = *Si el sólido elíptico fuese hueco,* teniendo, además, $2h'$ y $2b'$ para los ejes interiores, resultaría

$$\frac{bh^3-b'h'^3}{h}=\frac{4Pc}{R\pi} \qquad f=\frac{4Pc^3}{3\pi E(bh^3-b'h'^3)}$$

7.° = *Cuando el sólido es un prisma hueco, siendo rectangular la seccion, ó cuan-*
Fig.s 356 y 357. *do tiene la forma de doble* T (*fig.*s 356, 357), como sucede á las bielas ó barras de conexion, las balanzas de las máquinas de vapor, bombas, &, se tendrá

$$I=\frac{bh^3-b'h'^3}{12}; \quad \frac{bh^3-b'h'^3}{h}=\frac{6Pc}{R}; \quad y \quad f=\frac{4Pc^3}{E(bh^3-b'h'^3)}.$$

Regularmente se dá á las balanzas una altura igual á 16 veces su grueso, teniendo entonces las proporciones $b=\frac{1}{8}h$, $b'=\frac{1}{32}h$, y $h'=\frac{7}{8}h$; con lo que resulta la fórmula para las balanzas de fundicion

$$h^3=\frac{Pc}{104000}.$$

En la práctica toman os constructores ingleses el doble de la fuerza P, soportada en la extremidad de la balanza, correspondiente á la presion habitual de la caldera. En este caso debe hacerse $R=3750000^k$.

Ejemplo.

Suponiendo una máquina de $1^{atm.},30$ de presion, para la que sean el rádio del cilindro $=0^m,50$, y el curso del émbolo $=1^m,90$, hallar las dimensiones de la balanza.

La longitud total de esta es (n.° 927) (segun las reglas prácticas de Watt)

$$3,082\times1,90=5^m,857, \text{ y } c=2^m,928.$$

El esfuerzo del vapor sobre el émbolo es

$\pi r^2\times 1^{atm.},30=7854^{cent.}\times1^k,3429=10547^k$, y su duplo $21094=P$.

Así, tendrémos

$$h^3=\frac{21094\times2,928}{104000}=0,594;\ h=0^m,84;\ b=0^m,105;\ b'=0^m,026;\ h'=0^m,73.$$

Si la pieza es de hierro batido y las cabezas con escuadras, la fórmula seria

$$\frac{6Pc}{R}=\frac{bh^3-b'h'^3-b''h''^3-b'''h'''^3}{h}$$

Para este caso de ser de hierro forjado la pieza, calculados que sean los brazos iguales, se hará el inferior $\frac{1}{15}$ menor que el superior.

Fig. X, Lám. 40. Si la doble T fuese de cabezas desiguales, como algunas veces sucede con barras de fundicion, segun demuestra la (*fig.* X *lám.* 40), la fórmula sería

$$Pc=\frac{R}{3(b-x)}[bx^3-(b-a_,)(x-e_,)^3+b_,(h-x)^3-(b_,-a_,)(h-x-c_,')^3]$$

8.° = *Caso en que la seccion es un paralelógramo, cuya diagonal es perpendicular á la direccion de la fuerza.*

Haciendo $n=h$, sería $I=\dfrac{bh^3}{6} \quad bh^2=\dfrac{6Pc}{R} \quad f=\dfrac{2Pc^3}{Ebh^3}.$

9.° = *Si la seccion es un triángulo* ABD mitad del rombo ABDC, siendo $b = AD$, y $h = \frac{BC}{2}$, se tiene

$$bh^2 = \frac{12Pc}{R} \qquad f = \frac{4Pc^3}{Ebh^3}.$$

Por cuyas fórmulas se vé que Pc y f son respectivamente mitad y doble de los del caso anterior.

10.° = *Si la seccion es el triángulo* ACD, siendo la línea MN de las fibras invariables paralela á uno de los costados, se tiene,

$$n = \tfrac{2}{3}h \qquad I = \frac{bh^3}{36},$$

y

$$bh^2 = \frac{24Pc}{R} \qquad f = \frac{12Pc^3}{Ebh^3}.$$

11.° = *Cuando la seccion sea un rectángulo, en que la línea de las fibras invariables* MN *forme un ángulo* α *con el costado* b, se tiene

$$Pc = \frac{Rbh}{6} \times \frac{b^2 \operatorname{sen.}^2\alpha + h^2 \cos.^2\alpha}{b \operatorname{sen.} \alpha + h \cos. \alpha}; \qquad f = \frac{4Pc^3}{Ebh\,(b^2 \operatorname{sen.}^2\alpha + h^2 \cos.^2\alpha)}$$

Si $b = h$

$$Pc = \frac{Rb^3}{6\,(\operatorname{sen.} \alpha + \cos. \alpha)}$$

Si la pieza se empotrase de modo que una diagonal quedase vertical, siendo entonces $\alpha = 45°$

$$Pc = \frac{Rb^3}{6\sqrt{2}}$$

Expresion menor que la del caso segundo en la razon de $\sqrt{\tfrac{1}{2}} : 1$ ó $\tfrac{5}{7} : 1$

Si $\alpha = 0$, $\operatorname{sen.} \alpha = 0$ y $\cos. \alpha = 1$. Las fórmulas serán las mismas que para el primer caso de la seccion rectangular.

12.° = *Caso en que la seccion trasversal tenga la figura de una* T (*figs*. 361,362), que es la que generalmente conviene á los brazos de las ruedas hidráulicas y de engranage. La parte cd de la seccion es en este caso un nervio que impide la flexion del brazo. La fórmula es *Figs*. 361 y 362.

$$Pc = \frac{R}{3} \cdot \frac{bn^3 - (b-b')\,(n-h')^3 + b'\,(h-n)^3}{h-n}, \text{ siendo } \quad n = \tfrac{1}{2}\,\frac{bh'^2 - b'h'^2 + b'h^2}{bh' - b'h' + b'h}$$

Por lo regular se toma $b' = h' = \tfrac{1}{5}b$, y $h - h' = b$, lo que dá $n = \tfrac{2}{5}b$

y

$$Pc = \frac{R}{3} \cdot \frac{b^3}{5}, \quad \text{de donde} \quad b^3 = \frac{15Pc}{R}.$$

Si fuese $b' = h' = \tfrac{1}{5}b$, y $h - h' = \tfrac{1}{2}b$, resultaria $n = \frac{13}{60}b$ ó $\tfrac{1}{5}b$ próximamente

y

$$b^3 = \frac{7{,}5\,Pc}{R}.$$

Cuando esta seccion corresponde á los brazos de una rueda hidráulica ó de engranage, el nervio es bastante delgado para tomarle en consideracion; quedando reducido su efecto á impedir la flexion del brazo. En este caso se podrán calcular las dimensiones de aquel por la primera fórmula correspondiente á una seccion rectangular.

Supongamos una rueda hidráulica cuyos brazos sean de hierro fundido (lo que hace $R = 7000000$), de 20 caballos de fuerza, con $1^m{,}50$ por segundo de velocidad en la circunferencia exterior de la rueda; siendo, además, el rádio exterior $r = 2^m{,}48$, y la longitud del brazo $= 2^m{,}03 = c$:

se tendrá $$P = \frac{20^{cab.} \times 75^k}{1^m,50} \times \frac{2,48}{2,03} = 1220^k$$

y si el número de brazos fuese 4, el esfuerzo sobre cada uno resultaría

$$P' = \frac{1220}{4} = 305^k.$$

Siendo la fórmula para cuando la seccion es un rectángulo

$$b\,h^2 = \frac{6\,P\,c}{R};$$ y haciendo $b = \frac{1}{5}h$, $R = 7000000$, se tiene

$$h^3 = \frac{30 \times 305 \times 2,03}{7000000} = 0,00264, \text{ y } h = 0^m,138.$$

Esta rueda es de la cristalería de Baucarat (Francia) que marcha hace 30 años, y en ella es $h = 0^m,114$.

Para los brazos de las ruedas de engranage se seguirá igual procedimiento, tomando $h = 5,5\,b$.

Fig. 363. Si en uno y otro caso hubiese dos nervios (*fig.* 363),

se tendría $$\frac{6\,P\,c}{R} = \frac{b\,h^3 + 2\,b'\,h'^3}{h},$$ en cuya fórmula

se hará $h' = 0,5\,b$.

1186. Dientes de las ruedas.

Siendo b la anchura en centímetros de los dientes paralelamente al eje de la rueda, h su grueso, igualmente en centímetros, medido sobre la circunferencia del círculo primitivo, y s la salida sobre el anillo, se hará para los dientes engrasados y cuya velocidad por segundo no pase de $1^m,50$, $b = 4\,h$.

Si la velocidad de la circunferencia del círculo primitivo es mayor de $1^m,50$ en 1″ se hará $b = 5\,h$: y si el engranage está expuesto á mojarse $h = 6\,h$.

La salida de los dientes no debe pasar el límite $s = 1,5\,h$, siendo generalmente $s = 1,2\,h$,

Establecido esto se calculará el grueso de los dientes en la circunferencia primitiva por las fórmulas

$h = 0,105\,\sqrt{P}$ para el hierro fundido

$h = 0,131\,\sqrt{P}$ para el bronce ó cobre

$h = 0,145\,\sqrt{P}$ para la madera dura, como el hojaranzo, raiz de peral, ausubo, molave, &.

Se puede hallar h directamente considerando el diente como una pieza empotrada en un extremo y cargada en el otro por un esfuerzo que será la presion trasmitida por la rueda en contacto.

Los intermedios entre cada dos dientes será, para las ruedas bien ejecutadas, $(1 + \frac{1}{15})\,h$; y para las que no están bien acabadas $(1 + \frac{1}{10})\,h$.

EJEMPLOS:

Para una rueda de 25 caballos y $1^m,30$ por 1″ de velocidad en la circunferencia primitiva, se tiene

$$P = \frac{25 \times 75}{1,30} = 1443^k, \text{ y } \quad h = 4^c \quad b = 6\,h = 24^c.$$

Para una rueda de madera de 49,4 caballos y $4^m,55$ de velocidad por segundo, se tiene

$$P = \frac{49,4 \times 75}{4,55} = 813^k \quad h = 4^c,13 \quad b = 5\,h = 20^c,70.$$

Esta rueda marcha hace 35 años en la filatura de Guebwiller.

1187. Anillos y brazos de las ruedas de engranaje.

Para las ruedas cuyos dientes sean de fundicion de hierro, el anillo con el que forman cuerpo deberá tener los $\frac{2}{3}$ del espesor de los dientes en la circunferencia primitiva, conviniendo entonces reforzar este anillo por un nervio interiormente á su medio, cuyo espesor y salida serán iguales á los del anillo.

Para las ruedas de madera la anchura del anillo será igual á la de los dientes embutidos en él, aumentada una vez del grueso de estos en la circunferencia primitiva: y este último será el del anillo en el sentido del rádio. Para hallar la seccion de los brazos se les considerará cada uno como piezas empotradas en un extremo y solicitadas en el otro por el esfuerzo tangencial á la rueda.

El número de brazos que deben tener estas clases de ruedas es ordinariamente como sigue.

Para las de $1^m,30$ ó menos....................	4 brazos
— de $1^m,30$ á $2^m,50$....................	6
— de $2^m,50$ á 5^m........................	8
— de 5^m á 7^m..........................	10

En las ruedas muy ligeras, expuestas á débiles esfuerzos, conviene aumentar el número de brazos, á fin de que el anillo conserve su forma al enfriarse.

1188. Sólidos de igual resistencia.

Se dá este nombre á las piezas cuya figura es tal que ofrece igual resistencia en todos los puntos de su longitud. Un prisma, por ejemplo, que resistiese lo suficiente en el punto mas débil, tendrá exceso de fuerza en todos los demás. Quitando, pues, el material que le sobra quedará ajustada su figura á lo que exije la resistencia uniforme de la pieza; y con esto se ahorrará una buena parte del material sin desventaja alguna.

La forma longitudinal que dá el cálculo para el sólido de igual resistencia es la de una semiparábola (cuyo eje es la cara superior ó inferior del cuerpo, segun la situacion de la curva (*figs*. 364, 365), ó bien es la de una parábola entera (*fig*. 367). *Fig*. 364. 365, 367.

La altura y anchura de la pieza se determina por las fórmulas anteriores, segun sea la forma de la seccion trasversal; y conocidas estas dimensiones, de que una es arbitraria, se determina la curva por la fórmula

$$y^2 = \frac{b^2}{c} x.$$

En la que son x y las coordenadas de la curva contadas desde el punto en que se apoya la carga. Las consolas, repisas, balanzas de las máquinas de vapor, &, tienen generalmente esta forma.

Cuando el sólido este cargado uniformemente de pesos p en la unidad de su longitud, toma la forma de las figuras 368, 369, segun esté empotrado un extremo ó apoyados los dos; y cuando se halla abandonado á su propio peso tiene la forma de las 370, 371. *Figs*. 368 y 369.

1189. Sólidos reposando libremente sobre dos apoyos, como sucede á las vigas sueltas, árboles de las ruedas verticales, &.

La pieza puede considerarse empotrada en el punto sobre que actua la fuerza y solicitada en sus extremos por otros, que serán iguales á las resistencias que ofrezca en ellas. Bajo este concepto pueden servir todas la fórmulas anteriores para la resolucion de los diferentes casos que ocurran; observando, sin embargo, que, puesto que se ha de repartir el peso P en dos porciones del sólido y que la distancia c ha de ser igualmente mayor, la resistencia de la pieza será mas grande en la proporcion que expresa el modo de considerar la fuerza, como se verá en los siguientes casos:

1190. 1.° *Para el de suponer el peso* P *situado en el punto medio* m (*fig*.372). *Fig*. 372

Cada parte $Am{=}Bm{=}\frac{c}{2}$ resistirá el esfuerzo consiguiente á $\frac{P}{2}$, y la fórmula general (0) (núm. 1182) $Pc=\frac{RI}{n}$, será ahora

$$Pc=\frac{4RI}{n} \qquad (a):$$

es decir, que en el caso presente la resistencia de la pieza es cuatro veces mayor que en el de hallarse empotrada por un solo extremo.

La fórmula de la flexion (1) $Pc^3=3EIf$, será tambien

$$Pc^3=48EIf; \qquad (b)$$

que dice será la flexion, para un mismo peso, diez y seis veces menor.

Cuando el sólido está para romperse lo verificará en el punto medio, y el esfuerzo sobre cada apoyo será una fuerza normal á la curva, cuyas componentes son

$$\frac{P}{2} \quad \text{y} \quad \frac{P}{2}\text{tang.}\,\alpha$$

siendo α, como sabemos, el ángulo de la flecha con la normal, ó la inclinacion de la curva con el horizonte.

El momento de fractura será, pues,

$$\frac{RI}{n}=\frac{Pc}{4}+\frac{P}{2}f\,\text{tang.}\,\alpha=\frac{Pc}{4}\left(1+\frac{2f\,\text{tang.}\,\alpha}{c}\right)$$

ó para el rectángulo $$R=\frac{3Pc\left(1+\frac{6f^2}{c^2}\right)}{2bh^2} \qquad \left(\text{pues que, tang.}\,\alpha=\frac{3f}{c}\right)$$

y para el cuadrado $$R=\frac{3Pc\left(1+\frac{6f^2}{c^2}\right)}{2b^3}$$

1191. *Para cuando la pieza tenga por seccion un rectángulo*, puesto que $n=\frac{h}{2}$, $I=\frac{bh^3}{12}$, (1185) las anteriores ecuaciones (*a*) (*b*) darán

$$bh^2=\frac{3Pc}{2R} \qquad f=\frac{Pc^3}{4Ebh^3}$$

Si la seccion es un cuadrado, $b=h$; y de aquí

$$b^3=\frac{3Pc}{2R} \qquad f=\frac{Pc^3}{4Eh^4}.$$

Para piezas sueltas puede hacerse, como en las fórmulas anteriores,

$$R=700000,\ R=800000,\ R=7000000,\ \&,$$

segun la clase del material (tabla núm. 1185). Mas para ejes de las ruedas hidráulicas, dentadas y volantes, que están expuestos á sacudimientos, debe tomarse la mitad de estos valores para que el de su resistencia sea doble y ofrezca la seguridad apetecible.

EJEMPLO.

Sea una rueda hidráulica, y propongámonos averiguar la escuadría de su eje cuadrado, de roble y de 4^m de largo, soportando en su medio una carga de 5000^k

Se tienen $P=5000^k$, $c=4^m$, $R=\frac{1}{2}\,700000=350000$

$$b^3=\frac{5000\times4\times3}{2\times350000}=0{,}0857, \quad \text{y} \quad b=0^m{,}44.$$

Con iguales circunstancias sería para un eje de hierro $b=0^m{,}205$.

Si la seccion fuese circular ó poligonal la fórmula (núm. 1185, 3.°)

$$r^3=\frac{4\,P\,c}{R\,\pi}\qquad\text{sería}\qquad r^3=\frac{P\,c}{R\pi};$$

puesto que, como en el caso anterior, son ahora $P=\frac{P}{2}$ y $c=\frac{c}{2}$. Aplicada al mismo problema daria $r^3=\frac{5000\times4}{350000\times3{,}1416}=0{,}018$, y $r=0^m{,}26$.

1192. 2.° *Si la carga está uniformemente repartida en toda la longitud del sólido*, siendo p el peso por metro, $p\,c$ será la carga total, cuya mitad es $\frac{1}{2}\,p\,c$; y las fórmulas (a) (b), darán

$$\frac{p\,c^2}{8}=\frac{R\,I}{n};\quad \frac{1}{48}\times\frac{5}{8}pc^4=E\,I\,f,\quad \text{ó}\quad f=\frac{5,p\,c^4}{384\,E\,I}.\qquad \text{y}\qquad \text{tang.}\ \alpha=\frac{16\,f}{5\,c}$$

El peso $p\ c$ ó la resistencia será doble que en el caso anterior, cuando se considera la fuerza aplicada al punto medio, y la flecha los $\frac{5}{8}$.

Poniendo por n é I los valores de los números anteriores correspondientes á las diferentes secciones (lo que se repetirá en los casos siguientes), se tiene

Para un sólido de seccion rectangular........... $b\,h^2=\frac{3\,p\,c^2}{4\,R}\qquad f=\frac{5\,p\,c^4}{32\,E\,b\,h^3}$

Para otro de seccion cuadrada................ $b^3=\frac{3\,p\,c^2}{4\,R}$

Y para uno poligonal ó circular................ $r^3=\frac{p\,c^2}{2\,R\,\pi}\qquad f=\frac{5pc^4}{96\,E\pi\,r^4}$

1193. 3.° *Si la pieza estuviese cargada en su medio de un peso* P *y de otro* p *en cada metro de su longitud*, se tendria

$$\left(P+\frac{p\,c}{2}\right)\frac{c}{4}=\frac{R\,I}{n},\quad \text{y}\quad f=\left(P+\frac{5}{8}p\,c\right)\frac{c^3}{48\,E\,I}\qquad \text{tang.}\ \alpha=\frac{3\,P+p\,c}{8\,P+5\,pc}\cdot\frac{8\,f}{c}$$

Para una pieza de seccion rectangular es

$$b\,h^2=\left(P+\frac{p\,c}{2}\right)\times\frac{3\,c}{2\,R}\qquad f=\left(P+\frac{5}{8}p\,c\right)\frac{c^3}{4\,E\,b\,h^3}$$

Para una de seccion cuadrada $\quad b^3=\left(P+\frac{p\,c}{2}\right)\frac{3\,c}{2\,R}$

Y para una circular ó poligonal $\quad r^3=\left(P+\frac{pc}{2}\right)\frac{c}{R\,\pi}\qquad f=\left(P+\frac{5\,p\,c}{8}\right)\frac{c^3}{12\,\pi\,E\,r^4}$

1194. 4.° *Si el sólido está solicitado por el peso único* P *situado en punto cualquiera de su longitud, á las distancias* l, l' *ó* l + l' = c *de los de apoyo*,

se tiene

$$\frac{P\,l\,l'}{c}=\frac{R\,I}{n}$$

Para un prisma rectangular .... $b\,h^2=\frac{6\,P\,l\,l'}{c\,R}$

Para uno cuadrado.............................. $b^3=\frac{6\,P\,l\,l'}{c\,R}$

Y para uno circular ó poligonal....................... $r^3=\frac{4\,P\,l\,l'}{c\,\pi\,R}$

EJEMPLO.

Supongamos el caso anterior, con la circunstancia de que el peso $P=5000^k$ está situado á una distancia $l=1^m{,}5$ y $l'=2^m{,}5$ de los puntos de apoyo, permaneciendo $c=4^m$.

Será $$b^3 = \frac{6\times5000\times1,5\times2,5}{4\times350000} = 0,0804, \quad \text{y} \quad b = 0^m,43$$

Si el peso estuviese aplicado á la mitad de c, sería $l = l' = \frac{c}{2}$, y nos hallaríamos en el 1er caso.

1195. 5.° *Además del peso* P *colocado en un punto cualquiera de la pieza, á las distancias* l,l' *existe otro peso* p *repartido uniformemente á su largo por cada metro de longitud.* Se tiene

$$\left(P + \frac{pc}{2}\right)\frac{ll'}{c} = \frac{RI}{n}$$

Para una pieza de seccion rectangular es $bh^2 = \frac{6(P+\frac{1}{2}pc)\,l\,l'}{cR}$

Para una de seccion cuadrada......... $b^3 = \frac{6(P+\frac{1}{2}pc)\,ll'}{cR}$

Para una de seccion circular ó poligonal. $r^3 = \frac{4(P+\frac{1}{2}pc)\,l\,l'}{c\pi R}$

1196. *Arboles de ruedas hidráulicas de seccion cuadrada reforzados con cuatro nervios (fig. 374)* Fig. 374.

Estos árboles son generalmente de fundicion, para los que debe tenerse como anteriormente R = 3500000.

Llamando b el lado del cuadrado, b' el ancho total del nervio de extremo á extremo y e su espesor ó grueso, se tiene, para cuando el esfuerzo ó peso P actúe en el punto medio,

$$\frac{b^4 + (b'^2 - b^3)\,e + (b' - b)\,e^3}{b'} = \frac{3Pc}{2\times3500000}$$

y para cuando el peso esté á las distancias $l\,l'$ de los puntos de apoyo

$$\frac{b^4 + (b'^3 - b^3)\,e + (b' - b)\,e^3}{b'} = \frac{3P\frac{ll'}{c}}{2\times3500000}$$

Para hallar los valores de las dimensiones b, b' y e se establecen relaciones entre ellas, que por lo regular suelen ser $b' = 3b$, y $e = \frac{1}{3}b$; lo que reduce el primer miembro de estas fórmulas á $3,25\,b^3$. De modo, que para el primer caso

queda $$b^3 = \frac{Pc}{7583333}$$

y para el 2.° $$b^3 = \frac{P\frac{ll'}{c}}{7583333}$$

Sea una rueda hidráulica de fundicion, cuyo árbol tenga 4m *de longitud, siendo* 15000k *el peso que ha de soportar en su punto medio.* Se tiene

$$b^3 = \frac{15000\times4}{7583333} = 0,0079, \quad \text{y} \quad b = 0^m,199,$$

ó próximamente $b = 0^m,2$; y $e = \frac{1}{3}b = 0^m,07$, $b' = 3b = 0^m,60$.

1197. 7.° *Si la seccion del árbol fuese cilíndrica, reforzada igualmente con nervios (fig. 375.)*, las fórmulas serían, llamando d el diámetro, y bajo iguales hipótesis de tener $b' = 3d$, y $e = \frac{1}{3}d$, Fig. 375.

Para cuando el peso está en el punto medio........ $d^3 = \frac{Pc}{4480000}$

Y para cuando lo está á las distancias l, l'.......... $d^3 = \dfrac{P\dfrac{l\,l'}{c}}{4480000}$

Para una rueda del peso P=30500k *comprendido el del agua que puede contener siendo la distancia entre los puntos de apoyo*=1m,30, resulta

$$d^3 = \frac{30500 \times 1{,}30}{4480000} = 0{,}00885 \qquad d = 0^m{,}207 \qquad b' = 0^m{,}621 \qquad e = 0^m{,}069.$$

La parte del árbol donde han de ejecutarse las ensambladuras se calculará por las fórmulas anteriores, que naturalmente darán para aquel lugar mayores dimensiones. El resto hasta los puntos de apoyo llevará los nervios segun se acaba de calcular.

1198. 8.° *Arboles cilíndricos huecos.* Para aumentar el diámetro de los árboles y su resistencia sin aumentar el material, se adoptan á veces árboles cilíndricos huecos.

Siendo r el rádio exterior y r' el interior, y suponiendo, como suele suceder, que $r' = \frac{3}{5} r$ (lo que hace el espesor $= \frac{2}{5} r$) la fórmula general

$$\frac{r^4 - r'^4}{4\,r} = \frac{P\,c}{R\,\pi}$$

ó la $\quad r^3 = \dfrac{4\,P\,c}{F\,\pi\,(1 - m^4)}\quad$ será ahora, $\quad r^3 = \dfrac{4\,Pc}{0{,}87\,R\,\pi} = \dfrac{Pc}{2391543}$

Cuando el peso actúe á las distancias $l\,l'$ de los apoyos, será $\quad r^3 = \dfrac{P\dfrac{l\,l'}{c}}{2391543}$

Si la seccion fuese una doble T ó un prisma hueco tal como sucede á las vigas de hierro para edificios y puentes tubulares, la fórmula (7.ª), del núm. 1185, sería

$$\frac{6\,P\,c}{4\,R} = \frac{b\,h^3 - b'\,h'^3}{h}; \text{ y si la carga es uniforme, } P = p\,\frac{c}{2}; \text{ y } \frac{p\,c}{8\,R} = \frac{b\,h^3 - b'\,h'^3}{6\,h}$$

Si los brazos tienen escuadras es, como anteriormente,

$$\frac{p\ c^2}{8R} = \frac{b\,h^3 - b'\,h'^3 - b''\,h''^3 - b'''\,h'''^3}{6\,h}$$

1199. Sólidos apoyados en sus extremos y solicitados por dos fuerzas, una de presion y otra perpendicularmente á su direccion.

Siendo Q la fuerza horizontal ó de presion y P′ la de flexion se tendrá

$$R = \frac{\frac{3c}{2}P' + Q\,h}{b\,h^2} \qquad (a)$$

y para cuando P′ está repartida uniformemente en la longitud, siendo

$$P' = \tfrac{1}{2}\,p\,c, \qquad R = \frac{\frac{3}{4}\,p\,c^2 + Q\,h}{b\,h^2} \qquad (b)$$

Si actuaran á la vez las dos fuerzas P′ y $p\,\frac{c}{2}$ á mas de la horizontal Q, se tendría

$$R = \frac{3\,c\,(2\,P' + p\,c)}{4\,b\,h^2} + \frac{Q}{b\,h} \qquad (a')$$

Y si las dos fuerzas P′, $p\,\frac{c}{2}$ son contrarias, de modo que la primera obre hácia arriba y la otra verticalmente, sería

$$R = \frac{3\,c\,(2\,P' - p\,c)}{4\,b\,h^2} + \frac{Q}{b\,h}. \qquad (b')$$

Si, conforme á lo que se dice en el párrafo siguiente, estuviese la pieza empotrada, las fuerzas P′ y p serían $\frac{P'}{2}$ y $\frac{p}{3}$, y las fórmulas (a) (b), (a') (b') se convertirían en las siguientes

$$R = \frac{3P'c}{4bh^2} + \frac{Q}{bh}$$

$$R = \frac{p\,c^2}{4bh^2} + \frac{Q}{bh}$$

$$R = \frac{c\,(3P' + pc)}{4bh^3} + \frac{Q}{bh}$$

$$R = \frac{c\,(3P' - pc)}{4bh^2} + \frac{Q}{bh}$$

1200. Sólidos empotrados en sus dos extremidades.

Tratándose de un solo esfuerzo ó peso P que solicita el sólido en su punto medio, la resistencia será dos veces mayor que cuando reposa libremente en dos apoyos. Por tanto, las fórmulas anteriores podrán servir para este caso con solo poner en ellas $\frac{P}{4}$ en vez de $\frac{P}{2}$.

La resistencia á la flexion resulta cuatro veces mayor.

Si el sólido estuviese solicitado por fuerzas p... , uniformemente repartidas en cada metro de su longitud, resultaría para la resistencia un valor triple que cuando el cuerpo estaba libremente apoyado; y la flexion sería únicamente la quinta parte de aquella.

1201. Sólidos empotrados por un extremo y apoyados en el otro.

Conservando iguales notaciones que en los casos anteriores, y llamando, además, q la presion ejercida por la pieza sobre el punto de apoyo, y x x' las distancias á los puntos de empotramiento desde uno cualquiera de las l l' del de aplicacion, y suponiendo la seccion rectangular, se tiene para el punto que dista x tomado sobre la porcion l

$$\frac{RI}{n} = \frac{Rbh^2}{6} = P(l - x) + \tfrac{1}{2}p(c - x)^2 - q(c - x) \qquad (a)$$

para el que dista x' desde el apoyo, tomado sobre la distancia l' resulta

$$\frac{RI}{n} = \frac{Rbh^2}{6} = \tfrac{1}{2}p(c - x')^2 - q(c - x')\ ;$$

así,

$$q = \frac{3}{8}pc + \frac{1}{2}P\frac{l^2}{c^2}(3c - l)$$

Si $P = 0$, $q = \frac{3}{8}pc$, y la fórmula (a) se reduce á la

$$\frac{Rbh^2}{6} = \frac{1}{2}p(c - x)\left(\frac{c}{4} - x\right). \qquad (b)$$

La que hace ver que para los puntos que dán $x = c$, y $x = \frac{1}{4}c$ el momento de fractura es nulo. Por consiguiente, á la distancia $x = \frac{1}{4}c$ no existe flexion alguna.

El punto de mayor flexion está á la distancia $x = \frac{5}{8}c$. Sustituyendo este valor en la ecuacion (b) dá

$$\frac{Rbh^2}{6} = \frac{9}{128}pc^2$$

Si hacemos $x = 0$ en la misma (b) resultará

$$\frac{Rbh^2}{6} = \frac{p\,c^2}{8} = \frac{16}{128}pc^2$$

ó $$\frac{p c^2}{2} = \frac{2}{3} \mathrm{R}\, b h^2 \qquad \text{(como en el núm. 1192.)}$$

Por la que vemos, que el sólido trabaja mas en el punto de empotramiento que en el de mayor flexion.

Si el peso P se halla en medio de la pieza y $p = o$. será $l = \frac{1}{2} c$; y para $x = o$ resulta $$q = \frac{5}{16} \mathrm{P}\, c \quad \text{y} \quad \mathrm{R}\, \frac{b h^2}{6} = \frac{3}{16} \mathrm{P}\, c$$

La flecha correspondiente á este último caso se hallará por la fórmula
$$f = \frac{0{,}0067\, p\, c^4}{\mathrm{E\,I}}.$$

1202. Sólidos apoyados en varios puntos.

Cuando una pieza se halla sostenida por 3, 4,5 ó mas apoyos ó pilares, sucede que, hasta cierto punto, quedan los tramos del medio como incrustados en los mismos pilares, equivaliendo esto á una reduccion de longitud de los mismos tramos que produce una economía de material.

Sean para todos los casos siguientes

$\mathrm{M\,M'\,M''} \ldots =$ Momentos de flexion sobre los apoyos.
$m\; m'\; m'' \ldots =$ Momentos de flexion sobre los tramos.
$\mathrm{F\;F'\;F''} \ldots =$ Momentos de fractura á la derecha de los apoyos.
$\mathrm{F_{,}\;F_{,}'\;F_{,}''} \ldots =$ Momentos de fractura á la izquierda.
$\mathrm{Q\;Q'\;Q''} \ldots =$ Reacciones sobre los apoyos.
$c\;\; c'\;\; c'' \ldots =$ Longitudes de los tramos 1.° 2.° 3.°....
$p\;\; p'\;\; p'' \ldots =$ Pesos uniformemente repartidos por 1^{m} de longitud sobre los mismos tramos.
$l \ldots\ldots =$ La longitud total de todos los tramos.

1.° Sólido apoyado en 3 puntos.

Las diferentes fórmulas serán
$$\mathrm{M} = \frac{p\, c^3 + p'\, c'^3}{8\,(c + c')}$$
$$\left.\begin{array}{ll} \mathrm{F} = \frac{1}{2} p\, c - \frac{\mathrm{M}}{c} \quad » & \mathrm{F'} = \frac{1}{2} p' c' + \frac{\mathrm{M}}{c'} \\ \mathrm{F_{,}} = p\, c - \mathrm{F} \quad » & \mathrm{F_{,}'} = p'\, c' - \mathrm{F'} \end{array}\right\} \mathrm{Q} = \mathrm{F} \quad » \quad \mathrm{Q'} = \mathrm{F'} + \mathrm{F_{,}'} \quad » \quad \mathrm{Q''} = \mathrm{F_{,}'}$$
$$m = \tfrac{1}{2} p x^2 - \mathrm{F}\, x \quad » \quad m' = \tfrac{1}{2} p' x^2 - \mathrm{F'}\, x + \mathrm{M}$$

La carga accidental puede estar, ó en el tramo de la izquierda, ó en el de la derecha ó en ambos á la vez.

Si los tramos fuesen iguales, $c = c'$ y $\mathrm{M} = \frac{c^2\,(p + p')}{16}$

y si, además, $p = p'$ » $\mathrm{M} = \frac{p\, c^2}{8}$

En este último caso los pesos que cargan sobre los apoyos son
$$\mathrm{Q} = \tfrac{3}{8} p\, c \quad » \quad \mathrm{Q'} = \tfrac{10}{8} p\, c \quad \text{y } \mathrm{Q''} = \tfrac{3}{8} p\, c$$
ó $$\mathrm{Q} = \tfrac{3}{16} p\, l \quad » \quad \mathrm{Q'} = \tfrac{10}{16} p\, l \quad \text{y } \mathrm{Q''} = \tfrac{3}{16} p\, l$$

2.° Sólido apoyado en 4 puntos.

$$\mathrm{M} = \frac{p\, c^3\,(2c' + 2c'') + p'\, c'^3\,(c' + 2c'') - p''\, c''^3\, c'}{4[4\,(c + c')\,(c' + c'') - c'^2]}$$
$$\mathrm{M'} = \frac{-p\, c^3\, c' + p'\, c''^3\,(2c + c') + p''\, c''^3\,(2c + 2c')}{4\,[4\,(c + c')\,(c' + c'') - c'^2]}$$
$$\mathrm{F} = \tfrac{1}{2} p\, c - \frac{\mathrm{M}}{c} \quad » \quad \mathrm{F'} = \tfrac{1}{2} p'\, c' - \frac{\mathrm{M'} - \mathrm{M}}{c'} \quad » \quad \mathrm{F_{,}'} = p\, c - \mathrm{F}$$

$$F'' = \tfrac{1}{2} p'' c'' + \frac{M}{c''} \quad » \quad F_{,}'' = p' c - F' \quad » \quad F_{,}''' = p'' c'' - F''$$

$$Q = F \quad » \quad Q' = F' + F_{,}' \quad » \quad Q'' = F'' + F_{,}'' \quad » \quad Q''' = F_{,}'''$$

$$m' = \tfrac{1}{2} p x^2 - F x \quad » \quad m' = \tfrac{1}{2} p' x^2 - F' x + M \quad » \quad m'' = \tfrac{1}{2} p'' x^2 - F'' x + M'$$

Se podrán hacer 6 hipótesis para el cálculo. Primer tramo con sobrecarga, ó el 2.° ó el 3.°: ó bien el 1.° y 2.° tramos simultáneamente cargados, ó el 2.° y 3.° ó los 3 á la vez.

Si los dos tramos extremos son iguales se hará $c = c' = c''$ en las fórmulas anteriores, siendo los momentos sobre los apoyos

$$M = \frac{(4p + 3p' - p'')\, c^2}{60} \qquad M' = \frac{(-p + 3p' + 4p'')\, c^2}{60}$$

y si, además, $p = p' = p''$

$$M = M' = \frac{p c^2}{10} \quad y \quad Q = Q''' = \frac{4}{10} p c \qquad Q' = Q'' = \frac{11}{10} p c$$

ó $$Q = Q'' = \tfrac{4}{30}\, p\, l \qquad Q' = Q'' = \tfrac{11}{30}\, p l$$

3.° Sólido apoyado en 5 puntos.

Se supone que son iguales entre sí los dos tramos extremos, como así tambien los dos centrales. Será

$$M = \frac{p(8c^4 + 7c^3 c') + p'(5c'^4 + 6cc'^3) - p''(2cc'^3 + c'^4) + p''' c^3 c'}{4(16c^2 + 12c'^2 + 28cc')}$$

$$M' = \frac{-pc^3 + p'(2cc'^2 + c'^3) + p''(2cc''^2 + c'^4) - p''' c^4}{2(16c + 12e')}$$

$$M'' = \frac{pc^3 c' - p'(2cc'^3 + c'^4) + p''(5c'^4 + 6cc'^3) + p'''(8c^4 + 7c^3 c')}{4(16c^2 + 12c'^2 + 28cc')}$$

$$F = \tfrac{1}{2} p c - \frac{M}{c} \qquad F' = \tfrac{1}{2} p' c' - \frac{M' - M}{c} \qquad F_{,}' = p c - F$$

$$F'' = \tfrac{1}{2} p'' c' - \frac{M'' - M'}{c'} \qquad F_{,}'' = p' c' - F'$$

$$F''' = \tfrac{1}{2} p''' c + \frac{M''}{c} \qquad F_{,}''' = p'' c' - F' \qquad F_{,}^{IV} = p''' c - F'''$$

$$Q = F \qquad Q' = F' + F \qquad Q'' = F'' + F_{,}'' \qquad Q''' = F''' + F_{,}''' \qquad Q^{IV} = F_{,}^{IV}$$

$$m = \tfrac{1}{2} p x^2 - F x \qquad m' = \tfrac{1}{2} p' x^2 - F' x + M$$

$$m'' = \tfrac{1}{2} p'' x^2 - F'' x + M' \qquad m''' = \tfrac{1}{2} p''' x^2 - F''' x + M''$$

Puede haber peso adicional en el 1er tramo, ó en el 2.°, ó en el 1.° y 2.°, ó en el 2.° y 3.°, ó en los 4 á la vez.

Si fuesen iguales los 4 tramos

$$M = \frac{(15p + 11p' - 3p'' + p''')c^2}{224} \qquad M' = \frac{(-p + 3p' + 3p'' - p''')c^2}{56}$$

$$M'' = \frac{(p - 3p' + 11p'' + 15p''')c^2}{224}$$

Y si, además, $p = p' = p'' = p''$

$$Q = Q^{IV} = \frac{22}{56} p c \qquad Q' = Q'' = \frac{64}{50} p c \qquad Q'' = \frac{5^2}{56} p c$$

ó $$Q = Q^{IV} = \frac{22}{224} p\, l \qquad Q' = Q''' = \frac{64}{224} p\, l \qquad Q'' = \frac{52}{224} p\, l$$

Segun Cerero $$Q = Q^{IV} = \frac{43}{304} p\, l \qquad Q' = Q''' = \frac{58}{304} p l \qquad Q'' = \frac{102}{304} p l$$

4.° Sólido apoyado en 6 puntos.

$$M=\frac{p(30c^4+26c^3c')+p'(22cc'^3+19c'^4)-p''(6cc'^3+5c'^4+p'''(2cc'^3+c'^4)-p^{IV}c^3c'}{4(60c^2+45c'^2+104cc')}$$

$$M'=\frac{-p(8c^4+7c^3c')+p'(7c'^4+22c'^3c+16c^2c'^2)+p''(10c'^4+22c'^3c+12c^2c'^2)}{4(60c^2+45c'^2+104cc')}-$$

$$-\frac{p'''(2c'^4+6c'^3c+4c^2c'^2)+p^{IV}(2c^4+2c^3c')}{4(60c^2+45c'^2+104cc')}$$

$$M''=\frac{p(2c^4+2c^3c')-p'(2c'^4+6c'^3c+4c^2c'^2)+p''(10c'^4+22c'^3c+12c^2c'^2)}{4(60c^2+45c'^2+104cc')}+$$

$$+\frac{p'''(7c'^4+22c'^3c+16c^3c'^2)-p^{IV}(8c^4+7c^3c')}{4(60c^2+45c'^2+104cc'}$$

$$M'''=\frac{-pc^3c'+p'(2cc'^3+c'^4)-p''(6cc'^3+5c'^4)+p'''(22cc'^3+19c'^4)+p^{IV}(30c^4+26c^3c')}{4(60c^2+45c'^2+104cc')}$$

$$F=\tfrac{1}{2}pc-\frac{M}{c}\qquad F'=\tfrac{1}{2}pc'-\frac{M'-M}{c'}\qquad F_{,}'=pc-F\qquad F''=\tfrac{1}{2}p''c'-\frac{M''-M'}{c'}$$

$$F_{,}''=p'c'-F'\quad F'''=\tfrac{1}{2}p'''c'-\frac{M'''-M''}{c'}\qquad F_{,}'''=p''c'-F''\qquad F^{IV}=\tfrac{1}{2}p^{IV}c+\frac{M'''}{c}$$

$$F_{,}^{IV}=p'''e'-F'''\quad » \quad F_{,}^{V}=p^{IV}c-F^{IV}$$

$$Q=F\quad Q'=F'+F_{,}'\quad Q''=F''+F_{,}''\quad Q'''=F'''+F_{,}'''\quad Q^{IV}=F^{IV}+F_{,}^{IV}\quad Q^{V}=F_{,}^{V}$$

$$m=\tfrac{1}{2}px^2-Fx\qquad m'=\tfrac{1}{2}p'x^2-F'x+M\qquad m''=\tfrac{1}{2}p''x^2-F''x+M'$$

$$m'''=\tfrac{1}{2}p'''x^2-F'''x+M''\qquad m^{IV}=\tfrac{1}{2}p^{IV}x^2-F^{IV}x+M'''$$

Las cargas accidentales pueden ser, en el 1.° ó 2.° ó 3er tramo solamente, ó en el 1.° y 2.°, ó en el 2.° y 3.° ó en todos á la vez.

Si los 5 tramos son iguales. $c=c'=c''$, y

$$M=\frac{(56p+41p'-11p''+3p'''-p^{IV})c^2}{863}$$

$$M'=\frac{(-15p+45p'+44p''-12p'''+4p^{IV})c^2}{836}$$

$$M''=\frac{(4p-12p'+44p''+45p'''-15p^{IV})c^2}{836}$$

$$M'''=\frac{(-p+3p'-11p''+41p'''+56p^{IV})c^2}{836}$$

Y si tambien $p=p'=p''=p'''=p^{IV}$

$$M=\frac{44}{418}pc^2\qquad M'=\frac{33}{418}pc^2\qquad M''=\frac{33}{418}pc^2\qquad M'''=\frac{44}{418}pc^2$$

y $$Q=Q^{V}=\frac{165}{418}pc\qquad Q'=Q^{IV}=\frac{463}{418}pc\qquad Q''=Q'''=\frac{407}{418}pc$$

ó $$Q=Q^{V}=\frac{165}{2090}pl\qquad Q'=Q^{IV}=\frac{463}{2090}pl\qquad Q''=Q'''=\frac{407}{2090}pl$$

En todos estos casos la relacion de la luz de los tramos extremos á la de los centrales no debe pasar de 4 á 5 ó cuando mas 75 á 100.

La altura de las piezas apoyadas es mas ó menos variable, segun el número de tramos, carga que han de sufrir y las que tiene que salvar. No debe bajar de $\frac{1}{12}$ de la abertura siempre que haya 2 ó 3 tramos; pudiendo ser $\frac{1}{14}$ para mayor número y $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{10}$ para uno solo. (Véase mas adelante sobre esto al tratar de la distribucion de tramos en el capítulo Puentes.)

1203. **Sólido puesto verticalmente y cargado en su extremo superior, hallándose el inferior libremente sobre un plano horizontal.**

La fórmula que dá el peso capaz de doblar la pieza, es $P = \frac{\pi^2}{c^2} l I$, que para el caso de ser rectangular se convierte en $P = E \frac{\pi^2}{c^2} \cdot \frac{b h^3}{12}$

Para los prismas cuyo largo no exceda de 12 veces su espesor, se hallará su resistencia por la consideracion del peso que puede aplastarlas (tabla y núm.s 1175, 1178 y 1179). Para las piezas de mayor largo en movimiento véase la tabla del núm. 1177.

1204. **Si la pieza vertical estuviese empotrada en su extremo inferior**, la fórmula sería

$$P = E \frac{\pi^2}{4 c^2} \cdot \frac{b h^3}{12}.$$

π = semi-circunferencia cuyo rádio es 1.

1205. **Sólido cargado oblicuamente.**

Supongámosle primero empotrado en el extremo inferior, y llamemos Π el peso que se haya suspendido del extremo superior, y α el ángulo que la direccion del cuerpo forma con la vertical, resultará

$$\Pi = R \frac{1}{\frac{n c \operatorname{sen.} \alpha}{I} + \frac{\cos. \alpha}{\omega}}.$$

Si la seccion es rectangular $\omega = b h$ $\quad n = \frac{h}{2}$ $\quad I = \frac{b h^3}{12}$ y

$$\Pi = R \frac{b h^2}{6 c \operatorname{sen.} \alpha + h \cos. \alpha}.$$

Por lo dicho en el párrafo 1176 y tabla del 1177, se tomará para R los $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, &, de los valores expresos en la del núm. 1175, segun la calidad del material; cuyo resultado manifestará el mayor peso que puede aguantar la pieza.

Como ejemplo de ello supongamos el vástago de una máquina de hierro batido, cuya escuadría sea de 9 centímetros cuadrados y 50^c el largo, formando con la vertical un ángulo $\alpha = 40°$. Se tendrá, puesto que $\frac{50^c}{3^c} = 16$ ó poco mas de 12,

$$R = \frac{4084}{5} \cdot \frac{5}{8} = 510,5 \qquad \operatorname{sen.} \alpha = 0,6248 \qquad \cos. \alpha = 0,7761 \text{ y}$$

$$\Pi = 510,5 \frac{27}{6 \times 50 \times 0,6248 + 3 \times 0,7661} = 70^k,6.$$

1206. Si la pieza estuviese empotrada en el extremo superior y cargada en el inferior, la fórmula sería la misma, pero los valores de R se tomarian de la tabla (núm. 1181) que dá los esfuerzos de tension.

Para el ejemplo anterior sería $R = 666$ y
$\Pi = 92^k,88.$

1207. RESISTENCIA Á LA TORSION.

Cuando en un prisma ó cuerpo cualquiera empotrado horizontalmente por uno de sus extremos se ejerce una fuerza que tiende á torcerle, con la circunstancia de no sobrepasar el límite de elasticidad, permanecerá constante, para una misma materia, la relacion entre este esfuerzo y el ángulo de torsion, que es el desvío experimentado por un punto extremo del cuerpo en virtud de aquel esfuerzo res-

pecto á la situacion que tenia antes de aplicada la fuerza. De modo que, señalando por t á esta relacion (que es lo que se llama *coeficiente de torsion*), θ el ángulo de torsion, y P la fuerza ó peso que la produce, se tendrá

$$\frac{P}{\theta}=t.$$

El valor de θ se mide por la longitud del arco del círculo cuyo rádio es la unidad. Siendo, además,

l= el brazo de palanca de la fuerza P, ó distancia del punto de aplicacion al eje de torsion,
c = la longitud libre del prisma,
r = la distancia al eje de un punto cualquiera del sólido, y
T = el coeficiente correspondiente á la mayor torsion, que es cuando el sólido está para romperse, se tiene, *suponiendo* 1.° *que el sólido sea un cilindro del rádio* r,

1.° Para el ángulo θ de torsion

$$P\,l=t\frac{\pi r^4 \theta}{2c}; \qquad \text{de donde} \qquad \theta=\frac{2Pcl}{t\pi r^4}.$$

2.° Para hallar las dimensiones que debe tener el cilindro que resista á un esfuerzo de torsion dado, ó vice-versa, el momento de fractura es

$$P'\,l=T\frac{\pi r^3}{2}. \qquad P'=\text{peso capaz de romper la pieza.}$$

Esta fórmula hace ver que la resistencia á la fractura de una pieza de materia homogénea es independiente de su longitud.

1208. *Para un cilindro vacío ó para un tubo* las anteriores fórmulas son

$$P\,l=t\theta\frac{\pi}{2c}(r^4-r'^4); \qquad \text{de donde} \qquad \theta=\frac{2Pcl}{t\pi(r^4-r'^4)}=\text{ángulo de torsion}$$

$$P'l=T\pi\frac{r^4-r'^4}{2r}=\text{momento de fractura } (r\,r' \text{ rádios exterior é interior del cilindro}).$$

En los árboles de fundicion de hierro se hace regularmente $r-r'=\frac{2}{5}r$ (núm.° 1198).

1209. *Para un prisma de seccion rectangular* se tiene

$$\theta=\frac{3\,Pcl(b^2+h^2)}{b^3h^3t} \qquad P'l=\frac{Tb^2h^2}{3\sqrt{b^2+h^2}}$$

Para otro de seccion cuadrada

$$\theta=\frac{6Pcl}{tb^4}; \quad \text{y} \quad P'l=\frac{Tb^3}{3\sqrt{2}}$$

Para un tubo cuadrangular

$$\theta=\frac{Plc}{t(b^4-b'^4)} \qquad t=\frac{Plc}{\theta(b^4-b'^4)} \qquad P'l=\frac{T(b^3-b'^3)}{3\sqrt{2}}$$

1210. Conociendo los pesos P, P′ y las dimensiones de una pieza (*), se podrán

(*) Para los experimentos de que se habla á continuacion, se tomaron el kilógramo y el centímetro por unidad, siendo $P=0^k,5$, $c=50^c$, $l=30^c$, $b=1^c$, que redujeron las fórmulas á las siguientes $t=\frac{4500}{\theta}$ T = 127,28 P′.

hallar por medio de estas fórmulas experimentalmente los coeficientes t y T de torsion y máxima torsion ó rotura: para lo cual y respecto al 1.° se anotará el camino que circularmente siga un punto de la pieza por causa de un peso determinado y el brazo de palanca con que obra este peso ó fuerza. Para el 2 ° se verá el peso que produce la rotura y el brazo de palanca. Sustituidos estos valores en las fórmulas, despejadas ya t y T, y puestas por r ó h y b las dimensiones del cuerpo sometido á la experiencia, se tendrán en números aquellos coeficientes. Para los experimentos que yo hice con las maderas de Filipinas y Cuba (anotados en las tablas anteriores), cuya seccion era de 1^{c2} como allí se expresa, las coloqué horizontal y perfectamente empotradas en una caja de hierro de igual seccion, introducido el extremo opuesto en un cubo metálico de una rueda-polea de $0^m,3$ de rádio, cuyos gorrones (prolongaciones del expresado cubo), giraban sobre muñoneras de bronce, y por cuya canal pasaba una cuerda que tenia pendiente el peso constante P para el coeficiente t, y el peso variable P′ para el coeficiente T de rotura. Para medir el ángulo de torsion fijé en una cara de la rueda un arco de círculo de metal blanco, cuyo movimiento, idéntico al del limbo de un instrumento, señalaba por medio de un estilo vertical sujeto á la sobremuñonera, la diferente cantidad angular para cada clase de madera. Estos experimentos se hicieron con cinco ejemplares para cada especie, de cuyo resultado se tomó el térmimo medio.

1211 Para las piezas metálicas y el pino y roble resultan, segun Morin, para el coeficiente de torsion, los términos medios siguientes:

Acero fundido	$t=$ 6200 000 000k
Acero fundido muy fino	$t=$10000 000 000
Bronce	$t=$ 1066 000 000
Cobre	$t=$ 4360 000 000
Cobre laminado	$t=$ 6400 000 000
Hierro fundido	$t=$ 2000 000 000
Hierro dulce en barras	$t=$ 6660 000 000
Hierro dulce	$t=$ 6000 000 000
Laton	$t=$ 5200 000 000
Pino	$t=$ 430 000 000
Roble	$t=$ 400.000.000

Para el coeficiente de rotura T, tal como se puede emplear en las construcciones, es tambien

Acero	T= 4.000 000
Cobre fundido	T= 1.300 000
Estaño	T= 440 000
Hierro colado horizontalmente	T= 2.500 000
Hierro colado verticalmente	T= 2.800 000
Hierro forjado	T= 3.000 000
Metal duro de cañon	T= 1.580 000
Plomo	T= 300 000
Pino	T= 280 000
Roble	T= 270 000

(Véanse, además, las tablas de resistencias de las maderas.)

Cuando el árbol sometido á la torsion haya de trasmitir el primer esfuerzo á una maquinaria, se tomará la mitad del valor correspondiente de esta última tabla, segun la clase de material.

Los ejes de las ruedas hidráulicas se hallan en este caso, y cuando las ruedas dentadas que trasmiten el movimiento se hallan á ambos lados del muñon, este será el que sufra la torsion.

Supongamos, como ejemplo, una rueda hidráulica de eje de fundicion, cuyas dimensiones se han calculado ya segun lo dicho en los numeros 1185 (caso 12°) y 1191; el cual tiene á sus extremos dos ruedas dentadas de $r = 0^m,6$, dando 5 vueltas por minuto, ó $\frac{5}{60}\, 2\Pi \times 0^m{'}6 = 0^m,314$ por segundo: y se pide el rádio de los muñones, que han de ser de acero, siendo 50 caballos el esfuerzo trasmitido.

La cantidad de accion es $P \times 0,314 = 50^{cab.}\ 85^k$ y $P = 11942^k$.

Se tendrá $$r^3 = \frac{2Pl}{\pi T} = \frac{2 \times 11942 \times 0,6}{3,1416 \times \frac{1}{2}\, 4000000} = 0,00228$$

que dá $$r = 0^m,132$$

Una turbina, de 45^c, cuyo rádio de las ruedas dentadas fuese $l = 70$ cent^s, dando 50 vueltas por 1′ ó aguantando un esfuerzo de 921^k, tendrá por rádio en sus muñones

$$r = 0^m,05848 \quad \text{ó} \quad 6 \text{ cent}^s. \text{ próximos.}$$

1212. RESISTENCIA DE LAS PIEZAS CURVAS.

Las piezas curvas se usan ventajosamente en los puentes de madera y hierro, y en los techos ó pisos de casas y otros cualesquiera edificios, como se vé en varias construcciones existentes (*).

Determinada la resistencia de las piezas de modo que solo sufran compresiones ó tensiones será preciso, para el equilibrio, que la curva sea invariable, ó que la forma de la que afecte la pieza no se altere por razon de los pesos que actuen sobre ella, ya porque los apoyos sean suficientemente resistentes, ó porque haya un tirante capaz de anular el empuje. Esta curva, llamada de *equilibrio es circular* si las fuerzas aplicadas son constantemente normales á la pieza, y *parabólica* si lo fuesen verticales en todos los puntos de ella.

Llamando

$N' =$ la presion normal en cada punto de la curva

$N =$ la que tiene lugar en sentido de la misma,

$r =$ el rádio de curvatura, y

$P, Q, =$ las componentes vertical y horizontal en el extremo de la curva, tendrémos, para cuando esta sea un arco de círculo, $N = r\,N'$,

y $2\pi N = 2\pi r\,N'$ si fuere un círculo completo.

De esta última se deduce que $\frac{2\pi r\,N'}{N} = 2\pi$; es decir, que la suma de las fuerzas normales está con las presiones ejercidas en sentido de la curva en razon de la circunferencia al rádio que sea la unidad.

1213. *Siendo el arco parabólico*, y hallándose los pesos repartidos uniformemente, resultará, llamando p al peso vertical en cada punto en vez del N' anterior, y $a\ b$ las coordenadas del punto extremo, ó sean los semi-ejes de la curva,

$$P = pa, \quad Q = \frac{pa^2}{2b}; \quad \text{y} \quad N = \frac{pa}{2b}\sqrt{a^2 + 4b^2}$$

Siendo la pieza prismática, y los lados de la seccion $b'\,h$, se tiene para la mayor presion

(*) La alhóndiga ó pósito de París tiene su cubierta central formada de una armadura de hierro (lám. 50) figurando una cúpula cuyo diámetro es de $41^m,6$. Se construyó en 1812 por M. Bellanger, en reemplazo de la que edificaron en 1783 MM. Legrand y Molinos con cerchas de tablones de abeto de $0^m,038$ de grueso, compuestas cada una de dos tablones distantes entre sí $0^m,244$, y cuya circunferencia total era de $122^m,46$ y $32^m,5$ de elevacion. Esta hermosa obra se quemó en 1802.

$$\frac{N}{b'h} = \frac{pa}{2bb'h}\sqrt{a^2+4b^2}$$

P y Q representan, como se ha dicho, las resistencias vertical y horizontal de los apoyos, y N la presion longitudinal de la curva.

El límite de los pesos de que se podrá cargar la pieza será $\frac{R}{E}=\frac{N}{E\omega}$ ó $R=\frac{N}{\omega}$, que expresa la relacion entre la carga y dimensiones trasversales del prisma.

1214. *Para hallar la flexion producida por uno ó varios pesos que actúen sobre la pieza, en el supuesto que la curva no sea la de equilibrio*, podrémos imaginar, como se hace generalmente en los casos prácticos, que los extremos están empotrados ó que no pueden variar de lugar; en cuyo concepto el desplazamiento será solo vertical.

Fig. 376. Supongamos 1º *la pieza cargada en su punto medio de un peso* 2 Π (*fig.* 376), y representemos por f la flecha de curvatura, conservando las notaciones anteriores. Tendrémos para el esfuerzo horizontal que el prisma ejerce sobre los apoyos

$$Q=\Pi\left(\frac{25a}{32b}-\frac{b}{28a}\right);\text{ y para la flecha } f=-\frac{12\,\Pi}{E\,b'h^3}\left(\frac{a^3}{128}-\frac{23\,a\,b^2}{6720}\right)$$

$b'h$ grueso y peralto de la pieza; $E\frac{b'h^3}{12}$ momento de flexion (núm. 1185).

Esta flexion no llega á $\frac{1}{10}$ de la que tendría lugar si la pieza fuese rectilínea.

La presion longitudinal ejercida en el punto cuya abscisa es x, tiene por expresion,

$$N=\Pi\left(\frac{25a}{32b}-\frac{b}{28a}+\frac{2bx}{a^2}-\frac{25\,b\,x^2}{16\,a^3}\right)$$

y la fraccion en que se comprime una fibra en virtud de la flexion es, llamándola $\frac{1}{s}$,

$$n\frac{1}{s}=n\left(\frac{12\,\Pi}{E\,b'h^3}(x-a)+\frac{12\,Q}{E\,b'h^3}\left(b-\frac{b\,x^2}{2}\right)\right)$$

s = seccion longitudinal de la curva
n = distancia de un punto de la curva al eje de equilibrio (núm°. 1182).

El límite de que se podrá cargar el prisma será

$$\frac{R}{E}=\frac{N}{E\omega}+\frac{n}{s}$$

Estas fórmulas pueden aplicarse al caso en que la curva sea un arco de círculo, y cualquiera otra cuya sagita sea pequeña respecto á la cuerda ó eje horizontal.

1215. *Si la pieza estuviese cargada de pesos uniformemente repartidos en su*
Fig. 377. *proyeccion horizontal* A B (*fig.* 377) como sucede en algunos puentes colgados de arcos por medio de manguetas, sería para la curva de equilibrio

$$Q=\frac{p\,a^2}{2b} \qquad N=\frac{p\,a^2}{2b}\sqrt{1+\frac{4\,b^2\,x^2}{a^4}}.$$

1216. *Si, además de estar cargada la pieza del peso* 2pa *en todos los puntos de su eje horizontal, lo estuviese tambien del peso* 2 Π *en su medio*, sería

$$Q=\frac{p\,a^2}{2b}+\Pi\left(\frac{25\,a}{32\,b}-\frac{b}{28a}\right):\quad y\quad f=\frac{12\,\Pi}{E\,b'h^3}\left(\frac{a^3}{128}-\frac{23a\,b^2}{6720}\right)$$

$$\frac{n}{s}=n\left(\frac{12\,\Pi}{E\,b'h^3}(x-a)+\frac{12\,Q}{E\,b'h^3}\left(b-\frac{b\,x^2}{2}\right)\right)$$

$$N=\frac{p\,a^2}{2b}+\frac{p\,b\,x^2}{a^2}+\Pi\left(\frac{25a}{32\,b}-\frac{b}{28a}+\frac{2\,b\,x}{a^2}-\frac{25\,b\,x^2}{16a^3}\right)$$

1217. *En las mismas circunstancias de soportar la curva el peso* $2pa$, *mantiene el* 2Π *en un punto determinado de la curva* (*fig.* 378). Sea l la distancia horizontal de este punto N al vértice, se tendrá para la presion vertical sobre el apoyo M *Fig.* 378.

$$\Pi' = \Pi\frac{a-l}{a}, \quad \text{y sobre el M'} \quad \Pi'' = \Pi\frac{a+l}{a}.$$

Para la presion horizontal sobre cada uno de estos puntos será

$$Q = \frac{pa^2}{2b} + \frac{5}{32}\Pi\frac{5a^4 - b\,a^2 l^2 + l^4}{a^3 b}.$$

La flexion producida en el punto N por el peso 2Π á él aplicado, será

$$\frac{n}{s} = -\Pi \times \frac{12}{Eb'h^3}\cdot\frac{(a^2-l^2)(7a^4+3a^2l^2-5l^4)}{32a^5}.$$

Para la presion en sentido de la curva respecto á un punto entre N y M, cuya abscisa es x contada desde N,

$$N = \frac{pa^2}{2b} + \Pi\left(\frac{2b(a+l)(l+x)}{a^3} + \frac{5}{32}\cdot\frac{5a^4-6a^2l^2+l^4}{a^3b}\right).$$

El punto en que se verificará la mayor flexion es el en que se tiene $l=0{,}3556\,a$, lo que dá para esta flexion en el punto N,

$$\frac{n}{s} = -\frac{\Pi}{u}0{,}382\,a; \quad (u = \text{momento de flexion}),$$

$$N = \frac{pa^2}{2b} + \frac{0{,}964\,b}{a} + \frac{0{,}665\,a}{b}$$

EJEMPLO.

Siempre que la figura de la pieza corresponda á la curva de equilibrio no habrá mas que calcular la presion T de las fórmulas anteriores.

1.° *Supongamos una cercha de roble*, componente de un arco de puente, que sostiene en su vértice el peso 2Π correspondiente á la parte del tramo que le pertenece: y sea la longitud $2a = 10^m$, ó $a = 5^m$; la montea ó sagita $b = 0^m,3$; la seccion trasversal $\omega = b'h = 0^m,2 \times 0^m,3 = 0^{m2},06$; $n = \frac{h}{2} = 0^m,15$. Tenemos, además, (tabla, núm. 1185).

$$E = 1200000000, \qquad R = 700000.$$

Las fórmulas del núm. 1214 darán

$$N = \Pi\left(\frac{25\times5}{32\times0{,}3} - \frac{0{,}3}{28\times5} + \frac{2\times0{,}3x}{25} - \frac{25^2\times0{,}3x^2}{16\times125}\right) =$$
$$= \Pi(13{,}02 + 0{,}024x - 0{,}00375x^2).$$

La mayor compresion de las fibras será

$$\frac{N}{E\omega} = \frac{N}{Eb'h} = \frac{\Pi}{3600000}(0{,}65 + 0{,}0012x - 0{,}0001875x^3)$$

y la fraccion en que se deprime la curva

$$\frac{n}{s} = \frac{12\Pi n}{Eb'h^3}\left(x - 5 + \frac{25\times5\times0{,}3}{32\times0{,}3} - \frac{0{,}3^2}{28\times5} - \frac{25\times5\times0{,}3x^2}{2\times32\times0{,}3} + \frac{0{,}3^2x^2}{2\times28\times5}\right) =$$
$$= \frac{\Pi}{3600000}(-1{,}1 + x - 1{,}96x^2).$$

Para que el límite de que se puede cargar el arco $\frac{N}{E\omega} + \frac{n}{s}$ sea el mayor posible, es menester buscar el máximo de estos términos en cada una de sus fórmulas. Haciendo $x=0$, y sumándolas como si fuesen positivas, lo que no importa para el

caso, pues equivale á suponer que el peso Π actúa en sentido contrario, se tiene

$$\frac{R}{E}=\frac{N}{E\,\omega}+\frac{n}{s}=\frac{\Pi}{3600000}(0{,}65+1{,}1)=\frac{\Pi}{3600000}\,1{,}75.$$

Por otro lado es

$$\frac{R}{E}=\frac{700000}{1200000000}=0{,}000283=2098{,}8\frac{1}{360000};$$

así, $2098{,}8=1{,}75\,\Pi$; y $\Pi=1200^k$ muy próximamente, ó $2\,\Pi=2400^k$

El empuje horizontal contra las paredes ó estribos es

$$Q=\Pi\left(\frac{25\times5}{32\times0{,}3}-\frac{0{,}3}{28\times5}\right)=1200\times13=15600^k;$$

y la de presion $f=\dfrac{12\,\Pi}{E b'\,h^3}\left(\dfrac{125}{128}-\dfrac{23\times5\times0{,}09}{6720}\right)=0{,}00222\times0{,}979=0^m{,}00217.$

2.° *Para un arco de hierro colado de* $2\,a=36^m$, ó $a=18^m$

$$b=3^m{,}5;\quad \omega=b'\,h=0^m{,}08\times0^m{,}5=0^m{,}04;\ \text{y}\ n=\frac{h}{2}=0^m{,}25,$$

son $\Pi=5430^k$ próximamente; $Q=21780^k$; y $f=0^m{,}027.$

1218. Supuesto de ser la curva circular, de amplitud más ó menos considerable.

Siendo r el rádio, α el ángulo de la vertical y un rádio cualquiera, y φ el de la vertical y rádio extremo, se tiene

1°. *Caso de una pieza empotrada horizontalmente y solicitada por las fuerzas vertical y horizontal* P Q.

Este es el caso de todo semiarco, cuyo vértice se puede suponer empotrado en la misma pieza, actuando en su extremo la reaccion vertical P y empuje horizontal Q, por el efecto del peso considerado, ó de que está cargada la pieza.

El desplazamiento horizontal en un punto cualquiera de la curva, producido por el empuje Q, es

$$\Delta x=x'-x=-\frac{r^3}{EI}[P(\text{sen.}\varphi(\text{sen.}\alpha-\alpha\cos.\alpha)+\tfrac{1}{2}\text{sen.}^2\alpha+\cos.\alpha-1)+$$
$$+Q(\tfrac{1}{2}\alpha-\tfrac{1}{2}\text{sen.}\alpha\cos.\alpha-\cos.\varphi(\text{sen.}\alpha-\alpha\cos.\alpha))]$$

El desplazamiento vertical en el mismo punto es

$$\Delta y=y'-y=\frac{r^3}{EI}[P(\text{sen.}\alpha(\alpha\,\text{sen.}\alpha+\cos.\alpha-1)+\tfrac{1}{2}\text{sen.}\alpha\cos.\alpha+\tfrac{1}{2}\alpha-\text{sen.}\alpha)+$$
$$+Q(\tfrac{1}{2}\text{sen.}^2\alpha-\cos.\varphi(\alpha\,\text{sen.}\alpha+\cos.\alpha-1))]$$

Y para los idénticos desplazamientos que corresponden al extremo, donde $\alpha=\varphi$

$$\Delta x=-\frac{r^3}{E\,I}[P(\tfrac{3}{2}\text{sen.}^2\varphi-\varphi\,\text{sen.}\varphi\cos.\varphi+\cos.\varphi-1)+Q(\tfrac{1}{2}\varphi-\tfrac{3}{2}\text{sen.}\varphi\cos.\varphi+$$
$$+\varphi\cos.^2\varphi)]$$

$$\Delta y=\frac{r^3}{E\,I}[P(\varphi\,\text{sen.}^2\varphi+\tfrac{3}{2}\text{sen.}\varphi\cos.\varphi-2\,\text{sen.}\varphi+\tfrac{1}{2}\varphi)+Q(\tfrac{1}{2}\text{sen.}^2\varphi-\varphi\,\text{sen.}\varphi\cos.\varphi+$$
$$+\cos.\varphi-1)]$$

Se sabe que $I=\dfrac{b\,h^3}{12}$ para una pieza rectangular.)

La presion N en sentido de la curva es

$$N=Q\cos.\alpha-P\,\text{sen.}\,\alpha$$

Y la cantidad $\frac{1}{s}$, en que se deprime una fibra eu virtud de la flexion producida

en un punto cualquiera,

$$\frac{1}{s'}=\frac{r}{EI}\left[P(\text{sen. }\varphi-\text{sen. }\alpha)+Q(\cos.\alpha-\cos.\varphi)\right]$$

Para la seccion del arco es $\omega=\frac{N}{R}$

1219. Si el ángulo α es pequeño, ó si el arco es bastante rebajado, como sucede en la mayor parte de los casos, los presentes valores se convierten en los anteriores del número 1214, pues que se confunden casi las curvas circular y parabólica. Así, las fórmulas aquellas se deben considerar como generales para toda clase de arcos rebajados.

Haciendo cero el incremento de la abscisa en las expresiones anteriores, lo que equivale á suponer que se destruye el empuje del arco, ya por la mayor resistencia del pilar ó por la de un tirante, se podrá despejar Q y tener así el expresado esfuerzo horizontal.

1220 2.° **Caso de un arco semicircular.**

Considerando 1.° independiente cada arco de 90°, se hará en las anteriores fórmulas $\varphi=\frac{1}{2}\pi$, y resultará

$$\Delta x=-\frac{r^3}{EI}(\tfrac{1}{2}P+\tfrac{1}{4}\pi Q)\qquad \Delta y=\frac{r^3}{IE}\left(\frac{3\pi-8}{4}P+\tfrac{1}{2}Q\right)$$

Y si el arco total estuviese cargado en su vértice del peso 2Π, y apoyado de modo que sus extremos no pudieran separarse por cualquiera de los medios arriba indicados, siendo entonces $\Delta x=0$, se tiene

$$P=-\Pi\qquad Q=\frac{2\Pi}{\pi}\qquad -\Delta y=\Pi\frac{r^3}{EI}\cdot\frac{3\pi^2-8\pi-4}{4\pi}$$

La segunda expresion dice que el empuje es un poco menor que el $\frac{2}{3}$ del peso suspendido en el vértice.

Tambien son para cualquier punto

$$N=\Pi\left(\text{sen. }\alpha+\frac{2\cos.\alpha}{\pi}\right)\qquad \frac{1}{s'}=\Pi\frac{r}{EI}\left(\text{sen. }\alpha-1+\frac{2\cos\alpha}{\pi}\right)$$

1221. 3.° **Caso de hallarse la pieza cargada uniformemente de pesos** p.

Este es verdaderamente el caso mas general para las obras sometidas constantemente á su propia carga: la cual puede estar ó considerarse repartida uniformemente en el arco ó en la cuerda ó proyeccion horizontal.

Siendo p el peso por unidad, compuesto siempre del peso propio de la construccion mas el accidental, que puede ser de 80^k á 116^k por 1^{m2}, segun los mayores vientos reinantes, se tiene,

1.° *Para el supuesto de la carga repartida en el arco.*

Reaccion vertical $P=pr\varphi$

Reaccion horizontal $Q=2pr\varphi\dfrac{\text{sen. }\varphi-\dfrac{\text{sen. }\varphi}{2\varphi\cos\frac{1}{2}\varphi}\text{sen. }\frac{1}{2}\varphi+\frac{1}{2}\varphi\cos.\frac{1}{2}\varphi}{2(1-\cos.\varphi)}=2pr\varphi S$

(llamando S la fraccion)

Para los arcos rebajados $\qquad Q=pr\varphi\dfrac{a}{2b}$

La presion N es $\qquad N=pr(\varphi-\alpha)\text{ sen. }\alpha+Q\cos.\alpha-P\text{ sen. }\alpha$

Las proyecciones de las fuerzas, se toman positivamente de la clave á los arran-

En los arranques $\alpha = \varphi$ y $N = Q \cos.\varphi - P \operatorname{sen}.\varphi$

Y en la clave $\alpha = 0, \cos. 0 = 1$ y $N = Q$

Calculando N para diversos puntos, se tendrá la presion en cada uno de ellos. En la clave se vé que dicha presion es igual al empuje horizontal, y en los arranques á la resultante de las reacciones horizontal y vertical. Así, pues, los valores de N serán, á partir de los arranques, menores que los correspondientes á estos puntos: por consiguiente, si se determina la seccion del arco aplicando la fórmula general

$$R = +\frac{N}{\omega} \pm \frac{Xn}{I}$$

dando á N la presion en los arranques, se estará seguro de ser la dicha seccion sobradamente resistente.

Esta fórmula que determina el límite de que no deben exceder las presiones y tensiones de la seccion, tiene efectivamente, su máximo en el máximo de N y X, y los signos correpondientes al momento de flexion X en cada parte de las piezas segun sus amplitudes.

En esta fórmula, N siempre representará presiones y X presiones ó tensiones, respecto á lo cual debemos observar que, habiendo tomado positivas las presiones, debe tomarse el segundo término con el signo — siempre que la pieza á que se debe el momento de flexion produzca flexion, y el signo + cuando produzca tension.

En cada seccion del arco hay que atender á que la fibra neutra la divide en dos partes, de las cuales, una experimenta tension y otra presion; pero no sucede lo mismo que en las piezas rectas cuando están simplemente apoyadas, en las que sucede que la parte inferior está sometida á aquel esfuerzo y la superior á otro, sino que, como en las empotradas, varia la naturaleza de ellas segun la presion de la parte que se considere. En la clave las fuerzas tienden á hacerla descender; la flexion, por consiguiente, disminuye la curvatura, y por esta razon la parte superior á la fibra neutra experimenta compresion y la inferior tension. A partir de este punto, en que se tiene el valor α, empieza á disminuir el del momento de flexion hasta llegar á un valor de dicho ángulo dependiente de φ que le reduce á cero, pasado el cual cambia la posicion de los esfuerzos; es decir, que en la parte inferior á la fibra neutra, el momento de flexion produce presion y en la superior tension. Continúa aumentando dicho momento hasta cierto valor de α que varia tambien con la amplitud total del arco, y despues vuelve á decrecer para ser nulo en los arranques como debe suceder, puesto que es el punto con respecto al cual se han tomado los momentos.

Se deduce, en resúmen de lo expuesto, que la fórmula general $R = \frac{N}{\omega} \pm \frac{Xn}{I}$ debe tener los signos siguientes:

Desde la clave hasta el valor α que hace $X = o$.....
- Para el trasdós.... $R = \frac{N}{\omega} + \frac{Xn}{I}$ (a)
- Para el intrasdós.. $R = \frac{N}{\omega} - \frac{Xn}{I}$ (b)

Desde el valor α que hace $X = o$ hasta los arranques
- Para el trasdós.... $R = \frac{N}{\omega} - \frac{Xn}{I}$ (c)
- Para el intrasdós.. $R = \frac{N}{\omega} + \frac{Xn}{I}$ (d)

Los valores (*b*) (*c*) podrán dar presiones ó tensiones, segun que el segundo término sea menor ó mayor que el primero.

Los esfuerzos determinados por los valores (*a*) (*d*) serán siempre mayores que los anteriores.

Si suponemos (como puede admitirse con bastante aproximacion) que los valores de R son iguales para las presiones y tensiones correspondientes á cada clase de madera y el hierro dulce, dentro de los límites que permiten las aplicaciones, bastará determinar la seccion por la máxima presion que se obtenga de las expresiones (*c*) (*d*). Si, por el contrario, se emplea el hierro fundido, para el que no es admitida dicha hipótesis, será menester examinar si el máximo de las (*b*) y (*c*) no exige mayor seccion que el de las (*a*) y (*d*).

El momento de flexion X es la suma de los momentos de las fuerzas que actuan al rededor del punto considerado, tomados positivamente los que obran hácia el centro de la curva y negativamente los contrarios.

Se tendrá, pues, (*fig.* Y lám.ª 46.) *Fig.* Y. Lám. 46.

$$X = -Q \times bc + P \times ab - pr(\varphi - \alpha) \times \tfrac{1}{2} ab$$

y pues que $\quad P = pr\varphi \qquad Q = 2Spr\varphi$

y $\quad bc = (\cos.\alpha - \cos.\varphi)\, r \qquad ab = (\text{sen.}\,\varphi - \text{sen.}\,\alpha)\, r$

$$X = \tfrac{1}{2} pr^2 [(\varphi + \alpha)(\text{sen.}\,\varphi - \text{sen.}\,\alpha) - 4S\varphi(\cos.\alpha - \cos.\varphi)]$$

En los nacimientos $\alpha = \varphi$ y $X = 0$

En la clave $\quad \alpha = 0, \qquad \cos.\alpha = 1, \qquad \text{sen.}\,\alpha = 0,$

y $\quad X = \tfrac{1}{2} pr^2 \varphi\, \text{sen.}\,\varphi - 4S\varphi(1 - \cos.\varphi)$

Haciendo $r' =$ el rádio de giro, $I = \omega r'^2$

$$R = pr\frac{\alpha\,\text{sen.}\,\alpha + 2S\varphi\cos.\alpha}{\omega} + \frac{1}{4}pr^2\frac{(\varphi + \alpha)(\text{sen.}\,\varphi - \text{sen.}\,\alpha) - 4S\varphi(\cos.\alpha - \cos.\varphi)}{I = \omega r'^2}\,h$$

y multiplicando por $\frac{a}{a}$ el 2.º término y reduciendo

$$\omega = \frac{pr}{R}\left[\alpha\,\text{sen.}\,\alpha + 2S\varphi\cos.\alpha + \frac{1}{4}r[(\varphi + \alpha)(\text{sen.}\,\varphi - \text{sen.}\,\alpha) - 4S\varphi(\text{sen.} - \alpha\cos\varphi)]\frac{\frac{h}{a}}{\frac{r'^2}{a^2}}\right]$$

Todo queda conocido en esta fórmula sabiendo la amplitud del arco, menos h y r', pero se conocen las relaciones $\frac{h}{a}$ y $\frac{r'^2}{a^2}$ que varian entre los límites siguientes:

para $\frac{r'^2}{a^2} = 0{,}0001$, las variaciones de $\frac{h}{a}$ son de 0,03 á 0,055

$\frac{r'^2}{a^2} = 0{,}0005$, ... de 0,04 á 0,01

$\frac{r'^2}{a^2} = 0{,}001$, ... de 0,06 á 0,1

$\frac{r'^2}{a^2} = 0{,}0015$, ... de 0,07 á 0,1

En las secciones rectangulares, igual cada una á bh, se conocerá por la fórmula $I = \omega r'^2 \quad r'^2 = \frac{h^2}{12}$ $\left(\text{pues que} \quad I = \frac{bh^3}{12}\right)$. Fijando ahora h se conocerá ya ω, y por consiguiente b.

1222. 2.º *Para el caso de estar la pieza cargada uniformemente en la cuerda, son*

$$P = p\,a = p\,r\,\text{sen.}\,\varphi$$

$$Q = 2\,p\,a\,\frac{\text{sen.}\,\varphi - \dfrac{\text{sen.}\,\varphi}{2\cos.\frac{1}{2}\varphi}\,\text{sen.}\,\frac{1}{2}\varphi - \frac{1}{4}\,\text{sen.}\,\varphi}{2\,(1-\cos.\,\varphi)} = 2\,S'\,p\,a$$

Siendo el arco rebajado se tiene $Q = \frac{pa^2}{2b}$ como en el núm. 1215.

$$N = p\,r\,(\varphi - \alpha)\,\text{sen.}\,\alpha + Q\cos.\,\alpha - P\,\text{sen.}\,\varphi$$

En los arranques $\alpha = \varphi$ $\quad N = Q\cos.\varphi - P\,\text{sen.}\,\varphi$

En la clave $\alpha = 0$ $\quad N = Q$

Lo mismo que en el caso anterior se puede calcular el valor de N en diferentes puntos del arco; pero desde luego se comprenderá que, lo mismo que allí, la mayor presion resultante del esfuerzo tangencial estará en los arranques, pues que ella es igual á la resultante de las reacciones.

El momento de flexion es

$$X = \tfrac{1}{2}p(a - \text{sen.}\,\alpha) - Qy + P(a - \text{sen.}\,\alpha) = \tfrac{1}{2}pa^2\,\frac{(\varphi+\alpha)(\text{sen}\,\varphi - \text{sen.}\,\alpha) - 4S'(\cos.\,\alpha - \cos.\,\varphi)}{\text{sen.}^2\,\varphi}$$

En los nacimientos $X = 0$ por ser $\alpha = \varphi$

En la clave $\varphi = 0$, y $X = \tfrac{1}{2}p\,a^2\,\frac{\varphi\,\text{sen.}\,\varphi - 4S'(1-\cos.\,\varphi)}{\text{sen.}^2\varphi}$

$$\omega = \frac{p\,a}{R}\left[\frac{\alpha\,\text{sen.}\,\alpha + 2\,S'\varphi\,\text{sen.}\,\alpha}{\text{sen.}\,\varphi} + \frac{1}{4}\,\frac{(\varphi+\alpha)(\text{sen.}\,\varphi - \text{sen.}\,\alpha) - 4\,S'\varphi\,(\cos.\,\alpha - \cos.\,\varphi)}{\text{sen.}^2\,\varphi}\cdot\frac{\frac{h}{a}}{\frac{r'^2}{a^2}}\right]$$

1223. Para calcular la seccion del arco, se pueden seguir dos caminos: 1.° averiguar si una pieza dada puede ofrecer la resistencia conveniente determinada por R, cuyo máximo admisible es de 8 á 10^k por milímetro cuadrado.—2.° Fijadas algunas de las dimensiones de la seccion, determinar la superficie para distribuir despues los espesores de las planchas superior é inferior que han de formar la doble T de que se componga el arco.

En el primer caso quedan determinados $\frac{h}{a}$, $\frac{r'^2}{a^2}$ y ω, debiendo hallar por medio de la fórmula, el valor de p.

En el segundo, se elige siempre la altura de la seccion, de donde se deduce $\frac{h}{a}$. Conocida esta cantidad, se limitan las variaciones de $\frac{r'^2}{a^2}$ con arreglo á la tabla antes expresada. Elegido un valor cualquiera de ellos, por ejemplo, el término medio, se calcula el del empuje por una de las tablas siguientes ó directamente, y se tienen todos los datos para hallar ω. Se supondrá primero $\alpha = 0$ y luego $\alpha = \varphi$ para tener las secciones correspondientes á la clave y arranques; y si se quiere se dividirá el arco en tantas partes como se juzguen necesarias para tener por diferentes valores de a las secciones correspondientes. Por regla general, bastará calcular la correspondiente á los arranques, que ha de ser la mayor, y la de la clave, que será la menor, cuyo término medio corresponderá á los riñones.

En los arcos de madera la seccion es generalmente rectangular, ya se componga de una pieza ó de varias planchas unidas, como indican las figuras 469 y 470. En

Figs. 469 y 470.

los arcos de hierro fundido tambien suele ser rectangular, llena ó con espacios vacíos (lám.ª 32) como el mas conveniente. En los de hierro dulce, la seccion ya se ha dicho es de doble T, y el alma puede ser llena, laminada con las cabezas ó roblonada á ellas, ó vacío el espacio entre las planchas que se sujetan por medio de manguetas y tornapuntas, ó tornapuntas solas en forma de V ó N; ó solo áspas ó cruces de San Andrés, ó estas y manguetas normales, segun se vé las lám.ˢ 42, 49, 50, &. Cualquiera de estos últimos sistemas es mas económico que el de alma llena y tan resistente como se puede desear. Para calcularle, despues de determinada la seccion del arco, se hallarán las componentes de las reacciones en cada punto donde haya una mangueta ó barra encargada de resistir las presiones y tensiones resultantes. A este fin debe conocerse el esfuerzo de fractura sobre un punto cualquiera del arco, que no es mas que la suma de las proyecciones de las fuerzas de reaccion mencionada sobre el rádio ó normal en el punto considerado. Será así,

1.° *Cuando la carga se halla distribuida en el arco.*

$$F = -p\,r\,(\varphi - \alpha)\cos\alpha - Q\,\mathrm{sen}\,\alpha + P\cos x$$

En los arranques $\alpha = \varphi$ y $F = -Q\,\mathrm{sen}\,\varphi + P\cos\varphi$

En la clave $\alpha = 0$ $F = P$.

2.° *Cuando la carga está distribuida en la cuerda.*

$$F = p\,(a - \mathrm{sen}\,\alpha)\cos.\alpha - Q\,\mathrm{sen}\,\alpha + P\cos.\alpha$$

En los arranques $\mathrm{sen}.\,\alpha = a = \mathrm{sen}.\,\varphi$ $F = -Q\,\mathrm{sen}.\,\varphi + P\cos.\,\alpha$

En la clave $\alpha = o$ $F = -Q$

(I) **TABLA de empujes para semi-ángulos en el centro de 5° en 5° desde 10° á 90°**

Semi-ángulo en el centro φ	CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN EL ARCO. Arco φ para el rádio 1	Valor de S	Empuje horizontal Q	Semi-ángulo en el centro φ	CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN LA CUERDA. Semicuerda del arco 2 φ de rádio 1	Valor de S	Empuje horizontal Q
	m						
10°	0,17453	5,657	5,657 P	10°	0,1736	5,691	5,691 P
15	0,26180	3,772	3,772 P	15	0,2588	3,788	3,788 P
20	0,34907	2,798	2,798 P	20	0,3420	2,882	2,882 P
25	0,43623	2,208	2,208 P	25	0,4226	2,338	2,338 P
30	0,52360	1,809	1,809 P	30	0,5000	1,844	1,844 P
35	0,61087	1,518	1,518 P	35	0,5736	1,562	1,562 P
40	0,69813	1,298	1,298 P	40	0,6428	1,347	1,347 P
45	0,78540	1,126	1,126 P	45	0,7071	1,189	1,180 P
50	0,87266	0,976	0,976 P	50	0,7660	1,037	1,037 P
55	0,95993	0,873	0,873 P	55	0,8192	0,940	0,940 P
60	1,04719	0,751	0,751 P	60	0,8660	0,823	0,823 P
65	1,13446	0,658	0,658 P	65	0,9063	0,738	0,738 P
70	1,22173	0,577	0,577 P	70	0,9397	0,662	0,662 P
75	1,30889	0,504	0,504 P	75	0,9659	0,593	0,592 P
80	1,39626	0,437	0.437 P	80	0,9848	0,533	0,533 P
85	1,48353	0,376	0,376 P	85	0,9962	0,477	0,477 P
90	1,57079	0,319	0,319 P	90	1,0000	0,430	0,430 P

1224. De la doctrina de Bresse se deduce

1.° *Para la carga repartida en el arco*

$$Q = 2\,p\,r\,\varphi\,\frac{M}{N_{,}} \cdot \frac{1 - L\,\frac{r'^2}{a^2}}{1\,L +' \frac{r'^2}{a^2}}$$

Siendo $M = \frac{1}{2}\text{sen.}^2\varphi - \frac{1}{4} - \frac{5}{2}\cos.^2\varphi - \varphi\,\text{sen.}\,\varphi\cos.\,\varphi + \frac{9}{4\varphi}\text{sen.}\,\varphi\cos.\,\varphi$

$N_{,} = \varphi + 2\varphi\cos.^2\varphi - 3\,\text{sen.}\,\varphi\cos.\,\varphi$

$$L = \frac{\frac{1}{2}\left(\text{sen.}^2\varphi - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{\text{sen.}\,\varphi\cos.\,\varphi}{\varphi}\right)\text{sen.}\,\varphi}{M}$$

$$L' = \frac{\varphi + \text{sen.}\,\varphi\cos.\,\varphi}{N_{,}}.$$

2.° *Para la carga repartida en la proyeccion horizontal ó cuerda.*

$$Q_{,} = 2p'a\,\frac{M'}{N_{,}}\cdot\frac{1 - L_{,}\frac{r'^2}{a^2}}{1 + L_{,}'\frac{r'^2}{a^2}}$$

siendo $M' = \frac{7}{12}\text{sen.}^2\varphi - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\frac{\varphi}{\text{sen.}\,\varphi}\cos.\,\varphi - \frac{1}{2}\text{sen.}\,\varphi\cos.\,\varphi$

$L' = \frac{\frac{1}{3}\text{sen.}^4\varphi}{M'}$ $\qquad L'_{,} = \frac{\text{sen.}^2\varphi\,(\varphi + \text{sen.}\,\varphi\cos.\,\varphi)}{N_{,}}$

$N_{,}$ = la misma que antes.

Generalmente basta en práctica con el factor $\frac{M}{N}$ y el $\frac{M'}{N_{,}}$ para los valores $2\,p\,r\,\varphi$ y $2p'a$, pues el 2.° factor es siempre pequeño por serlo la fraccion $\frac{r'^2}{a^2}$ que no pasa de 0,001.

Para ahorrar cálculo puede consultarse la siguiente

(II) TABLA de Bresse para determinar la presion sobre los apoyos y el empuje contra los mismos.

AMPLITUD DEL SEMIÁNGULO. φ — En grados	$\frac{\varphi}{2\pi}$	$\frac{b}{2a}$	Arco φ para el rádio 1	Factor $\frac{M}{N_{,}}$ del coeficiente del empuje Q para la carga distribuida sobre el arco.	Factor $\frac{M'}{N_{,}}$ del coeficiente del empuje Q para la carga distribuida en la cuerda.	Factor $\frac{1-L\frac{r'^2}{a^2}}{1+L'\frac{r'^2}{a^2}}$ para los valores de $\frac{r'^2}{a^2}$ que siguen: $\frac{r'^2}{a^2}=0{,}0005$	$\frac{r'^2}{a^2}=0{,}001$	$\frac{r'^2}{a^2}=0{,}0015$
10°	0,11	0,058	0,174	2,853	2,860	0,904		
15	0,16	0,080	0,261	1,885	1.894	0,944	0,826	0,760
20	0'22	0,098	0,549	1,397	1,408	0,970	0,850	0,850
25	0,29	0.119	0,436	1,098	1,110	0,981	0,942	0,915
30	0,33	0,14[illegible]	0,523	0,915	0,933	0,987	0,964	0,946
35	0,39	0.150	0,611	0,757	0,779	0,991	0,982	0,974
40	0,44	0,180	0,698	0,639	0,681	0,995	0,986	0,978
45	0,50	0,210	0,785	0,567	0,589	0,996	0,989	0,984
50	0,55	0,230	0,872	0,484	0,514	0,997	0,991	0,986
55	0,61	0,260	0,960	0,486	0,462	0,997	0,993	0,989
60	0,66	0,280	1,047	0,371	0,418	0,998	0,994	0,992
65	0,72	0,320	1,134	0,330	0.371	0,998	0,995	0,993
70	0,77	0.350	1,222	0,284	0,330	0,998	0,9[illegible]6	0,994
75	0,85	0,380	1,309	0,252	0,298	0,998	0,997	0,995
80	0,89	0,420	1,396	0,220	0.270	0,999	0,997	0,996
85	0,95	0,460	1,483	0,192	0,245	0,999	0,998	0,997
90	1,00	0,50	1,570	0,155	0,212	0,999	0,998	0,997

1225. Comparando los valores de los coeficientes principales en ambos casos de distribucion de la carga, vemos que las diferencias son bastante pequeñas, sobre todo hasta llegar al semiángulo $\varphi = 45°$, estando comprendidas entre 1 á 2 por 100. Por consiguiente, para estos casos será suficiente en la práctica el empleo de cualquiera de las dos fórmulas de Q; y solo en el concepto de usar arcos de mucha amplitud será cuando convenga hacer la distincion debida, puesto que en el de 90° llega ya á 6 por 100 la diferencia.

EJEMPLO.

Para ejemplo del cálculo de un arco curvo, supongamos el que representa la figura 9 *lám.* 46, de hierro dulce y compuesto de planchas de trasdós é intradós unidas por manguetas normales y aspas; y dividido en 12 partes iguales en los puntos á donde concurren las manguetas.

Datos.

Rádio de intradós.......... $r = 11^m75$
Rádio de trasdós............ $= 13^m,75$
Rádio neutro............. $r' = 12^m,75$
Distancia entre las cabezas.. $h = 2^m$
Distancia media entre las manguetas.................... $= 2^m,83$
Semicuerda inferior......... $a = 11,56$
Id. del eje neutro............ $= 12,56$
Flecha del arco........ $f = b = 9^m,50$
Id. del eje neutro...... $f' = b' = 10,50$
Angulo en el centro 160°, y $\varphi = 80°$
Angulo que forman las manguetas entre sí............ $= 13°20'$
Carga total y sobrecarga por 1^m de longitud.............. $p = 1280^k$
Desarrollo de φ para $r = 1$ $= 1,396$

Las fajas ó planchas del arco se componen de escuadras de 70/70/10, abrazando un alma vertical de 140/15. El espacio intermedio le ocupan, como se vé en la figura, las áspas de simple T ó á escuadras unidas, de 60/60/8; siendo las manguetas planchas rectangulares de 60/8

Seccion $\omega = 0^{m2},0094$
$I = 0,00312$

$\frac{I}{n} = 0,00312$

$\frac{n}{I} = 32,05$

1.° *Reaccion vertical* $P = p\, r\, \varphi = 22783^k$

2.° *Reaccion horizontal ó empuje* (tabla I)

$$Q = 0,437\, P = 9,956^k$$

Segun Bresse, tomando 0,22 y 0,997 para los dos factores

$$Q = 9994^k$$

Los valores de los términos de la fórmula $R = \frac{N}{\omega} \pm \frac{Xn}{I}$ son los siguientes.

Números de orden.	α	N	X	$\frac{N}{\omega}$	$\frac{Xn}{I}$	$R = \frac{N}{\omega} + \frac{Xn}{I}$ Trasdós.	$R = \frac{N}{\omega} - \frac{Xn}{I}$ Intradós.	Esfuerzo F
		k	km	k				
1	0°	+ '9994	+ 29131	+ 1,63	+ 0,934	+ 2,564	+ 0,696	
2	13°,20'	+ 8848	+ 25593	+ 0,94	+ 0,82	+ 1,760	+ 0,12	+ 1377
3	26,40	+ 5524	+ 12797	+ 0,59	+ 0,41	+ 1,00	+ 0,18	+ 22860
4	40°	+ 3335	— 385	+ 0,35	— 0,0123	+ 0,334	+ 0,362	+ 230
5	53°,20'	— 6208	— 8635	— 0,66	— 0,277	— 0,937	— 0,383	+ 1036
6	66,40'	— 13472	— 10716	— 1,43	— 0,343	— 1,773	— 1,087	— 1777
7	80°	— 20671	00	— 2,20	0,0	— 2,20	— 2,20	— 5879

Habiendo en los valores de R mas signos positivos que negativos, el arco trabajará mas á la presion que á la tension, que es la mejor condicion, consistente en la gran altura que se trate de dar al arco.

Barras y áspas. Las áspas, que ya se ha dicho las forman dos escuadras unidas y roblonadas de 60/60/8, tienen de seccion $0^{m^2},001792$. Por la tabla precedente se vé que el mayor esfuerzo F se verifica sobre el primer espacio en los arranques, tendiendo á comprimir la barra dirigida del intradós al trasdós y á estirar la del trasdós al intradós. Y siendo 52° el ángulo que forma la barra comprimida con la mangueta, soportará un esfuerzo igual á

$$\frac{F}{\cos.\alpha}=\frac{5879}{0,6151}=9557^k$$

y para la seccion 1792^{mil^2}, el trabajo de la barra será

$$R'=\frac{9557}{1792}=5^k,33$$

coeficiente muy admisible por no llegar al límite 8^k

1226. **ARCOS GÓTICOS Ú OJIVOS METÁLICOS.**

En este género de arcos se deben considerar, para el equilibrio, la reaccion P aplicada en los arranques, (representando la que tiene lugar por el peso de la cercha y carga accidental), y otra inclinada segun la tangente tirada del vértice al arco; la cual reemplaza la horizontal de los arcos circulares y se halla aplicada á los arranques. Esta reaccion inclinada se descompone en dos, una horizontal, que es el empuje, y otra vertical, que concurre con la 1.ª al equilibrio y determina la carga aplicada al vértice de cada arco.

Admitiendo la carga uniformemente repartida en el arco, *la reaccion vertical* es

$$P=p\rho\varphi$$

(ρ = rádio del arco; p = peso por unidad de longitud, y φ = ángulo en el centro ó el comprendido por dos rádios extremos, teniendo de longitud para $r=1$ y arco de 60°, $\varphi=1^m,047$).

Reaccion inclinada.

$$Q=p\rho\varphi\frac{\cos.\varphi-\frac{1}{2\varphi}\cos.\frac{1}{2}\varphi-\frac{1}{2}\cos.\varphi\,\text{sen.}\frac{1}{4}\varphi\cos.\frac{3}{4}\varphi}{[\text{sen.}\varphi-(1-\cos.\varphi)\,\text{tang.}\,(90^\circ-\varphi)]\cos.(90^\circ-\varphi)}$$

Para los arcos de 60° ó centro en los arranques el coeficiente de $p\rho\varphi$ es 0,3283, y la reaccion

$$Q=0,3283\,p\rho\varphi$$

La componente horizontal de esta fuerza, que será el empuje

$$Q'=Q\,\text{sen}\,\varphi=0,3282\,p\rho\varphi\,\text{sen.}\,\varphi$$

La componente vertical, que se ha de agregar á la anterior

$$P'=Q\cos.\varphi=0,3282\,p\rho\cos.\varphi$$

1227. **RESISTENCIA DE LOS CUERPOS FLEXIBLES.**

Puentes colgantes.

Las piezas principales de que se compone una construccion suspendida consisten en barras ó hilos de hierro que se suponen perfectamente flexibles é inextensibles, y en los piés derechos sobre que pasan las cadenas para terminar en una plancha adosada á la construccion de mampostería del pilar ó estribo.

Las fórmulas calculadas en la teoría de las construcciones para terminar las dimensiones que convienen á las diferentes partes integrantes de la obra, las iremos exponiendo en el siguiente ejemplo, que tomamos por modelo para los que puedan ocurrir; con el cual se facilitará mas la aplicacion que de estas mismas fórmulas debe hacerse en la práctica.

La curva que tomará la cadena de suspension, concluida que sea la obra, representará la verdadera de equilibrio. Las fuerzas obrarán solo por traccion, ó bien no habrá mas que tensiones longitudinales repartidas uniformemente en toda el área de su seccion trasversal.

1228. Se calculará, por tanto, el límite de los pesos de que se puede cargar una cadena, dadas las dimensiones de esta; ó, recíprocamente, se hallarán las dimensiones que deben tener las cadenas, péndolas y fiadores para resistir los pesos permanentes y adicionales (que siempre se pueden presentar como datos), como tambien los efectos por las alteraciones que motiven las dilataciones del metal, el impulso del viento, choques, &.

1229. Determinada la mayor tension T de la cadena, la expresion $\frac{R}{E}=\frac{T}{\omega E}$ ó $R=\frac{T}{\omega}$ dará la relacion entre la carga y su seccion trasversal.

1230. Supongamos un puente que solo tenga dos apoyos ó pilares de igual altura (lám. 74), para el que sean

$AB=2h=100^m$; $\omega=f=10^m$; la anchura (*) $=10^m$; $CD=1^m$.

El peso de 1^{m2} del puente $=200^k$ (que será próximamente el del figurado en la lámina, siendo la madera de molave, roble, ú otra cuyo peso específico llegue de 0,85 á 0,95). El correspondiente á cada metro de longitud será, pues $=2000^k$.

La mayor carga adicional que puede gravitar sobre el puente, será la del número de personas que ocupen todo el tablado; que á razon de 75^k cada una y tres por cada metro cuadrado, resultará por cada tramo de 1^m de longitud un peso $=2250^k$ (**).

El de las péndolas y cadenas se hallará luego que se conozcan las longitudes y secciones trasversales; pues determinado el volúmen en metros cúbicos no hay mas que multiplicarle por 7790^k, peso de uno de hierro forjado ó laminado, de cuyo material se hacen siempre estas construcciones.

1231. **Tension y seccion de las péndolas.**

Respecto de las péndolas se pueden disponer de metro en metro por ambos lados del puente: de modo que la tension de cada una será la mitad correspondiente á cada tramo de 10^m; y como el peso de uno es $=2000+2250=4250^k$, cada péndola aguantará una tension $T=2125^k$.

Para la seccion trasversal tenemos $\omega=\frac{T}{R}=\frac{2125}{R}$

Para este valor de T se tomará el mínimo del que corresponde á la fractura (tabla del nº. 2181) en virtud del choque que pueden sufrir las péndolas. Así, en el

---

(*) Cuando no ha de haber mas que dos órdenes de cadenas á los costados del puente, esta anchura es excesiva para paises en que las maderas son poco largas. El término que en este supuesto conviene adoptar como limete para la anchura de semejantes puentes es de 7 á 8^m. Para mayor longitud de vigas se compartirá la anchura del puente en 2 ó 3 porciones, existiendo, por consecuencia, 3 ó 4 órdenes de cadenas.

(**) Como este caso nunca sucede, pues, aun el paso de la tropa se verifica con largas distancias ó intérvalos, en razon á las que median entre las cuartas, podrá bastar se consideren 200^k por 1^{m2} como carga adicional, que es el peso que se supone al hacer la prueba de esta clase de puentes. En el Cuerpo de Ingenieros de caminos, canales y puertos de España se manda sea 400^k por 1^{m2} la carga de prueba: precaucion con la cual debe sobradamente confiarse en la resistencia de la construccion así calculada.

supuesto de estar estas compuestas de hilos de alambre, se tomará

$$R=\frac{1}{6}6000=1000^k$$

(como dá la tabla) por centímetro cuadrado de seccion. Si las péndolas fuesen barras de hierro batido sería menester hacer $R=\frac{1}{8}4000=500^k$. En el primer caso

es $\omega=\frac{2125}{1000}=2^{c2},125$, y el diámetro $d=1^c,64$.

Las secciones difieren de una á otra péndola por diferir su tension; pero es preferible hacerlas todas iguales á la calculada para la tension máxima.

1232. **Tension y seccion de las cadenas.**

Siendo verticales todas las fuerzas que solicitan los diversos puntos de las cadenas, la componente horizontal Q será constante, la resultante de la tension en cualquiera punto será

$$T=\sqrt{Q^2+p^2x^2}\text{; y junto al pilar ó para } x=h, \quad T=\sqrt{Q^2+p^2h^2}$$

$p=$ suma de los pesos del tablero, adicionales, cadenas, péndolas, etc.
$x=$ abscisa de los diferentes puntos de la cadena, estando el orígen en C.
$px=$ componente vertical de la tension en un punto cualquiera x.

Para hallar la seccion trasversal debemos conocer Q y p.

Respecto de Q observarémos que, difiriendo muy poco de la parábola la curva que afecta la cadena despues de cargada, que es la llamada *catenaria*, podrémos tomar para su representacion la ecuacion

$$y=\frac{p}{2Q}(x^2-x'^2); \qquad x'=\text{abscisa del primer punto } a.$$

$$\text{Para } x'=0, \qquad y=\frac{p}{2Q}x^2.$$

El punto de mayor tension es el B junto al pilar. Si para él tomamos $x=h$, $y=f$, resultará

$$Q=\frac{p\,h^2}{2f}$$

y sustituyendo en la anterior tendrémos para la máxima tension

$$T=\frac{p\,h^2}{2f}\sqrt{h^2+4f^2}$$

Para hallar la suma de los pesos p, observarémos que ella se compone de los permanentes y adicionales, determinados ya é iguales á 4250_k por unidad longitudinal del tablero, y de los que tienen lugar por razon de los cables péndolas,&.

El peso de las péndolas se encontrará determinando primero su volúmen; el cual (suponiendo momentáneamente recta la semiparábola AC) le dará la fórmula

$$L=nk+d\frac{f}{h}\cdot\frac{n(n-1)}{2}$$

$n=$ núm.° de péndolas en la mitad del puente;
$d=1^m=$ su distancia ó intérvalo;
$\frac{f}{h}=$ tangente del ángulo que forma la semi-cadena con el eje horizontal, ó relacion entre este y la flecha;
$k=CD=1^m$.

Será pues, $L=100+0,2\times4950=1090^m$

Siendo el área $\omega=2^{c2},125$, resulta el volúmen igual á

$1090\times0,0002125=0^{m3},231625$, y el peso $0^{m2},231625\times7790^k=1804^k,36$, que dá para la unidad de longitud de la proyeccion horizontal

$$\frac{1804,36}{h=50}=36^k,08$$

El peso de la cadena en el semi-puente es, por unidad de longitud,

$$\frac{7790\times L'\times\Omega}{50}=7998\,\Omega$$

por ser $L'=B\,C=h\left(1+\frac{4}{6}\frac{f^2}{h^2}-\frac{16}{40}\frac{f^4}{h^4}-\frac{64}{112}\frac{f^6}{h^6}-\&\right)=51^m,335$

muy próximamente. Resulta, pues, de todo esto

$$p=4250+36,08+7998\,\Omega=4286,08+7998\,\Omega$$

y la tension

$$T=\frac{p\,h}{2f}\sqrt{h^2+4f^2}=(4286,08+7998\,\Omega)\,134,5=576477,76+1075731\,\Omega$$

Pero $\Omega=\frac{T}{R}=\frac{576477,76+1075731\,\Omega}{10000000}=0,0576+0,107\,\Omega$

$R=\frac{1}{3}\,30000000=10000000$ segun la tabla (núm. 1185).

De aquí resulta $\Omega=\frac{0,0576}{0,893}=0^{m2},0645$. Y por tanto $h'=0^m,254$ si la barra es cuadrada, ó $d=0^m,30$ próximamente si el cable es redondo.

1233. Podrá haber ocho cables, 4 de cada lado, ó dos á cada lado y 4 en el centro cuyo diámetro sea $d'=0^m,1$ próximamente si el material es de alambre.

En el supuesto de ser este de barras de hierro forjado, para el que $R=8000000$, resultará $\omega=\frac{2125}{500}=4^{m2},25$, y el peso por unidad de longitud de las péndolas$=$ $=72^k,17$. Así

$p=4322,17+7998\,\Omega$; $\quad\Omega=\frac{T}{8000000}=0,07206+0,134\,\Omega$; $\quad$ y $\quad\Omega=0^{m2},083$;

de cuya área corresponde $0^{m2},0105$ á cada una de las 8 cadenas, que podrian tener de escuadría con poco exceso $5,5^c\times 20^c$. Para evitar que estas fuesen de grandes dimensiones se pondrian 10, ó sean 5 por cada lado; á las que tocaría $0^{m2},0083$ de seccion y $5^c,5\times 15^c,1$ de escuadría. Si hubiera 12 cadenas podrian tener de escuadría $5^c,5$ por $12^c,8$.

En uno y otro caso conviene dejar al medio un sistema de cadenas, dividiendo el tablero en dos partes de á 5^m de ancho. Si hubiese 12 cables de alambre, cada uno tendría $d''=0^m,082$ ó $3\frac{1}{3}$ pulgadas de diámetro.

1234. Resulta de todo en el primer caso, es decir, cuando las cadenas fueren de alambre,

$T=645862^k,4$; $\quad Q=\frac{ph^2}{2f}=\frac{4801,95\times 2500}{20}=600243^k,25$

$$\text{tang. }\alpha=\frac{S0}{h}=\frac{2f}{h}=0,4$$

$\alpha=$ ángulo de la tangente á la curva junto al pilar con la horizontal $=21^\circ,48'5''$.

1235. Longitud de las péndolas y cadenas.

En la ecuacion $y=\frac{p}{2Q}x^2$, ó $y=\frac{f}{h^2}x^2$ harémos sucesivamente $x=1^m$, $x=2^m$, $x=3^m$, &; y de aquí nos resultarán para y las diferentes alturas de las péndolas, $y=0^m,004$, $y=0^m,016$, $y=0^m,036$, $y=0^m,064$, $y=0^m,144$, $y=0^m,196$.

A todos estos valores se les agregará el constante 1^m que dista el vértice del piso, en el supuesto de ser este horizontal. Pero si lo fuese parabólico (segun ordinariamente se hace), determinada la flecha f' que hubiera de tener la nueva curva, se hallarán las diferentes ordenadas y'... del mismo modo que se acaba de hacer para las de la cadena, y los valores que resulten se agregarán á los respectivos de y hallados para las péndolas.

1236. Como la curva que forma la cadena no es exactamente una parábola, sino la llamada *catenaria*, las ordenadas no son rigorosamente las que deben. Las diferencias de unas á otras, pueden, sin embargo, despreciarse en la práctica por ser demasiado pequeñas, á escepcion de la del vértice que, algo mas sensible, hará crecer la que verdaderamente resulta en la cantidad que determina la fórmula

$$f-f'=\frac{1}{2Q}\left(\frac{\psi h(f+f'')}{2(3k+f+f'')}+\frac{\xi f^2}{3}-\frac{2\xi f^4}{5h^4}\right)$$

ψ= peso de las péndolas, que para nuestro caso es = 1804,36
ξ= peso por unidad de longitud de la cadena = $\Omega \times 7790^k = 502_k,46$
f'' = flecha de la parábola del tablero (que nosotros supondrémos nula para seguir la hipótesis del piso horizontal, determinando posteriormente la curvatura que sea conveniente darle.)

Las demás letras conservan su notacion anterior, resultando

$$f-f'=\frac{1}{2\times 600243,25}\left(\frac{1804,36\times 50\times 10}{2\times 3\times 1+2\times 10}+\right.$$

$$\left.+\frac{502,46\times 100}{3}-\frac{2\times 502,46+10000}{5\times 50^4}\right)=0^m,042$$

La flecha verdadera será, pues, $f'=10-0^m,042=9^m,958$.

1237. Las diferentes partes de la cadena entre cada dos péndolas vienen á ser próximamente las hipotenusas de triángulos rectángulos, cuyos catetos son las diferencias de altura de aquellas, y su distancia horizontal $=1^m$. Llamándolas a, b, c, &, se tiene

$$a=\sqrt{1+0,004^2}=1^m,000008,\quad b=\sqrt{1+0,012^2}=1^m,00007$$

$$g=\sqrt{1+0,06^2}=1^m,0018\quad j=\sqrt{1+0,076^2}=1^m,0028,\ \&.$$

Siendo estos cálculos bastante largos, aunque los mas exactos para encontrar la longitud rigorosa de la cadena, se podrán evitar las mas de las veces suponiendo la curva igual á la parábola circunscrita, que ya hemos dicho difiere muy poco de la verdadera. Su longitud será dada por la ecuacion (núm. 1228).

$$2L'=2h\left(1+\frac{2f^2}{3h^2}\right)=100\left(1+\frac{200}{7500}\right)=102^m,67.$$

1238. **Pilares desiguales.**

Si los apoyos no fueran de igual altura, la semi-longitud L de una rama de la curva y la L' de la otra se hallarían separadamente procediendo del propio modo que para el caso anterior, asignando á f y h los valores que les corresponden por los datos particulares de la cuestion. En este supuesto, las anteriores fórmulas darían para cada mitad ó trozo respectivo de la curva, desde el vértice á los pilares, las dimensiones convenientes á las cadenas, péndolas y demás partes de la construccion.

1239. **Seccion del fiador.**

El fiador BFK es la prolongacion de la cadena que pasa sobre la cabeza del pilar por dos ó mas rodillos, cuyo movimiento de rotacion disminuye considerablemente el rozamiento del cable al resbalar en todos los puntos de contacto. Esta

disposicion ocasiona mayor tension en el fiador que la que tendría lugar si descansase rozando sobre la cabeza del pilar, á la cual será preferida siempre en razon á lo que disminuye el empuje horizontal del apoyo: empuje que llegará á ser nulo cuando los ángulos en B con la horizontal sean iguales, puesto que la resultante de las dos tensiones de la cadena y fiador se confundirá entonces con la presion vertical ejercida en el pilar.

Siendo de 45° é iguales los ángulos α y β, la tension T′ del fiador será

$$T' = \frac{Q}{\cos.45^\circ} = \frac{600243{,}25}{0{,}7071} = 847466^k$$

y la seccion
$$\Omega' = \frac{T'}{R} = \frac{847466}{10000000} = 0^{m2}{,}0847.$$

Corresponderá á cada uno de los ocho fiadores $\omega' = 0^{m2}{,}0106$, siendo $d = 0^m{,}116$.

Si α y β fuesen desiguales, la resultante de ambas tensiones formaría con la vertical un ángulo $= \frac{1}{2}(\beta - \alpha)$; en cuyo caso no debe salir aquella de la base del pilar para que no se altere el equilibrio. En el supuesto contrario se dará al apoyo una resistencia igual ó superior al esfuerzo que tendería á derribarle, expresada por el momento de su peso con relacion á la arista de giro.

Pasando la cadena sobre rodillos (como ordinariamente se hace) el rozamiento es nulo, ó como tal se puede considerar; trasmitiéndose entonces al fiador la tension de la cadena, que será $T' = T = 645862^k{,}4$. La presion, descompuesta en dos fuerzas, horizontal y vertical, daría

$$Q' = Q\left(1 - \frac{\cos.\beta}{\cos.\alpha}\right) \quad \text{para el empuje horizontal;}$$

$$P' = Q\left(\frac{\text{sen.}\,\alpha + \text{sen.}\beta}{\cos.\alpha}\right) \quad \text{para la presion.}$$

La primera fórmula manifiesta que si α y β son iguales desaparece el empuje horizontal, como dijimos al principio.

Haciendo $\beta = 30°$, y siendo siempre $\alpha = 21°\,48'\,5''$, resulta

$$Q' = 600243{,}25\left(1 - \frac{0{,}866}{0{,}92846}\right) = 40816^k{,}55$$

$$P' = 600243{,}25\left(\frac{0{,}37139 + 0{,}5}{0{,}92846}\right) = 564228^k{,}65.$$

1240. Longitud del fiador.

El fiador se compone de dos partes; una que sobresale de la construccion y se presenta á la vista, y otra que permanece enterrada. La primera se determina fácilmente por ser la hipotenusa de un triángulo rectángulo, en que son conocidos un lado y sus ángulos. Su valor en nuestro caso es $= \frac{10}{\text{sen.}30°} = 20^m$.

Para hallar la parte enterrada, y adoptada una de las disposiciones manifiestas en las figuras de la lámina 73, se debe hacer para el equilibrio que el momento del peso del sólido a G H a' que puede abrazar la plancha G H (descompuesto en sentido paralelo al fiador), y su rozamiento, sean iguales por cada lado del puente á la tension T′ del fiador.

Suponiendo que el prisma dicho (lám. 74) tenga de base 8^{m2}, su volúmen será $= 8 \times$ Y K; y el peso, en la hipótesis de ser 2,2 el específico del material, será $8 \times 2200 \times$ YK $=$ 17600 YK. Su componente en direccion del fiador es 17600 YK sen.β; y la expresion del rozamiento $0{,}76 \times 17600$ Y K cos. β. ($0{,}76 =$ coeficiente de fric-

cion). Así, pues, la ecuacion de equilibrio por cada costado del puente será

$$17600 \text{ Y K sen.}\beta + 0{,}76 \times 17600 \text{ Y K cos.}\beta = \tfrac{1}{2}\text{T}'; \text{ y, siendo } \beta = 30°,$$

$$\text{Y K } (8800 + 11583{,}6) = \tfrac{1}{2}\text{T}'; \text{ Y K} = \frac{645862{,}4}{40767{,}2} = 16^{\text{m}} \text{ próximamente por ser T}' = \text{T}.$$

Esta longitud disminuye cuando se adoptan las disposiciones de las figuras últimas de la lám. 73.

No hemos tomado en cuenta la adherencia de los materiales, porque al hacerse la prueba de la resistencia del puente están aquellos aun recientes ó frescos, y la cohesion es pequeña.

El fiador se asegura perfectamente á la plancha de hierro ó á la armazon que la sustituya; y el grueso que ha de tener esta plancha, se calcula para resistir al esfuerzo de compresion que debe recibir, segun el núm. 1175.

1241. **Efectos de la elasticidad de los materiales.**

1.° *Por el peso permanente de la construccion.*

La dilatacion que toma la cadena por efecto de su propia elasticidad, á causa del peso permanente, es, llamándola δ,

$$\delta = \frac{p' h^3}{\text{E}\Omega \times 2f} = \frac{2551{,}95 \times 50^3}{18000000000 \times 0{,}06450 \times 20} = 0^{\text{m}},014$$

y el aumento de flecha $\varphi = \frac{3h\delta}{4f} = \frac{3 \times 50 \times 0{,}014}{4 \times 10} = 0^{\text{m}},0525$

$p' = 2000 + 36{,}08 + 515{,}87$ = pesos, por metro de longitud, del tablero, péndolas y cadenas.
Ω = seccion de las cadenas $= 0^{\text{m}2},0645$,
E = coeficiente de elasticidad = 18000000000,
h, f, semilongitud del puente y su sagita ó mayor ordenada de la curva.

La dilatacion del fiador, trasmitida á la cadena, es

$$\Delta = \frac{\text{Q}'}{\text{E}\Omega'} \cdot \frac{\text{MN} = \text{MY} + \text{YN}}{\cos.\alpha \cos.\beta}$$

es decir, la tension $\frac{\text{Q}'}{\cos.\alpha}$ multiplicada por la fraccion de longitud.

$$\Omega' = 0^{\text{m}2},0847; \text{ Q}' = \frac{p' h^2}{2f} = \frac{2551{,}95 \times 2500}{20} = 318993^{\text{k}},75.$$

Siendo, además, $\text{MI} = f \cos. 30° = 10 \times 0{,}866 = 8^{\text{m}},66$, y $\text{NI} = \text{IK} \cos. 30° = 16 \times 0{,}866 = 13^{\text{m}},856$, resulta

$$\Delta = \frac{318993{,}75\ (8{,}66 + 13{,}856)}{18000000000 \times 0{,}0847 \times 0{,}92846 \times 0{,}866} = 0^{\text{m}},006$$

y el aumento de flecha $\varphi' = \frac{3h\Delta}{4f} = \frac{3 \times 50 \times 0{,}006}{40} = 0^{\text{m}},0225$

Así, pues, la dilatacion de la cadena por el peso de la construccion será, $\delta + \Delta = 0{,}013 + 0{,}006 = 0^{\text{m}}019$; y el aumento que tomará la flecha

$$\varphi + \varphi' = 0^{\text{m}},0525 + 0{,}0225 = 0^{\text{m}},075.$$

Agregada á la del núm. 1236 resultará definitivamente

$$f = 9{,}958 + 0{,}075 = 10^{\text{m}},033$$

Si la cadena fuese de barras unidas por eslabones, habría que aumentar aun la cantidad de flecha que resultaría por la apretura de los ajustes; la cual viene á ser de 2 á 2,5 veces el valor hallado por la dilatacion.

2.° *Por los pesos adicionales.* Procediendo del propio modo tenemos

$$p_{,} = 2250^{\text{k}} \quad \text{Q}_{,} = \frac{p_{,} h^2}{2f} = 281250^{\text{k}}.$$

$$\delta_{,}=\frac{p_{,}h^{3}}{E\Omega\, 2f}=\frac{2250\times 125000}{18000000000\times 0{,}0645\times 20}=0^{m},012;\ \varphi_{,}=\frac{3h\delta'}{4f}=0^{m},045.$$

$$\Delta'=\frac{Q_{,}}{E\Omega'}\cdot\frac{p_{,}(\mathrm{MI}+\mathrm{IN})}{p'\cos.\alpha\cos.\beta}=$$

$$=\frac{281250\times 2250\times 22{,}516}{18000000000\times 0{,}0847\times 2551{,}95\times 0{,}92846\times 0{,}866}=0^{m},005$$

y $\varphi_{,}'=\frac{3h\Delta'}{4f}=0{,}019$. Por lo que la dilatacion que producirá el peso adicional en la cadena será $\delta'+\Delta'=0{,}012+0{,}005=0^{m},017$; y el aumento de flecha

$$\varphi_{,}+\varphi_{,}'=0{,}045+0{,}019=0^{m},064.$$

3.° *Por las variaciones de temperatura atmosférica.*

Siendo L la longitud de la semicadena, $0^{m},00001235$ la dilatacion del alambre de hierro por cada grado del termómetro centígrado (núm. 850), por t° será la longitud$=\mathrm{L}\times 0{,}00001235\, t$. Si en la época en que se colocó la cadena señalaba el termómetro 20°, y asciende á 10° la variacion de temperatura en el país donde se hace el puente, la dilatacion ó contraccion de la cadena será

$$\mathrm{L}\times 0{,}00001235\times 10=0{,}0001235\,\mathrm{L};$$

y para nuestro ejemplo $\lambda=0{,}0001235\times 51{,}335=0^{m},00634$. La del fiador, cuya longitud es $\frac{10}{\text{sen.}\,30^{\circ}}=20^{m}$, es $\lambda'=0{,}0001235\times 20=0^{m},00247$.

Así, el incremento de la flecha será

$$\varphi''=\frac{3h}{4f}(\lambda+\lambda')=\frac{150}{40}(0{,}00634+0{,}00247)=0^{m},033.$$

Estas alteraciones serán generalmente poco sensibles á causa de los rozamientos y de la curvatura y elasticidad del fiador, que ofrecerán siempre alguna resistencia contraria á la dilatacion ó contraccion del material.

4.° *Por las vibraciones y oscilaciones verticales.*

La extension que sufrirá la cadena á causa de las vibraciones originadas por el tránsito de una carga cualquiera, puede considerarse nula; pues aunque esta carga fuera la de un wagon de peso $2\Pi=5000^{k}$, siendo el permanente de la construccion $p=2552^{k}$, la ecuacion

$$\delta_{,}=\frac{2\Pi^{2}vf}{p^{2}h^{2}}\left(1-\frac{\Pi}{2ph}\right)\sqrt{\frac{p}{Eg\Omega}}$$

daría para el aumento φ''' de la flecha una cantidad despreciable.

Para las oscilaciones verticales que origine el mismo peso $2\Pi=5000^{k}$ ó $\Pi=2500^{k}$, suponiendo que cae de $0^{m},06$ de altura (que puede ser la de un cuerpo atravesado en el tablero) el aumento de flecha será dado por la fórmula

$$\delta'=\frac{\Pi v}{ph}\left(1+\frac{\Pi}{4ph}\right)\sqrt{\frac{2f}{g}}$$

$p=2552^{k}$ peso permanente de la construccion.

$g=9^{m},8$ gravedad para el centro de España y $v=\sqrt{2gh'}=\sqrt{19{,}6\times 0{,}06}=1^{m},08$

Así, $\delta'=\frac{2500\times 1{,}08}{2552\times 50}\left(1+\frac{2500}{4\times 2552\times 50}\right)\sqrt{\frac{20}{9{,}8}}=0^{m},00015$

Si el peso fuera el de una locomotora con 60 toneladas, ó $\Pi=30000^{k}$, cayendo de una barra á otra de los carriles de la altura $h'=0^{m},003$, la flecha δ' sería

$$\delta'=0^{m},085$$

El tiempo de la oscilacion vertical mas duradera es

$$t=4\left(1+\frac{\Pi}{4ph}\right)\sqrt{\frac{2f}{9}}$$

que para el primer supuesto de $\Pi=2500^k$ es

$$t=6''$$

1242. Seccion de los apoyos.

Cuando los ángulos α y β son iguales, la resultante de las tensiones T′ y T del fiador y cadena es vertical, y pasa por medio del pilar. Llamándola Π, su valor es $\Pi=2ph$ ó el duplo de todos los pesos permanentes y adicionales. De modo que la presion que ha de resistir al pilar será

$$\Pi=2ph=2\times4802\times50=480200^k.$$

y el área de la seccion trasversal, en el supuesto de ser pequeña la altura del pilar, que harémos de fundicion, es

$$\omega=\frac{\Pi}{R}=\frac{480200}{2000}=240^{c2} \qquad \text{(núm. 1179).}$$

Mas como la altura de aquel ha de ser de 10^m, ó mas de 60 veces la dimension menor de la seccion acabada de hallar, deberémos tomar (núm. 1176) la $\frac{1}{15}$ de 10000 y despues el $\frac{1}{5}$ del resultado, ó directamente el $\frac{1}{15}$ de 2000, que dará

$$R=133^k{,}3. \text{ Por lo que } \omega=\frac{480200}{133{,}3}=3602^{c2}.$$

cuya superficie se repartirá entre las piezas que componen la construccion ó armazon de hierro en los dos lados del puente.

1243. Si los ángulos α y β no fuesen iguales la presion vertical sería

$$\Pi=Q\ \text{tang.}\ \alpha+T'\ \text{sen.}\ \beta=600243{,}25\times0{,}4+645862{,}4\times0{,}5=563028{,}5$$

$$\omega=\frac{\Pi}{R}=\frac{563028{,}5}{133{,}3}=4225^{c2}.$$

Corresponderán á cada uno de los 4 pilares 1056^{c2}.

Si estos fuesen de piedra granítica, cuya resistencia á la compresion llegase á 350^k por centímetro cuadrado, agregaríamos á la presion calculada el peso que por esta circunstancia resultase del pilar sobre las primeras hiladas. Para hallarle observarémos que el peso específico del material que suponemos es (núm. 1175) 2,50, ó 2500^k por metro cúbico, y dará para el peso del pilar

$$10^m\times2500\times\omega=25000\,\omega \text{ y } \Pi+25000\,\omega \text{ para}$$

el peso total, que debemos igualar á la presion máxima $\Pi'=R\,\omega=350000\,\omega$

(coeficiente $R=350^k$ por centímetro cuadrado de seccion en las aplicaciones.)

Será, pues, $350000\,\omega=\Pi+25000\,\omega$, y $\omega=\frac{563028{,}5}{325000}=1^{m2}{,}73$; de que corresponde por lo menos á cada pilar $\frac{1^{m2}{,}73}{2}=0^{m2}{,}87.$

Si este fuese cuadrado, resultaría por cada lado $0^m{,}93$.

1244. La cantidad J L que se desvia la resultante de la vertical, se hallará por la fórmula

$$J\,L=l\frac{Q-T'\cos.\beta}{Q\,\text{tang.}\,\alpha+T'\text{sen.}\,\beta} \quad \text{de donde} \quad J\,L=0^m{,}8$$

$l=$ altura total $J\,j=11^m$,

$Q-T'\cos.\beta=$ esfuerzo horizontal de la resultante,

$Q.\ \text{tang.}\ \alpha+T'\ \text{sen.}\ \beta=\Pi=$ presion vertical.

cuyo duplo $=1^m,6$ es mayor que el lado hallado del cuadrado de los pilares. Podrémos, por tanto, hacer estos rectangulares, de modo que la línea J L no salga de su base, ó bien aumentar ambas dimensiones lo que prudencialmente se juzgue conveniente.

1245. RESISTENCIA á la presion de los fluidos en los tubos ó cuerpos huecos.

La presion de los fluidos sobre las paredes de los tubos ó prismas que los contienen es normal á su superficie, siendo mayor esta presion en los puntos inferiores en razon al peso cuando el fluido es un líquido.

Si el tubo fuese prismático el esfuerzo que esperimentaría sería, á mas del producido por el peso, el de la tension de sus paredes que ocasiona este mismo peso en las superficies inmediatas.

Llamando

$p =$ la presion por unidad de longitud

$2c$ y $2c'$ las longitudinales que expresan las anchuras de dos caras contiguas.

$e =$ el espesor de estas, y

R = el coeficiente de cohesion (núm. 1180 y 1181) que corresponda al material, se tiene para un tubo abierto.

$$\mathrm{R}=p\frac{3c^2+ec'}{e^2};\ \text{de dónde}\ e=\frac{pc'}{2\mathrm{R}}\pm\sqrt{\frac{p^2c'^2}{4\mathrm{R}^2}+\frac{3pc^2}{\mathrm{R}}}.$$

Si el tubo estuviese cerrado por uno ó dos extremos, los resultados de esta fórmula serian mayores que los necesarios para la resistencia, que estará siempre en razon inversa de la longitud de los tubos.

Si estos fuesen cilíndricos, á manera de los empleados en las cañerías, las solas tensiones que sufrirán serán las producidas en virtud de las presiones normales á la curva de cada seccion trasversal. Estas tensiones son para diferentes tubos proporcionales á los rádios respectivos. Llamando este r, tendrémos para el espesor

$$e=\frac{pr}{\mathrm{R}}.$$

Un tubo de hierro fundido de $0^m,07$ de diámetro, puesto horizontalmente, y parte de un acueducto, cuyo orígen ó depósito se halle á 100^m de altura tendrá de grueso $e=\dfrac{100000\times0,035}{2250000}=0^m,0016$; puesto que la presion por metro cuadrado es $p=100\times1000^k=100000^k$, y el valor de R es (tabla del núm. 1181) $=225^k$ por centímetro cuadrado ó 2250000^k por 1^{m2}.

Conviene aumentar $0^m,01$ por razon de las pérdidas del material (núm. 770).

Si la fuerza p estuviera dada en atmósferas y el tubo fuese una caldera de vapor, se tomaría para R la mitad del valor anotado en la tabla 1181. Así, llamando n el núm. de atmósferas, la fórmula será

$$e=\frac{1,0333\,(n-1)d}{2\,\mathrm{R}=600}=0,00172\,(n-1)d$$

ó próximamente la fórmula del núm. 979, á que se agregará de $0^m,003$ á $0^m,01$.

Si la seccion del tubo no es circular, llamando h la longitud de uno cualquiera de sus diámetros ó distancia entre dos puntos opuestos, el grueso correspondiente á uno de estos puntos es

$$e=\frac{ph}{2\mathrm{R}}.$$

1246. ENSAMBLADURAS y piezas de madera formadas de otras varias. — Resistencias que ofrecen sus disposiciones.

Las ensambladuras mas generalmente usadas para ligar unas piezas con otras

De la 379 á la 381 sirven para unir longitudinalmente dos maderos. Las figuras 382 y 383 demuestran la union del extremo de una viga con el costado de otra, perpendicular ú oblícuamente á su longitud. Las 384, 385, 386 y 387 expresan la union de dos maderos que se cruzan y la de tablones que se engargolan ó enchufan. Las 388, 389 dicen el modo de impedir la flexion de un madero muy largo, ó el de empalmar dos en su prolongacion, sometidos que sean á una presion longitudinal. La disposicion de la figura 389 es la usada para unir las estacas que forman los pilares de los puentes de madera.

La mínima resistencia de todas estas piezas reside en la ensambladura, por lo que se deben reforzar con pernos ó abrazaderas de hierro siempre que lo exijan las circunstancias de su empleo. Por lo demás, las condiciones de equilibrio y resistencia á la flexion y fractura se hallan como si fuesen piezas enteras.

1247. Cuando el tirante, par, arco, &, sea un compuesto de varias vigas ó tablones, resistirá segun sea el enlace que las mantenga unidas. La figura 390 presenta el medio mas sencillo de formar una sola viga compuesta de otras varias; para lo cual basta adosarlas unas á otras sujetándolas fuertemente con cinchos de hierro. Su resistencia es la suma de las resistencias de cada una de las piezas que la componen. Así, pues, siendo n el número de estas, tendrémos, segun el número 1185, es decir, cuando está empotrado en un extremo el sistema y cargado en el opuesto del peso P.

$$P\frac{c^3}{3} = nR\frac{bh^3}{12}f \qquad \text{para la resistencia á la flexion;}$$

y

$$Pc = nR\frac{bh^2}{6} \qquad \text{para la fractura.}$$

Si estuviese el sistema reposando libremente sobre dos apoyos, se pondrían en estas fórmulas $\frac{P}{2}$ y $\frac{c}{2}$ en lugar de P y c (núm. 1189), teniendo lugar para ellas todos los casos que se supusieron para una sola pieza (núm. 1190 y siguientes).

Figs. 391 y 392. Si cada una de las vigas se compusiera á su vez de otras varias (*figs*, 391 y 392), las fórmulas anteriores serían

$$P\frac{c^3}{3} = (n-1)E\frac{bh^3}{12}f; \qquad Pc = (n-1)R\frac{bh^2}{6}.$$

Las uniones caerán en todas ellas á juntas encontradas.

1248. En las figuras 393, 394, 405, 406, 407, 408, 409 y 410, cuyas piezas están unidas por dientes ó llaves, y reforzadas con cinchos ó solo pernos, si fuesen curvas, su resistencia será muy poco menor que la que tendría una pieza de iguales dimensiones.

Figs. 395 y 396. **1249.** Si las piezas estuvieran separadas (*figs*. 395, 396), pero sujetas á quedar paralelas antes y despues de la flexion, hallándose por medio de otras piezas solidariamente unidas, su resistencia la dará la diferencia entre el momento correspondiente al espacio que comprenden, considerado como sólido, y el de una pieza igual al claro entre las dos. De modo que sería, llamando h' h'' las alturas de sistema y su intérvalo,

$$P\frac{c^3}{3} = E\frac{b(h'^3 - h''^3)f}{12} \qquad Pc = R\frac{b(h'^3 - h''^3)}{6h'}.$$

Si el sistema reposara libremente por sus dos extremidades la última fórmula sería

$$Pc = 4R\frac{b(h'^3 - h''^3)}{6h'}$$

y si, además, el peso P estuviese repartido en la unidad de longitud, se tendría

$$P = \frac{pc}{2}, \quad y \quad pc^2 = 8R\,\frac{b(h'^3 - h''^3)}{6h'}.$$

Ambas piezas se sujetan y refuerzan con aspas y travesaños, ó con llaves á cepo y cinchos, ó solo con llaves y pernos si fuesen curvas (*figs*. 397, 398). *Fig.s* 397 y 398.

Las piezas de este sistema se pueden componer de otras varias sin que se altere su resistencia, con tal de poner al tope las cabezas de las que han de formar la parte cóncava y ensamblar las opuestas, de modo que resistan las ensambladuras á la tension que por efecto de la curvatura ha de sufrir la pieza.

1250. **Armaduras para reforzar, prolongar y unir las piezas de madera.**

Cuando una viga suelta ó unida á otras varias se ha debilitado ó se teme que podrá ceder á un esfuerzo perpendicular á su longitud, se le pone una doble armadura de hierro como la de la figura 399, con travesaños ó sin ellos, incrustrada en la madera, y sujeta por ambos lados con pernos. Esto mismo puede hacerse cuando la pieza se compone de dos maderos. La resistencia de la armadura se encontrará por las fórmulas del número anterior, que se agregará á la hallada para la viga.

Para unir dos piezas que han de sufrir iguales esfuerzos de flexion, basta la armadura de la figura 400. En uno y otro caso se procurará que el hierro sea dulce ó forjado para el tirante ó pieza expuesta á la flexion. Para cuando la armadura sufra esfuerzos de compresion, el hierro será fundido.

Se unen tambien las vigas adosándoles otra por debajo (*fig*. 401), sujeta á ella con llaves y tirantes. Su resistencia con relacion al eje *a* debe ser igual á la de las fibras cortadas de la viga en la extension *an*. Si hubiese de resistir la pieza una tension se le pondrán dos en vez de un refuerzo, como se vé en la figura 402. Este refuerzo puede serlo tambien de piezas de hierro, puestas en las cuatro caras. *Fig*. 401.

Las figuras 403 y 404 demuestran el modo cómo pueden alargarse las piezas ó sustituir sus cabezas, cuando se hallen podridas ó dañadas en sus empotramientos. La resistencia de estas armaduras se calcula tambien por las fórmulas del número anterior

---

ARTÍCULO III.

Resistencia de las construcciones.

1251. En las fórmulas que vamos á exponer se suponen conocidas las cantidades constantes siguientes:

1.ª El peso Π de la unidad cúbica por cada clase de material ó elemento del que origina la carga sobre la construccion. En la tabla del número 255 se manifiestan las densidades, y por consiguiente los pesos por metro cúbico de diferentes materiales de los que se emplean en las construcciones. Será, sin embargo, mas exacto el determinarlos directamente, para lo cual basta hallar el peso en el aire de un decímetro cúbico.

2.ª La fuerza de cohesion R, de que presentan varios ejemplos las tablas de los artículos I y II anteriores.

3.ª La relacion f del rozamiento á la presion, ó tangente del ángulo del talud que afectan las tierras cuando falta la cohesion. Deben considerarse, además, las expresiones siguientes: siendo α el ángulo de la línea del talud con la vertical y φ el de la misma línea con la horizontal ó el verdadero talud natural.

$\varphi=0$, que dá $f=0$,		$\alpha=90$	para los fluidos y tierras desleidas
$\varphi=34^{\circ}\,30'$	$f=0,69$	$\alpha=55^{\circ}30$	para la arena fina seca
$\varphi=46^{\circ}\,50'$	$f=0,94$	$\alpha=43^{\circ},10'$	para la tierra ordinaria seca
$\varphi=45^{\circ}$	$f=1$	$\alpha=45^{\circ}$	para la tierra ordinaria algo humedecida
$\varphi=55^{\circ}$	$f=1,428$	$\alpha=35^{\circ}$	para la tierra mas densa y compacta.

Las piedras de grano fino y muy pulimentadas, empiezan á resbalar sobre sus lechos cuando forman un ángulo de 30° á 40°, siendo entonces $f=0,58$ á $0,82$. Para las piedras ordinarias sin pulimentar es su término medio $f=0,76$.

1252. Muros de contencion.

El grueso que debe darse á los muros que han de resistir el empuje de las
Fig. 411. tierras varía con el talud natural que estas afectan. Supongamos un muro (*fig.* 411) encargado de sostener un prisma $e\,d\,b$ de tierra, cuyo talud natural sea la línea $b\,e$. Si este prisma fuese de una sola pieza permanecería sentado sobre el plano cuya traza es $b\,e$: pero si dicho prisma se rompe según la línea $b\,f$ tendiendo á resbalar hasta encontrar su talud natural, es claro que el muro sufrirá una presion, efecto del peso de aquel, contrariada por la cohesion del material y rozamiento. Si consideramos otro prisma suficientemente delgado á lo largo del paramento interior $b\,d$, su empuje será infinitamente menor. Existe, pues, un prisma entre este y el que se considera sobre el talud $e\,b$ que ejerce el máximo empuje contra el muro. El cálculo demuestra que este *prisma de mayor empuje* se determina por la línea que divide en dos partes iguales el ángulo formado por la vertical $b\,d$ y el talud natural $b\,e$.

En la hipótesis de que este prisma sea el $b\,d\,f$, y prescindiendo de la cohesion (pues se puede considerar nula para las tierras recien removidas y las arenas, como sucede en las que se colocan á la espalda de los muros y como supondrémos en lo que sigue), se tiene

$$Q=\frac{\Pi\,h^2}{2}\,\text{tang.}^2\,\tfrac{1}{2}\alpha \qquad \left\{\begin{array}{l} Q = \text{empuje de las tierras contra el muro} \\ \Pi = \text{peso del metro cúbico de tierras} \\ h = \text{altura de las tierras á la espalda del muro.} \\ \alpha = \text{ángulo del talud natural y la vertical } b\,d \end{array}\right.$$

Si el paramento interior es inclinado, segun $d'b$, llamando θ esta inclinacion con la vertical, el empuje anterior contra $d'b$ será

$$Q = \frac{\Pi h^2}{2} \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2} \alpha \cos. \theta.$$

Siendo nulos, como en los fluidos y tierras desleidas, la cohesion y el rozamiento, se tiene, $\alpha = 0$, $\text{tang.} \frac{1}{2} \alpha = 1$

$$Q = \tfrac{1}{2} \Pi h^2 \qquad Q = \tfrac{1}{2} \Pi h^2 \cos. \theta$$

segun sea vertical ó inclinado el paramento interior.

1253. *El centro de presion* ó punto de aplicacion del empuje total Q sobre el paramento del muro, será el centro de gravedad del triángulo cuya altura es h, á donde concurre la resultante de todas las presiones representadas por las paralelas á la base del triángulo. Estará, por tanto, para cuando el paramento interior es vertical, á $\frac{1}{3} h$ á contar del pié del muro; y á $\dfrac{h}{3 \cos. \theta}$ para cuando dicho paramento es inclinado. Por consiguiente, el momento, respecto á la arista b ó a será

$$Q = \frac{\Pi h^3}{6} \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2} \alpha$$

Para el equilibrio, se igualarán este momento y el del muro $a\,b\,d'\,c$, con relacion tambien el último á la misma arista exterior a.

Siendo E el espesor inferior $a\,b$, n, n' los taludes exterior é interior y Π' el peso por 1^{m3} del material del muro, el momento del trapecio $a\,d'$ por la unidad de longitud, será

momento del rectángulo $a\,d = \frac{1}{2} E^2 h \Pi'$

menos el del triángulo $a\,e\,c' = \Pi' \times \frac{1}{2} n h^2 \times \frac{1}{3} n h = \frac{1}{6} \Pi' n^2 h^3$

menos el del triángulo $b\,d\,d' = \frac{1}{2} n' h^2 \Pi' (E - \frac{1}{3} n' h) = \frac{1}{2} \Pi' n' h^2 E - \frac{1}{6} \Pi' n'^2 h$

y restados los dos últimos del primero é igualando con Q, se tiene despejando

$$E = h \left[\frac{n'}{2} \pm \sqrt{\frac{\Pi}{3 \Pi} \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2} \alpha + \frac{n^2}{3} - \frac{n'^2}{12}} \right]$$

Pero á fin de pasar del espesor correspondiente al equilibrio estático, se multiplicará Q por el coeficiente de estabilidad k, igual á 1,3 para los muros ordinarios de revestimiento, y 1,8 para los de fortificacion y todos aquellos que estén sujetos á choques, con lo cual la anterior fórmula será

$$E = h \left[\frac{n'}{2} \pm \sqrt{\frac{k\,\Pi}{3 \Pi'} \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2} \alpha + \frac{n^2}{3} - \frac{n'^2}{12}} \right] \qquad (1)$$

El signo + es para cuando el talud interior está, como en la figura, de izquierda á derecha, y es el caso que generalmente sucede; y el — para cuando lo está al contrario.

Si el paramento interior se hace escalonado, las tierras del triángulo $d\,d'\,b$, gravitando sobre cada escalon, ayudan en vez de contrariar la estabilidad del muro.

Cuando el prisma de mayor empuje está sobrecargado de un peso cualquiera p, como acontece en los muros de terraplen, se hallará el espesor del estribo poniendo en las fórmulas $\Pi + \dfrac{2p}{h}$ en vez de Π; viniendo á ser la anterior

$$E = h \left[\frac{n'}{2} \pm \sqrt{\frac{k\,(\Pi + \frac{2p}{h})}{3 \Pi'} \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2} \alpha + \frac{n^2}{3} - \frac{n'^2}{12}} \right] \qquad (2)$$

El muro debe resistir por resbalamiento al mismo tiempo que por rotacion, para lo cual debe ser Q menor que la expresion del rozamiento y cohesion del muro y su base, ó tener para el equilibrio

$$\mathrm{k}\,Q=\frac{\mathrm{k}\,\Pi\,k^2}{2}\,\mathrm{tang.}^2\tfrac{1}{2}\alpha=\Pi'\,f\,(h\,\mathrm{E}-\frac{n\,h^2}{2}-\frac{n'\,h^2}{2})+\mathrm{R}\,\mathrm{E}$$

de donde

$$\mathrm{E}=\tfrac{1}{2}\,h^2\,\frac{\mathrm{k}\,\Pi\,\mathrm{tang.}^2\,\tfrac{1}{2}\,\alpha+\Pi'\,f\,(n+n')}{\Pi'\,f\,h+\mathrm{R}} \qquad (3)$$

(f = relacion del rozamiento á la presion. R = cohesion por 1^{m2} de la base).

Si el muro descansa sobre argamasa es R = 10000 á R = 144000 segun que el mortero sea de mediana ó excelente calidad. Si el muro descansa directamente sobre la tierra, R = 0.

A los muros de piedra en seco se les dará de espesor $\frac{1}{4}$ mas del hallado por estas fórmulas para un muro de mampostería.

1254. La siguiente tabla de Genieys, dá los espesores que deben tener los muros de contencion ó revestimiento en su parte superior para diversas clases de mamposterías.

CLASE DE MAMPOSTERIA.	Tierra ordinaria vegetal Peso del metro cúb.º $\Pi=1100^k$.	Tierra arcillosa. Peso del metro cúb.º $\Pi=1240^k$	Tierra mezclada de grava gruesa $\Pi=1600^k$	Tierra mezclada de grava peqª. $\Pi=1458^k$	Arena cuyo peso sea por metro cúbº. $\Pi=1340^k$	Escombros, ripios, etc. $\Pi=1750^k$	Tierra jabonosa, $\Pi=1580$
Mampostería de ladrillo cuyo peso sea por metro cúbico. $\Pi'=1750^k$	$e=0{,}16\,h$	$e=0{,}17\,h$	$e=0{,}19\,h$	$e=0{,}19\,h$	$e=0{,}33\,h$	$e=0{,}24\,h$	$e=0{,}54\,h$
Mampostería ordinaria. $\Pi'=2200^k$..............	$e=0{,}15\,h$	$e=0{,}16\,h$	$e=0{,}17\,h$	$e=0{,}17\,h$	$e=0{,}30\,h$	$e=0{,}22\,h$	$e=0{,}49\,h$
Mampostería de sillares. $\Pi=2700^k$,.......	$e=0{,}13\,h$	$e=0{,}14\,h$	$e=0{,}16\,h$	$e=0{,}15\,h$	$e=0{,}26\,h$	$e=0{,}17\,h$	$e=0{,}44\,h$
Mampostería de hormigon. $\Pi'=2360^k$....	$e=0{,}14\,h$	$e=0{,}15\,h$	$e=0{,}17\,h$	$e=0{,}16\,h$	$e=0{,}30\,h$	$e=0.21\,h$	$e=0{,}47\,h$
Mampostería mixta de ladrillo y piedra tosca $\Pi'=1950^k$.......	$e=0{,}16\,h$	$e=0{,}17\,h$	$c=0{,}16\,h$	$e=0{,}18\,h$	$e=0{,}32\,h$	$e=0{,}23\,h$	$e=0{,}51\,h$
Cuando el muro tiene un talud exterior de $^1/_{20}$ resulta para el espesor en la parte superior							
Mampostería de ladrillo	$e'=0{,}12\,h$	$e'=0{,}13\,h$	$e'=0{,}15\,h$	$e'=0{,}15\,h$	$e'=0{,}29\,h$	$e=0{,}19\,h$	$e'=0.50\,h$
Mampostería ordinaria.	$e'=0{,}10\,h$	$e'=0{,}11\,h$	$e'=0{,}14\,h$	$e'=0{,}13\,h$	$e'=0.26\,h$	$e'=0{,}17\,h$	$e'=0{,}41\,h$
Mampostería de sillares.	$e'=0{,}08\,h$	$e_{,}=0.09\,h$	$e'=0{,}11\,h$	$e'=0{,}11\,h$	$e=0{,}23\,h$	$e'=0.14\,h$	$e'=0{,}39\,h$
Mampostª. de hormigon.	$e'=0{,}09\,h$	$e_{,}=0{,}10\,h$	$e'=0{,}12\,h$	$e'=0{,}12\,h$	$e=0{,}25\,h$	$e'=0{,}15\,h$	$e'=0{,}42\,h$
Mampostª. y piedra tosca	$e'=0{,}11\,h$	$e=0{,}12\,h$	$e'=0{,}14\,h$	$e'=0{,}14\,h$	$e'=0{,}28\,h$	$e'=0{,}18\,h$	$e'=0{,}47\,h$
Mampostería de piedra en seco $\Pi'=1460^k$.....	$e'=0{,}22\,h$	$e'=0{,}24\,h$	$e'=0{,}25\,h$	$e'=0{,}26\,h$	$e'=0{,}37\,h$	»	»

En los cálculos que se hagan para el espesor de los muros de terraplen, se emplearán las fórmulas (1) (2) y (3) ó la que de esta se deduce poniendo $\Pi+\frac{2p}{n}$ en vez de Π por las sobrecargas, segun las haya ó no.

EJEMPLOS.

1.ª Supongamos un muro de mampostería ordinaria, habiendo de contener el empuje de la tierra vegetal seca, siendo los datos los siguientes:

talud exterior $n=\frac{1}{25}$; id. interior $n'=\frac{1}{30}$; altura de las tierras $h=5^m$; $\Pi=1250^k$

$\Pi'=2240$ (n.° 509) $\frac{1}{2}\alpha=\frac{43°\ 10'}{2}$ (núm. 1251) tang. $\frac{1}{2}\alpha=0,3956$ k=1,3

Será el espesor de la base

$$E=h\left[\frac{1}{60}+\sqrt{\frac{1,3\times1250}{3\times2240}\times0,\overline{3956}^2+\frac{1}{3\times\overline{25}^2}-\frac{1}{12\times\overline{30}^2}}\right]=0,212\ h=1^m,06$$

El talud exterior es $\frac{1}{25}5=0^m,2$, el interior $\frac{1}{30}5=0,167$, y la base superior

$$e=1,06-0,2-0,167=0^m,7$$

Si los paramentos fuesen verticales, $n=0$, $n'=0$

y $$e=E=0,195\,h=0^m,975 \text{ ó } 0^m,98$$

Si, permaneciendo verticales los paramentos, fuese el agua el cuerpo que el muro hubiese de sostener, $\Pi=1000$, $\alpha=90°$, tang $\frac{1}{2}\alpha=1$,

$$\text{y}\qquad E=e=h\sqrt{\frac{1,3\times1000}{3,2240}}-0,44\ h=2^m,2$$

Si el prisma de empuje fuese de arcilla penetrada por el agua, se haría $\Pi=1600$ en vez de 1000, y

$$E=0,556\ h=2^m,78$$

Para asegurarnos del valor que tomaría E en el supuesto de ceder el muro por resbalamiento, si la construccion se hace sobre hormigon y ha de resistir al agua, siendo siempre $n=0$, $n'=0$, y $f=0,76$ (n^m. 618 y 1251) F$=0$, se tendrá

$$E=\frac{1}{2}h^2\frac{1,3\ \Pi}{\Pi' fh}=1^m,91$$

Si el mortero es regular y F$=10000$, resulta

$$E=0^m,88$$

El mayor valor de E es menor que el menor de los anteriores, luego el desequilibrio tendrá lugar por rotacion.

Pero si ha de resistir el muro á la arcilla humedecida, siendo entonces $\Pi=1600$, para F$=0$, resulta $E=3^m,05$; valor mayor que el $2^m,78$ hallado antes, y por consiguiente el que se deberia tomar. Si F$=10000$ es $E=1^m,40$, valor menor que el $2^m,78$: por consiguiente, si el mortero es bueno, no habrá inconveniente en tomar este último número para el espesor constante del muro.

2.° Supongamos una presa al través de un rio, á fin de aprovechar sus aguas con el talud exterior $n=\frac{1}{20}$ y el interior $n'=\frac{1}{4}$, siendo la altura 30^m, y debiendo tomar en término medio para el peso del agua mezclada con las tierras que arrastra $\Pi=1200^k$. El material es mampostería de sillares, piedra y hormigon, cuyo peso medio es $\Pi'=2400^k$.

En virtud de los choques del agua en sus diferentes crecientes, harémos el coeficiente de estabilidad k$=1,8$, como cuando se aplica á los muros de una fortificacion por causa de las vibraciones á que están sujetos. Tambien es $\alpha=90°$ y por consiguiente tang. $\frac{1}{2}\alpha=1$.

Con lo que el espesor de la parte inferior será (fórmula (1))

$$E=0,668\,h=20^m,04 \qquad (a)$$

y para la superior $$e=E-0,3\,h=11^m,04$$

Tomando la fórmula (3) del resbalamiento, y aplicada en el supuesto mas desfavorable, que nunca tiene lugar, cual es el de suponer nula la cohesion del mortero, ó $F=0$, siendo tambien $f=0{,}76$, resulta

$$\begin{array}{l} E=22^{m},5 \\ e=13{,}5 \end{array} \qquad (b)$$

Si se supone por lo menos al mortero de mediana calidad, ó $F=10000$ resultará

$$\begin{array}{l} E=19{,}53 \\ e=10{,}53 \end{array} \qquad (c)$$

Por manera que solo cuando no se tenga confianza en la mezcla empleada, suponiéndose entonces nula la cohesion, será cuando se adopten los valores (*b*). Pero como no se ha de emprender obra de esta especie sin emplear buen cimento ó cal hidráulica, sobrará con los espesores determinados en (*a*). Todo lo mas que se aumenten los taludes en su parte inferior, en forma recta ó curva, será un exceso de resistencia.

Si la presa hubiera de resistir, á mas del agua, una gran capa de tierras arcillosas en ella embebidas, se pondría por $\Pi=1400^{k}$, que sería próximamente el término medio del material de empuje. Considerando de $\varphi=15°$ el talud natural, sería $\alpha=75°$ ó $\frac{1}{2}\alpha=37°,5$ y tang. $\frac{1}{2}\alpha=0{,}7674$; tang.$^2\,\frac{1}{2}\alpha=0{,}41$ y $E=0{,}36\,h_1'=$ $=10^{m},80$. Pero en virtud de hallarse las tierras completamente embebidas, se supondrán desleidas en ella, y entonces, tang. $\frac{1}{2}\alpha=1$ y

$$E=0{,}713\,h=21^{m},5$$
$$e=21{,}5-0{,}3\,h=12^{m},5$$

3.° Sea un muro de revestimiento, sobre cuya forma y terraplen se levanta el parapeto. Este vendrá á tener unos 22^{m2} en los 10^{m} de longitud hasta el terraplen, ó $2^{m3},2$ por cada metro cuadrado y metro de longitud. Su peso será, dando 1300^{k} al 1^{m3}, $p=2860^{k}$. Son, además, $\alpha=43°,10'$ (núm. 1247); $\Pi'=2400^{k}$; $k=1{,}8$, $n=\frac{1}{20}$; $n'=\frac{1}{30}$; y la altura media de las tierras $h=12^{m}$; ($9^{m},5$ para el muro y $2^{m},5$ para el término medio del parapeto).

La fórmula (2) dará

$$E=0{,}28\,h=3^{m},36$$
$$e=E-0{,}833\times 9{,}5=2^{m},57$$

Si no hubiera talud interior, $n'=0$

y
$$E=0{,}265\,h=3^{m},18$$
$$e=2^{m},70$$

Las mayores alturas de escarpas no pasan de 10^{m}, y las menores de 8^{m}, que es lo suficiente para estar al abrigo de la escalada.

1255. La tabla siguiente dá los espesores de revestimiento para diversas tierras y mamposterías, con berma ó sin ella, y para alturas de sobrecarga que sobrepasen los límites ordinarios de la práctica. Estos espesores están calculados en fraccion de la altura H de los revestimientos verticales en la hipótesis de girar y no resbalar sobre su base, y de tener una estabilidad equivalente á la del revestimiento modelo de Vauban sin contrafuertes.

Las letras son las de la fórmula anterior, é igual su significacion, tomando solamente por tang. α su igual f.

ALOR de $\frac{h}{H}$	VALOR DE e para $\frac{\Pi'}{\Pi}=1, f=0{,}6$ siendo la berma		VALOR DE e para $\frac{\Pi}{\Pi}=1, f=1{,}4$ siendo la berma		VALOR DE e para $\frac{\Pi}{\Pi}=1{,}5$, f=1 siendo la berma			VALOR DE e para $\frac{\Pi'}{\Pi}=16{,}7, f=0{,}6$ siendo la berma		VALOR DE e para $\frac{\Pi'}{\Pi}=1{,}67$ f=1,4 siendo la berma	
	nula.	0,2 H	nula.	0,2 H	nula.	0,2 H	total	nula.	0,2 H	nula.	0,2 H
0,0	0.452	0,452	0,258	0,258	0,270	0,270	0,270	0,350	0,350	0,198	0,198
0,1	0, 98	0,307	0,282	0,290	0,3..3	0,306	0.303	0,393	0,398	0,222	0,229
0,2	0,548	0.563	0,309	0,326	0,336	0.342	0,326	0,439	0,445	0,249	0,262
0,3	0,604	9,618	0,338	0,361	0,368	0,375	0,343	0,485	0,4·9	0,274	0,283
0,4	0,665	0,670	0,363	0,394	0,399	0,405	0,357	0,532	0,522	0,303	0.299
0,5	0,726	0,717	0,402	0,423	0,426	0,431	0,368	0,579	0,549	0,332	0,314
0,6	0,778	9,754	0,436	0,450	0,477	0,457	0,377	0,617	0,572	0,360	0,328
0,7	0,824	0,790	0,472	0,476	0,512	0,481	0,385	0,645	0,593	0,387	0,343
0,8	0,867	0.820	0,510	0,501	0,544	0,504	0,391	0,668	0,610	0,413	0,357
0,9	0,903	0,848	0,541	0,524	0,575	0,523	0,398	0,690	0,624	0,437	0,371
1,0	0,930	0,873	0,571	0,546	0,605	0.540	0,465	0,707	0,636	0,457	0,384
1,2	0,9·3	0,916	0,632	0,586	0,654	0,574	0,411	0,737	0,655	0,498	0,410
1,4	1,023	0,945	0 684	0,624	0,696	0,602	0,416	0,762	0,672	0,537	0,428
1,6	1,056	0,970	0,730	0,658	0,734	0,622	0,420	0,780	0,685	0,566	0,445
1,8	1,084	0,990	0.772	0,690	0.769	0,640	0,423	0,7 7	0,697	0,594	0,461
2,0	1,107	1,004	0.812	0,714	0,795	0,655	0.425	0,811	0,705	0,622	0,475
2,5	1,151	1,037	0,902	0,778	0 848	0,690	0,431	0,832	0,722	0,680	0,506
3,0	1,180	1,060	0,981	0,835	0,892	0,717	0,435	0,852	0,731	0,726	0,531
3,5	1,203	1,074	1,047	0,883	0.928	0,738	0,438	0,·62	0,737	0.765	0,551
4,0	1,222	1,084	1,105	0,926	0,957	0,755	0,442	0,872	0,742	0,800	0,568
4,5	1,237	1,093	1,158	0,962	0,981	0,768	0,444	0,878	0,747	0,833	0,583
5,0	1,247	1,101	1,206	0.994	1,002	0,779	0,445	0,883	0,751	0,862	0,596
5,5	1,254	1,109	1,250	1,021	1,019	0,788	0,447	0,886	0.·56	0,885	0,607
6,0	1.259	1,116	1,290	1,047	1,034	0,796	0,448	0,891	0,759	0,903	0,617
7,0	1.269	1,122	1,357	1,087	1,059	0,811	0,449	0,898	0,764	0,941	0,633
8,0	1,276	1,128	1,415	1,121	1,079	0.822	0,451	0,903	0,768	0,968	0,646
9,0	1,280	1,133	1,465	1,153	1,095	0,830	0,452	0,906	0,770	0,992	0,657
10,0	1,283	1,137	1,508	1.182	1,109	0,839	0,452	0,909	0,771	1,013	0,667

EJEMPLO.

Supongamos un muelle de 4^m de altura y que los pesos Π, Π' de las unidades cúbicas de las tierras y mampostería sean 1317^k y 2200^k, teniendo, además, $\alpha = 55°$ ó $f = 1{,}428$. Resultará $\frac{h}{H} = 0$; $\frac{\Pi'}{\Pi} = \frac{2200}{1317} = 1{,}67$; por lo que, la penúltima columna dará, $e = 0{,}198$ H $= 0^m{,}792$ para el espesor del muro.

1256. Trasformacion de perfiles.

Muchas veces puede convenir, hallado que sea el espesor de un muro de paramentos verticales, pasar ó cambiarle por otro perfil de igual estabilidad de paramento exterior inclinado, ó vice-versa.

Los momentos de ambos perfiles, respecto á la arista exterior inferior, deben ser iguales, y dan, siendo H la altura del muro, e el espesor constante del perfil rectangular, y E el de la base inferior del trapezoidal,

$$\tfrac{1}{2} e^2 H = {}^1/_2 E^2 H - {}^1/_6 H^3 \text{tang.}^2 \theta$$

y si tang. $\theta = n$, $$E = \left(e^2 + {}^1/_3 H^2 n^2\right)^{\frac{1}{2}} = e\left(1 + \frac{H^2 n^2}{3 e^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

(θ = ángulo del talud con la vertical)

ó $$E = e + \lambda . n H = e + \tfrac{1}{10} n H$$

El coeficiente λ es una fraccion que se aproxima mucho á $\frac{1}{10}$, siempre que no sea $n > {}^1/_5$, y que H no pase tampoco de 4 e.

De la anterior ecuacion se deduce la

$$e = E - \frac{1}{10} n H$$

y dicen ambas, que para pasar de un perfil rectangular á otro de paramento interior inclinado menor de $\frac{1}{6}$, ó vice-versa, no hay mas que trazar la línea que forme la inclinacion 6 desde el punto del paramento distante $\frac{1}{10}$ de la base n H. Lo propio se hará para pasar de un perfil inclinado á otro de diferente talud.

Esto se halla tambien conforme con lo observado por Poncelet. De modo que si, para el caso del último ejemplo, usamos en vez de la fórmula (2) la

$$e = h \text{ tang. } \tfrac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{1{,}8\left(\Pi + \frac{2p}{h}\right)}{3\,\Pi'}}$$

para el perfil de paramentos verticales, sería

$$e = 0{,}263\ h = 3^m{,}156$$

y si pasamos al perfil del paramento exterior $n = \frac{1}{20}$, siendo $H = 9^m{,}5$

$$E = 3{,}156 + \frac{9{,}5}{200} = 3^m{,}20$$

que difiere poco del anterior.

Valiéndose Mr. Poncelet de este principio de trasformacion, dedujo la fórmula para el perfil de paramentos verticales

$$e = 0{,}865\ (H + h')\ \text{tang. } \tfrac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{\Pi}{\Pi'}}$$

reducida para las piedras y tierras de peso medio á la

$$e = 0{,}285\ (H + h')$$

(H, h' alturas del revestimiento y sobrecarga).

Estas fórmulas se aplican dentro de los límites $h' = 0$, y $H = h'$ segun tiene lugar en la práctica.

Para el mismo ejemplo anterior de $H = 9^m{,}5$ y poniendo por h' la altura total de sobrecarga $2^m{,}5$, será

$$e = 0{,}285\,(9{,}5 + 2{,}5) = 3^m{,}42$$

para el espesor del muro de paramentos verticales.

Para $n = \frac{1}{20}$ resulta

$$E = 3{,}42 + \frac{9{,}5}{200} = 3^m{,}467$$

1257. Los muros de revestimiento llevan á veces contrafuertes que los hacen mas estables y resistentes, aunque fuera mejor aumentar el grueso del muro con este exceso de mampostería. El largo de estos contrafuertes se hace igual al grueso de la escarpa, y su espesor á una mitad, que nunca debe bajar de $0^m{,}54$. Su figura es rectangular con talud escalonado; y la distancia de uno á otro de 5^m á $5^m{,}5$.

En vez de contrafuertes es mucho mejor construir bóvedas en descarga, haciendo servir de estribos los mismos contrafuertes mas prolongados y disminuidos de mamposterías. Los paramentos pueden ser entonces verticales y tan delgados como paredes ordinarias. Dando á los arcos una altura de 3^m á 4^m desde la clave,

y á esta de $0^m,8$ á 1^m, puede haber de uno á tres órdenes de bóvedas, que disminuirán considerablemente el empuje de las tierras; pues el muro de sosten no tiene que recibir mas que el de las comprendidas dentro de cada bóveda, disminuido aun mucho mas si se tiene cuidado de apisonarlas fuertemente. La economía de estos muros con bóvedas en descarga es cerca de $\frac{1}{3}$ en la mampostería respecto á los anteriores de terraplen. En las murallas de plazas es aun mucho mas ventajosa esta disposicion, por la mejor defensa que de ellas puede hacerse en razon á la mayor resistencia que oponen á las baterías de brecha, y á que cuando no se terraplenan las bóvedas sirven como casamatas, proporcionando tantos órdenes de fuegos como pisos de bóvedas haya. En tiempo de paz hacen oficio de almacenes.

1258. Espesor de un muro de paramentos verticales, solicitado por un esfuerzo horizontal y una carga sobre él.

Siendo P el peso de esta carga por unidad de longitud, z, b el espesor y altura de la seccion de rotura, α el ángulo del horizonte con esta seccion, H el peso de la unidad del material, f la relacion del rozamiento á la presion, h la altura del macizo, R la fuerza de cohesion, y Q el empuje horizontal, se tiene para el equilibrio cuando se verifica el resbalamiento,

$$Q=\frac{1}{2}\left(\frac{(2P+2Hzb-Hz^2\,\text{tang.}\,\alpha)\,(f-\text{tang.}\,\alpha)+2Rz\,(1+\text{tang.}^2\,\alpha)}{1+f\,\text{tang.}\,\alpha}\right).$$

En los muros de sillería, cuyas hiladas son generalmente horizontales, el resbalamiento tiene lugar sobre el lecho inferior inmediato al punto de aplicacion de la fuerza, por lo que siendo b y α cero, se tiene

$$Q=fP+Ra,\qquad \text{ó}\qquad a=\frac{Q-fP}{R}$$

Inclinando las hiladas hácia la parte interior, y llamando β el ángulo de los lechos con la vertical, se tiene

$$Q\,\text{sen.}\,\beta=P\cos.\,\beta+f(P\,\text{sen.}\,\beta+Q\cos.\,\beta)+\frac{Ra}{\text{sen.}\,\beta}$$

fórmula que manifiesta la mayor ventaja de esta disposicion para resistir empujes laterales.

1259. Cuando la fractura del muro se verifica girando al rededor de la arista exterior, el momento del empuje horizontal deberá ser igual al de las fuerzas verticales que se le oponen y el de la cohesion, tomados con relacion á la arista exterior. La ecuacion de equilibrio será

$$Qh=\frac{Pz}{2}+\frac{Hz^2h}{2}-\frac{Hz^3}{3}\,\text{tang.}\,\alpha+\frac{R'z^2}{3}\,(1+\text{tang.}^2\,\alpha)$$

R'=cohesion, cuando la direccion de la fuerza que la representa es perpendicular á la seccion de fractura como se ha considerado en las tablas expuestas.

El menor espesor de z será cuando se tenga tang. $\alpha=\frac{\Pi z}{2R}$ que hace un mínimo el 2.° miembro de esta ecuacion. De aquí se deduce

$$Qh=\frac{Pz}{2}+\frac{\Pi z^2h}{2}-\frac{\Pi^2z^4}{12R'}+\frac{R'z^2}{3}.$$

Suponiendo nula la cohesion en el plano de fractura y que este sea el lecho inferior ó base del macizo, como se hace en las aplicaciones, resulta

$$Qh=\frac{Pz}{2}+\frac{\Pi z^2h}{2},$$

En la práctica se aumentará $\frac{1}{6}$ al valor hallado.

Para las paredes de piedra seca es

$$Qh = \frac{Pz}{2}.$$

1260. Espesor de las paredes de un edificio.

Las reglas que los Maestros de arquitectura han dado para el espesor que deben tener las paredes de los edificios sujetas á presiones verticales, son vagas é inexactas como fundadas en raciocinios mas ó menos admisibles y en la observacion de antiguos edificios, tan distantes de una uniformidad y proporcion entre la altura, espesor, longitud y anchura de las naves, como fueron los pensamientos de sus autores y métodos empíricos de que se valieron todos ellos, desde los mas remotos siglos á la edad media, y de allí á nuestros dias. Paladio y Vitrubio en la antigüedad no estuvieron conformes con las dimensiones adoptadas, y Rondelet modernamente (á quien se puede decir se sigue con mas preferencia) no pudo hacer coincidir sus reglas prácticas con los resultados observados en mas de 280 edificios que hubo examinado, todos de diferentes condiciones; siendo algunas veces menores y casi siempre mayores los espesores que se obtienen por sus fórmulas respecto á los que tienen las paredes de los edificios á que en sus ejemplos se refiere. Entre ellos son dignos de mencion, por lo que sorprenden, la iglesia de San Pablo de Roma y la de Santa Sabina. En la primera, las paredes de la nave mayor, tienen 30^m de altas, sin mas apoyo cada una, que el techo á 10^m de la nave menor correspondiente y la armadura que la cubre (de la que pende el cielo raso artesonado que modernamente se hizo al reedificarla muchos años despues del incendio que sufrió en 1823): y sin embargo, solo tiene $0^m,98$ de espesor, ó sea $\frac{1}{3}$ menos de lo que la corresponde segun las reglas de Rondelet. La iglesia de Santa Sabina, idéntica á la anterior es, si se quiere, mas admirable por tener únicamente $0^m,64$ de diámetro las columnas que sustentan las paredes de la nave central de 29^m de altura; debiendo ser dicho diámetro por las mismas reglas mas de dos veces mayor.

Esta gran diferencia no se puede explicar sino por la considerable resistencia de los materiales empleados y por la inmejorable manera de construir; como tambien porque los coeficientes con que afecta sus fórmulas Rondelet, son prudentemente excesivos, una vez que guardan la misma proporcion que las columnas, cuya estabilidad es siempre mucho mayor.

Modernamente se han hecho tambien algunos edificios de bastante ligereza, dispuestos á sufrir la larga vida que acreditan ya los años trascurridos. Tales son, entre otros muchos: 1.° los mercados de Maniel, al largo del ferro-carril del Norte de Francia, cuyas paredes de mampostería ordinaria tienen 41^m de largo por 8^m de alto y 15^m de separacion, sin mas trabazon que la cubierta, siendo su espesor de $0^m,55$ en vez de $0^m,65$ que dán las reglas de Rondelet. 2.° Muchos lavaderos públicos en el mismo país, de 15^m, de ancho, de igual sistema y construccion, cuyos muros, de 7^m, de alto no tienen mas que $0^m,45$ de espesor en vez de $0^m,53$. 3.° El gran arsenal del Lloyd en Trieste, hecho de dos pisos, con grandes salas de 50^m de largo por 18^m de ancho y 12^m de altura las paredes de mampostería mixta, cuyo espesor es únicamente de $0^m,9$ en vez de de $1^m,1$ segun Rondelet. 4.° El granero y tahona ó Manutencion de París, compuesto de 4 pisos en un rectángulo de $28^m,6$ de largo por $20^m,6$ de ancho, sin tabiques ni mas apoyos que los pisos y cubiertas sus altas paredes de 16^m; cuyo espesor, sin embargo, solo es de $0^m,8$ sobre el cimiento, $0^m,70$ en el primer piso y $0^m,6$ los otros tres. No tienen, por consiguiente, sus muros mas que los $\frac{2}{3}$ de lo que debieran por las reglas de Rondelet, á pesar del

exceso que debia apreciarse aun en razon á la vibracion contínua producida por las máquinas. 5.° La Maestranza de Ingenieros en la Habana, construida por el Coronel Soriano, de 11^m de ancho, 117^m de largo y 4^m de altas sus paredes de mampostería ordinaria, que solo tienen $0^m,42$ de espesor en vez de $0^m,60$ que las correspondia por carecer de contrafuertes y aun $0^m,70$ por sustentar una armadura sin tirante que ocasiona algun empuje, á mas de la vibracion producida por las máquinas: sin embargo de lo cual se mantiene firme y sin el menor resentimiento.

Estos diferentes ejemplos y multitud mas de ellos á que conduciria la observacion de los edificios alemanes, que tanto se distinguen por su ligereza, explican la sobrada confianza que deben merecer los que se levanten siguiendo las fórmulas de Rondelet que á continuacion se copian: tanto mas satisfactorias cuanto sea mas esmerada la obra de mano, y los materiales de mas favorable asiento: pudiendo disminuir alguna cosa, ó prescindir del aumento aconsejado para los edificios de varios pisos, cuando el material sea el ladrillo ó piedra labrada.

1261. **Reglas de Rondelet.**

Para las paredes de cerca que solo contienen su propio peso, y cuya altura es h, el espesor es $\frac{h}{8}, \frac{h}{10}, \frac{h}{12}$, segun que la estabilidad haya de ser grande, mediana ó la menor posible. Estas dimensiones convienen con las que tienen los órdenes de arquitectura.

Si los muros forman un recinto poligonal sin cubierta, se determinará el espesor e de cada uno de ellos por la fórmula

$$e = hk \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$$

e, h, l, espesor, altura y longitud. El coeficiente k es $^1/_8$, $^1/_{10}$ ó $^1/_{12}$ segun la estabilidad que se quiera dar al muro.

Esta fórmula está deducida de la siguiente construccion gráfica. Siendo A B (*fig.* 412) la longitud de uno de los lados del polígono, y A C su altura, y suponiendo $k = \frac{1}{8}$ A C, se tira la C B y el arco D E; y la perpendicular Em será el espesor del muro. En efecto, los triángulos rectángulos A B C y Cm E dán *Fig.* 412.

$$\mathrm{E}m : \mathrm{EC} :: \mathrm{AB} : \mathrm{BC} = \sqrt{\mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2}, \quad \text{ó} \quad \mathrm{E}m : \tfrac{1}{8}h :: l : \sqrt{l^2 + h^2};$$

de donde

$$\mathrm{E}m = e = \frac{h}{8} \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$$

Esta construccion se repetirá para cada lado si estos fuesen desiguales en longitud y altura, dando á B A y A C las dimensiones que les correspondan.

1262. Si el recinto fuere circular, del rádio r, se pondrá en la fórmula $\frac{1}{2} r$ en vez de l, y resultará

$$e = hk \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}}.$$

Esto equivale á suponer que el círculo es un polígono recto de un número de lados, igual cada uno á la mitad del rádio.

1263. Para los muros aislados, como los de extensos cercados, se puede escribir, en el supuesto de ser l muy grande respecto de h, $e = hk$: pues la línea C B de la construccion anterior se podría considerar paralela á B A, y la E m sensiblemente igual á $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$ ó $\frac{1}{12}$ de AC.

Para que una pared de esta clase resista bien al empuje del viento será menester que el momento de su peso con relacion á la arista exterior inferior, ó con-

traria á la direccion del aire, sea igual, para el equilibrio, al momento del empuje del viento tomado con relacion á la misma arista. Así, conservando iguales notaciones, será

$e\,h =$ volúmen de un metro de longitud del muro.

$e\,h\,\Pi =$ su peso.

$e\,h\,\Pi\frac{e}{2} =$ momento de su peso.

$\Pi'\,h =$ presion del viento contra un metro de longitud del muro.

$\Pi'\,h \times \frac{h}{2} =$ su momento.

por tanto, $e\,h\,\Pi\,\frac{e}{2} = \Pi'\,h \times \frac{h}{2}$; ó $e = \sqrt{\frac{\Pi'\,h}{\Pi}}$

Suponiendo que la pared fuera de mampostería ordinaria, de $h = 2^m,6$ de altura, y que hubiera de resistir al esfuerzo del huracan, que ya se sabe (555) es normalmente 177^k, ó $\Pi = 171^k$ si la inclinacion del viento es de 15°; siendo, á mas, $\Pi' = 2200^k$, resulta

$$e = 0^m,45.$$

Por la fórmula $e = \frac{1}{8}h$ se tendría

$$e = 0^m,325$$

que corresponde á $\Pi = 90^k$ ó un viento de 93^k de fuerza sobre $1^m,6$; lo que es poco mas de lo relativo á las tempestades en la zona templada.

1264. **Para los muros de edificios de una sola cubierta sin empuje** horizontal se hará en la 1.ª fórmula $k = \frac{1}{12}$; puesto que el techo contribuye á la estabilidad del muro; siendo así

$$e = \frac{h}{12}\,\frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$$

Si existen otras construcciones ó un techo mas bajo de los llamados colgadizos ó caidas, sería

$$e = \frac{h + h'}{24}\,\frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$$

$h' =$ altura desde el colgadizo.

1265. A los edificios de varios pisos señala Rondelet las cantidades siguientes para el espesor de sus diferentes paredes.

	PAREDES DE FACHADA.	MEDIANILES.	TRAVIESAS.
	pulgadas.	pulgadas.	pulgadas.
En las casas particulares..............................	18 á 28	19 á 24	14 á 21
En edificios públicos algo considerables..............	28 á 42	24 á 28	18 á 24
En los palacios y grandes edificios.....................	56 á 126		28 á 42

Las fórmulas para hallar directamente estos espesores son las siguientes:

1.ª Para las paredes de fachada que comprenden un cuerpo de habitacion *simple*,

es decir en que no hay mas de una habitacion determinada entre dos paredes de fachada,

$$e = \frac{L + \frac{1}{2}h}{24} = \frac{2L + h}{48}$$

L=distancia entre las dos paredes de fachada,
h=altura total de la pared.

A este espesor se le añade una pulgada ó 0^{m},023 para edificios algo considerables, y 2 pulgadas ó 0^{m},046 para otros mas sólidos.

2.ª Para un cuerpo de habitacion *doble*, ó sea la anterior dividida en dos por una pared paralela á las de fachada, es

$$e = \frac{l + h}{48}$$

á cuyo resultado se agregarán igualmente 1 ó 2 pulgadas segun la clase de edificios.

3.ª Para las traviesas se tiene

$$e = \frac{l' + h'}{36}$$

L$'$ = anchura de la habitacion que divide la traviesa,
h' = altura del piso principal, ó total del muro si no hay mas que un piso.

Cuando sean varios los pisos se aumenta $\frac{1}{2}$ pulgada por cada uno en el supuesto de ser la pared de ladrillo ó piedras de mediana dureza, pues si lo fueran blandas se agregaría hasta 1 pulgada.

A los apoyos aislados, como columnas ó pilastras, se les conservan el espesor de $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$ ó $\frac{1}{12}$.

Los muros de fachada en las casas de Madrid, tienen los siguientes espesores, exigidos en las licencias de concesion para los diferentes pisos.

Sótano	1^{m},12
Bajo	0,84
Entresuelo	0,80
Principal	0,77
Segundo	0,73
Tercero	0,70

Estos espesores pudieran ser tambien sin inconveniente alguno, los siguientes:

Sótano	1^{m}
Bajo	0,70
Entresuelo	0,66
Principal	0,62
Segundo	0,56
Tercero	0,50

1266. **Los tabiques sencillos y de tabla** tienen de espesor desde $\frac{1}{4}$ á $\frac{1}{2}$ del que resultaría por las reglas anteriores.

1267. **Los muros medianiles** en que ordinariamente se encierran las chimeneas de dos casas contiguas, tienen por lo menos un espesor de 0^{m},435.

1268. El *área* de los muros y apoyos de los edificios, deducidos los vanos, es respecto del área total 0,12 á 0,18 para los edificios actuales de ladrillo y muchos pisos; 0,16 á 0,39 para los mismos, abovedado el inferior: 0,11 á 0,20 para los

1269. BÓVEDAS.

Espesor en la clave de bóvedas fuertes.

Cuando los arcos no pasan de 30^m de luz y la piedra es de mediana dureza, asentada con buena cal ó medianamente hidraúlica, puede hallarse el espesor para las bóvedas fuertes que, como en los puentes, hayan de resistir una carga considerable, por medio de la fórmula empírica de Perronet

$$e = 0{,}0347\,d + 0^m{,}325$$

ó la mas sencilla $\quad e = 0{,}035\ d + 0^m{,}3$

En la que d es el diámetro en las bóvedas de medio punto y el doble rádio mayor en las rebajadas.

Mas allá de 30^m de luz, los espesores dados por esta fórmula son excesivos; y aun tambien para las aberturas inferiores á este límite convendrá no usarla si la amplitud del arco en las escarzanas baja de 120°; siendo mas acertado entonces modificarla segun indica la tabla siguiente, en que A es la abertura ó luz.

Amplitudes —	=	120°	90°	60°	50°	40°
Dobles rádios correspondtes.	$d=$	1,154 A	1,414 A	2 A	2,37 A	2,92 A
Fleches	$f=$	0,29 A	0,207 A	0,134 A	0,111 A	0,092 A
Espesores en la clave	$e=$	$0{,}035\,d + 0^m{,}3$	$0{,}025d + 0^m{,}3$	$0{,}02d + 0^m{,}3$	$0{,}015d + 0^m{,}3$	$0{,}01d + 0^m{,}3$

Para los espesores de clave en arcos intermedios entre 120° y 90°, 90° y 60°, se procede como en los logaritmos, ya se parta de la amplitud conocida ó de las relaciones de la flecha á la luz si aquella no se supiese. Respecto á los arcos inferiores á 60°, como estas fórmulas dán el valor de e de 10° en 10° y los coeficientes de d varian de 5 en 5 milímetros, bastará agregar á dichos coeficientes 0,5 milésimo por cada grado de diferencia entre el arco dado y el inmediatamente inferior de esta tabla.

Las mismas fórmulas se pueden emplear para los arcos carpaneles considerándolos escarzanos de igual luz.

EJEMPLOS.

1°. Los arcos mayores del puente del Alma en París (carpaneles) tienen de luz $A = 43^m$ y de flecha $f = 8^m{,}6$: cuya relacion es $\dfrac{f}{A} = 0{,}2$

Considerándolos como escarzanos verémos que esta relacion se halla comprendida entre las 0,207 y 0,134 de la tabla anterior, correspondientes á las amplitudes 90° y 60°. Se tendrá

Por la tabla y amplitud 90° $\Big\}\ d = 1{,}414 \times 43 = 60^m{,}8 \quad$ y $\quad e = 0{,}025d + 0^m{,}3 = 1^m{,}82$

Para el mismo doble rádio y amplitud 60° $e = 0{,}02d + 0^m{,}3 = 1{,}516$

diferencia $= 0{,}304$

Así, $0{,}207 - 0{,}134 : 0{,}304 :: 0{,}207 - 0{,}2 : x = 0^m{,}029.$ Y el espesor buscado

$$e_{,} = 1{,}82 - 0{,}029 = 1^m{,}79.$$

El espesor efectivo es $e = 1^m{,}5$, cuya diferencia con el anterior depende del material empleado, que es de sillería de mayor dureza que la que supone la fórmula.

2°. El puente de Jena (escarzano) tiene sus arcos de 53° de amplitud, $A = 28^m$ de abertura y $f = 3^m{,}3$ de flecha, cuya relacion es $\dfrac{f}{A} = 1{,}177.$

Siendo $60° - 53° = 7°$ la diferencia de amplitud entre el término anterior de la tabla y el del arco dado, se quitarán $3\frac{1}{2}$ milésimas al coeficiente 0,02 de la fórmula $0{,}02\,d + 0^m{,}3$, ó se aumentarán 1,5 milésimas al 0,015 de la $0{,}015\,d + 0^m{,}3$, por los 3° de la diferencia $53° - 50° = 3°$, dando así el expesor

$$e = 1^{m},46$$

ó sea $0^{m},02$ mas que el práctico.

1270. Mr. Leveillé, fundado en multitud de trabajos experimentales y otros datos sacados de bóvedas de medio punto, escarzanas y carpaneles, dedujo que la expresada fórmula de Perronet puede servir para todo género de bóvedas, significando siempre d la luz, y escribiéndola del sencillo modo siguiente

$$e = \frac{1}{3}(1 + \frac{1}{10}d)$$

De cuyo modo goza de toda confianza como lo atestigua la comparacion manifiesta en las tablas siguientes de los valores efectivos y los calculados por dicha fórmula.

	Número de arcos.	Luz.	Flecha ó montea.	Espesor en la clave.	ESPESOR CALCULADO. Le veillé.	Fórmula gral.	ESPESOR. de pilares.	de estribos.
1.° Bóvedas de medio punto.								
Puente de Alcántara sobre el Tajo: erigido por los Romanos año 106: todo él de sillería. El arco mayor.	6	m 30	m 15	m 2,4	m 1,33	m 1,35	7,84	Roca.
— de Albalat, de sillería: en 1552. El arco mayor	2	42	19,32	2,5	1,73	1,77	7,8	Roca nat.[1]
— de Aranjuez sobre el Jarama (1760), de piedra	25	8,4	4,2	0,84	0,61	0,59	3,36	m 6,56
— sobre el Guadalfeo (carretera de Granada á Motril), de sillería los arcos (1854)	5	16,7	8,32	1,10	0,89	0,88	3,30	5
Viaducto sobre el Deza, con arco de sillería y altura de los pilares de 31^{m}.	4	15	7,5	0,85	0,83	0,83	4	8
Puente de Romily (Italia): en 1785	1	39	19,5	1,62	1,63	1,66	»	7
— de Aviñon sobre el Ródano; en 1177	21	31,4	15,7	0,74	1,38	1,39	7	26,43
Viaducto de Stokport (Inglaterra); en 1834	22	19,8	9,90	0,84	0,99	0,99	3,04	4
— de San German (Francia); en 1834; de mampostería concertada.	20	10	5	0,95	0,67	0,66	1,90	
2.° Bóvedas elípticas y carpaneles.								
Puente de Molins del Rey sobre el Llobregat (elíptico, de sillería, construido en 1768. Los mayores	15	20	8	1,40	1	1	4 á 5	11
— de Cameros (Soria á Logroño), elíptico y de sillería, hecho en 1862	1	22	8	1	1,07	1,07		5
— de Lumbreras, carpanel y de hormigon (1865)	3	10,16	3,92	0,75	0,67	0,66		2,5
— de Neully sobre el Sena, carpanel y de sillería	5	39	9,75	1,62	1,63	1,66	4,22	9,83
— de Burdeos, de ladrillo y piedra, los arcos mayores	17	26,5	8,80	1,20	1,22	1,23	4,20	7
— del Alma (París), elípticos los arcos, de piedra y cimento, en 1855	3	43	8,60	1,50	1,77	1,79	5	10
3.° Bóvedas escarzanas.								
Puente sobre el Júcar (Cabrillas) de sillería 1852	1	22,3	3,62	1,39	1,08	0,99	»	6,84
— de Navaselés (Tarragona á Vich); id. id	5	20,6	3,87	1,41	1,02	0,99	2,79	8
— de Lavalé (Soria á Logroño), de hormigon	3	10	1,34	0,70	0,67	0,70	»	2,5
— de Jena (París): de sillería, en 1809, 53° amplitud	5	28	3,30	1,44	1,27	1,46	3	9,75

1271. Límite de la luz de los arcos por razon de los materiales empleados y modificacion consiguiente del espesor de la clave.

En las fórmulas anteriores se supone, como se dijo al principio de este artículo, que los materiales que componen el intradós de la bóveda han de ser de mediana dureza y estar asentados con buena cal crasa ó medianamente hidraúlica, y si fueran de hormigon ó piedra menuda con cal cimento ó eminentemente hidraúlica. Tambien se supone que la luz de las bóvedas no han de exceder de los límites expresados en la siguiente tabla, en donde se vé el mínimo largo y mínima resistencia que en práctica debe tener el material de la bóveda y el de los pilares. Siendo ó pudiendo ser la resistencia de estos 3 á 5 veces mayor que la de la clave, se podrán ejecutar los pilares y estribos de material mas económico que la bóveda: por manera que cuando esta sea de piedra, los pilares podrán ser de ladrillo ó mampostería concertada.

NATURALEZA DE LOS MATERIALES.	Luz máxima.	Cola media de la clave.	RESISTENCIA PRÁCTICA MÁXIMA POR 1c2 en la clave.	en la base de los estribos.
Piedra quebrada y hormigon..........	4^m á 6^m	»	1^k	5^k
Piedra irregular con asientos..........	8^m á 10^m	$0^m,25$ á $0^m,30$	$2^k,5$	8^k
Sillarejo desbastado..................	16^m	$0^m,33$	3^k	12^k
Sillarejo labrado y ladrillo..............	28^m	$0^m,40$	5^k	15^k
Sillería..........................	40^m	$0^m,60$	7^k	20^k

Con arreglo, pues, á esta tabla se podrá modificar el espesor de la clave, segun el material empleado, y por medio de la fórmula

$$e'=\frac{e}{\sqrt{\frac{d'}{d}}}=\frac{d\,e}{\sqrt{d\,e'}}\quad \begin{cases} d = \text{luz primitiva} \\ d' = \text{luz correspondiente al nuevo material empleado.}\end{cases}$$

Para ejemplo que fije las ideas, consideremos una bóveda rebajada, de 16^m, de luz, y 90° de amplitud, en cuya construccion se emplea, (segun condicion de la fórmula) material de mediana dureza, como el sillarejo desbastado ó ladrillo. Su espesor sería $e=0^m,70$ (tabla 1.ª). Mas si se quiere sustituir el material por el de piedra labrada, siendo entonces por la tabla anterior $d'=40^m$, se tendría

$$e'=\frac{16\times 0,70}{\sqrt{16\times 40}}=0^m,44$$

Pero debiendo quedar al sillar $0^m,6$ de cola no puede ser el espesor de la clave $0^m,44$; lo que hace conocer que el material sustituido no ha de ser el sillar, sino de otra clase á que corresponda una luz ó rádio de máxima curvatura menor de 40: material que podrá ser el sillarejo labrado, para el que se tiene

$$e'=\frac{16\times 0,70}{\sqrt{16\times 28}}=0^m,50$$

Resultado conforme, pues que excede ó es mayor que el $0^m,40$ que corresponde á la cola de la piedra.

En resúmen, siempre que la bóveda se componga de mampostería medianamente dura, como sucede con piedra pequeña ó sillarejo desbastado y ladrillo, en razon

al mayor número de juntas y planos de asiento, el espesor en la clave será el dado por las fórmulas anteriores, modificándolas segun la amplitud del arco: pero si este ó toda la bóveda se compusiera de mampostería ordinaria ó sillares, dicho espesor tendría que sufrir la alteracion correspondiente, procediendo como se acaba de ver en el ejemplo anterior.

La piedra del arco debe ser bien labrada, pudiéndose permitir la tolerancia siguiente:

1.° Para el sillarejo desbastado debe hacerse á cincel $0^m,12$ de sus lechos, y las juntas $0^m,08$ á escuadra.

2.° Para el sillarejo labrado se harán respectivamente á cincel $0^m,20$ y $0^m,10$.

3.° Para la sillería será esta labra $0^m,40$ y $0^m,25$.

1272. **Bóvedas medianas y ligeras.**

Mr. Mosbach dá otras dos fórmulas para el espesor e de la clave en las bóvedas que titula *medianas* y *ligeras*, tales las primeras como las de palacios, grandes casas y almacenes que forman pisos donde se depositan géneros ó hay grandes reuniones, y las segundas la de las iglesias y otros edificios en que no han de sostener mas que su propio peso.

Para las bóvedas medianas hace $e = 0,02\,d + 0^m,2$

Para las ligeras $e = 0,01\,d + 0^m,1$

Siendo siempre $d = 2\,a$ la luz de los arcos ó su diámetro si estos son de medio punto.

Estas fórmulas, con efecto, ofrecen resultados que no difieren apenas de los que arrojan de sí obras existentes de muchos años y otras calculadas por Rondelet: por lo que se pueden emplear con confianza, supuesto siempre el trasdós trazado segun la curva de equilibrio.

1273. **Las bóvedas de sótanos** basta tengan un espesor de clave mitad que el de un puente de igual luz y condiciones de material.

1274. **Bóvedas á prueba.** Respecto á las bóvedas á prueba de bomba, como las de casamatas y almacenes de pólvora, se sabe por la experiencia de las de Vauban que el espesor de 1^m es muy suficiente cuando la luz no excede de 8^m. Su fórmula es

$$e = 0,342\sqrt{d} \qquad (a)$$

Puede tambien hallarse este espesor por la teoría de la resistencia de los sólidos, como si se tratara de piezas contínuas puestas oblícuamente y solicitadas uniformemente por el peso de la semibóveda y carga.

Observando tambien que la resistencia de las piezas cargadas está en razon de la base por el cuadrado de su altura ó peralto, si tomamos por tipo el almacen de Vauban, tendrémos para la unidad de longitud de la bóveda, cuyo espesor es el peralto supuesto de la pieza

4^m = rádio del almacen de Vauban: r :: 1^{m2} = cuadrado del espesor: e^2; y de aquí

$$e = \tfrac{1}{2}\sqrt{r} = 0,3536\sqrt{d}$$

fórmula que difiere poco de la (a)

Para un almacen de $8^m,4 = d$ es $e = 1^m,025$

1275. **Coeficiente de estabilidad.**

El equilibrio estático de una bóveda sería insuficiente en práctica si no se aumentase el espesor del estribo en cierta cantidad: aumento que debe regularse por la condicion de que el momento de la resistencia sea proporcional al del empuje. Este exceso de momento se llama *coeficiente de estabilidad*; y se aprecia en 1,5 para bóvedas ligeras trasdosadas de nivel; 1,6 á 1,7 para las medianas, de medio punto y trasdosadas tambien de nivel; y 1,7 á 1,9 para los fuertes, rebajadas, y trasdo-

sadas en plano inclinado ó en rampa. Para las bóvedas á prueba el coeficiente de estabilidad C es siempre 2.

1276. Curva de equilibrio del trasdós.

Las bóvedas pueden ser trasdosadas de igual ó desigual espesor, inclinadamente ó en rampa, y de nivel ú horizontalmente. En el 1.er caso, cuando el trasdós es paralelo al intradós, resultan los riñones algo debilitados; y en el último, cuando el trasdós es horizontal, los expresados riñones se hallan excesivamente reforzados, sobrando entonces mampostería. A fin de que, sin faltar á la estabilidad, se fabrique la bóveda con la prudente economía que requiere este género de construcciones, se hace el trasdós de desigual espesor, siguiendo una curva que se llama de *equilibrio*, y es una conchóide que se traza del modo siguiente:

Lám. 40. *Fig.* 1. Sea 1°. una bóveda de medio punto (Lám. 40, *fig.* 1.) se tomará $0a = cc' = e$ espesor de la clave. Tirada luego la horizontal aa', que será la asíntota de la curva, y tomando 01, 02, & iguales á 11′, 22′, &, los puntos 1′, 2′, 3′, & exteriores, determinarán la expresada curva de equilibrio.

Lo propio se hace cuando el arco es escarzano (*fig.* 4 lám. 40). Desde su centro O se toma $0a = e$ y tirada la aa', las $01 = 11'$ & determinarán la curva del trasdós. Esta deberá terminar en el punto O′, correspondiente al rádio del arranque, y hacer luego el trasdós del estribo, como está indicado por las líneas llenas ó de puntos.

En las bóvedas carpaneles se practicará lo mismo desde cada uno de los centros de la traza del arco.

Los elípticos se tratarán como carpaneles de 3, 5, 7 ó mas centros.

En práctica es preferible á este método, por su mayor sencillez, sustituir la curva de equilibrio por un arco de círculo que difiera poco de ella. Este arco se determina tomando $^7/_4 r$ ó el rádio de intradós y tres cuartos en las bóvedas de medio punto, mas el espesor de la clave, y $\frac{7}{4}\frac{a^2}{b}$ ó $^7/_4$ del rádio medio de curvatura en las rebajadas, mas el mismo espesor de clave. Así, tomando una bóveda de medio punto de $r = 6^m$, á que corresponde $e = 0^m,72$, el arco de trasdós tendrá por rádio,

$$R = \tfrac{7}{4}6 + 0,72 = 11^m,22$$

Otro rebajado de semi-luz $a = 10^m$, montea $b = 5^m$ y 1^m de espesor en la clave, tendrá para rádio de intradós

$$R = \frac{7}{4}\frac{a^2}{b} + 1 = 36^m$$

En la bóveda catenaria la curva de equilibrio es paralela al intradós, y en la parabólica la curva disminuye de la clave á los riñones y arranques, como en todas las demás peraltadas.

Cualquiera que sea la clase de bóveda, si pertenece á un edificio terminará su trasdós en la tangente vertical del intradós; y si fuese un puente la obra, se prolongará la curva de equilibrio ó su arco equivalente hasta encontrar la vertical exterior del estribo, procurando darla desde el encuentro de aquella la inflexion aproximada que forma la curva, segun se vé en la figura 1 lámª. 40.

1277. Estabilidad de las bóvedas.

Para la estabilidad de una bóveda simétrica cualquiera y simétricamente cargada, cuyas dovelas se suponen incompresibles y los estribos fijos, se verifica por la reaccion molecular recíproca de cada mitad y la del estribo, y por el peso de la propia bóveda y sobrecarga, que los diferentes planos de junta sufren presiones de ley de reparticion desconocida que hacen indeterminado el problema de

la resultante de estas reacciones; siendo aun mas inciertas las consideraciones teóricas cuando los estribos son vigas metálicas flexibles y los materiales se hallan íntimamente ligados entre sí, como sucede en las bóvedas de ladrillo y cimento ó de cimento solo, formando toda ella un monolito.

En el estudio de las grandes bóvedas se han establecido desde Lahire puntos de partida mas ó menos admisibles y supuestos de precaucion que han conducido á resultados algun tanto excesivos.

Coulomb fué el primero que dió una teoría racional sobre el equilibrio de las bóvedas, teniendo en consideracion el rozamiento y cohesion de las juntas, que Lahire despreciaba, y la rotacion al rededor de las aristas extremas en los puntos donde la fractura debia tener virtualmente lugar. Dejaba, sin embargo, indeterminados los puntos de aplicacion del empuje y reparticion de fuerzas en las superficies comprimidas.

Estos excelentes trabajos, desarrollados teóricamente por el profesor Audry, y hallados analíticamente los sitios de las juntas de fractura, produjeron resultados satisfactorios si se juzga por los que dió la comparacion que hizo de ellos con los que arrojaban de sí las construcciones antiguas mas acreditadas. Resultados, no obstante, que no se pudieron obtener sino doblando las cifras halladas por el cálculo, á lo cual, segun decia el autor, era preciso llegar en razon á los defectos de cimentacion y ejecucion del arco, compresibilidad de los materiales y sobrecargas accidentales.

Posteriormente, los experimentos en grande escala sobre la caida de diferentes especies de bóvedas, llevados á cabo por Gauthey, Rondelet y Boistard, hicieron conocer se las podía considerar como formadas de cuatro partes que actuaban recíprocamente unas sobre otras como si fueran palancas articuladas. Y con esto y las anteriores teorías de Coulomb y Andry, establecieron la suya Persy, Lamé y Clapeyron, y mas brillantemente Navier, que trató de investigar la reparticion de las presiones en los planos de junta, cuya hipótesis fué un gran progreso en la teoría de las bóvedas. Así, pues, fundado en la manera de obrar las diferentes partes de estas cuando llega el momento de su rotura, teniendo de este modo los puntos de articulacion, segun luego analizarémos, y dado el espesor de la clave, se establece fácilmente el equilibrio de la bóveda aplicando el teorema de los momentos; método satisfactorio á pesar de la indeterminacion en práctica del punto de aplicacion de las fuerzas á que estas se hallen aplicadas en las aristas. Esto último no es rigorosamente exacto, conduciendo semejante hipótesis á un empuje algo mayor del verdadero; pero el pequeño exceso que por esta circunstancia resulta en el estribo favorece la estabilidad.

Las curvas de presiones halladas por Moseley, Mery y Scheffler, pudieran considerarse caminos directos para saber si existe equilibrio en la bóveda de que se trata, dentro de las dimensiones determinadas ó supuestas, siempre que se consiga tener la curva comprendida ó que esta caiga entre los límites de la seccion del arco. Este método, sujeto á los errores de las construcciones gráficas, no es tampoco seguro, y nada habrá de cierto en el particular mientras no se halle la ley de reparticion de presiones, hasta ahora desconocida.

El astrónomo Yvon de Villarcean publicó un trabajo sobre estabilidad de bóvedas, en el cual supone desconocido el intradós y compuesto el arco de dovelas muy delgadas, de manera que su contacto solo tenga lugar en la generatríz que pasa por el centro de gravedad de cada dovela. Supone tambien uniforme la reparticion de las presiones en cada punto normalmente al intradós; consiguiendo así que la curva de presiones originada por la combinacion del empuje en la clave

peso de las dovelas y presion de la sobrecarga (normal al intradós) pase por el centro de cada junta y sea perpendicular á ella: con cuyas condiciones se consigue el mayor ahorro de material, no empleando mas que el absolutamente necesario.

La complicacion de cálculos á que dá lugar en práctica esta teoría, llegando á integrales elípticas, y sobre todo, el carecer aun de experimentos que la justifiquen plenamente como preferible á todo lo conocido, es causa de no poder recomendarla todavía como el solo método que se deba seguir, á pesar del ensayo que el eminente Ingeniero D. Eduardo Saavedra, cuya instruccion y vasta ciencia igualan á su laboriosidad, verificó de Noviembre á Diciembre de 1865 en Leon, construyendo un puente por este sistema de 19^m de luz, 3^m de flecha y 1^m de largo, trasdosado de nivel con la sobrecarga que puso de mampostería ordinaria, á fin de someterle á experimentos de resistencia. El espesor de la clave le resultó de $0^m,25$. Despues de descimbrado, sufrió esta un descenso de $0^m,16$, quedando allí fija la curva de intradós, muy poco diferente de la calculada. Por desgracia el temporal de agua ocurrido el 22 de Noviembre ocasionó un reblandecimiento del terreno y resbalamiento de los estribos qne produjo la caida de la bóveda, sin haber podido hacer otra cosa que estudiar las condiciones de la misma. Las grietas que despues del descimbramiento se notaron en las sobrecargas hácia los riñones fueron en sentido vertical y no normal como supone el autor de la teoría.

1278. Visto, en consecuencia de todo lo expuesto, que todavía no hay una teoría de bóvedas exenta de reproches, teniendo los autores que entrar en consideraciones hipotéticas para llegar no mas que á soluciones probables, no estarémos desacertados en dar la preferencia al sencillo método del teorema de los momentos, basados en lo que experimentalmente se sabe respecto al modo de verificar el giro las dovelas en el instante de la rotura de las bóvedas.

Con arreglo á este principio, dado el espesor de la clave, segun las anteriores reglas de los mas acreditados maestros, es preciso para la estabilidad de una bóveda conocer los momentos de la resistencia y empuje horizontal: lo que supone sabidos el volúmen, peso y brazos de palanca respectivos.

Conocido el volúmen V y por consiguiente su peso $P = \Pi V$ de la porcion de bóveda que se considere *ab cc'* (*fig.* 419 y lám. 40 *fig.*3) desde el vértice á la junta de fractura, se tendrá el momento respectivo multiplicando por p brazo de palanca ó distancia horizontal de un punto de la junta $a\,b$ á la vertical $G\,g$ ó $D\,E$ del centro de gravedad correspondiente: brazo de palanca que será conocido cuando lo sea la abscisa $x = k$ de dicho centro de gravedad; y cuyo valor le dará la ecuacion

$$k = \frac{V x}{V}$$

Conocidos así V, ΠV ó P' y k ó p, se procederá á averiguar el equilibrio y estabilidad de la bóveda.

Este equilibrio exige: 1.° que ningun lecho pueda resbalar por efecto de la presion ó empuje horizontal hácia dentro ó hácia fuera de la bóveda; esto es, en sentido $a\,b$ ó $b\,a$: y 2.° que tampoco pueda verificarse la caida girando la bóveda al rededor de a ó b: caidas una y otra que se ha observado tienen lugar de uno de los cinco modos siguientes.

1.° Las juntas de la clave, riñones y arranques se abren girando en los términos que indica la figura 413, obligando á caer hácia dentro las dos porciones superiores y hácia fuera las inferiores.

Este es el caso que mas frecuentemente ocurre atendidas las formas y proporciones de las bóvedas. Las juntas de fractura $a\,b$ se hallan colocadas hácia los riñones en los arcos de medio punto ó á 30° desde los arranques. En los carpaneles

de 60°, rebajados al $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{4}$, las expresadas juntas se tienen entre 45° y 55°. En los escarzanos, cuya amplitud no pase de 120°, se hallan en los arranques.

2.° Las juntas obran inversamente que en el caso anterior, levantándose y girando las partes superiores al rededor de la arista interior de la clave, y cayendo las inferiores hácia dentro por girar al rededor de su arista inferior-interior.

3.° Las partes superiores (*fig.*s 415 y 416) caen girando como en el primer caso, y las inferiores resbalan hácia fuera. Este movimiento suele tener lugar en los arcos escarzanos y adintelados. *Fig.*s 415 y 416.

4.° La parte superior cae resbalando sobre las juntas inmediatas á los riñones (*fig.*417) y las inferiores salen tambien resbalando sobre las de los arranques.

5.° Por el contrario, la parte superior sale fuera resbalando, y las inferiores caen hácia dentro (*fig.*418). *Fig.* 417.

A pesar de ser estos los cinco casos observados en las caidas de las bóvedas, bastará considerar el 1.° y aun el 3.° para el cálculo de su estabilidad. *Fig.* 418.

Sean

V = volúmen de la porcion de bóveda $a\,b\,c'c$ (*fig.* 3 lám. 40) de la clave á la junta de fractura.
$V_{,}$ = el de la semibóveda.
V_2 = el del estribo.
Π = peso del 1^{m3} del material empleado.
$P = \Pi V$ = peso de la porcion de bóveda $a\,b\,c\,c'$.
$P_{,} = \Pi V_{,}$ = el de la semibóveda.
$P_2 = \Pi V_2$ = el del estribo.
$P' = \Pi (V_{,} + V_2)$ = el de la semibóveda y estribo.
f = relacion del rozamiento á la presion.
s = anchura de la junta $a\,b$.
R = fuerza de cohesion del material por unidad de superficie ó 1^{m2}.
Q = fuerza ó empuje horizontal.
Q' = empuje contrario de la bóveda, ó fuerza pasiva resistente por el peso de la bóveda y estribo.
x, y = coordenadas Ob' $b\,b'$, supuesto el orígen en el centro O.
$x'\,y'$ = coordenadas de la arista exterior ó del trasdós de la misma junta ab.
b, b' = ordenadas del intradós y trasdós de la clave.
k = abscisa del centro de gravedad de la porcion de bóveda $a\,b\,c\,c'$ entre la clave y junta de fractura.
k' = Id. del centro de gravedad de la semibóveda y estribo.
α = ángulo de la junta de fractura $a\,b$ con la vertical.

1279. Se tendrá para el equilibrio por resbalamiento

$$Q \text{ sen. } \alpha = P \cos. \alpha \mp (P \text{ sen. } \alpha + Q \cos. \alpha) f \mp R s$$

En cuya ecuacion los signos — suponen el resbalamiento del cuerpo $a\,b\,c\,c'$ en el sentido $a\,b$ ó hácia dentro, y al contrario los signos +. Asi, pues, las dos ecuaciones que de ellas se deducen

$$Q = \frac{P(\cos. \alpha - f \text{ sen. } \alpha) - R s}{\text{sen. } \alpha + f \cos. \alpha} \quad (a): \qquad Q = \frac{P(\cos. \alpha + f \text{ sen. } \alpha) + R s}{\text{sen. } \alpha - f \cos. \alpha} \quad (b)$$

expresan, la 1.ª (*a*) el empuje ó fuerza horizontal aplicada en $c\,c'$ para que el cuerpo $a\,b\,c\,c'$ resbale segun $a\,b$: y la 2.ª (*b*) el empuje que estaría á punto de hacer resbalar dicho cuerpo hácia fuera segun $b\,a$.

El valor de α que para cada una de las juntas haga la ecuacion (*a*) un máximo, señalará la junta de fractura: y si este máximo es menor que el menor de los valores que dá la ecuacion (*b*) para todas las juntas de la semibóveda, se estará seguro del equilibrio. Por tanto el máximo de (*a*) debe ser menor que el mínimo de (*b*).

Generalmente la junta de fractura que dá el mínimo de (*b*) corresponde á los arranques, y el máximo de (*a*) hácia los riñones, que es el 4.° caso examinado

Fig. 417. (*fig.* 417). Pero si, á la inversa, el mínimo de (*b*) corresponde á una junta próxima
Fig. 418. á la clave, y el máximo de (*a*) á los arranques tendrémos el caso 5.° (*fig.* 418).

1280. Para el 2.° caso, de verificarse la caida de la bóveda por rotacion al rededor de las aristas *b* ó *a* de la junta de fractura, observarémos que, actuando el
Fig. 3. empuje horizontal Q (*fig.* 3, lám. 40) en toda la extension de la clave, y la resultante
Lám. 40. hácia el medio, si suponemos G el centro de gravedad de la porcion $abcc'$ é Y la ordenada del punto de aplicacion de la fuerza, siendo pp', qq', ó $x-k$, $x'-k$, é $Y-y$, $Y-y'$ los brazos de palanca correspondientes, tendrémos las ecuaciones de equilibrio

$$Q\,q = Pp - \tfrac{1}{2}Rs^2 = P(x-k) - \tfrac{1}{2}Rs^2 \quad \text{para la rotacion al rededor de } b$$
$$Q_{,}q' = Pp' + \tfrac{1}{2}Rs^2 = P(x'-k) + \tfrac{1}{2}Rs^2 \quad \text{para la rotacion al rededor de } a$$

Generalmente se consideran las bóvedas, para el cálculo, como recientemente hechas; en cuyo caso no existe ó se prescinde de la cohesion, quitando $\frac{1}{2}Rs^2$ de las fórmulas anteriores (*)

Puede suceder tambien que el empuje horizontal Q actúe cerca ó en los mismos puntos cc'. Si fuese aplicado en c' (impidiendo asi con mas energía la rotacion al rededor de b), siendo entonces $Y=b'$, las últimas fórmulas serán

$$Q = P\frac{x-k}{b'-y} \qquad (a') \qquad\qquad Q_{,} = P\frac{x'-k}{b'-y'} \qquad (b')$$

expresion del fenómeno de la caida manifiesta en la figura 413, que es el caso mas desfavorable, y por consiguiente el que se debe seguir en los cálculos.

Aplicando la fuerza en c dichas fórmulas serían

$$Q = P\frac{x-k}{b-y} \qquad\qquad Q' = P\frac{x'-k}{b-y'}$$

y expresarian el movimiento de la fig. 414.

La primera ecuacion (a') es la fuerza ó empuje horizontal aplicado en c' que se opone á la caida de la bóveda al rededor de b, tendiendo, por consiguiente, á hacerla girar hácia fuera al rededor de a. Por medio de ella se calculará Q para cada una de las juntas de la semi-bóveda, y el máximo valor hallado será el empuje horizontal, y la junta que le determine será la de fractura. El x correspondiente será la abscisa k de la arista interior de dicha junta.

La segunda (b') expresa la fuerza contraria aplicada en c' capaz de hacer girar la bóveda $abcc'$ hácia dentro al rededor de a. Calculados los diferentes valores de $Q_{,}$ por todas las juntas de la bóveda, será necesario, para el equilibrio, que el mínimo de todos ellos sea mayor que el máximo del empuje horizontal (a').

Por lo acabado de exponer se deduce que, en general, para calcular la estabilidad de una bóveda se averiguará de antemano la situacion de la junta de fractura, que es la que corresponde al máximo empuje horizontal, y le dará la ecuacion (a') : (**) despues se verá por medio de la ecuacion (b') si este empuje es capaz de hacer girar hácia fuera la porcion de la bóveda comprendida entre la clave y junta de fractura; debiendo para el equilibrio tener siempre $Q_{,} > Q$ por pequeño que sea $Q_{,}$ y grande que sea Q.

(*) Cuando se quiere hacer entrar en el cálculo la fuerza de cohesion de los morteros despues de un año de empleados, puede hacerse $R = 0^k,4$ por 1^{c2} para las bóvedas formadas con mezcla ordinaria de cal y arena; y $R = 0^k,9$ á $1^k,5$ para las hechas con cimento ó cales eminentemente hidráulicas.

(**) En las bóvedas rebajadas sucede que, por lo regular, dicha junta de fractura se halla en los arranques ó muy próxima á ellos.

Para evitar el resbalamiento es preciso que dicho empuje horizontal sea tambien menor que el que den las ecuaciones (a, b) para la junta del arranque ó próximo á ella. Si dicha junta fuese horizontal, en cuyo caso $\alpha=90^\circ$ sen.$\alpha=1$, cos.$\alpha=o$, se tendría, prescindiendo de la cohesion,

$$Q=Pf \qquad (c)$$

Si el cálculo hace conocer qué no puede tener efecto el equilibrio estático, se dará, para impedir la rotacion, mayor espesor á la clave ó estribo, ó se aumentará peso á estos últimos; y para impedir el resbalamiento se interrumpirán las juntas con piedras ó balas (*fig.* 598) ó bien se inclinarán los lechos de los nacimientos y se engraparán ó se enlazarán con armaduras de hierro las diferentes partes de la construcion.

1281. Espesor de los estribos.

Para hallar el espesor de los estribos, dada su altura, ó esta dado el espesor, se igualarán los momentos del empuje de la semi-bóveda y el de las fuerzas opuestas, tomados con relacion á la arista exterior inferior del estribo. Se tiene asi el empuje total que debe ser mayor que el dado por la ecuacion (a').

Siendo P' el peso de la semi-bóveda y estribo, k' la abscisa del centro de gravedad de todo el sistema, hallada con relacion al plano proyectado en Oc, z el espesor del estribo, a la semiluz y h' la altura del estribo desde el arranque, ó $y=-h'$ (pues que esta altura está debajo del eje de las X), será $(a+z)-k'$ el brazo de palanca respecto de K R, y la ecuacion (b'), en que es ahora $x'=a+z$ y $P=P'$, dará

$$Q'=P'\frac{a+z-k'}{b'+h'}$$

Expresion que se igualará á la de Q (a') para tener z luego de estar Q afecto del coeficiente de estabilidad $C=1,5$ á $1,9$ ó 2, segun la clase de bóveda : ó se verá desde luego si, por sustituciones sucesivas de z se tiene $Q'>Q$. Cuando esto se verifique, el valor correspondiente de z será el espesor del estribo en el arranque. En la base será el espesor $=z+\frac{1}{10}h'$, ó $z+0,2\,h'$ si se dejan escalones.

Este método general es el mas sencillo, racional, seguro y satisfactorio de todos.

1282. Mr. Leveillé, además, dá la siguiente fórmula para encontrar este espesor

$$z=f(\mathrm{D})\sqrt{\frac{h}{\mathrm{H}}:\frac{f+e}{d}}$$

en la que son

h = altura de la junta de fractura sobre el plano de cimientos.

H = altura desde el plano de cimientos á la parte superior de la calzada (si la bóveda fuera de un puente) ó del plano superior horizontal sobre el trasdós.

e = espesor de la clave.

f = flecha ó vertical desde el interior de la clave á la horizontal que pasa por la arista interior de la junta de fractura.

d = luz ó abertura de la bóveda á la altura de la junta de fractura.

f (D) = Siendo el diámetro D ó luz $2a$, segun que la bóveda sea de medio punto ó rebajada, es, por valores gráficos hallados por el autor,

$f(\mathrm{D})=0,33+0,212\times 2a$ para las bóvedas escarzanas

$f(\mathrm{D})=0,60+0,162\,\mathrm{D}$ para las de medio punto

$f(\mathrm{D})=0,43+0,154\times 2a$ para las carpaneles y elípticas.

Con lo cual, y observando que la junta de rotura en los arcos semi-circulares está á las 30° del arranque; que en los escarzanos se hallará casi siempre en los arranques mismos, y en los carpaneles y elípticos á 45° y 43° del arranque, las

letras de la fórmula $h\ f\ d$, son, $h + 0{,}25\,D$ $0{,}25\,D$ y $0{,}866\,D$: teniendo, en consecuencia,

Para las bóvedas de medio punto $z = (0{,}60 + 0{,}162\,D)\sqrt{\frac{h + 0{,}25\,D}{H} : \frac{0{,}25\,D + e}{0{,}866\,D}}$

Para las escarzanas........... $z = (0{,}33 + 0{,}212 \times 2a)\sqrt{\frac{h}{H} : \frac{f + e}{2a}}$

Para las carpaneles y elípticas $z = (0{,}43 + 0{,}154 \times 2a)\sqrt{\frac{h + 0{,}54b}{H} : \frac{0{,}465\,b + e}{0{,}84 \times 2a}}$

(b = semi eje menor ó montea).

Hace tambien $H = h + f + e + 0{,}60$: siendo 0,60 la altura de la carga del piso y tierras sobre la clave, cuyo peso considera igual al de la mampostería.

Estas fórmulas dan espesores algun tanto excesivos; no pudiendo, además, generalizar con ellas el problema de la estabilidad de las bóvedas.

1283. Las fórmulas siguientes (Roy)

$z = 0{,}2 + 0{,}3\,(\tfrac{1}{2}\,d + 2\,e)$ para toda clase de bóvedas

$z = 0{,}2 + 0{,}3\,(\tfrac{1}{4}\,d + 2\,e)$ para las ojivas

son mas sencillas y satisfactorias. En ellas es siempre d = diámetro ó luz y e = espesor de la clave.

1284. Máxima altura de los estribos.

En todas estas fórmulas no se tiene en cuenta la influencia de la altura de los pilares y estribos, suponiendo conocida dicha altura como dato para hallar el espesor. Debemos, sin embargo, advertir, que dicha altura debe limitarse para cada clase de obra, segun la calidad de los materiales, á los números manifiestos en la tabla siguiente.

SIENDO LA FÁBRICA	LUZ.	LÍMITE DE LA ALTURA DE ESTRIBOS.
De mampostería ordinaria......	4^m á 6^m.....	6^m
De mampostería concertada.....	8 á 10......	9^m á 12^m
De sillarejo desbastado.........	18........	23
De sillarejo labrado y ladrillo..	28........	33
De sillares labrados...........	46........	55

Es decir, que la máxima altura del pilar ó estribo no debe llegar ó por lo ménos exceder de 1,5 veces la luz expresa en la tabla del núm. 1271, siendo el límite

$$h = 1{,}5 \times 2\,a = 1{,}5\,d$$

Dentro de este límite, á que en práctica jamás se ha llegado, pueden aguantar los estribos una presion cuatro veces mayor que los arcos, siendo así como ya se dijo (núm. 1271) conveniente y económico hacer los estribos de un material mas barato que las bóvedas. Solo en el caso de pasar los pilares del límite de altura (lo que no tendrá lugar sino por fuerza mayor, sin exceder nunca de $h = 2\,d$) se harán de material tan resistente como el de la bóveda.

1285. APLICACIONES.

Bóvedas de medio punto y cañon seguido.

Sabemos por experiencia que en este género de bóvedas la junta de fractura se halla á los 30° del arranque; segun tambien ahora lo verémos comprobado analíticamente.

Hallada ya esta junta, se tendrá la extension de bóveda $b\,a\,c'\,c$ (*fig.* 3 lám. 40) ó la $b\,a'\,c'\,c$ si suponemos vertical la junta $a\,b$ (en lo que no hay inconveniente

alguno para hallar el volúmen y abscisa de su centro de gravedad), integrando entre $x = Ob'$ y $x = 0$: y esta área $b\,a'\,c'\,c$ será el volúmen de la unidad de longitud en las bóvedas de cañon seguido. Para las que terminan en planos H′ O′ que se cruzan en el centro, no habrá mas que multiplicar dicha área $b\,a'\,c'\,c$ por el camino D′ D′ recorrido por su centro de gravedad.

Conocidos el volúmen, y por consiguiente el peso y los momentos con relacion al plano Oc, el problema queda reducido á operaciones numéricas para tener el empuje horizontal.

Consideremos una bóveda, primero trasdosada de nivel, siendo el orígen el centro O. Se tendrá.

$$DE = g = DF - EF = (r+e) - \sqrt{r^2 - x^2} = R - \sqrt{r^2 - x^2}$$

El volúmen de $b\,a'\,c'\,c$ será

$$V = \int_0^x dx\left(R - \sqrt{r^2 - x^2}\right) = Rx - \left(\frac{1}{2}x\sqrt{r^2 - x^2} + \frac{1}{2}r^2 \text{ arco } (\text{sen.} = \frac{x}{r})\right)$$

y su momento

$$Vx = \int_0^x x\,dx\left(R - \sqrt{r^2 - x^2}\right) = \frac{1}{2}Rx^2 - \left(\frac{r^3}{3} + \frac{\left(\sqrt{r^2 - x^2}\right)^3}{\text{ℓ}.\,3}\right)$$

Si la junta se halla á los 30° del arranque, siendo entonces, $x = r \cos. 30°$ ó $x = 0{,}866\,r$, $y = \frac{1}{2}r$: y sí $r = 6^m$, tendrémos $e = 0^m{,}8$ $R = 6^m{,}8$ y $V = 8^{m3}{,}75$ $Vx = 28{,}73$ $k = 3^m{,}283$ y $Q = 11022$.

Para valores inmediatos, antes y despues de 30°, sería

para $x = 0{,}9r$ { $V = 9^{m3}504$ $Vx = 33$ $k = 3^m{,}473$ $Q = 10930$

$x = 0{,}8r$ { $V = 7^{m3}37$ $Vx = 21{,}886$ $k = 3$ próximos $Q = 10293$

Se vé, pues, que para los valores imediatos á $0{,}866\,r$ el empuje Q resulta en ambos casos inferior al 1.°; y por consigiente que la junta de fractura está realmente á 30° del arranque.

Por lo acabado de decir el volúmen por unidad de longitud de $a\,b'\,c'\,c$ es

$$V = \int_0^{0{,}866\,r} g\,dx = 0{,}866\,Rr - 0{,}7385\,r^2$$

y el momento $$Vx = \int_0^{0{,}866\,r} g\,x\,dx = 0{,}375\,Rr^2 - 0{,}292 r^3$$

La abscisa del centro de gravedad es $k = \frac{Vx}{V}$; y el empuje horizontal

$$Q = C \times P \frac{0{,}866\,r - k}{R - \frac{1}{2}r}$$

El volúmen y momento de la semivóbeda, son

$$V_, = \int_0^r g\,dx = Rr - \tfrac{1}{4}\pi r^2 \qquad V_, x = \int_0^r g\,x\,dx = \tfrac{1}{2}R\,r^2 - \tfrac{1}{3}\,r^3$$

Los del estribo son,

$$\left.\begin{array}{l} V_2 = z\,(h' + R) = z\,h \\ V_2 x = zh(r + \frac{1}{2}z) \end{array}\right\} \text{altura total desde los cimientos á la clave} = h$$

Así, $$k' = \frac{V_, x + V_2 x}{V_, + V_2}; \quad \text{y} \quad Q' = P' \frac{z + r - k'}{(R + h') = h}$$

Siendo $r=6^m$ y $C=1,8$, resulta $e=\frac{1}{3}(1+\frac{1}{10}\,12)=0^m,733$ ó $0^m,74$; $R=7^m,74$ y tomando $\Pi=2500^k$ por 1^{m^3} de material de sillares y piedra ordinaria, será

$$\left.\begin{array}{l} V=8^{m^3},435 \\ Vx=27,91 \end{array}\right\} k=3^m,31 \quad P=8,435\times2500=21088^k$$

$$Q=1,8\times21088\frac{0,866\times6-3,31}{6,74-\frac{1}{2}6}=19141^{km} \text{ empuje horizontal.}$$

$$\left.\begin{array}{l} V_{,}=12^{m^3},17 \\ V_{,}x=49,32 \end{array}\right\} k'_{,}=4^m,052$$

Si hacemos $h'=3^m,5$ (altura desde los arranques al suelo) y por consiguiente

$$h=6,74+3,5=10^m.24, \quad \text{será}$$

$$\text{para } z=2^m,5 \left\{\begin{array}{l} V_2=zh=25^{m^3},6 \quad V_2x=25,6(6+\frac{1}{2}2,5)=185,6 \quad k'=\dfrac{49,32+185,6}{12,17+25,6}=6^m,22 \\ P'=(12,17+25,6)\,2500=94425^k \\ Q'=94425\dfrac{6+2,5-6,22}{10,24}=21024^{km} \end{array}\right.$$

$$z=2^m,3 \left\{\begin{array}{l} V_2=23 \quad V_2x=168,3968 \quad k'=6,094 \\ P'=89305^k \\ Q'=19239^{km} \end{array}\right.$$

Aproximándose ya por exceso el valor de $Q'=19239$ al de $Q=19141$, podrémos tomar para el espesor del estribo

$$z=2^m,30$$

Si el edificio fuera un puente para el tránsito de grandes cargas, como sucede en las primeras poblaciones, ó para el servicio de un camino de hierro, se tendría que tomar en consideracion, no solo el empuje por efecto de las tierras y piedra del relleno sobre el plano de la clave, sino el ocasionado por un peso adicional colocado en la situacion mas desfavorable.

Suponiendo 1.° que la capa ó macizo de tierras y arena ó grava mas la piedra del piso, tuviera de altura $0^m,6$, se reduciría teóricamente á otra de material homogéneo con el de la bóveda: por manera que si el peso de 1^{m^3} de la primera capa es 1300^k y el de la bóveda 2500, equivaldría 1^m de altura de la primera á $1300/2500=0,52$ de la de la bóveda: y los $0^m,6$ á $0,52\times0,6=0^m,312$.

Así, para el mismo ejemplo, sería $Oc''=R+0^m,312=7^m,052$; y por consiguiente

$$\left.\begin{array}{l} V=\displaystyle\int_0^{0,866\,r}\left(7,052-\sqrt{r^2-x^2}\right)dx=10^{m^3} \\ Vx=\displaystyle\int_0^{0,866r}\left(7,052-\sqrt{r^2-x^2}\right)x\,dx=32,2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} k=3^m,22 \qquad P=25000^k \\ Q=1,8\times25000\dfrac{5,196+3,22}{6,74-3}=23775^{km} \end{array}$$

Por lo que, para $h'=3^m,5$ ó $h=3,5+7,052=10^m,552$, será

$$z=2^m,6 \quad \text{por ser} \quad Q'=24683^{km}$$

$z=2^m,5$ daría $Q'=23760$, valor menor que el del empuje horizontal Q.

1286. Si el peso adicional fuera el de un wagon ó galera de peso total $\Pi'=6000^k$, suponiendo, además, que la distancia longitudinal entre ruedas sea $1^m,8$, y que el centro de gravedad esté en medio ó á $0^m,9$ de los extremos, cuando la rueda delentera se halle par rebásar la clave (que es la situacion mas desfavorable que puede tener el wagon á su paso por el puente) se tendrá por todo lo que coja el ancho del carro

$$Q=1,8\times6000\frac{5,196-0,9}{3,74}=12409^{km}$$

Si la batalla del carro es de mas de 1^m, como siempre sucederá, de modo que cada 2^m de la bóveda soporte el total 6000^k, ó por cada una la mitad, resultará que al empuje anterior 23775 tendrémos que agregar el 6205 producido por el wagon, siendo en total $Q = 29980$

A este empuje total satisface el espesor $z = 3^m,5$ por ser $Q' = 28587$

Si dicho peso adicional fuese de 36 toneladas ó 36000^k, como sucede con la locomotora mista de Engerth, y en el supuesto de hallarse en la desfavorable situacion dicha anteriormente para el wagon, cargando 18000^k por 1^m de puente, se tendrá de aumento al empuje por este concepto $Q = 23962$ ó algo mas del 23775, ó en total $Q = 47737$, que dá poco mas de $z = 5^m,20$

1287. Sea ahora, la bóveda trasdosada de desigual espesor (que es el caso mas general) siguiendo la curva de equilibrio ó el arco de círculo equivalente. Llamando $0''0 = c$ y $0''c' = R'$, se tendrá

$$D''E = g = \left(\sqrt{R'^2 - x^2} - c\right) - \sqrt{r^2 - x^2}$$

Y se procedería despues en todo como se acaba de ver en el caso anterior.

Si la bóveda fuera de un puente, se cubriría el trasdós con la carga de tierras hasta el nivel del piso, que en la figura suponemos terminado en la horizontal sc'', siendo $c'c'' = 0^m,6$. El trapecio mixtilíneo que resulta $R'sc''c'$ le deberémos reducir para el cálculo, á otro de igual densidad que la bóveda, para lo que bastará hallar la altura $R's$.

El rádio es $R' = \frac{7}{4}r + 0^m,74 = 11^m,24$; y $R's = 0,6 + R' + \sqrt{R'^2 - r^2} = 2^m,34$ Siendo la relacion de densidades como antes 0,52, la altura de la base mayor $R's$ quedará reducida para el trapecio de mayor densidad, á $2,34 \times 1^m,217$; es decir, que la masa equivalente á la del trapecio mixtilíneo $R'c''$ quedaría toda ella embebida y aun mas baja que el triángulo $R'c'$. Suponiendo, pues, para el cálculo que la masa uniforme total enrasa con el nivel Dc' se tendrá algun exceso que conviene haya si el puente sirve á una carretera por razon de los grandes pesos que puede soportar.

El problema, pues, es el mismo que el 1.° considerado, y 2.° supuesto y para iguales datos y altura de estribo el espesor de este es $z = 2^m,30$ es decir, $0^m,30$ mas delgado.

Para los dos casos siguientes de un gran peso de 6000^k ú otro de 18000^k en el supuesto de pertenecer á un ferro-carril, los espesores respectivos serían siempre algo menores de

$z = 3^m,30$ en el primer caso, y $z = 4^m,90$ en el 2.°

La fórmula de Leveillé, que con este perfil de bóvedas solo sirve para puentes de carreteras, en la que son

$$h = \tfrac{1}{2}r + 3,5 = 6^m,5 \qquad D = 12^m$$
$$H = h + e + f + 0,6 = 6,5 + 0,74 + \tfrac{1}{2}r + 0,6 = 10^m,86$$

y por fin $z = 2,544 + 1,56 = 3^m,97$

Valor algo excesivo, como todos los que dá esta fórmula, y superior en $0^m,67$ al $3^m,30$ anterior para el supuesto de mayor resistencia.

Por la última fórmula

$$z = 0,2 + 0,3\left(\tfrac{1}{3}d + 2e\right), \text{ resulta } z = 2^m,44$$

valor que responde muy bien al primer supuesto de haber por peso adicional la capa de tierra permanente, y resistiendo al tráfico ordinario.

1288. Si el trasdós fuese de igual espesor, la vertical $D''E = g$

sería $g = \sqrt{R^2 - x^2} - \sqrt{r^2 - x^2}$

cuya integral entre $x = 0$ y $x = 0,866\,r$ es conocida.

Para el momento respecto de $0c$ sería igualmente

$$\int_0^{0,866\,r} g\,x\,dx = \frac{1}{3}\left[\left(R^3 - \left(\sqrt{R^2 - x^2}\right)^3\right) - \left(r^3 - \left(\sqrt{r^2 - x^2}\right)^3\right)\right]$$

Para el trasdós en rampa véase «*Bóvedas á prueba*».

1289. Reglas prácticas para hallar los espesores de los estribos en las bóvedas circulares.

Para el *espesor de los estribos* dá Rondelet la formula siguiente $E = 1,125\sqrt{2Q}$

E = espesor; Q = empuje horizontal, dependiente de la forma de la bóveda. La altura de los estribos puede ser cualquiera, con tal de no exceder la luz del arco.

Para hallar Q en las bóvedas de cañon seguido trasdosadas de igual espesor se
Fig. 420. tira primeramente la normal Na (*fig.* 420), desde el punto de concurso de las dos tangentes AN y NC, al punto a de la junta ab de fractura. Por el punto G, medio de esta junta se traza la horizontal ED, y se tiene

$$Q = BA\,(EG - DG).$$

Si la bóveda es trasdosada de nivel hasta la prolongacion de la cara interior
Fig. 421. del estribo, y lo demás de igual espesor (*fig.* 421); la expresion de Q es la misma, variando solo DG, limitada ahora por la tangente á la circunferencia media.
Fig. 422. Si lo fuera trasdosada de nivel (*fig.* 422), sería el empuje horizontal.

$$Q = \frac{m^2 \times EG}{s} - \frac{n^2 \times DG}{s'}$$

m^2 = area $GHCY$; s = arco GC
n^2 = area $AFHG$; s' = arco GA

Igual valor toma Q cuando la bóveda es trasdosada de desigual espesor
Fig. 423. (*fig.* 423), y cuando solo es trasdosada de nivel hasta la horizontal que pasa por
Fig. 424. el punto de fractura G, y el resto de desigual espesor (*fig.* 424). En este último caso es $GH = \frac{3}{2}CY$.

Si la bóveda tiene algunos muros de traviesa el espesor de los estribos es menor é igual á

$$E = 1,125\frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}\sqrt{2Q}$$

l = intérvalo de los muros de traviesa; h = altura del estribo.

1291. Cuando los pies derechos de una série de bóvedas no hayan de resistir empuje horizontal, sino solo el peso que sobre ellos carga, por ser iguales los intérvalos y clase de bóvedas, se les dá un espesor de $\frac{1}{12}$ á $\frac{1}{8}$ de su altura. En los puentes tienen el doble de la clave, y aun una mitad mas si su altura no excede de 10^m, y el triplo si dicha altura es mayor, hallándose casi comprendidos entre

$$2,5e \text{ y } 3e$$

(e = espesor de la clave).

Si los arcos de un puente no fuesen todos iguales, se dará á los pilares comprendidos entre dos arcos diferentes un exceso de espesor igual al que tendrán siendo iguales, calculado por la diferencia del empuje horizontal de ambos arcos.

1292. **TABLA de Taramas que contiene en piés las dimensiones de los estribos para los puentes de arcos de medio punto.**

	6	9	12	15	18	21	24
20	4,574	4,918	5,165	5,350	5,492	5,610	5,698
25	5,490	5,913	6,216	6,455	6.645	6,801	7,930
30	6,386	6,816	7,225	7,513	7,746	7,939	8,102
35	7,258	7,786	8,200	8,532	8,807	9,039	9,233
40	8,113	8,691	9,148	9,523	9,835	10,101	10,328
45	8,965	9.579	10,077	10,489	10,837	11,136	11,934
50	9,805	10,454	10,987	11,455	11,817	12,146	12,434
55	10,640	11,245	11,882	12,364	13,019	13,149	13,218
60	11,400	12,110	12,718	13,281	13,723	14,109	14,314
65	12,265	13,025	13,648	14,185	14'654	15,082	15,433
70	13,114	13,865	14,517	14,949	15,573	16,011	16,400
75	14,000	14,705	15,336	15,965	16,480	16,940	17,354
80	14,747	15.542	16,234	16,842	17,381	17,864	18,299
85	15,513	16,328	17,041	17,674	18,237	18,742	19,198
90	16,373	17,201	17,929	18,578	19,157	19,679	20,152
95	17,184	17,426	18,772	19,438	20,036	20,577	21,068
100	17,991	18,848	19,610	20,393	20,908	21,466	21,976

Los números 6 á 24 de la 1.ª línea horizontal expresan las alturas de los estribos, y los de la 1.ª columna, de 20 á 100, la luz ó abertura de los arcos. Las siguientes columnas son los gruesos que resultan á los estribos.

1293. **Bóvedas rebajadas y cañon seguido.**

Cuando la relacion de la montea á la luz es menor de $\frac{1}{4}$, los senos ó triángulos mixtilíneos $b\,a\,c'$ (*fig* 4, lám. 40) (en el supuesto de ser la bóveda trasdosa de nivel) se hacen de mampostería, ó bien se prolongan las dovelas hasta el plano superior, como se vé en el puente de San Maxencio. Cuando la relacion $\frac{b}{a}$ es mayor de $\frac{1}{4}$ el trasdós para las de nivel, se hace segun la curva de equilibrio, rellenando el resto hasta R c' de tierra y piedra. *Fig.* 4. Lám. 40.

1294. **Bóvedas escarzanas.** (*fig.* 4, lám. 40.)

Conocidos su flecha b y luz a, su rádio es $r = \frac{a^2 + b^2}{2b}$, y conocidos el rádio y luz, la flecha será $$b = r - \sqrt{r^2 - a^2}$$
Supuesto el trasdós horizontal será

$$\text{DE} = g = (m + c) - \sqrt{r^2 - x^2} \qquad \{ \text{O}'\text{O} = m \quad \text{O}\,c'' = c$$

y para la porcion de bóveda entre la clave y junta de fractura,

$$\text{V} = \int_0^x g\,dx = (m + c)\,x - \left(\frac{1}{2}x\sqrt{r^2 - x^2} + \frac{1}{2}r^2 \text{ arco } \left(\text{sen.} = \frac{x}{r}\right)\right)$$

$$\text{V}x = \int_0^x g\,x\,dx = (m + c)\,\frac{x^2}{2} - \left(\frac{r^3}{3} - \frac{\left(\sqrt{r^2 - x^2}\right)^3}{3}\right)$$

Se buscaría la junta de fractura y se procedería como antes hemos hecho. Pero, segun ya se ha dicho, en los arcos rebajados al $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{3}$ (mas aun en los mas rebajados), dicha junta de fractura se halla en los arranques, donde, siendo $x = a$, resulta

$$V = (m+c)\,a - \left(\frac{1}{2}\,a\sqrt{r^2-a^2} + \frac{1}{2}\,r^2 \text{ arco}\left(\text{sen.} = \frac{a}{r}\right)\right)$$

$$V x = (m+c)\,\frac{1}{2}\,a^2 - \frac{1}{3}\left[r^3 - \left(\sqrt{r^2-a^2}\right)^3\right]$$

Para asegurarse de si el empuje horizontal haría resbalar la bóveda hácia fuera sobre la primera junta, se haría $x = a$ en la fórmula general $Q = P\,\frac{x-k}{b'}$ y se sustituiría en la $Q = Pf = \Pi V f$, supuesta horizontal dicha junta, cuyo valor debería dar para f un número algo menor del que corresponde al rozamiento necesario para que la bóveda no resbale, es decir, inferior á 0,76 á 0,82.

Para ejemplo, y supuestos los anteriores datos de $a = 6^m$ $e = 0^m,74$ y $b = 2^m$, $r = \frac{a^2+b^2}{2b} = 10^m$ y el espesor $c'c'' = 0^m,6$ ó $0^m,312$ de igual densidad que la bóveda,

$$\left.\begin{matrix} V = 10,362 \\ Vx = 36,27 \end{matrix}\right\} k = 3^m,517 \qquad c = O\,c'' = b + e + 0,312 = 3^m,05 \qquad m = r - b = 8^m$$

Y haciendo el coeficiente de estabilidad $C = 1,9$, resulta

$$Q = 1,9 \times 10,312 \times 2500\,\frac{a - 3,517}{b' = 2,74} = 44367^{km}$$

ó $Q = \Pi\, C \times 9,345.$ Tambien es por la segunda ecuacion

$$Q = \Pi\, C \times 10,312\, f$$

De las que se deduce $f = 0,906$. Es decir, que para el caso actual la bóveda resbalaría á no ser la piedra de la mas porosa y usar algunos de los procedimientos explicados en el núm. 1279, ó bien hacer inclinado el lecho sobre el arranque, disposicion que es la mejor de todas.

Siendo la altura del estribo $h' = 3^m,5$, ó $h = c + 3,5 = 6^m,55$, se tiene

$$\text{Para } z = 3^m 8 \left\{\begin{matrix} V_2 = z\,h = 24,9 \quad V_2 x = 196,7 \quad k' = 6^m,616 \quad P' = 88030 \\ Q' = 88030\,\dfrac{6 + 3,8 - 6,616}{2,74 + 3,5} = 44913^{km} \end{matrix}\right.$$

Por ser Q' mayor con aproximacion al empuje horizontal $Q = 44367^k$ el espesor del estribo será $z = 3^m,8$

Si la bóveda hubiera de soportar, además, la carga de 18000^k por 1^m de longitud, como si pasara sobre ella una gran locomotora, en el momento de rebasar la clave (posicion la más desventajosa) podrá distar de oc el centro de gravedad $2^m,43$, produciendo la máquina el empuje

$$Q = 1,9 \times 18000\,\frac{6 - 2,43}{2,74} = 44562^k$$

y el total $Q = 44367 + 44562 = 88929^k$, que dá $z = 6^m,4$

1296. Aunque este método es sencillo puede simplificarse mas todavía considerando el arco como parabólico ó catenario, por diferir estas curvas muy poco entre sí. Siendo, así, la ecuacion de la catenaria referida al centro

$$y = \frac{b}{a^2}\,(a^2 - x^2)$$

se tendrá para el mismo ejemplo

$$g = (b + e + 0,312) - \frac{b}{a^2}\,(a^2 - x^2) = 1,052 + \frac{b\,x^2}{a^2}$$

$$\left.\begin{matrix} V = \displaystyle\int_0^a g\,dx = 1,052\,a + \frac{b\,a}{3} = 10,312 \\ V x = \displaystyle\int_0^a g\,x\,dx = 1,052\,\frac{a^2}{2} + \frac{b\,a^2}{4} = 36,936 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} k = 3^m,581 \\ Q = 43244^{km} \end{matrix}$$

Con la que se tendría $z = 3^m,7$
ó un decímetro menos que en el caso anterior.

1297. Si el trasdós afectase la curva de equilibrio ó el arco equivalente, procediendo como para las bóvedas de medio punto, se tendría; 1.° el rádio $R' = \frac{7}{4}10 + 0,74 = 18^m,24$; y 2.° la altura del trapecio $ba = c'c'' - (R' = 18,24) - \sqrt{R'^2 - a^2} = 1^m,62$: y siendo la relacion de densidades la misma que antes 0,52, dicha altura será, referida á igual densidad que la bóveda, $= 1,62 \times 0,52 = 0^m,842$, ó $0^m,102$ sobre la clave; es decir, $0^m,312 - 0^m,102 = 0^m,21$ menos de carga ó espesor que en el caso anterior; resultando.

$$g = b + e + 0,102 - \frac{b}{a^2}(a^2 - x^2) = 0,842 + \frac{bx^2}{a^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} V = \int_0^a g\,dx = 9,052 \\ Vx = \int_0^a gx\,dx = 33,156 \end{array}\right\} \begin{array}{l} k = 3^m,66 \qquad P = 22630^k \\ Q = 1,9 \times 22630\,\dfrac{6 - 3,66}{2,74} = 36719^{km} \end{array}$$

Y si $h' = 3^m,5$ y $h = b + e + 0,102 + 3^m,5 = 6^m,342$

$$\begin{array}{l} \text{Para} \\ z = 3^m,5 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} V_2 = zh = 22,197 \qquad V_2 x = zh(a + \frac{1}{2}z) = 172,03 \qquad k' = 6^m,566 \\ P' = 78123^k \quad \text{y } Q' = 78123\,\dfrac{6 + 3,5 - 6,566}{2,74 + 3,5} = 36733^{km} \end{array}\right.$$

Siendo el valor de Q' casi igual por exceso al de Q, será el espesor buscado $z = 3^m,50$

Por la formula de Leveillé, en que son
$h = 3^m,5$ $2a = 12^m$ y $H = h + e + f + 0,6 = 3,5 + 0,74 + 2 + 0,6 = 6^m,84$, resultará

$$z = (0,33 + 0,212 \times 2a)\sqrt{\frac{h}{H} : \frac{f + e}{2a}} = 4^m,30$$

valor excesivo en $0^m,80$ al anterior y $0^m,50$ el primero.

Por la fórmula de Roy es $z = 3^m,64$, valor mas conforme á la verdad.

1298. **Bóvedas elípticas.** (*fig.* 5, lám. 40.) *Fig.* 5. Lam. 40.

Sea ahora una bóveda elíptica trasdosada de nivel, y cuyos semiejes sean $a = 6^m$ $b = 4^m$. El espesor de clave es tambien $e = 0^m,74$, y la altura de la capa de tierras y piedra del piso, reducida á igual densidad que la bóveda, $0^m,3$. Será, así,

$DF = b' = b + e + 0,3 = 5,04$: $DE = g = b' - \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$. Sea tambien $C = 1,9$

$$V = \int_0^x g\,dx = b'x - \frac{b}{a}\left(\frac{1}{2}x\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{1}{2}x^2 \text{ arco}\left(\text{sen.} = \frac{x}{a}\right)\right)$$

$$Vx = \int_0^x gx\,dx = b'\frac{x^2}{2} - \frac{b}{a}\left(\frac{a^3}{3} - \frac{\left(\sqrt{a^2 - x^2}\right)^3}{3}\right)$$

$x = 5^m,3$; á que corresponde $\{ V = 8,79 \quad Vx = 27,73 \quad k = 3^m,154$
$y = 1^m,875$, dando $\{ Q = C \times 16353$ y $\alpha = 41°,361$
$x = 5^m,4 \} V = 9,253 \quad Vx = 29,46 \quad k = 3^m,184$
$y = 1,74 \} Q = C + 17105 \quad \alpha = 43°$ con la horizontal ó 47° con la vertical.
$x = 5^m,5 \} V = 9,45 \quad Vx = 31,5 \quad k = 3^m,333$
$y = 1,6 \} Q = C \times 16301 \quad \alpha = 44°,3$

El máximo empuje Q se tiene cuando $x = 5^m,4$, á que corresponde el ángulo 43° con la horizontal ó 47° con la vertical, que es donde se halla la junta de fractura.

Será, pues, el empuje horizontal $Q = 1,9 \times 17105 = 32880^{km}$, y para la semibóve-

$V_{,}=11,39$ $V_{,}x=42,72$. Y si $h=3^m,5+5^m,04=8^m,54$ resulta $z=3^m,30$ por ser $Q'=33000$ algo mayor que Q.

Haciendo el trasdós de desigual espesor, segun la curva de equilibrio, se tendrá

$$R'=\frac{7}{4}\frac{a^2}{b}+0,74=16^m,49 \qquad g=\sqrt{R^2-x^2}-(R'-b')-\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2} \quad :$$

y se procedería á encontrar el vólumen y momento de $ba'c'c$ y los de la semibóveda como se ha visto en los ejemplos anteriores.

Si la bóveda es de un puente, se reducirá, para el cálculo, el material del relleno á igual densidad que el de la bóveda, desde el piso á la curva de trasdós, procediendo luego como si fuera trasdosada de nivel.

Siendo $R'=16^m,49$, resultará $SR=0,6+R'-\sqrt{R'^2-a^2}=1^m,73$; ó, siendo 0,52 la relacion de densidades, $SR=0^m,9$. Tambien es $SH=3^m,61$: y, por consiguiente, la altura total que será $HR=3,61+0,9=4^m,51$ y como $Oc'=4^m,74$ resulta que la línea Rc'' bajaría $0^m,23$ del punto c'. Se puede, pues, calcular la bóveda como si fuera trasdosada de nivel desde c' ó siguiendo el plano horizontal del exterior de la clave; por cuyo supuesto habrá un ligero exceso en el resultado, siempre favorable á la estabilidad y necesario para resistir el tránsito extraordinario, tal como el wagon que en otros ejemplos suponemos de 6000^k de peso.

Será, así, el cálculo para iguales datos, $a=6^m$, $b=4^m$, $x=5^m,4$, $y=1^m,74$ $b'=4^m,74$ $e=0,74$ y $h=h'+b'=3^m,5+4^m,74=8^m,24$

$$g=b'-\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$$

y para la porcion de bóveda desde la clave á la junta de fractura,

$$\left.\begin{array}{l} V=\int_0^{5,4} g\,dx=7,456 \\ Vx=\int_0^{5,4} gx\,dx=23,06 \end{array}\right\} \begin{array}{l} k=3^m,092 \quad P=7,456\times2500=18640^k \\ Q=1,9+18640\,\dfrac{5,4-3,092}{4,74-1,74}=27247^{km} \end{array}$$

El volúmen y momento de la semibóveda son

$$\left.\begin{array}{l} V_{,}=\int_0^a=9^{m^3},60 \\ V_{,}x=\int_0^a=37,32 \end{array}\right\} P_{,}=9,6\times2500=24000^k$$

$$\text{Para } z=3^m,2 \left\{\begin{array}{l} V_2=zh=25,63 \qquad V_2x=zh\,(a+\tfrac{1}{2}z)=194,8 \qquad k=6^m,59 \\ P'=88075^k \quad \text{y} \\ Q'=88075\,\dfrac{6+3,2-6,39}{4,74+3,5}=27897^{km} \end{array}\right.$$

Próximo por exceso Q' á Q, será el espesor del estribo $z'=3^m,20$

Estas bóvedas, mas resistentes que las escarzanas, son, al mismo tiempo, las mas elegantes de todas por la agradable visualidad que presenta el decrecimiento uniforme de la curva, desde los arranques hasta la clave, tal como lo hace ver el hermoso y atrevido puente del Alma en París, compuesto de 3 arcos elípticos rebajados al $\frac{1}{5}$, de 39^m y 43^m de luz; y cuyas bóvedas son de cimento de Vassy á escepcion de las dovelas y revestimiento de pilares.

1298. **Bóvedas carpaneles.**

Si la bóveda es carpanel ó *Apainalada* se calculará su estabilidad considerándola elíptica sin inconveniente alguno, en razon á difirir la traza de estos dos géneros de arcos menos aun de lo que difieren el escarzano y catenario. Y en efecto, la mayor diferencia del arco carpanel con el elíptico se tiene en el primer tercio

ó hácia la union de los arcos inmediatos á los arranques: y si suponemos el carpanel rebajado al $\frac{1}{3}$ y de 3 centros, la ordenada del arco pequeño será

$$y = \sqrt{r^2 - x^2} = 0,5397\,b$$

puesto que $r = \frac{1}{2}(a+b) - \frac{1}{2}(a-b)\sqrt{3} = 0,816\,b$ (siendo por el supuesto $a = \frac{3}{2}b$) y $x = \frac{3}{4}r$, que es donde será mayor la diferencia de ordenadas.

La elipse de iguales semiejes dá

$$y' = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2} = 0,5035\,b$$

por ser $x = a + \frac{1}{4}r = 1,296\,b$.

Asi, $y - y' = 0^m,0362\,b$

Esta pequeña diferencia, de ordenadas, que para $b = 4^m$ solo llega á 8 centímetros, es menor que la correspondiente á la que media entre la parábola ó catenaria y escarzana, que se acerca á $y - y' = 0,07\,b$, ó 28 centímetros para $b = 4^m$

Podemos, en consecuencia, servirnos de la elipse para el cálculo de las bóvedas carpaneles.

Este arco, aunque no tan bello como el elíptico tiene la ventaja de dejar un poco mas de desembocadura al agua: circunstancia por la que se le prefiere en algunos sitios de rio donde no se pueden elevar los estribos para agrandar el cauce. Se usa tambien bastante, por igual razon, como viaducto sobre las vias principales.

1299. En las bóvedas muy rebajadas, particularmente en las escarzanas, se fabrica el arco continuándole por dentro del estribo hasta descansar en las primeras hiladas del cimiento, (*fig.* 4, lám. 40.) Los paramentos se aparejan verticalmente. *Fig.* 4. Lám. 40.

1300. Bóvedas en rincon de cláustro.

Si la bóveda semicircular (*fig.* 3, lám. 40) estuviese cortada por los planos H′O′, formando bóveda su rincon de cláutro, y si O $d = x = k$, y llamando, además, s la longitud conocida H′H′ y D′D′$= p$, los triángulos H′H′O′, y D′D′O′, darán *Fig.* 3. Lám. 40.

$D'D' = p = \frac{sx}{r}$; y el volúmen $b\,a'c'c$ H′H′ O′ tendrá por expresion

$$V = \int_0^{0,866\,r}\left(R - \sqrt{r^2 - x^2}\right)p\,dx = s(0,375\,R\,r - 0,292\,r^2)$$

y el momento respecto de $O'c$

$$Vx = \int_0^{0,866\,r}\left(R - \sqrt{r^2 - x^2}\right)p\,x\,dx = s(0,2165\,R\,r^2 - 0,16\,r^3)$$

El volúmen y momento de la semibóveda serán

$$V_{,} = \int_0^{r}\left(R - \sqrt{r^2 - x^2}\right)\frac{sx}{r}\,dx = s\left(\frac{1}{2}R\,r - \frac{1}{3}r^3\right)$$

$$V_{,}x = \int_0^{r}\left(R - \sqrt{r^2 - x^2}\right)\frac{sx^2}{r}\,dx = s\left(\frac{1}{3}R\,r^2 - 0,208\,r^3\right)$$

El volúmen del estribo trapezoidal K′H′, observando que $g = h' + R = h$ es cantidad constante, es

$$V_2 = \int_r^{r+z} h\,p\,dx = \frac{hs}{2r}(2rz + z^2);\ \text{y el momento}$$

$$V_2x = \int_r^{r+z} h\,p\,x\,dx = \frac{hs}{2r}(3r^2z + 3rz^2 + z^3) \quad \text{y} \quad k' = \frac{V_2x + V_{,}x}{V_2 + V_{,}}$$

Para igual luz $r = 6^m$, y si $e = 0^m,8$, $R = 6^m,8$, $s = HH' = 4^m$,

$V = 19,08$, $Vx = 73,76$ $k = 3^m,81$ $p = \frac{sk}{r} = 2^m,601$ $P = 47700^k$

$V_{,} = 32,64$, $V_{,}x = 146,4$: y aunque se tome excesivamente $C = 1,8$

$$Q = 1{,}8 \times 47700 \frac{0{,}866 \times 6 - 3{,}81}{6{,}8 - 3} = 31315^{km}$$

Para $\left\{ \begin{array}{l} V_2 = 54{,}38 \quad V_2 x = 360 \quad k' = 5^m{,}82 \\ P' = 217550^k \text{ y } Q' = 29\,o\,52 \end{array} \right.$ $z = 1^m{,}2$

$z = 1^m{,}4$ dá $Q' = 34388$. Estará, pues, el espesor comprendido entre $1^m{,}4$ y $1^m{,}2$ y podrá ser $z = 1^m{,}3$

1301. Bóvedas esféricas y vaidas.

Si la bóveda fuera de revolucion al rededor de Oc se seguiría el mismo camino para encontrar la estabilidad de un uso de ángulo α, haciendo entonces $p = \alpha x$ en vez de $p = \frac{sx}{r}$ del ejemplo anterior.

Si la bóveda fuese una cúpula se haria $\alpha = \pi$, y siguiendo el método anterior se tendría el espesor del estribo; es siempre mejor suponerla dividida en usos muy delgados, de ángulo α pequeño, y encontrar el espesor del correspondiente pié derecho, porcion del tambor, cimborio ó muro circular, que será el espesor de todo él. El corto empuje que supone la cúpula disminuye por la trabazon de los materiales, y aun se puede anular por medio de cinchos de hierro.

Si la bóveda es vaida se procede del propio modo, ó se considera una cuarta parte como si fuera su rincon de cláustro, poniendo por α el cuadrado $\frac{1}{2}\pi$; y el espesor del pié derecho será el de cada muro ó arco toral.

Las pechinas sobre que se asientan estas bóvedas pueden emanar de la union de los muros ó arcos torales, y entonces figuran descansar sobre un punto. Para evitar este mal efecto se achaflana el ángulo de aquellos, y las pechinas se levantarán así sobre una línea mas ó menos ancha segun el chaflan.

1302. Bóvedas de arista.

Fig. 6. Lám. 40. Siendo la bóveda de arista (*fig.* 6, lám. 40), sucederá que cada porcion H O′O″ se sostendrá apoyándose en las dos inmediatas O′ H O‴ y O′ H′ O″. Así, el empuje que ejercerá el sector H O′ O″ sobre H A tendrá lugar en sentido de O″ H por toda la arista O′ H: pero esta arista resistirá otro empuje idéntico en sentido O‴ H por el sector inmediato O′ H O‴, y por consiguiente el empuje total por ambos sectores se compondrá en direccion de la arista, y se trasmitirá al pilar segun su propia diagonal H A.

Si el espacio que se ha de cubrir es cuadrado, cualquier elemento x de O″ H, en sentido de la arista O′H, tendrá por expresion $O'H = \frac{1}{2} x \sqrt{2}$. Lo mismo en el sector inmediato: luego por la composicion de los dos resultará $x\sqrt{2}$ y $k\sqrt{2}$ para cualquiera abscisa x y la del centro de gravedad k. El empuje que, en consecuencia, corresponderá por la parte de bóveda desde el vértice á la junta de fractura, será

$$Q = C \times 2P \frac{(x-k)\sqrt{2}}{b' - y}$$

Y el relativo á las semibóvedas

$$Q' = P' \frac{(r + z - k)\sqrt{2}}{(b' + h') = h}$$

(P′ = peso del pilar, cuya altura $h = b' + h'$, y el doble de una porcion ó sector H O′ O″).

Siendo DD′ = P, se tiene $HD = r - x : D\,D' = p :: r : O'\,O'' = s$

y $p = \frac{s(r-x)}{r}$: y si la bóveda es cuadrada, $p = r - x$

Asi, y en el supuesto de ser esta trasdosada de nivel, $EF=g=R-\sqrt{r^2-x^2}$; y por consiguiente

$$V=\int_0^{0,866\,r} pg\,d\,x=(0,866\ R\ r^2-0,7385\ r^3)-(0,375\ R\ r^2-0,292\ r^3)=$$
$$0,491\ R\ r^2-0,4465\ r^3$$

$$Vx=\int_0^{0,866\,r} pg\,x\,dx=(0,375\ R\ r^3-0,294\ r^4)-(0,2165\ R\ r^3-0,16\ r^4)=$$
$$=0,1585\ R\ r^3-0,132\ r^4 \qquad y \qquad k=\frac{Vx}{V}$$

Para las semibóvedas

$$V_{,}=\int_0^r pg\,dx=\left[\left(R\ r^2-\frac{1}{4}\pi r^3\right)-\left(\frac{1}{2}R\ r^2-\frac{1}{3}r^3\right)\right]=\frac{1}{2}R\ r^2-0,452\ r^3$$

$$V_{,}x=\int_0^r pg\,x\,dx=\left(\frac{1}{2}R\ r^3-\frac{1}{3}r^4\right)-\left(\frac{1}{3}R\ r^3-0,208\ r^4\right)=\frac{1}{6}R\ r^3-0,125\ r^4$$

Para el pilar, supuesto cuadrado, son el volúmen y momento con relacion al plano O O'

$V_2 \ =h\,z^2$

$V_2 x=h\,z^2\,(r+\frac{1}{2}z)$

1303. Para el ejemplo anterior, de $r=6^m$, $e=0^m,8$, $R=0^m,8$, $h'=3^m,5$, y por consiguiente $h=h'+b=10^m,3$, resulta

$V=23,556$ $\quad Vx=61,8$ $\quad k=2^m,62$ $\quad P=23,556\times 2500=58890$; y el empuje

$$Q=1,8\times(1\times 58890)\frac{(0,866\times 6-2,62)\sqrt{2}}{6,8-3}=202976^{km}$$

Y pues que $V_{,}=24,77$ y $V_{,}x=82,8$

Si $z=4^m,2$ $\left\{\begin{array}{l} V_2\ =h\,z^2=10,3\times\overline{4,2}^2=181,69 \\ V_2x=181,69\,(6+\frac{1}{2}4,2)=1471,69\end{array}\right\}k=\frac{V_2x+V_{,}x}{V_2\ +V_{,}}=\frac{1471,69+82,8}{181,69+24,77}=7^m,53$

$$P'=(181,69+2\times 24,77)\ 2500=575575^k$$

$$Q'=575575\frac{(6+4,2-7,53)\sqrt{2}}{10,3}=210970^{km}$$

$z=4^m,1$ $\left\{\begin{array}{l} V_2=173,143 \\ V_2x=1389,47 \\ P'=556708^k \\ Q'=206419^{km}\end{array}\right.$ $k'=7^m,44$

$z=4^m$ daría $Q'=192000^{km}$

El 1.er valor de Q' se aproxima bastante al de Q; por consiguiente, el espesor del pilar será el $z=4^m,1$

1304. Comparando este resultado con el del primer ejemplo, correspondiente á una bóveda de cañon seguido, cuyo espesor de estribos fué $=2^m,3$, se nota que hay una diferencia $=1^m,8$ de más en la de arista; lo que haría creer que la bóveda de medio punto y cañon seguido es preferible á esta por lo que respeta á la economía. Sin embargo, la diferencia es bien poca cosa para esta preferencia siempre que, como en la mayor parte de los casos, haya de servir la bóveda para almacenes ú otro objeto en que sea necesario el mayor espacio interior. En el presente ejemplo el volúmen del estribo correspondiente á la bóveda de cañon seguido, para una longitud de 12^m (que es la de la bóveda de arista), llega á

$2,3\times 12\ x=27,6\ x$

El de los dos pilares en la de arista $2\times 16,8x=33,6\,x$ $\Big\}$ diferencia $=6x^{m^3}$

Esta diferencia, poco mayor de la quinta parte, podrá influir en la eleccion de la bóveda cuando solo se trata de cerrar un espacio cuadrado; pero, á mas que la dicha diferencia disminuirá cuando se trate de bóvedas seguidas, no podrá entonces con razon atenderse con preferencia á las de cañon por causa de la corta economía producida en los estribos.

Cuando las bóvedas de arista son ligeras y de tanta cohesion como suponen el yeso y hormigon, y como generalmente suelen ser las góticas, el empuje disminuye tan considerablemente que los pilares pueden llegar á tener menos dimensiones ó tantas como si se tratára de bóvedas en rincon de cláustro.

1305. Si la bóveda fuera seguida de otra igual, como sucede en las naves de los templos y galerías y otras partes de diferentes edificios, se tendrían dos fuerzas de la misma intensidad á las anteriormente calculadas é iguales entre sí, actuando segun las diágonales ó aristas O H O^{IV} H; cuya resultante, por la composicion de estas fuerzas, daría el empuje en sentido del lado H a, tendiendo el pilar á girar al rededor de su arista exterior a. Esta resultante es, segun el paralelógramo de las fuerzas,

$$R = P\sqrt{2}$$

Por manera, que no habria mas que multiplicar por $\sqrt{2}$ las expresiones anteriores del empuje para tener el total por las 4 porciones de bóveda : siendo así,

$$Q = C \times 4\,P \frac{(x-k)\,2}{b-y} \qquad\qquad Q' = P' \,\frac{(r+z-k)\,2}{h}$$

P' = suma del peso del pilar y los 4 sectores ó semibóvedas.

Para el caso anterior de $r = 6^m$, $R = 6,8$ y $h = 10^m,3$, se tiene

$$\left.\begin{matrix} V = 23,556 \\ Vx = 61,8 \end{matrix}\right\} k = 2^m,62 \qquad P = 58890^k$$

$$Q = 1,8\,(4 \times 58890)\,\frac{(0,866 \times 6 - k)\,2}{6,8 - 3} = 574955^{km}$$

$$\left.\begin{matrix} V_{,} = 24,77 \\ V'x = 82,8 \end{matrix}\right\} \text{volúmen y momento de una semibóveda}$$

$$\begin{matrix} \text{Y para} \\ z = 5^m,2 \end{matrix} \left\{\begin{matrix} V_2 = 278,5 \\ V_2 x = 2311,65 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} k' = 8,01 \\ P' = 943975 \end{matrix} \quad \text{y} \quad Q' = 585200^{km}$$

Valor el de Q' que se aproxima por exceso al de Q; siendo así el lado del pilar cuadrado $z = 5^m,2$

1306. Si el pilar fuese rectangular, y fijásemos en 2^m su ancho, resultaría $z = 7^m,5$ para su largo.

Los pilares en este caso, tienen menos mampostería que los estribos de las bóvedas de igual luz y cañon seguido. En el presente ejemplo los dos pilares tienen de volúmen $2 \times 7,5 \times 2x = 30x$; mientras que los de la bóveda de medio punto dan mas de 33 x. No sucede así cuando los pilares son cuadrados, en cuyo caso crece considerablemente la masa de su mampostería: razon por la cual convendrá, al tratar de bóvedas seguidas de arista, hacer rectangulares sus estribos.

1307. Reglas prácticas de Rondelet para los gruesos de los pilares de estas bóvedas.

Si la planta es rectangular se toma $CD = 1 + \frac{1}{4}$ del espesor que tendría el pilar si la bóveda fuese de cañon seguido. La C A hasta el encuentro de la arista completa el pilar. Si el cuadrado A A′ le formase un muro cerrado su grueso sería $CD = 1$.

Fig. 426. Si el cuadrado A B C D (*fig.* 426) le quisiéramos cubrir, por ser demasiado

grande, con cuatro bóvedas por arista, apoyadas al medio en el pilar O, tiradas todas las líneas de puntos se hará $Om = \frac{1}{12}$ O F + $\frac{1}{24} h$

h = altura del pilar hasta los arranques.

Si la figura es rectangular $O m' = O m$.

Los pilares intermedios E... se determinan haciendo $n n' = m m'$, $n n'' = \frac{3}{2} n n'$, siendo $n c = \frac{1}{3} n n''$. Los pilares angulares tienen el mismo espesor por ambos lados.

Si la figura es cuadrada, siendo, además, $A D = 2 l$ (l = luz de las bóvedas), se tendrá $$O e = \frac{1}{12} l + \frac{1}{48} h \sqrt{2}.$$

Estando cerrado por un muro el espacio exterior, de modo que deje los pilares resaltados interiormente, será para este resalto $b d = \frac{1}{2} b b$, y la pared $d b' = b b$. Si la pared enrasa con la cara $i i$ del pilar, su espesor será $i j = \frac{3}{2} i i$. En este caso los resaltos de los pies derechos vienen á hacer oficio de contrafuertes.

1308. Para cuando se divida en tres naves la anchura del espacio que se ha de cubrir, siendo la de en medio la mas peraltada y ancha, se dará á los pies derechos intermedios el grueso necesario para soportar el peso que sobre ellos ha de gravitar y á los exteriores el suficiente para resistir el empuje trasmitido por las bóvedas. A este fin, y haciendo que su planta sea un círculo A (*fig.* 427) ó un polígono á él circunscrito, su rádio será *Fig.* 427.

$$r = \frac{1}{12} \; \frac{d + d' + h}{2} = \frac{d + d' + h}{24}$$

$d = A O$ $d' = A O'$ h = altura de los pilares.

El estribo exterior B tendrá de salida $d' c = 2 d' c'$.

Los piés derechos de los arcos botareles K D, que se hallan encima, son iguales de grueso á la pared exterior, y se retiran $\frac{1}{6}$ hácia dentro. El arco botarel es tangente á la vertical de los aranques y á la línea C K que une el vértice y el punto de rotura.

1309. Bóvedas de arista gótica.

Si la bóveda fuera de arista gótica (*fig.* 7, lám. 40) ó una série de bóvedas de este género, el empuje disminuiria en proporcion del mayor peralto ó montea y del menor espesor de la bóveda entre aristas. *Fig.* 7. Lam. 40.

Supongamos los siguientes datos, que son los correspondientes al proyecto de templo, lám. 67, &.

Luz $\begin{cases} 2a = 20^m \text{ para la bóveda central H H O}'' \\ 2s = 1{,}3a \text{ para las laterales H H, O}'' \text{ de eje á eje} \end{cases}$

Espesor de la bóveda $= 0^m{,}40 = 0{,}04a$

Espesor de los aristones, $e = \frac{1}{24}\, 2a = 0^m{,}83$. Se les dán 1^m para que los perfiles salientes puedan volar $0^m{,}5$ á $0^m{,}6$.

Peso de 1^{m3} del material $\Pi = 2500^k$, y si es de hormigon $\Pi = 2000^k$

Primera bóveda H O′ O″

Rádios $\begin{cases} r = 1{,}25\, a \\ R = 1{,}29\, a \end{cases}$

Montea $b = \sqrt{2 a r - a^2} = 1{,}225\, a$

Abscisa $O c = r - a = 1{,}25\, a - a = 0{,}25\, a$

tang. $DHD' = \frac{s}{a} = 0{,}65$, y ángulo $DHD' = 33°1'23''$. Angulo $H'HD' = 56°58'37''$.

Un elemento cualquiera de H O″ en sentido $H O'' = x \cos. 33°1'23'' = 0{,}83844\, x$

Los triángulos H O′ O″ H D D′ dan

$$a : s : r - x : DD' = p; \quad \text{y} \quad p = \frac{s\,(r - (x = k))}{a} = 0{,}8125\, a - 0{,}65\, x$$

La altura de la clave sobre el suelo es 45^m, y sobre el punto de giro, que es en el arranque del arco toral, 27^m.

1310. La junta de fractura se hallará poco mas elevada de los 30° á que se encuentra en las bóvedas de medio punto, una vez que los centros de los arcos parciales del gótico están cerca del medio de la luz. Efectivamente, procediendo segun el método general á determinar el empuje de la bóveda por unidad de longitud, siendo el material de piedra, y prescindiendo del coeficiente de estabilidad, se halla

	VOLUMEN.	MOMENTO	ABSCISA DEL CENTRO DE GRAVEDAD.		EMPUJE.
Para 31°	$V=0{,}04125\,a^2$	$Vx=0{,}0284\,a^3$	$k=\frac{Vx}{V}=0{,}688\,a$	y	$Q=67{,}96\,a^2$
Para 32°	$V=0{,}04005\,a^2$	$Vx=0{,}027\,a^3$	$k=0{,}674\,a$	y	$Q=68{,}69a^2$
— 33°	$V=0{,}0395\,a^2$	$Vx=0{,}0263\,a^3$	$k=0{,}666\,a$		$Q=69{,}39a^2$
— 34°	$V=0{,}0386\,a^2$	$Vx=0{,}02555a^3$	$k=0{,}66\,a$		$Q=68{,}99a^2$

Se vé, pues, que la junta de fractura corresponde al arco de 33°, para el que el empuje es mayor que el obtenido por los arcos de grados anterior y posterior y casi el término medio de ellos.

Las coordenadas del intradós de esta junta son

$x=\cos.\ 33°\,r=0{,}83867\,r=1{,}0484\,a$

$y=\text{sen.}\ 33°\,r=0{,}54464\,r=0{,}6808\,a$

La vertical $EF=y'-y=g=\sqrt{R^2-x^2}-\sqrt{r^2-x^2}$

Y el volúmen de la porcion de bóveda G′G′O″O′ de la clave á la junta de fractura,

$$V=\int_{0,25\,a}^{1,0484\,a} p\,g\,dx=0{,}8125\,a\int_{0,25\,a}^{1,0484\,a} dx\left(\sqrt{R^2-x^2}-\sqrt{r^2-x^2}\right)-$$

$$0{,}65\int_{0,25\,a}^{1,0484\,a} x^2\,dx\left(\sqrt{R^2-x^2}-\sqrt{r^2-x^2}\right)$$

$$1.^{a}\ \text{integral}=\Big|_{0,25\,a}^{1,0484\,a}0{,}8125\,a\left[\left(\frac{1}{2}x\sqrt{R^2-x^2}+\frac{1}{2}R^2\ \text{arco}\left(\text{sen.}=\frac{x}{R}\right)\right)-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{1}{2}x\sqrt{r^2-x^2}+\frac{1}{2}r^2\ \text{arco}\left(\text{sen}=\frac{x}{r}\right)\right)\right]=$$

$$=0{,}8125\,a\times0{,}0395\,a^2=0{,}032094\,a^3$$

$$2.^{a}\ \text{integral}=\Big|_{0,25\,a}^{1,0484\,a}0{,}65\left[\frac{1}{3}\left(\sqrt{R^2-x^2}\right)^3-\frac{1}{3}\left(\sqrt{r^2-x^2}\right)^3\right]=0{,}65\times0{,}0263a^3=$$

$$=0{,}017095\,a^3$$

$$y\qquad V=\int-\int=0{,}015\,a^3$$

El momento con relacion al plano OO es

$$Vx=\int_{0,25\,a}^{1,0484\,a}p\,g\,x\,dx=\Big|_{0,25\,a}^{1,0484\,a}\left[0{,}8125\,a\times\frac{1}{3}\left[\left(\sqrt{R^2-x^2}\right)^3-\left(\sqrt{r^2-x^2}\right)^3\right]-\right.$$

$$\left.-0{,}65\left[\left(\frac{1}{3}Rx^3-\frac{x^5}{10R}-\frac{x^7}{56R^3}-\frac{x^9}{144R^3}-\&\right)-\left(\frac{1}{3}rx^3-\frac{x^5}{10r}-\frac{x^7}{56r^3}-\&\right)\right]\right.$$

$$=0{,}8125\,a\times0{,}0263\,a^3-0{,}65\,(0{,}01984-0{,}00021)\,a^4=0{,}0086\,a^4$$

Y la abscisa del centro de gravedad

$$k=\frac{0{,}0086\,a^4}{0{,}015\,a^3}=0{,}573\,a$$

Para la semibóveda se tiene del propio modo

$$V' = \int_{0,25\,a}^{r} p\ g\ x\ d\ x = 0,8125\,a \times 0,0621\,a^2 - 0,65 \times 0,048\,a^3 = 0,01925\,a^3$$

$$V'x = \int_{0,25a}^{r} p\ g\ x\ d\ x = 0,8125\,a \times 0,048\,a^3 - 0,65\,(0,0388 - 0,0002) = 0,01472\,a^4$$

Y la abscisa del centro de gravedad

$$k' = \frac{0,01472\,a^4}{0,01925\,a^3} = 0,76\,a$$

Segunda bóveda. H H′ O″

Ya se ha dicho que el arco recto de esta bóveda tiene de luz $2s=1,3a$ ó $s=0,75a$. Se traza, para igual montea $b=1,225\,a$, con un rádio

$$r' = \frac{b^2 + s^2}{2\,s} = 1,479\,a;$$

siendo así $\quad R' = 1,479\,a + 0,04\,a = 1,519\,a$

Un elemento cualquiera de H H′ en sentido H O″ $= x'\cos.56°58'37'' = 0,545x'$

La abscisa O′, $c = r' - s = 1,479a - 0,829a$: y por los triángulos d Hd'. H′ H O″

$$d\ d' = p' = \frac{a\,(r' - (x' = k_{,}))}{s} = \frac{1,479\,a - 0,65\,x'}{0,65} = 2,2754a - 1,54x'$$

En esta bóveda, mas peraltada que la anterior respecto á su luz, se encuentra la junta de fractura tambien mas elevada. Procediendo del mismo modo que antes, como si fuera de cañon seguido, se tiene

Para 33° $Q=37,178\,a^2$; para 34° $Q=38,087\,a^2$; y para 35° $Q=29,28a^2$. Se hallará, pues, la junta de fractura muy próxima á los 34°. En ella son las coordenadas del intradós

$x' = \cos.\,34°\,r' = 0,82904\,r' = 1,22615a \qquad y' = \text{sen.}\,34°r' = 0,5592\,r' = 0,827a$

El volúmen de la porcion $g\ g'$ O″ H′ es

$$W = \int_{0,829a}^{1,22615a} p'\ g'\ d\,x' = 2,2754\,a \int_{0,829a}^{1,22615a} d\,x \left(\sqrt{R'^2 - x'^2} - \sqrt{r'^2 - x'^2}\right) -$$

$$-1,54 \int_{0,829a}^{1,22615a} d\,x \left[\left(\sqrt{R'^2 - x'^2}\right) - \left(\sqrt{r'^2 - x'^2}\right)\right]$$

1.ª integral $= 2,2754\,a \times 0,023a^2 = 0,052324\,a^3$

2.ª integral $= 1,54 \times 0,0234\,a^3 = 0,036036\,a^3$

$$W = \int - \int = 0,0163\,a^3$$

El momento correspondiente con relacion al plano O O será

$$W\,x' = \int_{0,829a}^{1,22615a} p'g'x'dx' = 2,2754a\,\Big|_{0,829a}^{1,22615a} \times \frac{1}{3}\left[\left(\sqrt{R'^2 - x'^2}\right)^3 - \left(\sqrt{r'^2 - x'^2}\right)^3\right] -$$

$$-1,54\,\Big|_{0.829a}^{1,22615a} \left[\left(\frac{1}{3}R'\,x'^3 - \frac{x'^5}{10\,R'} - \frac{x'^7}{56\,R'^3} - \frac{x'^9}{144\,R'^5} - \&\right) - \left(\frac{1}{3}r'x'^3 - \frac{x'^5}{10\,r'} - \frac{x'^7}{56r'^3} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{x'^9}{144\,r'^5} - \&\right)\right]$$

1.ª integral $= 2,2754\,a \times 0,0234\,a^3 = 0,053244\,a^4$

2.ª integral $= 1,54 \times (0,0306 - 0,007)\,a^4 = 0,036344\,a^4$

y

$$W\,x' = \int - \int = 0,0169\,a^4$$

y la abscisa del centro de gravedad $\quad k'_{,} = \dfrac{0,0169\,a^4}{0,0163\,a^3} = 1,037a$

Para toda la semibóveda es el volúmen

$$W' = \int_{0,829a}^{r'} p'\, g'\, dx' = 2,2754\, a \times 0,0519\, a^2 - 1,54 \times 0.06108\, a^3 = 0,02403\, a^3$$

y el momento

$$W'x' = \int_{0,829a}^{r'} p'\, g'\, x'\, d\,x' = 2,2754\, a \times 0,06108\, a^3 - 1,54 \times 0,0718\, a^4 = 0,0284\, a^4$$

$$\text{y} \quad k_{\prime\prime} = \frac{0,0284\, a^4}{0,02403\, a^3} = 1,18\, a$$

Los aristones tienen mas del doble de espesor que la bóveda. El perfil que queda interior vuela $0^m,5$ á $0^m,6$. Supuesto $0^m,5$ ó $0,05\,a$, y dándoles $0,035\,a$ de longitud, resulta,

volúmen para el ariston recto $v = 0,00153 a^5$: su momento $v\,x = 0,001205 a^4$, y $k = 0,787 a$

Para el ariston diagonal es $w = 0,0018\, a^3$: $w\,x = 0,00128\, a^4$, y $k_{\prime} = 0,711\, a$.

Volúmen del semi-arco recto $v' = 0,0026\, a^3$: su momento $v'\,x = 0,0017\, a^4$

Volúmen del ariston diagonal $w' = 0,0031\, a^3$: su momento $w'\,x = 0,0024\, a^4$

Ahora bien, el peso de la primera porcion de bóveda G′ G′ O′ O″ es

$P = 0,015\, a^3 \times 2500 = 37,5\, a^3$, y su empuje horizontal

$$Q = 1,8 \times 37,5\, a^3 \frac{(x = 1,0484\, a) - (k = 0,573\, a)}{(b = 1,225\, a) - (y = 0,6808\, a)} = 58,968\, a^3$$

Estimado en sentido de la arista O″ H es

$$Q = 58,968\, a^3 \times 0,83844 = 49,203\, a^3$$

El peso de la segunda porcion $g\ g$ O″ H′ es

$$P_{\prime} = 0,0163\, a^3 \times 2500 = 40,75\, a^3; \text{ y su empuje}$$

$$Q_{\prime} = 1,8 \times 40,75\, a^3 \frac{(x = 1,22615\, a) - (k = 1,037\, a)}{(b = 1,225\, a) - (y = 0,827\, a)} = 34,86326\, a^3$$

Y estimado en sentido O″ H

$$Q_{\prime} = 34,86326\, a^3 \times 0,545 = 19\, a^3$$

La suma de ambas $F = Q + Q_{\prime} = 68,203\, a^3$ será la fuerza total en sentido de O″ H. La igual opuesta concurre en el punto H y sentido de la arista H H″, y la composicion de ambas (núm. 533), dará por resultante el empuje

$$Q' = \sqrt{2\, F^2 + 2\, F^2 \cos.\, F\, F} = F\sqrt{2,81188} = 1,677\, F = 114,076\, a^3$$

El ariston recto dá de empuje $q = 2,68\, a^3$

El diagonal $q' = 3,5\, a^3$, y otro tanto el opuesto, cuya composicion es $q'' = 1,677 \times 3,5\, a^3 = 5,87\, a^3$. La suma $2,68\, a^3 + 5,87\, a^3 = 8,55\, a^3$, agregada á la anterior $114,076\, a^3$, dará el empuje total, que es

$$Q'' = 122,626\, a^3$$

El volúmen y momento del pilar, supuesto de 2^m de grueso,

$$\text{son,} \quad V_2 = \int_r^{r+z} 2\,h\,d\,x = 2\,h\,z \qquad V_2\,x = \int_r^{r+z} 2\,h\,x\,d\,x = k\,(2\,r\,z + z^2)$$

Para hallar el valor k'', abscisa del centro de gravedad del sistema, observaremos que los momentos de las bóvedas H H′ O″ y H O′ O″, estimados en sentido de la arista O″ H, son

$$V'\,x \times 0,83844 = 0,01472\, a^4 \times 0,83844 = 0,012342\, a^4$$

$$W'\,x \times 0,545 = 0,0284\, a^3 \times 0,545 = 0,015478\, a^4$$

Su suma $= 0,02782\, a^4$, compuesta con la igual por las bóvedas opuestas, dan

$$V''\,x = 1,677 \times 0,02782\, a^4 = 0,0465\, a^4$$

La composicion de los momentos de los aristones diagonales dá tambien

$$w'\,x = 1,677 \times 0,0024\, a^4 = 0,004\, a^4$$

El del ariston recto es $= 0,0017\, a^4$

Y la suma de los tres $\qquad V'''\,x = 0,0522\, a^4$

Así, $k'' = \frac{V_2 x + 0,0522\, a^4}{V_2 + 2\,(V' + W' + w') + v} = \frac{V_2 x + 0,0522\, a^4}{V_2 + 0,0951\, a^3}$

El peso de las bóvedas y pilar es

$$P'' = (2\,h\,z + 0,0951\, a^3)\, 2500 = 5000\, h\, z + 237,75\, a^3$$

y el empuje resistente

$$Q_, = P'' \frac{r + z - k''}{h}$$

EJEMPLO.

Siendo los datos los anteriormente dichos $a = 10^m$, $s = 6^m,5$ y $h = 31^m$; lo que dá $r = 12^m,5$ y $b = 12,25$, se tiene

Empuje horizontal $Q'' = 122626^{km}$

Para $z = 4^m$ $\left\{ \begin{array}{l} V_2 = 254,2 \quad V_2 x = 3825,71 \quad k'' = 12^m \\ P'' = 857750^k \text{ y } Q_,'' = 859950 \frac{12,5 + 4 - 12}{31} = 124511^{km} \end{array} \right.$

Aproximándose por exceso el valor de $Q_,''$ al del empuje Q'', será el espesor del estribo $z = 4^m$; pero en realidad pudiera disminuir hasta $3^m,70$ empleando el coeficiente de estabilidad $C = 1,5$ en vez del $C = 1,8$, en razon á que la bóveda no está sujeta, como las de los puentes, á vibraciones ni sacudimientos, y á que lo peraltada que la hace el arco apuntado favorece su estabilidad.

1311. Este espesor es el que corresponde cuando el estribo se halla contiguo á la bóveda; mas para el supuesto de estar separado de ella, trasmitiéndosele el empuje horizontal por medio de arcos botareles, como casi siempre sucede en los templos de 3 y 5 naves, y como acontece en nuestro proyecto, dicho espesor sufrirá la modificacion consiguiente á esta nueva disposicion, segun lo vamos á ver.

Siendo, en primer lugar, $z = 2^m,4$ el término medio del espesor del pilar en que se apoya la nave central por todos los 31^m que tiene de alto desde el arranque del arco lateral inferior hasta el trasdós de la clave de aquella, y prescindiendo del pináculo, para no hacer depender en parte de este adorno la estabilidad de la bóveda, resultará

$z = 2^m,4 \left\{ \begin{array}{l} V_2 = 2\,h\,z = 148,8; \quad V_2\,x = h\,(2\,r\,z + z^2) = 2038 \\ k' = 10^m,5; \; P' = 609750^k \end{array} \right.$

$$Q_,' = 609750 \frac{12,5 + 2,4 - 10,5}{31} = 86584^{km}$$

Y la diferencia $Q_,'' - Q_,' = 124511 - 86584 = 37927^{km}$ será el empuje trasmitido al primer arco botarel, que se deberá agregar al producido por este mismo arco.

El botarel es un cuadrante de $r = 10^m$, igual á la luz menos 1^m de las naves menores, y tangente al pilar del medio y la línea que vá desde la clave de la bóveda mayor á su junta de fractura. El ancho del botarel es de 2^m, trasdosado en rampa, resultando $b'\ b'' = 2^m$ (ancho de las fajas de la galería, sin contar los arcos y pináculos de ornamentacion), $O S' = n = 21^m$, $o\,b'' = m = 15^m$, y, por consiguiente, $\frac{m}{n} = \text{tang. } S' - 0,714$. Con esto, y dando al arco un espesor algo menor que el de los aristones, pudiendo ser $e_, = 0,8$, se tendrá

$$g = \left(m - \frac{m}{n} x \right) - \sqrt{r_,^2 - x_,^2} = (15 - 0,714\, x_,) - \sqrt{r_,^2 - x_,^2}$$

y el volúmen y momento de la porcion comprendida entre la clave y junta de fractura, la que ya se sabe está á los 30°, serán, considerando el orígen en el centro,

$$V_{\prime\prime} = \int_0^{0,866\, r_\prime} 2\, g\, d\, x = 2\, (13\, r_\prime - 1,006\, r_\prime^2) = 58^m,8$$

$$V_{\prime\prime} x = \int_0^{0,866\, r_\prime} 2\, g\, x\, d\, x = 2\, (5,625\, r_\prime^2 - 0,446\, r_\prime^3 = 233$$

Y de aquí $k_{\prime\prime} = 3^m,96 \quad P'' = 147000^k$

Y el empuje $Q_{\prime\prime}' = 1,5 \times 147000 \dfrac{0,865\, r_\prime - 3,96}{15 - (y = 0,5\, r_\prime)} = 104385^{km}$

Por la parte del pináculo que sobresale de la galería, siendo 78000^k su peso y 5^m la abscisa del centro de gravedad, se tiene de empuje

$$Q = 39000^{km}$$

y agregado este y el anterior al 37927, se tiene el total

$$Q_{\prime\prime\prime} = 181312^{km}.$$

El volúmen y momento de todo el botarel son

$$V_{\prime\prime}' = \int_0^{r_\prime} 2\, g\, d x = 2\, (15\, r_\prime - 1,1415\, r_\prime^2) = 71^{m3},70$$

$$V_{\prime\prime}'\, x = \int_0^{r_\prime} 2\, g x\, d x = 2\, (7,5\, r_\prime^2 - 0,57\, r_\prime^3) = 360.$$

Los correspondientes al pináculo central son $U = 32^{m3}$ y $Ux = 160$

El pilar tiene 2^m de ancho 2^m,5 de largo medio, y 23^m de alto desde el arranque de la bóveda al pináculo, el cual tiene de peso 140000^k resultando

$$W_2 = 115: \quad W_2 x = 1294 \left\{ k_{\prime\prime}' = \frac{1294 + 360 + 160}{115 - 72 + 32} = 8^m,64 \right.$$

$$P''' = 467500 + 140000 = 767500^k$$

y $\qquad Q''' = 128809^{km}$

La diferencia $\qquad 181312 - 128809 = 52503^{km}$

es el empuje trasmitido al segundo botarel.

Este arco y bóveda, enteramente igual al anterior, dá para el empuje por su propio peso y el del pináculo

$$Q_\prime''' = 143385^{km}$$

y agregado al anterior 52503, resulta el total

$$Q^v = 195888^{km}$$

que será el que resista el estribo.

Este tiene de altura, hasta la base de la pirámide superior, $h = 34^m$, y su ancho medio $= 3^m$; con lo cual, su volúmen y momento respecto del plano que pasa por el orígen, son

$$W_2 = 3\, h\, z \qquad W_2\, x = \tfrac{3}{2}\, h\, (2\, r\, z + z^2)$$

Para $z = 5^m,6$ $\left\{ W_2 = 571, \ P = 1687500 \right.$ $\quad W_2\, x = 7311 \quad k_v = 11^m,6$ y $Q_\prime' = 198534^{km}$

valor que por aproximarse con exceso al del empuje $Q^v = 195888^{km}$, dice ser el espesor medio del estribo $\qquad z = 5^m,60$

Dando 6^m, al primer cuerpo, lo demás puede arreglarse disminuyendo proporcionadamente hasta llegar en el arranque á los 5^m,6.

En vez de un arco puede haber dos que tomen y trasmitan al estribo mas repartidas las diferencias de empuje, siendo el particular, por este segundo arco, de corta consideracion por no llevar carga y ser paralelo su trasdós; compensándole en todo caso el exceso dado al estribo y el que supone los pináculos.

Pilares de la nave central. El peso que carga sobre el pilar es el de las bóvedas, arcos y estribo, mas el correspondiente á la prolongacion del pilar mismo y pináculo en que termina, todo ello $=887000^k$. Se tendrá

$R\omega=887000^k\ \omega$: y si tomamos $R=\frac{1}{3}\ \frac{3000000}{10}$ (núm.1176) en razon á la altura del pilar, se tiene

$$\omega=8{,}87 \quad \text{y} \quad E=3^m \text{ próximos}$$

Segun Rondelet, y bajo el supuesto de ser la altura del pilar $h'=18^m{,}5$, y las semi-aristas $d=12^m$ $d'=10^m$, es

$$E=2^m{,}94$$

Se dan $3^m{,}2$ á la base, ó la 1.ª parte, hasta los arranques de los arcos laterales; $2^m{,}5$ al resto hasta la bóveda principal, y 2^m lo restante hasta el pináculo.

1312. **Comparacion de empujes y espesores relativos de estribos en estas diversas bóvedas.**

Representando por 1 el empuje de una bóveda de medio punto y cañon seguido, se tendrá la tabla siguiente:

Empuje de una bóveda de medio punto y cañon seguido.....	1
— id. rebajada al $\frac{1}{3}$..........................	1,71
— id. rebajada al $\frac{1}{6}$..........................	2,32
— id. rebajada al $\frac{1}{10}$..........................	2,50
— id. por arista de $\frac{1}{2}$ punto..........................	1,76
— id. por arista gótica (centro en los arranques.)	0,70
— id. en rincon de cláustro..........................	0,41

Las vaidas y esféricas tienen aun menor empuje, difiriendo poco del último.

Siendo el espesor del estribo en una bóveda de medio punto y cañon seguido..........................	1
El correspondiente á una rebajada al $\frac{1}{3}$, de igual luz, es.......	1,43
id. id. al $\frac{1}{6}$..........................	1,65
id. id al $\frac{1}{10}$..........................	1,80
id. en una por arista, y arco de medio punto.........	1,78
id. id. gótica (centro en los arranques.)...	0,60
id. en rincon de cláustro..........................	0,56

1313. **Bóvedas á prueba de bomba.** = *Casamatas, almacenes.*

La estabilidad de una bóveda á prueba no difiere de la de las demás sino en el coeficiente de estabilidad, que se hace $=2$; y en que el espesor de la clave se calcula por comparacion con el del almacen, tipo de Vauban (núm. 1273).

Este espesor de clave puede ser relativamente menor en las casamatas, ya á causa del gran macizo de tierras que lleva encima (que tanto hace amortiguar el choque de las bombas) ya porque, no hallándose desnuda la bóveda, nunca sucederá que la direccion de la bomba sea normal á su trasdós, todo de mampostería.

Las casamatas suelen tener generalmente 5^m de luz, á que corresponde $0^m{,}8$ para el mayor espesor de la clave. Si la localidad permite que el estribo tenga la altura $h'=1^m$, y por consiguiente, que la total sea $h=4^m{,}3$ ó $h=5^m{,}08$ si se echa $1^m{,}5$ de terraplen, equivalente á uno de piedra de $0^m{,}78$ de altura, el espesor del estribo ó último pilar será $z=1^m{,}4$ ó poco mas de la 4.ª parte de la luz.

Los pilares intermedios se hacen de 1^m de espesor ó poco menos.

Las casamatas que están menos expuestas á la accion directa del fuego del enemigo, como las de los cuarteles defensivos dentro de los fuertes, pueden hacerse por arista, dando á los estribos un espesor menos del doble del que tienen las de medio punto tambien á prueba.

Respecto á los almacenes de pólvora, es costumbre hacerlos terminando el tras-

dós en planos que formen 45° á 56° con la vertical. El empuje que de esta disposicion resulta es de gran consideracion comparado con el originado por una bóveda de igual luz trasdosada de nivel; por lo cual, el espesor de los estribos difiere tambien grandemente, haciendo muy costosos los del almacen con trasdós en rampa. Tienen, además, estos edificios la circunstancia de presentar sus caras mas directamente á la accion normal de los proyectiles, y ser poco resistente el macizo de mampostería que desde los riñones á la clave toma el trasdós inclinado. Y como nada de esto sucede en las bóvedas de nivel, parece que en aquellos paises de poca nieve y donde lo permita la localidad, deben preferirse las bóvedas de este género á las trasdosadas en rampa. En todo caso se hará esta lo menos inclinada posible, dejando pendiente bastante á la pronta salida de las aguas.

Hay dos clases de almacenes, pequeños y grandes; y unos y otros con entresuelo ó sin él. Los pequeños no contienen mas que unos 1000 quintales de pólvora y tienen de $5^m,6$ á 6^m de luz. Los grandes pueden contener de 2000 á 4000 quintales y mas, y tienen de 8^m á $8^m,30$ de luz.

Haciéndolos de $d=8^m,40$ resulta mas capacidad en beneficio de las calles que quedan entre las filas de cajas ó barriles: con lo cual, siendo $r=4^m,2$ á que corresponde un espesor de clave $e=1^m,025$ ó solo $1^m,02$, si hacemos de 70° el ángulo de la rampa con la vertical, para lo que se tira la tangente en D sobre el rádio
Fig. 8. Lám. 40. OD (*fig.* 8, lám. 40) que haga de 20° el ángulo en S, tendrémos

$$O\,c''=m=\frac{R}{\text{sen. }70^\circ}=\frac{5,22}{0,9398}=5^m,554$$

$$OS=n=m\ \text{tang. }70^\circ=5,554\times2,748=15^m,26\ \left\{\frac{m}{n}=\text{tang. }20^\circ=0,364\right.$$

$$DE=g=\left(m-\frac{m}{n}x\right)-\sqrt{r^2-x^2}$$

$$V=\int_0^{0,866\,r} g\,dx=4^{m3},76 \qquad k=1^m,9523 \qquad P=11900^k$$

$$Vx=\int_0^{0,866\,r} g\,x\,dx=9,2631 \qquad Q=2\times11900\,\frac{3,6372-1,9523}{5,22-2,1}=12853^{km}$$

Para la semi-bóveda, son

$$V_{\prime}=\int_0^{r} g\,dx=6^{m3},2102$$

$$V_{\prime}x=\int_0^{r} g\,x\,dx=15,301$$

Con lo cual, y haciendo $h'=3^m,5$ $HR=3^m,5$ y por tanto $h=7^m$, se tiene

$$z=2^m,4,$$

por ser $Q'=13105^{km}$ poco mayor que Q.

Para mas seguridad se hará entrar en el cálculo el peso y momento ocasionado por el macizo de tierras puesto sobre el trasdós. Si este macizo es de $1^m,4$ de altura, ó $0^m,7$ reducido á igual densidad que el material de la bóveda (dado caso de ser $\frac{12500}{2500}=0,5$ la relacion de densidades) se tendría,

$$V=7,312 \qquad Vx=14,893\ \left\{k=2^m,036\right. \qquad Q=2\times18280\,\frac{3,6372-2,036}{5,22-2,1}=18763^{km}$$

$$V_{\prime}=9,202 \qquad V_{\prime}x=21,4746$$

$$z = 2^m,62 \begin{cases} V_2 = 18,34 \qquad V_2 x = 101,0534 \qquad k' = 4^k,449 \qquad P' = 68855^k \\ Q' = 68855 \dfrac{4,2 + 2,62 - 4,449}{5,22 + 3,5} = 18722^{km} \end{cases}$$

Aproximándose por defecto este valor al de Q, será el espesor $z = 2^m,63$
Si la bóveda fuera trasdosada de nivel, $z = 2^m,5$
Si la rampa formase un ángulo de 56° $z = 3^m$

Para ángulos mas agudos que 56° el espesor crece bastante; así, que, para 45° resulta $z = 3^m,6$ ó 1^m mas que en el ejemplo anterior. La economía, pues, de mampostería en este es poco menos de $\frac{1}{3}$ que en el último caso, y de $\frac{1}{7}$ á $\frac{1}{8}$ respecto del 2.° ó cuando la rampa es de 56°.

1314. Antiguamente se usaban contrafuertes, exteriores ó interiores, apoyando las paredes, tal como los determinó Vauban, espaciados de 4^m en 4^m y de $2^m,6$ de altos por $\dfrac{2^m + 1^m,3}{2}$ de ancho y 1^m de salida. Tomando el espesor de 3^m para el muro simple de igual estabilidad que el muro y contrafuerte unidos, observarémos que, pues la diferencia de espesor entre ambos muros es de $0^m,33$, para una longitud de 20^m y altura h habrá $h \times 6^{m3},60$ de exceso. Pero como el volúmen de los 6 contra fuertes es de $h \times 9^m,90$ ó una mitad mas que el anterior exceso, se deduce que es muy ventajoso para la economía suprimir los contrafuertes y calcular el muro de modo que resista por sí solo el empuje aun cuando su espesor sea considerable.

1315. Bóvedas aviajadas. (véase el capítulo VI.)

1316. Bóvedas de hormigon.

Las bóvedas de hormigon ofrecen tanta resistencia por lo menos como las de ladrillo, siendo muy fáciles y prontas de hacer, como lo son los tapiales, y al mismo tiempo mas económicas. En los experimentos verificados en la Habana en 1863 se invirtió en la ejecucion de las bóvedas, despues de puestos los tapiales, una quinta parte del tiempo necesario para iguales obras de ladrillo, sin mas operarios que un albañil y su correspondiente número de peones; aquel extendia por capas delgadas el hormigon y colocaba sobre él las piedras que le servian los peones, apisonando el todo con suavidad. Y aunque el cimento empleado se compuso de la cal eminemente hidráulica de San Sebastian, algo subida de precio por la distancia y derechos de aduana, salió el 1^{m3} de obra mucho mas barato que el correspondiente de ladrillo, y casi como el de mampostería ordinaria.

Las bóvedas probadas fueron rebajadas al $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{13}$, trasdosadas de nivel con el mismo hormigon, de cuyo material tambien se componian los estribos; siendo el espesor de estos de $\frac{1}{4}$ al $\frac{1}{3}$ de la luz y el de la clave desde $0^m,15$ á $0^m,25$. La resistencia llegó á mas de 1500^k por 1^{m2} de superficie superior.

Cuando las bóvedas sean menos rebajadas, y pues que el peso de 1^{m3} de este hormigon apenas llega á 2200^k quedando el todo como si fuera una sola pieza, los estribos correspondientes no podrán menos de disminuir en mas de $\frac{1}{4}$ á $\frac{1}{3}$ de los anteriores, que es próximamente la diferencia de espesores entre bóvedas muy rebajadas hasta las de $\frac{1}{3}$ y las de medio punto. Así, el espesor que resulte por el cálculo, siguiendo para ello el método expuesto, será menor en cierta cantidad que el correspondiente á otra bóveda igual de piedra; y creo que su estabilidad no se alterará si este espesor se disminuye de $\frac{1}{10}$ á $\frac{1}{3}$ segun la clase de las bóvedas, desde las mas rebajadas á las de medio punto.

1317. Presion de las dovelas.

Conviene saber si la presion que sufren las dovelas en sus lechos es suficiente á romperlas.

Adoptando las notaciones del núm. 1277, y siendo, además,

T = la máxima presion que se ejerce sobre la arista exterior de la junta de la clave, referida á la unidad de superficie,

s' = la longitud de esta junta, y

s = la de la fractura, se tiene para la presion en la clave

$$T = \frac{6P(x-k)}{3s'(b-y)+2s'^2}$$

Para la presion en la junta de fractura es

$$T = 2\frac{(P \text{ sen. } \alpha + Q \cos. \alpha)}{s} \quad \Big\} \quad Q = \text{Empuje horizontal} = P\frac{x-k}{b'-y}$$

Esta fórmula se emplea tambien para determinar la presion que tiene lugar sobre la junta de los arranques. Cuando es horizontal, $\alpha = 90°$, y

$$T = \frac{2P}{s}.$$

El valor de P es para esta junta igual al peso de la semibóveda.

Resistiendo la bóveda en estas tres juntas naturalmente ha de resistir en las intermedias cuya presion es inferior.

1318. **Armaduras para sostener ó levantar pesos.** (lám. 40)

La figura 10 (lám. 40) representa un peso levantado por la accion de la cuerda C que pasa por dos poleas sobre el pescante ab. La pieza AB, empotrada en su pié, se halla bajo el esfuerzo de la resultante de Π y la tension de C. Siendo R′ esta resultante y l su distancia al eje de la pieza, se tendrá para cuando la seccion sea un rectángulo.

$$R\,b\,h^2 = R'(6l+h)$$

Fig. 11. En la armadura (*fig.* 11) en que la cuerda se arrolla á un torno D, la parte AD se halla solicitada por el peso Π, y la BD por el peso Π y tension de la cuerda D, cuya resultante R′ y distancia l al eje de la pieza, sustituidas en la anterior ecuacion, darán las dimensiones b, h, de BD, que serán tambien las de AD.

Fig. 12, Lám. 40. 1319. El pescante BC puede ser mas saliente, y la polea ó punto de aplicacion de la fuerza Π mas distante, dando lugar á la armadura (*fig.* 12 lám. 40), en que los puntos B, D, A están ensamblados.

Siendo entonces DC $= l'$, BD $= l$, se tiene para la resistencia de B $= x$, equilibrada con Π = sobre D, $\Pi l' = x\,l$, ó $x = \Pi\frac{l'}{l}$

El esfuerzo D $= x'$ trasmitido á A, es $\Pi(l+l') = x'l$, ó $x' = \Pi\frac{l+l'}{l}$

Descompuesto en sentido AD y DC, resulta sobre AD la presion $P = \Pi\frac{l+l'}{l.\cos\alpha}$

y en sentido DC una tension $T = \Pi \text{ tang. } \alpha \frac{l+l'}{l}$ que destruye el punto fijo B.

La pieza BE se halla como empotrada en E, comprimida en A por el esfuerzo vertical $\Pi\frac{l+l'}{l}$ y tendida por el horizontal $\Pi \text{ tang. } \alpha \frac{l+l}{l} = T$. En B se halla solicitada por la fuerza vertical $\Pi\frac{l'}{l}$ mas la horizontal T última.

Con esto, y si la pieza es rectangular, el mayor valor de Π correspondiente ó $^1/_{10}$ R (tabla del núm. 1175) será

$$\Pi = \frac{R\,b\,h^2}{b+6\,(l+l')}$$

y el que tendrá por la mayor tension en A

$$\Pi = \frac{R b h^2}{b \frac{l'}{l} + 6 (l + l')}$$

valor generalmente mayor que el anterior, é igual cuando $l' = l$.

1320. Si la armadura fuese la B G (*fig.* 13, lám. 40) ya caiga el extremo G, fuera ó dentro de la vertical del peso Π, siendo $BA = h'$ $AF = h$ $FE = p$, se tiene *Fig.* 13. Lám. 40

$$R = \frac{\Pi (l' + l)}{p \text{ sen. } \beta}$$

de la que salen las componentes $\frac{\Pi (l' + l)}{p}$ horizontal, (que debe resistir la ensambladura G y por tension la pieza E G)

y la vertical $\frac{\Pi (l' + l)}{p \text{ tang. } \beta}$

que obra de abajo arriba. La pieza F E solo está comprimida por la diferencia

$$\Pi = \frac{\Pi (l' + l)}{p \text{ tang. } \beta}$$

Si el punto G cae en G′, á la izquierda de la vertical de Π, la presion de F E seria

$$\frac{\Pi (l' + l)}{p \text{ tang. } \beta} - \Pi$$

1321. Si las piezas B C y A D, (*fig.*s 12 y 13) estando sujetas en B y A, girasen en estos dos puntos, los esfuerzos en B y D, la presion P y tension T serian las anteriores. *Fig.*s 12 13

1322. En la armadura A B B′ A′ (*fig.* 14) cada pieza A B, A′ B′ está cargada en su parte superior del peso $\frac{1}{2}$ Π; y la B B′, apoyada en B, B′, lo está de Π en su medio (números 1204, 1205 y 1189.) *Fig.* 14.

Si los postes estuviesen igualmente inclinados segun B a, B′ a', las fuerzas en sentido de la longitud serian $\frac{\Pi}{2 \cos. \alpha}$, y el esfuerzo horizontal en B $= \frac{1}{2}$ Π tang. α.

1323. Si hubiera 3 postes verticales á iguales distancias y dos pesos iguales Π en los puntos medios C, C′, cada poste extremo aguantaria $^5/_{16}$ Π, y el del centro $^{22}/_{16}$ Π (n.° 1202). Las porciones de la B B′ B″ se hallarian como empotradas en un extremo y apoyadas en el otro (núm. 1201.) Pero si la pieza B B′ estuviese compuesta de dos, ensambladas sobre el poste central, este no soportaria mas peso que Π, y cada poste lateral otro $= \frac{1}{2}$ Π.

1324. La figura 15 representa un puente sostenido por dos puntos fijos A, B, y dos tornapuntas. Si prescindimos de estas dos últimas piezas, quedando la armadura reducida á la A B, apoyada en sus extremos y cargada en medio de un peso Π (núm. 1190), las dimensiones $b h$ de esta pieza, así calculadas, serán mayores que las que les correspondan por todo el sistema; estando por consiguiente, seguros de su resistencia.

La presion de los tornapuntas es análoga á la anterior, figura 12.

Si los apoyos A C, B C, fuesen dos maderos, á que estuviesen ensamblados el puente y tornapuntas, podría suceder que los extremos C estuviesen empotrados ó simplemente apoyados. Si están empotrados, el sistema es igual al anterior a B B′ a' (*fig.* 14.) Pero si dichos extremos están apoyados, los tornapuntas apenas harán efecto favorable á la resistencia del sistema, puesto que, en virtud del resbalamiento de las piezas A C, los expresados tornapuntas no ofrecerán mas apoyo á la pieza A B que el relativo á la componente vertical de la fuerza en sentido de *Fig.* 14.

estos tornapuntas. Así, la bondad de esta armadura exige que los extremos C C se hallen sujetos ó empotrados.

Fig. 16. 1325. Supongamos la armadura (*fig.* 16) compuesta solo de los pares A C, B C, apoyados en A, B, y de modo que $\alpha = \beta$. El esfuerzo en sentido C A ó C B es $R' = \frac{\Pi}{2 \cos \alpha}$, y la presion horizontal en $C = \frac{1}{2} \Pi \tan \alpha$. Si no son iguales los ángulos α, β, el esfuerzo

en sentido de C A será $R' = \frac{\Pi \operatorname{sen.} \beta}{\operatorname{sen.} (\alpha + \beta)}$

y en el de C B $R'' = \frac{\Pi \operatorname{sen.} \alpha}{\operatorname{sen.} (\alpha + \beta)}$

La presion horizontal recíproca en C será

$$Q = \Pi \frac{\operatorname{sen.} \alpha \operatorname{sen.} \beta}{\operatorname{sen.} (\alpha + \beta)}$$

Esta última expresion representa tambien la tension del tirante A B que une los extremos.

Las piezas A C, B C resisten á la presion de las fuerzas R', R'', y la A B á la traccion Q.

1326. Si el tirante A B pasase á D E, quedando los extremos A, B, en libertad de resbalar por la accion del peso Π, la tension de D E que impida este resbalamiento será

$$T = \tfrac{1}{2} \Pi \frac{c}{c'} \operatorname{tang.} \varphi$$

que es al mismo tiempo la presion horizontal en C.

La parte C D, pues, se podrá considerar como una pieza empotrada en D y cargada oblícuamente en C por las fuerzas ó pesos $\frac{1}{2} \Pi$ y T, que tienden á contraerla: y la D A empotrada en D y cargada oblícuamente del peso $\frac{1}{2} \Pi$.

1327. Por último, si existen los dos tirantes D E y A B, el esfuerzo horizontal $\frac{1}{2} \Pi \operatorname{tang.} \varphi$ que tiende á separarlos, se sustituirá por P en la fórmula (1204) con presencia de lo dicho en el n.° 1176 y siguientes; tomando por longitud de la pieza la mayor de las partes en que se halla dividida la A C. Si estas partes fuesen iguales la resistencia de A C sería cuádruple que la que tiene cuando no existe el tirante D E: y si en vez de uno hubiera dos tirantes centrales que dividiesen la A C en 3 partes iguales, su resistencia sería aun 9 veces mayor.

Fig. 17. 1328. En la armadura (*fig.* 17) (pluma ó percha de que tanto uso se hace para elevar pesos, por su sencillez y baratura) la cuerda obra por tension, y la pieza A C por presion, segun la resultante de las tensiones de B C y C Π y es

$$R' = \frac{\Pi \operatorname{sen.} \beta}{\operatorname{sen.} (\beta - \alpha)}; \quad \text{y la tension de B C} \quad T = \frac{\Pi \operatorname{sen.} \alpha}{\operatorname{sen.} (\beta - \alpha)}$$

La presion horizontal sobre A es $Q = \Pi \frac{\operatorname{sen.} \alpha \operatorname{sen.} \beta}{\operatorname{sen.} (\beta - \alpha)}$.

Atadas dos cuerdas ó *vientos* á la pluma y mantenidos los extremos por hombres quedará esta en equilibrio, pudiendo moverse circularmente hácia donde sea menester subir el peso, siempre que se afloje el cabo opuesto al movimiento al mismo tiempo que se cobra el contrario. En B se pone un torno para mas facilitar y aumentar la fuerza que ha de levantar el peso Π, ya sea una gran piedra ó una viga ú otro objeto cualquiera.

Por medio de una ó dos poleas diferenciales (pág. 283) puede hacerse tambien este servicio; pero es preciso, al comprar las poleas, encargar la cantidad de cadena necesaria, ó pasar aviso de la altura á que ha de llegar el peso ó pesos que se han de subir.

Fig. 18 1329. Sustituida la pluma por dos piezas inclinadas (*fig.* 18) resulta la máquina que se conoce con el nombre *Cabria*, (núm. 595.)

La fuerza de Π en sentido A C del número anterior, descompuesta ahora en sentido de las piezas a C, dará la presion de estas

$$P = \frac{\Pi \text{ sen. } 6}{\text{sen. } (6 - \alpha)\ 2 \cos. \gamma}$$

La tension del tirante $a\,a$ es $T = \dfrac{\Pi \text{ sen. } 6 \text{ tang. } \gamma}{\text{sen. } (6 - \alpha)}$

La de la cuerda B C y la presion horizontal en C son las anteriores.

La resultante de P y tension de B C será el peso de que se hallan cargadas oblícuamente las piezas a C, a C, (núm. 1205.)

1330. **Gruas.**

Son *fijas ó móviles.* Las *gruas fijas* afectan en general la figura que representan las 428, 429, cuyas partes esenciales en todas ellas son el árbol A B, el pescante DC, y el tirante B′ C. Adosado al árbol se halla un torno con su piñon E al que se vá arrollando la cuerda ó cadena que levanta el peso, pasando antes por una polea p. Una rueda dentada, que suele tener 60 dientes para 6 del piñon, engrana en este y le dá vueltas por medio de una cigüeña puesta en su eje. El árbol entra en un collar G, que le mantiene vertical, y termina en un pivote ó quicio sobre el que gira descansando en una pieza A. A veces se suprime el tirante B C, quedando solo el pescante sujeto por la tension de la cuerda. Este sistema tiene la desventaja de exponer el pescante á perder su estabilidad, por haber de fiar la invariabilidad del ángulo B D C á la ensambladura D. *Figs.* 428 y 429.

La resistencia de sus diferentes partes se obtiene como se ha explicado en el artículo anterior; siendo suficiente indicar la disposicion en que se halla cada una de las piezas.

Al pescante C D se le puede considerar como una pieza empotrada en D y cargada oblícuamente por la resultante R′ del peso Π y la tension T de la cuerda. Mientras esta resultante caiga fuera del pescante el tirante B′ C sufrirá una tension expresada por la misma R′ apreciada segun su direccion B C. El árbol A B, aunque de una sola pieza, se puede considerar como dividido independientemente en las B E, E D y A A′, para cada una de las cuales se buscará la resistencia que han de oponer á las diferentes fuerzas y modo de obrar en ellas. La parte B E se puede mirar como una pieza empotrada en E y solicitada en B por la resultante de las tensiones E B, B C de la cuerda y tirante. Estará en el caso de una pieza empotrada en el extremo inferior y cargada oblícuamente en el superior. La parte E D está como empotrada en D y solicitada en E por las tensiones del tirante y la cuerda B C; se comparará á una pieza empotrada en su parte superior y cargada oblícuamente en el inferior. La parte A A′ está como empotrada en A y solicitada en A′ por la fuerza oblícua resultante del peso Π y la horizontal del momento de este mismo peso con relacion al punto A.

Se comprende naturalmente que debiendo ser el árbol una pieza de igual escuadría, y no diferenciándose mucho los resultados para cada una de estas porciones, bastará hallar las dimensiones que le corresponden por el valor deducido de la resistencia de B E: valor que podrá disminuirse prudencialmente segun el número y calidad de las piezas con que se le refuerce.

La figura 431 representa una grua fija que empleó el Ingeniero en jefe M. Alpine para levantar y llevar á su sitio las grandes piedras graníticas de que se compone el dique de carena que construyó en Brooklyn (Long-Island al frente de Nueva-York) en 1848: cuyo dibujo en escala triple, como asimismo el de la figura 433 y proyecto del dique tuvo la bondad de facilitarme. La grua estaba colocada en la parte superior del dique ó terreno natural, hácia la mitad de cada

uno de los costados, abrazando todo el ancho de aquel y una gran parte de su longitud. Las piedras las tomaba del lugar en que se labraban, llevándolas despues al sitio que habian de ocupar; para lo que giraba sobre su quicio y aflojaba el torno núm. 1, revolviendo el núm. 2, ó vice-versa, segun las distancias de las piedras. Para bajarlas y presentarlas en su lugar bastaba aflojar á la vez ambos tornos, despues de lo cual solo quedaba al operario el trabajo de dirigir sus juntas rasando con las de sus inmediatas.

1331. Las *gruas móviles* exigen la accion de un contrapeso capaz de hacer que la vertical que pase por el centro de gravedad del sistema no salga de la base. Con esta modificacion la figura 430 puede presentar ejemplo de una de éstas gruas, montada que sea sobre un armazon con ruedas.

Lo mejor que puede hacerse para disponer el contrapeso es colocar al lado
Fig. 432. opuesto otro pescante como el DC (*fig.* 432); en lo que vá la ventaja, cuando sea posible ó necesario, de poderse cargar ambos con igual peso, y sustentar á la vez dos piedras ó dos fardos cualesquiera. La figura 433 es otra grua de esta clase, de la que se sirvió el Ingeniero M. Alpine, como queda dicho, para levantar y asentar muchas piedras del dique de Brooklyn, á donde no alcanzaba
Fig. 431. el pescante de la grua fija (*fig.* 431), Las circunstancias de esta grua son idénticas á las de la primera, y las dimensiones de sus partes esenciales pueden cal-
Fig. 433. cularse de un modo semejante. Esta máquina (*fig.* 433) funcionó sin alterarse mas de dos años. El dibujo explica claramente su modo de obrar. Como contrapeso se ponia una gran piedra sobre el marco opuesto al pescante, aunque muchas veces no la necesitaba segun la distancia horizontal del gancho al árbol.

1332. Cualquiera que sea la figura de la grua y situacion del pescante, las escuadrías de sus piezas esenciales se calculan siempre considerando estas como empotradas en un extremo y cargadas ó solicitadas en el opuesto por un peso ó fuerza vertical ú oblícua, y la parte inferior por el peso levantado y una fuerza horizontal solicitada en el quicio, cuyo momento con relacion al punto de empotramiento sea igual al peso total con relacion al mismo punto.

Las fuerzas oblícuas serán las resultantes de las tensiones del tirante y porciones de cuerda.

1333. Hablarémos, por último de la grua tubular, compuesta de planchas de hierro para el uso del comercio, presentada en la exposicion general de Lóndres en 1851 por su autor M. Fairbairn, obteniendo por ella justo privilegio.

Consiste en un arco de círculo de 32 piés de rádio, siendo 30 la altura de su extremo sobre el suelo. Se compone de planchas ensambladas unas con otras, reforzadas las juntas con una T de hierro y con otras planchas de $4\frac{1}{2}$ á 5 pulgadas de ancho. Las de la parte convexa están calculadas para la tension, y las de la cóncava para la compresion, variando su espesor en razon á su curvatura. Las de los costados son de grueso igual. La forma de esta máquina no es la mas á propósito para resistir á la presion, pero el exceso de resistencia que se dá á las planchas inferiores suple este defecto como experimentalmente se ha observado. Tiene 5 por $3\frac{1}{2}$ pies de ancho en la parte inferior, y 2 por $1\frac{1}{2}$ pies en la superior, donde se aplica la polea para recibir la cadena. Se halla asentada sobre una plataforma de hierro, mantenida con grandes pernos al muelle, en medio de la cual está el collar que sujeta el vástago ó quicio. Este penetra en la mampostería hasta llegar á una plancha ó zapata sobre la cual gira.

La fórmula que presenta el inventor dá 63 toneladas ó 136 quintales de 112 libras inglesas, para el momento de fractura. Se ha visto, sin embargo, en varios experimentos que puede sostener mucho más antes de llegar á este límite.

La tabla siguiente manifiesta los resultados experimentales obtenidos en el arsenal de Keylhan, en diciembre de 1850.

PESOS con que fué cargada. — *Toneladas.*	DEPRESION en el extremo. — *Pulgadas.*	PESOS con que fué cargada. — *Toneladas.*	DEPRESION en el extremo. — *Pulgadas.*	PESOS con que fué cargada. — *Toneladas.*	DEPRESION en el extremo. — *Pulgadas.*
2	0,32	9	1,50	16	3,00
3	0,50	10	1,70	17	3,20
4	0,65	11	2,05	18	3,50
5	0,90	12	2,22	19	3,73
6	1,05	13	2,40	20	3,97
7	1,20	14	2,60		
8	1,35	15	2,80		

Con la carga de 5 toneladas la grua giraba sin señal alguna de depresion. Con 10 toneladas bajó, despues del giro, hasta 1,85 pulgadas, manteniéndose así por espacio de 16 horas. Con las 20 toneladas sufrió el aumento de 0,60 pulgadas de depresion sobre las 3,97 pulgadas de la tabla.

Las ventajas de esta clase de gruas consisten en la gran seguridad y facilidad con que levantan voluminosos y pesados cuerpos hasta el mismo remate de la máquina sin visible sensacion en cualquiera de sus partes: teniendo, además, la circustancia de no sufrir alteracion en su figura, á causa de su elasticidad, por grandes ó pesados que sean los cuerpos con que se la cargue.

La figura 434 representa una de estas gruas para levantar hasta 5 toneladas. *Fig.* 434.

1334. Entramados y suelos de madera.

En los paises donde abunda mucho la madera, ó en que esta es proporcionadamente mas barata que la mampostería, se hacen las paredes de los edificios con entramados de madera, cuyas diferentes disposiciones se pueden ver en la figura 435. En ella son los claros verticales iguales á los gruesos de los postes, y se *Fig.* 435. rellenan de cascotes, aljezones ó ladrillos con mezcla, componiendo así un todo firme y compacto de bastante estabilidad.

Las paredes de fachada deben ser, cuando se pueda, de mampostería de piedra ó ladrillo; pero de todos modos el zócalo será de piedra, teniendo, por lo menos, de $0^m,6$ á 1^m, de altura para que las maderas no sufran con la humedad. Sobre este zócalo se pone la solera que ha de servir de base al entramado; y en ella, como en las demás *a*, *a*... de los diversos pisos que tenga la casa, se ensamblan á caja y espiga los postes *b*, *b*... de los ángulos, los *c*, *e*... de leccion de puertas, los *d*, *d*... intermedios ó de repleno, los inclinados *e*, *e*... que los pueden sustituir formando á 60° una cruz de San Andrés, y ensamblados á media madera unos con otros como las riostras *f*... que acompañan algunas veces á los primeros para darles mas solidez. Cuando una puerta es desmasiado ancha se pone la armadura *g h* para aliviarla del gran peso que sobre ella gravitaría: cuya igual disposicion se puede repetir debajo de todas las ventanas.

Los tabiques interiores se colocan sobre vigas del piso, y á fin de disminuir el peso que sobre ellas cargaría se ponen piezas inclinadas que le trasmitan á los muros ó extremos de aquellas. En los de distribucion se cubre el entramado con tablas por uno y otro lado, picándolas con la azuela á fin de que reciban bien el

enlucido: ó bien, si el entramado tiene poco grueso, se cubrirán los intérvalos con ladrillos de canto ó cascotes, enluciendo despues con mezcla ó yeso.

Los esfuerzos que sufren las piezas de un entràmado son presiones en el sentido de su longitud, mas ó menos grandes, segun el peso que sobre ellas carga.

En las paredes de fachada tienen los postes principales de $0^m,25$ á $0^m,27$ de escuadría: los de leccion de puertas y cruces de San Andrés de $0^m,18$ á $0^m,20$: los intermedios $0^m,16$ á $0^m,18$; y $0^m,20$ á $0^m,34$ las soleras. En las puertas grandes ó de mucha luz se dá á la escuadría de su dintel $\frac{1}{12}$ de su largo, y á los pies derechos ó jambas la misma que á los postes principales.

1335. Para los *suelos de los edificios* se adoptan varias disposiciones segun la distancia entre las paredes que los han de sostener. Cuando esta es pequeña basta colocar viguetas ó cabios de una á otra, distantes $0^m,4$, y sobre ellas alfagías ó
Fig. 436. tablas (*fig.* 436). Si el tiro entre las paredes llegase á 6^m, se usarán vigas en vez de las viguetas, cuyas dimensiones trasversales crecerán á medida que crezca la longitud; calculándolas en todos casos por la fórmula $bh^2 = \frac{3pc^2}{4R}$ del núm. 1192, ó por la regla práctica siguiente de Rondelet

$$h = \tfrac{1}{24} c \qquad b = \tfrac{3}{4} h.$$

b, h, c, anchura, altura y largo de la pieza.

Para reforzar los cabios se introducen entre ellos los trozos $a, a...$, á que se clavan por lo regular las tablas del piso. En algunas partes hacen en los intérvalos bovedillas de yeso.

Si la luz es tan grande que la escuadría resulta considerable, se pondrán vigas
Fig. 437. maestras de $3^m,5$ en $3^m,5$ (*fig.* 437) que hagan el oficio de paredes ó puntos de apoyo. Los cabios descansarán sus extremos sobre estas vigas ensamblándose á media madera, de modo que las superficies de unas y otros queden de nivel. La escuadría de estas vigas se arregla por las fórmulas últimamente anotadas, aunque para este caso hace tambien Rondelet $b = h = \frac{1}{18} c$.

Para preservar sus empotramientos de la humedad y dar mas estabilidad á su asiento, se colocan las vigas sobre soleras ó cadenas que corren á lo largo de las
Fig. 436. paredes dejando una capa de aire al rededor de la cabeza empotrada (*fig.* 436). A veces se ponen las soleras sobre cornisas arrimadas á la pared y sostenidas por canes. Pero esto exige que los cornisones sean bastante grandes para ocultar las soleras. Lo mejor que debe hacerse para ello es forrar las cabezas de corcho y circuir todo el empotramiento de una capa de tierra grasa.

Si el suelo de este sistema ha de soportar cielo raso se clavan alfagías de $5\frac{1}{2}$ centímetros de grueso, bajo las cuales se establece el entablado ó enrejado que ha de recibir el enlucido.

Si en cualquiera de estos ó demás sistemas hubiese precision de dejar claros para chimeneas, se cortarán los cabios y ensamblarán con los largueros $b\ c$. Para evitar el fuego se dejará de estos al cañon de la chimenea un claro de 9 centímetros lo menos. Las mangas de las chimeneas se llevan tambien por dentro de
Fig. 438. las paredes como en h (*fig.* 438), cuidando, sin embargo, de alejar de ellas las maderas.

Cuando la distancia entre las paredes sea mayor que la longitud de las vigas de que se puede disponer convenientemente, se hace el piso ensamblando á caja y espiga ó á media madera las cabezas b de las vigas en el medio de cada una de las inmediatas $a\ b...\ c\ d$. En los intérvalos que quedan se ponen las $e\ f$...de igual escuadría y del propio modo ensambladas: las espigas ó cajas en este caso tienen $\frac{1}{3} h$. Sobre ellas se colocan los cabios del modo como indican el plano y perfil de esta

figura, ó bién se sustituyen estos con dos filas de tablones cruzados en sentido diagonal ó una en sentido diagonal y la superior en el del rectángulo ó cuadrado del piso. Para que la resistencia de este sistema sea completa se refuerzan las ensambladuras con llaves de hierro, puestas y embutidas en las vigas como se vé en A A.

Estando así el todo perfectamente trabado, y ajustando bien las ensambladuras ofrecerá este sistema cuanta estabilidad se pueda desear. El piso tendrá $\frac{1}{144}h$ de flecha, y el peralto que se dará á las vigas será, segun Rondelet, $^1/_{18}\,c$, agregando 4 milímetros por cada cabio de que esten cargadas: el peralto de estos será siempre $\frac{1}{24}c$. Las tablas deben ensamblarse á ranura y lengüeta y darles $4\frac{1}{2}$ centímetros de grueso.

1336. Se hacen tambien suelos con tres filas de tablones que deben tener de $0^m,05$ á $0^m,07$ de grueso, ensamblándolos y colocándolos como en el sistema anterior. La flecha de la convexidad del piso puede tambien ser la misma ó un poco mayor. Ajustados y clavados unos con otros los tablones puede considerarse este sistema como un cuerpo compacto cual si fuera de una sola pieza.

En este supuesto, el cálculo para hallar la flecha f de curvatura en el centro, cuando el suelo está cargado de pesos p por unidad de longitud, dá

$$f=\frac{180p}{\pi^6 E}\cdot\frac{b^4c^4}{h^3}\left(\frac{1}{(b^2+c^2)^2}-\frac{1}{3(b^2+9c^2)^2}+\&\right)$$

π = relacion de la circunferencia al diámetro

y el peso p de que se puede cargar el suelo por unidad de longitud es

$$p=\frac{R\pi^4 h^2}{90\,b^2c^2\left(\frac{1}{(b^2+c^2)^2}-\frac{1}{3(9b^2+c^2)^2}+\&\right)}$$

El peso p es proporcional al cuadrado h^2 del espesor del plano, y la flecha recíproca al cubo del mismo espesor.

Estas fórmulas dán una fuerza mayor de la que tienen semejantes suelos, efecde haberlos supuesto completamente homogéneos.

Hay hechos varios de estos pisos que corresponden perfectamente á todas las condiciones que deben tener de estabilidad, no obstante de llegar la anchura de algunos á 20^m. En nueva-York ví uno de 15^m sobre el cual grabitaban pesos enormes sin causarle alteracion.

En el cálculo de todos estos suelos debe suponerse que p es la suma por metro de longitud, de todos los pesos constantes y accidentales, como lo son, la acumulacion de diferentes muebles ú otros objetos pesados, la multitud de personas en horas de reunion, y los sacudimientos consiguientes al movimiento de ellas, mas ó menos violento. Como esta es una cantidad variable, no se pueden fijar reglas para determinarla, y solo se aconseja se tenga presente para aumentar al peso p lo que prudencialmente crea el Arquitecto que pueda convenir en vista de su experiencia y del objeto para que haya de servir el salon.

1337. Pueden hacerse tambien suelos con armaduras que crucen de una pared á la opuesta. Como ejemplo de esta construccion presentamos la figura 439, *Fig. 439.* copiada del Emy, cuyo dibujo explica bien la disposicion y enlace de todas sus partes. Los pares A B sujetos por las manguetas *m n*.. y el pendolon *p*, ensamblados al tirante C D, trasmiten á los extremos de este el esfuerzo horizontal de su presion: de modo que, calculada esta tension del tirante, como se verá en los números siguientes, no habrá mas que darle la escuadría suficiente para resistirla. Se puede tambien calcular la fortaleza de este sistema considerándole como una sola viga y tomando (núm.° 1249) para la flexion y fractura la diferencia de su mo-

cion al eje central. Sobre la viga superior se ponen los cabios ó viguetas; y ensambladas á la inferior de la propia armadura se fijan ó pueden fijar otras mas pequeñas que lleven el cielo raso.

SUELOS SOSTENIDOS POR VIGAS DE HIERRO.

1338. Noticia sobre las de fundicion y comparacion de este material con el forjado.

Hace mucho tiempo se emplea el hierro fundido en diferentes construcciones desde que en el norte de Inglaterra se generalizó su adopcion con éxito feliz. Aplicado á los edificios desde principios del siglo, se le consideró preferible á la madera para multitud de usos en que entraba esta, ya se tratase de armaduras para cubiertas, vigas sobre columnas, tambien de hierro, ó para pisos, puentes, máquinas, molinos, &.

Verificada una multitud de experimentos en órden á la resistencia de este material, empleado como viga, y ensayadas diferentes formas, ha encontrado el hábil Ingeniero M. Hodkinson, que la seccion trasversal mas conveniente á la mayor resistencia es, para el hierro fundido, la de doble **T** que tenga el área de la cabeza inferior 6 veces mas grande que la superior. M. Tredgold usó antes de Hodkinson la doble **T** de cabezas iguales; y M. Fairbairn la de una sola cabeza en la parte inferior. En la memoria que hace pocos años escribió este último Ingeniero, relativa á los experimentos de resistencia del hierro fundido y forjado, se contiene una tabla de Hodkinson, cuyo objeto es comparar los resultados experimentales de las vigas que tienen estas tres secciones.

De ella se deduce, que las ventajas producidas por las diferentes secciones de vigas sometidas á la experiencia (y eran las que ofrecian mayor resistencia en sus diferentes épocas) son como 100 á 75,4 para las de Hodkinson y Fairbairn; 100 á 61,9 para la Hodkinson y Tredgold, y 100 á 82 para las de Fairbairn y Tredgold.

Mas no obstante los buenos resultados obtenidos en diferentes obras por los adelantos hechos en la forma de vigas de hierro fundido, es peligroso su empleo cuando la construccion ha de estar á cargo de personas inexpertas: y aun fuera de este caso, no puede merecer suficiente confianza el material, ya por la desigual contraccion al enfriarse, ya por su naturaleza quebradiza ó por las ampollas é imperfecciones de la masa, y la facilidad de romperse cuando menos se espere. Puede, efectivamente, quebrarse de pronto sin causa aparente una pieza fundida, bastando muchas veces para esto el contacto de la lluvia ó una fuerte helada; produciéndose la rotura por una extraordinaria tension cerca de ella, que en ocasiones se encuentra muy dilatada, y que proviene de un enfriamiento desigual que perturba profundamente el acto de cristalizacion, ó de una mezcla imperfecta de los metales cuando la contraccion es mayor en unas partes que en otras.

El hierro forjado, por el contrario, resiste mucho á la tension, y es mas á propósito que el fundido para mantener grandes cargas y aguantar fuertes percusiones, á causa de su ductilidad y estructura fibrosa. Es, además, este material doblemente importante y muy preferido al de fundicion, por la facilidad con que se presta á adquirir nuevas formas y condiciones que requiere su aplicacion, segun la resistencia que debe oponer á las fuerzas que le han de comprimir ó dilatar.

Se mejora, no obstante, el hierro fundido mezclando el de varias calidades en la proporcion mas conveniente segun la práctica de los artífices ya muy acostumbrados al manejo de los hornos. Tal sucede en Inglaterra, donde se obtienen con lingotes de todas variedades, maleables, duros, dúctiles, ricos ó pobres, de colores blanquecinos, azulosos, agrisados, &, las combinaciones que se apetezcan para formar las clases de material que requieran las aplicaciones.

En general, el hierro fundido se puede emplear ventajosamente en todas las construcciones que han de sufrir presiones, como columnas que sostienen pisos de casas ó puentes, arcos, tornapuntas, &; siendo preferible el forjado por resistir como vigas de edificios y puentes rectos, y en todos los casos en que debe el material contrarestar mas esfuerzos de tension que de compresion.

1339. Vigas de hierro batido ó laminado para pisos, puentes, etc.

Comparacion entre las vigas tubulares y laminares. Las vigas de hierro forjado se emplean al presente para reemplazar á la madera y vigas de fundicion en el sostenimiento de pisos de edificios, construccion de buques de hierro, puentes de grande y pequeña luz que han de soportar considerables pesos, como los de trenes en ferro-carriles, y tambien para servir de tirantes, pares, pendolones, &, de las armaduras de gran extension. La seccion trasversal es tubular, laminar ó de enrejado. La tubular (*fig.* 440), fué considerada en un principio *Fig.* 440
muy preferible á la laminar (*fig.* 441), en razon á que, si atendemos á la resis- *Fig.* 441
tencia que ofrecen ambas formas á igualdad de peso, resulta que la 1.ª está con la 2.ª en la razon de 100 : 93; diferencia que proviene de tener la tubular un área exterior mayor que la laminar, haciéndola, por consiguiente, mas rígida y mejor dispuesta para resistir los movimientos laterales, en cuya direccion la viga laminar cede antes de obrar sus resistencias á la tension y compresion: no obstante que, reforzándola á distancias convenientes con estribos, igualmente laminares y á ángulo recto, de modo que su estabilidad vertical quede asegurada ó que no sea de temer la flexion lateral, su resistencia es casi la misma que la de la viga tubular.

En este concepto, y atendiendo á varias ventajas que señalaremos de las vigas laminares, no es dudoso darles siempre la preferencia. Son estas, con efecto, de construccion mas sencilla, de menos costo y mas larga duracion, por tener la plancha vertical mas gruesa que en las tubulares y poder resistir mejor los cambios atmosféricos que tanto influyen en la duracion del metal. Se pueden, además, limpiar y pintar por todas sus partes y quedar constantemente expuestas á una rigorosa vigilancia.

1340. Vigas laminares.

Razones son todas estas del mayor interés, que han hecho se generalice mas de dia en dia esta clase de vigas para todo género de tramos. En los edificios particulares y públicos de Inglaterra y Francia, y en París sobre todo, apenas usan la madera para armaduras y pisos, quedando ventajosamente reemplazada con esta clase de vigas, que, cuando no pesan mas de 600^{k} (unos 12 quintales), se pueden hacer de una sola pieza en el laminador, viéndose algunas mayores. A medida que aumenta la luz, crece rápidamente el costo; pero cuando esto no sea un inconveniente se podrán hacer fábricas de 18 á 20^{m} de anchura con vigas que salven todo el espacio sin poner alguna columna ó pilar intermedio. Las vigas de esta especie pueden soportar sin inconveniente de 5 á 6 toneladas por metro cuadrado.

La seccion trasversal ha de ser tal que la resistencia á la tension en la cabeza inferior se equilibre con la correspondiente á la presion en la superior; ó bien que cuando por efecto de la carga soportada esté á punto de romperse por haber llegado al límite de dilatacion la cabeza inferior, suceda otro tanto en la superior por haber alcanzado sus fibras el límite de presion. Esto exige que la cabeza su-

de superficie cuando se trata de sacar la viga de una sola pieza del laminador, podrán usarse iguales ambas cabezas, como es posible admitirlo y sucede en práctica, siempre que el palastro sea de buena calidad y perfectamente laminado: lo que equivale á suponer que la resistencia á la presion es igual á la de traccion. Partiendo de este principio es como se han hallado las relaciones de resistencias y magnitudes que exponemos en el segundo párrafo siguiente. Pero siempre que se pueda, ó cuando las cabezas de la viga se compongan de planchas unidas por escuadras y roblones, se las podrá hacer en la razon de 5 á 3, por ejemplo, ú otra que parezca conveniente, precediendo antes el cálculo de la resistencia mínima. En Francia se ha seguido la práctica por varios hábiles Ingenieros, al construir puentes rectos tubulares de planchas ó enrejado, de hacer la cabeza superior mayor en $\frac{1}{15}$ que la calculada. En los experimentos que M. Zoré ejecutó en 1850 y 1851, halló que *la resistencia mínima de las vigas cuyas cabezas estaban en una de estas proporciones, era, á peso, altura y luz iguales, $\frac{1}{8}$ mayor que la correspondiente á la de vigas de iguales cabezas; llegando esta relacion hasta $\frac{1}{3}$ cuando se trataba de mayores vigas de gran luz y considerable carga.* Estos resultados los dedujo de otros experimentos por los cuales llegó á conocer que de nada influiría el exceso de material situado en las inmediaciones del eje neutro (que es aquel en que se neutralizan á su encuentro las opuestas fuerzas de presion y dilatacion); demostrando prácticamente que el mismo peso resistirá una viga de plancha vertical uniforme y llena que otra penetrada de agujeros de 2^c en 2^c en direccion del expresado eje neutro: y que si, en consecuencia, se refuerza la cabeza superior (que es la expuesta á la presion á que cede antes este material que á la traccion) con el hierro que sobre ó de que se pueda considerar disminuida la viga hácia su centro, la resistencia sería considerablemente mayor.

Segun estos experimentos y concluyentes demostraciones, parece ser un absurdo el colocar, como algunos lo hacen, un tercer nervio en el eje neutro ó parte céntrica de una viga de doble **T**: práctica viciosa, que obliga á perder sin fruto material y aumentar peso á la carga que ha de soportar la construccion.

El espesor del alma ó plancha vertical es de 4, 6, 8, 10, 12, 14 y aun 16 milímetros segun la altura; gruesos todos que tienen las planchas del comercio. Generalmente se toma 6 y 8 para vigas pequeñas y 10 para mayores. El término medio de su resistencia es (n.° 1181) de 3500^k por 1^{c2} ó 6^k á 7^k por 1^{mil2} para carga permanente.

Las cabezas de la viga suelen componerse de dos escuadras, solas ó unidas á una ó varias planchas sujetas por medio de roblones, de la forma y diámetro dichos en el n.° 902. Siendo l la longitud de las planchas, e su espesor, d el diámetro de los roblones y n su número, n' el de las planchas sobrepuestas, y teniendo presente que el palastro ha de trabajar á 6^k por 1^{mil2} y que siendo la adherencia de los roblones con las planchas que atraviesa 14^k á 16^k por 1^{mil2} de seccion de los roblones, y la adherencia útil $\frac{1}{4}\,16^k = 4^k$, se tendrá $6n'el$ para la resistencia del palastro, y $0{,}785\,d^2 \times 4n$ para la equivalente de los roblones,

ó

$$6n'el = 0{,}785d^2 \times 4n.$$

De donde $n = \frac{6n'el}{3{,}14d^2}$; y si $d = 2e$ como ordinariamente sucede (n.° 982), $n = 0{,}5\,n'\frac{l}{e}$ próximos. Si hubiera dos filas de roblones $n = 2n$, y $n = 0{,}25\,n'\frac{l}{e}$.

La resistencia del palastro en su union es para una fila de roblones algo menor que la de la plancha, y algo mayor cuando hay dos filas.

La anchura de la plancha que forma la cabeza es un número variable que no se puede determinar desde luego. Deben evitarse planchas demasiado anchas á fin

de reducir en cuanto sea posible la longitud de las pilas y estribos, y tambien para disminuir la flexion. Esta anchura depende así de las dimensiones que puedan darse á las escuadras en las vigas que las llevan; las cuales tienen 0,125 por 0,015 de espesor.

Con esto y lo que se sabe por la práctica, se podrá fijar el ancho máximo de las planchas superiores de las vigas laminares (como asimismo la de enrejado) en $0^{m},90$. Si por las condiciones del cálculo resulta una anchura mayor se hará la pared del cuchillo de dos planchas verticales, y aun de 3, separadas entre sí, si la anchura de la cabeza fuere mayor de $1^{m},5$.

1341. **Vigas de enrejado ó celosía.**

Las figuras 442 y 443 representan la forma de una de esta clase de vigas, segun las cuales se hicieron las que sostienen los pisos de las galerías del gran palacio de Dublin para la exposicion de 1853. Los experimentos verificados de su resistencia demostraron la inutilidad de los tornapuntas *a, a* en los extremos, y aun de los *e, e* en el centro, al paso que los *b,b* formaron, en union de la cabeza inferior, el principal elemento de resistencia á la presion y tension ocasionada por las cargas que se dispusieron en la parte superior hasta llegar á 32 toneladas, que produjeron una flecha de 1,624 pulgadas. *Fig. 442 y 443.*

No hay, pues, necesidad en esta clase de armaduras de las piezas diagonales *a a, e e,* pudiéndose aumentar la resistencia del sistema, sin mas gastos de material, si las diagonales *b* y postes verticales fueron hechos á escuadra como las cabezas mismas de la viga. Pero no debe olvidarse en todo caso que, lo mismo que en las laminares, conviene en las vigas de enrejado hacer que la proporcion de sus cabezas guarde la relacion indicada para las de aquellas.

Tal ha sido la disposicion de la armadura triangular construida en París por M. Bataille, para soportar la cubierta de un almacen de azúcares en Ponce de Puerto-Rico, segun proyecto encomendado á nuestro cuidado, del Comandante de Ingenieros D. Timoteo Lubulza. La luz es de $24^{m},8$; y en los experimentos de prueba ha resistido sin deformacion alguna 5 veces mas del peso que debe mantener en práctica contando con la fuerza de los huracanes tan frecuentes en aquellas regiones. Su precio ha salido $\frac{1}{3}$ mas barato que el correspondiente á igual resistencia segun el sistema laminar.

1342. **Reglas para hallar la resistencia de las vigas de doble T.**

De los numerosos experimentos hechos por Fairbairn y otros ingenieros con toda clase de vigas, se deduce, que la resistencia de ellas viene á ser proporcional á la magnitud de la cabeza inferior, y casi proporcional á la altura en igualdad de circunstancias. Así, pues, cuando es una la longitud en diferentes vigas, su resistencia está en razon de sus alturas multiplicadas por las áreas de la seccion de sus cabezas inferiores; y cuando son diferentes sus longitudes, las resistencias son como este producto dividido por la longitud. De este modo, si fuese P el peso de rotura en el medio de la viga, *c* la luz ó distancia entre los apoyos, ω la superficie de la seccion de la cabeza inferior, *h* la altura total de la viga, y R el coeficiente de cohesion, se tendría

$$P = \frac{R h \omega}{c}$$

Para cuando el peso está repartido en la unidad de longitud, que es lo que ordinariamente sucede, resulta $P = p\frac{c}{2}$

y
$$p c = \frac{2 R h \omega}{c}$$

La constante R debe ser en las aplicaciones de $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{8}$ de su valor segun ya lo hemos dicho en el artículo anterior.

Mr. Fairbairn toma el $\frac{1}{4}$ para las construcciones en general, menos para los puentes que han de servir para ferro-carriles donde solo llega al $\frac{1}{5}$ y aún al $\frac{1}{8}$.

Por los citados experimentos es

R = 26 ton.ˢ por pulg.ᵃ cuad.ᵃ = 403000 ton.ˢ ingl.ˢ ó 40930695ᵏ por 1^{m2} para las vigas de fundicion.
R = 80 toneladas por $1p^2$ = 124000 toneladas ó 125940600ᵏ por 1^{m2} para las tubulares de palastro.
R = 75 toneladas por $1p^2$ = 116250 toneladas ó 118069312ᵏ por 1^{m2} para las laminares de palastro.
R = 72 toneladas por $1p^2$ = 111600 toneladas ó 113346540ᵏ por 1^{m2} para las de enrejado de id.

ó bien, tomando la quinta parte para las aplicaciones, en que se supone que el peso de carga está uniformemente repartido,

R=8186138 para las vigas de fundicion por 1^{m2} de seccion.
R=25188120 para las tubulares de palastro por 1^{m2} de seccion.
R=23613862 para las laminares de palastro por 1^{m2} de seccion.
R=22669308 para las de enrejado ó celosías por 1^{m2} de seccion.

Se obtendrá igual resultado por medio de la fórmula teórica (núm.ˢ 1198 y 1249)

$$\frac{p\,c^2}{8} = R\,\frac{b\,(h'^3 - h''^3)}{6\,h'} \quad ó \quad \frac{3\,p\,c^2}{4\,R} = b\,\frac{h'^3 - h''^3}{h'}$$

para las vigas de celosía, en que el primer miembro $\frac{p'c}{8}$ es el momento de rotura

p = peso por unidad de longitud; $p\,c$=carga uniformemente repartida
c = luz ó distancia entre los apoyos
R = coeficiente de cohesion que puede hacerse=8000000ᵏ por 1^{m2} de seccion. Los ingenieros franceses no toman mas que 6000000ᵏ ó 6ᵏ por milímetro cuadrado.
b = anchura total de la plancha ó cabeza
h' = altura de la viga
h'' = altura interior entre las cabezas, fajas ó planchas.

La flecha correspondiente es (núm. 1192.)

$$f = \frac{5\,p\,c^4}{32\,E\,b\,(h'^3 - h''^3)}$$

en cuya fórmula hemos puesto $h'^3 - h''^3$ en vez de h^3 de la del número 1192 por la clase de viga que nos ocupa.

E = coeficiente de elasticidad (núm. 1185.)

Si una escuadra sujetara la cabeza á la plancha, sería

$$\frac{3pc^2}{4\,R} = \frac{b\,h'^3 - b'\,h''^3 - b''\,h'''^3}{h'}$$

b', b'' anchuras duplas de los rectángulos interiores.)

En las vigas laminares se toma ordinariamente en práctica, para el espesor de la plancha vertical e=5, 6, 8 y hasta 10 milímetros, como ya se ha dicho; pero se puede calcular en todo caso por la resistencia á la presion producida por la cabeza superior y demás barras ú objetos que carguen sobre ella, á mas del peso adicional por unidad de longitud, teniendo siempre en cuenta la altura de la viga para apreciar, segun ella sea, el valor de R como se previene en el número 1176.

Para el espesor de las barras que forman el enrejado, se procederá considerando las porciones superiores como piezas empotradas en la parte inferior y cargadas oblícuamente en la superior, como se vé en el proyecto de puente que mas adelante detallamos. Puede tambien procederse calculando el sistema como de articulacion simple, segun se verá mas adelante en el mismo ejemplo de puente.

Cuando la construccion hubiera de tener dos ó mas tramos se calculará su resistencia por la que ofreciera el tramo mayor como si estuviera aislado; lo que hará algun tanto excesivas las dimensiones de las diferentes piezas: ó bien, si se

quiere economizar material, se hará uso de las fórmulas que ponemos despues al tratar del puente de madera por el sistema de How, ó teniendo presentes las fórmulas del núm. 1202 y siguientes, dando á R siempre el valor que corresponda al material empleado.

Como en los almacenes que deben soportar grandes pesos, asimismo en las salas de armas, puede ocurrir la caida de un cuerpo muy pesado, como un fardo de cualquiera género de comercio, una caja de balerío, &; y siendo costumbre disponer estos objetos en el 1.er piso, ó en el 1.° y 2.° á lo mas, se procurará dar á las vigas y columnas correspondientes una resistencia mayor que la calculada en el supuesto de soportar la carga en reposo: á cuyo fin bastará aumentar el cálculo hecho de la resistencia en la relacion 4 : 3. Por manera, que si el peso de fractura de una viga para los pisos superiores fuera de 24 toneladas, el de las inferiores habría de ser de $24\frac{4}{3}=32$ toneladas. Las columnas aumentarán de espesor proporcionalmente, y con ello se tendrá completa seguridad. A mas abundamiento se podrán hacer los suelos inferiores de tablones de 3 pulgadas $=0^m,07$ de grueso, bien clavados á los durmientes empotrados en el macizo; con lo que se tendrá mayor superficie elástica en que se repartirá la percusion por la caida del cuerpo antes de trasmitirse á los materiales mas rígidos de hierro y piedra ó ladrillo.

1343. **Disposicion de los suelos de hierro.**

Calculadas las dimensiones de las viguetas segun los principios acabados de establecer, y procurando darlas un poco de curvatura en el sentido de su eje, se pondrán horizontalmente de una pared á otra del edificio, si alcanzase su longitud, siendo de $0^m,9$ á 1^m la distancia que guarden entre sí. A fin de impedir todo movimiento lateral, y para que trabe mejor el material de que se compone el relleno, se las unirá por medio de tirantes, dispuestos segun uno cualquiera de los cuatro sistemas representados en las figuras 447 á 454, ó de otro modo conveniente, poniendo sobre ellos varillas de hierro cuadrado ó redondo de 1^c á $1^c,5$ de espesor, que subdivida aun mas el espacio entre cada dos viguetas. Hecho esto se llenará el intérvalo con mampostería de yeso y cascotes, ó mejor ladrillos huecos (segun representa la figura 454*) al modo como se practican las bovedillas y dinteles en los pisos de Madrid, Valencia, &; con lo que se tendrá un suelo firme y dispuesto á recibir sin inconveniente alguno los pesos que se hayan calculado, ya se trate de un almacen que ha de contener pesados fardos, ya de un cuartel que ha de sufrir una contínua carga variable de lugar, ya de un salon de baile que ha de resistir el peso y consiguiente percusion que puede ser considerable en momentos determinados, &. En el cuartel del *Château-d'Eau*, acabado de construir en París, solo existen las viguetas sin la trabazon dicha de tirantes y varillas, que únicamente usan los propietarios en sus casas particulares: y sin embargo, tal es la confianza de este género de piso, verificado con yeso y ladrillo hueco, que el grado de su resistencia no inspira temor al ilustre cuerpo que ha dirigido la construccion de tan elegante edificio. Solamente agregan, despues de terminado el suelo, tirantes de planchas de hierro (de $0^m,005\times0^m,08$) diagonalmente en cada habitacion y sobre las cabezas de las viguetas; cuyo objeto es mas bien asegurar la estabilidad de las dobles-vigas en que se apoyan aquellos, dispuestas sobre columnas de fundicion en medio de las crugías.

Fig.s 447 á 454. *Fig. 554.*

Enrasado horizontalmente el trasdós, solo falta tender, perpendicularmente á las viguetas de hierro, otras de madera para recibir el piso de este material, que, como hemos dicho mas arriba, conviene mucho á la mayor resistencia á la percusion por repartirse en una gran superficie elástica antes de llegar á la mas rígida de hierro y mampostería.

1344. En vez de disponer las viguetas de 1^m en 1^m y enrasar á dintel el espacio que las separa, se pueden situar á 3^m ó mas distancia, y unirlas con bóvedas tabicadas ó de ladrillo como representan las figuras 455 á 458, rellenando los senos con hormigon. Pero será conveniente poner tirantes superiores embutidos en la mampostería para prevenir cualquiera movimiento lateral. Así es como se han ejecutado muchos viaductos al través de varios caminos de hierro. En algunos almacenes de Inglaterra sustituyen los arcos de ladrillo con otros de palastro de 0^m,063 ó ¼ de pulgada de grueso, segun manifiestan las figuras 459, cuyas hojas se unen con chapas roblonadas sobre las juntas.

1345. Cuando es considerable el espacio entre los muros, se divide en dos ó tres naves, como indica la figura 457 por medio de columnas de fundicion huecas encargadas de sostener los extremos de las dobles ó grandes vigas divisorias de las crugías. En este caso conviene poner tirantes de hierro de una á otra columna para mantenerlas verticales y estables: tirantes que se fijan á ellas atravesándolas y sujetándose á tuerca por el lado opuesto; ó bien rodeándolas por medio de un collar que se une á los expresados tirantes á muesca y clavija. Para el cálculo de estas columnas véase el núm. 1178.

1346. Cuando hayan de hacerse bóvedas como las anteriormente indicadas, bastará un órden de vigas directamente sobre las columnas segun se manifiesta en la *Fig.* 455. *fig.* 455. Estas vigas pueden tener su parte superior en la forma del sólido de igual resistencia, es decir, que se las puede hacer sensiblemente parabólicas, y por consiguiente de menos material en sus extremos, puesto que en ellos la resistencia es mayor que en el medio, segun la relacion que dé el calculo respecto á la carga considerada.

1347. Si no se verifica el suelo por medio de bóvedas de una á otra viga, sino que se han de hacer pequeños dinteles, como se ha dicho mas arriba, se pondrán desde las paredes á las columnas, y de una á otra de estas, vigas dobles ó acopladas, unidas entre sí por medio de aspas ó barras en el espacio interior, sobre las cuales cargarán directamente las viguetas del piso; viniendo en este caso á formar cada nave un cuerpo de edificio simple para el alojamiento de aquellas.

A fin de unir con mas intimidad los pisos y macizos, será conveniente poner á lo largo de estos, cadenas de hierro á que se fijan con pernos ó clavijas las cabezas *Fig.* 451 y X de las viguetas (*fig.* 451 *y* X).

1348. Las columnas se suceden en los diferentes pisos, entrando á enchufe la *Figs.* 457 y 459. base de una en el collar con que termina la otra (*figs.* 457 *y* 459), y sujetándolas, además, con barras que crucen el ensamble. Las dobles-vigas se pondrán sobre las cabezas de las columnas, rodeando la espiga en que terminan estas apoyadas en el saliente de las cornisas, roblonadas ó unidas con pernos y clavijas como indican las mismas figuras.

Fig. 457. Sobre la cimentacion en que reposa la columna inferior (*fig.* 457) se embute una plancha *a* que lleva la espiga *b* de diámetro igual al interior de la columna. La parte inferior de la base de esta, y la de cada columna imediatamente superior, conviene sean torneadas para su mejor asiento y que el eje quede perfectamente vertical.

El espesor del hierro que forma el fuste de las columnas es de 0^m,035 en la base por 0^m,016 en el extremo superior: su diámetro basta sea de 0^m,20 cuando las vigas tienen unos 7^m,5 de longitud; pero si estas fuesen de menos luz se podria reducir aquel á 18 centímetros. En todo caso se seguirán las reglas dadas en el num. 1178.

1349. Comparacion entre los suelos de hierro y madera.

1.° Los suelos hechos con viguetas de hierro permiten reducir el espesor del

piso hasta 15 ó 20 centímetros, mientras que los de madera tienen el doble y aun el triple.

2.° Los de hierro presentan mas rigidez y mas larga duracion que los de madera, ya por la mayor flexion de este material que al cabo de cierto tiempo inutiliza el piso, cuanto por la putrefaccion á que están expuestos los empotramientos, particularmente en España, donde, por no haber grandes depósitos de maderas, se ven los constructores en la necesidad de usarlas verdes ó al poco tiempo de cortadas, á no haberlas desecado ó preparado convenientemente por medios artificiales.

3.° Los pisos de hierro son casi ó del todo incombustibles, á lo menos en la mayor parte de su masa.

4.° En las obras de gran consideracion, como en el citado cuartel de Chateau-d'Eau, cuestan los suelos de hierro algo mas que los de madera; pero en virtud de su mayor duracion ofrecen mucha mas economía con el tiempo. En edificios particulares es, desde luego, un piso de hierro $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{4}$ mas barato que otro igual de madera.

5.° En fin, la ejecucion es mucho mas rápida cuando se usa el hierro que cuando se emplea la madera. Hay tambien la ventaja de que al 1.° no le atacan insectos de ninguna especie, que la mayor parte de las veces es la causa principal de la ruina de un edificio de madera.

La sola contra que puede atribuirse al hierro es la propiedad que tiene de oxidarse, quedando asi expuesto á minorar el buen efecto de su resistencia y aun á comprometer con el tiempo la estabilidad de la fábrica. Pero, á mas que la descomposicion de este material es lenta, debe asegurarse que ella no tendrá lugar jamás si puede emplearse el hierro galvanizado, ó simplemente preparado, como ordinariamente sucede, con aceites y barnices, evitando ponerle en contacto con la humedad.

1359. ARMADURAS DE TECHOS.

Se calculan las escuadrías que deben tener las diversas piezas de una armadura observando las fuerzas que actuan sobre ellas y el modo como se trasmiten de unas á otras.

Estas fuerzas las componen; 1.° el peso propio de cada pieza: 2.° el del material que forma la cubierta: 3.° el de la nieve que puede suponerse en el pais á que pertenece el edificio; y 4.° el ocasionado por el impulso del viento. Esta última fuerza ejerce presiones variables (tabla núm. 555); pero como ellas son de corta duracion y las piezas de las armaduras resisten 10 y aun 15 veces mas de lo que se calcula, á que no llega la fuerza del viento, se podrá prescindir de ella muchas veces en los cálculos, ó poner, como se acostumbra en la zona templada, de 5^k á 20^k por 1^{m2}, correspondiente á velocidades de 6^m á 12^m por seguido. En la zona tórrida puede considerarse para carga permanente la presion de 120^k por 1^{m2}, correspondiente á una velocidad de 30^m por $1''$, que es la producida por una tempestad violenta.

La nieve, que pesa 10 veces menos que el agua, alcanza rara vez 50^c de altura; por lo que se debería suponer una carga de 50^k, pero basta sea esta de 18^k ó 25^k, segun opinion de Ardans.

TABLA de la inclinacion y peso propio y adicional que se considera por metro cuadrado en los tejados.

CLASE DE LA CUBIERTA.	INCLINACION en grados con el horizonte.	INCLINACION dada por la relacion $\frac{l}{a}$	Peso por 1^{m2} de cubierta.	Cubo de la madera por 1^{m2}.
Madera (tablas ó tejamani)...............	45°	1	60^k	$0^{m3},062$
Tejas planas; puestas con gancho y sin mezcla..............................	45° á 33°	1, á 1,53	60 á 80	0,063
Tejas ordinarias acanaladas, puestas en seco.	27 á 21	1,96 á 2,60	75 á 90	0,058
Id. id. id puestas con mezclá..	31 á 27	1,66 á 1,96	136	0,068
Pizarras antiguas, de $0^m,3\times0^m,22\times0^m,003$ (Inglesas y Francesas.).............	45 á 33	1 á 1,52	30	0,056
Id. modernas, de $0^m,64\times0^m,36\times0,005$ (id. id.) las mejores..............	20 á 15	1,53 á 3,71	27 á 38	0,056
Zinc (n.° 14).....	21 á 18	2,6 á 3,07	9	0,042
Palastro galvanizado....................	21 a 18	2,6 á 3,07	9	0,042
Mastic bituminoso..	21 á 18	2,6 á 3,07	25	0,042

En los climas frios, donde nieva mucho, se dá á los tejados 60° ó mas de inclinacion sobre el horizonte. En España de 20° á 27°.

Para averiguar con el auxilio de esta tabla el peso que por metro de longitud se considera sobre un tejado para el cálculo de la armadura, no habrá mas que saber la distancia entre las cerchas, su inclinacion y el material de la cubierta. Siendo esta de la pesada teja ordinaria acanalada puesta con mezcla á 27° y distancia 4^m de los claros entre las cerchas, y la madera de pino rojo, que dá $0,068\times660^k=45^k$ de peso por 1^{m2}, se tendrá perpendicularmente al par

$$p \cos. 27° = (45^k + 136^k + 20^k + 20^k)\ 4 = 884^k$$

por 1^m de longitud; y sobre la proyeccion horizontal

$$p = \frac{884}{0,891} = 992^k,14 \text{ ó } 992^k \text{ en números redondos.}$$

1351. ARMADURAS RECTAS.

Sean

Q = la presion recíproca de los pares.
c = la longitud de cada uno de ellos.
$2l$ = la distancia horizontal entre las paredes, ó luz del tramo.
a = la altura de la cercha.
p = peso que soporta el par por unidad de longitud de su proyeccion horizontal,
pl = carga del par en toda su longitud.
α = ángulo del par con la horizontal.

$p \cos. \alpha = p\frac{l}{c}$ = componente normal de p al par.

$p \text{ sen. } \alpha = p\frac{a}{c}$ = componente paralela al par de p.

1352. 1.° Supongamos *la armadura* (*fig.* 1. lám. 44) *sin el tirante, y compuesta únicamente de los dos pares reposando cada uno sobre los muros del edificio.* Fig. 1. Lam. 44

Esta clase de armadura se usa poco, en razon á que la variabilidad que ofrece el ángulo que forman los pares al menor peso que carga sobre ellos, obliga á trasmitir á los muros el empuje horizontal, necesitando estos, en consecuencia, un exceso de espesor que aumenta considerablemente el costo. Pero, sin embargo esta desventaja, suelen tener aplicacion dichas armaduras á casas particulares, como sucede en muchas de las de Madrid, ya porque la distancia de los muros sea corta, ya porque se pongan contrafuertes ó porque se aumente el espesor en los puntos donde se apoyen los pares. Con el fin, en este caso, de repartir uniformemente sobre el muro la presion que resulte y disminuir su accion, se colocan las cerchas tan cerca como se necesite una de otra para recibir directamente el tablero, haciendo descansar y ensamblando ó clavando los extremos de los pares á una viga corrida ó cadena empotrada sobre el muro.

Las reacciones vertical y horizontal en los puntos inferiores son

$$p\,l \quad \text{y} \quad \frac{p\,l}{2\ \text{tang.}\ \alpha}$$

y la ecuacion para hallar la escuadría de los pares (Cerero)

$$b\,h^2 = \frac{p\,l}{\mathrm{R}}\left(\frac{3}{4}\,l + \frac{h}{2\ \text{sen.}\ \alpha}\right)$$

El espesor que debe tener el muro para resistir al empuje

es
$$e = -\frac{p\,l}{\Pi\,h'} + \sqrt{\left(\frac{p\,l}{\Pi\,h'}\right)^2 - 2\,p\,l\,\frac{h' - 2\,k\ \text{tang.}\ \alpha}{2\,\Pi\,h'\ \text{tang.}\,\alpha}}$$

(h' = altura del muro. k = distancia horizontal del punto de aplicacion del empuje al centro del muro. Π = peso por 1^{m3} del material).

De esta ecuacion sale

$$\text{tang.}\ \alpha = \frac{2\,p\,l\,h'}{\Pi\,h'\,e^2 + p\,l\,e + h\,k\,p\,l}$$

Con lo cual se hallará el ángulo que deben formar los pares con la horizontal para que el muro, de espesor conocido, pueda resistir el empuje ocasionado por la armadura.

1353 2.° *Sea la armadura, en la misma figura, compuesta de dos pares y un tirante.*

Anulado por el tirante el empuje horizontal, quedará el muro sujeto únicamente á aguantar presiones verticales, siendo, en consecuencia, de mucho menos espesor.

La escuadría de los pares se hallará por la fórmula anterior, y la del tirante, siendo la seccion $\omega = b\,h$, por la

$$b\,h = \frac{p\,l}{2\ \mathrm{R}\ \text{tang.}\ \alpha}$$

En realidad, el tirante no solo resiste á la tension producida por los pares, sino tambien á la flexion ocasionada por su propio peso, especialmente cuando el espacio entre los muros es de alguna consideracion, como sucede al pasar de 6^m. Siendo p' dicho peso del tirante y aun la carga que sostenga, piso, cielo raso, &, la ecuacion del núm. 1192 $b\,h^2 = \frac{3\,p\,c^2}{4\,\mathrm{R}}$ dá $b\,h = \frac{3\,p'\,l^2}{\mathrm{R}\,h}$, pues que $p\,c = p' \times 2l$ y $p\,c^2 = hp'\,l^2$. Sumando con la anterior se tiene para el tirante

$$b\,h = \frac{p\,l}{2\,\mathrm{R}\ \text{tang.}\ \alpha} + \frac{3\,p'\,l^2}{\mathrm{R}\,h} = \frac{p\,l^2}{2\,a\,\mathrm{R}} + \frac{3\,p'\,l^2}{\mathrm{R}\,h}$$

EJEMPLO.

Sea una armadura de pino y pendiente $\frac{a}{l}=\frac{1}{2}$ ó $\alpha=26°34'$, y la cubierta de teja acanalada puesta con mezcla, lo que hace $p=\frac{220\times 4}{0,8944}=984^k$ y $p\,l=3936^k$ ó 4000^k, por ser la separacion de cerchas $d=4^m$.

Sean, además, $2\,l=8^m$ ó $l=4^m$, lo que hace $a=2^m$ y $c=\sqrt{16+4}=4^m,48$

El coeficiente R (1185) se hará $=800000$ para las piezas que como los pares resisten por presion y flexion, y 600000 para las que como el tirante resisten por tension. Tambien es $p'=\Pi\,b\,h$ y $\Pi=660^k$. Se tendrá,

Pares $\quad b\,h^2=0{,}015+0{,}0056\,h\ \begin{cases}\text{Si } h=0^m{,}28\\ b=0{,}21\end{cases}$

Tirante $\quad b\,h=0{,}0067+0{,}0528\,b\ \begin{cases}\text{Si } b=0{,}21\\ h=0{,}09\end{cases}$

Si este último fuera de hierro, $R=10000000$ á 8000000, y
$d=25$ milímetros, ó $h=40^{mil.}$ $b=13^{mil.}$ si fuera rectangular.
Si la cubierta fuese de teja plana, siendo entonces

$$p=\frac{150\times 4}{0,8944}=660^k \quad \text{y} \quad p\,l=2640^k, \quad \text{resultaría}$$

escuadría de los pares	$h=0^m,25$	$b=0^m,18$
Id. del tirante	$h=0,07$	$b=0,18$
Si este fuera de hierro	$d=22$ á 25 milímetros.	

1354. 3.° *Cuando el tirante resulta demasiado largo, de modo que se tema su flexion á no darle un exceso de escuadría, se agrega un pendolon* B D (*fig.* 1,
Fig. 1. Lám. 44. lám. 44) que sostiene el peso del tirante y el que este lleve sobre sí. Puede entonces componerse esta pieza de dos ensambladas á diente y encinchadas á uno y otro lado de la abrazadera de hierro D E.

El pendolon sostiene los $\frac{5}{8}$ del peso del tirante y piso ó $\frac{5}{8}\,p'\times 2\,l=\frac{5}{4}\,p'\,l$.

Las fórmulas para la escuadría serán, pues,

Pares $\quad b\,h^2=\frac{l}{R}\left(\frac{3}{4}p\,l+\frac{(p+\frac{5}{4}p')\,h}{2\ \text{sen.}\ \alpha}\right)$

Pendolon $\quad b\,h=\frac{5\,p'\,l}{4\,R}$

Tirante $\quad b\,h=\frac{(p+\frac{5}{4}p')\,l}{2\,R\ \text{tang.}\ \alpha}$

Cuando por economía ó escasez de material se carga el piso ó cielo raso sobre los tirantes (y no sobre las vigas compuestas á este fin), y si dicho piso fuese de madera, su peso por metro de longitud, incluso el tirante, podia ser $p'=350^k$; con lo cual y supuesta la cubierta de teja plana

$$(p+\tfrac{5}{4}p')\,l=4400^k$$

Fig. 4. 1355. 4.° *Cuando los pares son largos se coloca un poco mas arriba de su mitad*
Lám. 44. *un puente* D D (*fig.* 4 lám. 44) ensamblado directamente á caja y espiga á los pares ó sobre el extremo de las sopandas A E, A D, si no se quieren debilitar aquellos.

El puente resiste solo á la presion: de manera que la tension del tirante se puede calcular como si el tal puente no existiera, siendo su ecuacion la del primer ejemplo.

Respecto á la armadura se puede proceder de uno de estos dos modos.

1.° Considerar la parte superior DBD como una armadura independiente apoyada en los puntos DD (calculando la escuadría como anteriormente), y tratar por separado la parte restante, considerando para ello las fuerzas y modo de obrar sus componentes en las porciones DE. 2.° Proceder directamente para toda la armadura, tratando los pares como piezas apoyadas en los tres puntos ADB; en cuyo caso, siendo la presion en A y B $\frac{3}{16} p\,l \cos.\,\alpha$; y en D $\frac{5}{8} p\,l \cos.\,\alpha$, la que tiene lugar en A en sentido longitudinal del par será la suma de las componentes de las presiones en B y D $= \left(\frac{3}{16} + \frac{5}{8}\right) \frac{p\,l \cos.\,\alpha}{\text{tang.}\,\alpha}$; y la de $p\,l$ en sentido paralelo $= p\,l$ sen. α

Para la presion del puente se tiene la componente en su direccion de la presion en $D = \frac{5}{8} p\,l \frac{\cos.\,\alpha}{\text{tang.}\,\alpha}$

Para el tirante se tiene la componente horizontal del esfuerzo sobre t, menos la que produce la presion normal en el mismo punto $= \frac{13}{8} \cdot \frac{p\,l}{2\,\text{tang.}\,\alpha}$

Con esta, las ecuaciones para hallar las secciones de las piezas, supuestas rectangulares, son, (Cerero)

Par de una pieza $\quad b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16} l + \frac{h}{2\,\text{sen.}\,\alpha}\left(l + \frac{5}{8}\cos.^2\alpha\right)\right]$

Par de dos piezas $\begin{cases} \text{inferior } b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16} l + \frac{3h}{4\,\text{sen.}\,\alpha}\right] \\ \text{superior } b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16} l + \frac{h}{4\,\text{sen.}\,\alpha}\right] \end{cases}$

Puente $\quad b\,h = \frac{5}{8}\frac{p\,l}{R\,\text{tang.}\,\alpha}$; $\quad$ Tirante $\quad b\,h = \frac{13}{16}\frac{p\,l}{R\,\text{tang.}\,\alpha}$

Las armaduras como la presente y la de dos tornapuntas, en que se ofrece un punto de apoyo intermedio á los pares, sirven para doble luz con igual escuadría que la calculada de dos pares apoyados en sus extremos.

EJEMPLO.

Para igual inclinacion, de 2 por 1 y la abertura $2\,l = 12^m$, que dá $l = 6^m$, $a = 3^m$ y $c = 6^m,71$, de que salen los valores de sen. α y tang. α, siendo la cubierta de teja acanalada con mezcla, que hace $p\,l = 5900^k$, resulta

Par de una pieza $\quad h = 0^m,23 \quad b = 0^m,18$

Par de dos piezas { parte inferior, igual
parte superior, $h = 0^m,23$, $b = 0^m,17$

Para el supuesto $R = \frac{3}{4}\ 500000 = 375000$ (núm^s. 1175 y 1176), y $b\,h = 0{,}0197$ será $b = h = 14^c$

El tirante es $\quad b\,h = 0{,}02$; lo que dá $\quad b = 0^m,12$ y $h = 0^m,17$.

Si se teme la flexion del tirante y puente se pondrá el pendolon, que, siendo de hierro, bastará tenga de diámetro $d = 10^{mil^s.}$

Si la cubierta es de teja plana $p\,l = 3960^k$ y, en consecuencia,

Par de una pieza $\quad b\,h = 16^c \times 24^c$

Par de dos piezas { la superior $\quad b\,h = 14^c \times 24^c$
y la inferior $\quad b\,h = 16^c \times 24^c$

Tirante $\quad b\,h = 12^c \times 9^c$: y si es de hierro de $= 28^{mil.}$ á $30^{mil.}$

Puente $\quad b\,h = 11^c \times 12^c$.

Se vé por este ejemplo la desventaja del empleo de la teja acanalada, y lo conveniente que es y económico usarla plana, ó mejor aun cubrir las armaduras con pizarra.

Si hubiera, á mas del puente, el pendolon K Y para sostener los $\frac{5}{4}$ del peso $p'\,l$ del tirante, y el B K entonces el peso del tirante se trasmitiría íntegro al punto B, y el puente no sufriría flexion alguna.

1356. 5.° *Si se pone el pendolon y las dos péndolas indicadas en la figura*, las escuadrías, en el supuesto de ser rectangulares, se calcularían por las ecuaciones anteriores, agregando á cada uno de los segundos factores de los segundos miembros en las expresiones de los pares, los términos

$$\frac{h}{2\,\text{sen.}\,\alpha}\times\frac{51}{76}\frac{p'}{p}\ \text{al 1.°};\quad \frac{h}{4\,\text{sen.}\,\alpha}\times\frac{109}{38}\frac{p'}{p}\ \text{al 2.°},\quad \text{y}\quad \frac{h}{4\,\text{sen.}\,\alpha}\times\frac{51}{76}\frac{p'}{h}\ \text{al 3.°}$$

Del propio modo se agregaría al puente $\frac{58}{152}\,p'\,l$, y $\frac{109}{76}\frac{p'}{p}\times\frac{p\,l}{2\,\text{tang.}\,\alpha}$ al tirante; quedando las expresiones (Cerero)

Par de una pieza $$b\,h^2=\frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}l+\frac{h}{2\,\text{sen.}\,\alpha}\left(1+\frac{5}{8}\cos.^2\alpha+\frac{51}{76}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Id. de dos
- Parte inferior $$b\,h^2=\frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}l+\frac{h}{4\,\text{sen.}\,\alpha}\left(3+\frac{109}{38}\frac{p'}{p}\right)\right]$$
- Parte superior $$b\,h^2=\frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}l+\frac{h}{4\,\text{sen.}\,\alpha}\left(1+\frac{51}{76}\frac{p'}{p}\right)\right].$$

Puente $$b\,h=\frac{\left(\frac{5}{8}p+\frac{58}{152}p'\right)l}{R\ \text{tang.}\,\alpha};$$ Péndolas $$b\,h=\frac{58\,p'\,l}{152\,R}$$

Pendolon $$b\,h=\frac{102\,p'\,l}{152\,R};$$ Tirante $$b\,h=\frac{p\,l}{2\,R\ \text{tang.}\,\alpha}\left(\frac{13}{8}+\frac{109}{76}\frac{p'}{p}\right)$$

EJEMPLO.

Siendo igual la inclinacion que antes, y la luz de esta armadura $2\,l=15^m$, que dá $a=3^m{,}75$ $c=8^m{,}4$, $\text{sen.}\,\alpha=\frac{a}{c}$ $\cos.\,\alpha=\frac{l}{c}$ y $\text{tang.}\,\alpha=\frac{a}{l}$, y la cubierta de teja plana, que hace $p\,l=4950^k$; y si, además del peso del tirante, se tiene con exceso $p'=20^k$, será

$b\,h^2=0{,}0087+0{,}0105\,h$ $\begin{cases} h=0^m{,}25 \\ b=0{,}18 \end{cases}$

Para el par de dos piezas la superior es $b\,h=16^c\times 25^c$. La inferior igual á la anterior de una pieza.

El puente $b\,h=16^c\times 10^c$ (siendo $R=37500$). Si fuese de hierro redondo $d=30^{mil}$; ó si de cuadradillo, $b\,h=16\times 30$ milímetros.

El tirante es $b\,h=12^c\times 12^c$ si ha de ser de madera, ó $d=36^{mil}$ si de hierro.

El pendolon de hierro tiene sobrado con $d=10^{mil}$, y las péndolas menos.

1357. 6.° *Si la armadura es como la de la figura 2 lám. 44, de pares, tirante, pendolon y dos tornapuntas*, los pares se determinarán considerándolos como en la armadura anterior, apoyados en 3 puntos y solicitados por dos esfuerzos, uno normal y otro de presion en sentido de la longitud. Las tornapuntas son piezas que soportan un esfuerzo de presion, igual á la componente de su direccion de la fuerza normal en J. El pendolon resiste al esfuerzo de tension, compuesto del vertical trasmitido por los tornapuntas y el correspondiente al peso del tirante y piso.

El tirante, por fin, resiste tambien á la tension expresada por la componente horizontal de la presion longitudinal ejercida en A, por las que tienen lugar en B y J, y la componente paralela del peso $p\,l$, menos la ejercida en sentido contrario por la componente horizontal de la presion en $A = \frac{3}{16}\,p\,l \cos.\,\alpha$.

Las fórmulas que resultan para las escuadrías rectangulares son las siguientes: (Cerero.)

Par de una pieza $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}\,l + \frac{h}{2\,\text{sen.}\,\alpha}\left(1 + \frac{5}{8}\cos.^2\alpha + \frac{5}{8}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Id. de dos, inferior $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}\,l + \frac{h}{4\,\text{sen.}\,\alpha}\left(3 + \frac{5}{4}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Id. de dos, superior $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}\,l + \frac{h}{4\,\text{sen.}\,\alpha}\left(2 + \frac{5}{4}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Tornapuntas $$b\,h = \frac{5}{16}\frac{p\,l}{R\,\text{sen.}\,\alpha};\quad \text{Pendolon}\quad b\,h = \frac{5}{8}\,\frac{(p+p')\,l}{R}.$$

Tirante $$b\,h = \frac{p\,l}{2\,R\,\text{tang.}\,\alpha}\left(\frac{13}{8} + \frac{5}{8}\frac{p'}{p}\right)$$

EJEMPLO.

Con igual inclinacion de 2 por 1, cubierta de teja plana y la misma luz 15^m se tiene, haciendo para los tornapuntas $R = \frac{1}{4}\,500000 = 125000$, (pues que la longitud de esta es poco mayor que 48 veces el menor lado de la escuadría (núm. 1186), y $p' = 20^k$,

Pares de una pieza $b\,h = 18^c \times 28^c$, como en la anterior.

Id. de dos piezas. La inferior igual, y la superior $b\,h = 17^c \times 21^c$

Tornapuntas $b\,h = 17^c \times 17^c$ con algun exceso.

Tirante $b\,h = 12^c \times 12^c$ próximos. Si fuere de hierro $d = 32^{mil}$

Pendolon de hierro $b\,h = 0{,}00051$ } $d = 25$ milímetros.

1358. 7.° *Si la armadura tiene pendolon y dos péndolas* (*fig.* 3 lám. 44, y 471 sin el puente) el peso que estas sostengan del tirante y suelo ó cielo raso se trasmitirá á los puntos J. Las ecuaciones para las escuadrías rectangulares son, (Cerero) *Fig.* 3. Lám. 44 y 471.

Par de una pieza $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}\,l + \frac{h}{2\,\text{sen.}\,\alpha}\left(1 + \frac{5}{8}\cos.^2\alpha + \frac{218}{152}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Id. de dos, inferior $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}\,l + \frac{h}{4\,\text{sen.}\,\alpha}\left(3 + \frac{218}{152}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Id. de dos, superior $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}\,l + \frac{h}{4\,\text{sen.}\,\alpha}\left(2 + \frac{160}{152}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Tornapuntas $$b\,h = \frac{p\,l}{2\,R\,\text{tang.}\,\alpha}\left(\frac{5}{8} + \frac{58}{152}\frac{p'}{p}\right);\quad \text{Péndolas}\quad b\,h = \frac{58}{152}\,\frac{p'l}{R}$$

Pendolon $$b\,h = \frac{p\,l}{R}\left(\frac{5}{8} + \frac{160}{152}\frac{p'}{p}\right)$$

Tirante $$b\,h = \frac{p\,l}{2\,R\,\text{tang.}\,\alpha}\left(\frac{13}{8} + \frac{218}{152}\frac{p'}{p}\right)$$

Estas fórmulas solo difieren de las anteriores en la relacion $\frac{p'}{p}$

EJEMPLO.

Siendo pequeño el peso del tirante por 1^m de longitud, las dimensiones de las

piezas, para iguales datos que en los ejemplos anteriores, apenas difieren de los resultados hallados en los mismos.

El pendolon de hierro es $d = 21$ milímetros.

1359. 8.° *Si crece la abertura, de modo que el tirante necesite* 5 *en vez de* 3 *puntos intermedios de apoyo por medio del pendolon y* 4 *péndolas*, como en la figura 473 y la 1 lám. 45, los pares tendrán á su vez dos puntos de apoyo intermedios, y se podrán componer de una, dos ó tres piezes iguales si las péndolas están espaciadas por igual. El tirante se podrá tambien componer de cinco ó seis piezas ensambladas en los puntos de union con las péndolas, siendo las ensambladuras á diente y reforzadas con cinchos de hierro.

Fig. 373 y la 1. lám. 45.

Las ecuaciones para las escuadrías rectangulares, son (Cerero.)

Pares de una pieza $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{1}{15}\,l + \frac{h}{\text{sen.}\ \alpha}\left(\frac{26 - 6\ \text{sen.}^2\alpha}{60} + \frac{2197}{2640}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Id. de tres:

Inferior $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{1}{12}\,l + \frac{h}{6\ \text{sen.}\ \alpha}\left(5 + \frac{2197}{2460}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Media $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{1}{12}\,l + \frac{h}{6\ \text{sen.}\ \alpha}\left(4 + \frac{1971}{440}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Superior $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{1}{12}\,l + \frac{h}{6\ \text{sen.}\ \alpha}\left(3 + \frac{5035}{3 \times 440}\frac{p'}{p}\right)\right]$$

Tornapuntas:

Extremas $$b\,h = \frac{p\,l}{2\,R\ \text{sen.}\ \alpha}\left(\frac{11}{30} + \frac{452}{2640}\frac{p'}{p}\right)$$

Medias $$b\,h = \frac{p\,l}{3\,R\ \text{sen.}\ \alpha}\sqrt{1 + 3\ \text{sen.}^2\alpha}\left(\frac{33}{60} + \frac{878}{2640}\frac{p'}{p}\right)$$

Péndolas...

Extremas $$b\,h = \frac{452}{2640}\frac{p'l}{R}$$

Medias $$b\,h = \frac{p\,l}{R}\left(\frac{11}{60} + \frac{878}{2640}\frac{p'}{p}\right)$$

Pendolon $$b\,h = \frac{p\,l}{R}\left(\frac{11}{15} + \frac{1007}{3 \times 264}\frac{p'}{p}\right)$$

Tirante..

Parte lateral $$b\,h = \frac{p\,l}{2\,R\ \text{tang.}\ \alpha}\left(\frac{26}{15} + \frac{2197}{1820}\frac{p'}{p}\right)$$

— central $$b\,h = \frac{p\,l}{2\,R\ \text{tang.}\ \alpha}\left(\frac{41}{31} + \frac{1971}{1820}\frac{p'}{p}\right)$$

EJEMPLO.

Sea la luz $2\,l = 20^{m}$, é igual pendiente 2 por 1 y cubierta de teja plana. Será

$$a = 5^{m} \quad c = 11^{m},18, \quad \text{sen.}\ \alpha = \frac{a}{c} \quad \text{tang.}\ \alpha = \frac{a}{l}$$

R = como antes y lo mismo p'

Par de una pieza $b\,h^2 = 0{,}0053 + 0{,}0081\,h$ } $b\,h = 15^{c} \times 22^{c}$

Id. de 3 piezas.
- Inferior $b.\ h = 18^{c} \times 24^{c}$
- Media $b.\ h = 18^{c} \times 23^{c}$
- Superior $b.\ h = 18^{c} \times 22^{c}$

Tornapuntas
- Extremas $b.\,h = 11^{c} \times 18^{c}$
- Medias. $b.\,h = 16^{c} \times 18^{c}$

Péndolas de hierro
- Extremas $d = 5^{\text{mil.s}}$
- Medias $d = 12^{\text{mil.s}}$

Péndolas de hierro $b.h = 0{,}000509 \} d = 25^{\text{mil.}}$

Tirante.... $\begin{cases} \text{Parte lateral} & b.h = 11^c \times 18^c \\ \text{— central} & b.h = 8^c \times 18^c \end{cases}$

Conviene dar al tirante, cuando sea de madera, escuadría igual en todo él á la que resulte mayor.

1360. 9.° *Cuando la luz es ya de las mayores que se acostumbra con este género de armaduras de tornapuntas oblícuas y tirante recto, como las de* 30^m *á* 40^m, *dando lugar á seis péndolas* y por consiguiente á tres puntos de apoyo intermedios para los pares ó apoyados en cinco puntos, y el tirante en nueve, como sucede en la *fig.* 2 lam. 45 y con la armadura (*fig.* 474) que Betancourt hizo para el picadero de Moscow, prescindiendo de los puentes y concibiendo tornapuntas desde los extremos inferiores del pendolon, y péndolas á las cabezas de estas, las ecuaciones para las escuadrías de las piezas serán las siguientes: (Cerero.) *Fig.* 2, Lám. 45. *Fig.* 474.

Pares.................. $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{15}{1286}\,l + \frac{h}{304 \text{ sen. } \alpha}\,(261 - 33 \text{ sen.}^2\,\alpha)\right]$$

Tornapuntas
- Superiores....... $b\,h = \dfrac{29}{304}\,\dfrac{p\,l}{R \text{ sen. } \alpha}$
- Medias .... $b\,h = \dfrac{131}{304}\,\dfrac{p\,l}{3R\text{sen.}\alpha}\sqrt{1 + 3 \text{ sen.}^2\,\alpha}$
- Inferiores........ $b\,h = \dfrac{109}{304}\,\dfrac{p\,l}{3R\text{sen.}\alpha}\sqrt{1 + 8 \text{ sen.}^2\,\alpha}$

Tirante.....
- Partes centrales... $b\,h = \dfrac{565}{304}\,\dfrac{p\,l}{3\,R \text{ tang. } \alpha}$
- — intermedias. $b\,h = \dfrac{232}{304}\,\dfrac{p\,l}{R \text{ tang. } \alpha}$
- — laterales ... $b\,h = \dfrac{261}{304}\,\dfrac{pl}{R \text{ tang. } \alpha}$

Péndolas...
- Centrales..........$b\,h = \dfrac{29}{304}\,\dfrac{p\,l}{R}$
- Extremas..........$b\,h = \dfrac{131}{304}\,\dfrac{2\,p\,l}{3\,R}$

Pendolon........................ $b\,h = \dfrac{109}{304}\,\dfrac{p\,l}{R}$

EJEMPLO.

Se supone la armadura de pino é igual inclinacion que las anteriores, y la luz $2\,l = 40^m$, que dá $l = 20^m$, $a = 10^m$, $c = 24^m{,}5$; y la cubierta de teja plana, que hace $p = \dfrac{150 \times 4}{0{,}8944} = 660^k$ ó $p\,l = 13200^k$, y R el valor de presion (tabla 1175 y 1176) que corresponde á los pares y tornapuntas, y el de tension de los tirantes (tabla 1181), siendo

Pares $b\,h^2 = 0{,}00386 + 0{,}034\,h \;\}\; h.\,b = 28^c \times 18^c$

Tornapuntas $R = \frac{1}{4}\,50000 = 125000$
- Inferiores $b\,h = 0{,}0247 = 14^c \times 18^c$
- Medias $b\,h = 0{,}0454 = 18^c \times 25^c$
- Central $b\,h = 0{,}0476 = 18^c \times 26^c$

En realidad debiéramos haber tomado $R = \frac{1}{7}\,500000$ para los tornapuntas medios, y $R = \frac{1}{15}\,500000$ para los centrales como lo requiere su longitud: pero en el supuesto de hallarse de algun modo sujetos estos tornapuntas, el valor de R puede aumentar hasta su máximo.

Péndolas. . . { Intermedias..... $b.\,h = 8^c \times 8$
Extremas .... $b.\,h = 5^c \times 5^c$

Si son de hierro redondo { Intermedias $d = 22$ á $25^{\text{mil.s}}$
Extremas $d = 13$ á $15^{\text{mil.s}}$

Pendolon $b\,h = 9^c \times 9^c$: y si es de hierro $d = 25$ á 30 milímetros.

Tirantes.... { Parte central $b.\,h = 15^c \times 18^c$
— intermedia $b.\,h = 18^c \times 18^c$
— laterales $b.\,h = 18^c \times 21^c$ } Debe procurarse sean todas iguales á la mayor cuando, como aquí, es el tirante de madera.

1361. Si en todo este género de armaduras se hiciesen los pares de hierro, convendría darles la forma de doble T, en cuyo caso el 1.er miembro de las ecuaciones anteriores sería $\frac{b\,h'^3 - b'\,h''^3}{h'}$, como se explica en el número 1198. Y si dichas vigas fuesen de celosía simétrica el primer miembro se escribiria $b\,\frac{h'^3 - h''^3}{h'}$. En el 2.° miembro, prescindiendo del coeficiente numérico que afecta á $\frac{1}{\text{sen.}\ \alpha}$, el 2.° término es $\frac{h}{\text{sen.}\ \alpha} = \frac{b\,h^2}{b\,h\ \text{sen}\ \alpha}$; y para nuestro caso $\frac{1}{\text{sen.}\ \alpha}\,\frac{b\,h^3 - b'\,h'^3}{h\,(b\,h - b'\,h')}$; cuyo 2.° factor dá un valor menor que h. Si, pues, suponemos en todas las ecuaciones de los pares que el h representa siempre la mayor altura de la viga, habrá un pequeño exceso en el resultado, en beneficio de la seccion, un poco mayor de lo que realmente debe ser. En este concepto los segundos miembros de todas estas ecuaciones quedarán los mismos sin necesidad de complicarlos por la sustitucion de h con su verdadero valor, poco diferente del que se obtenga.

1362. Armaduras á lo Polonceau ó de pendolon bifurcado.

Las armaduras acabadas de exponer pueden ser de hierro en todo ó en parte. En este último concepto los pares serán de madera, ó los pares y el tirante, y aun los tornapuntas; haciendo de hierro dulce el pendolon y péndolas y aun el tirante. Si el puente ó tornapuntas fuesen de hierro se empleará el colado ó fundido, á causa de resistir estas piezas á la presion.

Fig. 1 y 2 lám. 46 Cuando la armadura toda, ó toda menos los pares ha de ser de hierro, se prefiere darles la formas que se manifiesta en las figuras, 1 y 2 lám. 46, sin pendolon, ó haciendo las veces de este las dos barras B H que del vértice vienen simétricamente á unirse al tirante y tornapunta normal.

El tirante central H H′, como los extremos A H, pueden estar en la horizontal A A′, ó bien algo levantado el primero, segun es uso mas frecuente en práctica: disposicion la última que tiene la ventaja de dejar mas espacio (como conviene á los almacenes de depósito) y de hacer mas elegante la armadura; pero resultando algo mas costosa que la de tirante horizontal, á causa del exceso de seccion de las barras.

1363. 1.° *Cuando el espacio que se ha de cubrir no pasa de* 18^m *á* 30^m, *se puede hacer la armadura con un solo tornapunta ó biela* C H. Por esta disposicion resultan las ecuaciones siguientes, siendo la seccion rectangular (Cerero).

Par $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}\,l + \frac{h}{2\,\text{sen.}\,\alpha'}\left(\cos.\,(\alpha-\alpha') + \frac{5}{8}\cos.\,\alpha\,\cos.\,\alpha'\right)\right]$$

Tornapunta C H $$b\,h = \frac{5}{8}\,p\,l\,\frac{\cos.\,\alpha}{R}$$

Pendolon B H $$b\,h = p\,l\,\frac{\cos.\,\alpha}{R\cos.\,\alpha'}\left(\frac{\text{sen.}\,\alpha\,\cos.\,\alpha'}{\text{sen.}\,(\alpha+\alpha')} - \frac{3}{16}\right)$$

Tirantes... A H $$b\,h \text{ ú } \omega = \frac{13}{16}\,\frac{p\,l\cos.\,\alpha}{R\,\text{sen.}\,\alpha'}$$

Tirantes... H H′ $$\omega = \frac{p\,l\cos.\,\alpha\cos.\,\alpha'}{R\,\text{sen.}\,(\alpha+\alpha')}$$

El coeficiente R es para el tornapunta R = 4000000 ó $\frac{1}{5}$ de 20000000 (núm.s 1175 y 1176); ó bien R = 1000000 si, por ser la tornapunta mayor de 60 veces la menor dimension de su seccion, fuera preciso tomar $\frac{1}{20}$ del anterior valor 20000000. Para las demás piezas es R = 8000000 á 10000000, segun la calidad del hierro ó alambre.

1364. 2.° Aunque esta armadura de tirantes inclinados es la mas generalmente usada entre las de su especie, *suele tambien emplearse con el tirante horizontal* cuya disposicion produce alguna economía en las piezas, algo mas delgadas por los menores esfuerzos que sufren. Su escuadría se calcula por las fórmulas siguientes (Cerero),

Pares $$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{3}{16}\,l + \frac{h}{2\,\text{sen.}\,\alpha}\left(1 + \frac{5}{8}\cos^2\alpha\right)\right]$$

Tornapuntas $$b\,h = \frac{5\,p\,l\cos.\,\alpha}{8\quad R}$$ Pendolones R H $$b\,h = \frac{5}{16}\,\frac{p\,l}{R\,\text{tang.}\,\alpha}$$

Tirantes extremos $$b\,h = \frac{13}{16}\,\frac{p\,l}{R\text{tang.}\alpha}$$ Tirante central $$b\,h = \frac{p\,l}{2\,R\,\text{tang.}\,\alpha}$$

EJEMPLOS.

Supongamos una armadura cuyos pares sean de celosía á doble T con cabezas iguales, teniéndose los datos siguientes:

$2\,l = 30^m$ ó $l = 15^m$; $\alpha = 30°$, $\alpha' = 15°$, que dán, sen. $\alpha = 0{,}5$, cos. $\alpha = 0{,}866$, sen $\alpha' = 0{,}2588$, cos. $\alpha' = 0{,}966$, sen. $(\alpha+\alpha')$ = sen. 45° = 0,707, cos. $(\alpha-\alpha')$ = = 0,966, y tang. $\alpha = 0{,}5773$. Podemos hacer, siguiendo el método del ejemplo siguiente y siendo la cubierta de zinc, $p = 3000^k$, que dá

$$p\,l = \frac{3000}{\cos.\,30°} = 3464 \text{ ó } 3500^k.$$ R = 8000000 y R = 10000000 segun arriba.

1.ª *Tirantes inclinados*

Pares. $$b\,\frac{h'^3 - h''^3}{h'} = 0{,}00123 + 0{,}001254\,h'$$

Si $h'' = 0^m{,}15$ y $b = 0^m{,}1$ $$h'^3 - 0{,}01254\,h'^2 - 0{,}0123\,h' - 0{,}003375 = 0$$

$h' = 0^m{,}185$ satisface la ecuacion; siendo asi $h' - h'' = 3^c{,}5$ el espesor de las cabezas, que las compodrán una plancha de $1^c{,}2$ y las escuadras de $0^c{,}6$

Si fuese $h'' = 0^m{,}2$, teniendo mas peralto la viga, resultaría $h' = 0^m{,}226$, ó $h' - h'' = 2^c{,}6$ para el espesor de las cabezas, compuestas cada una de una plancha de $0^c{,}8$ de gruesa y las escuadras de otra de $0^c{,}5$.

La tornapunta C H es $$\omega = \frac{5}{8}\,3500\,\frac{0{,}866}{10000000} = 0{,}001894$$

Esta seccion corresponde á un cuadrado de $4^c,23$ de lado; y puede hacerse una biela ó barra de 4 nervios de $1^c,5$ á 2^c de salida.

El pendolon BH es

$$\omega = 3500 \frac{0,866}{8000000 \times 0,2588} \left(\frac{0,5 \times 0,966}{0,707} - \frac{3}{16} \right) = 0,000726$$

que dá para una barra cuadrada $b = 2^c,7$

El tirante AH es $\omega = \frac{13}{16} 3500 \frac{0,866}{8000000 \times 0,2588} = 0,00119$

y dá $b' = 3^c,44$

El tirante horizontal es $\omega = 3500 \frac{0,866 \times 0,966}{8000000 \times 0,707} = 0,000528$

que dá $b'' = 2^c,30$

2.° *Tirantes en la horizontal de los apoyos.*

Pares $\left\{ b \frac{h'^3 - h''^3}{h'} = 0,00123 + 0,00064256 h' \right.$

$\left. \begin{array}{l} h'' = 0^m,15 \\ \text{y } b = 0^m,1 \end{array} \right\}$ dan $h'^3 - 0,0064256 h'^2 - 0,0123 h' - 0,003375 = 0$

$h' = 0^m,176$ satisface esta ecuacion, siendo $h' - h'' = 2^c,60$ para el espesor de las cabezas, dividido en dos planchas cada una de $0^c,8$ y las escuadras de $0^c,5$.

Siendo $h'' = 0^m,2$ y $b = 0^m,1$ resulta $h' = 0^m,223$ ó $h' - h'' = 2^c,3$ para las cabezas, compuestas de una plancha de 7^{mil} y las escuadras de 5^{mil}.

El tornapunta es $\omega = \frac{5}{8} 3500 \frac{0,866}{1000000} = 0,001894$ y dá $b = 4^c,35$

El pendolon $\omega = \frac{5}{16} \frac{3500}{8000000 \times 0,5773} = 0,000239 \} b' = 1^c,54$

El tirante extremo, $\omega = \frac{13}{16} \frac{3500}{8000000 \times 0,5773} = 0,000616 \left\{ b' = 2^c,5 \right.$ próximamente.

El tirante central $\omega = \frac{3500}{2 \times 8000000 \times 0,5773} = 0,000379 \} b''' = 2^c$ próx^{te}.

Fig. 3 y 4 lám. 46. **1365.** 3.° *Para las armaduras con tres bielas* (*fig.* 3 y 4, lám. 46) cuyos pares son piezas apoyadas en 5 puntos, sobre cada uno de los cuales existen las fuerzas
Fig. 3. normales expresas en la figura, se tiene lo que sigue.

Tirantes inclinados (*fig.* 4.)

La fuerza vertical pl que actúa en A y la normal $\text{N A} = \frac{43}{304} p l \cos. \alpha$, se descomponen en el sentido del par y del tirante AH, y dan la pl en sentido del par

$$p l \frac{\cos. (\alpha - \alpha')}{\text{sen} \alpha'} \qquad (a)$$

y en sentido del tirante $\quad p l \frac{\cos. \alpha}{\text{sen.} \alpha'} \qquad (b)$

La 2.ª N A dá en sentido de AC $\quad \frac{43}{304} p l \cos. \alpha \frac{\cos. \alpha'}{\text{sen.} \alpha'}, \qquad (c)$

en sentido de AH $\quad \frac{43}{304} p l \frac{\cos. \alpha}{\text{sen.} \alpha'} \qquad (d)$

1366. La difererencia de (*a*) (*c*) y (*b*) (*d*) (pues que dichas componentes actúan en sentido contrario unas de otras) será

$$\frac{pl}{\text{sen. }\alpha'}(\cos.\ (\alpha-\alpha') - \frac{43}{304}\cos.\ \alpha\cos.\ \alpha') = \frac{261}{304}p\,l\frac{\cos.\ \alpha\cos.\ \alpha'}{\text{sen}\ \alpha'} + pl\,\text{sen.}\ \alpha = \text{P} \quad (1)$$

presion en A

y la otra $\frac{261}{304}p\,l\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen}\ \alpha'} = \text{T}$ tension del tirante A E (2)

En el punto E existe la presion $\text{C E} = \frac{58}{304}p\,l\cos\alpha$; la cual, apreciada en sentido de A E y E G, dá

$$\frac{58}{304}p\,l\frac{\cos.\ \alpha\cos.\ \alpha'}{\text{sen.}\ 2\alpha'} = \frac{29}{304}p\,l\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen.}\ \alpha'} = \text{T},\quad \text{tension de EG y GF.} \quad (3)$$

Sobre H existe

la presion sobre G trasmitida á $\text{H} = \frac{102}{304}p\,l\cos.\ \alpha$, y la resultante de E G, G F

$$\text{R}_{,} = \frac{58}{304}p\,l\cos.\ \alpha.$$

Su suma es $\frac{102}{304}p\,l\cos. + \frac{58}{304}p\,l\cos.\ \alpha = \frac{160}{304}p\,l\cos.\ \alpha$ (4)

Trasmitida esta en sentido del pendolon H B y tirante H H', dá

en sentido B H $\frac{160}{304}p\,l\cos.\ \alpha\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen.}\ (\alpha+\alpha')}$, (a')

en sentido H H' $\frac{160}{304}p\,l\cos.\ \alpha\frac{\cos.\ \alpha'}{\text{sen.}\ (\alpha+\alpha')}$ (b')

La tension (2) menos la (3) dará la tension del tirante E H, y es

$$\frac{261}{304}pl\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen.}\ \alpha'} - \frac{29}{304}pl\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen.}\ \alpha'} = \frac{232}{304}p\,l\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen.}\ \alpha'} = \text{T}'$$

Apreciada como la anterior, será

en sentido B H $\frac{232}{304}pl\frac{\cos\ \alpha}{\text{sen.}\alpha'}\cdot\frac{\text{sen.}\ (\alpha-\alpha')}{\text{sen.}\ (\alpha+\alpha')}$ (c')

en sentido H H' $\frac{232}{304}p\,l\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen.}\ \alpha'}\cdot\frac{\text{sen.}\ 2\alpha'}{\text{sen.}\ (\alpha+\alpha')}$ (d')

La suma de (a') y (c') será la tension del pendolon A F,

$$p\,l\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen.}\ \alpha'}\left(\frac{\text{sen.}\ \alpha\cos.\ \alpha'}{\text{sen.}\ (\alpha+\alpha')} - \frac{72}{304}\right) = \text{T}_{\prime\prime} \quad (5)$$

y la diferencia (b') (d') dará la tension del tirante central H H', que es

$$p\,l\frac{\cos.\ \alpha\cos.\ \alpha'}{\text{sen.}\ (\alpha+\alpha')} = \text{T}''$$

La expresion (5) mas la tension (3) producida por el tornapunta D F sobre F B, $= \frac{29}{304}p\,l\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen.}\ \alpha'}$, será la tension total de B F, representada por

$$p\,l\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen.}\ \alpha'}\left(\frac{\text{sen.}\ \alpha\cos.\ \alpha'}{\text{sen.}\ (\alpha+\alpha')} - \frac{43}{304}\right) = \text{T}'_{\prime\prime}$$

Para hallar la fórmula de resistencia que dé las dimensiones del par observarémos, que esta pieza se halla solicitada por una fuerza de flexion y otra de presion que debemos determinar.

La última es la presion P (1), de la cual tendrémos que restar la presion

correspondiente á una parte A C ó A G, segun que se trate de hallar las dimensiones de una ú otra de estas porciones. Tratando solo de la A C, la presion sobre C será

$$P - p\,\frac{l}{4}\,\text{sen.}\,\alpha = \frac{p\,l}{304\,\text{sen.}\,\alpha'}\,(261\cos.\alpha\cos.\alpha' + 228\,\text{sen.}\,\alpha\,\text{sen.}\,\alpha') = P'$$

Y si ω es la seccion, $\frac{P'}{\omega}$ será la presion longitudinal por unidad de superficie, ó $\frac{P'}{bh}$ si esta es rectangular.

Respecto á la fuerza de flexion, observarémos que para la misma pieza A C la suma de los momentos de la normal y paralela es

$$\frac{43}{304}p\,l\cos.\alpha \times A\,C - \frac{1}{2}p\cos^2\alpha \times A\,C^2 = \frac{5}{1216}p\,l^2 \qquad \left(\text{por ser } A\,C = \frac{\frac{1}{4}l}{\cos.\alpha}\right)$$

y $R = \frac{5}{1216}p\,l^2\,\frac{n}{I}$ por unidad de superficie; ó siendo esta rectangular, que hace

$$n = \frac{h}{2} \qquad I = \frac{b\,h^3}{12}, \qquad R = \frac{5}{1216}p\,l^2\,\frac{6}{b\,h^2} = \frac{30}{1216}\,\frac{p\,l^2}{b\,h^2}$$

y sumada con la anterior y despejada bh^2

$$b\,h^2 = \frac{p\,l}{R}\left[\frac{30}{1216}\,l + \frac{h}{304\,\text{sen.}\,\alpha'}\,(261\cos.\alpha\cos.\alpha' + 228\,\text{sen.}\,\alpha\,\text{sen.}\,\alpha')\right]$$

Las demás ecuaciones para las diferentes secciones de las piezas son

Tornapuntas ó bielas extremas $\quad b\,h = \frac{58}{304}\,\frac{p\,l\cos.\alpha}{R}$

La del medio $\quad b\,h = \frac{160}{304}\,\frac{p\,l\cos.\alpha}{R}$

Pendolon:
- Parte inferior H F...... $b\,h = \frac{p\,l\cos.\alpha}{R\,\text{sen.}\,\alpha'}\left(\frac{\text{sen.}\,\alpha\cos.\alpha'}{\text{sen.}\,(\alpha+\alpha')} - \frac{72}{304}\right)$
- Parte superior B F...... $b\,h = \frac{p\,l\cos.\alpha}{R\,\text{sen.}\,\alpha'}\left(\frac{\text{sen.}\,\alpha\cos.\alpha'}{\text{sen.}\,(\alpha+\alpha')} - \frac{43}{304}\right)$

Péndolas G E, G F.................. $b\,h = \frac{29}{304}\,\frac{p\,l\cos.\alpha}{R\,\text{sen.}\,\alpha'}$

Tirantes:
- A E.................. $b\,h = \frac{261}{304}\,\frac{p\,l\cos.\alpha}{R\,\text{sen.}\,\alpha'}$
- E H.................. $b\,h = \frac{232}{304}\,\frac{p\,l\cos.\alpha}{R\,\text{sen.}\,\alpha'}$
- HH'.................. $b\,h = \frac{p\,l\cos.\alpha\cos.\alpha'}{R\,\text{sen.}\,(\alpha+\alpha')}$

bh será $\frac{1}{4}\pi d^2 = 0{,}785\,d^2$ cuando los hierros sean circulares, y b^2 cuando cuadr.os

Si se quieren estas fórmulas en funcion de las líneas que pueden ser dadas, l, c, a y β, c' (longitud de la biela mayor y tirante A H) se hará, $\cos.\alpha = \frac{l}{c}$, $\text{sen.}\,\alpha = \frac{a}{c}$, $\text{sen.}\,\alpha' = \frac{\beta}{c'}$, $\cos\alpha' = \frac{c}{2c'}$

Ejemplo.

Sea la luz $2l = 40^m$ ó $l = 20^m$, y como antes $\alpha = 30°$, $\alpha' = 15°$, $\text{sen.}\,\alpha = 0{,}5$

$\cos. \alpha = 0{,}866$, $\text{sen.}\, \alpha' = 0{,}2588$, $\cos. \alpha' = 0{,}966$, $\text{sen.}\, (\alpha + \alpha') = 0{,}707$; de que resulta $a = l.\ \text{tang.}\ \alpha = 20^m \times 0{,}5773 = 11^m{,}546$, $e = \sqrt{a^2 + l^2} = 23^m{,}1$;

tirante $\text{A H} = \dfrac{c}{2 \cos. \alpha'} = 11^m{,}96$, $\quad \text{E G} = \dfrac{c}{4 \cos. \alpha'} = 5^m{,}98$.

Biela $\quad \text{G H} = 11{,}96\ \text{sen.}\ \alpha' = 3^m{,}09$, $\quad$ y la $\text{C E} = 1^m{,}545$.

Siendo tambien la separacion de cerchas de 3^m y la cubierta de zinc sobre 23 viguetas de pino de $10^c \times 10^c$ y tablas de $23^{mil.}$ ó una pulgada de espesor,

El peso próximo por cada cercha será

Por $23{,}1 \times 12^k =$......	277^k
Biela grande..........	60
Las pequeñas, (las dos)	60
Tirantes..............	180
Madera................	1400
Zinc..................	583
Nieve y viento........	1640
	4200^k

Será así, $\quad p\,l = \dfrac{4200}{\cos. 30^0} = 4850^k$

Son, tambien, $R = 8000000$, para tirantes, pares y pendolones.

y $\quad R = 1000000$ para los tornapuntas.

El par es de hierro laminado de doble T, con espesor de 6^{mil} la plancha vertical. Supuestas iguales las cabezas, se tiene para los pares

$$\frac{b'\,h'^3 - b''\,h''^3}{h'} = 0{,}0003 + 0{,}00191\,h'$$

Sea, $h'' = 0^m{,}20$, $b' = 0^m{,}10$; y pues que $b' - b'' = 0^m{,}006$, y por consiguiente, $b'' = 0^m{,}094$ resultará $h'^3 - 0{,}0191\,h'^2 - 0{,}003\,h' - 0{,}00752 = 0$

Ecuacion á que satisface con ligero exceso $h' = 0^m{,}21$, siendo el espesor de las cabezas $h' - h'' = 0^m{,}01$

Este espesor dá lugar á una escuadra por cada cabeza de $5^{mil.}$

(Si los pares fueran de celosía, resultaría $h' - h'' = 0^m{,}014$. Las escuadras tendrán, pues, 7^{mil} de grueso.)

El tornapunta del medio es $\omega = \dfrac{160}{304}\ \dfrac{4850 \times 0{,}866}{1000000} = 0{,}00221$; que dá $b = 0^m{,}047$

Los extremos $\quad \omega = \dfrac{58}{304}\ \dfrac{4850 \times 0{,}866}{1000000} = 0{,}0008$; que dán $b = 0^m{,}0283$.

Estas superficies se harán corresponder á sólidos con nervios figurando bielas.

Pendolon.........	HF...... $\omega = 0{,}000905$	de donde	$b = 3^c$
	BF...... $\omega = 0{,}0010985$	de donde	$b = 3^c{,}30$
Péndolas.........	GE, GF .... $\omega = 0{,}0001934$	y de aquí	$b = 1^c{,}40$
Tirantes.........	AE...... $\omega = 0{,}001741$	de donde	$b = 4^c{,}17$
	EH...... $\omega = 0{,}001547$		$b = 3^c{,}97$
	HH'..... $\omega = 0{,}000717$		$b = 2^c{,}68$

1367. 4.° El comandante Cerero, en su memoria sobre armaduras, propone la siguiente (*fig.* 4, l.ª 46) *con dos tornapuntas normales, para servir á luces medias,* *Fig.* 4, Lám. 46. pues de emplear para ellas las armaduras de una sola tornapunta resulta á los pares una seccion excesiva y no poco á las demás barras; y de emplear las de

El tirante es horizontal, y las fórmulas para el cálculo de las dimensiones de las diversas piezas son las siguientes.

Pares $$b h^2 = \frac{p l}{R}\left[\frac{1}{15} l + \frac{h}{30 \text{ sen. } \alpha}(26 - 6 \text{ sen.}^2 \alpha)\right]$$

Tornapuntas
- CD......... $b h = \frac{11}{30} p l \frac{\cos. \alpha}{R}$
- FD......... $b h = \frac{33}{60} p l \frac{\cos. \alpha}{R}$

Péndolas FD.......... $b h = \frac{11}{30} \frac{p l}{2 R \text{ tang. } \alpha}$

Pendolon BH......... $b h = \frac{33}{60} \frac{p l}{R} \frac{\sqrt{1 + 3 \text{ sen.}^2 \alpha}}{3. \text{ sen. } \alpha}$

Tirante
- AD........... $\omega = \frac{26}{30} \frac{p l}{R \text{ tang. } \alpha}$
- DH........... $\omega = \frac{41}{60} \frac{p l}{R \text{ tang. } \alpha}$
- HH'.......... $\omega = \frac{p l}{2 R \text{ tang. } \alpha}$

1368. *Puede tambien hacerse esta armadura con el tirante* H H' *sobre la horizontal* A A' *y los* A H *inclinados*, tal como se manifiesta en la figura 5, lám. 46.

Procediendo en el cálculo como anteriormente, resulta para las dimensiones de las piezas,

Pares $$b h^2 = \frac{p l}{R}\left[\frac{1}{15} l + \frac{2}{3} \frac{h}{\text{sen. } \alpha'}(\cos. (\alpha - \alpha') + \frac{3}{10} \cos. \alpha \cos. \alpha')\right]$$

Tornapunta pequeña CD $\omega = \frac{11}{30} \frac{p l \cos. \alpha}{R}$

Id. grande FH. $\omega = \frac{33}{60} \frac{p l \cos. \alpha}{R}$

Péndola FD .... $\omega = \frac{11}{60} \frac{p l \cos. \alpha}{R \text{ sen. } \alpha'}$

Pendolon BH........... $\omega = \frac{p l \cos. \alpha}{20 R \text{ sen. } \alpha'} \left(\frac{\text{sen. } (\alpha + \alpha') + 9 \text{ sen. } \alpha \cos. \alpha'}{\text{sen. } (\alpha + \varphi)}\right)$

Tirantes
- AD........... $\omega = \frac{26}{30} \frac{p l \cos. \alpha}{R \text{ sen. } \alpha'}$
- DH........... $\omega = \frac{p l \cos. \alpha}{2 R \text{ sen. } \alpha'}$
- HH'.......... $\omega = \frac{p l \cos. \alpha}{20 R \text{ sen. } \alpha'} \left(\frac{\text{sen. } (\varphi - \alpha') + 9 \cos. \alpha' \text{ sen. } \varphi}{\text{sen. } (\alpha + \varphi)}\right)$

EJEMPLO.

Sea $2l = 34^m$ ó $C = 17^m$, y como antes $\alpha = 30°$, $\alpha' = 15°$, sen. $\alpha = 0{,}5$, cos. $\alpha = 0{,}866$, sen. $\alpha' = 0{,}2588$, cos. $\alpha' = 0{,}966$, tang. $\alpha' = 0{,}268$, y por tanto tang. $\varphi = 2$ tang. $\alpha' = 0{,}536$ y $\varphi = 28°11'$, sen. $\varphi = 0{,}4723$, sen. $(\varphi - \alpha') =$ sen. $13° 11' = 0{,}228$, sen. $(\alpha + \varphi) =$ sen. $58°11' = 0{,}8498$.

La cubierta es de zinc, y $p l = 4000^k$ próximamente con algun exceso.

Se tiene, $AB = 19^m,6$ $AH = 13,52$ $BH = 7,41$ $FH = 3,48$ $CD = \frac{1}{2} FH$
$AD = DF = DH = 6,76$ $HH' = 3^m,94$

$R = 8000000$ y $R = 1000000$ para los tornapuntas

1.° Pares $$\frac{b'h'^3 - b''h''^3}{h'} = 0,000566 + 0,001567\, h'$$

Son de palastro de doble T, con la plancha vertical de 6^{mil} de espesor y

$h'' = 0^m,2$ | $h'^3 - 0,01567\, h'^2 - 0,00566\, h' - 0,00752 = 0$
$b' = 0,1$ | $h' = 0^m,16$ satisface con algun exceso esta ecuacion, lo que hace
$b' - b'' = 0^m,006$ | $h' - h'' = 1^c,5$. Bastarian, pues, las escuadras de $7^{mil},5$ de
ó $b'' = 0,094$ | espesor.

2.° Siendo los pares de celosía de doble T, resultaría para iguales datos

$$h'' = 0^m,2 \quad \text{y} \quad b' = 0^m,1$$
$$h'^3 - 0,01567\, h'^2 - 0,00566\, h' - 0,008 = 0$$

Ecuacion á que satisface $h' = 0^m,216$, dando $h' - h'' = 1^c,6$ para el espesor de las cabezas, ó poco mas que en el caso anterior.

Se vé, pues, que el espesor que toman las vigas que componen los pares es por este sistema, trayendo todos á una luz, un término medio próximo del que corresponde á las armaduras de una y de tres tornapuntas.

Tornapunta C D..... $\omega = \frac{11}{30}\frac{4000 \times 0,866}{1000000} = 0,00127$ y $b = 3^c,56$

Id. F H..... $\omega = 0,0019$ de donde $b = 4^c,39$

Péndola F D..... $\omega = \frac{11}{60}\frac{3464}{8000000 \times 0,2588} = 0,000307$ $b = 1^c,90$

Pendolon B H..... $\omega = 0,00081$.......................... $b = 2^c,84$

Tirantes A D..... $\omega = 0,00145$.......................... $b = 3^c,83$
Tirantes D H..... $\omega = 0,000836$.......................... $b = 2^c,90$
Tirantes H H'.... $\omega = 0,00013$.......................... $b = 1^c,14$

Si en todas estas armaduras se quiere poner pendolon central, como sin necesidad hacen en algunas partes, bastará tenga 5^{mil} de diámetro.

1369. Armaduras rectas de tirante inclinado.

Puede suceder que las condiciones del edificio donde ha de colocarse la armadura, exijan que el tirante se levante formando dos como los que representa la fig. 4, lám. 45 ó las siguientes.

1.ª *Sea primeramente la sencilla armadura (fig. 4, lám. 45) de tirante bifurcado, puente y pendolon.* Fig. 4, lám. 45.

Siendo $p\,l$ la fuerza vertical igual á la reaccion del apoyo, que obra de abajo arriba, y $\frac{3}{16}\, p\, l \cos.\alpha$ la normal en el mismo punto, si se descomponen ambas en sentido del par y tirante, dará las diferencias respectivas,

Presion longitudinal del par en $$A = p\, l \left(\frac{13}{16}\frac{\cos.\alpha \cos.\alpha'}{\text{sen.}\alpha'} + \text{sen.}\alpha\right) \quad (1)$$

Tension del tirante A C $$T = \frac{13}{16}\, p\, l\, \frac{\cos.\alpha}{\text{sen.}\alpha'} \quad (2)$$

Presion del puente segun D D' $$P = \frac{5}{8}\frac{p\, l}{\text{tang.}\alpha} \quad (3)$$

Descompuesta la (2) en sentido del pendolon y tirante, se tiene para la tension de aquel, duplicada por efecto del tirante A' C

$$T' = \frac{13}{8}\, p\, l\, \frac{\cos.\alpha}{\text{sen.}\alpha'}\, \text{sen.}(\alpha - \alpha')$$

La ecuacion para la escuadría del par será

$$b\,h^2 = \frac{p\,l}{16\,R}\left[3\,l + \frac{h}{\text{sen. }\alpha'}(13 \cos.\ \alpha \cos.\ \alpha' + 8 \text{ sen. } \alpha \text{ sen. } \alpha')\right]$$

1370. Las dimensiones de las diversas piezas en las siguientes armaduras de tornapuntas y tirantes inclinados, se calculan del propio modo que las anteriores. Son, tambien, sencillas las fórmulas que siguen.

Fig. 1 lám. 45. **1371.** 2.° **Armadura de 2 tornapuntas.**

El par como los de la figura 1, lám. 45.

Tornapuntas $P = \frac{11}{30} p\,l \frac{\cos.\ \alpha}{\cos.\ \gamma}$ $P' = \left(\frac{11}{30} p\,l + T\right)\frac{\cos\ \alpha}{\cos.\ \delta}$

Péndolas $p = P\frac{\text{sen. }\gamma'}{\text{sen. }\theta}$ $p' = 2\,P'\frac{\text{sen. }\delta'}{\text{sen. }\theta}$

Tirantes inclinados.

$$T = \frac{p\,l}{2 \text{ tang. } 6} \qquad T' = \frac{26}{30} p\,l \frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen. } 6} \qquad T'' = T' + \left(p' - \frac{11}{30} p\,l\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen. } 6}$$

Fig. 5. **1372.** 3.° **Armadura de 3 tornapuntas.** (*fig.* 5)

Los pares por las fórmulas anteriores ó por medio de las relaciones $\frac{R\,I}{n} = \frac{3}{8} p\,c'^2$ $\frac{R\,I}{n} = \frac{1}{14} p\,c'^2$, momentos de flexion, el primero con relacion á los puntos inmediatos á los extremos, el segundo con relacion al punto central.

(c' =distancia entre apoyos inmediatos ó entre cada dos tornapuntas).

Tornapuntas.

$$P = \frac{58}{304} p\,l \frac{\cos.\ \alpha}{\cos.\ \gamma} \qquad P' = \left(\frac{102}{304} p\,l + p\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\cos.\ \delta} \qquad P'' = \left(\frac{58}{304} p\,l + p'\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\cos.\ \lambda}$$

Péndolas.

$$p = \frac{58}{304} p\,l \frac{\cos.\ \alpha}{\cos.\ \gamma} \times \frac{\text{sen. }\gamma'}{\text{sen. }\theta} = P\frac{\text{sen. }\gamma'}{\text{sen. }\theta} \qquad p' = P'\frac{\text{sen. }\delta'}{\text{sen. }\theta} \qquad p'' = 2\,P''\frac{\text{sen. }\lambda'}{\text{sen. }\theta}$$

Tirantes inclinados.

$$T = \frac{p\,l}{2 \text{ tang. } 6} \qquad T' = \frac{261}{304} p\,l \frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen. } 6} \qquad T'' = T' + \left(p - \frac{58}{304} p\,l\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen. } 6}$$

$$T''' = T'' + \left(p' - \frac{102}{304} p\,l - p\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen. } 6} \qquad T^{IV} = P''\frac{\text{sen. }(\lambda + \alpha)}{\text{sen. }\theta}$$

Fig. 6. **1373.** 4.° **Armadura de 4 tornapuntas.** (*fig.* 6)

La flexion máxima sobre los apoyos P P‴ y P′ P″, es

$$\frac{R\,I}{n} = \frac{4}{38} p\,c'^2 \qquad \frac{R\,I}{n} = \frac{3}{38} p\,c'^2$$

Tornapuntas.

$$P = \frac{43}{190} p\,l \frac{\cos.\ \alpha}{\cos.\ \gamma} \qquad P' = \left(\frac{37}{190} p\,l + p\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\cos.\ \delta} \qquad P'' = \left(\frac{37}{190} p\,l + p'\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\cos.\ \lambda}$$

$$P''' = \left(\frac{43}{190} p\,l + p''\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\cos.\ \rho}$$

Péndolas.

$$p = P\frac{\text{sen. }\gamma'}{\text{sen. }\theta} \qquad p' = P'\frac{\text{sen. }\delta'}{\text{sen. }\theta} \qquad p'' = P''\frac{\text{sen. }\lambda'}{\text{sen. }\theta} \qquad p''' = 2\,P'''\frac{\text{sen. }\rho'}{\text{sen. }\theta}$$

Tirantes.

$$T = \frac{p\,l}{2 \text{ tang. } 6};\ T' = \frac{35}{38} p\,l \frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen. } 6};\ T'' = T' + \left(p - \frac{43}{190} p\,l\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen. } 6};$$

$$T''' = T'' + \left(p' - \frac{37}{190} p l - p\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen. } 6};\ T^{IV} = T''' + \left(p'' - \frac{43}{190} p l - p'\right)\frac{\cos.\ \alpha}{\text{sen. } 6};\ T^{V} = P'''\frac{\text{sen. }(\rho + \alpha)}{\text{sen. }\theta}$$

1374. 5.° **Armaduras de 5 tornapuntas.** (*fig.* 7). Fig. 7.

Los momentos de máxima flexion en los puntos P P^{IV}, P′ P‴ y P^{V}, son respectivamente $\frac{RI}{n}=\frac{11}{104}p\,c'^2$ $\quad \frac{RI}{n}=\frac{1}{13}p\,c'^2$ $\quad \frac{RI}{n}=\frac{9}{104}p\,c'^2$

Tornapuntas.

$$P=\frac{452}{2640}p\,l\frac{\cos.\,\alpha}{\cos.\,\gamma}\qquad P'=\left(\frac{652}{2640}p\,l+\mathrm{p}\right)\frac{\cos.\,\alpha}{\cos.\,\delta}\qquad P''=\left(\frac{2186}{2640}p\,l+\mathrm{p}'\right)\frac{\cos.\,\alpha}{\cos.\,\lambda}$$

$$P'''=\left(\frac{652}{2640}p\,l+\mathrm{p}''\right)\frac{\cos.\,\alpha}{\cos.\,\rho}\qquad P^{IV}=\left(\frac{452}{2640}p\,l+\mathrm{p}'''\right)\frac{\cos.\,\alpha}{\cos.\,\sigma}$$

Péndolas.

$$\mathrm{p}=P\frac{\text{sen.}\,\gamma'}{\text{sen.}\,\theta}\qquad \mathrm{p}'=P'\frac{\text{sen.}\,\delta'}{\text{sen.}\,\theta}\qquad \mathrm{p}''=P''\frac{\text{sen.}\,\lambda'}{\text{sen.}\,\theta}\qquad \mathrm{p}'''=P'''\frac{\text{sen.}\,\rho'}{\text{sen.}\,\theta}$$

$$\mathrm{p}^{IV}=2\,P^{IV}\frac{\text{sen.}\,\sigma'}{\text{sen.}\,\theta}$$

Tirantes.

$$T=\frac{p\,l}{2\,\text{tang.}\,\beta}\qquad T'=\frac{2197}{2640}p\,l\frac{\cos.\,\alpha}{\text{sen.}\,\beta}\qquad T''=T'+\left(\mathrm{p}-\frac{452}{2640}p\,l\right)\frac{\cos.\,\alpha}{\text{sen.}\,\beta}$$

$$T'''=T''+\left(\mathrm{p}'-\frac{652}{2640}p\,l-\mathrm{p}\right)\frac{\cos.\,\alpha}{\text{sen.}\,\beta}\qquad T^{IV}=T'''+\left(\mathrm{p}''-\frac{2186}{2640}p\,l-\mathrm{p}'\right)\frac{\cos.\,\alpha}{\text{sen.}\,\beta}$$

$$T^{V}=T^{IV}+\left(\mathrm{p}'''-\frac{652}{2640}p\,l-\mathrm{p}''\right)\frac{\cos.\,\alpha}{\text{sen.}\,\beta}\qquad T^{VI}=P^{IV}\frac{\text{sen.}\,(\sigma+\alpha)}{\text{sen.}\,\theta}.$$

1375. En esta clase de armaduras los pares se componen muchas veces de dos escuadras unidas, (como hemos visto para algunas de las anteriores), en cuyo intérvalo reciben los tornapuntas, péndolas y extremos de los tirantes, roblonando unas con otras estas piezas.

Una cercha de este género de tirantes inclinados puede soportar sobradamente 12 toneladas de peso.

Cuando el tirante, á mas de ser inclinado, tiene una parte del centro horizontal, como sucede en las dos últimas figuras, se hallará este sometido á una tension igual á la que soportaría el tirante horizontal simple, mas la resultante paralela de los esfuerzos que solicitan el tornapunta y tirante.

La última armadura, de 43^{m} de luz, pertenece á una estacion de Liverpool, y tiene los pares de doble T, de 0^{m},23 de altura con planchas de 0^{m},62 de anchas. Los tornapuntas son de simple T, de 0^{m},08, y los tirantes cilíndricos, de rádio variable, segun las fórmulas anteriores.

Este sistema de armaduras, que con alguna mas complicacion inútil se vé en las estaciones de Leon y Bilbao, tienen el inconveniente de que los primeros tornapuntas se hallan tan inclinados que no les permite llenar cumplidamente las funciones á que están destinados, marcándose la tendencia á formar flexion por su propio peso y el de la carga que deben soportar.

1376. ARMADURAS CURVAS.

Se emplean estas armaduras

1.° Cuando el espacio que se ha de cubrir requiere mucha altura desembarazada y sin obstáculos que la dividan en sentido vertical; porque se presta á la supresion del tirante mejor que las armaduras rectas, sin que por esto deba en-

tenderse que no ejercen empuje contra los muros, cuyos espesores deberán calcularse en consecuencia de estos esfuerzos.

2.° Cuando hay que cubrir aberturas considerables en las que el valor de la materia es muy superior al de la mano de obra, pues aun cuando la ejecucion de las cerchas curvas en general es mas costosa que la de las rectas, como tienen mayor resistencia ó exigen menos material relativo, hay un límite, pasado el cual la economía de este compensa el mayor costo de aquella.

3.° Cuando se destinan á reemplazar las obras de fábrica en la construccion de bóvedas delicadas y costosas, exigidas por las condiciones arquitectónicas del edificio á que se aplican, por adaptarse á todas las formas hasta las mas complicadas.

1377. La disposicion mas sencilla de una cercha curva es la formada por una pieza de figura curvilínea cualquiera, cuyas dos extremidades se apoyan en los muros laterales que limitan el espacio que se ha de cubrir, y cuya concavidad está dirigida hácia la parte inferior. La cubierta que descansa en ella directamente es una superficie cilíndrica, por lo cual tiene que formarse con planchas metálicas encorvadas para que puedan unirse á aquella, y modeladas para que tampoco se altere su figura primitiva con los cambios de temperatura.

A la cercha anterior se la puede colocar un tirante con el fin de impedir que los muros resistan su empuje, pudiéndose tambien agregar pendolon por iguales razones que en las armaduras rectas, y una ó varias péndolas y tornapuntas laterales, porque la mayor resistencia de la forma curva permite emplear la cercha sencilla entre límites mucho mayores que los admitidos para la recta con tirante, haciéndose preciso sostener este por otros puntos á mas del central.

Las triangulaciones que tienen por objeto proporcionar puntos de apoyo intermedios á los pares ya estudiados, pueden reemplazarse con un arco cuya seccion dependerá de la del número de aquellos, puesto que las cargas que debe soportar el arco aumentarán á medida que sea mayor el número de puntos de trasmision de las fuerzas. Inversamente sucederá con los pares, cuyas secciones irán decreciendo tanto mas cuanto menores resulten los intérvalos entre los apoyos hasta llegar al límite en que puede considerarse que toda la carga de estas se trasmite uniformemente distribuida en el arco, resultando entonces un máximo la seccion de este y un mínimo la de aquella.

Las construcciones modernas, despues del gran desarrollo que ha adquirido en ellas el empleo del hierro laminado, presentan variados ejemplos de armaduras curvas, en las cuales se han aplicado contra el arco y el tirante los mismos sistemas de triangulaciones interiores, formados por tornapuntas y péndolas, con objeto de disminuir la flexion de los arcos y sus escuadrías á consecuencia de la reduccion que se efectúa en sus amplitudes con los puntos intermedios de apoyo.

Tres sistemas principales se han adoptado en la práctica:

1.° Tornapuntas oblícuas y péndolas verticales.

2.° Tornapuntas normales al arco y péndolas oblícuas.

3.° Tornapuntas verticales y aspas ó cruces de San Andrés.

En todos ellos los trazados se hacen del mismo modo que en las piezas rectas. Los tirantes trasmiten á las péndolas los esfuerzos trasversales que no pueden ser destruidos en el tirante.

Se comprende ahora, 1.° Las cerchas formadas por un arco contínuo, sin tirante ó con él; y 2.° los diversos casos de arcos triangulados.

Independientemente del sistema de cercha adoptado, y como propiedad inherente á todas las cubiertas curvas, manifestamos desde luego el inconveniente que ofrece el presentar á la salida de las aguas una pendiente variable que vá dismi-

nuyendo desde el arranque al vértice, cuya tangente es horizontal: por lo cual es muy comun se presenten vias de agua en toda la longitud de la cubierta á lo largo de la generatriz superior del cilindro. Así, cuando el edificio cubierto es de los que necesitan luz vertical se remedia este inconveniente haciendo planas las dos vertientes de la linterna de cristales que se construye á las inmediaciones del caballete. En los edificios que no necesitan linternas se suelen colocar estos planos inclinados á partir de cierta distancia del vértice en direccion de la tangente del punto de partida. En los arcos góticos disminuye desde luego este inconveniente, llegando casi á desaparecer en los muy apuntados.

Otra objecion para la aplicacion del sistema es el relativo al modo de ensamblar las piezas de madera que forman el arco si se emplea este material; pues debiendo resistir dichas piezas por la continuidad de la forma cuando no hay apoyos en los puntos de ensamble, y no existiendo aquella continuidad, se hace preciso reducir el límite del trabajo del material, perdiendo por esta razon toda la ventaja de la mayor resistencia que ofrece la forma curva. La introduccion del hierro para la formacion del arco, así como las triangulaciones comprendidas por esta y el tirante, permiten salvar aquellas dificultades sin perjuicio de las condiciones económicas.

Las cerchas rebajadas y de gran amplitud, parabólicas y circulares sin tirante, se han explicado ya al tratar de la resistencia de las piezas curvas, y mas adelante se tratará de las ojivas y cúpulas. Los apoyos inmediatos de estas cerchas son unas zapatas de rodilla alrededor de la cual rotula la armadura obedeciendo á los diversos esfuerzos que la solicitan, sin producir por esto mal efecto en el muro. Cuando los arcos tienen tirantes que destruyan el empuje horizontal se los hace reposar en zapatas simples fijas en la mampostería.

1378. Cuando hay una bóveda que impide la colocacion del tirante (*fig.* 466, *Fig.* 466
lám. 44) se ensamblan los pares á un poste ó puntal A B enlazándose cada dos Lám. 44.
piezas con un puente y mangueta B D, cuyas dimensiones halla M. Ardant por las fórmulas de la tabla siguiente.

INCLINACION DEL TEJADO.	PARES.	POSTES.	
2 de base por 1 de altura.	$bh^2 = 0{,}00000104\,Pl$	$bh^2 = 0{,}00000226\,Pl$	El espesor de los puentes y manguetas es proporcionalmente una parte del hallado para los postes.
3......... 2.......	$bh^2 = 0{,}00000104\,Pl$	$bh^2 = 0{,}00000202\,Pl$	
1......... 1.......	$bh^2 = 0{,}00000105\,Pl$	$bh^2 = 0{,}00000163\,Pl$	

P = peso de uno de los espacios comprendidos entre dos centros de cercha á cercha.
l = semi-luz.

Para las construcciones de este género con maderas escogidas se pueden cargar las cerchas hasta $\frac{1}{6}$ en vez de $\frac{1}{10}$ del peso de rotura, que es como están calculadas estas fórmulas : en cuyo caso basta multiplicar los coeficientes numéricos por $\frac{6}{10}$.

1379. Las propias fórmulas sirven tambien para armaduras mas complicadas (*fig.* 467), en que la luz sea considerable, repartiendo el espesor hallado para los *Fig.* 467
pares entre estos y los puntales *ab*....; y el de los postes entre sí mismos y el puntal de refuerzo *c d*, cuya anchura será igual á la del poste.

Aplicacion hecha por M. Ardant á las armaduras del picadero de Pont-á-Musson.

$2l = 18$ metros.

Inclinacion del techo $= 27°$.

Longitud del par $= 10^m,75$.

Distancia de las armaduras $= 3^m,5$.

Peso de la cubierta por metro cuadrado.

50 tejas puestas......................................	90^k
1 metro cuadrado de tablado con su clavazon	19
2 metros de longitud de los cabios de $0^m,1 \times 0^m,1$............	14
	123^k

Peso de la cubierta por todo el espacio de cada semi-cercha $= 10,75 \times 3,5 \times 123$	4628^k
Cubo próximo de una semi-cercha $= 2^{m3},5$: su peso..................................	1500
Peso próximo de las viguetas y riostras........	600
	6728 ó bien $= 7000^k = P$.

La escuadría del par será entonces

$$b h^2 = 0,00000104 \times 7000 \times 9 = 0,06552.$$

Haciendo $b = 0^m,20$, se tiene $h = 0^m,572$, ó $h = 0^m,58$.

Para el poste es $b h^2 = 0,00000226 \times 7000 \times 9 = 0,14238$

Si $b = 0^m,40$ $h = 0^m,596$ ó $h = 0^m,60$.

Esta escuadría, repartida entre las dos piezas que forman el poste, dá para cada uno $0^m,20$ por $0^m,30$.

Tabla de M. Morin para las escuadrías de los pares y demas piezas en esta clase de armaduras: inclinados aquellos á 3 de base por 2 de altura, y cargados de 400^k por cada metro de longitud de la proyeccion horizontal.

LUZ de la armadura.	ESCUADRÍA del par.	ESCUADRÍA de los puntales y manguetas.	ESCUADRÍA puntales de refuerzo.	ESCUADRÍA del poste.
m	cent.	cent.	cent.	cent.
24	20×25	20×20	12,5×25	20×25
22	20×22	20×20	12,5×22	20×25
20	20×20	20×20	12,5×20	20×25
18	15×20	15×20	12,5×18	15×15
16	15×18	15×15	12,0×16	15×15
14	15×15	15×15	12,0×15	15×15

Figs. 469 y 470. **1380.** Las armaduras propuestas por Emy (*fig.s* 469 y 470) como las que construyó en el almacen de Marac, se componen de una cercha exterior de piezas rectas, unidas por manguetas á otra cercha interior circular de piezas curvas, sujetas entre sí con cinchos de hierro y pernos. La cercha recta sufre los $\frac{2}{3}$ del peso de la cubierta y $\frac{1}{3}$ la cercha curva. Las escuadrías de las piezas de la primera se calculan por las fórmulas anteriores haciendo $P = \frac{2}{3}$ del peso que sobre ella carga.

En cuanto á las cerchas circulares se aplicarán las fórmulas siguientes de M. Ardant, que sirven igualmente para otras de arcos simples ó que no están acompañadas de piezas rectas. El empuje de esta clase de armaduras sobre los muros que las sostienen es cerca de $\frac{1}{5}$ del peso que mantienen, que debe llevarse en cuenta para calcular el espesor de aquellos.

REPARTIMIENTO de la carga.	EMPUJE al nivel del arranque.	DESCENSO del vértice ó punto de suspension de la carga.	ESCUADRÍA DE LOS ARCOS EN METROS. Seccion rectangular.	Seccion circular.
Uniformemente sobre la circunferencia	0,16 P	$0{,}031 \frac{P l^3}{E b h^3}$	$b h^2 = \frac{P}{R}(0{,}599 h + 0{,}27 l)$	$r^3 = \frac{P}{R}(0{,}124 r + 0{,}062 l)$
Uniformemente sobre la proyeccion horizontal.	0,22 P	$9{,}084 \frac{P l^3}{E b h^3}$	$b h^2 = \frac{P}{R}(0{,}680 h + 0{,}25 l)$	$r^3 = \frac{P}{R}(0{,}200 r + 0{,}044 l)$
Suspendida en el vértice.	0,32 P	$0{,}023 \frac{P l^3}{E b h^3}$	$b h^2 = \frac{P}{R}(0{,}597 h + 0{,}55 l)$	$r^3 = \frac{P}{R}(0{,}200 r + 0{,}212 l)$
Suspendida hácia el medio del rádio.........	0,28 P	$0{,}173 \frac{P l^3}{E b h^3}$		

P = peso que soporta el arco = $\frac{1}{3}$ del total en las armaduras de Emy
l = rádio medio del arco
r = rádio de su seccion trasversal
R = coeficiente de fractura á la tension = 300000 (tabla, núm. 1185), para arcos compuestos de planchas de madera.
E = coeficiente de elasticidad = 500000000 (tabla, núm. 1185).

Estas mismas fórmulas sirven para los arcos de hierro, fundido ó forjado, haciendo en ellas R = 5000000 y E = 1200000000.

1381. **Armaduras curvas con tirante, pendolon y tornapuntas.**

Siendo primeramente el arco de círculo rebajado, se le puede considerar parabólico, segun ya lo hemos dicho y visto por convenir las fórmulas para uno y otro género. *Las reacciones verticales* en los extremos producidas por el peso de la cercha y la sobrecarga uniformemente distribuida en la cuerda, son

$$P = p\,a = A\,P$$

Y la seccion horizontal ó empuje

$$Q_{,} = \frac{p\,a^2}{2\,b} = P\,Q$$

El ángulo α de la resultante R, con la componente Q es dado por la ecuacion

$$\text{tang. } \alpha = \frac{P}{Q} = \frac{2b}{a}$$

Y la resultante $$N = \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{P}{\text{sen. } \alpha} = \frac{Q}{\text{cos. } \alpha}$$

Tornapuntas. Tirada la tangente $x\,y$ y por Q su paralela Q g, esta será la resultante R′ de los esfuerzos que actúan en F contra la tornapunta F E, representados gráficamente por $P\,g = \frac{1}{2}\,p\,a = p'$ y $P\,Q = Q_{,}$ y se tendrá

$p' = Q \text{ tang. } 6 \qquad N' = \sqrt{Q^2 + p'^2} = \frac{Q}{\cos. 6} \qquad \text{tang. } 6 = \frac{p'}{Q} = \frac{2bp'}{pa^2}$

Si $p' = \frac{1}{2} p a$, $\text{tang. } 6 = \frac{b}{a}$

Se hallaría de la propia manera el valor de cada uno de los ángulos 6 para diferentes tornapuntas que hubiese mas, en funcion de la reaccion vertical $p'' \ldots p''' \ldots$ y la horizontal Q, siendo $p'' = Q \text{ tang. } 6'$ $p''' = Q \text{ tang. } 6''$ &.

Para el esfuerzo de presion sobre el tornapunta, se tira paralela á F E la P h que será el valor de la presion medida en la escala. Si se lleva el trazado al punto F, tomando $Fi = Ph \Rightarrow R_{,}$, se tendrá apreciando la cota y la vertical p' en sentido del rádio $R_{,} = \frac{p' \cos. 6}{\cos. \gamma} = \frac{Q \text{ sen. } 6}{\cos. \gamma} = \frac{p a^2 \text{ sen. } 6}{2 b \cos. \gamma}$

Pendolon. Apreciada la fuerza anterior en el pendolon B E y llamando t la tension resultante de esta, se tiene, doblando por causa del otro tornapunta,

$$t - 2 R_{,} \cos. (6 + \gamma) = \frac{p a^2}{6 \cos. \gamma} \text{ sen. } 6 \cos. (6 + \gamma)$$

1382. *Tension del tirante.*

Es igual á la reaccion horizontal Q mas la que tiene lugar por el tornapunta

$$T = Q + \theta$$

Para la última θ se toma $Oq = \frac{1}{2} t$, y tirada la $q s$ paralela á g Q se tendrá la tension E s engendrada por los tornapuntas, cuyo valor es

$$\theta = \frac{p' - \frac{1}{2} t}{\text{tang. } 6}$$

Así, la anterior fórmula será

$$T = \frac{p a^2}{2 b} + \left[Q \text{ tang. } 6 - \frac{p a^2}{2 b \cos. \gamma} \text{ sen. } 6 \cos. (6 + \gamma) \right] =$$
$$= \frac{p a^2}{2 b} \left(1 + \text{tang. } 6 - \frac{\text{sen. } 6 \cos. (6 + \gamma)}{\cos. \gamma} \right)$$

EJEMPLO.

Fig. 7. Para ejemplo de este género de cerchas tomamos la que representa la (*fig.* 7) construida por Fairbairn para la cubierta de su taller de máquinas. Las dimensiones se manifiestan en el mismo dibujo. El arco, de simple T y 90/90/9,5 tiene de seccion $0^m,00171$; la separacion de cerchas es de $3^m,35$, $a = 7^m,62$, que dá para las reacciones $P = 3750^k$, $Q = 3750^k$, y la resultante $N = 5300^k$. Así, el trabajo del arco en los nacimientos, suponiendo que la resultante en este punto pase al $\frac{1}{3}$ del arco en el intradós, será

$$R = \frac{5300}{1710 - \frac{1}{3} 1700} = 4^k,6$$

Los tornapuntas del medio soportan un esfuerzo de 2250^k y tienen una seccion de 1200^{mil^2}, trabajando por unidad de superficie $R' = \frac{2250}{1200} = 1^k,87$: trabajo de la tercera parte á la mitad en razon á la gran diferencia que existe entre la longitud y la menor dimension trasversal.

Los tornapuntas extremos se hallan sometidos á un esfuerzo de 1800^k, teniendo una seccion de 660^{mil^2}. Su trabajo es $R = 2^k,7$ por milímetro cuadrado, ó algo más que los anteriores.

El tirante horizontal, elevado $\frac{1}{13}$ de la luz ó $1^m,17$, resiste al empuje horizontal

3750^k y á la tension producida por la reaccion de los tornapuntas extremos = = 1800^k, en todo 5550^k. Su diámetro es de 0,031 y la seccion de 754^{mil2}; por consiguiente, su trabajo

$$R=\frac{5550}{754}=7^k,4$$

Los tirantes inclinados de igual diámetro y seccion que el anterior, han de resistir el esfuerzo 6000, su trabajo será

$$R=\frac{6000}{754}=7^k,64$$

El pendolon está sometido á un esfuerzo de 2400^k = suma de las componentes verticales de la carga sobre los tornapuntas; y su diámetro 0^m,02 y la seccion 314^{mil2} hacen

$$R=\frac{2400}{314}=7^k,64$$

Las péndolas solo soportan 1050^k y sin embargo tienen la misma seccion que el anterior. Pudiera tener una de 15^{mil} y aun el trabajo resultaría $R=5^k,56$.

Fácilmente se podría, al seguir esta marcha en otra figura cualquiera, determinar las fórmulas de los diferentes esfuerzos que solicitan cada pieza de los que la compongan.

1383. **Armadura de tornapuntas ó manguetas normales.**

La cercha (*fig.* 9, lám. 46) correspondiente á la estacion de Liverpool, difiere de la anterior en que los tornapuntas, en vez de trasportar las cargas de los nacimientos al vértice, las trasporta del vértice á los nacimientos. Se compone esta armadura de un arco muy rebajado de 36^m de rádio y 46^m,33 de luz, de forma de doble T unido con escuadras y alma de palastro. Las manguetas y tornapuntas son tambien de doble T, terminadas en un hilo de diámetro variable que forma los diversos tirantes inclinados, por cuyos puntos de encuentro se puede hacer pasar un arco de 59^m de rádio. Las manguetas se hallan espaciadas 7^m, la distancia entre cerchas es 8^m, la carga acidental 80^k por 1^{m2} ó 640^k por 1^m de longitud y el ángulo en el centro 80° ó $\varphi=40°$ *Fig.* 9. Lám. 46.

La reaccion vertical sin tener en cuenta las manguetas y tirantes es

$$P=p\,\rho\,\varphi=16022^k$$

Y la horizontal $$Q=1,298\,P=20797^k$$

Con estos datos se pueden determinar las diversas tensiones de los tirantes. La del correspondiente á los nacimientos, que es el que mas trabaja, soporta un esfuerzo de 50000^k y teniendo un diámetro de 0^m,085 su resistencia es $R=8^k,9$ por 1^{mil2}. La mayor compresion es de 46000^k, y para el mismo diámetro de 0^m,085 y seccion, es $R=8^k,14$. Con el diámetro 0^m,092 solo trabaja á 6^k.

Por medio del trazado gráfico representado en la figura se obtienen con bastante exactitud en práctica todas las tensiones.

Tiradas las componentes $P=AB=p\rho\varphi$, y $Q=BC=1,298\,P$, y admitiendo sin error sensible que estos arcos rebajados forman la curva de equilibrio (segun ya se ha dicho), se sudivide AD proporcionalmente á los puntos de division del arco ó se proyectan las manguetas en AB, y se tiran las líneas CC′, CC″.... y las BB'_2, $B''B_2$.... paralelas á las manguetas. Las primeras serán los esfuerzos verticales y las segundas las que actúan en sentido de las propias manguetas. Conocido todo esto solo falta componer las fuerzas entre sí para hallar las tensiones de los tirantes y las presiones del arco.

Empezando por la mangueta KG al lado opuesto del semiarco de la izquierda, se llevará de K á G la longitud KK′ = BB′, carga que actúa sobre dicha normal,

Descompuesta esta resultante en sentido de los tirantes KF y KL se tendrán las fuerzas. K t y K t' ó tensiones de estos tirantes. La Kt' estimada en sentido de la normal dará la FR, que será la porcion de carga que se ha de agregar á la BB' para tener el esfuerzo total sobre FV. Este esfuerzo total $=$ FR $+$ JK'' $=$ FR $+$ BB' se descompone segun los tornapuntas JE y JG, cuyos valores J t'' y J t''' serán las tensiones de los mismos. Por cada uno de estos viene una contrapresion á la mangueta JF, medida por la cantidad JR, componente de las J t_3 por cada lado. De modo que el esfuerzo definitivo ó la compresion sobre FJ$=$F'R$+$JK,$-$ 2 JR.

Para hallar la *tension del tirante horizontal* JK se estimará la presion de FJ en sentido Jb' tomado J$a$$=$presion FJ y ab' perpendicular á Fa, y la Jb' será la tension de JK.

La tension de EJ es tambien la presion de EJ sobre la prolongacion EJ$d'$$=Jd$ limitada por la perpendicular ad á la Fa.

Presion sobre EI. Se estimará primeramente la tension Jt_3 en sentido de la mangueta, lo que equivale á tomar E$t_3$$=Jt_3$ y tirar la t_3R$_3$ paralela á la tangente en E; y la ER$_3$ será la carga por causa del tirante ó tornapunta EJ. Existe, además, la componente C,B$_2$ del peso ó reaccion vertical en E; la cual llegada de I á E, produce la resultante It_5 que representa la tension ID, y se obtendrá tirando la St_6 paralela á IH, y la t_6R$_4$ perpendicular á la mangueta SI, resultando la SR$_4$ para la contrapresion que se debe restar de la total, siendo así,

Presion sobre EI $=$ C'B$_2$ $+$ IS $-$ SR$_4$

Tension de IJ. Se toma en la escala I$e$$=$ á los esfuerzos sobre EI y se tira la ef perpendicular á Ie hasta hallar la prolongacion de IJ; teniendo asi la If para medir la tension del tirante IJ.

Tension de ID. Ya se ha determinado antes estimando en la direccion ID la presion de EI y hallado It_6.

Presion sobre DH. Se estima primero la tension de ID en sentido de la mangueta, como se hizo antes, llevando esta tension de D á t_7, y tirando la t_7R$_5$ paralela á la tangente en D se tiene DR$_5$ para el esfuerzo trasmitido por la tornapunta. La carga normal es C$_2$B$_3$$=$HS', y componiéndole en HT, la longitud Ht_8, que representará la tension de HT ocasionada por la mangueta DH, se tendrá la S,R$_6$ que representará la contrapresion que se debe restar de las fuerzas anteriores sobre DH. Será, así,

Presion sobre D $=$ HS, $+$ DR$_5$ $-$ S,R$_4$:

Tension de HI. Tomadas las anteriores fuerzas sobre DH desde D á h y tirada la Hm perpendicular á Dh hasta la prolongacion de HI, se tendrá la Hm para expresion de la tension en HI.

Tension de TH. Se obtendrá llevando sobre HD la resultante de las presiones sobre DH de H á S$_2$, de que se quitará S$_2$R$_6$ antes obtenido, y por el punto S$_3$ se tirará la S$_3$$t_9$ paralela á AH y la t_3H será la tension de TH.

Tension de AH. Se tomará en HT la longitud H$t_{10}$$=$ tension de TH, y tirada la t_{10}R$_7$ paralela á la tangente en H hasta el rádio TT, y la longitud R$_7$T será la carga suplementaria sobre el arco. Tirada $t_{10}r$ paralela á AT y la TR$_8$ perpendicular á aquella, y tomada sobre TR$_8$ la Tr, luego la AR$_9$ paralela á TR$_8$ y llevando el esfuerzo TR$_8$ sobre el rádio en A, se tendrá la longitud AR$_{10}$ que, agregada á la carga primitiva C$_3$B$_4$ medirá el esfuerzo sobre A, y es

Esfuerzo en A $=$ AR$_{10}$ $+$ C$_3$B$_4$

Si se lleva este esfuerzo de A á n, la perpendicular np al rádio hasta la prolongacion de AH determinará la tension AP del tirante AH.

La presion en el arco es en todos los puntos la perpendicular al rádio tirado por bajo del arco para hallar la tension de cada tornapunta.

1384. **TABLA de las dimensiones de varias armaduras en arco de círculo desde 4ᵐ de luz hasta 20ᵐ bajo la amplitud de 120°.**

Luz.	Montea *b*	Rádio *r* ó ρ	Distancia de las cerchas.	Rectificacion del arco φ	Distancia de las viguetas	Reaccion vertical. P	Reaccion horizontal. Q	Valores de N en los arranques.	Dimensiones del arco.	Seccion del arco.	Dimensiones de las viguetas.	Diámetro del tirante.	Seccion del tirante.	Peso de la cercha.	Peso por 1m2
m	m	m	m	m	m	kil.	kil	kil.	Simple T	m2	Simple T	m	m2	kil.	kil.
4	1,15	2,309	3	4,82	0,8	695	533	971	40/36/6	0,000420	50/46/7	0,010	0,000079	130	10,85
5	1,44	2,885	3	6,03	0,76	850	651	1,065	50/46/7	623	50/46/7	0,011	95	185	12,24
6	1,73	3,465	3,5	7,25	1,03	1150	881	1,440	60/35/8	856	60/55/8	0,012	0,000113	240	11,40
									Doble T						
7	2,02	4,040	3,5	8,44	1,40	1355	1037	1,693	80/41/3	764	80/41/3	0,013	133	276	11,25
8	2,31	4,620	4	9,66	1,38	1815	1392	2,276	80/41/3	764	100/43/5	0,015	176	425	13,25
9	2,60	5,200	4	10,87	1,36	2040	1564	2,537	80/41/3	764	100/43/5	0,016	201	480	13,35
10	2,88	5,770	4	12,06	1,34	2275	1737	2,848	100/43/5	0,001118	100/43/5	0,017	227	574	14,35
11	3,17	6,350	4	13,27	1,47	2490	1889	3124	100/43/5	1118	100/43/5	0,018	254	590	13,40
12	3,46	6,930	4	14,48	1,45	2715	2077	3308	120/45/5	1319	100/43/5	0,018	284	683	14,23
13	3,75	7,500	4	15,67	1,42	2945	2250	3685	120/46/5	1319	100/43/5	0,019	284	745	14,32
14	4,04	8,090	4	16,91	1,40	3185	2433	3986	120/46/6	1439	100/43/5	0,020	314	820	14,62
15	4,33	8,660	4	18,10	1,40	3400	2606	4263	120/47/7	1539	100/43/5	0,021	346	905	15,10
16	4,62	9,210	4	19,31	1,38	3645	2793	4566	140/47/6	1660	100/43/5	0,022	380	990	15,47
17	4.91	9,820	4	20,52	1,46	3840	2948	4814	140/47/3	1660	100/43/5	0,022	380	1025	15,50
18	5,20	10,40	4	21,73	1,44	4065	3120	5100	160/48/10	2142	100/43/5	0,023	415	1120	15,55
19	5,50	11,00	4	22,99	1,43	4300	3300	5390	160/48/10	2142	100/43/5	0,023	415	1190	15,65
20	5,77	11,54	4	24,12	1,42	4470	3434	5597	160/49/11	0,002462	100/43/5	0,024	0,000452	1310	16,37

1385. ARCOS GOTICOS Ú OJIVOS METÁLICOS. (*)

En este género de arcos se deben considerar, para el equilibrio, la reaccion P aplicada en los arranques, (representando la que tiene lugar por el peso de la cercha y carga accidental), y otra inclinada segun la tangente tirada del vértice al arco; la cual reemplaza la horizontal de los arcos circulares y se halla aplicada á los arranques. Esta reaccion inclinada se descompone en dos, una horizontal, que es el empuje, y otra vertical, que concurre con la primera al equilibrio y determina la carga aplicada al vértice de cada arco.

Admitiendo la carga uniformemente repartida en el arco, la *reaccion vertical* es

$$P = p \rho \varphi$$

(ρ = rádio del arco; p = peso por unidad de longitud, y φ = ángulo en el centro ó el comprendido por dos rádios extremos, teniendo de longitud para $r = 1$ y arco de 60°, $\varphi = 1^m,047$.)

Reaccion inclinada.

$$Q = p \rho \varphi \frac{\cos.\varphi - \frac{1}{2\varphi}\cos.\frac{1}{2}\varphi - \frac{1}{2}\cos.\varphi - \text{sen.}\frac{1}{4}\varphi\cos.\frac{3}{4}\varphi}{[\text{sen.}\varphi - (1 - \cos.\varphi)\text{ tang.}(90° - \varphi)]\cos.(90° - \varphi)}$$

Para los arcos de 60° ó centro en los arranques el coeficiente de $p \rho \varphi$ es 0,3283, y la reaccion

$$Q = 0,3283\, p \rho \varphi$$

La componente horizontal de esta fuerza, que será el empuje

$$Q' = Q \text{ sen.}\varphi = 0,3282\, p \rho \varphi \text{ sen.}\varphi$$

La componente vertical, que se ha de agregar á la anterior

$$P' = Q \cos.\varphi = 0,3282\, p \rho \varphi \cos.\varphi$$

Ambos arcos se ligan en el vértice por medio de un cubre-junta que debe resistir al resbalamiento, y cuya seccion será

$$\omega' = \frac{2P'}{R}$$

En cuanto á la investigacion de la presion y momento de flexion en cualquier punto, se seguirá el camino trazado anteriormente para los arcos de círculo, y si la cercha se compusiera de manguetas uniendo las planchas de trasdós é intradós, se obtendría el valor de los esfuerzos de rotura correspondientes, y una simple descomposicion de fuerzas bastaría para determinar las tensiones y presiones de las barras que las componen.

Para los arcos cuyos centros estan á $\frac{3}{4}\, 2a$, ó poco mas ó menos, de modo que no sea muy sensible la diferencia de posicion del centro de gravedad del sistema en uno ú otro caso, se tendrá para la reaccion inclinada

$$Q = p \rho \varphi \frac{1 - \cos.\varphi - \frac{\text{sen.}\frac{1}{2}\varphi}{\varphi} + \frac{1}{2}\cos.\varphi + \text{sen.}\frac{1}{4}\varphi\cos.\frac{1}{2}\varphi}{[\text{sen.}\varphi - (1 - \cos.\varphi)\text{ tang.}(90° - \varphi)]\cos.(90° - \varphi)} = p \rho \varphi \times S'$$

cuyas componentes horizontal y vertical son

$$Q' = S' p \rho \varphi \text{ sen.}\varphi$$
$$P' = S' p \rho \varphi \cos.\varphi$$

1386. Presiones en el arco.

Dividido este en partes iguales se hará la suma de las proyecciones de todas las fuerzas sobre cada una de las tangentes tiradas en los puntos considerados;

(*) Por equivocacion de Imprenta se pone aquí esta doctrina, que corresponde al núm. 1226.

y expresada la suma de estas proyecciones en fraccion del ángulo φ se podrá tener para todos los ojivos, cargados de la misma manera, una relacion que permita determinar el valor de la presion en cada punto. Llamando N esta presion, será

$$N = p\rho(\varphi - x)\,\text{sen.}\,(90^\circ + \alpha - \varphi) - P'\,\text{sen.}\,(90^\circ + \alpha - \varphi) + Q'\cos.\,(90^\circ + \alpha - \varphi) - P\,\text{sen.}\,(90^\circ + \alpha - \varphi)$$

En el vértice es $\alpha = 0 \quad \cos.\alpha = 1, \quad \text{sen}\ \alpha = 0$

y $N = -P'\,\text{sen.}\,(90^\circ - \varphi) + Q'\cos.\,(90^\circ - \varphi)$

En los arranques $\alpha = \varphi \quad \text{sen.}\,90^\circ = 1, \cos.\,90^\circ = 0$

y $N = -P' - P$

1387. Esfuerzos de rotura F.

Se obtendrán, como en los arcos de círculo, proyectando sobre el rádio ó normal en el punto considerado todas las fuerzas existentes ó que actúan en el mismo punto, tomando positivas las que actúan hácia el centro de la curva, y son

$$F = -p\rho(\varphi - \alpha)\cos.\,(90^\circ + \alpha - \varphi) - Q'\,\text{sen.}\,(90^\circ + \alpha - \varphi) + P'\cos.\,(90^\circ + \alpha - \varphi) + P\cos.\,(90^\circ + \alpha - \varphi)$$

En el vértice, $\alpha = o$ y $F = o$ En los arranques, $\alpha = \varphi$ y $F = -Q'$

Los signos + indican que las presiones se dirigen del trasdós al intradós, y los — al contrario.

Momentos de flexion.

$$X = -p\rho^2[\varphi(1 - \cos.\,\varphi) - \alpha(\cos.\,(\varphi - \alpha) - \cos.\,\varphi)] + p\rho^2\varphi[(1 - \cos.\,\varphi) - (\cos.\,(\varphi - \alpha - \cos.\,\varphi)] - Q'\rho\,\text{sen.}\,(\varphi - \alpha) + P'[(1 - \cos.\,\varphi - (\cos.\,(\varphi - \alpha) - \cos.\,\varphi)]$$

Con estas ecuaciones se hallará el punto de mas trabajo del arco y se verá la resistencia del metal por medio de la fórmula

$$R = \frac{N}{\omega} \pm \frac{Xn}{I}$$

En la que los valores positivos expresarán presiones y los negativos tensiones.

1388. Cúpulas. Pueden ser de cerchas semicirculares ú ojivas en toda su extension ó terminadas en un paralelo, base de la linterna que allí se levanta para dar luz, belleza y magestad al edificio. La altura de la linterna suele ser $\frac{1}{8}$ del rádio de la esfera ó montea de la cúpula.

Las cerchas son de palastro, celosía ó triangulaciones, segun la economía y ligereza aparente que se quiera dar al todo. Las viguetas, de igual construccion que las cerchas, son curvas ó rectas cuando la cúpula es esférica ó poligonal.

Su forma es circular, siguiendo los paralelos diversos, que se cuidará esten á igual distancia unos de otros y bien horizontales para evitar deformaciones oblícuas. Se fijan todas las cerchas por la base á un tambor circular que impide el empuje y la irregularidad de la forma: y se ligan las armaduras y paralelos con barras que las obligan á trabajar todas á la vez trasmitiendo las cargas entre sí.

Para calcular una cúpula basta hacerlo con una cercha, pues que todas son iguales y simétricamente cargadas, 1.° por la sobrecarga total repartida en el semi-huso; 2.° por el peso propio de la cercha, y 3.° por el peso variable que proviene de las viguetas.

La *sobrecarga* se determina, (si ha de estar repartida uniformemente sobre el arco) por la de 1^{m2} multiplicado por la superficie del semi-huso $= \pi\varphi^2\frac{\varphi}{\pi}$; será así:

$$P = p\rho^2\varphi$$

La *correspondiente por la cercha* será

$$P' = p' \rho \varphi'$$

Y la que *proviene de las viguetas por* 1^m *corriente*

$$\Sigma P_{1 \ldots 2 \ldots 3 \ldots n} = p'' \rho \varphi \text{ (sen. } \alpha + \text{sen. } \alpha, + \ldots\ldots \text{ sen. } \alpha_n)$$

p, p', p'' = pesos del 1^{m2} de cubierta y sobrecarga, de la cercha, y de las viguetas paralelas.

ρ = rádio de la esfera.

φ = rectificacion del arco del huso en la base de 1^m de rádio.

φ' = Id. del de la cercha de 1^m de rádio.

α' = ángulo del rádio de la esfera en la vigueta considerada con el eje de aquella ó con la vertical.

$\rho \varphi$ sen. α = rectificacion del arco de cada vigueta en que apoyan cada dos cerchas.

$p'' \rho \varphi$ sen. α. . . = peso de esta porcion.

La primera y última carga puede ser tambien

$$\Sigma \left(\frac{2 \pi \rho H}{n} (p'' + p) \right)$$

observando (principalmente en las cúpulas góticas) que puede reemplazarse la sobrecarga y carga de las viguetas por la correspondiente á una porcion de zona cuya altura sea la de la carga que actúa sobre el paralelo que pasa por el centro de gravedad de la zona. Siendo n el núm. de cerchas igualmente espaciadas y H la altura de la zona considerada, se tiene $P'' = \frac{2 \pi \rho H}{n} (p'' + p)$

Y la *reaccion vertical*

$$\Pi = P'' + P = \Sigma \left(\frac{2 \pi \rho H}{n} (p'' + p) \right) + p' \rho \varphi'$$

Reaccion horizontal ó empuje.

Para hallar el empuje horizontal de una cúpula semiesférica será menester buscar el centro de gravedad del sistema combinando los centros de gravedad del arco por su peso permanente y sobrecarga. Será así,

$$Q = \Pi \frac{3 - \left(\frac{1}{\varphi} + \cos. \frac{1}{3} \varphi + \cos. \frac{1}{2} \varphi \right)}{3}$$

ó

$$Q = 0{,}2633\ \Pi = 0{,}2633 \left[\Sigma \left(\frac{2 \pi \rho H}{n} (p'' + p) \right) + p' \rho \varphi' \right]$$

En todos los husos decrece la longitud de cada paralelo desde la base al vértice; por consiguiente, las reaciones horizontales por 1^m de longitud sobre cada uno de estos crecerán de la base al vértice en razon inversa del rádio de los mismos paralelos. Así, representando Q la reaccion total en la base de la cercha y $\rho \varphi$ la longitud de la sobrecarga, la reaccion por 1^m de longitud del paralelo en el mismo lugar será, $\frac{Q}{\rho \varphi}$: de cuya relacion se puede deducir la reaccion horizontal por 1^m de círculo en cada vigueta correspondiente. Siendo Q' este elemento de reaccion por 1^m en la base, la idéntica en el paralelo será

$$q = \frac{Q'}{\text{sen. } \alpha} = \frac{Q}{\rho \varphi \text{ sen. } \alpha}$$

por cuya ecuacion se obtendrá la reaccion total en cada punto multiplicando q por el desarrollo $\varphi \rho$ sen. α de cada paralelo considerado, que hace

$$q' = q \rho \varphi \text{ sen. } \alpha = Q$$

Las presiones N que existen en las diversas secciones del arco, se determinan como antes, proyectando todas las fuerzas sobre la tangente en el punto considerado; y observando que se ha de llevar cuenta del ángulo de cada dos cerchas entre sí, se tendrá:

$$N = \left[\Sigma \frac{2\pi \rho H}{n} (p'' + p) + p' \rho (\varphi' - \alpha) \right] \text{sen. } \alpha - Q \cos. \alpha - P. \text{sen. } \alpha$$

El primer término es la fuerza que resulta de la carga que actúa sobre la parte inferior en el punto considerado hasta los nacimientos.

Para los momentos de flexion y rotura se seguirá la propia marcha que la detallada para los arcos paralelos, teniendo cuenta del ángulo que forman las cerchas entre sí.

El círculo, base de la linterna, á donde concurren todas las cerchas, recibe una presion por cada una de estas igual al empuje Q, y la total circular es $Q\rho$ sen. α. Deberá, pues, resistir cada porcion entre dos cerchas á esta presion y á la flexion producida por la linterna ó su parte correspondiente.

El círculo máximo de la base, llamado tambor ó cimborio, que comprende y une todos los piés de las diferentes cerchas, está sometido á una tension circular igual á $Q\rho$; y por su resistencia cambiará en verticales todos los esfuerzos horizontales.

EJEMPLO.

La cúpula representada en la figura 10, lám. 46, es gótica y tiene 48^m de luz, y 32^m de altura hasta la linterna, cuyo diámetro es 5^m. Los arcos, de 30^m de rádio al trasdós, se construyen de doble T y aspas, siendo en todos 16, ligados por paralelos como cinturas circulares de igual construccion. El cimborio de la base tiene 2^m de alto, formando una viga tubular, apoyada en el círculo de la bóveda vaida que hacen las 4 pechinas y los 4 arcos torales de 48^m de luz, ó bien sobre estos y 4 grupos de columnas, apoyadas á su vez en arcos botareles y estribos proporcionados. Los paralelos de la cúpula están espaciados 2^m, y en este espacio se ponen aspas de barras planas ó redondas, á fin de trasmitir de unas á otras partes los diversos esfuerzos del sistema. Siendo 22°30′ el ángulo entre cada dos cerchas y 160^k el peso por 1^{m2} comprendida la sobrecarga, se tendrá para el peso de la semicercha y sobrecarga *Fig. 10, lám. 46*

$$P = p\,\rho^2\varphi = 160 \times 24^2 \times 0{,}4 = 36864^k$$

La reaccion horizontal será

$$Q = 0{,}2633 \times 36864 = 9706^k$$

La tension del círculo inferior

$$T = Q\,\rho = 9706 \times 24 = 232944^k$$

que para un trabajo de 8^k por 1^{mil2} deberia tener una seccion de 29118^{mil2} correspondiente á un hierro de 73^{mil} de alto por 400 de ancho.

La presion en el círculo de la linterna es

$$Q\,\rho \text{ sen. } \alpha = 9706 \times 24 \times 0{,}104 = 24226^k$$

que á 6^k por 1^{mil2} exije una seccion de 4038^{mil2} ó un hierro redondo de $0^m{,}071$ de diámetro.

El peso total de esta construccion sería de 450000^k.

1388. Dimensiones de hierros en el comercio.

Conviene tener presente en los proyectos que se ejecuten para el cálculo exacto de los mismos y el de los presupuestos á que den lugar, las dimensiones segun las cuales se pueden obtener en el comercio las diferentes clases de hierros forjados empleados en las construcciones. Tales son:

1.° *Para barras redondas.*

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 49, 50, 53, 54, 57, 58, 61, 62, 65, 66, 69, 70, 74, 75, 79, 80, 84, 85, 89, 90, 94, 95, 99, 100, 104, 105, 109, 110, 114, 115, 119, 120, 124, 125, 129, 130, milímetros de diámetro.

2.° *Para las cuadradas.*

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 54, 55, 57, 58, 59, 61, 62, 63, 65, 66, 67, 69, 70, 71, 74, 75, 76, 79, 80, 81, 84, 85, 86, milímetros de lado.

3.° *Para las planas.*

16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, milímetros por 1 á 3 milímetros de espesor.
18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, milímetros por 4 á 14 milímetros.
34, 40, 42, 46, 48, milímetros por $1\frac{1}{2}$ á 30 milímetros.
48, 50, 52, 54, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72, milímetros por 2 á 40 milímetros.

75 por 2 á 40	80 por 2 á 45	85 por 2 á 50	90 por 2 á 45	95 por 2 á 50
100 por 2 á 50	110 por 2 á 40	115 por 2 á 40	135 por 3 á 45	140 por 3 á 40
150 por 3 á 45	160 por 3 á 46	165 por 3 á 45	180 por 5 á 45	210 por 5 á 45
250 por 7 á 40	300 por 8 á 40	355 por 8 á 40	400 por 8 á 40	

y 450 milímetros de ancho por 8 á 40 milímetros de espesor.

1389. Pueden, además, consultarse las láminas 51, 52 y 53 en que se dibujan á escala de $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ las diferentes secciones trasversales de las escuadras y semi-escuadras de brazos iguales y desiguales, para diferentes piezas de armaduras, puentes, &; las barras ó vigas de simple y doble T para iguales fines; hierros de molduras, postigos, marcos, vidrieras, &; riostras de 4 nervios, &; expresándose por cada una las dimensiones de ancho y grueso y el peso en kilógramos por metro corriente de longitud: con cuyo auxilio se facilitan y abrevian los cálculos por evitarse la cubicacion correspondiente á cada pieza.

1390. Las vigas llenas de doble T se pueden sustituir en la práctica de las construcciones, para armaduras y aun vigas de pisos, por otras de enrejado ó de palastro, como se vé en la gran armadura de la estacion de Versalles y otras de varios edificios notables, uniendo con escuadras roblonadas el cuerpo intermedio de la viga. De este modo puede proporcionarse economía y exceso de resistencia aumentando convenientemente la altura de la viga.

Efectivamente, pues que la resistencia de la pieza está en razon directa del cuadrado de la altura, si tomamos la viga (núm. 16, lám. 52) (perfil de la que sirve de par en la cubierta de las *Forges de la Providence* en París), su resistencia será como $22 \times 22 = 484$ centímetros cuadrados, y su peso por $1^m = 26^k$. Calculando otra viga de enrejado de 25 centímetros de altura total y escuadras de 3,5 centímetros (núm, 5, lám. 51) (que hacen 7,5 centímetros de ancha la cabeza, comprendido $\frac{1}{2}$ centímetro por el grueso de la plancha ó barras) se tendrá su resistencia como $25 \times 25 = 665$ centímetros cuadrados, y su peso por $1^m = 16^k$ (10^k,4 por las escuadras y el resto por los roblones y barras diagonales). La relacion de estos resultados es $\frac{665}{484} = 1,374$ y $\frac{16}{26} = 0,615$; es decir, que al tiempo de ser mas de $\frac{1}{3}$ mayor la resistencia de la viga de enrejado que la de una pieza llena, su peso es poco mas de la mitad; debiendo ser, en consecuencia, su precio notablemente menor.

1391. ESTABILIDAD DE LOS PUENTES de madera y hierro.

Los puentes de madera se componen de cerchas rectas ó curvas, apoyadas en cepas de madera, como explicaremos en el artículo de puentes, ó bien sobre pilares de piedra.

Los mas sencillos consisten en vigas de una sola pieza puestas horizontalmente sobre los estribos. Su resistencia, como asimismo la de todos los siguientes, se debe calcular suponiendo que el peso p es la suma de todos los pesos permanentes y accidentales en cada unidad de su longitud; siendo estos últimos los correspondientes al número de hombres que caben en el puente, y una carga adicional cualquiera, como un carro cargado, una diligencia, &, situada á una distancia l, ó l' de los puntos de apoyo.

Segun esto, un puente compuesto de varias filas de vigas de una sola pieza tendrá de escuadría en cada una de estas la señalada en la fórmula del núm. 1195

$$b h^2 = \frac{\left(P + \frac{p.c}{2}\right) 6 l l'}{c R} \qquad \text{Rondelet hace } h = \tfrac{1}{2} c.$$

Esta clase de puentes no puede tener lugar cuando la distancia c entre los apoyos es mayor que la que se necesita para la proporcion que han de guardar con ella las dimensiones de escuadría. Circunstancia muy difícil de conseguir atendiendo á la escasez de troncos de árbol de semejante magnitud, y á lo excesivamente caros que saldrian. Para obviar este inconveniente, y en el supuesto de que es fácil hallar maderos suficientemente largos, se pone por cada lado de los estribos un tornapunta CD (*fig.* 503) cuya resistencia se hallará considerándola como una pieza empotrada en su parte inferior y cargada la superior del peso que resulte en C, estimado segun CD. *Fig.* 503

Siendo α el ángulo ADC, y $\Pi + p c$ el peso accidental de una gran carga en C y el repartido uniformemente sobre AB por cada metro de longitud, la presion CD será

$$\frac{\Pi + p\left(\frac{c'}{2} + \frac{c''}{2}\right)}{\cos.\, \alpha} \qquad \left\{ \begin{array}{l} c' = AC \\ c'' = CC' \end{array} \right.$$

Para un puente de 15^m de largo y 10 de ancho, teniendo cinco cerchas, y suponiendo que el peso Π adicional sea el de un carro cargado ó wagon que dé $\Pi = 5000^k$; que el peso de la construccion y carga de hombres por unidad de longitud sea $p = 1066^k,7$, á razon de 2^m de ancho que corresponda á cada cercha, siendo $c' = c'' = 5^m$, lo que hace $p\left(\frac{c'}{2} + \frac{c''}{2}\right) = 5000^k$; siendo, por último, $\alpha = 45°$ y $\cos.\, \alpha = 0,707$, se tendrá

$$\frac{\Pi + p\left(\frac{c'}{2} + \frac{c''}{2}\right)}{\cos.\, \alpha} = 14144$$

La fórmula del núm. 1204, $\Pi' = E \frac{\pi^2 b h^3}{48 c^2}$ nos dará para el roble,

$$14144 = 1200000000 \frac{\overline{3,1416}^2 \times b h^3}{48 \times 50} = 4945440\, b h^3 \quad \text{y } b h^3 = 0,00286.$$

Si $b = 0^m,20$ resulta $h = 0^m,24$

Si se hallase la escuadría, por la consideracion del peso capaz de aplastar la pieza, la fórmula sería

$$\Pi + p\left(\frac{c'}{2} + \frac{c''}{2}\right) = R\, b\, h$$

En ella se deberá tomar para $R' = 400000$ (tabla núm.[s] 1175 y 1176) la mitad, puesto que la longitud de la pieza no llegará á 36 veces la menor dimension trasversal, dado caso que esta fuera $6^m,20$. Se tendría así

$$b\,h = \frac{10000}{200000} = 0,05$$

Y si $b = 0^m,20$ resulta $h = 0^m 25$ como antes. Siendo iguales dimensiones las de la escuadría se tiene $b = h = 0^m,22$

Para la parte C C′ del puente se supondrá el peso Π cargado en el medio. Sufrirá, en este caso, un esfuerzo perpendicular á su longitud $= \frac{\Pi + p\,c''}{2}$, y en sentido de su direccion la presion $\frac{\Pi + p\,c''}{2}$ tang. α. Este esfuerzo horizontal es al mismo tiempo el empuje del puente sobre el punto D del pilar.

Considerada esta pieza como empotrada en C C′ por causa de los pesos p en A C, B C′, y por lo dicho, núm. 1200, la fórmula penúltima del núm. 1199, en la que se hará $P' = \Pi$ y $Q = \frac{\Pi + p\,c''}{2}$ tang. α, $c = c''$, nos dará

$$R = \frac{c''\,(3\Pi + p\,c'')}{4\,b\,h^2} + \frac{\Pi + p\,c''}{2\,b\,h}\,\text{tang. }\alpha.$$

Haciendo aplicacion al caso anterior, siendo

$c'' = 5^m$; $\Pi = 5000^k$; $p\,c'' = p\,c'' = 5335_k$; tang. $\alpha = 1$; $R = 600000$ (tabla 1185)

resulta $$R = 600000 = \frac{5\ (3 \times 5000 + 5335)}{12 \times b\,h^2} + \frac{5000 + 5335}{2\,b\,h};$$

$$600000\,b\,h^2 = 25419 + 5168\,h$$

Si $h = 0^m,4$ $b = 0^m,35$.

Para la parte A C observarémos que si la armadura D C C′ D′, en que hemos dividido el sistema, resiste bien por las dimensiones de todas sus piezas, mejor resistirá fortificada por las porciones A C de la total A B. De la propia manera, si, prescindiendo de los puntales, hallamos la escuadría de A C suficientemente resistente, podrémos apreciarla cual ella sea para la porcion C C′; llevando esta, además, la ventaja del apoyo de los puntales mencionados. Bastará, por consiguiente, hallar por uno cualquiera de estos dos medios la escuadría del puente A B.

1392. Es muy conveniente el uso de las manguetas A E B E unidas por abrazaderas de hierro dulce al puntal y puente. Si han de abrazar por uno y otro lado las manguetas á estas piezas, entonces se hacen dobles, y su enlace se verifica por medio de tornillos. De este modo queda mas asegurada las estabilidad de la construccion dando mas fijeza á sus extremos é impidiendo la flexion de los tornapuntas.

1393. Si no alcanza la madera de que se puede disponer para tener la puente A B de una sola pieza, se hará esta de dos tramos, enlazándolos por medio de la

Fig. 504. sopanda F F (*fig.* 504), asegurada con cinchos de hierro. En los extremos de esta pieza será donde entonces se ensamblen los tornapuntas. El cálculo para la resistencia ó determinacion de la escuadría es el mismo que el anterior, teniendo solamente cuidado de agregar al peso que carga en C C el correspondiente á la sopanda para hallar el esfuerzo vertical en los puntos C, C: y como la presion de los puntales la aguanta únicamente la sopanda, las dimensiones b, h que dará de la fórmula serán las respectivas á esta pieza. En cuanto á la flexion y resistencia, en la porcion total C C se procederá, como se dijo en el num.° 1247, poniendo $2\,b\,h^2$ y $2\,b\,h^3$ en vez de $b\,h^2$ y $b\,h^3$ de aquellas fórmulas ó bien haciendo $n = 2$.

1394. Se procederá análogamente cuando la demasiada distancia entre los pilares exigiese el uso de varias sopandas y tornapuntas (*fig.* 505), poniendo en aquellas fórmulas por n un número igual al de los espacios A C, C D, &. Estos espacios los determina Rondelet dividiendo la distancia A B de los apoyos en el número de partes iguales $\left(\frac{n+1}{2}\right)^2$; ($n$=número de las porciones en que se divide A B) y dando 1, 2, 3, & de estas distancias iguales á la 1.ª, 2.ª, 3.ª, & de dichas porciones. *Fig.* 555.

1335. El sistema representado por la figura 506, cuyos intérvalos A C..... se arreglarán como acabamos de decir, las sopandas sufren una tension (en vez de la presion á que estaban sujetas por el otro sistema) á causa de la cual se mantienen los tornapuntas con toda la fijeza y estabilidad convenientes: sin embargo, se enlazarán unas con otras estas piezas por medio de cinchos de hierro batido, y las péndolas, además, al pilar, de modo que no alteren su posicion.

Para hallar las dimensiones de escuadría en las porciones A C , C D... se puede establecer la hipótesis de que sus extremos están libres; considerándolas entonces como piezas apoyadas simplemente y solicitadas por los esfuerzos verticales de su peso, los del resto de la construccion y los adicionales p y P, el 1° sobre cada metro de longitud y el 2° en el punto medio; hallándose, además, sometidas á una tension longitudinal.

Se podrá aplicar la fórmula del caso anterior poniendo por bh^2, $2\,bh^2$, ó $3\,bh^2$, &, segun el número de sopandas que correspondan á cada trozo. Aunque los extremos A y B se hallen libremente (que rigorosamente no lo están) apoyados sobre los pilares, las porciones en que el tramo se ha dividido van estando mas y mas sujetas á partir de aquellos puntos extremos. Es, por consiguiente, bastante desfavorable la hipótesis que se establece de considerar todas las porciones intermedias en iguales circustancias que las extremas. Conviene, sin embargo, hacerlo así, á causa de los sufrimientos de estas construcciones.

Las tensiones de las sopandas y presiones de los puntales, que se calcularán como en el caso anterior, son iguales entre sí y á los empujes horizontales causados sobre los estribos por los extremos de aquellos.

Si los pilares distan igualmente uno de otro en los diferentes tramos, no sufrirán accion alguna horizontal por destruirse unos con otros los empujes.

1396. En el sistema (*fig.* 507) cada porcion A C... no resiste mas que los pesos que sobre ella gravitan; los cuales trasmiten su esfuerzo á los puntales apareados C C′, D D′... y estos á los estribos, sobre que obran las componentes horizontales de los mismos, destruidas unas con otras en los pilares intermedios. Como los pares suelen resultar bastante largos, se pueden componer de dos ó mas piezas, poniendo manguetas en las uniones para enlazarlos y evitar la flexion. *Fig.* 507.

1397. Ensamblados á un tirante los pares de este sistema, ó bien establecidos como lo indica la figura 508, se evitará el empuje horizontal sobre los estribos. Sus partes se calculan como en el primer caso; y las péndolas que de las sopandas bajen al tirante sostendrán el piso. En este supuesto no debe haber mas que dos armaduras, una á cada costado del puente, para dejar el tránsito libre, ó bien puede haber una mas en medio dejando dos carriles. Cada cual se compondrá de dos filas unidas por pasadores, formando así cuatro cerchas si no hubiese tambien la del centro. Este y otros varios sistemas idénticos se verán mas detallados en el artículo de puentes.

1398. Cualquiera que sea la combinacion de piezas de una construccion de madera resultará que de unas á otras se trasmitirán los esfuerzos á los puntos de apoyo establecidos. Mas pueden estar estas piezas de tal manera dispuestas que

propendan á establecer un sistema de equilibrio por la accion de las mismas fuerzas que actúan sobre sus diferentes partes conforme á las leyes de estática. Este equilibrio se llama *equilibrio de posicion*. Para establecerle se considera cada pieza como una barra inflexible y de resistencia indefinida; lo cual no tiene lugar en la práctica puesto que las maderas llevan las dimensiones que precisa determinar por las consideraciones especiales que hemos explicado. Esto hecho se tiene entonces el *equilibrio de resistencia*, que es el solo que se debe tomar en consideracion cuando se está seguro que el ensamble de las diversas piezas de la construccion es bastante fuerte para no permitir movimiento alguno en unas respecto de otras.

Consideremos un sistema de muchos pares ó puntales. Su equilibrio de posicion exige no se lleve cuenta de mas peso que el correspondiente al de la construccion, pues el movimiento de los transeuntes y carruages le alterará á cada instante, tendiendo los puntales á perder su posicion en términos que el mas ligero desvio puede preparar la caida del puente. Así, pues, el equilibrio de posicion no puede tener lugar aunque por la combinacion de las piezas quedara momentáneamente satisfecho. Se necesita, por tanto, que las piezas estén bien sujetas unas á otras, y de tal modo que cada ensambladura se oponga á variar de ángulo con una fuerza igual ó superior á la contraria. Entonces puede considerarse todo el sistema como una sola viga, segun lo cual se valuará su resistencia. Esto demuestra el inconveniente de un gran número de puntales, puesto que cada articulacion forma, por decirlo así, un punto de rotura que se establece desde el principio de la construccion.

1399. Las cerchas mas sólidas son las que se hacen con varias filas de piezas curvas sobrepuestas á filas encontradas, ligadas y comprimidas por manguetas y pasadores. Semejante sistema no se puede doblar sin que verifiquen flexion en todos sus puntos las piezas de que se compone, siendo muy débil la influencia que para esto tienen las ensambladuras en los extremos de los maderos. Se lleva sobre la curva todo el peso de la construccion por medio de las manguetas normales ó verticales, cuyo efecto es comprimir la cercha sin experimentar esfuerzo alguno que tienda á romperla trasversalmente.

1400. Cuando se ha fijado la forma de las cerchas se las liga entre sí por medio de cadenas ó riostras horizontales que abrazan las verticales destinadas á trasmitir la carga. En los grandes arcos el movimiento de los carruages y aun la sola accion del viento producen oscilaciones laterales que resienten las ensambladuras. Para prevenir este efecto se ponen entre las cadenas horizontales y verticales piezas diagonales que forman con ellas figuras triangulares como cruces de San Andrés.

La resistencia de esta clase de construcciones se halla por las fórmulas de los números 1212 y siguientes segun el peso y modo de considerarle. Mas como en los puentes debe prevenirse toda contingencia ocasionada por falta de precaucion, se hará para el cálculo la hipótesis que le pueda ser mas desfavorable. Así, pues, se partirá de los supuestos expresados en los números 1217 y 1216 de cargar el peso $2p$ en cada unidad de longitud (compuesto del que tiene la construccion, mas 200^k á 400^k por metro cuadrado como peso adicional), y el 2Π que puede tener un carro cargado$=2000^k$, suspendido en el medio ó en un punto cualquiera de él.=De entre todos los puntos de la curva el en que se verificará la mayor compresion será el que diste del vértice los $\frac{2}{3}$ próximamente de la semi-luz ó abertura. La compresion en este caso es

$$0{,}531\, a \frac{2\Pi}{E b h^2}$$

para cuando la seccion sea el rectángulo $b\ h$ y a la semi-luz. Así, la presion total será

$$\frac{R}{E}=\frac{N}{E\,b\,h}+0{,}531\,a\frac{2\Pi}{E b h^2}$$

En el valor de N del núm. 1217 se hará $l=\frac{3}{8}\,a$, ó mas exactamente $l=0{,}3556\,a$ y

$$x=-\tfrac{2}{5}a+\frac{\Pi a^2}{Q b}=\text{abscisa correspondiente al mayor valor.}$$

En las expresiones del empuje Q y presion sobre la curva Π, se hará igualmente $l=\frac{3}{8}\,a$.

Si el arco estuviese formado de dos ó mas curvas ligadas por medio de cadenas *Fig.* 509 mangnetas y riostras (*fig.* 509), y compuestas de diferentes filas ú órdenes de vigas unidas entre sí, la expresion de la tension máxima sería

$$\frac{R}{E}=\frac{N}{E\,b\,h'''}+0{,}531\,a\frac{2\Pi h'}{E(h'^3-h''^3)}$$

h'''=suma de las alturas de las vigas que componen la cercha.
h'= altura total de esta, ó espacio comprendido entre sus límites.
h''=el correspondiente á los claros de una viga de la curva á otra immediata.

Estando, como acabamos de decir, el peso 2Π aplicado á los puntos indicados, la cercha tiende á doblarse con mas fuerza segun la razon de 9 á 5 que cuando el peso carga sobre el vértice.

1401. Los puentes de madera hacen como los de piedra su parte ó cantidad de asiento; pero con la diferencia de que en los primeros se manifiesta creciente con el tiempo, en razon al deterioro del material y aflojamiento de las ensambladuras. Se hallará, para cuando la madera sea el pino, por la fórmula

$$t=0{,}02\,\frac{f}{2a},\qquad (f \text{ y } a \text{ flecha y semi-abertura.})$$

Para el roble y maderas fuertes es algo menor.

1402. Lo dicho para la resistencia de los puentes de madera se aplica á los de hierro, teniendo cuidado en la práctica de dar á los coeficentes E y R los valores que respectivamente les correspondan. Para los arcos y todas las piezas que deben resistir á la presion se usa el hierro fundido, y el dulce para las que experimeten tensiones. En la seccion de puentes se explicará detalladamente su construccion y formas diversas, reservando para aquel lugar hablar de los tubulares y otros de diversas formas y sistemas que tan buen resultado han dado en la práctica.

Respecto de los puentes colgantes véase el artículo anterior.

1403. Estabilidad de los diferentes sistemas de cimbras.

Para la estabilidad de las cimbras es preciso que, resistiendo el esfuerzo ejercido por las dovelas, permanezcan firmes las piezas de que se compongan sin que se altere la figura por giros de las ensambladuras de unas sobre otras. Serán, por tanto, mas fuertes las que se compongan de puntales normales á la curva de intradós, ó de pares cuya resultante se halle del propio modo en direccion de las juntas de las piedras. Asi, las cimbras indicadas por las figuras 510, 511, 512, presentarán los mejores sistemas que se pueden usar, particularmente el de la figura 512 de M. Myton, que presenta equilibrio fijo é invariable, aun cuando en la construccion del arco se pongan mas dovelas de un lado que del otro. Idéntico sistema representa la figura 513 que empleó Mr. Mylne para la construccion del puente de Black-Friars en Lóndres. En los demas sistemas es necesario, para el equillibrio estable, sentar á la vez las piedras por ambos lados. La figura 510 necesita que los pies derechos $a'\ a''\ b'\ b''$ &, se mantengan sobre terreno firme, ó,

si fuesen bastidores sobre pilotes ó pilotes solos, que esten perfectamente asegurados unos con otros, y clavados en términos que no se tema su hundimiento ni que hagan movimiento alguno que altere la posicion de los puntales *a a'*.... por efecto de los sucesivos pesos de la construccion.

Los esfuerzos de las dovelas se verifican por presion en sentido de los puntales *aa' bb'* &, en la figura 510, y segun las resultantes *a a'*.... de los pares ó pares y puentes que las componen en las 511 y 512. Se hallarán, pues, fácilmente sus dimensiones trasversales segun lo dicho en los números 1176 y 1179, descomponiendo estas presiones en sentido de los pares ó puentes y aplicando la fórmula y reglas de aquellos números. Las porciones *a b, b c*.... se considerarán, como en los puentes, cual si fuesen piezas apoyadas en sus extremos y cargadas uniformemente en todos los puntos de su longitud. Para estos cálculos se necesita, como dato principal, saber la presion que por su peso ejercen las dovelas sobre la cimbra; lo que verémos en el número siguiente.

Fig. 514. La cimbra (*fig.* 514) de M. Pitot, imitacion de la empleada por Miguel Angel en la grán cúpula de San-Pedro en Roma, se puede considerar dividida en dos partes, una la superior E F G, que viene á ser una cimbra de tejado, y otra la inferior A B C D sobre la que descansa aquella. Los puntos E, G en que el puente encuentra al intradós, son los de interseccion de las normales tiradas desde los puntos de encuentro de las tangentes en los arranques y vértice. El punto B (asimismo como el C), es el encuentro de la normal Y B al medio del arco E F. Los esfuerzos que sostienen los tornapuntas inferiores se pueden apreciar como presiones trasmitidas por los pares F E y F G mas el peso de la armadura superior Estas presiones serán las componentes verticales de los tornapuntas A E A B.

Como las piedras no empiezan á resbalar sino hasta que forman un ángulo mayor de 30°, las piezas superiores deberán ser mas fuertes que las inferiores.

Para un arco de 65,5 piés de luz dá M. Pitot las dimensiones siguientes á las piezas de su armadura.

$13 \times 6\frac{1}{2}$ pulgadas á los tablones de la cercha ó arco de la cimbra.

13×13 pulgadas al tirante, sopanda y pendolon.

$16 \times 6\frac{1}{2}$ pulgadas á los pares ó tornapuntas superiores y manguetas (estas dobles).

$11 \times 8\frac{3}{4}$ pulgadas á las tornapuntas inferiores.

Con estas dimensiones resulta la armadura bastante mas fuerte de lo necesario.

El equilibrio en este sistema se establece como en el de las figuras 510 y 511. Segun él se han construido muchos puentes con buen éxito.

Fig. 8 Lám. 13. La cercha (*fig.* 8, lám. 13) es una combinacion modificada de esta y la manifiesta en la figura 510. Durante la construccion de los arcos del puente acueducto sobre el Croton (High-Bridge) en Nueva York, no sufrió alteracion alguna en su estabilidad.

Fig. 515. Las cimbras poligonales (*fig.* 515) de Hupeau, y de que tanto uso ha hecho Perronet en los hermosos puentes que ha construido, ahorran una tercera parte de la madera empleada en las anteriores; pero tienen la gran desventaja de la instabilidad en el momento de empezarse á cargar pesos sobre ellas; efecto del juego de charnela que presenta los lados de que cada polígono se compone, como otras tantas palancas, cuya accion depende de los pesos que vàn sucesivamente recibiendo. Precisa, por tanto, cargar la parte superior mas y mas á medida que avanza la obra; operacion que expone el resultado de la construccion.

(Véase mas adelante el artículo cimbras.)

1404. **Presiones que sufren las cimbras.**

Las cimbras para la construccion de los arcos se apoyan en montantes sobre el

suelo ó sobre los mismos pilares. Los esfuerzos que en ellas actúan se verifican en sentido de las juntas de las dovelas, y por consiguiente normalmente á la superficie de las viguetas que las reciben.

Para hallar estos esfuerzos supongamos que AB (*fig.* 516) sea una dovela cualquiera de una bóveda, sobre cuyo lecho inferior actúan las presiones normales T′, T″... de las dovelas superiores; siendo P′, P″... los pesos respectivos de estas dovelas por unidad de longitud de la bóveda. Los esfuerzos R, R R′... que buscamos son la diferencia de las presiones y pesos T..... P..... pues que las primeras se oponen al resbalamiento y las segundas le facilitan. Así, pues, siendo aP′ y $a\,b$, $c\,d$ y $b\,c$ las componentes de P′ y T′ perpendicularmente y en sentido de la junta inferior, cuya expresion es *Fig.* 516.

$$a\,P' = P' \text{ sen. } \alpha \qquad c\,d = T' \cos.\,(\alpha - \alpha')$$
$$a\;b\; = P' \cos.\,\alpha \qquad b\;c = T' \text{ sen. } (\alpha - \alpha')$$

tendrémos para la presion de la dovela sobre su lecho inferior, ó para la fuerza que se opone al resbalamiento

$$a\,P' + c\,d = P' \text{ sen. } \alpha + T' \cos.\,(\alpha - \alpha')$$

y para la fuerza que le facilita

$$a\,b + b\,c = P' \cos.\,\alpha + T' \text{ sen. } (\alpha - \alpha')$$

cuya diferencia (multiplicando antes aP′ y $c\,d$ por f = relacion del rozamiento á la presion)

$$R = P' (\cos.\,\alpha - f \text{ sen. } \alpha) + T' [\text{ sen. } (\alpha - \alpha') - f \cos.\,(\alpha - \alpha')\,]$$

será el esfuerzo sobre la cimbra.

Para la última dovela es $T = 0$, y $R = P\,(\cos.\,\alpha - f \text{ sen. } \alpha)$.

Para la anterior á la primera dovela que carga sobre la cimbra es $R = 0$, lo que dá $\cos.\,\alpha = f \text{ sen. } \alpha$, y $\text{tang. } \alpha = \frac{1}{f}$. Y como el ángulo α vá disminuyendo desde aquel punto á la clave, resulta que la primera hilada que carga sobre la cimbra debe tener un ángulo cuya tangente sea menor que $\frac{1}{f}$. Por lo dicho en el número 1251 este ángulo varia, segun la calidad y grano de la piedra, de 50° á 60°, ó sea de 40° á 30° la inclinacion de la dovela con el horizonte.

1405. **Puertas de esclusas** (véase en el capítulo VIII «la descripcion y uso de una esclusa».)

Son generalmente dobles, rectas ó curvas, solapando unas con otras en rebajos que tienen sus largueros, de modo que formen un ángulo, que en las construidas hasta ahora es de 54° 74′ á 71° 34′, correspondiente á una salida KL (*fig.* 915) mitad ó sexta parte de la semi-abertura. Están apoyadas por uno ó dos collares de charnela C de hierro batido, puestos en la mampostería de la esclusa (y sujetos á ella por medio de largos tirantes que se fijan con plomo), y descansan sobre el quicio del larguero A C. El peinazo inferior A D está $0^m,1$ mas elevado que el piso de la cuenca, apoyándose á su largo en un resalto de madera sobre otro de piedra (*fig.* 913). El peinazo superior E C se eleva otro tanto sobre las aguas. Se abren y cierran por medio de una gran palanca de contrapeso; y cuando son grandes por medio de cadenas atadas á la parte inferior y arolladas á tornos dispuestos en pozos que profundizan hasta el fondo del canal. Hay dos opuestos por cada puerta. Se abren tambien por medio de largas cremalleras ó barras de madera con dientes de bronce que engranan con la parte inferior de un cabrestante dispuesto en forma de linterna. *Fig.* 915. *Fig.* 913.

Tiene cada una un postigo por donde empieza á entrar el agua en la esclusa ó

salir de ella cuando se quiere dar paso á una embarcacion. Si se fija el tiempo en que se desea llenar la cuenca, se tendrá el área del postigo por la ecuacion

$$\omega = \frac{\Omega h'}{m t \sqrt{2 g h}} \quad \text{(núm. 728.)}$$

Las puertas de estos postigos son de madera y mejor de planchas de hierro entre bastidores que corren á lo largo de otros de bronce. Las puertas de la esclusa son tambien de madera con armaduras de hierro en las ensambladuras de los travesaños; ó de madera y fundicion, ó de madera y planchas de hierro, y aun solamente de hierro.

Los quicios pueden ser de macho ó de hembra de forma elíptica. Los largueros de quicio se alojan en ranuras redondas hechas en la piedra, de tal modo dispuestas que apenas puede penetrar el agua.

Aunque basta á su solidez y á la condicion de no mudar de figura el rectángulo del bastidor que forman los largueros y peinazos, cuando están bien ensamblados y asegurados con planchas de hierro los travesaños, se ponen para mas robustez el puntal A B que trasmite al quicio A el peso que haria girar la puerta al rededor de este punto, y aun el tirante de hierro batido C D para aguantar la tension del collar C y peinazo superior. Esta tension y la presion del puntal con relacion al punto A, son cada una $= \frac{P}{\cos. \alpha}$.

P = peso que suspendido en B tiene igual momento que el peso de la puerta.

Los travesaños sufren diferentes presiones respectivamente á la profundidad á que se encuentran. Así, pues, se disminuyen de escuadría si el intérvalo de uno á otro es igual, ó se colocan á distinta altura del modo como se vé en la figura si fuesen de iguales dimensiones.

La fórmula que dá la escuadría de cada travesaño, consideradas simultáneamente las acciones del agua y peso del material de la puerta, es

$$R = \frac{3 p c^2}{b h^3} + \frac{p' c \tang. \theta}{b h} + \frac{3 p' c^2}{b^3}$$

c = mitad del ancho de la puerta.
θ = ángulo que esta forma con el eje del canal ó esclusa.
p = peso que aguanta el travesaño por unidad de longitud.
p' = presion horizontal por unidad de longitud $= \frac{\Pi h' h''}{2}$ (h' altura del agua sobre el travesaño y h'' distancia vertical entre los ejes de cada dos intérvalos).
b, h = dimensiones de la seccion trasversal.

A los largueros y peinazos se les dan 5 centímetros mas de espesor que á los travesaños.

Fig. 916. **1406.** En las puertas curvas (*fig.* 916) la ecuacion para hallar la escuadría de los travesaños es

$$R = \frac{3 p c^2}{b h^2} + \frac{p' c}{b h \cos. \theta}$$

θ = ángulo R K L
$c = \frac{1}{2}$ de la cuerda R K
p, p', b, h, como en el caso anterior.

En las grandes esclusas es conveniente el uso de puertas curvas; pues á igualdad de circunstancias tienen sobre las planas la ventaja de procurar la misma resistencia con menor volúmen de madera, resultando mas ligeras y fáciles de manejar. Segun M. Barlow la curvatura mas ventajosa teóricamente sería la de un arco de círculo tangente á la línea que une los puntos de rotacion y vértice de union: aconseja, sin embargo, que en la práctica se prefiera la forma de arcos

semi-ojivos cuyo punto de concurso saldría $0^m,30$ á $0^m,45$ mas que el arco de círculo citado.

1407. **Puertas giratorias** (*fig.* 917). *Fig.* 917.

Sirven estas puertas para dar entrada al agua en los fosos de las plazas en momentos determinados, como cuando se dispone el enemigo á efectuar el paso. El sistema representado en las figuras es el mas usado.

El eje no se debe colocar en la vertical del centro de gravedad, á fin de que la puerta no quede en equilibrio, y pueda estar bien cerrada por la diferencia de presion del agua sobre sus dos partes.

Para manejarla basta abrir el postigo dispuesto en el costado de la parte mayor, con lo que, disminuyendo en él la presion del agua, y viniendo á ser mayor en el costado opuesto, se abrirá la puerta á causa de esta diferencia de presion, quedando en el sentido mismo de la corriente. Para impedir que pueda dar vuelta; por efecto de la velocidad adquirida se ponen dos apoyos de piedra ó madera firmemente sujetos al fondo en que descansan los largueros por diferente lado. Se cierra la puerta por medio de una cuerda atada á una de sus extremidades, que pasa al rededor de un torno colocado en muro opuesto.

ARTÍCULO IV.

Reglas generales de arquitectura: estilos, proporcion y ejecucion ó parte material de las construcciones.

1.ª REGLAS GENERALES DE ARQUITECTURA.

1408. La arquitectura es la expresion constante y material de varias necesidades sociales, y de las facultades, creencias y sentimientos del tiempo en que se realiza. De aquí nace el estilo particular que caracteriza el gusto de la época, recibiendo la forma á que, en general, obedece la arquitectura bajo la influencia del clima, leyes, costumbres y elementos de que se dispone.

Su existencia no puede tener lugar sin el estudio de las leyes de equilibrio, sin la inteligente aplicacion de la mecánica, y sin la oportuna y precisa observancia de otras ciencias que conducen al conocimiento, sabia eleccion, composicion, preparacion, y especial destino de todos los materiales, de todas las partes y de todos los detalles que dan, con el arte, la gentil gallardía, graciosa disposicion y belleza de forma, de tal modo combinadas que el conjunto, cualquiera que sea el estilo, guarde la conveniente proporcion, armonía perfecta y decoracion galana; sin lo cual no encontraría el alma ese apacible reposo, ese placer indecible que experimenta cuando la vista y la inteligencia, el sentimiento deleitable y todas las demás facultades se encuentran completamente satisfechas. Todo ha de tener vida, todo, bajo la inspiracion impresa del arquitecto y del artista, ha de tener su gráfico lenguaje, para decir á las edades y contarlas con su muda elocuencia la historia de los tiempos anteriores con sus vicios y virtudes, sus miserias y grandezas, sus costumbres, saber, hazañas, y creencias.

1409. Se ha dicho que debe haber *proporcion*, *armonía* y *decoracion*.

La mejor *proporcion*, entre todas las partes de una obra de arquitectura, para que resalte la belleza, ha de ser difícil de descubrir. Así, la proporcion del cuadrado á su doble, ó de 4 á 8, por ejemplo, es menos bella que la de 4 á 9. Lo propio sucede en los detalles decorativos, cuya reunion de formas debe arreglarse segun ciertas proporciones definidas. El todo, como cada miembro particular, debe ser el múltiplo de alguna unidad; sin que se entienda en esto una regla fija en absoluto, pues habrá casos particulares en que sufra alguna modificacion; pero, en general, con la inteligencia se llegará á soluciones de conveniencia y órden material, y por medio del gusto, de ese delicado sentimiento intuitivo del espíritu, generador de un mundo de belleza, se completará la obra revelando las mejores formas y proporciones.

La *armonía* de la forma estriba en la justa balanza y en el contraste de las líneas verticales, horizontales y oblícuas, rectas y curvas; produciendo hermosura el modo con que estas líneas se hallen dispuestas, naciendo unas de otras en ondulaciones graduadas y un solo tronco ó vástago general, unidas tangencialmente las rectas á las curvas y estas entre sí, de modo que no se quite una sola de ellas sin dañar la forma y por consiguiente la belleza de la composicion.

El *adorno ó decoracion*, además, por apartado que se halle del centro ó eje de la composicion, debe ser detallado en su totalidad; pero como no es absolutamente indispensable, sino un precioso auxiliar que dá brillantez y carácter al conjunto, debe usarse con medida, siendo la prodigalidad en esto la verdadera señal de las épocas de decadencia. Y pues lo bello es verdadero y lo verdadero necesariamente

bello, la arquitectura podrá ó deberá decorarse de modo que excite la admiracion por la imitacion de la verdad sin destruir la forma y unidad de la composicion. Así, lo mismo que las obras de construccion, las decorativas deben combinarla con veniencia y la verdad, la proporcion y la armonía, cuyo conjunto es el todo de la belleza.

1410. Los adornos que se emplean en arquitectura pueden imitarse de la Flora, ó de la Fauna, ó de ambas á la vez, procurando, como se acaba de decir, que estas imitaciones asemejen al original, pero conociéndose el artificio para no faltar á la unidad de la obra que se ha de decorar, segun por regla general se ha hecho en las grandes épocas del arte. Y en razon á que uno de los mayores encantos del adorno de la construccion ha de ser el simbolismo, segun lo verificaron siempre los Egipcios, se procurará, al escoger los objetos naturales que se han de imitar, que expresen por sí mismos y respondan á una idea, objeto y fin del edificio. En las obras del antiguo Egipto, por ejemplo, el capitel es el adorno de construccion que mas significaba ó simbolizaba el objeto de la obra, de tal modo que no se podia prescindir de una parte de él sin destruir la composicion. Pero no se limitaban tampoco á una parte de esta para expresar la idea, puesto que los palacios de sus reyes y templos de sus dioses, como los vestidos, muebles y efectos mas ordinarios de la vida llevaban, con la combinacion del Loto, Papiro y plumas de hermosas aves (signos respectivamente del alimento corporal y espiritual y del poder soberano), la explicacion material del fin del edificio.

1411. Para mas enriquecer este, distinguir sus miembros, desarrollar bien la forma y destacar los diferentes objetos y las partes de cada uno de ellos, se emplea el colorido como auxiliar, ayudando con él á marcar las sombras y diferentes tonos de luz; y para ello se procura la justa distribucion de distintos colores que mas favorezcan la ondulacion del dibujo.

El mejor medio de llegar á esto es emplear los colores primitivos sobre superficies pequeñas, y en cortas cantidades aplicadas á los puntos salientes de los objetos, balanceados y entonados con los colores secundarios y terciarios aplicados á mayores masas sobre las partes inferiores de aquellos. (Véase en el artículo I el modo de usar el color).

Sin embargo, los edificios que se construyan apropiados al fin que han de servir, no contendrán mas adornos que los que les son propios ó corresponden á su empleo, procurando que todas sus partes tengan su razon de ser y que no se singularicen con exigencias impropias de su carácter por agradables que aparezcan.

1412. 2.° ESTILOS DE ARQUITECTURA.

Estilo Egipcio. (Lám. 56). El pueblo del antiguo Egipto, fundamento del saber humano, era poco severo en sus reglas de proporcion arquitectónica, pues que Lám. 56.
hacia indistintamente, como tambien se practicó en la Edad media, sus columnas pequeñas y pesadas, ó esbeltas y altisímas: pero unas y otras llevaban impreso el carácter simbólico y la variada multitud de capiteles (no osbtante los poco numerosos tipos del Loto y Papiro, siempre usados por ellos segun lo disponian sus leyes religiosas), al contrario de lo que sucedió desde los griegos á nosotros, en cuyas obras no se pasó de la hoja de acanto dispuesta al rededor del tambor ó desnudo del capitel corintio, con la sola variedad de la forma y disposiciones graciosas ó desgraciadas de las hojas y caulículos.

No sabemos á donde pudo llegar el punto culminante de la arquitectura egipcia, pues que la época de la civilizacion de ese gran pueblo se pierde en la noche de los tiempos, á juzgar por el inmenso número de siglos que debieron pasar hasta producir sus mejores obras, una vez que los grandes monumentos que han llegado á nuestra edad, para constante admiracion de quienes los contemplan, despues

de tener mas de 4000 años, expresan la decadencia del arte, por componerse de las ruinas de otros edificios mas perfectos.

El estilo de esta arquitectura, esencialmente polícroma, es completamente original, pues que no se notan vestigios de influencia extraña, sino la inspiracion directa que ofreció la naturaleza, como se observa en el exámen de los monumentos de aquel país, cuyo tipo se componia del Papiro y Loto (planta y árbol á orillas del Nilo que simbolizaban el alimento espiritual y el corporal), las palmeras y plumas raras. Los capiteles se componian generalmente de imitaciones de las primeras plantas, con los cuales se producian las variedades de que hemos hablado, ya dándoles simple y convencionalmente la forma de ellas, ya agregando al rededor de la campana ó tambor multitud de otros Papiros y Lotos pintados y esculpidos, segun se nota en las figuras 1 á 5 de la lámina 56. El fuste de las columnas, generalmente circular, tenia tres aristas para imitar la forma prismático-triangular del vástago del Papiro. Y cuando la columna se componia de tres ó mas fustes ligados entre sí ó agrupados, como sucede algunas veces en la arquitectura clásica y en la gótica, llevaba cada columna una arista saliente, para demostrar con las tres igual forma prismática.

Las columnas y cornisamento, mas las diferentes partes labradas y molduras del edificio, componian el adorno arquitectural. La pintura convencional de aquellas plantas y de las plumas en forma radiante ó de abanico, ó la de otro cualquier objeto de la vida real, componia el adorno representativo ó de ofrenda; y el
Fig. 6 á 9 decorativo le constituian figuras geométricas (*fig.* 6 á 9) (entre las que ya se cono-
Fig. 8 cia la voluta) (*fig.* 8) solas ó acompañadas de las flores antedichas graciosamente dispuestas.

Los colores empleados eran el azul, rojo y amarillo, rebajados con el blanco y negro. Se empleaba tambien localmente el verde para las hojas del Loto, no obstante colorarse á veces de azul, segun era el uso de los mas remotos tiempos.

De esta arquitectura madre se puede decir que nacieron sucesivamente la griega, bizantina y romana; como de estas á su vez surgieron la arábiga, turca, moresca y gótica; pues en todas ellas se encuentran vestigios del estilo de su inmediata anterior.

1413. Estilos Asirio y Persa antiguos. Los monumentos conservados de estas antiguas naciones se componen, como los egipcios, de restos de otros de una cultura ó civilizacion anterior. Pero como difieren mas que los últimos del punto culminante de su perfeccion, y no haya memoria de que la civilizacion de este país fuese mas antigua que la de Egipto; y pues que los estilos y representaciones de ambos pueblos son idénticos, deben uno y otro tener un orígen comun, que precisamente es el egipcio, difiriendo luego en las influencias propias de las costumbres, clima y religion. Así, pues, el estilo asirio carece de originalidad.

Su ornamentacion difiere de la natural, consistiendo en figuras curvas regulares, pocas veces rectas, hijas de la idealidad ó copias de las de tiempos anteriores. Los bajo-relieves y pinturas son de la naturaleza de los diagramas, y las superficies modeladas parecen importadas de pueblos mas modernos como los griegos, romanos y bizantinos, segun se observa en los detalles de Persépolis.

Los colores empleados fueron generalmente el rojo, azul, verde, anaranjado y oro, acompañados de negro y blanco. El negro, azul, rojo y blanco para el adorno pintado; el rojo, azul y oro, para el esculpido, y el verde y anaranjado, amortiguados con blanco y negro, para los esmaltes y obras de ladrillo.

Lám. 56. **1414. Estilo Griego.** (Lám.ˢ 56 y 57) El arte griego, aunque tomado del
y 57 egipcio y en parte del asirio, creció sin trabas ni leyes religiosas, dando culto únicamente á una idea nueva, hasta llegar á la mas elevada perfeccion, de la cual

surgieron elementos de nuevos estilos de un grandor futuro. Esta idea nueva fué la pureza de la forma, en la cual llegó la Grecia á tan grande altura que no ha sido posible sobrepujar despues. Y es, sin duda, porque la Grecia poseyó en todos tiempos y paises multitud de artistas de tan esquisito y variado gusto, por el sentimiento intuitivo de su alma, y por su fácil habilidad, que en pocos siglos llegó al apogeo de su perfeccion. Lo que faltaba desgraciadamente al arte griego era el simbolismo, ese gráfico lenguaje monumental que en los Egipcios llegó á ser el todo de la construccion. Así, en las diferentes partes de un edificio griego no se ven mas que superficies pintadas ó esculpidas, perfectamente preparadas para recibir el adorno en vez de formar parte de él, como sucedia en los egipcios, cuyo sistema de incavo-relieve aplicado á la arquitectura era mas perfecto.

El adorno representativo era, pues, muy poco numeroso, viéndose apenas algunas imitaciones de árboles y aguas: pero el decorativo (*fig.* 10 á 22, lám. 56) en *Fig.* 10 á 22,
cambio, era abundante y variado, tal como nos le presentan y hacen conocer los Lám. 56.
vasos griegos y etruscos. Seguian para ello los Griegos las tres grandes leyes que se han enunciado ya y hallamos por todas partes en la naturaleza, la radiacion á partir del tronco ó línea madre, la distribucion proporcionada de las áreas y la union tangencial de las líneas.

Los tipos seguidos eran tambien, como ya se ha dicho, poco numerosos, distinguiéndose la falsa imitacion de la flor de madre-selva (*fig.* 10, 11, 22, lám. 56) *Fig.* 10, 11, 22.
que por todas partes se vé pintada ó esculpida en radiacion ó abanico, (lám. 57, Lám. 56.
figs. 5, 6, 7) formando lo que llamaban palmetas en las paredes, en lo alto de las Lám. 57.
columnas y molduras y en los aleros, ó al frente de los desagües de los tejados. *Fig.* 5, 6, 7
Pero el rasgo esencialmente griego, que siguieron en un principio los Romanos, fué la creacion de dos volutas opuestas y emanadas de un solo tronco, tanto para las obras decorativas como para las de construccion (*fig.* 5, lám. 57.) Los adornos *Fig.* 5,
ideales consistian generalmente en la greca ó meandra de ángulos rectos, (*fig* 8), Lám. 57. *Fig.* 8
de la que vinieron despues las grecas árabes, las morescas y chinescas. Tambien emplearon el entrelazado en los toros, y hojas y óvalos en las escocias, talones y otras molduras.

El color empleado generalmente fué el amarillo, negro y blanco, y moderadamente, además, el rojo, azul, dorado y verde; haciéndose siempre los dibujos de una sola tinta y sin relieve sobre un fondo de color opuesto, generalmente negro ó amarillo.

La bella originalidad de la forma les condujo á sus órdenes Dórico, Jónico y Corintio, que aplicaron por todas partes y en todos los edificios, especialmente los templos, gimnasios, teatros y palacios. En unos y otros, y mas frecuentemente en los templos, rodeaban al cuerpo del edificio con una galería de columnas, cuyo entablamento respectivo tenia su intradós labrado formando artesonado.

1415. **Estilos Etrusco y Romano**. Los Etruscos, orignarios del Asia menor y de Grecia, fueron hábiles en la estatuaria, pintura y cerámica. Como arquitectos, inventaron el órden Toscano (reproduccion del Dórico griego), el arco de medio punto y las murallas de piedra poligonal. Sus monumentos difirieron de los de Grecia en el dibujo, menos bello, y en la composicion que les dieron, mas robusta y pesada.

Sirvieron con su inventiva en las construcciones para surtir á los Romanos de buenos artistas y hábiles arquitectos que, andando el tiempo, habian de ser los que, modificando los estilos griego y etrusco, llegáran á crear esa grandeza y magestad que se advierte en todos los edificios de la antigua Roma, llegados á nosotros al través de los siglos, para admirarlos por la suntuosidad que los ca-

racteriza, si bien no haya en ellos mas originalidad que la abundante complicacion de adornos.

Modificaron los Romanos y perfeccionaron los órdenes Griegos, Jónico y Corintio, dándoles mas hermosura y regularidad; y de ambos formaron el Compuesto, mucho menos elegante y esbelto que el Corintio. Estos órdenes constituian la mas rica arquitectura romana; y los aplicaron á sus palacios, arcos de triunfo, teatros, baños, palestras, acueductos y otras obras de utilidad pública en que se distinguió notablemente aquel poderoso pueblo. Los templos correspondian, como los demás edificios, al culto por las artes; y mas que obras perfectas dignas de los Dioses, en que tenian poca fé, su objeto parecia ser la glorificacion personal, que les conducía por la variedad á esa profusion de adornos desde la basa de las columnas hasta el vértice del fronton, destruyendo así con ellos las proporciones generales de las molduras.

Lám. 56 y 57. La hoja de acanto, usada en todas las partes, y de diferente manera y distintas direcciones dispuesta ó ideada, (lám. 56 y 57) es el verdadero tipo del estilo Romano, en lo cual se mostraba este pueblo poco artista; y tanto menos cuanto que, al contrario de los Griegos, que ponian todo su cuidado en las ondulaciones delicadas de la superficie, los Romanos limitaban su dibujo al contorno convencional y minucioso de las hojas. El adorno típico era una voluta saliendo de otra voluta (*fig.* 23 y 24, lám. 56) como queriendo imitar el dibujo griego (*fig. z* lám. 57), pero sin delinearla con el sencillo y delicado gusto de estos, siendo el vástago compuesto de las mismas hojas de acanto, imbricadas y aplastadas unas sobre otras, terminado el todo en una flor ó grupo de fruta ú otras diferentes hojas. Algunas veces, por fortuna, se variaba esta manera práctica separando las hojas á derecha é izquierda ó arriba y abajo de las volutas, como sucede en el templo de Santa Sofía y otros monumentos: medio dispositivo gracioso y variado.

Fig. 23 y 24. lám. 56 *Fig. z* lám. 57

A mas de los elegantes órdenes Jónico, Corintio y aun el Toscano, que ya habian introducido de los Etruscos, emplearon los Romanos el Dórico, sencillamente modificado por ellos, hasta el punto de no haber analogía con el de los Griegos. Es mas esbelto y regular, con graciosas molduras y entablamento bien proporcionado, en el que aparecen ó se conservan las gotas, triglifos y modillones griegos. Sencillo y severo este órden, mucho mejor que el Toscano, pero de menos belleza que los otros, no hizo mucha fortuna en la ostentosa Roma, siendo muy contados los edificios que se decoraron con él: por esta razon, sin duda, no se observaron cuidadosamente las reglas de sus proporciones, apareciendo estas muy variadas de unos á otros edificios, si bien las indicadas por Vitrubio y posteriormente por Vignola, son las mejores y mas seguidas en los tiempos modernos.

El estilo Romano ha sido el que casi exclusivamente ha dominado en todas partes hasta la Edad media, ya por reunirse con el Griego y el Etrusco el que les es propio, como por la influencia y poder que ese gran pueblo ejerció por todo el mundo conocido de su época, y por haber introducido y extendido la gran novedad del arco y la manera de construir con pequeñas piedras labradas unidas con cimento ó mortero; sistema que aplicaron despues, como en nuestros dias, á toda clase de edificios, desde los mas humildes á los mas suntuosos. Los arcos fueron en general de medio punto, y algunos peraltados desde que entró esta arquitectura á formar parte de la Bizantina.

Muchos son los vestigios y grandes restos, mas ó menos conservados, que todavía nos quedan en España de las magestuosas y grandiosas fábricas romanas, rivales de las que ostentaba la misma capital de tan vasto imperio, como fueron los palacios de Augusto en Tarragona y Zaragoza, las ruinas de Itálica, Mérida, Tarragona y Cartagena: los templos de Diana y Hércules en la Coruña

del Conde y Sagunto, y otros mas en Leon, Extremadura, Castilla y Cataluña; como asimismo una multitud de otras construcciones civiles y militares, arcos de triunfo, aras, sarcófagos, baños, estátuas, salicicas, arcos, &, en muchos puntos diferentes de la Península, que ya casi han desaparecido, conservándose en cambio otros grandes monumentos contemporáneos de los Cónsules y Césares, como testigos de las vicisitudes, glorias y grandes acciones que parecen referir los puentes de Orense, Martorell, Albarragas, Badajoz, Córdoba, Tudela, Alcántara y San Martin de Toledo, y el de Alcántara de 6 arcos, el mejor y mas imponente de todos ellos: los famosos acueductos de Mérida, Tarragona y Segovia, verdadero prodigio del arte: las ruinas de los de Toledo, Ciudad-Real, Valera y Teruel, Sagunto, Martorell y Carmona: las colosales obras del Monte Jurado en Galicia: las torres piramidales del Padron, &, &: monumentos todos ellos grandiosos, valientes y del mejor y mas puro gusto artístico, por la simplicidad de la forma y combinacion de molduras, por las buenas proporciones, composicion, severidad, nobleza y agradable contraste de perfiles, como erigidos en las mejores y mas florecientes épocas de Roma.

1416. **Estilo Cristiano-latino.**

La trasformacion que sufrió el mundo político en el siglo V, no podia menos de invadir el santuario de las artes, ya bastante descuidadas á pesar de los esfuerzos que para mantenerlas á la altura de su apogeo, hicieron los sucesores del gran Teodosio. Las nuevas costumbres que trajo la separacion y existencia propia de naciones tanto tiempo sometidas al yugo romano, y sobre todo la influencia poderosa del cristianismo, que tan radicales creencias religiosas encarnó en la humanidad europea, produjeron naturalmente un cambio completo en la arquitectura, que de fija y sometida á reglas perennes bajo el pueblo romano, tomó un carácter independiente en cada pais, falta de tipo y basada en la variedad fantástica y anarquía artística, conciliable, sin embargo, con el órden que cada pueblo admitia, segun su sentimiento, manera de ejecucion y ornato caprichoso, adaptándose desde el siglo VIII á las diversas costumbres, influencia de los climas, necesidades individuales y espontánea aparicion de tantas y tan diversas nacionalidades.

En Irlanda, Escocia, Inglaterra, Germania y España nacieron edificios de caprichosa veleidad y originalidad que revelaban el carácter independiente, fiero y vigoroso de estos pueblos (suavizado por el cristianismo) como se observa en las grandiosas basílicas de aquellas épocas, tan distintas de las del paganismo. Tales son las que Justiniano hizo levantar en Oriente en el siglo VI, que, por haber sido construidas por artistas griegos, prepararon el estilo Bizantino segun el cual se hicieron las basílicas de San Vital en Roma y San Marcos en Venecia; las que tiempo antes mandó ejecutar Constantino en Italia y Jerusalen; las erigidas por Teodosio y en nuestra España por los Godos cristianos desde el mismo siglo VI, como las iglesias de San Acisclo en Córdoba, San Vicente mártir en Sevilla, la Hierusalem y San Juan en Mérida, las de Compluto y San Justo y Pastor en Toledo, & &, sin contar la multitud de templos que hicieron los particulares, como el monasterio de Santa Florentina á orillas del Genil, iglesias de San Ginés y Santa Olalla; la de los mártires Fausto y Justiniano en Córdoba; convento Agalione en Toledo; basílica de Santa María en Cabra, &; edificios todos de que ya no existen mas que las ruinas y memoria.

Importada esta arquitectura de la romana y griega, quiso afectar la sencillez y pureza de la última al mismo tiempo que sus imponentes masas la hicieron pesada y poco esbelta y gallarda, aunque mas libre y licenciosa ó menos escrupulosa, pero amiga de la ostentacion y recargada de ornatos; y por consiguiente menos bella de lo que hubiera podido ser si, dotada de tanta independencia, se hubiera

contenido en los límites de la sencillez. Admitia dos ó tres cuerpos de órdenes, y el arco de medio punto, á veces prolongado por sus extremidades como despues hicieron los Moros, sosteniendo directamente el macizo de las paredes ó figurándolo como si fuera un ornato y descansando en los capiteles de las columnas, sin cornisamento ni uniformidad en la clase de estas, pues las empleaban indistintamente de cualquier órden y módulo, para aprovechar los despojos de otros edificios, ya mutilándolas ó ya acreciéndolas para ajustarlas todas á una misma altura. Los capiteles que se hacian nuevos eran tambien muy descuidados combinando las hojas de diversos modos y haciéndolas agudas y de contorno abultado, lo mismo que las volutas, tan tosco todo ello como los ornatos raros que las acompañaban, sin dibujo, ni idea ni gusto.

En la ornamentacion prefirieron los enlaces y combinaciones de arcos de círculo, las ondas, facetas, relieves diminutos, hojas gruesas y puntiagudas, como las de las columnas, profundos calados, estrías espirales ó imitando tejido de cuerdas, florones esculpidos en la piedra con poco realce, cornisa apoyada en ménsulas y modillones, cubiertas de madera, puertas rectangulares sin ornato, y ventanas semicirculares sobre jambas rectas.

Las basílicas presentaban á su frente un átrio ó pórtico, generalmente cuadrado, con arcadas de columnas aisladas: en su exterior tenia la iglesia 3 ó 5 naves con crucero ó sin él, formadas por columnas enfiladas y arcos de unas á otras, con dos cuerpos la central, abriendo ventanas de igual forma que el intereje en los muros laterales sobre que se asentaba la cubierta de madera y cielo raso artesonado. Las capillas absidales, situadas en la parte posterior, tenian las cubiertas de bóveda. Sobre las columnas ó los arcos no habia cornisamento, sino que directamente se apoyaba el muro; pero en ellos se hacía una sencilla faja ó archivolta como único adorno; presentando el todo una simplicidad y magnificencia que le daban un aire de grandeza imponente, no obstante que bajo el punto de vista arquitectónico pertenecia á la época de decadencia del arte.

Las paredes de las naves y bóvedas absidales estaban pintadas ó enriquecidas con mosáico sobre fondo de oro, representando los asuntos mas notables de la historia sagrada, y tambien paises, marinas, animales y varias composiciones alegóricas sobre fondo azul ó púrpura, cuyo objeto era admirar la grandeza de Dios y las maravillas de la creacion. Al mismo tiempo se ponian sentencias bíblicas en letras de oro. El pavimento era de mármol y pórfido ó mosáico; los cielos rasos, pintados con azul, anaranjado, verde y oro; las ventanas con vidrios coloridos, y los altares de metal ó piedra rara, ó simplemente de madera pintada.

Sobre el pórtico ó en los costados se levantaba la torre ó campanario.

Los edificios existentes mas notables de este estilo son, los de San Clemente, San Juan de Letran y San Pablo, Santa María la mayor y Santa María Transtiberiana en Roma; y en España gran número de iglesias erigidas en los siglos VIII al X por los Godos y monarquía asturiana, entre ellas la de Santullano, cerca de Oviedo, y casi todas las de los reinos de Leon, Galicia y una buena parte de Castilla. En algunas hay bóvedas de hormigon por armaduras, y los arcos lobulados, con aljimeces, bóvedas estalactíticas y entrelazados bizantinos y árabes ó morescos; no ya preparándose en los últimos siglos, sino entrando en la época de transicion y tomando de ella algunas de las graciosas originalidades de los estilos de la Edad media.

1417. Estilo Bizantino.

Nació de la misma fuente y por iguales causas que el Latino, siendo así el carácter particular de esta escuela, que floreció desde el siglo IV al XIV, la combinacion de los diversos sistemas anteriores, en razon á la fusion con los artistas y

operarios romanos de los persas y árabes; dando cada nacion ó provincia inmediata su contingente á la formacion del nuevo estilo, segun su civilizacion y conocimientos, hasta que de estos elementos heterogéneos salió un compuesto sistemático por el cual se construyeron en el Asia menor los teatros y nuevos templos.

Los rasgos característicos del estilo Bizantino en el adorno, lám. 57, le determinan las líneas curvas elípticas, formando evolutas como las romanas, pero mucho mas sencillas y terminadas por una flor. El follage es delgado, ligero y contínuo y las hojas puntiagudas como en el latino. El adorno le forman dibujos entrelazados, aunque no se desechan compuestos de hojas, óvalos y figuras geométricas importadas de otras escuelas, lám. 57. El fondo, de mosáico ó pintura, es siempre de oro. La escultura tiene poca importancia, siendo muy limitadas y de escaso sentimiento las pocas figuras que alguna vez se introducen.

Cuando el adorno se tomaba del estilo Romano la escultura era la parte principal de la composicion, quedando el todo rico de luz y sombra, con profundas incisiones y una mezcla de figuras, hojas y adornos convencionales que producen muy buen efecto. Para este caso el fondo no siempre es de oro, haciéndole de mosáico pintado de carmin claro ó amarillo.

Los mosáicos son indistintamente romanos, sicilianos, árabes y bizantinos puros, no pudiéndose determinar de un modo preciso unos y otros, si bien todos ellos se componen de figuras geométricas, formando triángulos, pentágonos, estrellas, caras de tetraedros, dodecaedros, &, segun se usaron en aquellos paises, cuyos dibujos mas complicados fueron los árabes y moriscos.

1418. La forma general de los templos cambió completamente de aspecto, levantándose cúpulas esféricas sobre pechinas entre los arcos torales que componian la cruz griega de brazos iguales, y haciendo en el resto de la basílica doble arquería circular sobrepuesta, cuyo intradós era multilobado. Algunos arcos tenian su centro superior á la línea de los arranques, siguiendo la curva hasta la horizontal de estos; forma que fué despues adoptada por los árabes. Las cúpulas de este estilo erigidas en Rusia tienen la forma bulbosa ó de cebolla asentándose sobre un muro circular lleno de ventanas; y en todas partes el número de cúpulas era de tres, cinco, ó mas, contando la central mas esbelta y grande que las otras.

Los órdenes antiguos fueron casi excluidos y sustituidos por otros cuyos capiteles (*fig.* 9, lám. 57) eran cúbicos ó tronco-piramidales, redondeados por arriba y *Fig.* 9
vestidos en todo ó parte por el acanto agudo y por entrelazados. Las molduras se- Lám. 57
guian el sistema general del adorno, por medio de figuras geométricas, meandros, hojas, &.

Este estilo, modificado de pueblo en pueblo, hizo fortuna por mas de 10 siglos, importándose en toda la Grecia, Italia, Sicilia, España, Rusia, Alemania y Francia. Pero al mismo tiempo florecia el Romano, (mas variado que el primitivo) y el Latino; y en el siglo XII se preparó, con las modificaciones de estos últimos, el estilo de Transicion, para dar lugar al Gótico y reposar de nuevo el Clásico por 300 años, hasta que volvió mas brillante, dando á su época el nombre de Renacimiento.

1419. Se divide en dos períodos: el 1.°, desde su aparicion hasta el siglo XII, era pesado y poco airoso por lo achaparrado y adusto de sus columnas, lo tosco de sus alegorías y esculturas, la lisura de sus pesadas paredes, arcos sin lóbulos ó festones sin relieve, el paralelismo uniforme y monótono de sus líneas horizontales, que parecen limitar la inspiracion: todo lo cual retrataba la tristeza de las catacumbas y ascetismo monacal, invariable, rígido y fascinador como las creencias y supersticiones de aquellos tiempos de misticismo, dolor y martirio. Todo en esta arquitectura era misterioso y sacerdotal, emblema del poder

teocrático que la dió orígen y extendió levantando multitud de abadías, solitarios conventos y santuarios. En España, donde ya habia echado hondas raices el cristianismo y el gusto de la soledad para inspirarse mas en el melancólico goce de la contemplacion, se edificaron los conventos de San Pablo del Campo en Cataluña, San Benito de Biages, catedral de Gerona, templo de San Lorenzo de Lérida, ermita de San Nicolás de Gerona, Santa María de Cervera, monasterio de Monte-Aragon, San Miguel in excelsis de Navarra, colegiata de San Isidoro de Leon, iglesia de Cervatos, San Martin de Lines, San Miguel de Rio-seco, Santa María la Antigua de Valladolid, Santa María de Astorga, Santa María y San Millan, San Juan, la Trinidad y San Andrés de Segovia, capilla subterránea de Santiago en su catedral, &, las murallas de Avila y Zamora, &, &.

El 2.° período, unido al de Transicion, empieza en el siglo XII, conociéndose ya desde el anterior las trazas y perfiles de este, mas ricas y gallardas por la mayor esbeltez dada á sus columnas, y mas risueñas por sus mejores ornamentos, escultura mas perfecta y bella, y por la gentileza y soltura de los arcos lobulados, llenos de molduras de mas relieve en las archivoltas consistentes en estrellas, cintas, grecas, flores, hojas, tejidos, perlas, &, tal como se ha dicho anteriormente del estilo en general; siendo los portales de las iglesias profundos, ricos y severos, principió ya de la época de Transicion, á que siguieron los arcos entrelazados y ojivos, y algunos de los detalles que preparaban la entrada del gallardo y magestuoso gótico. Las torres eran mas altas y menos pesadas, generalizándose los cimborios, mas bellos y de mayor talla como en Santa Sofía de Constantinopla y en la catedral de Zamora; la cual, como las de Tarragona, Salamanca, San Vicente de Ávila, colegial de Toro, y otras muchas fábricas de España, presentan ejemplos notables de esta transicion.

Mas por admirables que fueran estos monumentos bizantinos, atendida su grandeza, disposicion y construccion bastante atrevida, se observa en ellos ciertos defectos de precision, reminiscencias paganas, masas mal ó incompletamente proporcionadas, miembros desunidos ó mal casados, cuya vida parece distinta, sin poder formar un todo bien constituido, y donde el espíritu lucha aún con la materia, anunciándose una faz de crecimiento mas que de madurez, y por consiguiente, falto de elementos que le puedan señalar como tipo que se debe seguir sino en varios de sus costosos detalles, por mas que algunos arquitectos le recomienden como uno de los mejores modelos, por lo que tiene de variado y antiguo.

Lám. 58. 1420. **Estilos Arabe y Moresco.** (Lám. 58).

Dos siglos despues del establecimiento del Islamismo, crearon los Mahometanos en el Cáiro la primera gran mezquita que formó el estilo particular Arabe, en el cual se conoce el antiguo orígen importado de los Persas y el de la escuela greco-bizantina.

Se puede considerar dividido en tres períodos.

1421. 1.° Del siglo VIII al X, en que falto de sistema y originalidad, imitador y ecléctico, sin poderse acomodar á ninguna escuela ni romper las trabas de su dependencia, manifiesta mas predileccion por el Bizantino, de cuyo estilo toma sus formas, los capiteles cúbicos, los arcos de herradura y sus lóbulos ó festones en pequeños semicírculos, y otros adornos de las fábricas griegas: pero al mismo tiempo admitia ó imitaba las columnas y detalles romanos encontrados en las ruinas de este gran pueblo, acomodándolas caprichosamente á sus construcciones poco determinadas, tal como se vé en la mezquita, hoy catedral de Córdoba, ejecutada en el siglo VIII durante este primer período, con techos de alerce de diferentes matices y dorados en vez de las bóvedas actuales: edificio admirable por

su inmensidad imponente de $130^m \times 118^m$, por sus 850 columnas que le sustentan, y por el singular enlace y justaposicion de las arcadas, ligeras como resistentes al través de los siglos, por la simplicidad de las líneas y perfiles, y por el sentimiento que en todo parece dominar de los destinos del Asia y Europa sometidas á su imperio. Por igual estilo se hicieron varias fábricas de Toledo, y multitud de otras mezquitas y baños públicos como la antedicha del Cáiro y la encantadora y mágica poblacion de Az-zarat, mas otros edificios en Damasco, Guadix, Jaen, Baeza y Granada. Los adornos, de que las *fig. a* puedan dar idea, eran aún pobres comparados con los de los otros estilos. *Fig. a*

1422. 2.° En el 2.° período, *Arabe-moresco* ó de transicion al moresco, lucha esta arquitectura por emanciparse de las formas bizantinas, introduciendo peregrinas invenciones que la dan ese carácter de graciosa originalidad con que mas tarde, desde el siglo XIII, aparece ostentándose ya con fisonomía propia.

Los arcos de herradura se sustituyen en parte por los ojivales prolongados en sus nacimientos, y festonados ó lobulados, y los techos de madera dejan lugar á las bóvedas de estalactitas que forman pequeñas cúpulas pendientes y vistosas, enlazadas artísticamente unas y otras, tal como se vé en el gran salon del Alcázar de Sevilla, menos sueltas y delicadas aún que las empleadas mas tarde en la Alhambra. Pertenece tambien á este período la capilla de Villaviciosa en el centro de la catedral de Córdoba, la Puerta del Sol de Toledo, la antigua mezquita de Sevilla, de que se conservan restos en la catedral, primer cuerpo de su Giralda, construida por Hever inventor del álgebra, y el patio de los naranjos; Santa María la Blanca y baños de la Caba en Toledo, la iglesia Corpus-Christi de Segovia, y otros suntuosos edificios de que solo queda memoria: en todos los cuales, á mas de las bóvedas estalactíticas, tienen su parte decorativa formada por rosetones, figuras geométricas, ya algo complicadas, y calados en estuco é inscripciones del Korán, por todas las paredes, pintados y dorados los detalles con el mayor primor y gusto artístico. Los capiteles son tambien mas esmerados y elegantes que en el primer período, apartándose algo del gusto bizantino. Los ladrillos, esmaltados de colores, imitan tejidos, festones angulares, mosáicos y varios dibujos.

1423. 3.° Ya en el siglo XIII esta graciosa arquitectura llegó á todo su esplendor, como producto de la civilizacion moderna, apenas enlazada con el pasado y viviendo de su gloria presente, pero sin perder en nada su genio oriental y supersticiones de su religion. Aparece así la arquitectura bella y delicada, riente, original y encantadora, con mas desemboltura y desembarazo, y con ese atrevimiento y gentileza que la dan sus perfiles, profusion de lazos, grecas, afiligranados, entrelazado de flores y preceptos del Korán, ostentándose proporcionada, artística, maravillosamente lozana y poética y religiosamente voluptuosa. Los edificios son mayores, ligeros y alegres, cubriéndose sus muros de almocárabes, atauriques y festones, y las columnas mas esbeltas, gallardas y graciosas, con capiteles de canastillo ó cuadrados, bellamente adornados con hojas y estalactitas. Los arcos, menudamente lobulados, de madera y estuco, son ojivales ó de medio punto, siempre prolongados ó con el centro superior á sus arranques, y tan gruesos como la corona ó ménsula superior de los capiteles sobre que descansan: sus archivoltas y tímpanos están igualmente llenos de grecas, ajaracas, festones y figuras geométricas. Cuando hay piso superior las columnas se corresponden con las de abajo, descansando en repisas ú otras ménsulas que se colocan sobre estas últimas. Las bóvedas son tambien estalactíticas, formando piña la multitud de pequeños nichos de que se componen, más bellos y mejor ejecutados que los del segundo estilo, tal como se vé en el salon de embajadores del Alcázar de Sevilla, en las estancias de la Alhambra, (lám. 62*) en el Generalife y otra porcion de edificios Lám. 62

no tan ricos y perfectos. Los zócalos son de mosáicos (de piedra los Árabes y azulejos los Moriscos, lám. 58.) formando graciosos dibujos geométricos y difíciles entrelazados. El color empleado sobre el estuco ó yeso era siempre el rojo, azul y amarillo ó dorado. Los colores secundarios, la púrpura, verde y anaranjado, solo aparecian en los zócalos. El rojo se colocaba en los fondos, y algunas veces el azul: pero generalmente se daban con este los costados en relieve del lado de la sombra, y con oro las superficies expuestas á la luz.

En la composicion tuvieron presente los Moros todas las leyes que al principio se dejan apuntadas, y otras mas, cuales son: decorar la construccion y no construir la decoracion; hacer proceder las líneas unas de otras en ondulaciones graduadas; dividir la forma general y subdividirla, enriqueciendo de adornos las partes parciales para satisfacer á una inspeccion minuciosa; armonizar la forma con la justa belleza de las líneas verticales, horizontales, oblícuas y curvas; distribuir por igual la superficie, al modo como se vé en una hoja por la subdivision y ramificacion de sus venas; observar siempre la radiacion, que parte del vástago principal, y la continuidad de las líneas rectas y curvas, tangentes en el punto de contacto; y por último, hacer que las curvas, para ser mas agradables, presenten una traza difícil de descubrir.

Solo faltaba á la perfeccion de esta escuela el encanto del simbolismo, que era el sello particular de la egipcia: pero si esta falta, debida á las leyes de su religion, no ha completado lo acabado del estilo, ha sido reemplazada por las numerosas inscripciones del Korán y otras que tanto satisfacen la vista y acusan la inteligencia por la dificultad de descifrar sus involuciones tan curiosas como complejas, que, una vez comprendidas, encantan la imaginacion por las hermosas ideas que revelan y por la armonía de su composicion. Inscripciones que decian á los artistas y á los que fuesen capaces de apreciar el sentimiento que las dictaba, *el poder, la magestad y las virtudes de los reyes*: y al rey mismo declaraban sin cesar que *solo Dios es vencedor y poderoso*, y que *El solo es eternamente alabado y glorificado.*

1424. Ostentaba así esta arquitectura un carácter eminentemente religioso, como producida por su ley fundamental; pero, diferente del cristianismo, ofrecia esta religiosidad á un mismo tiempo la voluptuosidad y el misticismo, los goces de un fantántisco Eden y la severidad de un espiritualismo intolerante y fanático, la imaginacion embriagada por la sensualidad con la esperanza de un deleite mayor y la sombría rigidez de los preceptos de Mahoma. Y si este contraste caracteriza el alma de los Árabes, el que ofrece el exterior é interior de estos edificios dibuja con igual propiedad su genio de esclusivismo, su orgullo y loca embriaguez. Los muros, generalmente de hormigon ó de tapiales, pesados y desnudos al exterior, parecen designar al pueblo esclavo la fuerza y gran poder del déspota que le tiraniza: y la profusion de riqueza interior solo habla á los placeres de la vida sensual, que el profeta predice y ofrece, y cuyo precepto siguen desde este mundo, creyendo en su conciencia que al hacerlo de este modo cumplen el mas sagrado de sus deberes.

Así, no se distinguian estas obras por lo atrevidas y valientes, ni por la magestad, grandeza y elevacion de pensamientos: el halago de los sentidos y un porvenir idéntico de inefables y eternos goces materiales, tan impuros como estériles, adormecia el alma de estos hijos del Islam, siempre guerreros, siempre poéticos, y jamás inspirados en la sublimidad del espiritualismo natural y divino del cristiano, de ese mundo moral, esperanza infinita de dicha eterna á que convida la fé pura, grandiosa y consoladora que simboliza la cruz de la redencion y libertad del hombre, la civilizacion y el progreso, la vida racional. (Véase sobre arquitec-

tura árabe los magníficos artículos del Sr. Contreras en la «Revista de España»).

1425. No terminaré, ya que se ha mencionado la Alhambra, sin decir dos palabras en justo elogio de mi compañero el coronel D. Ramon Soriano, con motivo de la manera ingeniosa con que volvió á su aplomo la galería principal del primer patio de aquel alcázar. Años hacia que por un movimiento de oscilacion del grueso muro que forma la pared maestra del salon de embajadores, quedó rendida la galería que le antecede, significando las columnas y arcos un desplome tan considerable que fué preciso apuntalar el todo: y por feo que era este apuntalamiento así subsistió hasta que el coronel Soriano fué nombrado Gobernador de la Alhambra, en cuyos primeros dias pensó la manera de enderezar la expresada galería, como lo hizo en breves instantes despues de sujetar los arcos vertical y horizontalmente por medio de un ingenioso cuanto sencillo apeo. Provistas las viguetas en que se apoyaban los arcos y montadas sobre un tornillo con su tuerca, se daba un pequeño movimiento á este, levantándose 2 ó 3 milímetros el arco, segun lo permitia la elasticidad del material. Entónces libre la columna, la sacaba de su lugar y la situaba á plomo sobre un nuevo cimiento exterior ya preparado; despues de lo cual aflojaba el tornillo y caia el arranque de los arcos sobre el capitel, quedando el todo como hoy se ostenta á plomo y seguro, gracias á esta delicada cuánto difícil operacion, tan fácilmente llevada á cabo.

1426. **Estilo de Transicion.**

Al finalizar el siglo XI, las artes como las ciencias habian tomado tanto vuelo que no era posible volver á la lentitud de los tiempos anteriores en la via del progreso humano. La arquitectura siguió el camino emprendido hasta la primera mitad del siglo XII, y debido á este espíritu de adelanto y á la multitud de hábiles artistas en pintura y escultura que entónces se produjeron, se levantaron grandes y magníficos monumentos de ejecucion mas perfecta y esmerada por la elegancia, delicadeza, correccion y variedad en el dibujo de sus molduras, por la esbeltez y ligereza de las columnas, y, en general, por la decoracion de las fachadas y mas libertad en las combinaciones, y sobre todo por la introduccion del arco ojivo en puertas y ventanas y las grandes claraboyas ó rosas de 3, 4 y mas lóbulos, formándose las bóvedas de arista por arcos salientes, circulares ó apuntados; con todo lo cual se dió nacimiento al estilo ojival, que sin saber por qué, se llama tambien gótico, á pesar de haber terminado la existencia de los Godos bastantes siglos antes del principio de esta escuela, que tanto floreció desde la segunda mitad del siglo XII para formar los admirables edificios que hoy ostenta la cristiandad.

Este estilo de transicion, rico y original, copioso de adornos y muy característico, pero en el que todavía aparece la hoja de acanto romana, ofrecia ya la novedad del tabernáculo, dado ó doselete que se colocaba á ambos lados de las puertas, coronando las estátuas que hacian oficio de columnas; y se componian de un arco ó bóveda coronada por torrecillas almenadas y aun de pináculos. Las columnas, mas delgadas y esbeltas que las romanas, no estaban como estas sujetas á reglas fijas que limitasen hasta la composicion de su adorno. Unas veces se hallaban solas como soportes de las bóvedas de arista, y otras formaban grupos de cuatro columnas iguales, solas ó acompañadas de un pilar central de mayor diámetro, ó bien eran ocho situadas en los ángulos ó caras del pilar poligonal (lám. 62.) Los cordones y las cornisas eran mas ricas, componiéndose de Lám. 62
toros y cavetos entre filetes. Los aristones y archivoltas no eran siempre rectangulares, sino que sus ángulos se redondeaban ó achaflanaban. Por último, y á fin de no hacer demasiado gruesos los nuevos pilares de las grandes bóvedas de los templos, se agregaron á los estribos los arcos botareles que habian de tras-

mitir los empujes de aquellas; dando esto lugar al establecimiento de bóvedas mucho mas altas y anchas, y á hacer en los muros ventanas de grande extension; cuyo conjunto de innovacion hacia dar al todo esa apariencia de ligereza maravillosa que nunca dejarémos de admirar.

Las bases de las columnas, las archivoltas, cornisas, etc., se adornan de follaje imbricado y con perlas y óvalos en los cordones y toros, y con animales reales ó imaginarios en las partes planas y cóncavas.

Este género de construccion, exento de las trabas que impusieron las reglas á que se sujetaron los órdenes griegos y romanos, y no teniendo mas norte que figurar con el atrevido pensamiento de su época la magestad sorprendente y la valentía sin igual hasta entonces de esa clase de edificios, ideas patentes del espíritu que simbolizaban, llegó á constituir la manera esencial del arte que, con un paso mas, debió florecer tanto en los siglos inmediatos de la Edad media en cada uno de los tres períodos conocidos de los estilos góticos.

Segun el de Transicion se levantaron en España las catedrales de Salamanca y Zamora, como se ha dicho, y otros numerosos monumentos.

1427. **Estilo Ojival ó Gótico.**

Idea general y objeto esencial. La tendencia á generalizar el arco ojivo desde la mitad del siglo XII, y el gran desarrollo y rápido progreso del arte conciliando la severidad con la gracia y la valentía con la robustez: desembarazada y gentil, bella y nueva esta arquitectura, fácilmente se prestó á la trasformacion completa que sufrió, inspirada por la religion, dando lugar á ese brillante estilo cada vez mas arriesgado y galano; mas sorprendente y poético; mas apropiado que otro alguno á la idea espiritual que absorvía por completo la vida caballeresca de aquella Edad media, tan idealizada por el amor, tan sublime por la religion de Cristo, tan arrogante por la dureza del carácter creado en los combates.

De este modo y con estos elementos nació y progresó el estilo gótico, que, en general, fundado en principios que nada tienen de comun con el arte antiguo, y no sujeto á trabas ni leyes que le pudieran limitar, comprimiendo con ellas el vuelo de la imaginacion y fantasía encaminadas por el buen gusto y la inteligente concepcion del arquitecto científico y artista, es estilo tan fuerte, gracioso y bien proporcionado como elegante, magnífico y atrevido, pareciendo como formado por la fusion de la colosal grandeza de los monumentos egipcios, de la seductora gracia de los griegos y la solidez maravillosa de los romanos, sin poder en el conjunto distinguir los elementos parciales de aquellas primeras escuelas. Así, no obstante la uniformidad del tipo, se ven reunidas en una gran variedad la magestad con la gracia, y el mas elevado y atrevido pensamiento con la mas sabia medida; al mismo tiempo que la forma, los colores, las luces y las sombras, prestándose recíproco apoyo, producen reunidas un efecto prodigioso. Los perfiles y las líneas acusan un sentimiento delicado, y la esbeltez de todos los elementos, esas delgadas y altísimas columnas, los filetes y aristas estrechas y levantadas desde el suelo hasta la cima, los contrafuertes y pináculos elevados y acabados en punta, las gigantescas flechas de las torres que se pierden en las nubes, las bóvedas apuntadas, y hasta las estátuas, delgadas como las columnas, y como ellas largas y espirituales; todo aquí, aéreo y elevado, recuerda y señala constantemente al corazon humano su tendencia á trasportarse al cielo, marcando una religiosidad esencialmente cristiana, una vida moral, poderosa y profunda, en que la idealidad y fantasía del arte y el entusiasmo de la fé existen de mútuo acuerdo. Nada hay, pues, en este estilo que no sea rico, grande y bello, y que no parezca tener su lugar natural dentro de la idea de nuestra religion sa-

grada. Pero si la grandeza del estilo es un carácter que le distingue de los demás, su principal ventaja es la originalidad que le es propia y la facilidad conque se plega á todas las dimensiones grandes ó chicas y la suprema riqueza de sus variados dibujos.

Hay, á mas, en la combinacion de las figuras geométricas la ventaja de simbolizar la idea; pues siendo el triángulo equilátero el emblema de la Trinidad y el cuadrado el del mundo y la naturaleza, el empleo simultáneo de estas figuras explica la reunion de lo espiritual con lo temporal. Pasando del triángulo á un polígono compuesto de 6, 9 y 12 lados se tiene la forma particular de las capillas absidales y el presbiterio, los púlpitos, tabernáculos, ostensorios, cálices, &. El cuadrado, símbolo del mundo en razon á las cuatro estaciones, á las cuatro divisiones del dia y á los cuatro evangelistas, es la forma fundamental de las alas de las iglesias, partes bajas de las torres y los portales cuyas caras se presentan á los fieles. El octógono, derivado del cuadrado, se emplea en los pilares y algunos cuerpos altos de torres y pináculos.

El pentágono, signo de la salud y dicha, el eptágono, símbolo de los siete dias de la creacion, siete servidores de Dios, siete sacramentos, &, y el dodecágono, que conmemora los 12 apóstoles, son figuras que se han aplicado en particular del modo conveniente á su significacion.

Las capillas mayores, por ejemplo, se terminan en 4 ó 5 lados, partes de un exágono y dodecágono, ó polígonos compuestos del triángulo, símbolo de la divinidad: y se colocaron por el lado de Oriente para recordar la region de donde vino la doctrina cristiana. La iglesia, al mismo tiempo, tiene la forma de una cruz, cuyos brazos y piés, rectangulares donde están las puertas, simbolizan la idea de la separacion del espíritu y la materia, ó el sitio de la oracion y la vida humanitaria.

1428. De los tres estilos, en que se divide esta escuela, el segundo es el mas digno de admiracion y precioso, si bien no tan austero como el del siglo XIII, ni tan rico de adornos como el último ó tercero, con que se cubria la decadencia de esta brillante y maravillosa arquitectura.

1429. Primer estilo ó período (siglo XIII) (Láminas 58 y 59). Lám. 58 y 59.

El estilo de esta época no parece el resultado de las antiguas escuelas anteriores cuyos tipos han desaparecido completamente, pues hasta en el adorno, puramente convencional, no se vé ya la hoja de acanto, formando el todo una fisonomía original y homogénea que dice ser el producto de un arte enteramente nuevo. Los adornos, como principio y ejecucion, son los mas perfectos de todos los períodos góticos. En ellos aparecen la elegancia y buen gusto de los Griegos en las ondulaciones y forma, hallándose siempre en armonía y entrelazándose naturalmente con las partes de la construccion que deben decorar. Pero la perfeccion del estilo se pierde á medida que, desviándose convencionalmente de la idealidad, se trata de imitar mas la naturaleza, en cuyo momento la ornamentacion deja de ser arquitectural.

Los fustes de las columnas son altos y delgados, sin proporcion determinada: sus capiteles se dividen en una série de vástagos terminados por una flor, al modo que sucedia con los capiteles egipcios; ó bien los forman uno ó dos órdenes de hojas convencionales de azucenas ó falsa imitacion de acanto, (*fig.* I, lám. 58) con lo cual vuelve á desaparecer el adorno de construccion determinado por el primer método que mejor caracteriza la época del primer estilo gótico. Las basas son unas veces la reproduccion de la ática ó una degeneracion suya, ó bien un dibujo arbitrario de pocas molduras. El todo, como en el estilo de transicion, forma el pilar *Fig* I, lám. 58.

ó apoyo de la bóveda de arista, ó una parte del grupo de 4, 8, 12 ó mas columnas opuestas que rodean el pié derecho.

Fig. K Los cordones interiores y exteriores ofrecen una reunion de molduras que generalmente son toros, escocias y cavetos entre filetes. El arco (*fig.* K) es esencialmente ojivo-agudo ó en lanceta, de rádio igual ó mayor que la luz, componiendo el principal elemento del estilo, aplicado á todos los vanos y bóvedas. Algunos de estos arcos son de tres lóbulos, y otros figuran dos arcos gemelos sin pilar central.

Fig. A, Lám. 58. Los arcos rectos ó formeros, los nervios ó aristones de las bóvedas, y las archivoltas de las puertas y ventanas se componen de molduras (*fig.* A, lám. 58) redondeadas, formando toros, aristas y curvas piriformes, segun se usaron en todo el siglo XIII y aun en el XIV.

Los formeros eran arcos de mayores dimensiones ó tenian mas número de molduras que los aristones, si bien despues los hicieron todos iguales; y las bóvedas, ejecutadas entre los espacios triangulares que dejaban estas aristas, se componian de piedras adoveladas, regulares ó irregulares, de escaso espesor (6 pulgadas poco mas ó menos).

Los adornos de los frisos y cornisas consistian en la representacion convencional de hojas de violeta, tréboles, cardos y otras plantas de cada pais, solas ó combinadas con flores ó sus cálices. Tambien hicieron adornos de animales imaginarios (estravagantes y ridículos) para las jambas de las puertas, los entrepaños, tímpanos de los arcos y las gárgolas ó canalones de piedra.

Fig. H y N Lám. 58 y 64. Las ventanas y puertas ó ingresos se coronaban con frontones rectos, terminados por florones como en las superficies de sus costados por cardinas de hojas revueltas al exterior (*fig.*s H y N, lám. 58 y 64.) En el triángulo mixtilíneo así formado se abría un claro trilobado ó cuatrilobado: las ventanas se subdividian en dos, cuatro ó mas segun el espacio y al modo como se vé en las figuras antedichas y la lám. 63.

Fig. J. Las grandes rosas colocadas bajo los frontones de las puertas principales, se componian de arcadas entre columnas radiantes desde un pequeño círculo central (lám. 62' y 67). Los doseletes para coronar las estátuas de los ingresos eran mas ricos que en el estilo anterior; componiéndose de frontones trilobados sobre los que se levantaban importantes monumentos en miniatura, compuestos de torrecillas con sus capiteles y arquerías ojivales. (*fig.* J).

Los arcos botareles eran mas atrevidos y adornados que en el estilo de transicion. Por último, las estátuas y bajo-relieves tomaron nuevo carácter imitando mas la naturaleza y los trajes religiosos de aquel tiempo.

Las fachadas de las catedrales ó grandes iglesias levantadas por este estilo, son todas trinitarias, á causa de las tres puertas que presentan, una principal al centro, y sobre ella la rosa entre una galería y los contrafuertes que corresponden á los estribos de la nave mayor; y las otras dos al frente de las naves secundarias, encima de las cuales iban las torres. Estas se componian de varios pisos demostrados por otros tantos cuerpos de ventanas, y se unian al de la fachada por la galería alta sobre la rosa central.

La puerta principal forma un pórtico abovedado, por medio de un entrante achaflanado que permite el gran espesor del muro; y en la parte vertical de sus caras se hacen 12 nichos dobles para colocar estátuas de los 12 apóstoles, profetas y vírgenes, ó los santos mas venerados de la diócesis, y en su base los signos del Zodiaco, acompañados de la representacion simbólica del trabajo de los 12 meses del año. En el fondo de la arcada existen otras estátuas de ángeles, patriarcas, mártires, &, que se apoyan en sus consolas ó doseletes de los que están in-

feriores. El arco de frente es sencillo ó cincelado y adornado de hojas y flores. Sobre él se levanta el fronton triangular del mismo género que el arco, y en su tímpano se hace otro bajo relieve correspondiente á un pasage de la Historia sagrada. La puerta se halla dividida en dos hojas apoyadas en sus marcos, y este en un pilar de piedra que al frente contiene la estátua colosal de Cristo ó la Virgen, como guardadores del templo. En el resto de la fachada, entre las puertas, suelen hacerse mas nichos ó consolas con sus estátuas y doseletes. (*véase* lám. 62 y 67).

En esta primera época del gótico, y segun consta de algunas catedrales, se pintaban y doraban las esculturas y bajo-relieves. En el interior se aplicaban los colores azul, rojo, verde y oro á todas las molduras: las bóvedas se pintaban de azul con estrellas de oro en representacion del cielo: las columnas se adornaban de arabescos y las estátuas al natural. En las paredes se pintaban asuntos religiosos y dibujaban inscripciones de hechos monumentales. Las vidrieras se pintaban tambien al modo como hoy se vé en todas las iglesias, haciendo las ventanas y rosas interiormente el mas precioso efecto de luz como si emanase de flores resplandecientes.

1430. Muchos edificios de la Península se levantaron por este primer estilo, á que insensiblemente condujo el adelanto de la arquitectura bizantina desde su segundo período, ya de transicion: pudiéndose citar, entre otros muchos monumentos, varios trozos de la catedral de Leon, casi toda la de Avila, las de Cuenca, Segorbe, Coria y Badajoz; iglesias de Trinitarios, San Gil y San Esteban de Burgos, Nuestra Señora del Cármen de Barcelona, San Martin de Huesca, Santa María la antigua de Valladolid, varias obras de Valencia, portada de la feria de Toledo, etc.

1431. **Segundo estilo llamado de radiacion**. (Siglo XIV, Lám 59). Lám. 59.

En este período conservó el estilo gótico los principales caractéres del siglo precedente, y se iniciaron los gérmenes de las innovaciones que sufrió en su tercero y último estilo. Perdió algo de la severidad y pureza del primero, pero ganó mucho en elegancia, belleza y valentía; pudiéndose decir que en esta época llegó la arquitectura gótica al mas alto grado de esplendor.

El fuste de las columnas es mas esbelto, las basas mas simples, apoyadas en plintos ó zócalos poligonales elevados y decorados con molduras muy salientes y vigorosas. Estos zócalos, verdadera importacion y carácter esencial de este segundo estilo (*fig.* F, lám. 59), son tantos en número como columnas componen el pilar. Su forma es prismática y se presentan de ángulo ó de cara como se vé en las figuras F, G, reposando á su vez en otro pilar particular ó general macizo, en el que parece penetrar. *Fig.* F. Lám. 59.

El capitel es un manojo de hojas de encina ó alcornoque, higuera, fresal, vid y otras plantas perfectamente reproducidas, dispuestas cilíndricamente, y en medio de ellas, á veces, pequeños animales esculpidos con destreza. El abaco, de proporciones elevadas aunque poco salientes, se compone de 6 á 8 caras y robustas molduras.

Los pilares son mas complicados que en el estilo primero, componiéndose de un grupo de 12 columnas muy delgadas, de las cuales las correspondientes opuestas de los ángulos son mayores que sus intermedias; y esta composicion de las pilastras fasciculadas corresponde tambien á las archivoltas de las caras rectas y á los aristones. (Lám. 60). Lám. 60.

Los nervios que componen estos arcos (*fig.* D, lám. 59) son mas delgados que en el estilo anterior, y generalmente iguales entre sí, unidos por una clave que forma floron pendiente, siempre pintado. El perfil de estas aristas es algo mas rico que en el anterior estilo y las bóvedas iguales á las de este. *Fig.* D. Lám. 59.

La decoracion es tambien parecida. Las hojas ó cardinas en las aristas de los pináculos, flechas y frontones son mas abundantes, pero su forma (*fig.* N y lám. 64), no es como la del estilo primero, saliendo mas y revolviendo hácia dentro en vez de curvar hácia afuera como evoluta. En las cornisas y frisos, se aplican hojas de varias plantas, como cardo, lechuga rizada, vid con su fruto, y otras que figuran pertenecer á una ó varias evolutas.

Fig. N. Lám. 64.

Fig. M. Las balaustradas, (*figura* M) presentan una combinacion de círculos cuatrilobados, y en los tímpanos que quedan hay otros pequeños vanos figurando tréboles.

Las ventanas son idénticas á las del primer período, pero están mas subdivididos sus claros, mas anchos que en aquel; y las columnitas ó pilares que las dividen son mas delgadas: todo lo que puede verse en el proyecto de las lám.s 67 y siguientes y las figuras O, lám. 58, 59 y 63.

Las rosas, radiantes como en el primer estilo, se hallan divididas en numerosos ojivos gemelos, coronados por tréboles ó círculos cuatrilobados. Estas rosas existen solas en las fachadas principales y sobre los frontones de las puertas del crucero: y tambien se ven inscritas como rosas secundarias en un triángulo á polígono curvilíneo ó en las gigantescas ventanas de la nave mayor, cuya construccion es muy notable por la ligereza, elegancia y riqueza de sus combinaciones.

Los doseletes son, ó bóvedas de arista labradas bajo un capitel prismático, lám. 61, cuyas caras se decoran de ojivas figurando edificios ó recintos fortificados, ó bien son coronas sobre pechinas y arcadas trilobadas, sobre que existen torres y fachadas imitando palacios ó iglesias, todo de una piedra (*fig.* R lám. 59).

Fig. R Lám. 59.

Lám. 62. Los contrafuertes (lám. 62) suben á considerable altura para recibir uno ó dos órdenes de botareles; terminándolos por un elegante templete coronado por otro
Lám. 67. con su capitel, en cuyo vértice se pone un remate, floron ó estátua (lám.67) siguiendo las aristas y columnitas el órden del estilo. Los ángulos del contrafuerte, desde que sale á la altura del tejado, se presentan en medio de las caras del mismo.

El arte estatuario y pintura de vidrieras fué mas perfecto aún que en el siglo precedente, pues que sus figuras son mas finas, ligeras y esmeradas, estrechas y alargadas, segun el tipo general de la época, cuya tendencia era á significar siempre lo espiritual por medio de la materia.

Las fachadas de esta época son idénticas á las anteriores del primer estilo, segun demuestra la figura Z, lám. 62*, cuya inspeccion es suficiente para suplir la esplicacion. El fronton, mas agudo que en la primera época, se destaca del muro. Los contrafuertes y todos los pormenores son mas ricos y elegantes. Los ingresos laterales son tambien idénticos y asimismo las dos torres en que termina la fachada, aunque mas esbeltas y graciosas, con multitud de nichos y estátuas en cada piso, señalándose las ventanas por arcos gemelos festonados ó lobulados, y los contrafuertes disminuidos por torrecillas en forma de templetes, decorados con columnas y estátuas, segun se ha dicho, para los estribos.

Fig. Z. Lám. 62*

La flecha ó aguja piramidal, es de piedra calada ó de madera cubierta de pizarra
Lám. 62* ó zinc, segun se presenta en la torre de la de Toledo lám. 62*. Tiene casi siempre sus aristas con trepados ó cardinas, lo mismo que las torrecillas que suelen acompañar contiguas. La proporcion del ancho de su base á la altura es variable desde 1 á 3 y 1 á 5, 1 á 6, 1 á 7 y hasta 1 á 9 y 1 á 11 como en las catedrales de Amiens y Ruen.

Las torres son cuadradas hasta salir de la fachada, y desde allí suelen continuar exágonas, octógonas ó tambien cuadradas. Se unen á las flechas empleando superficies en pendiente ó por medio de balaustrada, ó terminando por un fronton cada cara de la torre.

En cuanto á los colores empleados en la estatuaria, bajo-relieves, vidrieras y

muros interiores, fueron el rojo, azul, oro y negro. En algunos edificios se pintaba el todo como en el siglo anterior.

Este magnifico estilo, que fué el apoyo del ojival, se extendió mas que el precedente por toda Europa á escepcion de Italia, en cuyo pais del clasicismo se aclimataron pocas construcciones goticas. Asi que la mayor parte de las mejores y mas vastas catedrales se hicieron por este método, ya porque en algunas del anterior siglo se empezaron tarde los trabajos ó no se pudieron adelantar hasta que llegó el nuevo estilo, ya porque entónces fué cuando mas aficion habia á este género de construcciones, de que pueden dar idea las catedrales de Anveres, San Esteban de Viena, Chatres, Hamburgo, Rouen, &, y en España la mayor parte de las de Leon, Burgos, Toledo, Barcelona, Gerona, Tortosa, Palencia, Murcia, Seu de Zaragoza y Pamplona, cuya portada es greco-romana; y las iglesias y conventos de Santa María de Nájera, San Bartolomé de Logroño, dominicos de Palencia, Villaviciosa de la Alcarria, Villafranca de Cataluña, Santiago de Bilbao, Santiago de Logroño, Santa María del Mar de Barcelona, admirable por su atrevimiento, el Micalete de Valencia, monasterio de Monte Sion, cartuja del Paular y otros muchos mas edificios de este género.

1432. **Tercer estilo llamado florido ó flamijero** (siglo XV y parte del XVI.)

El estilo de este tiempo no puede confundirse con ninguno otro, puesto que la riqueza de detalles recargados de encajes y hojas delicadamente trabajadas, con las arcadas á festones, y los nichos, dados ó doseletes, y las torres piramidales, lleno todo de dibujos calados y líneas onduladas y quebradas, presenta una fisonomía especial que no es difícil olvidar desde que se ha visto un edificio de esta clase como le presentan en su mayor parte las catedrales de Burgos y Oviedo. En cambio el estilo ojival ha ido trasformándose y marchando á su decadencia: pues aunque en él se usa el arco gótico equilátero, se emplea tambien el obtuso ó rebajado (cuyo rádio es $\frac{2}{3}$ de la luz), ensanchándose y hundiéndose sobre sí mismo; lo que hace muy mala vista y efecto desgraciado, que solo se puede tolerar donde, por circunstancias locales, no puede elevarse la construcion. Se usan tambien en este estilo

1.° El arco en acolada (*fig. a* lám. 61) convexo-cóncavo, de dos centros opuestos por cada mitad, una inferior é interior y otra superior-exterior. *Fig. a.* Lám. 61.

2.° El arco opuesto á este (*fig. b*) cóncavo-convexo. *Fig. b.*

3.° El arco de tres centros (*fig. c*) siendo convexo-cóncavo-cóncavo, &. *Fig. c.*

4.° El carpanel flanqueado es un fronton (*fig.* A, lám. 62*), compuesto de un arco cóncavo terminado, como los anteriores, por la piña, flor ó ramo, llevando sus costados 3, 4 ó mas cardinas segun su extension. *Fig.* A, Lám. 62*

Todos estos arcos tienen otros en el intradós de sus archivoltas, y aun estos otros mas, compuestos de tres lóbulos y unidos de dos en dos por un ramo; de modo que el todo forma un feston muy gracioso.

Las columnas-pilares usadas en algunos edificios de este estilo, lám. 61, son cilíndricas ú octógonas con caras curvas cóncavas. Sus capiteles son variados, compuestos de ramos de flores ó bandas inferiores de hojas y superiormente arcos lobulados colgados, formando encaje, ú otros objetos más: combinando las hojas de vid ó col rizada con pequeños animales reales ó imaginarios. Las coronas de estos capiteles ó los abacos se componen de 3 á 4 molduras muy marcadas, sobre las cuales se reunen y paracen penetrar las archivoltas de los formeros y aristones (*fig.* D′, lám. 59); ó al contrario, estas archivoltas parece salen del pilar para esparcirse despues en abanico y formar las bóvedas. Lám. 61. *Fig.* D′. Lám. 59.

Otras veces, y es lo mas frecuente, los pilares no tienen capitel y solo se com-

ponen de aristas muy salientes, agudas ó redondas, unidas unas á otras por cavetos ó escocias, correspondiendo en todo su largo desde la base hasta formar los
Lám. 63. aristones (lám. 63): por manera, que el perfil de los pilares es el de las archivoltas, aristas y formeros de todos los arcos y bóvedas. En su base terminan las aristas formando estrechos pedestales que parecen balaustres, correspondiendo cada uno á un zócalo prismático moldeado. Tambien á veces continuan las molduras en espiral al rededor del fuste del pilar, pero es desagradable sistema.

Los adornos los componen las hojas de cardo, col rizada, escarola, vid y otras plantas y pequeños animales imaginarios, formando guirnaldas sueltas ó enlazadas con cintas, en las gargantas de las cornisas, tímpanos de los arcos y archivoltas.

Las hojas de los pináculos y frontones están casi horizontales y revueltas sobre sí mismas. Al principio del estilo se usaban aún estas hojas ó cardinas vueltas en
Fig. N, Lám. 59. espiral como en el siglo precedente (*fig.* N, lám. 59). El vértice de los frontones, doseletes y pináculos se corona por una piña ó ramo de flores ú hojas sobre un pedículo con molduras. Otro adorno característico del último período ojival consiste en las arcadas simuladas, las jambas llenas de numerosos nervios flamíjeros, y los pináculos sobre los contrafuertes y costados de puertas y ventanas, la mayor parte de ellas de caras cóncavas.

Los doseletes se forman de una bóveda de arista (como en el precedente estilo) rodeada de arcos pendientes festonados, y coronada de un templete tronco cónico,
Lám. 60. de calado flamíjero (lam. 60).

Los balaustradas se forman de dibujos calados, idénticos entre sí por medio de lóbulos alargados, de corvatura encontrada, formando variadas combinaciones, en
Lám. 60. cuyos ajustes se inscriben escudos, trofeos, cifras y atributos alegóricos. (lám. 60).

Lám.s 61 y 63. Las ventanas (lám.s 61 y 63) mas anchas que en los otros estilos, se dividen, como allí, en dos ó cuatro parciales, y cada una de estas en otras dos por medio de jambas ó pilares prismáticos nerviosos; los cuales se ramifican desde los arranques en direccion ascendente y forma ojivo-flamíjera ú ondulada. Los espacios que quedan se llenan de dibujos análogos de que mas adelante se dirá la traza. Algunas veces las ventanas tienen fronton de lados rectos ó doble curva con sus cardinas y tímpano calado segun el mismo sistema flamíjero. Otras ventanas y puertas se hallan flanqueadas de dos contrafuertes con pináculos.

Los ingresos, compuestos de una ú otra de estas diferentes clases de arcos, tienen su decoracion muy rica, con festones lobulados, nichos y estátuas con sus doseletes y pedestales calados, contrafuertes con pináculos, jambas cinceladas con gusto y delicadeza, bajo-relieves y ramos abiertos perfectamente ejecutados, como puede dar idea la portada de San Gerónimo de Madrid. Las rosas, lam. 60 y 66, siguen el mismo principio de composicion general flamíjera, siendo el todo una labor de arcos góticos como se vé en la figura *A*.

Las bóvedas de este tercer estilo son mas complicadas que las de los otros dos anteriores, pues, además de los formeros y aristones diagonales ó en cruz, existen otros nervios entre la parte alta de aquellos, llamados cadenas ó tirantes, componiéndose así la bóveda de multitud de aristas. El centro de todos estos arcos está siempre en lo horizontal de los arranques; y la interseccion de varias aristas ó cierre de los mismos se adorna interiormente con un escudo, rosa ó clave pendiente, de forma muy variada, parecida á una piña ú otro dibujo cualquiera estalactítico. Algunos arquitectos del siglo XVI multiplicaron tanto las aristas de estas bóvedas, que parecia el todo una red delicada ó una obra preciosa menudamente cincelada. Pero generalmente solo se emplea la multiplicidad de aristas en

las bóvedas de los cruceros, en la de la capilla mayor ó coro y en algunas otras capillas principales.

Los arcos botareles son idénticos á los del segundo estilo, si bien menos arrogantes los remates y algo mas enriquecido el mismo arco por existir sobre él otra série de pequeños ojivos formando galería flamíjera ó á festones que lleva una canal para despedir el agua de la nave mayor.

La estatuaria no es tan buena como la del segundo estilo en lo concerniente á los ropages, siempre pesados y despliegues espesos: pero la expresion general de la figura es admirable. Tambien abundan por desgracia los dibujos grotescos impropios de la magestad y belleza de este género de edificios.

Las fachadas son tambien de tres puertas entre pilares ó contrafuertes disminuidos por pináculos, teniendo la rosa con su centro algo mas bajo que el boton ó ramo terminal del fronton, comprendida lateralmente entre los contrafuertes ó las torres, y arriba y abajo por dos pequeñas galerías festonadas. Su labor es flamíjera y el todo segun puede verse en las lám.s 62 63 y 66. La forma y disposicion de los ingresos ó portales son como en el estilo anterior, pero los pedestales y doseletes de las estátuas, calados con mas ó menos profusion, figuran los mismos objetos que los de los edículos. Lám 62. 63 y 66.

Las torres son muy elegantes, presentando dobles contrafuertes con nichos y pináculos, y en el intermedio una série de ventanas casi contínuas con sus arcadas y decoraciones propias del estilo (lám. 62). La flecha ó aguja, por lo general de piedra calada, (*fig. a'* lám. 62) y octógona, reposa en otro cuerpo de torre, tambien octógono, de menor anchura que el principal. Lám. 62. *Fig. a'* Lám. 62.

La pintura en este estilo fué idéntica á la de los anteriores, prodigándose menos en los siglos XV y XVI. Los colores fueron siempre el azul, rojo, amarillo y oro. En nuestras catedrales se vé poca pintura sobre el edificio, limitándose, por regla comun, á las vidrieras, rosas y bóvedas del crucero y capilla mayor ó presbiterio, segun se puede observar en todas ellas, de las que las mas principales por este estilo fueron la catedral de Oviedo, (especialmente su gallarda y bellísima torre); el exterior de la cúpula, torres y capilla del Condestable en la de Burgos (obras todas estas maravillosas); la torrre de San Feliz de Gerona, catedrales de Sevilla (el templo), de Gerona y Huesca; colegio de San Bartolomé en Salamanca, iglesia de San Pablo en Burgos, de Esteban Hambran y Daroca; monasterio del Parral, Santa María de Toro, San Francisco de Valencia, antigua diputacion de Barcelona, catedrales de Plasencia, Murcia y Coria; el suntuoso cláustro y la iglesia de San Juan de los Reyes en Toledo; capilla de D. Alvaro en la catedral de esta ciudad, las de Santiago, San Francisco y San Gerónimo de Granada; la lonja de Valencia, Cartuja de Jerez de la Frontera, Santa Cruz de Segovia; Santa María de Pontevedra (admirable por el escaso grueso de los pilares, y mas admirables los arcos que sustentan el piso del coro, aunque no de este estilo, por lo rebajadísimo é insignificante espesor); la fortaleza de Escalona, &; y en 1512 y 1525 las catedrales de Salamanca y Segovia, de ostentosa y magnífica fachada la primera.

1433. Estilo del Renacimiento.

El gusto, inspiracion ingeniosa y original, y la veneracion que tuvieron siempre los Italianos por su antiguo estilo romano, renovada á cada paso por los nuevos trozos que se desenterraban de la época imperial; y la repugnancia conque admitieron alguna vez el predominio de las líneas verticales sobre las horizontales, que es el carácter principal de las construcciones góticas, hizo que bajo la inspiracion artística de Adolfo de Lapo con el templo de Santa María dei Fiore, brotase de nuevo en Florencia en el siglo XII la vuelta del estilo antiguo algo

modificado, no tardando en seguir este camino Venecia, Roma y la Italia toda, como en el siglo XV lo hicieron Gaddi, Orcagna y Brunelleschi, ayudando no poco á ello el génio de los artistas bizantinos emigrados á Italia despues que los Turcos se apoderaron de Constantinopla. Así, hablando todavía á la nacionalidad, orgullo y sentimientos morales, las épocas gloriosas del gran pueblo, y por sus respetos á la iglesia de Oriente, prefirieron la materia á la idea, las concepciones de la inteligencia á las bellezas de la inspiracion, las formas al sentimiento, el clasicismo de su escuela con sus reglas fijas que nada toleran de nuevo ni nada permiten á la imaginacion, ni aun para los templos, fuera de su siempre composicion monótona, al recreativo, variado, múltiple, encantador y sorprendente arte cristiano, el que mejor ha comprendido la grandeza del sentimiento religioso, el que mejor ha retratado la tendencia del espíritu satisfaciendo esa necesidad que tiene el alma de reconcentrarse y gozar con la esperanza de otra vida mejor.

Con este nuevo estilo vinieron abajo los frontones agudos, los obeliscos, pináculos, doseletes, contrafuertes y flechas de las torres aéreas, arcos botareles que tambien caracterizaban los edificios de la Edad media, para dar lugar desde el siglo XV al pesado arco de medio punto y los cinco órdenes antiguos de arquitectura, algo modificados en sus molduras y proporciones, y disponiéndolos unos sobre otros en dos ó tres pisos; si bien Miguel Angel sustituyó este sistema con un solo órden colosal que abarcó toda la fachada de la Basílica de San Pedro. La cúpula sobre el crucero, símbolo de la esfera celeste, apareció de nuevo mas esbelta que en el Bizantino para sustituir á las elevadas torres, siendo la de San Pedro, por su grandeza, la parte mas notable y la primera de su clase entre todas las del mundo.

Los adornos, de cuya profusion algunos abusaron, consistieron en arabescos hechos de hojas, flores y frutas, ramos formando volutas, canastillos con plantas, y toda clase de animales reales ó imaginarios, ó caras y bustos humanos, trofeos,
Lám. 65. entrelazados, grupos, candelabros, (lám. 65) que se aplicaban á los entablamentos, pilastras, frisos y entrepaños de las paredes. En las molduras se hacian óvalos, perlas, cintas, hojas, &.

Estos adornos eran generalmente de gusto muy puro, variado y esquisito, producido por los grandes artistas que florecieron entónces por toda la Italia y no pocos de España. Una de las cualidades mas seductoras que distinguian los adornos superiores en relieve, era el juego del claro-oscuro dado por los muchos planos sobre el fondo y superficie que formaban las tangentes á los ángulos de encuentro; y, sobre todo, una gradual disminucion del relieve de las volutas en sus diferentes formas espirales y complicadas.

Resulta de estas disposiciones y arreglo de luz en las superficies que, visto de lejos el relieve, no presentaba mas que puntos simétricamente dispuestos con relacion á ciertas figuras geométricas, hasta que de cerca se gozaba de la belleza de los detalles que reproducia convencionalmente el tipo de la naturaleza de una manera perfecta y verdaderamente artística.

Las figuras de la lám. 65 representan varias ideas entre las infinitas de esta clase de adornos, que dieron lugar á los monumentos italianos tan semejantes á los antiguos de Pompeya.

En la pintura se emplearon como dominantes los colores verde, amarillo y rojo sobre fondos azul, encarnado, ceniciento, y otros en los artesonados de las bóvedas y cielos rasos como en los bajo-relieves y paredes.

1434. En España, donde ya hacia tres siglos que no se conocia otro estilo que el Ojival, no se pudo pasar tan bruscamente al antiguo Greco-Romano sin dejar algunos vestigios de la anterior escuela, transigiendo así el arte con el hábito y respetos

á ella debidos, que hizo se imitasen del Romano sus principales rasgos con cierta alteracion en el conjunto, producida por el gusto gótico y arábigo; segun los cuales se adoptaron columnas delgadas y los ornatos y detalles de aquellos estilos mezclados con los greco-romanos; resultando de esta cuádruple combinacion la manera llamada *plateresca*, por haberla empleado con buen suceso los plateros en las obras de imitacion arquitectónica, recargada con adornos de ejecucion delicada. Se ven así columnas despropocionadas para acomodarse á la estructura y elevacion de un edificio gótico, al mismo tiempo que sustituye á las cresterías, penachos y doseletes, la menuda labor de flamas, grecas, lazos y vichas. Los frontones siguen agudos, las bóvedas peraltadas con arcadas dobles, como en Italia, para alcanzar la altura de las góticas. Los multiplicados relieves, caprichosamente imaginados y dispuestos en los frisos ó colgando por los entrepaños y centros de las pilastras, consistian en la misma variedad que en Italia, segun se vé en las figuras (lám. 66), imitando frutas, cintas, flores y festones, grupos de niños, ángeles, genios alados, pájaros, sirenas y follaje, profusamente repartido con igual ó menos gracia que la de estas citadas figuras. De cuyo singular estilo plateresco pueden dar idea, la antigua casa ayuntamiento de Sevilla, la mas recargada, tal vez, de estos adornos, cuyos detalles son obras maestras por lo perfectamente acabados: la de Barcelona, no menos recargada y bella; la magnífica sacristía de la catedral de Sevilla; el cláustro de San Zoilo de Carrion; la colegiata de Osuna; San Nicolás de Burgos; la antigua universidad de Alcalá de Henares, San Gregorio de Valladolid; el trascoro de la catedral de Zaragoza; la cúpula ó centro del crucero de la catedral de Burgos (obra maravillosa); Santa María de Andújar; Santa María de Leon; la sacristía de la cartuja de Granada (lujosísima por sus muy ricos mármoles); la capilla mayor moderna de la catedral de Córdoba (monumento de elegante aunque profusa ostentacion), y otros muchos edificios mas ó menos admirables por la delicadeza del tallado, si bien algo eclipsada la sencilla belleza y magestad de la arquitectura á causa de estos mismos detalles, mas propios para la pintura en entrepaños que para el cincelado sobre los órdenes.

Así continuó la escuela del Renacimiento entre nosotros despues de un siglo que empezó en Florencia, aproximándose mas ó menos á la antigua Greco-Romana, pero fantástica y ecléctica, hasta que Villalpando la regularizó con sus estudios, preceptos y obras (entre las que descuella la magnífica escalera del Alcázar de Toledo), y mas particularmente Juan Bautista de Toledo con su proyecto del Escorial, con el que hizo en España lo que Miguel Angel en Italia, fijando é imprimiendo en este y otros edificios la grandiosa nobleza que descuella en las obras clásicas de los Cónsules y Césares.

El Escorial presenta, en efecto, simplicidad en las formas, armonía en sus elementos, y belleza varonil en el conjunto; si bien sobra la dureza y desabrimiento con que Herrera (sucesor de su maestro Toledo) supo retratar el adusto y sombrío carácter de Felipe II y la pomposa austeridad de los monges á quienes habia de hospedar tan vasto edificio. Lástima es que en él haya diversos contrastes de grandeza y pequeñez, de magestuoso y vulgar, de suntuosidad y miserable sencillez, de génio y de empirismo: no siendo menos sensible el miedo ó poca valentía conque parece la iglesia trazada, especialmente su nave mayor, ni tan admirable como se quiere suponer la bóveda plana del coro. Sin embargo, el sentimiento artístico de la escuela clásica, en este edificio impreso, pudo al fin aclimatarse en España, levantando el mismo Herrera y sus discípulos el bello palacio y casa de oficios de Aranjuez; la hermosa lonja de Sevilla; la catedral de Valladolid; la fachada S. del nuevo Alcázar de Toledo, el puente de Segovia en Madrid, pesado por su excesiva robustez, y otros memorables edificios públicos y particulares,

como la Trinidad en Madrid (hoy Ministerio de Fomento) por Juan de Valencia; y el convento Trinitario de Eibar, Santa María de Olivenza, cúpula del convento de Uclés, el de los Premostatenses de Ciudad-Rodrigo, las catedrales de Granada, Jaen y Uclés, cárcel de corte de Madrid (Audiencia), colegio del Rey é iglesia de la compañía de Salamanca, Recoletas Bernardas de Alcalá de Henares, &, respectivamente hechos por Fray Miguel de Aramburu, Andrés Arenas, Antonio Segura, Juan de Orea, Pedro Tolosa, & y Crescanio que hizo el Panteon del Escorial; Mora la iglesia de Atocha y palacios de Lerma, de Uceda (los Consejos) y y otros muchos, todos bellos, elegantes y simplemente magestuosos.

1435. **Decadencia y segunda restauracion.**

Entronizada en Italia la pompa de la ornamentacion de frisos, entrepaños y frontones, á lo que sacrificaban la pureza de las líneas y perfiles, y puesta en práctica esta licencia por el arquitecto Martinez en los edificios de Santa Clara, San Lorenzo y San Pedro de Sevilla, la traspasaron bien pronto los caprichos de varios maestros, empezando Francisco Bautista por adornar con hojas de acanto los capiteles dóricos de la fachada de San Isidro de Madrid y disminuir el módulo, aunque sin dejar de dar al edificio belleza y hermosura. Pero esto era nada para el vuelo que bajo la desgraciada inspiracion del italiano Borromino, (hombre de grandes dotes y de talento sublime, pero de delirante imaginacion) debía tomar la decadencia de la construccion con tanta heregía artística introducida con mal hora en la arquitectura por el empeño de originalidad: y tanto mas sensible esta innovacion por el sello de génio en sus mismas aberraciones que, sin saber cómo, arrastraron en la misma Italia y en Francia y Portugal á varios arquitectos para levantar las iglesias de San Vicente en Módena, Teatinos en París, y Nuestra señora de la Providencia en Lisboa: siendo lo peor la facilidad conque los españoles Donoso, Tomé, Churriguera y Rivera cobijaron este ridículo estilo, copioso en estravíos de mal gusto, y secundados por varios pintores, arquitectos á la vez, como Cano, Rizi, Valdés, Leal y Coello.

Donoso en el siglo XVII rompió la línea recta, introduciendo resaltos, traveses, entortijaciones y entablamentos interrumpidos: alteró y dislocó los miembros de la arquitectura, haciendo una enmarañada composicion caprichosa, como se vé en la fachada de San Luis y cláustro y fachada de Santo Tomás en Madrid; ofreciendo igual peregrina muestra la portada de Santelmo, colegiata de San Salvador, iglesia de San Pablo y la de clérigos menores de Sevilla; la casa de moneda de Cuenca, &, hechas respectivamente por Antonio Rodriguez, Cayetano Acosta, Miguel Figueroa, Sebastian Recuesto y José Arroyo, &. Las columnas eran espirales ó salomónicas, ó cortadas en facetas poligonales, cubiertas de emparrados ó surcadas de agallones, y rarísimas estrías; siempre deformes por lo panzudas ó estrechas y chupadas, alternando con irracionales estípites, balaustres, cariátides molduras quebradas, y el todo diseminado y unido por escocias, cavetos, fajas y hasta por capiteles sobrepuestos. Las cornisas fueron ya rectas, ya onduladas y con resaltos, quebraduras y picados, cubriéndolas á veces con grandes conchas ó capacetes, como se vé en las portadas de los palacios de Oñate, Miraflores y Perales en Madrid, colocando encima una figura rechoncha ó encerrando otra dentro, ó sirviendo de base á otro enlace fantástico de igual desórden, segun sucede en las dichas portadas al 2.° piso. Los pedestales eran, á veces, mascarones que no se debian suponer potentes para sostener la pesada fábrica sobre ellos cargada, ó bien eran dados con nichos abiertos para figuras desproporcionadas, ornándose el todo con lazos, flores, guirnaldas, conchas, pellejos, corales, angelotes, targetones y multitud de zarandajas y fruslerías singularmente dispuestas, sin mas regla para la composicion que la indicada por una imaginacion enferma y caprichosa.

A Donoso y otros fantásticos del siglo XVII siguieron en el XVIII, Hurtado y Tomé, y á todos sobrepujó en delirios el famoso é infatigable Churriguera, que logró á fuerza de dislates eclipsar la fama de Borromino y que el estilo se llamara de su nombre Churrigueresco, tan perfectamente acreditado, si bien es verdad que D. Pedro Rivera mereció tanto ó mas esta celebridad por lo revesado, enmarañado, entortijado, intrincado, quebrantado, complicado y diabólico de su mas que Churrigueresco estilo, como todavía se mira sin saber lo que se vé en los non plus ultra de esta peregrina originalidad expuesta en las portadas del Hospicio, Monte-pio, San Antonio Abad y Benedictinas en Madrid, y en la fuente de Anton Martin, á que llevaban notable ventaja las que, por honra del arte, ya no existen de la Puerta del Sol y Red de San Luis.

En Sevilla, Valencia, Cardona, Guipúzcoa y otras partes existen aun mas pruebas de esta desventurada escuela, que, en medio de su falta de correccion y gusto tuvo la desgracia de tomar por base el estilo Greco-romano, con el que naturalmente se la compara en todos los momentos para no ver mas que las dislocaciones y defectos y no la originalidad: y á buen seguro que en obras como el trasparente de la catedral de Toledo, inventado por la imaginacion múltiple de Narciso Tomé, rico en la variedad y magnífica ejecucion de las figuras de mármoles y bronces, que entretienen al espectador, y admirable por el corte de la bóveda ó claraboya, no se hubiera ensañado tanto la crítica, si nunca se hubiera aprobado tan laberíntico estilo de agudas imaginaciones exaltadas por las tendencias de la época á la oscuridad, embrollo y culterismo gongoriano con que se expresaban en aquel tiempo los conceptos literarios.

Cerca de 100 años duró está licenciosa manera de construir, hasta que, por fortuna, desde principios del siglo pasado, con el estudio de las antiguas obras italianas y francesas, y el establecimiento de la Academia preparatoria de arquitectura, se produjeron notables profesores como Juvera y Sacheti, que reconquistaron el estilo clásico, diseñando el primero y terminando el segundo el grandioso palacio de Madrid, una de las mas brillantes joyas arquitectónicas, á pesar de no estar enteramente exento de crítica; y siguiendo luego las obras de San Ildefonso, donde se formaron nuevos arquitectos que hicieron las iglesias de San Antonio de Aranjuez y San Justo en Madrid, y mas tarde el hermoso convento de las Salesas erigido por Cordier. Con tan buenos ejemplos y excelente escuela no podia menos de sobresalir algun genio, y muy pronto D. Ventura Rodriguez el primero, y Silverio Perez, Rubio, Gascó y otros muchos, supieron acreditar su raro talento, especialmente Rodriguez, con las bellísimas obras que ejecutaron elegantes, graciosas y delicadas, hermanando la ostentacion con el gusto y simplicidad griega, la gracia con la fuerza y la belleza, el ornato, facilidad y concierto de las partes con la naturalidad y correccion artística, segun lo demuestran las fachadas de los Premostatenses y Encarnacion de Madrid, el palacio del duque de Liria, las preciosas fuentes del Prado en Madrid, renovacion del Pilar de Zaragoza, diseño de la fachada de la catedral de Santiago, la de Pamplona y otras muchas obras de Rodriguez: el principal de Madrid (Ministerio de la Gobernacion) de Margat; las puertas de Alcalá y San Vicente en Madrid, el edificio de las Comendadoras en Granada, San Pascual en Aranjuez, la magnífica Aduana de Madrid (Ministerio de Hacienda) y otras de Sabatini: iglesia y convento de San Francisco el Grande en Madrid por Cabezas, &, &; y modernamente el famoso Villanueva, con su estilo puro, elegante, correcto y verdaderamente ático construyó en Madrid el teatro del Príncipe, entrada al Botánico, Observatorio astronómico y el Museo de pinturas, obras las últimas de esquisito gusto y suficientes por sí solas para acreditar á su autor de gran arquitecto. Hizo tambien la casa de los Oficios y la de

Infantes del Escorial y otras varias obras que acabaron de fijar el gusto por el estilo greco-romano, seguido tambien en los demás paises de Europa y en aquellos otros que de Europa hubieron nacido.

1436. Esto no quita para ver resucitar el estilo Ojival ó mezcla de este y el Bizantino en varios ó muchos de los modernos templos que se levantan ahora en Alemania, Australia, Estados Unidos, Francia, España, &; siendo de esperar subsista el Greco-Romano, magestuoso y apropiado para las obras profanas, y el Gótico ú Ojival para las religiosas, sin que por ello se deba ceñir el genio de tal modo á la pureza y matemática exactitud de las reglas de ambas escuelas, que venga á comprimirse el vuelo de la imaginacion y acomodar sus concepciones al estrecho círculo trazado por los preceptistas antiguos; pero sin que tampoco esto quiera decir que en manera alguna sea conveniente la licencia. Elegancia, unidad, belleza y proporcion, sin abuso de adornos ni ostentacion inútil ó impropia del carácter que ha de dominar en la composicion, son los principios generales á que se debe atender, y el todo será siempre clasificado como obra de gusto y digna de imitacion, aunque en ella se note alguna razonable libertad, que siempre debe aprobarse y consentirse cuando sostiene en vez de desgraciar las anteriores condiciones generales.

1437. 3.° PARTE PROPORCIONAL.

Considerando la arquitectura de los diferentes pueblos de la antigüedad, solo se pueden nombrar la griega, etrusca y romana como sometidas á reglas ó leyes racionales y proporciones aconsejadas por el arte; lo que hizo que sus edificios cumplieran con los principios de belleza, majestad y elegancia, que obligaban al alma á experimentar ese goce que se siente cuando, sin darnos razon de la causa, nos encontramos desde luego satisfechos de lo que miramos ó contemplamos antes de examinarlo.

Los Griegos se distinguieron por la belleza de sus órdenes Dórico, Jónico y Corintio, que aplicaban por todas partes y á todos los edificios, especialmente los templos y palacios. Los Etruscos fueron, como ya se ha dicho, inventores del órden Toscano, del arco y murallas de piedra poligonal: y los Romanos, importando todo de los pueblos extraños sometidos á su dominio, solo idearon los órdenes Dórico y Compuesto, ó mas bien los formaron de los ya existentes, dándoles como al Corintio que perfeccionaron, más gallardía y hermosura que la que tenian en sus primeros tiempos.

1438. Órdenes de arquitectera.

Lám. 68. Los que representamos en la lámina 68 están formados por los de Vignola, y en ellos se detallan suficientemente sus dimensiones y formacion de sus partes. Lám. 68, 69 y 70. En las láminas 68, 69 y 70 se ven los contornos, modo de trazar las molduras y disminucion de las columnas. Esta disminucion empieza al $\frac{1}{3}$ del fuste, y es $\frac{1}{5}$ del diámetro tomado en el imoscapo ó base para los órdenes Dórico Griego y Toscano, $\frac{1}{6}$ para el Dórico romano, $\frac{1}{7}$ para el Jónico, y $\frac{1}{8}$ para el Corintio y Compuesto. A escepcion del Dórico griego (al que pertenecen el de Posidonia y Pestum casi iguales) que no tiene pedestal, todos los otros cinco se componen de tres partes principales, el *pedestal, la columna, y el cornisamento ó el entablamento.* Tomando la columna como unidad para la altura de cada parte, resulta $\frac{1}{3}$ de ella para el pedestal y $\frac{1}{4}$ para el entablamento, siendo la altura total de la columna Toscana igual á 7 veces su diámetro inferior, la Dórica romana 8 veces el suyo, la Jónica 9 y la Corintia y Compuesta 10. La base en todas las columnas tiene de altura un módulo ó semi-diámetro inferior, lo mismo que el capitel del Toscano y Dórico: el capitel del Jónico es $\frac{2}{3}$ de este semi-diámetro, y el del Corintio y Compuesto $1\frac{1}{6}$.

Con esto que se acaba de decir y la observacion de las figuras se entenderá perfectamente la composicion de cada órden.

1439. Hay, además, otros órdenes de menos aplicacion, cuales son el *Atlántico*, *Pérsico y Cariátide, el Atico, Rústico y Grotesco.*

El *Atlántico* le forman estátuas colosales de fuertes atletas, siendo su entablamento robusto ó rico segun la aplicacion que tenga el edificio. El *Pérsico* y el *Cariátide* los componen estátuas de esclavos persas, ó matronas ó ninfas llamadas *Cariátides*; siendo el entablamento casi igual al Corintio en sus molduras y decoracion. Las estátuas-columnas de estos tres órdenes idénticos deben figurar una postura de fuerza de sosten, recibiendo en la cabeza el capitel y cornisamento. El capitel generalmente Corintio, ó vestido de hojas de acanto, suele á veces sustituirse con un almohadon.

Se emplean estos órdenes en arcos de triunfo, en los últimos cuerpos de las fachadas de hermosos edificios, y en los jardines y decoraciones teatrales.

El *ático*, usado para coronar las fachadas á cuya elevacion no alcanza el órden aplicado, tiene de $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{2}$ de la altura de este órden. Consta de un zócalo de igual altura que vuelo tiene la cornisa sobre que descansa, de una pilastrilla sobre el vivo de cada columna de igual ancho que el diámetro de esta en el sumoscapo, y de base igual á la del órden. Su entablamento carece de friso, y su cornisa tiene de alto el ancho de las pilastras.

El *Rústico*, robusto y tosco, tiene las columnas ó pilastras almohadilladas y el entablamento parecido al Toscano; propio todo él para cárceles y fortalezas.

El *Grotesco* se diferencia poco del anterior, siendo los sillares que componen las columnas ó pilastras más ásperos, y el todo muy á propósito para puentes, grutas, cascadas y otros edificios análogos.

1440. **Proporciones y trazas de algunos detalles del gótico.**

En el estilo gótico no hay, como en el clásico, proporcion determinada que fije por medio de reglas invariables las diferentes partes de una construccion; pues, hija la arquitectura ojival de la fantasía conducida por la geometría y simbolismo, se presta más que cualquiera otra escuela á una variedad infinita de formas y proporciones que permite á la imaginacion del artista moverse con libertad.

Las columnas, que en el estilo clásico establecen el órden de la composicion, al que todo está subordinado, difieren completamente en el gótico de un edificio á otro y hasta en el mismo edificio y grupo, no estableciendo proporcion alguna, puesto que las hay gruesas y bajas que solo llegan al arranque de los arcos y otras de igual diámetro y mucho menor que suben hasta el nacimiento de la bóveda principal; sucediendo, como en muchos de los portales de primer órden y las grandes ventanas, que las columnas allí dispuestas son de 8 y hasta 6 centímetros de diámetro por una altura de 3 á 4 metros ó 40 á 60 veces mayor. La forma de las columnas es casi siempre cilíndrica y á veces octogonal, sin recibir entablamento alguno, puesto que las bóvedas nacen inmediatamente de la corona que termina aquellas

Hay, sin embargo, un modo de proporcion que se ha deducido por la observacion de muchos edificios catedrales que pasan por los mejores y más bellos: y consiste en tomar el costado ó la diagonal del cuadrado en el plano ó la del cubo sobre este cuadrado para varias alturas parciales de la obra. A este fin, escogidos entre los diversos polígonos los que por su combinacion expresen mejor la idea simbólica que deben determinar (núm. 1427) se les sobrepone diagonal y simétricamente ó inscritos unos á otros, de donde resultan puntos de interseccion que por su reunion, dán las formas fundamentales del plano á que en seguida se su-

bordinan los perfiles y vistas. Las figuras mas simples, como el triángulo equilátero y el cuadrado, se aplican á las partes inferiores, y el exágono, octógono y dodecágono á las superiores; por ejemplo, si los zócalos de las pilastras y los cuerpos bajos de las torres son cuadrados, los fustes de aquellas y cuerpos superiores de estas serán octógonos, uniéndose las caras en ambos por medio de planos inclinados cuyas pendientes se determinarán por una de las líneas de los sectores que quedan entre los polígonos sobrepuestos, así como las líneas antedichas del costado, diagonal del cuadrado ó del cubo sobre él levantado, darán las alturas correspondientes de cada obra parcial, multiplicadas estas medidas en proporcion del número de polígonos empleados en la construccion del plano. En una torre, por ejemplo, que ya sabemos es por regla general cuadrada hasta salir fuera de fachada, el costado, ó mejor la diagonal de su base, será la altura de cada piso que puede alcanzar; y para el cuerpo ó cuerpos superiores el diámetro del círculo inscrito ó circunscrito ó el doble rádio oblícuo ó recto por cada piso.

La flecha es dos, tres ó cuatro veces este doble rádio, si bien sabemos que existe para ella la mejor proporcion de 1 de base por 3, 4, 5, 6, 7 y hasta 9 de altura.
Lám. 61, 62* y 66. En las lám.s 61, 62* y 66 se vén varias formas con que rematan en los estilos 1.° y 2.°

El número de torres es variable, habiendo edificios que solo tienen una, otros dos, otros tres y hasta varios hay en Rusia de siete torres, y el de Kremlin de 16. En el estilo gótico la disposicion mas general es la de dos torres laterales, dispuestas en la fachada, al frente y de igual ancho que las naves menores, ó en los costados sobre las entradas del crucero. Tambien es frecuente, y muy bella, la disposicion de tres torres, una al centro de la fachada mas elevada que las otras dos, situadas tambien en la fachada ó en los cruceros. Esta última es la mejor disposicion. Algunas veces se levanta sobre el centro del crucero la torre mayor, y otras solamente una aguja estrecha y elevada. En vez de aguja se hacía en el estilo de transicion y despues una cúpula gótica.

Lám. 61, y 62. En los pilares. lám. 61 y 62, sencillos ó compuestos de grupos de columnas, como en estas cuando existen solas, las líneas de sus planos (lado ó diagonal), son las alturas de sus zócalos, subiendo luego los fustes hasta los capiteles inmediatamente por debajo de los nacimientos de las bóvedas por altas que estas se hallen. Los capiteles deben ser tan altos como el dado ó neto del pedestal. La altura y salida de las molduras se procura sean tambien partes de los lados del polígono correspondiente al plano.

Las grandes iglesias tienen generalmente cinco naves, una central mayor y cuatro laterales, que son las alas, iguales entre sí de ancho (pero de menor altura que aquella) y por lo regular cada una la mitad del ancho de la central. Hay sin embargo, muchas iglesias de solas 3 naves iguales de altura, aunque en el ancho es generalmente la central doble que cada una de las laterales, ó poco menos. Los contrafuertes pueden ser exteriores ó interiores al edificio; en este último caso el espacio que comprenden se ocupa con capillas.

La altura de la nave mayor hasta la clave es igual al ancho de la fachada entre torres, cuando hay cinco naves, ó al ancho total cuando hay tres. Hay ejemplos de mayor altura, tomando para esto la diagonal de aquel cuadrado; y tambien de altura menor, segun el ancho de las naves. La proporcion del doble del ancho de la nave mayor para su altura es bastante buena.

La altura de las naves laterales inmediatas á la nave mayor es una mitad de la de esta ó poco más ó menos, y la de las últimas los $\frac{2}{3}$ de la de las intermedias, no obstante que en algunas partes como en Sevilla, Colonia y otros puntos, todas las 4 naves laterales son iguales. La anchura de las naves menores es igual en todas 4 ó

poco menos las últimas que las intermedias, siendo siempre estas la mitad de la mayor ó poco mas.»

Cuando solo hay 3 naves corresponden á la fachada 3 portales, como hay ó debe haber 5 cuando existen 5 naves. Pero solo habrá 1 ó 3 de estos en cada caso cuando las torres ocupen las alas últimas, sin embargo que en ellas se pueden abrir ó figurar los dichos portales. La distancia de interejes de los pilares es igual al ancho de las naves inmediatas; disposicion que fija la situacion de los contrafuertes y hace cuadrado el espacio entre cada cuatro pilares de las naves laterales.

La proporcion mas hermosa para el ancho del crucero es la del ancho de la nave mayor.

La longitud del edificio, y por consiguiente el número de arcos hasta el crucero se regula por la poblacion de la localidad, calculada por su crecimiento probable en el tiempo medio que se supone ha de durar el edificio. Las mayores catedrales tienen 7 filas de arcos ó líneas de bóvedas. La de Nuestra Señora de París tiene despues del crucero 5 filas mas hasta llegar á la capilla mayor. La de Toledo tiene 6 hasta el crucero; la de Sevilla 5, la de Burgos 6 y la de Leon 6.

La capilla mayor, por donde puede empezar el trazado del plano, es de igual ancho que la nave central, ó mas bien la continuacion de esta. Termina ó se cierra segun un polígono compuesto de 6 ó 12 lados, presentando por consiguiente 3 ó 5 lados en el testero. Su bóveda, rica de aristas, puede ser mas alta ó igual ó mas baja que la de la nave mayor. Esta última disposicion es la mas natural y la que produce mejor efecto de perspectiva. El coro es la misma capilla mayor, y allí es donde se colocan las sillas para los ejercicios de los Canónigos. En España (y solo en España) hay la defectuosa costumbre de sitüar el coro en medio de la nave mayor; con lo cual, á mas de desaparecer la belleza del edificio, se consigue hacerle impropio á la oracion, pues que, escondido el altar mayor, y cortada la grandeza de la nave principal, desaparece el respeto que tanto impone en los grandes templos del resto de Europa. En España las catedrales solo parecen servir á los canónigos.

El espesor del muro de fachada es igual á la salida de los contrafuertes ó algo mas si se quiere, para dejar á las puertas espacio sobrado á la arquería que ha de formar el portal. Lo propio sucede al muro de las puertas laterales del crucero hasta la terminacion ó trasdós de su bóveda. Observando la figura X', lám. 62, en que se presentan varios perfiles de portales, se podrán componer otros menores y mayores para las ventanas y puertas principales. Ellos corresponden, segun sea el espesor del muro, el km, km' ó $b'c'$ á las líneas $abcdef$, $abcd'e'f'$ y $a'b'c'd'e'f'$. *Fig.* X'. Lám. 62.

Los zócalos de estos pilares pueden ser en su proyeccion líneas rectas que abracen todas las curvas. El perfil correspondiente al pilar central $hijkl$ debe estar simétrico con el correspondiente del pié derecho.

Los muros interiores de la nave mayor presentan 3 divisiones principales en su altura, una la que media del suelo hasta el vértice de los arcos laterales, otra la de aquí al nacimiento de la bóveda, y la 3.ª la que queda hasta la altura de la clave de esta. Las proporciones entre dichas tres divisiones varían de un estilo á otro, pero nunca son arbitrarias. En la 2.ª de ellas, ó desde el vértice de los arcos bajos al nacimiento de las bóvedas, hay otras dos divisiones en los edificios de primer órden, cuales son, las grandes ventanas de cristales y el triforium ó galería simulada que nace desde el cordon sobre el trasdós de los arcos laterales, y se compone de una balaustrada, segun el estilo, coronada por un cordon mas rico que el que la sirve de base (lám. 63). Los edificios mas pobres no tienen triforium. Lám. 63.

Las naves pueden tener en su parte superior uno de los perfiles que demuestran las figuras 1, 2, 3 y 4, lám. 62. La 1.ª es la mas usada. *Fig.* 1 2 3 y 4. Lám. 62.

En algunas catedrales se levantan mas los muros laterales para cubrir las bóvedas (que solo tienen 18 á 32 centímetros de grueso) con un techo sobre armaduras ordinarias.

*Fig.*s A, B, C, D, D', Lám. 58 y 59. *Fig.* Q. Lám. 61.

Las aristas de las bóvedas, todas al presente iguales y de un perfil análogo al ya indicado por las figuras A, B, C, D, D', lám. 58 y 59 toman nacimiento sobre cada una de las estrechas columnas de que se compone el pilar ó directamente sobre un saliente del muro ó sobre un punto (como sucede en las alas de pequeñas iglesias) ó sobre consolas fijas á las paredes, esparciéndose despues como abanico para formar las diferentes aristas. (figura Q, lám. 61.) Los nacimientos de las bóvedas llevan á veces escudos ó bustos de santos, ángeles, ó los atributos de los evangelistas, que son el buey, leon, águila y ángel.

Lám. 60. *Fig.* S.

Las cornisas góticas (lám. 60) son planos inclinados mas ó menos salientes, segun se tome para su traza el cuadrado, cuya diagonal es la altura, ó el arco apuntado en combinacion con el cuadrado. En ellas se hacen una, dos ó cuatro molduras, segun la riqueza que convenga al órden. Las cornisas de coronamiento terminan por una bóveda horizontal (fig. S).

Fig. V, Lám. 60.

La figura V, lám. 60, representa 4 variedades de zócalos ó cordones muy usados. Su traza emana tambien del cuadrado.

*Fig.*s J, R, T, Lám.s 58, 59 y 60. Lám. 61. Lám. 63.

Los doseletes ó coronas de los edículos (fig.s J, R, T lám.s 58, 59 y 60) son muy variados, segun el estilo y como se observa en todas las Catedrales. El representado en la lám. 61 formado de dos semicuadrados sobrepuestos, es muy gracioso y fácil de ejecutar, pues que se reduce á dos frontones entre pináculos, y el todo cubierto por una bóveda de arista. Si los frontones fuesen mas bajos podria sobreponerse á la bóveda un templete prismático ó piramidal en forma de pináculo mas elevado que los otros. Los pedestales de estátuas, varian tambien mucho (lám. 63), habiendo algunos sostenidos por estrechas columnas.

Fig W. Lám. 61.

Los frontones de puertas y ventanas, de costados rectos ó curvos en acolada, y flanqueados de pináculos, se llaman por los Alemanes Guinbergas. Su traza es bien sencilla observando la figura W, lám. 61. Los pináculos se disponen como siempre, diagonalmente, y tienen de lado la sexta parte de la distancia entre sus ejes. Su diagonal es el ancho de la jamba de la puerta. El fronton tiene de alto la diagonal del cuadrado construido sobre su base. Los vértices de su coronamiento y el de los pináculos pueden estar á igual altura, como sucede en los portales y ventanas, ó bien aquel mas alto ó bajo. El ramo del fronton y las hojas de sus vertientes son tan gruesas como el mismo fronton, y su salida igual al semilado del cuadrado *r p* de las jambas.

Las proporciones de los pináculos varian mucho en diferentes obras y aplicaciones de una misma. La indicada en la figura anterior es la mas graciosa y elegante. Trazado el cuadrado *a b* que inscribe el cuerpo del pináculo, se sobrepone 1.° diagonalmente otro cuadrado *d' d'* y á este otro *r q*. El último determina el zócalo del pináculo y salida de las cruces *p s'*. Un cuarto cuadrado inscrito y paralelo al 1.°, segun *i m* dará la profundidad *i n* de la jamba; la cual, dividida en 3 partes iguales, servirá para trazar con dos de ellas el caveto de ¼ de círculo, y en la 3.ª el filete de que se compone el perfil. El costado *d' d'* es la altura del zócalo, y repetido luego 12 veces, dá con las 6 primeras la altura del cuerpo del pináculo, y con las 6 segundas las de la aguja. Cada uno de los cuatro pequeños frontones de los lados tiene de alto una parte, otro su correspondiente piñon y otra cada una de las distancias últimas del cúspide al ramo y de este á la primera moldura de la cornisa.

El boton ó cornisa terminal se inscribe á un doble cuadrado cuyos lados son iguales á los ⅔ del alto del ramo. Este tiene de salida una cantidad igual al zócalo

y de altura la mitad del lado del primer cuadrado *a b* en el plano. La cornisa tiene de altura la del boton terminal, y de salida poco menos que las hojas de las aristas. Estas son 6 á distancias iguales empezando de la parte inferior de los frontones, y vuelan tanto como la cornisa. La lámina 64 dá conocimiento de varias formas de frontones y pináculos.

El trazado de varias rosas flamíjeras para las ventanas y paredes se ve en las *fig.*[s] *e f g h* de la lám. 61.

1441. Dimensiones generales de algunas catedrales.

Colonia (5 naves y 2 grandes torres al frente.)

Se trabaja aún en su terminacion

				PROPORCION.	
Anchura de la fachada			60m	1 : 2,38	
Id. por el crucero			92		
Longitud total			143		
Naves	Mayor	Luz ó ancho entre pilares	12	1 : 3,54	
		Alto hasta la clave	42,5		
	Menores (iguales.)	Luz	6	1 : 3	
		Alto	18		
Espesor de pilares			1,80		
Id. los de la cúpula			2,40		
Altura de las torres.	Primer cuerpo (parte de la fachada). 67m		148	1 : 3,8	base á la altura de la flecha.
	Segundo cuerpo y octógono 24				
	Flecha calada, de 15m base 57				

Friburgo (3 naves).

Tiene 3 torres, la principal en medio de la fachada, y las otras dos flanqueando el coro ó capilla mayor.

Anchura total			32m	1 : 3,84
Longitud			123	
Naves	Mayor	Luz	11,50	1 : 2,23
		Alto hasta la clave	25,70	
	Menores	Luz	6	1 : 2,83
		Alto	17	
Altura de la torre mayor.	Primer cuerpo cuadrado de 15m de lado. 39m		125	
	Segundo cuerpo, octógono 34			
	Flecha con la cruz de 4m 52			

San Esteban de Viena (3 naves casi iguales).

Anchura de la fachada			45m	1 : 2,33
Id. por el crucero			70	
Lodgitud total			105	
Naves	Mayor	Luz	10	1 : 2,90
		Alto	29	
	Menores	Luz	9	1 : 2,44
		Alto	22	
Espesor de pilares			3	
Torre con la flecha			137	
Flecha, 7,5 de base por la altura			51	1 : 6,8

Milan (5 naves).

Anchura de la fachada	62m	1 : 2,42
Id. por el crucero	88	
Longitud total	150	

		PROPORCION.
Naves — Mayor — Luz	16m	
Naves — Mayor — Altura hasta la clave	47	
Naves — Menores — Luz	8	
Espesor de los pilares	2,50	
Id. los de la cúpula, ($\frac{1}{5}$ mas.)	3	
Altura de la cúpula, columna y estátua del coronamiento	110	
Altura de esta estátua de la Virgen	4,25	

Burgos (3 naves.)

Anchura de la fachada con las torres	38m	1 : 2,21
Longitud total	84	
Naves — Mayor — Luz	12	1 : 2,16
Naves — Mayor — Altura hasta la clave	26	
Naves — Menores — Luz	6	
Espesor de pilares	2	
Y los de la cúpula	3	
Altura de la cúpula	40	
Id. de la capilla del Condestable	38	
Altura de las torres	72	
Flecha de 6m de base por	24	1 : 4

Leon (3 naves)

Anchura total	47m	1 : 2
Longitud	94	
Naves — Mayor — Luz	9,88	1 : 3,5
Naves — Mayor — Altura	34,30	
Naves — Menores — Luz	7	1 : 2,20
Naves — Menores — Altura	15,30	
Altura de la torre mayor hasta el final de la cruz	67	
Flecha calada de 8m de base por	22	1 : 2,75
Espesor de los pilares	1,68	
Id. los de la cúpula	2,50	

Sevilla (5 naves.)

Anchura del templo	71m	1 : 1,58
Longitud	112	
Naves — Mayor — Luz	17	1 : 2,25
Naves — Mayor — Altura hasta la clave	38	
Naves — Menores Iguales — Luz	8	1 : 3,37
Naves — Menores Iguales — Altura	27	
Altura del cimborio	40	
Espesor de pilares	4	
Id. los del cimborio	4,40	
Altura de la torre hasta el fin de la Giralda	98	

Toledo.

Anchura total	57m	1 : 2
Longitud	114	
Naves — Mayor — Luz	15	1 : 2,13
Naves — Mayor — Altura	32	
Naves — Menores — Luz	7,5	1 : 1,81 y 1 : 1,2
Naves — Menores — Altura de la mediana	14	
Naves — Menores — Id. de la menor	9	

				PROPORCION.
Espesor de los pilares		3m		
Altura de la torre.	Primer cuerpo, cuadrado	33	86	
	Segundo cuerpo, octógono	17		
	Flecha de 5m de base por	16		1 : 32

De esta tabla se deduce:

1.° Que á escepcion de la catedral de Friburgo, que tanto se prolonga por detrás de la capilla mayor, coro ó presbiterio, y de la de Sevilla, donde sucede lo contrario, todas las demás guardan entre la anchura y longitud la relacion próxima.

1:2

2.° Que respecto de la nave mayor la relacion entre la luz y su altura hasta la clave, varía de unos á otros edificios entre

1:2,13 y 1:3,54

siendo mas general y racional la proporcion que se separa poco, por defecto ó exceso, de la

1:2,30

con la cual tambien se cumple la ley del núm. 1409.

3.° Que en las naves medias (cuando hay cinco) aumenta la razon entre su altura y luz, llegando la proporcion inversa, como en Colonia, Sevilla y Toledo á 1:3 y 1:3,37: pero se comprende bien que esta proporcion no puede existir cuando aumenta considerablemente la anchura de estas segundas naves, pues sucedería de ese modo que el espacio entre los vértices de esta bóveda y la central sería muy pequeño (como por desgracia sucede en San Esteban de Viena) para que pudiera permitir la construccion del triforium y las esbeltas, rasgadas, y por esto, elegantes ventanas que lleva la nave mayor. La proporcion que en semejantes casos conviene mas á las naves laterales es la misma con corta diferencia, que la detallada para la central, que viene á ser la que presenta esta tabla para los edificios de tres naves.

4.° Respecto á las flechas de las torres se observa tambien una gran variedad, para la relacion entre su base y altura, siendo de 1:2,75 hasta 1:6,8. Las que ofrecen otros edificios no mencionados aquí son las siguientes:

En la catedral de Anveres........ 1:5
En la de Amiens........ 1:9
En la de Rouen........ 1:11

y otras mas exageradas, no siendo menos valiente la gran pirámide y columna que sostiene la Madona en la catedral de Milan, cuya relacion es de 1:12, estribando en el vértice de la cúpula, ya demasiado elevada.

Se comprenderá, por todo esto, que las dimensiones generales de nuestro proyecto (lám. 67 y siguientes) que á continuacion se anotan, guardan la mejor proporcion debida para la conveniente estabilidad y belleza, sin que en ello haya nada de arbitrario.

Proyecto de Catedral (5 naves) (véase núm. 1309).

				PROPORCION.
Anchura total comprendidos los estribos			94m	
Id. interior de las naves y pilares			80	1 : 2,12
Longitud total			200	
Naves	Mayor	Luz	22	1 : 2,27
		Altura hasta la clave	50	
	Menores (iguales.)	Luz	11	1 : 2,54
		Altura hasta la clave	28	

			PROPORCION.
Espesor de pilares centrales. (Su primera parte hasta el arranque del arco lateral)........................			$3^m,5$
Id. de las naves menores (id.)			3
Torre mayor	Primer cuerpo, altura del saliente central....	50	154
	2.º cuerpo (decágono) altura hasta la flecha...	50	
	Flecha hasta la estátua....................	50	
	Estátua del Salvador..................	4	
La flecha tiene 7^m de base, y su relacion con la altura es.......			1 : 7,16

1442. Con estas dimensiones el edificio es el mayor de todos los conocidos, y aun el mas esbelto y atrevido, no obstante el exceso de dimensiones dadas al resultado de los cálculos (núm. 1309) y la muy sobrada robustez de las torres, aun cuando se suponga el imposible caso de un huracan violento. Bastará que la cimentacion de toda la fábrica, especialmente la del pórtico, sea de granito duro, con cuyo material sobra mucha superficie para resistir los 22 á 25 millones de kilógramos que pesará el cuerpo de la torre mayor.

1443. Aplicacion de los órdenes clásicos.

Siendo el principal objeto de la arquitectura el establecimiento de los diferentes edificios relativamente á las conveniencias de la sociedad, mas bien que á la simple ventaja de su apariencia, bastará la aplicacion de los órdenes griegos y romanos de tal modo combinados que ellos solos expliquen el objeto del edificio. Se usarán, por tanto, el Dórico griego y Toscano cuando la sencillez y fortaleza hayan de presidir en la idea que se lleve de la construccion. El Dórico romano, de severo aspecto y grandiosa apariencia, podrá servir para iguales fines y para constituir el adorno exterior de hermosos monumentos. Los edificios construidos segun este órden tendrán toda la eleganciay majestad que se apetezca. El Jónico puede combinarse con el Dórico; y el Corintio y Compuesto servirán para cuando á la firmeza del edificio se quiera unir la mayor elegancia gusto y riqueza, como sucede en los palacios y templos de primer órden, si bien para estos últimos es preferible el estilo gótico, especialmente el del segundo período.

Los demás órdenes pueden tambien usarse en combinacion con los primeros, segun ya se ha indicado.

1444. La distancia de las columnas al muro del edificio con el que forman galeria ha de ser, por lo menos, igual á la del intercolumnio expresado en la lámina 70: á veces es doble y otras triple, como sucede en el órden Corintio.

1445. Cornisas de edificios.

Su magnitud es proporcionada á la importancia del edificio, y cuando se las quiere sujetar á guardar un órden arquitectónico, se atiende á la altura del muro sobre que se han de colocar. Si por ejemplo, la cornisa hubiese de ser del órden Dórico romano y el muro tuviese 12^m de altura total, como este órden tiene 25,33 módulos, (16 la columna, $\frac{1}{4}$ 16 $=$ 4 el entablamento, y $\frac{1}{3}$ 16 $=$ 5,33 el pedestal), y su cornisa 1,5 módulo, se tendrá

$$25{,}33:1{,}5::12:x=0^m{,}71$$

que será la altura de la cornisa que se ha de construir.

1446. Anchura de la fachada de un edificio.

La fachada de un edificio debe ser simétrica, igualmente ancha que alta en un pabellon aislado; y 1,5 á 3 veces su altura en un edificio ordinario. Mas si el destino de este exigiese mayor anchura, se dividirá la fachada en cuerpos salientes procurando siempre que la longitud total no pase el límite de 10 veces la altura, á que solo pueden llegar los grandes talleres, cuarteles, casernas y almacenes.

1447. Alturas de los cuerpos de edificios.

	Grandes.	Medianos.	Pequeños.
Sótanos	4^m	$3^m,30$	$1^m,30$
Piso bajo	5	5	3,30
Entresuelo	2,60	4,27	2,13
Piso principal	6	5	3,30
Piso segundo	5	4	3
Piso Tercero	4	3,60	2,50
Piso Cuarto	3,60	3	2,27
Del cielo raso al piso superior	0,88	0,68	0,50

1448. Superficies de las piezas de un edificio.

	Grande.	Mediano.	Pequeño.
Vestíbulos	25^m á 33^m	12^m á 16^m	6^m á 8^m
Antecámaras	20 á 24	16 á 20	8 á 10
Salas	36 á 48	20 á 24	10 á 12
Salones	60 á 80	24 á 32	12 á 16
Antesalas, Alcobas y otras piezas.	40 á 50	20 á 24	10 á 12
Gabinetes	24 á 30	8 á 12	4 á 6
Cajas de escalera	40 á 60	12 á 16	6 á 8

El espesor de las bóvedas en los sótanos es de $0^m,40$ ó $0^m,54$, agregando $0^m,11$ á $0^m,16$ para el enlosado ó pavimento. En los demás pisos el espesor del pavimento, todo comprendido, es de $0^m,40$ á $0^m,50$.

1449. Disminucion de los órdenes sobrepuestos.

Debiendo disminuir los diferentes cuerpos de un edificio del primero al último piso en proporcion idéntica á la anotada en el número anterior y el 1448, será consecuencia natural que disminuyan tambien los órdenes con que se adornen ó que compongan la fachada. El mejor medio de disminucion es el propuesto y seguido por Scamozzi; el cual consiste en dar de diámetro inferior á la columna del segundo cuerpo el diámetro superior de la del primero; observando lo propio en los demás pisos. Y como es costumbre ascender en riqueza de órden, segun se asciende al segundo y demás cuerpos del edificio, estando los diámetros de las columnas en la razon de 6 á 5 próximamente, resulta que la disminucion de las superiores solo será de $\frac{1}{6}$ en diámetro y altura: lo que proporciona mejor efecto que el $\frac{1}{4}$ prescrito por Vitruvio. Para el espesor de muros véanse el núm. 1260 y siguientes.

1450. Disminucion del grueso de los muros en los diferentes pisos.

A medida que un cuerpo de edificio se eleva mas sobre el terreno, debe disminuir el peso para que la cimentacion no se resienta, por lo cual sería supérfluo dar el mismo grueso á todo el muro hasta la cubierta, asi como tambien es diferente la altura como hemos visto en el núm. 1448. La disminucion que proponen los autores de mas celebridad es el $\frac{1}{4}$ en edificios de 2 á 3 pisos, y $\frac{1}{3}$ en los mas elevados. De modo que para una casa de dos pisos y cuya pered de fachada tuviese 1^m de grueso en su base, alcanzaría en el segundo cuerpo $0^m,75$. Esta disminucion se hace retirando la pared interiormente, y dejando siempre en un mismo plano el paramento exterior, no obstante los preceptos contrarios del gran Paladio.

1451. **Arcadas, vanos.**

La solidez de un edificio consiste en la íntima union de sus partes; en el aplomo de sus muros y en la suficiente anchura de su base, para resistir con exceso los empujes ó esfuerzos oblícuos que hayan de experimentar.

Para cumplir estas condiciones no hay necesidad de que la construccion sea una masa contínua, pues lejos de eso pueden hacerse cuantos vacíos permita la estabilidad de la fábrica, procurando siempre usar los materiales mas resistentes en la base y macizos inferiores. A este principio se pueden agregar los siguientes: primero que los vanos correspondan constantemente sobre los vanos y los macizos sobre los macizos: segundo que los ángulos ó esquinas queden mas reforzadas que los entrepaños, á cuyo fin se alejarán los vacíos y se hará el muro algo mas grueso que en el resto del edificio: tercero que se evite en lo posible el sobrecargar los vanos, para lo cual será conveniente hacer arcos ciegos sobre los dinteles de las puertas y ventanas, y aun sobre los arcos muy rebajados. Esto explica la necesidad que hay de no recargar un entablamento con un muro muy elevado.

Segun estos principios se podrá sustituir un muro lleno con otro formado de arcos, ya se apoyen estos en pilares rectangulares, ya en columnas aisladas ó
Fig. 517. á 522. apareadas como lo expresan las figuras 517 á 522. Las disposiciones de las fi-
Figs. 521 522, guras 521, 522, se usarán cuando el espesor del muro sea mayor que el que corresponda al diámetro inferior de la columna.

1452. Cuando se requiera mucha firmeza en el edificio, como sucede en los almacenes, se hará la anchura de los pilares igual á una vez ó vez y media la de los claros. En los edificios particulares es algo menor esta dimension, llegando en los pórticos á $\frac{1}{2}$; y para cuando exceda de este número la anchura de los pila-
Fig. 519. res se dejan ventanas entre ellos (*fig.* 519), pudiendo en todos casos aligerar aun el muro con la abertura de vanos cuadrados ó circulares en los senos de los arcos.
Fig. 520. Sustituido el pilar con dos columnas (*fig.* 520) se hará el inter-eje de estas de $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{4}$ del claro, segun fuere el órden adoptado de los Toscano y Dórico, ó de los Jónico y Corintio ó Compuesto.

1453. **Puertas y ventanas.**

Las puertas y ventanas son generalmente rectangulares, cuyos dinteles se hacen planos en todo el grueso del muro, ó solo en lo que coge el marco; siendo entonces el resto abovedado por medio de un arco aviajado. En las puertas exteriores de los palacios, iglesias y demás edificios de consideracion, como tambien en algunos particulares, notables por sus proporciones, suele darse á la parte superior la forma de un arco escarzano, ó concluirse con un semi-círculo, ya le comprendan las hojas de puerta ó, por ser estas rectangulares, se llene el arco con vidrieras ó verjas de fundicion.

Las proporciones suelen ser de 1 de ancho por $1\frac{1}{2}$ á $2\frac{1}{2}$ de alto: las interiores tienen á lo mas en muchas partes 1 por 2. Hay algunas ventanas cuadradas (llámadas *mezaninas*), otras apaisadas, y otras, en fin, semi-circulares ó en círculo completo, llamadas *ojos de buey*. Las mezaninas son las que mas generalmente se colocan sobre las ventanas principales, debajo del entablamento. Las apaisadas sirven para dar luz á los sótanos, usándose las circulares en ciertas partes de las fachadas, particularmente en medio de los frontones de iglesias, y á lo largo del muro que comprende la nave mayor. Cuando estas ventanas
Fig. 523. son de estilo gótico (*fig.* 523) se llaman *rosetas*.
Fig. 524. Se usan tambien las ventanas góticas rasgadas (*fig.* 524), siendo la razon de sus proporciones algo mayor que en los sistemas greco-romanos.

A veces se colocan sobre los dinteles cornisas ó fajas mas ó menos salientes, que las adornan y preservan de la lluvia.

Dimensiones de las puertas, ventanas y antepechos, segun Mandar.

PUERTAS	falsas			2m,92 á 3m,25 de ancho	
	cocheras			2m,60 á 2m,92	
	portillos			1m,30 á 1m,62	
	de habitaciones	de dos hojas	ancho	1m,30 á 1m,46 ... y hasta	1m,62
			alto	2m,27 á 2m,60	2m,92
		de 1 hoja	ancho	0m,73 á 0m,81	0m,89
			alto	1m,95 á 2m,27	2m,44
VENTANAS	grandes			1m,62 á 1m,79 de ancho	
	medianas			1m,46 á 1m,54	
	pequeñas			1m,14 á 1m,30	

Siendo la altura de las habitaciones

2m,27 .... 2m,60 .... 2m,92 .... 3m,25 .... 3m,90 .... 5m,7

la de los antepechos será

0m,76 .... 0m,80 .... 0m,86 .... 0m,89 .... 0m,97 .... 1m,06

1454. Altura y dimensiones superficiales de las habitaciones interiores.

La relacion de la altura al ancho que deben tener los salones, es

1.° Para los salones abovedados rectangulares.............. 1 á 1,5
2.° Para los salones abovedados circulares.................. 1
3.° Para los de reunion rectangulares y con cielo raso 1
4.° Para los cuadrados, menos de.......................... 1

Para los demás salones y cuartos de habitacion varia de $\frac{1}{2}$ á 1.

Una sala cuya longitud es mayor que el doble de su ancho, toma el nombre de galería; y cuando la longitud de una galería es demasiado grande con relacion á su anchura, se la interrumpe por medio de arcos dobles apoyados en pilastras ó columnas, ó por cualquiera otro medio.

Teniendo las mesas de comer de 1m á 1m,5 de ancho, y debiendo dejar espacio suficiente para el tránsito de los sirvientes, se dará al comedor de 3m á 4m por lo menos de anchura, y de largo el que tenga la mesa mas 1m,30 por cada lado. Para una sala de billar se necesitan 2m á 1m,5 al mínimo entre la mesa y paredes.

1455. Chimeneas de habitaciones.

Se colocan en las salas, gabinetes y aun en las alcobas; pero en este caso conviene haya bastante ventilacion para evitar la acumulacion de gases. Las mayores tienen 1m,95 de anchura por 1m,30 de alto: las medianas 1m,25 á 1m y las menores 0m,8 por 0m,8. La anchura de las jambas es $\frac{1}{10}$ de la total de la chimenea, resultando 0m,195 ó 0m,2 para las primeras, 0m,13 para las segundas, y 0m,08 para las pequeñas. La profundidad ó penetracion en el muro varía de 0m,45 á 0m,80.

Para evitar el traspaso del fuego y para radiar mas calor se debe hacer el interior de la chimenea con ladrillos refractarios, y el piso con planchas de hierro ó losas de mármol; la pared de frente algo inclinada hácia la habitacion. (Véase el artículo siguiente.)

1456 **Proporciones de las chimeneas segun las dimensiones de las piezas en que existen.**

	PIEZAS.		
	pequeñas.	medianas.	grandes.
Anchura	$0^m,80$ á $0^m,97$	$1^m,14$ á $1^m,30$	$1^m,62$ á $1^m,95$
Altura de la meseta	$0^m,89$ á $0^m,97$	$0^m,97$ á $1^m,03$	$1^m,14$ á $1^m,30$
Anchura de la meseta	$0^m,27$ á $0^m,32$	$0^m,35$ á $0^m,38$	$0^m,40$ á $0^m,43$

ESCALERAS.

1457. **Dimensiones de los escalones.**

Para subir con comodidad una escalera, no debe pasar la altura entre dos tramos consecutivos de $2\frac{1}{2}$ á 3 metros. La longitud de los escalones varia en las escaleras principales de una casa regularmente grande de $1^m,62$ á $1^m,92$; en las medianas de $1^m,30$ á $1^m,46$, y en las pequeñas de $0^m,97$ á $1^m,14$. En los pasadizos y bajadas secretas es de $0^m,65$ á $0^m,81$. Las de palacios y grandes edificios llegan hasta 4^m y 5^m.

La altura de un escalon es en término medio igual á la mitad del ancho del peldaño, variando en sentido inverso de este entre $0^m,13$ y 0,19.

Se puede determinar la altura ó ancho del escalon por medio de la fórmula empírica.

$$2h + l = 0^m,65$$

$h =$ altura del escalon; $l =$ anchura del mismo.

Si $h = 0$ se tiene $l = 0^m,65$ que es el paso de la infantería.

Si $l = 0$, $h = 0^m,325$, que es el paso de una escalera de mano.

Haciendo sucesivamente

$l = 0^m,27$ $l = 0^m,30$ $l = 0^m,32$ $l = 0^m,35$ y $l = 0^m,38$

resulta $h = 0^m,19$ $h = 0^m,175$ $h = 0^m,165$ $h = 0^m,15$ $h = 0^m,135$

valores convenientes en la práctica.

Apreciadas estas dimensiones en pulgadas, bastará sumar entre ambas 21. Se dán regularmnnte 13 á la huella y 8 á la altura.

1458. **Disposiciones diversas.**

Pueden hacerse las escaleras de diferentes materiales, piedra, madera y fundicion de hierro, y darlas diversas formas segun lo requiera la importancia á que estan destinadas. En los palacios, grandes edificios públicos y otros monumentos de primer órden se hacen siempre de piedra en toda su extension: en los edificios de segundo órden se pueden hacer de piedra los tramos del primero y segundo piso, y de madera los siguientes. En los teatros y demás lugares de gran reunion, donde puede temerse el fuego, conviene que las escaleras sean de piedra ó hierro. En las casas particulares pueden ser de piedra, ladrillo y madera, de cuyo último material lo son la mayor parte. Las escaleras secretas y de servicio se hacen de madera y piedra; las de los almacenes, tiendas y cafés que requieren ligereza, elegancia, y el menor espacio posible, se hacen de fundicion ó ebanistería.

Se construyen de dos maneras, una á escalones paralelos ó á tramos rectos, y otra á escalones sobre espiral ó en caracol. En el primer caso las escaleras son de un tramo seguido ó interrumpido por una ó dos mesetas; ó de dos, tres ó mas tramos que vuelven sobre sí mismos, de que dan ejemplo las figuras 525, 526 y 527. De las disposiciones á tres tramos es la mas bella, como sucede en la hermosa escalera del palacio real de Madrid, la que empieza la subida por el tramo del medio continuando ó volviendo á derecha é izquierda por los laterales. Otras disposiciones existen mas ó menos extraordinarias, segun la forma de la caja ó el capricho del arquitecto, como la figuran en plano las fig.s de las lám.s 71 y 72.

Cuando se dá vuelta á un núcleo lleno ó vacio, cuadrado ó rectangular, y es demasiada la altura respecto á la extension de la rampa, se sustituyen las mesetas ó descansos de uno á otro tramo con escalones sobre un arco espiral (*fig.* 528); *Fig.* 528. pero debe, siempre que se pueda, evitarse este mal sistema, por cuanto dificulta grandemente la marcha y la hace asimismo peligrosa. Tanto para las porciones en espiral, en este caso, como para las escaleras en caracol, se tomará la anchura de los escalones en la línea media, procurando quede suficiente huella en la parte mas estrecha del escalon para poder afirmar el pié; á cuyo fin se hará que el núcleo ó hueco interior sea del mayor diámetro posible.

Los escalones de piedra de las grandes escaleras se empotran por sus extremos entre dos muros ó solo en uno, ó bien quedan al aire apoyados unos en otros los escalones, pero cortados de manera que las juntas concurran á un centro, quedando el tramo como un arco rebajado. Cuando la longitud de los escalones es de unos 2^m, de manera que no puedan hacerse de una sola pieza, se colocan sobre bóveda en arco de círculo ó por-tranquil.

Si los escalones se mantienen al aire sin apoyo de una bóveda, confiada su estabilidad á su corte, tal como se manifiesta en las figuras 527, se hará que su parte inferior ó intradós quede plana como el de una bóveda adintelada, ajustando bien el corte posterior de cada escalon con el anterior del siguiente. En las escaleras de piedra debe ser la extension del corte mas ó menos grande segun la dureza del material: para la piedra tierna y aun la medianamente dura, se toman $\frac{2}{3}$ de la altura del escalon para el corte perpendicular á la direccion del tramo, haciéndose doble la línea horizontal ó anchura del asiento.

Agregando por uno y otro lado bandas ó cuartones en rampa, de piedra ó madera, llamados *limones*, se aumenta la solidez de la escalera por mantenerse los escalones empotrados por sus extremos en estas bandas como lo estarian entre muros laterales. La altura del limon es poco mas ó menos de 12 pulgadas ($0^m,28$) y su espesor 3 á 4 pulgadas ($0^m,07$ á $0^m,092$): siendo de piedra deben aumentar algo estas dimensiones. Segun la extension del tramo y magnitud de la pieza de que se puede disponer, se compone un limon de varios trozos ensamblados á caja y espiga ó á rayo de Júpiter y tornillo.

En escaleras de piedra y aún en las de madera á escalon lleno, puede formarse el limon á trozos que lleven las cabezas de los escalones, tales como se representan en los cortes G H ó K L (*fig.* 527). La figura H es un ejemplo de escalones *Fig.* 527. sin el auxilio de limones, cuya estabilidad está asegurada por el asiento de unos sobre otros, siendo la total del tramo la que se sigue por el apoyo en el cimiento del primer escalon y en la parte superior del último. Igual corte y disposicion es la representada en la escalera de caracol al aire (*fig.* 529); cuyos escalones se afir- *Fig.* 529. man aún mucho mas, dando al conjunto mayor solidez, si se les une por medio de barras de hierro (*fig.* Z.) La escalera, en este caso, se llama á la inglesa. *Fig.* Z.

En vez de incrustarse los escalones en las bandas ó limones, se pueden apoyar ó asentar horizontalmente sobre cortes que á estos se les hace de igual perfil que

el tramo; en cuyo caso se dice que el limon es á diente de sierra. En este supuesto los escalones deben ser de una pieza, mientras que en el otro caso pueden componerse de dos tablones, uno horizontal para el peldaño y otro vertical para la altura.

1459. Trazado de los limones rectos y curvos.

Los limones rectos no presentan dificultad alguna de ejecucion, siendo suficiente dibujar en su cara interior el perfil de los escalones para hacer las mortajas que los deban recibir. Los limones curvos exigen mas trabajo. Son partes de cilindros huecos oblícuamente cortados, cuya base es la proyeccion horizontal de la escalera. Las figuras 530 representan en detalle la montea del limon exterior correspondiente á varios escalones sobre base circular, aplicable á escaleras de caracol ó á las partes curvas que unen los tramos rectos, tales como los de la figura 528.

Trazadas la proyeccion horizontal A y el corte B que indica las alturas iguales de los escalones, se tirará la línea X Y que abrace los escalones extremos, y perpendicularmente á ella las 1, 2, 3, &: las horizontales 2″, 4″, &, formarán, desde los puntos en que corten aquellas, las huellas y alturas de los escalones C. Haciendo pasar despues la curva PQ por los puntos de interseccion, esta línea representará la pendiente del limon, y sus paralelas MN, RS (distantes entre sí $0^m,28$ como ya lo hemos dicho) serán las aristas superior é inferior del mismo, correspondientes á la cara interior. Las de la exterior se hallarán del propio modo, proyectando los puntos, $2_{,}$ $4_{,}$ &, sobre las horizontales, ó mas bien paralelas á X Y, $2_{,,}$ $4_{,,}$ &.

Para tener la plantilla D, trazada que sea la KL paralela á la línea de pendiente PQ, se le tirarán las perpendiculares 2, 3, 4, &, $2_{,,,}$ $3_{,,,}$ $4_{,,,}$ &, de igual
Fig. A. longitud que las 2, 3, 4, &, 2′ 4′, &, (*fig.* A): con lo que se tendrán los puntos 2 $2_{,,,}$ 3 $3_{,,,}$ &, por los que se harán pasar curvas concéntricas que formarán la plantilla.

Con ella se ejecutará el limon poniéndola encima y debajo de la pieza y aserrando ó sacando á azuela el sobrante de la madera; despues de lo cual se cepillará y trazará la figura C para tener la proyeccion de los escalones y las superficies gauchas RS y MN.

Para obtener el limon correspondiente á la parte interior de la escalera, se operará de un modo igual al acabado de explicar.

1460. Hornos de pan y de asados.

Los primeros son circulares ó elípticos, teniendo de diámetro $3^m,25$ á 4^m.

Los de asados varian de $0^m,9$ á $1^m,6$. Se establecen unos y otros á la distancia de $0^m,85$ á 1^m del suelo. Se construyen con ladrillo medio cocido ó con adobes formando bóveda, cuya mezcla es tambien de arcilla, como asimismo la capa que se pone encima para impedir escape el calórico. El espesor de la bóveda en la clave es de $0^m,22$, ó poco mas ó menos el de un ladrillo: en los riñones y arranques es de $0^m,4$ á $0^m,6$.

1461. Patios.

La mínima dimension que debe tener un patio para que pueda dar vuelta con comodidad un carruage cualquiera es la de $7^m,8$ por cada lado.

1462. Teatros. Dimensiones principales

Para la mayor comodidad de los espectadores debe haber $0^m,75$ de distancia entre los ejes de cada dos asientos, dándoles de $0^m,4$, $0^m,5$ de fondo. La pendiente de la platea debe ser de $\frac{1}{10}$ á $\frac{1}{8}$ ó 1 á 1,5 decímetros de elevacion cada luneta sobre su inmediata inferior; el escenario tendrá de $\frac{1}{16}$ á $\frac{1}{18}$. La anchura de la galería ó palcos bajos que rodean las lunetas será de 2 á 3 metros.

La figura del salon ó platea debe ser semi-circular ó en forma de herradura;

su largo, ancho y alto seran iguales ó próximamente iguales. Los mayores teatros, el de Parma, Milan, San Cárlos de Nápoles, Liceo de Barcelona, ópera de Madrid, &, tienen de 50 á 60 pies ó 14^m á $16^m,8$, y 5 á 6 órdenes de palcos. La embocadura en los mayores no excede de 14^m de ancho y alto; habiendo hasta la armadura otro tanto, ó por lo menos una mitad, como igualmente desde el escenario abajo en lo que se llama *foso*. El escenario debe tener de ancho de 2 á 3 veces la embocadura para dejar espacio suficiente á la maquinaria y cuartos de los actores: su largo es, por lo menos, el doble. Las figuras de la lámina 73 son los planos, perfiles y vistas del teatro de la ópera de Madrid, que presentamos como ejemplo de esta clase de edificios. La explicacion en la 4.ª página del atlas.

1463. **Baños.**

Cada cuarto de baños debe componerse de dos habitaciones, una para vestirse y otra para la pila. Las dimensiones de estos gabinetes son de 2^m á $2^m,5$ de ancho por 3^m á $3^m,5$ de largo y 2^m á $2^m,5$ de alto.

1464. **Graneros.**

Se hacen de 6 á 8 pisos de 3^m de altura. Su longitud depende de su importancia, y en cuanto al ancho varia de 12^m á 20^m. Para calcular el espesor de las vigas y partes que han de componer los diferentes pisos, se parte del principio de que cada hectólitro ó 100 lit, $= 0^{m3},1$ de trigo, pesa 75^k.

Se tiende el grano á capas de $0^m,5$ de alto para el de un año, $0^m,6$ para el de dos y $0^m,7$ para el de tres; dejando calles de 1^m al rededor, á fin de transitar con facilidad, é interrumpiendo las capas á distancias de 4^m á 5^m para cambiarlas de lugar y poder airearlas.

1465. **Caballerizas.**

Cada caballo necesita un espacio de $2^m,6$ de largo por $1^m,3$ de ancho. Para una sola fila de caballos bastará que la anchura de la cuadra sea de $4^m,3$ lo que dá $1^m,7$ para el paso. Si hay dos filas la anchura total será de $8^m,6$, en el supuesto de dejar dos pasos ó que los caballos estén en el centro; y $7^m,7$ si sucede lo contrario.

La altura de las cuadras será cuando menos de 3^m á $3^m,8$.

El pesebre tiene su arista superior á $1^m,1$ del suelo: su profundidad es de $0^m,25$ y su ancho y alto de $0^m,3$ á $0^m,35$. En Filipinas, donde los caballos piensan yerba (zacate), grano de arroz con cascara (palay) y miel, todo revuelto, ó alternadamente el grano y yerba, los pesebres son algo mayores y preparados con losetas para impedir las filtraciones.

El astillero para los guarneses tiene $0^m,5$ de alto, distando $1^m,7$ del suelo y $0^m,65$ de la pared. Las perchas están separadas $0^m,08$ á $0^m,13$.

Las ventanas son semi-circulares, cuyo diámetro horizontal, al rededor del cual giran, tiene de $0^m,9$ á 1^m de largo. Se las coloca á $1^m,80$ ó 2^m sobre el suelo, ó sea por cima de los caballos, y de modo que se puedan cerrar y abrir guardando equilibrio en todas las posiciones que adquieran en su giro (lo que se conseguirá por medio de un contrapeso variable) á fin de abrir la cantidad que convenga, ya para la ventilacion, ya para la luz que siempre debe haber en las cuadras.

El suelo de estas debe ser sólido é impermeable, con pendiente hácia los caballos para que puedan salir fácilmente los orines por la regata ó tajea que se construye á todo lo largo de los pesebres. Para cumplir con estas condiciones se hará el piso de piedra dura ó de madera. En el primer caso conviene que sobre el suelo de cada pesebrera se ponga un fuerte enrejado de madera para que el caballo permanezca con mas comodidad y no se lastime los cascos.

Las vallas deben estar colgadas de los postes, á fin de que no se puedan rascar los caballos como algunos lo hacen hasta inutilizarse ó dañarse bastante.

1466. Cocheras.

Son simples ó dobles. Las primeras, que solo sirven para un coche con su guarnés, tienen de $2^m,7$ á 3^m de ancho por $4^m,7$ á 5^m de largo y 3^m á $3^m,3$ de alto. Las cuadras dobles tienen de 8^m á 9^m de ancho y 6^m á 7^m de largo y la misma altura que las anteriores. Cuando hay mas de dos coches se procura quede á cada uno un espacio libre de $3^m \times 5^m$.

1467. Carrería.

El lugar para los carros debe ser de 3^m á $3^m,7$ de ancho 3^m de largo por 3^m á 4^m de alto por cada carro. Estos apartamentos son generalmente una galería de una cubierta ó colgadizo á un agua.

1468. Establos.

Una vaca y un buey de grandes proporciones necesitan un lugar de $1^m,5$ de ancho por $2^m,4$ á $2^m,6$ de largo. El espacio posterior para el libre paso basta sea de 1^m, y la altura de 3^m á $3^m,5$. Conviene tambien haya ventanas superiores para la claridad y ventilacion. La inclinacion del piso debe ser de $0^m,01$ por metro hácia las tageas, quedando el suelo $0^m,2$ elevado sobre el terreno natural, y haciéndole de ladrillo, madera ú hormigon. En los demás como en las caballerizas.

1469. Apriscos.

El ganado lanar, entre cuyo número se tiene del $\frac{1}{4}$ al $\frac{1}{3}$ de obejas parideras, y cuyo esquileo solo es una vez al año, ocupa por cabeza una superficie media de $1^{m2},05$. Los carneros, que sufren dos esquileos, solo necesitan de superficie $0^{m2},95$. Los corderos de 4, 6 y 9 meses, necesitan respectivamente, $0^{m2},80$, $0^{m2},85$ y $0^{m2},90$. Se comprende en el espacio correspondiente á cada animal el necesario á los ataderos, vallas de separacion y paso.

Debe haber, como en las cuadras y establos, ventanas suficientes para la ventilacion y claridad dispuestas del propio modo, y piso igualmente impermeable. Conviene, además, tener un corral donde el ganado tome el aire á voluntad.

Un almacen de 4^m de ancho, 12 á 13^m de largo y $4^m,5$ de alto es suficiente para el servicio diario de forrajes y todo lo concerniente al esquileo de 500 á 800 cabezas. La altura de un aprisco varia de $2^m,6$ á 3^m, llegando hasta 4^m.

1470. Pocilgas.

Un cerdo necesita de 2^{m2} á 3^{m2} de superficie; una cerda $3^{m2},5$; un lechon de 6 meses 1^{m2}; y de aquí en adelante hasta $1^{m2},5$.

Se debe mudar frecuentemente la cama de una pocilga, facilitar la salida de las aguas, y hacer el suelo de madera ó baldosa para evitar las socavaciones á que tiende constantemente el cerdo.

Este animal es el único entre los de establos que conserva suficiente instinto de limpieza en lo que atañe á sus propios escrementos, que nunca deposita en el lugar de su reposo. Cuando se halla libre elije para ello el lugar mas retirado; y si está atado retrocede todo cuando puede ó cuanto le permite la soga.

1471. Lechería y palomar.

La lechería debe estar siempre á una igual temperatura de 15° poco mas ó menos, tanto en verano como en invierno, reinando en ellas la mayor curiosidad y mas esmerada limpieza.

El palomar tiene generalmente la forma de una torre redonda ó poligonal donde se hacen nidos semi-esféricos. Tambien se construye el palomar á cielo descubierto por medio de varios órdenes de paredes paralelas, en cuyas dos caras se abren los nidos, procurando dejar en la parte superior de cada uno un ladrillo volado que le sirva de cubierta para preservar la cria del agua y rigores del sol. Segun esta disposicion hay uno en Ayamonte capaz de 12000 palomas.

1472. **Gallineros.**

Con las gallinas suelen vivir otros animales de pluma, como gansos, pavos y patos. Cada 200 de las primeras necesitan un local de $2^m,6 \times 2^m,6$ y 3^m de alto; poniendo en el centro y de una pared á otra varios pasos horizontales donde suelen dormir las gallinas. Si hay patos ó gansos se hace un estanque, siempre lleno de agua.

1473. **Horreos ó trojes.**

Para que los carros puedan entrar y salir con facilidad se disponen estos almacenes con dos grandes puertas de á dos hojas, que miden de 3^m á $3^m,5$ de ancho, y 4^m á $4^m,5$ de alto. Las trojes tienen 8,10 á 12^m y aún 15^m de ancho por 7^m á 8^m de alto. Cuando llegan á 12 ó 15^m se ponen postes en medio para que descansen en ellos las armaduras, ó bien se hace la cubierta doble, con dos vertientes interiores que comprendan una canal en el sentido de la longitud.

Para una recoleccion de 30000 haces de 6^k, ó 180000^k de diversos granos bastarian dos parvas de á 12^m de largo por $4^m,5$ de ancho y otro tanto de alto.

La tabla siguiente dá el volúmen medio por cada 1000^k de diferentes calidades de haces en el momento de la cosecha.

		m.° cúb.°			m.° cúb.°
1.° De haces	de trigo...............	0,92	6.° De haces	de algarrobas..	1,28
2.° id.	de centeno............	0,96	7.° id.	de trebol rojo..	1,08
3.° id.	de cebada gruesa.....	0,88	8.° id.	id. blanco	0,88
4.° id.	de avena...............	0,90	9.° id.	de heno.......	0,96
5.° id.	de guisantes y lantejas	1,28	10.° id.	id. de pradera	0,92

Cuando se acumulan en una troje muchos de estos productos se puede tomar 1^{m3} por cada 1000^k de haces, á causa de las separaciones que se deben dejar entre cada clase de fruto.

Los horreos asturianos, donde se conserva el maiz, son pequeñas casas ó chozas de madera, de 3^m á 5^m de lado, cubiertas de paja, madera ó teja, y montadas al aire sobre 4 postes piramidales de piedra alisada, que impiden suban las ratas.

1474. **Agua necesaria en un cortijo.**

	CONSUMO	
	DIARIO litros.	ANUAL metros cúbicos
Una persona adulta para todas sus necesidades...............	10	3,60
Un caballo de mediana talla, bien mantenido y comprendida el agua necesaria para lavarle y aseo de la cuadra.........	50	18,00
Un buey ó vaca, id. id. id....................	30	11,00
Los carneros, que pastan una parte del año y el resto se mantienen en el aprisco, necesitan por cabeza..................	2	0,73
Los cerdos, que consumen en parte las aguas sobrantes de usos domésticos, necesitan por cabeza......................	3	1,80

4.° PARTE MATERIAL.

1475. **Cimientos.**

El terreno sobre que se funda un edificio puede ser firme é incompresible, ó blando y de poca ó ninguna consistencia; lo cual se conocerá por las catas ó sondeos que se deben practicar antes de proceder á proyectarle.

Solo el terreno de roca es el que goza completamente de la cualidad de incompresibilidad: y para cimentar en él basta abrir cajas horizontales en que puedan situarse los sillares ó mampostería que se use. Si esta fuese ordinaria se levantará el cimiento hasta el nivel superior de la roca, dejándolo descansar despues un poco de tiempo con el fin de que haga su asiento uniforme.

1476. Si el terreno es de piedra suelta, cascajo, grava, arena gruesa ó menuda mezclada con tierra, ó bien fuese de toba ó tierras francas y compactas no removidas, se fundará con igual seguridad por ofrecer el lecho bastante firmeza y ser casi incompresible esta clase de terrenos. Para ello se abrirá la caja del cimiento á 2, 3 ó 4 piés de profundidad poniendo la primera hilada de carretales, ó en su defecto piedra gruesa y bien asentada, ó bien ladrillo segun el material de que se pueda disponer.

Tanto en esta clase de cimientos como en los siguientes, sobre terrenos blandos, puede suceder que por la naturaleza del edificio cargue el peso en unos puntos mucho mas que en otros, como si, por ejemplo, hubiese columnas ó pilastras que hubiesen de sustentar una carga considerable. En este caso, y á fin de hacer uniforme el asiento de toda la obra, se construirán arcos inversos de piedra ó ladrillo, despues de haber levantado una hilada de cimiento por igual, procurando que los arranques vengan debajo de las pilastras ó puntos de mayor sustentacion.

1477. Cuando el suelo es fangoso, arcilloso ó de turba, cuya firmeza es poca y bastante su compresibilidad, se establecerá un emparrillado en toda la extension del cimiento despues de haber escavado á bastante profundidad. Los huecos se rellenan de hormigon, sobre cuyo plano horizontal se funda el cimiento. Las maderas del emparrillado suelen tener de 8 á 12 pulgadas de grueso (0^m,18 á 0^m,28) ensamblándolas en los traveseros á media madera, y aun á $\frac{1}{3}$ ó menos, segun la escuadría. Otras veces se sustituye el emparrillado con tablones unidos de 3 á 4 pulgadas (0^m,07 á 0^m,09) de grueso; pero en este caso deberá procurarse queden siempre debajo de agua para evitar se pudran. Algunos constructores colocan estos tablones encima del emparrillado: pero esta práctica es poco buena y no tiene imitadores en la mayor parte de los que desean con mas acierto la mejor estabilidad de la fábrica, atendiendo á que el emparrillado por sí solo ofrece suficiente uniformidad, ahorrando el consiguiente gasto de los tablones, y porque no uniendo bien estos con la mampostería se establece sin motivo discontinuidad ó interrupcion entre ella y el suelo.

1478. Si el terreno careciese completamente de firmeza ó fuese esta muy pequeña, verificada la escavacion á la profundidad posible, se pondrá un pilotage capaz de sustentar el peso de la construccion: á cuyo fin se tendrá presente lo dicho en los números 1176 y 1179. Los pilotes son redondos ó escuadrados; terminados en punta que se quema para darle mas firmeza, ó bien se reviste de una púa de hierro (azuche) con 4 orejas si el terreno que ha de atravesar es pedregoso. La longitud de cada uno debe ser de unas 15 veces su anchura y esta de 6 á 12 pulgadas (0^m,14 á 0^m,28). Se clavan con el martinete hasta que la maza sea rechazada, ó hasta que se vea que despues de varios golpes es insignificante la cantidad que penetra el pilote. Cuando entra fácilmente, lo que indica hallarse bastante profundo el terreno duro, se clavan otros varios á su alrededor, por cuya presion se tiene la estabilidad que se busca. En estos casos puede hacerse menor la longitud del pilote, ó profundizar algo mas la caja del cimiento en cuanto sea posible. Despues de clavados todos ellos en tres ó cuatro hileras, y á distancia de 3 á 4 piés, se cortan de nivel todas las cabezas sobre las que se asentará horizontalmente el emparrillado; teniendo cuidado de que sobre cada cabeza de los pilotes caiga un cruzamiento de las cuadrículas de aquel, haciendo despues un agujero por donde se introduzca una clavija que alcance y sujete el emparrillado á los pilotes.

Fig. 531. *Fig.* 532 y 534.

1479. Para clavar estos se usa del *martinete* de mano (*fig.* 531), que manejan 4 ó 6 hombres, ó el de máquina (*fig.* 532 á 534), cuya maza de 3 á 24

quintales (150 á 1290^k próximamente), se mueve por una cuerda que pasa de una polea á un torno.

Si la altura á que ha de subir la maza es poco mas ó menos la del hombre, se prefiere entonces para su manejo hacer que cada uno de los peones que sean precisos para ello tome un ramal ó cuerda en que termine el cable principal que suspende la maza (*fig.*535). La operacion se facilitará mucho de este modo, pudiendo ser tan prontos y repetidos los golpes como puede concebirse al observar que los operarios no necesitan más tiempo para cada uno que el necesario para descender la maza. Con este fin debe calcularse anticipadamente la altura de caida segun el peso de aquella y la penetracion del pilote por cada golpe. *Fig.* 535.

Para determinarlo, sentarémos como principio que el rozamiento que debe sufrir el pilote ha de ser mucho mayor que el peso que puede soportar. Si fuese este de 30^k por centímetro cuadrado (núm. 1175), y tuviese el pilote 0^m,30 de lado, ó 900 centímetros cuadrados, de modo que pudiera soportar 27000^k, haríamos el rozamiento R = 40000^k. Ahora bien, en cada golpe de ariete debe suceder que el peso de la maza multiplicado por la altura de caida sea igual al rozamiento del pilote multiplicado por su penetracion, como lo expresa la ecuacion

$$R\,p = \Pi\,h$$

Si $\Pi = 800^k = 17^{qq},39$, y queremos que la penetracion del pilote sea de 0^m,1 por cada golpe, se tendrá

$$h = \frac{R\,p}{\Pi} = \frac{40000 \times 0,1}{800} = 5^m$$

Si fuese $\Pi = 200$ y $h = 5^m$, resultaría $p = \dfrac{200 \times 5}{40000} = 0^m,025$:

y si $\Pi = 400$ y $h = 2^m$; $p = 0^m,02$.

Resuelto el problema de estas varias maneras se vería la preferencia que debería darse al modo como se hubiera de manejar la maza, segun la cantidad que penetrase el pilote en un tiempo dado, atendidas las circunstancias de resistencia respecto á su longitud.

En el dia se usan mucho y con ventaja martinetes movidos por una pequeña máquina de vapor.

1480. Para fundar sobre arena movediza se encajona el recinto de la cimentacion con tablestacas (*fig.* 539), á la manera como indica la figura 537, ó segun la figura 538 si hubiere de ser mucha la profundidad del cimiento. Hecha la escavacion se colocan los carretales horizontalmente sobre la arena. *Fig.* 539.

1481. En esta clase de terrenos y para los fangosos se adopta en la construccion de los pozos el sencillo medio que describe Taramas y anota Piélago de edificar sobre una solera de tablones gruesos, puesta á corta profundidad del terreno, y unido á ella por la parte exterior un resvestimiento de tablas con cierta inclinacion que deje al muro suficiente talud. Construida una porcion de pared se escava con cuidado para sacar las arenas ó fango, á cuyo tiempo baja el muro con uniformidad. El círculo-solera puede llevar tambien en su parte inferior una plancha de hierro achaflanada que al tiempo de bajar vaya cortando el terreno.

1482. Cuando *los cimientos que se han de construir están debajo del agua*, como sucede para el fundamento de los estribos y pilares en la mayor parte de los puentes, muelles y esclusas, se procede, segun las circunstancias, por uno de los métodos siguientes.

1.° **Por ataguias.**

Se rodea el pilar, estribo ó muelle de un terraplen de arcilla, lodo maladquit (Filipinas) ú otra materia impermeable, revestido interior y exteriormente de pa-

redes de madera, compuestas de estacones y tablestacas, clavados los primeros hasta el terreno firme y un poco menos las segundas; sujetándolas entre sí por medio de atravesaños en ambos sentidos, longitudinal y trasversalmente. El espesor de la ataguia debe ser igual á los $\frac{2}{3}$ de la altura del agua segun la cohesion de la arcilla ó tierras empleadas. Hecho esto se achica el agua por medio de bombas (las de Letestu, núm. 828 son las de mejor efecto), ó con un tornillo de Arquímedes; movidas á mano estas máquinas ó por la misma agua, ó empleando, en fin, la fuerza del vapor, que es el mejor y mas económico medio. En seguida se escava hasta hallar el terreno firme, sobre el que se echa una capa de argamasa hidráulica, y aun se pone emparrillado para prevenir cualquiera movimiento por desigualdad de terreno. Si este fuese solo de arcilla ó en alguna manera blando, se clavarán pilotes aserrando de nivel sus cabezas.

Se concibe desde luego, que, para emplear este método es preciso que el fondo sea de materia impermeable: pues á ser de arena fina ó gruesa, fango ú otra materia filtrable, sería inútil cualquiera medio que se emplease en el desagüe.

1483. 2.° **Por encajonado.**

Fig. 540. Se hace una ataguia simple (*fig.* 540), como una de las paredes de la antecedente, con el fin de dejar muerta la corriente y poder facilitar las maniobras que deben ejecutarse dentro para preparar el terreno de modo que ofrezca suficiente firmeza. Se escavará, despues, hasta cierta profundidad si el terreno es pedregoso, ó se pondrán pilotes y emparrillado si lo fuese fangoso, ó bien se colocará solo el emparrillado, encajonándole antes, si fuese de arena fina. Por último, se arreglará todo lo mas horizontalmente posible, por igual ó por escalones, si fuese el fondo de roca. Conviene agregar un zampeado á las inmediaciones de la construccion, ó en una grande extension, aguas arriba y abajo, si el fondo natural se prestare á ser socavado. Esto se conseguirá echando carretales ó piedras de bastante peso en toda la extension que se juzgue necesario dar á este suelo artificial, permaneciendo inmediatamente sobre el fondo, ó, lo que es mucho mejor, sobre un emparrillado general por ambos lados de la construccion. Si á esto se agrega una estacada unida y firmemente clavada en los extremos del zampeado, se puede estar seguro de la firmeza de la cimentacion aunque el terreno sea del mas flojo.

(Véase en el artículo VI, *Zampeados.*)

Preparado así el fondo del cimiento se echará el hormigon á tongas horizontales hasta llegar á la superficie del agua ó poco menos, ó bien se alternará en esta operacion con capas de hormigon y piedras de mampostería. Despues de haberlo dejado descansar tiempo suficiente para su endurecimiento y buen asiento, se continuará con sillería desde $0^{m},2$ bajo agua la obra que se trata de levantar. Este fué el procedimiento empleado en la construccion del muelle de Puerto-Rico.

1484. 3.° **Por cajones.**

Cuando el fondo es permeable ó imposible de desaguar, ó cuando sin esta circunstancia se quiere emplear este método de fundacion, por parecer mas económico ó existir alguna otra razon que lo aconseje, preparado que sea el terreno horizontalmente por medio de dragas, y clavados los pilotes de modo que sus cabezas queden de nivel, se construye un cajon á la manera del representado á escala en la lámina 93 que es idéntico al usado en varios puentes de Europa. Estando bien calafateadas las uniones de los tablones y vigas, viene á ser el cajon un casco qne se sumerje por el peso de la construccion á medida que esta avanza hasta llegar al fondo. Para que no pierda la verticalidad se le sujeta por medio de vientos que, pasando por poleas dispuestas en el cajon y guias perfectamente clavadas y sujetas, van cediendo poco á poco segun aumenta el peso del macizo. Los costados del cajon se disponen de modo que, terminado el pilar ó muro fabricado,

puedan con facilidad separarse del fondo que permanece debajo de la construccion haciendo las veces de un emparrillado. En el representado por la figura de la lámina 93 se verifica la separacion desatornillando las barras de hierro que se ven en los perfiles.

La altura del cajon debe exceder la de las aguas; y si hubiese mareas ha de sobrepasar las de pleamar. Concluida la construccion para que ha servido el cajon, y separados los costados de este, se echa una escollera que cubra bastante altura de los cimientos; procediendo despues en iguales términos para el levantamiento de otro pilar, á cuyo fin se aprovechará el resto del cajon anterior si fuesen iguales ambas obras, ó para la continuacion de la que se haga si por ser muy prolongada, como sucede en los muelles, no alcanzase el cajon de una vez á sus dos límites.

1485. Para botarle al agua se hace á la orilla del rio un andamio inclinado capaz de sostenerle, sobre el cual se procura constrnir el cajon. Así que está concluido se levanta por medio de crics para colocar debajo rodillos untados de sebo, que facilitarán el resbalamiento del cajon ayudado con vientos que se hacen pasar por poleas fijas al extremo inferior de la grada y un torno en el extremo superior, á la manera como se hace para poner á flote un barco. Mas barato, pronto y fácil será construir el cajon sobre una balsa sostenida por medio de barriles ó botes-canoas que, terminado el cajon, se echan á pique abriéndoles agujeros en el fondo. La balsa entonces baja con ellos y el cajon queda flotando. Las altas mareas favorecen mucho la operacion en el primer caso.

1486. Se ha dicho mas arriba que para asentar el cajon era preciso dejar de nivel las cabezas de los pilotes que hubiera sido preciso clavar. A este fin se cortarán todos ellos por medio de sierras circulares ó las acreditadas de M. de Cessart. En Manila ví experimentalmente que bastaba hacerlo con buzos guiados por una sonda : de 4 pilotes que se clavaron á diferentes profundidades, desde 15 á 24 piés el más profundo costó solo 20 minutos para aserrarle al nivel del fondo, y los otros 15′ en término medio; siendo de 9 pulgadas el grueso de aquellos, y de dongon la calidad de su madera. Usando la Escafandra se facilita mas la operacion.

1487. 4.° **Por escollera.**

Limpio el fondo y dispuesto lo más horizontalmente posible, se vierten piedras de todos tamaños, procurando que el talud que determinen sea doble que la altura á que llega el macizo ó monton formado por ellas, constituyendo así el verdadero cimiento. Si, como sucedió en el muelle de la Habana (*fig.* 541), fuese necesario sujetar el talud á la condicion de permitir el atraque de los barcos al mismo muelle, se pondrá una estacada en la línea que expresa el límite de la escollera. *Fig.* 541.
Si es posible cortar las cabezas de los pilotes sin mucho trabajo ó gasto, no habrá mas, para conseguirlo, que marcar la direccion que tengan : de otro modo se tanteará anticipadamente con la sonda la profundidad á que cada uno pueda penetrar, cortándolos en esta proporcion antes de clavarlos.

Hecha la escollera se la deja descansar por cierto tiempo, que no bajará de un año, á fin de que pueda adquirir su natural asiento. En este intérvalo habrán depositado las corrientes en los intersticios de las piedras todas las arenas, lodo y demás materias arrastradas que hacen el oficio de mortero.

Pasada la época de descanso se limpia la superficie superior, se vierte en ella hormigon hasta dejarla horizontal, y se coloca por último un emparrillado que ha de servir de base al muro.

1488. Fundaciones sobre pilotes de rosca y tubulares.

1.° **Pilotes de rosca.**

Los pilotes de rosca, inventados por el Ingeniero inglés M. Mitchell, consisten (*fig.*s 542, 543) en una barra de hierro forjado ó palastro en forma de cilindros *Fig.* 542 y 543.

huecos terminada en su parte inferior por una rosca de espiras cortantes, salientes $\frac{1}{3}$ del diámetro del espigon, y de 30^c á 60^c de altura para los terrenos resistentes, y un disco helizoïdal de $1^m,2$ de diámetro, poco más ó menos, de un solo paso para terrenos arenosos, y un tornillo de igual espesor que la barra. Esta puede ser de hierro como se acaba de decir, ó componerse de un vástago de este metal introducido en direccion del eje de otro de madera de un diámetro igual al de los pilotes ordinarios. La rosca se puede modificar segun la naturaleza de los terrenos que se hayan de atravesar, siendo cilíndrica para los blandos y cónica para los demás.

Para clavar el pilote basta apoyarle verticalmente en el suelo é imprimir al vástago un movimiento de rotacion por medio de un cabestante. La rosca penetra al través de las diferentes capas de que se compone el terreno sin alterar su estructura, hasta que llega á una de naturaleza suficientemente dura que opone resistencia al paso de la barrena. Pueden, por consiguiente, atravesarse capas arenosas, arcillosas, calizas y margas estratificadas, quedando el pilote perfectamente resistente á las presiones superiores é inferiores á causa de la dureza del terreno sobre que se apoya, y de la gran superficie que abraza el disco.

Este género de fundacion ha sido aplicado con buen éxito en Inglaterra para la construccion de multitud é importantes edificios, como puentes, viaductos, muelles, faros, &; reemplazando con ventaja, por la seguridad, rapidez y facilidad, al empleo tan costoso de los pilotes ordinarios.

Una de las mas principales aplicaciones de este sistema fué la construccion del inmenso muelle de Portland, llevada á cabo por el hábil Ingeniero M. Rendel. Se compone la fábrica de dos muelles que tienen 1830^m y 457^m bajo un ángulo obtuso, pero dejando de uno á otro un paso de 122^m por donde se llega á la gran grada artificial que ellos forman de tres millas cuadradas de superficie, y capaz de contener navíos de primer órden.

Para el establecimiento de estos muelles se dispusieron los pilotes por hileras paralelas de á 5, espaciados $9^m,15$. Las cabezas de aquellos se unian por cumbreras sobre que se ensamblaban vigas y viguetas formando puente en que se fijaban varias vias férreas. A medida que la fundacion avanzaba se conducian de la montaña inmediata, por numerosos wagones, piedras voluminosas y en gran cantidad para el enrocado que se iba formando entre los pilotes.

El clavado de los que han de servir para obras de mar, como faros y muelles, puede hacerse de una manera económica y uniforme empleando un ponton ó balsa fuertemente mantenida por anclas de tornillo. Despues se usa el cabestante poligonal con palancas de 12^m de diámetro á que se aplican 12 hombres; haciendo pasar por una polea y un torno la cuerda que se vá arrollando á aquel. El pilote sigue la direccion vertical á que le obliga una pieza cuadrada en que entra el cuerpo rozando contra sus caras.

1489. 2.° **Fundaciones tubulares por medio del vacío.**

Se debe al Doctor Potts este nuevo sistema de fundacion, reducido á preparar pilotes huecos ó tubos de fundicion ó palastro, compuestos de varios anillos sobrepuestos y sujetos entre sí por medio de pernos que atraviesan los rebordes interiores de las juntas, y cuyo diámetro es más ó menos grande segun el número que haya de haber de tubos. Se clavan y fijan del modo siguiente.

Puesto sucesivamente cada uno en el lugar que haya de ocupar, se le deja abierto en la parte inferior, cerrándole en la superior con una cubierta comunicante á una bomba neumática. Despues de haberle descendido y dejádole penetrar por su propio peso y alguno más de que se le sobrecargue, se pone en juego la bomba de aire; desde cuyo momento, así que haya disminuido la presion

interior del tubo, ó que la rarefaccion aumente, empezará á subir por él el agua, fango, arena, &, en virtud de la presion atmosférica. La corriente de agua que tendrá lugar en la parte inferior escavará el terreno bajo el pilote, rompiendo la cohesion que une las partes sólidas, y por consiguiente dejando lugar al descenso de aquel por su propio peso y el de la atmósfera que gravita sobre la cubierta. Cuando el tubo está lleno se sacan las diferentes materias que contiene por un medio cualquiera (una draga de hélice, por ejemplo, de que luego hablarémos), continuando despues la operacion del propio modo y sin interrupcion hasta que se llegue á la profundidad calculada, que será cuando se halle roca ó terreno suficientemente resistente á la presion que ha de sufrir.

Las figuras 544 y 545 representan las fundaciones de un puente hecho en Inglaterra por este sistema. Despues de clavados los tubos y limpios en su interior ó extraidas todas las materias contenidas, se les echa una capa de cimento romano de $1^m,5$ á 2^m de espesor, y se les llena de hormigon; concluyendo por unir los pilotes con una gran plancha de fundicion que sirve de base á la mampostería del pilar ó muro que allí ha de fabricarse.

Este procedimiento, sencillo y económico, solo es aplicable á los terrenos blandos, como los compuestos de fango, arena, grava y arcilla-gredosa. Difiere esencialmente del empleado con pilotes ordinarios en que, en vez de dirigir la fuerza del clavado sobre la cabezas de estos, se la obliga, por el contrario, á ejercer su accion sobre el suelo que han de penetrar; ahorrando mucho tiempo y gasto, sin exponerse á torcer la direccion vertical del pilote ni romperle á fuerza de golpes de maza, ni mucho menos á que la profundidad que se debe alcanzar quede limitada por la longitud de aquel.

Una de las más interesantes obras entre las ejecutadas por el célebre Ingeniero M. R. Stephenson, fué el puente del Menay sobre el camino de hierro de Chester á Holyhead, en que uno de los pilares fué cimentado por este sistema sobre un banco de arena, empleándose 19 pilotes de fundicion de $0^m,35$ de diámetro, $0^m,037$ de espesor y $4^m,8$ de altura. La bomba de aire se colocó en uno de los estribos, y el tubo de plomo que comunicaba con los pilotes tenia $0^m,0125$ de diámetro. Estos se clavaban $0^m,3$ por cada medio minuto en los primeros 18 decímetros ó 6 piés ingleses, y á razon de 3 minutos en los siguientes.

Los tubos empleados en la cimentacion del puente de Neuville-sur-Sarthe, tenian $1^m,8$ de diámetro, formados de anillos de 1^m de altura (unidos horizontalmente como ya se ha explicado), compuesto cada uno de 5 segmentos ligados entre sí por nervios verticales interiores, ajustados y atravesados por tornillos horizontales. Para que el anillo inferior tuviera mas consistencia y cortase mejor el terreno sin exponerse á romper á causa de las resistencias desiguales del fondo, se le hizo de palastro con el borde á cincel.

Antes de usar los tubos se construyó sobre pilotes ordinarios un andamio corrido sobre cada sitio de pila, procurando dejar cuadros que, circunscribiendo el círculo de los tubos, les sirviesen de guia en su clavado. Se levantaban estos por medio de una cabria, formados al principio de 3 á 4 anillos, haciéndolos descender poco á poco y verticalmente entre el cuadrado que habia de ocupar cada uno hasta llegar al fondo, donde por su propio peso se sumergian cierta cantidad. Despues de lleno el tubo se extraia el fango con una draga de hélice, consistente en un cilindro de palastro de $0^m,40$ de diámetro, dentro del cual habia un tornillo á cuyo árbol vertical de hierro se fijaban palancas idénticas á las de las sondas para aplicar á ellas la fuerza de dos hombres. Por medio de la cabria se levantaba el aparato cuando estaba lleno, y la grava y fango que sacaba se vertia en

el rio. Para desaguar se empleaba una gran bomba de Letestu movida por doce hombres.

1490. 3.° **Fundaciones tubulares por medio del aire comprimido.** Este sistema que, tanta aceptacion tiene hoy dia para las cimentaciones difíciles bajo el agua, es enteramente opuesto al anterior; pues en vez de sacar el aire del tubo se le hace entrar en cantidad suficiente para alcanzar una presion de dos ó más atmósferas; con cuya fuerza se obliga á salir el agua que le llena, ya retrocediendo por el fondo si el terreno es permeable, ya saliendo por un sifon en la parte superior si aquel fuera por el contrario impermeable. De esta manera queda el tubo libre para poder penetrar en él los trabajadores encargados de hacer la escavacion. Explicando las operaciones hechas y el aparato empleado para la cimentacion del puente de Mâcon sobre el Saôna, se tendrá una idea fija de tan excelente sistema para cuando sea dable poderle imitar.

Determinado el lugar que habia de ocupar la pila, se descendió en él hasta el fondo del rio un cilindro de 3^{m} de diámetro, compuesto, segun se ha dicho anteriormente, de una série de anillos que alcanzaban una altura más ó menos grande segun la profundidad del terreno que debia atravesar. Este tubo T T
548. (*fig.* 547, 548) abierto en su parte inferior, se cierra en la superior por una cu-
Fig. 547, bierta fija C, en la cual se alojan dos cámaras de aire B B′ (destinadas á servir de intermediarias entre el interior y el exterior del tubo) de seccion horizontal en forma de D y un poco distantes entre sí. La parte del tubo que no ocupan las cámaras, separada en un piso en que hay dos aberturas circulares, se llama *cámara de extraccion.*

Cada cámara de aire tiene una abertura cerrada por una válvula S que gira al rededor de un gozne horizontal de adentro á fuera, en cuya posicion se mantiene luego que la presion interior supera á la exterior. Una puerta ordinaria P P′, situada en la parte plana de cada cámara comunica con el cilindro, y permite á los brazos de las dos gruas, colocadas entre aquellas, penetrar en ellas y depositar allí el producto de la escavacion.

Dos llaves ó grifos R, R′, que se manejan desde el interior, sirven para poner en comunicacion la cámara de aire con el cilindro y la atmósfera, y para facilitar el paso á los materiales y la circulacion de los trabajadores; los cuales, además, bajan y suben por medio de escalas verticales adosadas y sujetas al interior del tubo. A fin de que no se levante ó salga de su posicion por efecto de la presion del aire comprimido se le ponen pesos bastantes hácia la parte superior sobre un collar de fundicion perfectamente adosado al tubo.

Para guiarle en su descenso se prepara de antemano un andamio en que se deja por cada tubo un cuadrado que le circunscribe, cerca del cual se coloca una grua para sostener los anillos que sucesivamente se van agregando: anillos que se unen entre sí con pernos que atraviesan los rebordes interiores (como ya se ha dicho para los tubos del sistema anterior) cuidando de poner entre cada dos un círculo de goma elástica que hace cerrar exactamente la union ó junta sin que pueda quedar medio alguno de filtracion.

La penetracion del tubo se verifica del modo siguiente. Se hace entrar primero el aire por medio de un conducto de cuero y una bomba neumática; y cuando haya adquirido suficiente presion, á causa de la cual saldrá el agua como ya hemos anotado, se cierran las puertas P P′. Si el fondo es permeable, y el agua sale retrocediendo de arriba abajo, se produce un hervor al rededor de la base que remueve el piso y facilita el descenso del tubo. Entonces es cuando bajan los obreros para escavar el suelo, cuya materia ponen en un ceston. Subido este por medio de un torno se establecerá la comunicacion entre el tubo y una de las cá-

maras de aire abriendo la puerta P. (*) Depositando allí el ceston se vuelve á cerrar la puerta y pone la cámara en comunicacion con la atmósfera; en cuyo momento se abre la válvula S y se extrae al exterior la materia escavada. Se continúa de este modo repitiendo iguales operaciones y aumentando la presion del aire siempre que esto fuera necesario. Los obreros, aunque trabajan á una presion de dos ó más atmósferas, se fatigan poco por esta causa disminuyendo con la costumbre el sufrimiento que algunos pueden experimentar en esta tarea. Sin embargo, cuando la altura del agua y la de la escavacion llega á cerca de 30^m ó unas 3 atmósferas, la presion entonces es tal que los trabajadores apenas la pueden resistir.

El tubo desciende en sentido vertical sobrecargándole convenientemente. Desde que ha llegado á la profundidad requerida, se vierte en el fondo una capa de cimento romano ú otro que tenga idénticas propiedades para oponerse á la filtracion del agua; y despues se acaba de llenar el tubo con hormigon hidráulico ordinario.

Las pilas disminuyen de diámetro desde flor de agua, teniendo cada columna de las tres que componen uno de los cuatro pilares del puente de Mâcon (*fig.* 547) $2^m,50$, de diámetro interior, unidas á las inferiores por un anillo cilindro-cónico (fundido con nervios interiores), y cada dos columnas entre sí por cruces de San Andrés. Exteriormente se pone tambien hormigon entre una ataguia, al rededor de la cual se vierte un enrocado ó escollera para proteger el todo de la cimentacion. Esto, sin embargo, no es más que un exceso de precaucion que no en todas las construcciones de este género se suele llevar á efecto.

He aquí el gasto total de las fundaciones de este puente

12 tubos, de 587000 kilógramos de peso, á $0^{Pts},38$ el kilógramo	223060
Pernos...... 6500.................. 0,85............	5525
Riostras..... 20000.................. 0,85............	17000
Hormigon y enrocado..................................	41222
Clavado de tubos....................................	48000
Gastos diversos......................................	15193
	Pts. 350000

En el camino de hierro de Alejandría al Cáiro se ha empleado igual sistema de fundacion tubular para el puente Benha sobre el Nilo y en otros muchos puentes.

1491. Los de Moulins y Saint-Germain-des-Fossés sobre el Allier (Francia) construidos por este sistema en 1858, tienen, el primero 11 tramos y el segundo 6 de 42 metros de eje á eje entre cada dos pilas. Cada una de estas se compone de dos tubos unidos por cruces de San Andrés en el de Moulins, y por consolas en el de Saint-Germain, sobre las que se asientan las vigas laminares que componen el puente.

Las dimensiones de los tubos son las siguientes:

		Largo.	Diámetro.	Espesor.
En el puente de Moulins...	parte enterrada...	8 á 12^m	$2^m,6$	$0^m,05$
	— al aire libre...	4 á 7^m	2^m	$0^m,05$ agua arriba. $0^m,04$ agua abajo.
En el de Saint-Germain...	parte enterrada...	8 á 10^m	3^m	$0^m,05$
	— al aire libre...	5^m	$2^m,5$	$0^m,04$ $0^m,03$

(*) Hoy dia no se usa mas que una cámara, ó el tubo que la compone no se halla dividido en dos, sino que directamente comunica todo él con el tubo de fundacion por medio de la válvula de comunicacion.

En ambos puentes la cámara de trabajo se compone de una sola pieza ó compartimiento en vez de dos como la anteriormente descrita, íntimamente ligada al último anillo sobre-puesto, teniendo por base una fuerte plancha de fundicion con nervios en que está la válvula elíptica para comunicar al interior del tubo, y por tapa otra plancha igual con su correspondiente válvula para salir al aire libre. Habiendo presenciado en Setiembre de 1858 el clavado de uno de estos pilares, tuve ocasion de descender hasta el fondo de un tubo que llevaba ya 10^{m} de profundidad bajo el terreno, convenciéndome de la poca fatiga que la doble presion atmósférica hace experimentar á los obreros y de la suma sencillez de este prodigioso invento de cimentacion. Desde que al cerrar la comunicacion exterior se hace penetrar en la cámara por el correspondiente grifo el aire contenido dentro del tubo, se siente alguna pena en la respiracion, siendo preciso comprimir un poco la nariz y hacer intencion de estornudar para dejar salir por los oidos parte del aire aspirado. Luego que queda nivelada la presion entre la cámara y el tubo, cesa la fatiga y puede trabajarse como al exterior sin experimentar la mas pequeña desazon. En aquel momento se abre la puerta ó válvula interior y se desciende al fondo para continuar la escavacion. Cuando han subido bastantes materias escavadas que obstruyen la cámara, se sacan fuera procediendo de un modo inverso é idénticamente al juego de una esclusa como ya lo hemos hecho conocer. Así, pues, se cierra la comunicacion interior, se abre la llave ó grifo exterior por el que sale con fuerza la mitad del aire contenido en la cámara, y cuando se ha restablecido el equilibrio se abre la válvula exterior.

Los contrapesos ó carga puesta sobre cada uno de estos tubos eran, en el puente de Moulins sacos de tierra, y en el de Saint-Germain grandes y gruesas planchas de plomo sentadas sobre el ancho collar de fundicion que está ligado con pernos al tubo inferior al de la cámara: á cuyo collar vá á parar el extremo de la manga de cuero que trasmite el aire de la bomba, uniéndose á él á rosca y tornillo. Entre el collar y tubo hay, como en todas las juntas, una lámina de goma elástica.

La bomba neumática puede componerse, como la empleada en el puente de Saint-Germain, de dos cilindros que, trabajando á doble presion, impelen y trasmiten á otro tercero el aire absorvido que de allí pasa á la manga de comunicacion. Para el constante y uniforme movimiento de sus émbolos basta una máquina locomóvil de vapor de 6 caballos.

Hemos dicho ya que en el puente de Moulins están unidos los dos tubos de pila por una cruz de San Andrés. Esta es de palastro é idéntica á las de las figuras 547, 548. Falta advertir que como la distancia entre los expresados tubos no puede quedar rigorosamente exacta á la proyectada, sino que diferirá 1,2, 4 ó mas centímetros, se deben poner planchas ó cuñas de hierro forjado que ganen esa diferencia entre los tubos y planchas de las aspas, haciendo antes el tanteo de los sitios en que se deben abrir en frio los agujeros necesarios para fijar los pernos de union. En el puente de Saint-Germain se ha seguido mejor sistema, sustituyendo á las aspas consolas fuertes de fundicion, dispuestas inmediatamente bajo el capitel en que terminan los tubos, y sobre ellas vigas laminares de doble **T**. De este modo, aunque en las grandes crecidas arrastrase la corriente algun cuerpo duro y pesado, no hallaría mas obstáculo en qué chocar que los tubos solos, y el puente no podría sufrir alteracion alguna.

1492. Sistema Delfant.

El sistema acabado de describir, debido á Mr. Triger, tiene la desventaja de la gran presion que toma el aire y la dificultad ó imposibilidad de permanecer dentro de ella los operarios cuando pasa de 2,5 á 3 atmósferas. Para remediar este

mal, el ingeniero Mr. Delfant se propuso no pasar de la presion de 2 atmósferas, bajo la cual no se experimenta impresion desagrable ni pérdida de salud: y para ello saca el agua de los tubos por un sifon cuyos orificios estan, uno al fondo en el interior del cilindro, y el de ascension ó de salida al exterior, algo mas elevado que el nivel del agua.

El agotamiento se hace por la presion del aire, y para que esta no aumente con la profundidad y nos hallemos en el mismo caso que anteriormente, dispone M. Delfant un sistema de bombas que verifican la aspiracion del sifon con trabajo creciente, segun se vá ganando profundidad, produciendo en él un vacío constante, á causa del cual la presion de 2 atmósferas, que siempre existe en el tubo, hace salir el agua hasta unos 29^m de elevacion, que es la profundidad á que se puede llegar bajo el nivel de la corriente sin que los operarios sufran nunca mas presion que la constante ya dicha de 2 atmósferas. Unicamente en circunstancias especiales, ó cuando se presente alguna dificultad en el agotamiento, seria cuando pudiera aumentar un poco la presion interior, volviendo á su estado normal despues de verificado aquel.

Estas bombas apenas aumentan el precio del aparato, pues se pueden disponer de modo que sirvan para la inyeccion del aire en el tubo y para la evacuacion del agua en él contenido, sin emplear mas fuerza que la que exige el sistema Triger.

1483. **Sistema de Fleur Saint Denis.** (Lám. 55) Lám. 55.

En rios torrenciosos y de tan móvil lecho como el Rhin, cuyas grandes avenidas producen socavaciones hasta de 12^m, no podria seguirse para la fundacion de las pilas el sistema acabado de explicar, de tubos sumergidos, sin experimentar una gran pérdida de tiempo á causa del sin número de veces que sería necesario abrir y cerrar la cámara de aire para la extraccion de las materias escavadas, tanto mas en cantidad cuanto la profundidad llegase ó pasara de 20^m como sucedió en el puente de Khel. Además, la cantidad de hierro sumergido aumentaría mucho el coste de la obra, y no sería fácil tampoco sujetar los tubos y hacerlos vencer la gran fuerza de contrapresion del aire comprimido á 3 y mas atmósferas, sin las grandes dificultades que exigiría la construccion de una gran plataforma á su alrededor que recibiese el contrapeso correspondiente. Por último, la poca base de los tubos, por grandes que se quisieran hacer, exigiría la necesidad de llevarlos á grandes profundidades, no siendo fácil hallar asiento sólido en que pudieran apoyarse, puesto que la sonda habia medido ya mas de 60^m de terreno flojo: y si á 3 atmósferas era difícil soportasen los trabajadores la presion, á 4, 5 y 6 sería completamente imposible.

Convencido el ingeniero Fleur Saint Denis, por todas estas razones, de la necesidad de variar de sistema, pero sin renunciar al empleo del aire comprimido, que tan grande auxiliar es y poderoso para estas difíciles obras, ideó hacer un cajon de palastro, abierto por la parte inferior, tan grande como los estribos y pilares que habian de sustentar el gran puente de Khel, entre Francia y Badem; provisto en sentido de su ancho de 4 órdenes de agujeros que habian de llevar sus chimeneas tubos, de los cuales los dos laterales en cada fila habian de servir para la entrada de los operarios y el aire comprimido; y el central, mayor que los otros y siempre lleno de agua por llegar su tubo al fondo del cajon, para el establecimiento de una noria que sacase contínuamente los productos de la escavacion. El pilar entonces se construiría en seco sobre la cubierta del gran cajon, siendo el peso sucesivo de la mampostería suficiente y aun sobrado para vencer la contrapresion del aire, verificando el descenso hasta mas bajo de las socavaciones que, por ser estas de 12^m, se fijaba aquel en 20^m.

La idea fué desde luego aprobada y únicamente se modificó, por el consejo de algunos Ingenieros acreditados, que creyeron prudente dividir el espacio en 3 ó 4 partes, ó hacer, en vez de uno, 3 ó 4 cajones (3 para los pilares y 4 para los estribos), sólidamente construidos y dispuestos uno en contacto de otro; resultando de 7^m de largo (que es el ancho del cimiento de pilas) $5^m,80$ de anchos, y $3^m,60$ de altos.

Así esto, se dispuso al rededor de cada pila una andamiada sobre pilotes ó una casa de madera de dos pisos, de los que el superior, al nivel del puente de servicio, contenía las gruas y andamios que requeria el descenso de los cajones, tornos y tornillos con sus palancas para la noria y recepcion de las cadenas de suspension, mas la concerniente al trasporte de materiales. El piso inferior se destinaba al trabajo de mampostería de la pila; y exteriormente, flotando en el rio, estaban los gánguiles y las barcas con las máquinas neumáticas, de lás que los conductos á las cámaras de aire de los cajones eran de cautchuc.

La operacion por cada cajon, verificada simultáneamente en todos ellos, era en extremo sencilla: se sabe que sobre cada cubierta habia tres agujeros, dos circulares con sus chimeneas que subian desde la misma cubierta á la cámara de aire, y otro central, circular ó elíptico, con tubo hasta el fondo del cajon, y servia para el juego de la noria ó cuerda sin fin con sus raederas ó cucharas. Descendidos los 4 cajones al fondo del rio, uno despues de otro, y justapuestos y asegurados en su sitio, se mamposteaba encima hasta cierta altura para evitar que la contrapresion del aire los levantase; quedando por su peso y el de la mampostería algo enterrados, y su interior lleno de agua. En seguida se ponia en movimiento la máquina neumática por medio de otra de vapor de 100 caballos, y se introducía el aire en los tubos del modo que ya se sabe, hasta que el agua de que ellos y los cajones estaban llenos, impelida afuera, dejaba en seco el todo menos el tubo central por su extremada longitud. Entonces penetraban los operarios, y, ya en el fondo del rio, empezaban la escavacion ó remocion de tierras al mismo tiempo que la noria las iba subiendo trabajando como una draga, vertiéndolas desde el torno superior en una tolva ó canal que las trasmite á los gánguiles. El pozo que se abre de este modo tiene la forma de embudo, mas profundo bajo la draga que en el sitio de los operarios; y á medida que se agranda desciende el cajon con la uniformidad que se procura por medio de las barras de suspension, por lo cual no hay mas que mover por medio de las palancas las tuercas en que aquellas terminan. Exteriormente y sobre la primera capa de mampostería puesta sobre la cubierta metálica, se levanta al aire libre el resto del pilar hasta su terminacion.

En un principio se agregaban sobre los cajones de palastro otros de madera que servian de revestimiento al material; pero se comprendió, despues de hecha la primera pila, que se aumentaba con esto el costo y tiempo sin necesidad, y se trató desde entonces de hacer dicho revestimiento con sillarejos que contuvieran el hormigon ó mampostería ordinaria del relleno. La chimenea central tambien se sustituyó desde las primeras capas con obra de ladrillo que seguia el contorno del agujero, bajo el cual no quedaba mas que el tubo inferior. De este modo, el tiempo de 68 dias que se tardó en hacer el primer pilar fué despues únicamente de 35, 25 y 22 en los siguientes.

Para mas facilitar el trabajo y evitar cualquiera contingencia que pudiera acontecer á los trabajadores del fondo, se practicaron de uno á otro cajon grandes agujeros de comunicacion. Cuando de este modo se llegó á la profundidad de 20^m se terminó la operacion de la hinca, rellenando despues con hormigon las cajas y los huecos de los tubos despues de retirados estos.

En la lámina 55 se ven los cortes y planos de esta disposicion, cuya explicacion basta á la inteligencia del todo.

1494. Campanas de buzo: Escafandras.

Las campanas de buzo mas perfeccionadas son, el Nautilo, descrito en la Revista de obras públicas (año V), y sobre todo el aparato de Maillefert, descrito tambien en el mismo periódico, año de 1861.

El primero y todas las demás campanas de bucear no pueden tener cumplida aplicacion para cimentaciones bajo el agua, por el corto espacio que dejan al trabajo y por la dificultad de su manejo y gran pérdida de tiempo para entrar y salir del aparato, como tambien por lo peligroso que es su uso y fácil su desarreglo, en razon á lo complicados que les hace la multitud de tubos y llaves de comunicacion. En el aparato de Maillefert, que no es mas que un tubo como los anteriores de fundacion, tan largo como se necesite por la agregacion de anillos hasta que la cámara de trabajo llegue al fondo, (lám. 55) queda la comunicacion perfectamente establecida, mas asegurado el todo, y el lugar del trabajo mas franco y expedito. Sin embargo, conocido el fácil modo de cimentar antes explicado, solo se usará la campana para reconocimientos y reparaciones, que son las principales aplicaciones que de ellas se puede hacer en lo concerniente á obras públicas.

Mejor aún es el uso de la Escafandra, consistente en un vestido completo de goma elástica ó cautchuc unido por el cuello á un casco de hierro con un gran cristal al frente para que el operario pueda ver y dirigirse en su trabajo. El casco lleva en su base dos tubos flexibles que comunican exteriormente con una bomba aspirante y otra impelente para extraer el aire respirado y dar el de aspiracion. En el calzado y á la mitad del cuerpo lleva tambien pesos de lastre para facilitar el descenso. Por señales convenidas, tirando de una ó dos cuerdas que rodean su cuerpo, y cuyos extremos tienen uno ó dos hombres de confianza colocados en el andamio, puede entenderse fácilmente con ellos.

Provistos de este aparato varios operarios trabajarán sin interrupcion á grandes profundidades por espacio de cuatro horas, sin experimentar mas fatiga que al aire libre, segun se ha practicado en muchas partes y como recientemente se ha verificado en la hinca de los tubos de hierro del puente de palastro al través de la via de Navia (Asturias). Es, sin embargo, lento este trabajo y no tan económico como á primera vista aparece. En la inmersion y relleno de cada tubo del citado puente se llevaron cuatro meses ó 1200 horas de trabajo total, mientras que por el sistema Delfant solo hubieran sido necesarias 200.

Es, no obstante, muy buena la Escafandra para reconocer obras sumergidas, para el entretenimiento ó reparacion de las mismas, y sobre todo para nivelar cualquier fondo dragado, hacer enrasar los pilotes y ver si los emparrillados estan bien sentados sobre las cabezas de estos.

1495. Dragas.

Todas las escavaciones que se hacen debajo del agua se practican por medio de dragas de mano ó por cucharas movidas con máquinas de vapor, que siempre es lo mejor y mas económico, segun hemos dicho, para el desagüe de las ataguías ó malecones.

Las dragas son de marcha discontínua ó contínua, es decir, que se componen de una sola cuchara de $\frac{1}{3}$ á 1 metro cúbico, segun la profundidad, ó son de varias cucharas de $0^{m3},07$ poco mas ó menos de capacidad, unidas á una cadena sin fin que marcha sobre un tablero inclinado, produciendo un efecto análogo al de los cangilones de noria. Una y otras cucharas suelen ser de palastro ó de fundicion, con agujeros en todo su circuito para dar salida al agua.

Las primeras se mueven por hombres ó por caballos, y consisten generalmente en una balsa ó ponton chato que sirve de andamio á la machina, báscula y palanca de que se cuelga la cuchara para el ascenso y descenso. Esta se halla en el extremo de un vástago, cuya longitud depende de la profundidad á que se ha de hacer la limpia. El extremo opuesto se apoya contra una viga del tablero mientras que tirando por medio de una cuerda atada á la cuchara, verifica esta su escavacion y sube hasta el andamio, donde se le hace verter el fango destapando el fondo. Varias son las dragas de esta naturaleza empleadas en la limpia de diferentes puertos, muelles y rios. Segun sus dimensiones y fuerza pueden penetrar desde 2^m á 10^m, produciendo al dia de 60^{m3} á 170^{m3} de escavacion, con 12 á 48 hombres empleados en todas las faenas de limpia, conduccion y descarga. El metro cúbico de arenas escavadas sale de este modo de 3 á 10 reales, comprendido todo gasto.

1496. Hoy dia se dá la preferencia á las dragas de marcha contínua, que por lo regular suelen verificar su accion por medio de la fuerza del vapor, aplicando al casco, ponton ó balsa, una máquina de presion media y expansion sin condensacion de la fuerza de 4 á 20 caballos. La representada en la figura 549 con dos máquinas de 4 caballos, fué la empleada por los ingenieros Marestier y Fauvan en el puerto de Lorient, produciendo por espacio de 8 años consecutivos á razon de 240 toneladas, ó 160^{m3} por dia, de fango y arenas extraidas á 9^m de profundidad, ó sean de 4 á 5^{m3} por hora y por caballo, contando todas las detenciones para los reparos del ponton y máquina, y el tiempo empleado en moverla de un punto á otro. El gasto total por tonelada, incluyendo la conduccion y descarga á 800^m de distancia, el tanto por % del entretenimiento, precio de carbon, jornales, &, salía á $1^f,27$ ó 4 ½ reales vellon. La limpia del puerto de Santander se contrató en 1854 á 5 reales vellon por tonelada.

Con máquinas de mas fuerza y cucharas de mas capacidad se disminuye el gasto considerablemente. En Inglaterra cuestan máquina y casco, de 1000 á 7000 libras segun la fuerza y profundidad á que se ha de verificar la escavacion.

De estas dragas unas tienen dos tableros de cucharas, uno á cada lado del ponton (lo que es conveniente para limpiar hasta las orillas de los rios), y otras solo llevan uno en medio, que tiene la ventaja de desperdiciar menos materia de la extraida al tiempo de vaciarla en los ganguiles.

1497. Las condiciones principales á que deben satisfacer estas máquinas son:

1.ª Que pueda variar la fuerza motriz, ya en razon á la mayor resistencia del fondo, ya respecto á la mayor actividad de la limpia, para lo cual se suelen poner dos máquinas de alta ó media presion con expansion, de las que una está de respeto.

2.ª Que el movimiento del tablero sea tal que un solo hombre pueda desplazarle una corta cantidad, encargándose el motor de producir los movimientos que exijan mas rapidez, á fin de evitar á la vez que el aparato no penetre bastante ó penetre demasiado.

3.ª Que las cadenas sin fin sean independientes de las cucharas, de modo que si alguna de estas se rompe continue sin interrupcion el movimiento.

4.ª Que las cucharas se desvien de su camino en el momento de verter el material que llevan, para vaciarse completamente.

5.ª Que un freno detenga ó modere la accion de la máquina cuando encuentre obstáculos pesados, á fin de prevenir la rotura de alguna de las partes del tablero, cadena ó cucharas.

Se pondrán, además, tablas con rebordes en los intermedios de cada dos cucharas para aumentar en el ascenso la materia escavada.

M. Reech ha mejorado esta máquina agregándole un regulador que indica si el tablero se sumerge poco ó mucho, evitando asi la constante vigilancia del hombre. Su tablero penetra hasta 15^m, teniendo 20^m de largo y $1^m,3$ de ancho. La capacidad de cada una de las cucharas y espacios intermedios del tablero aprovechados es de 183 litros. La fuerza de cada máquina es de 6 caballos. El efecto producido en término medio llega á 432000 toneladas por año elaborable, saliendo el metro cúbico á unos 6 reales vellon, comprendidos todos gastos, por el material, combustible, personal y el tanto por $\frac{0}{0}$ de entretenimiento.

1498. MAMPOSTERÍA.

Se dá el nombre de mampostería á toda construccion que se hace con piedra ó ladrillo. La piedra puede ser de grandes dimensiones ó de mediano porte, regular ó irregular. En los dos primeros casos se saca de la cantera en forma prismática, llamándose á las piedras *carretales*; y sillares y sillarejos despues de labrada ó cortada. Empleada la piedra en la forma que viene de la cantera, cualquiera que sea su irregularidad, toma el nombre de *mamposte* (núm.° 785), constituyendo su obra la conocida con el nombre de mampostería ordinaria.

Sea la que quiera la piedra empleada, se procura siempre que la construccion suba por igual á hiladas horizontales de una misma extension, asentando las piedras sobre mezcla en todos los puntos de su lecho, y acuñando despues los mampostes con ripios mas ó menos grandes para formar un macizo lo mas homogéneo posible.

1499. **Mampostería de sillares y sillarejos.**

Los carretales sirven desde luego para los cimientos con tal de escuadrarlos, aunque toscamente, cuidando en particular de dejar paralelos ó igualmente distantes ambos lechos superior é inferior. Su postura se hace sobre cama de mezcla de media pulgada de grueso ($1^c,2$), vertiendo despues lechada ó mezcla clara y acuñando con teja ó ripio los claros que resulten en sus juntas. Segun la anchura del muro se compondrán los cimientos de una ó dos filas á soga y tizon, comprendiendo ó no en su centro mampostería ordinaria como se explicará despues. Aunque el muro lleve talud el cimiento presentará siempre verticales sus caras exteriores, dejando ambos paramentos con berma ó banqueta de $0^m,10$ á $0^m,15$ de salida, y aun doble y por escalones, segun sea la compresibilidad del terreno.

Para los muros deben labrarse los sillares con bastante escrupulosidad en sus juntas verticales, y aun mas en sus lechos; valiéndose para ello de la escuadra y plantillas que nunca debe abandonar el cantero. Conducida la piedra á su lugar, y extendida una ligera capa de mezcla de cal y arena fina, lo suficiente para la union y engrane de los poros de los lechos, se asentará sobre ella el sillar, teniendo presente para todos los casos que puedan ocurrir,

1.° Que siendo la cualidad esencial de la obra la mayor resistencia á la presion, importa que el asiento de las piedras ocupen toda la extension de sus lechos; desechando como perjudicial la mala práctica seguida por varios albañiles de levantar la piedra por la parte posterior y dejarla en equilibrio sobre cuñas ó calzos de madera ó piedra, hasta que su paramento coincida con el del edificio. Si asentado el pilar no se verificase esta última circunstancia, se le adelantará un poco y cortará despues lo que fuese menester para cumplirla: bien que pocas veces sucederá semejante extremo si se ha tenido cuidado en la labra y en dejar horizontal el lecho superior de la hilada inferior.

2.° Si el muro hubiese de resistir á empujes laterales que tendiesen á derribarle haciéndole girar al rededor de su arista exterior ó resbalar sobre su lecho, se procurará que las piedras que le forman queden lo mas íntimamente unidas en-

tre sí, bien haciéndoles dientes que engranen recíprocamente, ó dejando á la inferior un dado saliente que se aloje en una caja de igual dimension, hecha en el lecho inferior del sillar inmediatamente superior, ó bien abriéndoles muescas para colocar barras ó grapas de hierro, soldadas con plomo, que abracen y unan todos los sillares de dos en dos. Á las columnas y pilastras aisladas se les puede poner una alma de hierro, á cuyo extremo se unen las barras ó armaduras del propio metal que suelen acompañarse en los entablamentos, cuando por ser estos mas extensos de lo que permite su estabilidad, precisa hacer mas íntima la union de las dovelas que los componen.

3.° Los sillares se pondrán á juntas encontradas, procurando caigan estas alternadamente á una misma línea ó al medio del sillar inmediato, como sucederá siempre que las piedras sean iguales.

4.° Si el muro tuviese de grueso el ancho de dos sillares se formará colocando estos á soga y tizon. Si fuese mas grueso aquel la construccion será la misma, y los espacios vacíos que resulten se rellenarán con mampostería ordinaria; los tizones en este caso se llaman *perpiaños*. A veces solo se hace de sillería el paramento exterior y lo demás de mampostería ordinaria, como sucede á las murallas de escarpa y generalmente á todos los revestimientos ó muros de contencion. La colocacion de los sillares es siempre á soga y tizon.

En todos estos casos se deja sin labrar la cara interior de la piedra.

5.° Aunque los sillares cúbicos son los que mas resisten á la presion, se dará la preferencia en las construcciones por la mayor estabilidad que ofrecen, á los que, segun Rondelet, guarden las proporciones siguientes:

	Altura.	Anchura.	Longitud.
Los de piedra blanda	1	$1\frac{1}{2}$	2
Los de mediana dureza	1	$1\frac{1}{2}$ á 2	2 á 3
Los de piedra dura	1	2 á 3	4 á 5

6.° Las esquinas de los edificios se formarán con piedras que tengan dos paramentos correspondientes á los del mismo edificio, alternando á soga y tizon de una cara á la inmediata. Estos puntos de obra y los entrepaños se refuerzan, en beneficio de la estabilidad y mayor firmeza, con fajas mas ó menos anchas, que resultan de avanzar una, dos ó mas pulgadas los sillares que las forman.

1500. TABLA del volúmen de mortero ó yeso empleado por metro cúbico de diferentes mamposterías de piedra sillar.

	m3
Carretales ordinarios	0,090
Hiladas ordinarias de $0^m,30$ á $0^m,50$ de altura	0,075
Id. id. de $0^m,50$ á $0^m,80$	0,065
Perpiaños, ó hiladas de $0^m,25$ á $0^m,30$	0,080
Bóvedas adinteladas	0,085
Bóvedas de cañon seguido y en rincon de cláustro	0,100
Bóvedas de arista y esféricas	0,105
Escaleras y rampas; umbrales y apoyos	0,175
Embaldosados de $0^m,06$ á $0^m,10$ de espesor ($0^{m3},23$ por 1^{m2})	0,290

1501. Los *sillarejos* son piedras en un todo idénticas á los sillares, aunque mas pequeñas; y con ellas se observarán las propias reglas acabadas de explicar para esta clase de mampostería. Es conveniente, por el carácter de robustez que toma, el poner á ciertas distancias algunos perpiaños que crucen todo el muro y liguen los paramentos. Tambien se levantan fajas horizontales y verticales de sillería que encajonen, digamos así, la obra de sillarejos, robusteciéndola considerablemente, ya compongan ellos todo el grueso del muro, ya existan

únicamente en el paramento, cubriendo el relleno interior hecho de mampostería ordinaria ó de hormigon.

1502. **Mampostería ordinaria.**

Se hace con toda clase de piedras, las cuales se pican todo lo necesario con el martillo para proporcionarles buen asiento, acomodando en lo posible los paramentos y juntas á la regularidad que tienen los sillares y sillarejos. Los huecos que resultan entre cada dos piedras asentadas ya sobre mortero se rellenan de mezcla y ripio bien acuñado para establecer una perfecta ligazon. Extendida la mampostería á capas horizontales, se echará sobre ella una ligera cama de mezcla que allane la superficie superior quedando así bien preparada á recibir la hilada siguiente. Todas las piedras deben mojarse ó rociarse antes de ser empleadas para que la mezcla una bien; y otro tanto se hará con el lecho sobre que se ha de asentar la hilada.

Por iguales causas y con mas razon que para la obra de sillarejos, se levantarán en la de mampostería ordinaria fajas horizontales y verticales de piedra sillar ó ladrillo; procurando que las últimas correspondan, como ya se dijo, á los entrepaños, y en general á los puntos sobre que ha de cargar mas peso, como en los pilares de los arcos, si los hay, y debajo de los tirantes de las armaduras. Serán igualmente de sillar ó ladrillo todas las esquinas, jambas, arcos de puertas y ventanas, plintos y cornisas.

1503. A imitacion de la mayor parte de los castillos antiguos se puede sustituir la mampostería ordinaria con otra de piedras menudas envueltas en mortero comun ó hidráulico. Para ello se construyen tapiales como se hace con las paredes de tierra, procurando que el volúmen de estas piedras sea próximamente doble que el del mortero. Las capas ó tongas del hormigon ó argamasa que resulta, se harán de poco espesor, apisonándolas suavemente con pisones de cuña.

1504. **Mampostería de ladrillo.**

Lo dicho para las obras de sillares y sillarejos debe entenderse para las que se verifiquen con ladrillos, puesto que no es otra cosa este material que un conjunto de sillares pequeños. Las juntas y lechos se harán lo mas estrechos posible: el ladrillo se mojará antes de emplearle; y despues de asentado se golpeará suavemente con el mango del martillo hasta que descanse perfectamente sobre todos sus puntos y adquiera la situacion que le corresponde, presentando á plomo uno de sus costados con la ayuda de la regla. En las cornisas unas veces cortan los albañiles ó chaflanan el ladrillo, otras le colocan entero dejándole la salida que corresponde á la moldura, la que queda así toscamente figurada formando escalones en el cimacio, caveto, talon y cuarto bocel; otras, en fin, se usan con el verdadero corte que debe tener cada uno, para lo cual se mandan venir así del horno entregando al ladrillero los moldes correspondientes. De todos modos, concluida que sea la cornisa ó moldura, se empañetará el todo con buena mezcla fina pasada horizontalmente y varias veces con la terraja, hasta que tome la figura que corresponde al proyecto.

Los muros que suelen hacerse con ladrillos comprenden los de *fachada*, en que se abren las puertas y ventanas exteriores, los *medianiles* que separan dos edificios contiguos, y los de *traviesa*, que siempre son interiores, para recibir los suelos y dividir los cuerpos de habitacion. Estos últimos se llaman de *citaron* ó *asta entera* cuando tiene de grueso el largo de un ladrillo, de *citara* ó *media asta* cuando tienen la mitad, y de *panderete* cuando se pónen de canto uno sobre otro entre marcos ó entramado de madera. En este último caso el mortero que se emplea es de yeso: y lo mismo que el ladrillo pueden servir para semejantes tabiques los

témpanos de yeso (que en Valencia llaman *Algezones*) sacados de tabiques viejos destruidos. Tambien pertenecen á esta clase de entramados los que en Manila se llaman *pampangos*, que se diferencian de los anteriores en que, empotrados entre la armazon unos pequeños listones, se entreteje todo el esqueleto, así dispuesto, con la *caña espina* partida, despues de lo cual se revisten los paramentos con mezcla y pedazos de teja ó ladrillo, empañetando, por fin, las superficies con mezcla fina. A veces se hacen dobles los tabiques de panderete, dejando un espacio intermedio, y en este caso tienen el nombre de *tabiques sordos*. Si los ladrillos se ponen de canto en el sentido del espesor del muro se llaman de *sardinel*.

1505. Tapias.

En los paises secos se hacen edificios con paredes de tierra: siendo tal su duracion y firmeza, como puede verse en muchos que existen en España, sin haber experimentado sensacion alguna despues de muchos años. Se emplea para ello la tierra franca y vegetal, pasándola antes por la zaranda para quitarle todas las piedras que pasen del grueso de una avellana. Se humedece rociándola con un poco de agua y se la mezcla, cuando no es de buena cualidad, con una lechada de cal. Aunque la pared suelen dejarla tal como sale del tapial, resistirá mucho mas si, despues de concluida, se la reviste ó empañeta con buena mezcla ordinaria.

Para hacerla se construye un *tapial* ó cajon compuesto de dos tableros que comprenden el grueso de la pared, sujetos entre sí por medio de travesaños en la parte superior é inferior. Dentro de ellos se echa la tierra á tongas de 0^{m},68 ó 4 pulgadas, apisonándolas hasta reducirlas á la mitad. Relleno ó fabricado lo correspondiente á un tapial, y habiendo dejado un extremo con la inclinacion de 50° á 60°, se quita aquel y corre á lo largo del muro para hacer del propio modo otro tanto de pared (2 á 3^{m}), apisonando la tierra nueva sobre la rampa dejada en la tanda anterior, con lo que se forma un todo compacto y homogéneo. Si se agregan fajas de ladrillo, como se ha dicho para la mampostería ordinaria, se puede estar seguro de la firmeza del edificio cual si lo fuera de materiales mas fuertes.

Tambien se hacen tapias con adobes, de que hay muchos ejemplos de casas antiguas en España en cuadras, bodegas, cercados, &.

1506. TABLA del volúmen de mortero ó yeso en polvo empleado por metro cúbico en diferentes clases de mamposterías ordinarias.

	Mortero.	Yeso en polvo.
Mampostería ordinaria compuesta de piedra irregular, cuyo volúmen no excede de 0^{m3},003	0^{m3},40	0^{m3},32
Id. id. con piedras mas regulares, ó cuyos lechos sean algun tanto labrados y escuadrados con las juntas	0^{m3},32	0^{m3},25
Id. id. con piedras regularizadas ó aparejadas para bóvedas, paramentos de muros, &	0^{m3},25	0^{m3},20

1507. Ejecucion de las bóvedas.

En los edificios civiles ordinarios solo se construyen bóvedas en los subterráneos, sótanos ó bodegas, y algunas veces en los cuartos bajos. Se forman generalmente con arcos de medio punto y se hacen de piedra en bruto las primeras, y de ladrillo ó piedra regularizada las segundas: pero en todas ellas son de piedra cortada ó de ladrillo los machones en las puertas de paso, y los que sostienen la carga y empuje de las de arista.

Del propio modo que en los muros deben construirse las bóvedas por hiladas

horizontales y á juntas encontradas, y de tal modo dispuestas que si el espesor de la bóveda comprendiese la longitud de dos ó mas piedras toscas, las de la segunda capa deben quedar ligadas con las de la primera.

Se construyen á la vez ambos costados de la bóveda, ya para equilibrar el empuje sobre la cimbra, como para que el mortero tome igual consistencia por ambos lados, haciendo uniforme la depresion posterior de la fábrica. Cuando solo faltan tres hiladas que poner se empezará á cerrar la bóveda por sus extremos; á cuyo fin se presentarán por uno y otro lado las dos penúltimas piedras tan grandes como sea posible, y del mejor y más resistente material, apoyándolas sobre la cimbra y afirmándolas á golpe de martillo sobre un acolchado de mortero. Este mortero podrá ser de cimento y cal viva ó limaduras de hierro, con el objeto de que aumente un poco de volúmen y proporcione mayor presion al resto de la fábrica. Se cubren despues con igual mezcla las caras, y se introduce entónces la clave (que debe estar muy bien cortada y ser de igual material que las piedras inmediatas), bajándola á su lugar á fuerza de golpes con una maza de madera de 15 á 20^{k} de peso. Puesta la clave en toda la extension de la bóveda se acuñarán lasjuntas con ripios planos y duros que se harán entrar á fuerza de martillo y á la mayor profundidad posible.

Para las bóvedas de ladrillo será lo mas conveniente mandar hacer este material en forma de dovela: mas para el caso en que haya de emplearse el ladrillo comun, se cuidará de unir las juntas de lechos en el trasdós por medio de teja, pizarra ó piedra delgada, para no confiar solo en el mortero el asiento de la fábrica. Tanto en estas como en las hechas con *mampostes*, conviene sean de sillería las partes correspondientes á las aristas; haciéndose tambien, como en los muros, de igual material algunas fajas intermedias. Las bóvedas por aristas góticas vienen á ser por este estilo, cuya excelencia la recomiendan esa firmeza y estabilidad con que se mantienen hace siglos.

Unas y otras se principian á los 4 ó 6 meses de terminados los estribos ó apoyos.

1508. Cuando el mortero que se emplea es el yeso, las bóvedas correspondientes deberán quedar interiores al edificio; no siendo prudente exponerlas á la intemperie ni humedad, que blandeando aquel material precipitaria la ruina de la fábrica.

Empleadas las bóvedas para sustentar suelos ó techos, se construyen como indica la figura 550, tumbando de plano el ladrillo sobre la cercha, bien empapado antes en agua y llenas sus juntas de mortero, al modo como se fabrican los tabiques de panderete, por lo que se llaman *bóvedas tabicadas*. Se deja una caja ó zarpa en los muros para alojar en ella los arranques. Como el empuje de estas bóvedas será considerable, á causa del aumento de volúmen que adquiere el yeso, se procurará que la zarpa hecha en las paredes tenga una holgura de $0^{m},046$, ó unas 2 pulgadas, dejando tambien sin cerrar la clave hasta pasados algunos dias de puestas las últimas hiladas.

Si la bóveda tuviese mas de una fila de ladrillos se sentarían los correspondientes á la segunda ó inmediatamente superior, luego que se hubiesen puesto tres ó cuatro hiladas de la fila inferior: continuando en esta proporcion, y procurando que de una á otra fila queden los ladrillos á juntas encontradas. Las tablas de las cimbras se pondrán á medida que avance la bóveda, para dejar trabajar con holgura y comodidad al albañil. Rellenos despues los senos con cascote y yeso, en todo ó en su mitad, y de aquí con tierra encajonada entre muros de citara, se ponen, si fuese menester, los tirantes que expresa la figura, procediendo luego al embaldosado. Se rebocará el intradós con enlucido de una pulgada de espesor, y se hará, por fin, una cornisa del mismo yeso.

1509. Esta clase de bóvedas tiene todas las formas que las de rosca; no obstante, cuando han de servir para suelos ó techos, se hacen por lo general, en rincon de cláustro, dando á la montea de $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{8}$ y hasta el mínimo de $\frac{1}{12}$. Si la montea fuese mayor de $\frac{1}{8}$ no habrá necesidad de cimbra, por la prontitud con que fragua el yeso; bastando en este caso poner cerchas en los sitios principales para dirigir los albañiles por medio de cordeles situados de unas á otras, ó con reglones si fuesen ellas esféricas.

1510. Todas las bóvedas expuestas á la inclemencia ó la humedad, como las de los puentes y subterráneos, y en general aquellas en que se puedan temer filtraciones, se guarnecerán con mortero hidráulico en todas sus juntas y lechos, particularmente hácia el trasdós, refrescándolas antes con lechada. Se verterán luego tres capas de argamasa bien extendida sobre toda la bóveda, cubriéndolas de paja para que se sequen lentamente. Hecho esto se pondrá otra capa mas fina y de una pulgada ó $0^m,023$ de espesor, que se bruñirá y cubrirá por fin con otra de arena de $0^m,2$ ó unas 10 pulgadas, la cual permanecerá así algun tiempo antes de proceder al relleno. Cuando esto se verifique se verterá sobre el enlucido una lechada de la misma mezcla. Todo ello en el supuesto de quedar el trasdós de la bóveda horizontal ó tener poca inclinacion; pues cuando pueda servir como tejado, será mas económico el cubrirla con teja plana.

1511. Bóvedas de hormigon.

Visto lo dicho en los números 1129 al 1131 acerca de la mampostería y uso del hormigon, únicamente nos queda por repetir con M. Borgnis que, atendidas la baratura, facilidad de ejecucion y efectos sorprendentes por su antigua duracion en todos los climas, parece imposible que tan excelente medio de construccion no se prefiera á cuantos existen conocidos, inclusos el de ladrillo y piedra cortada.

En efecto «el corte exacto de las dovelas de piedra sillar que forman las bóvedas modernas, dice Borgnis, exige precauciones y cuidados que difícilmente se pueden vencer, siendo la mano de obra tan costosa como dilatada. El movimiento de estas pesadas masas requiere máquinas y andamios proporcionados, así como el empleo de obreros inteligentes y experimentados; los cuales, no obstante, suelen abusar en el empleo inconveniente de las cuñas que tanto perjudican á las obras. Los cortes de varias molduras, los artesonados, &, tienen que ejecutarse la mayor parte de las veces en el mismo lugar que ha de ocupar la piedra: lo que viene á ser muy costoso, sin que jamás queden bien pronunciados estos cortes, que deben tener tanta limpieza y salida como se vé en las correspondientes molduras de los antiguos edificios de hormigon. Las piedras adquieren con el tiempo tintas diferentes que producen un desagradable efecto, sin prestarse, además, estas bóvedas á las hermosas pinturas al fresco que tanto enriquecen los edificios italianos. Respecto á su estabilidad, el peso de la piedra, mucho mayor que el respectivo de la argamasa, hace crecer el empuje horizontal; por lo que los estribos tienen que ser proporcionalmente mas robustos»: y como por razon de las juntas en las diferentes hiladas no existe la debida y conveniente homogeneidad en la bóveda, precisa, para suplirla en parte, engrapar las piedras entre sí, ocasionando esto un nuevo gasto de que no hay necesidad en las bóvedas de hormigon.

Por el contrario, la baratura, sencillez y estabilidad de estas últimas es de tal naturaleza como puede comprenderse atendido lo dicho en el núm. 1131, y observando respecto á las dos primeras circunstancias, que basta ejecutar en la cimbra las molduras que deben aparecer en el artesonado, y que la mezcla se eche á tongas de 1 pié en forma de dovela, rociándola de cuando en cuando si su desecacion fuese rápida, y apisonándola uniformemente para que el todo salga dispuesto con igualdad y magnificencia de adornos como se admira en muchos templos de la an-

tigüedad. Su homogeneidad y cohesion dán tal grado de estabilidad y firmeza á la fábrica á que no llegan las mejores obras de piedra. Ejemplos de esta verdad son la nave mayor de la Iglesia de San Pedro en Roma, de 88 piés (24^m,4) de luz y 154 (42^m,8) de alto; la bóveda esférica del Panteon en la misma ciudad, de 142 piés (40^m) de diámetro; la iglesia de San Bernardo ó uno de los *Calidarii* de las Thermas de Diocleciano, de 79 piés (22^m) de diámetro; las bóvedas del Coliseo, Thermas de Caracalla, anfiteatros, templos de la Paz, Minerva y Venus; parte de nuestros antiguos castillos; un puente sobre el Llobregat de 700 á 800 varas de largo, y 150 piés de alto, &.

En cuanto á la forma de las bóvedas pueden tener todas las que se quiera, haciéndolas peraltadas ó rebajadas; si bien en mi concepto no debe abusarse mucho en el rebajo de la montea, puesto que siendo el empuje menor que en una bóveda de piedra, en razon á su menor peso, la estabilidad se hace depender en gran parte de la cohesion de la masa. Puede, sin embargo, llegar al $\frac{1}{10}$ con toda seguridad la relacion de la montea á la luz, y aun alcanzar á $\frac{1}{15}$ en determinados casos.

1512. **Tabiques, pisos y bóvedas de madera.**

Como lo hemos anotado en los numeros 1334 y siguientes, al tratar de los entramados y suelos, se usan bastante las construcciones de madera en los paises donde abunda este material. Así, en la mayor parte de los pueblos de las Antillas, muchos del continente americano y del asiático, en la Oceanía, en China, en Rusia, Holanda, Suiza, &, se vé gran número de casas de madera cuyos diferentes sistemas indican el gusto de cada pais y sus costumbres ó necesidades; siendo en las islas de la zona tórrida uno de los medios mas convenientes de edificacion, atendidos los temblores frecuentes que en ellas ocurren.

Compónense en general de postes ó montantes (harigues, estantes) de 10 á 12 pulgadas, que se ensamblan á las soleras dispuestas como en los entramados sobre un zócalo de piedra, ó bien se entierran aquellos hasta 4 ó 5 piés, sujetando la parte enterrada con ripio apisonado. Unidos luego entre sí estos postes con tornapuntas y travesaños, y puesta la cumbrera para apoyar en ella la cubierta ó sentar el 2.° piso de la casa, queda hecha la armazon de esta, parecida ó idéntica á una jaula. Para los tabiques interiores ó de distribucion se emplean cuartones de 3 á 5 pulgadas, ensamblados sobre soleras que descansan en apoyos de piedra, igualmente trabados y unidos entre sí. Se revisten despues unas y otras paredes con tablas puestas horizontal ó verticalmente, ya por una sola cara del entramado ya por las dos; procurando *machiembrarlas*, á la manera que sucede con las tablestacas, y clavarlas despues á clavo perdido y sin cabeza para que desaparezca en lo posible la línea de union. Tambien se fijan las tablas solapándolas unas sobre otras despues de achaflanar sus cantos. En América revisten aún las del exterior con la teja de pino que llaman *tejamani*, clavadas y solapadas tambien del modo que se dirá al tratar de las cubiertas de esta clase de casas.

Los pisos de tabla se establecen segun lo dicho en el número 1335, poniendo las tablas ó tablones machiembrados, como se ha expresado para los tabiques, ó simplemente sus cantos en contacto: pero en este caso es preciso calafatear las juntas con estopa y masilla encima, en vez del alquitran ó brea que se pone en las cubiertas de los barcos. Esta masilla se hace mezclando una parte de yeso $\frac{1}{4}$ de aceite, y aun $\frac{1}{8}$ de estopa picada, bien amasado el todo.

Las tablas que suelen usarse en América son de pino del norte, de 4 á 10 pulgadas de ancho. En Manila y colonias inglesas en China se emplean anchos tablones de las hermosas maderas de Filipinas.

1513. Para las bóvedas de madera se hace primero el esqueleto de cuartones

en forma de cerchas, situándolos en las aristas y puntos intermedios como se explicará en la seccion de cimbras: hecho lo cual no hay mas que clavar tablas de chilla ó flexibles, solapadas sobre los chaflanes dispuestos en sus cantos.

1514. **Cielos rasos.**

Conviene y debe siempre que se pueda, hacer los cielos rasos independientes de los pisos, colocando las viguetas que han de contener la armazon ó tablas un poco mas inferiormente á aquellos. Mas en el supuesto de no poderse verificar esta independencia, ya por el demasiado tiro de la habitacion, ya en razon á la economía, bastará se claven listones á 2 ó 3 centímetros de distancia y por debajo de las vigas del techo, rellenando luego los intérvalos con cascotes ó pedazos de teja, y repellándolo despues con mezcla ordinaria ó con yeso. Los listones deben quedar ásperos, ó bien se rodearán de tomizas para que una bien la mezcla. Otras veces se hace un tejido de caña rajada que, bien clavada, se asegura al techo y empañeta despues. Tambien se hacen los cielos rasos con tabla chilla solamente, pero al contraerse la madera se dejan ver las grietas que forman sus uniones, afeando demasiado la habitacion. Este desgraciado sistema, sin embargo, es el seguido en Filipinas, hasta en los edificios de primer órden.

Cuando el cielo raso va debajo de la cubierta y no puede quedar independiente de las armaduras, sino que, por el contrario, estas le han de sustentar, entonces se sujetan á lo largo de los tirantes viguetas por uno y otro lado, que sirven de apoyo á otras trasversales ó tablones de $0^{m},17$, distantes entre sí de 3 á 5 decímetros. La cara inferior de estos tablones ó pequeñas viguetas enrasa con las de las primeras: lo que supone se han de apoyar en ellas á medio peralto poco mas ó menos (*fig.* 439). Despues se clavan los listones ó tejido, y se procede al jaharrado, empañetado y enlucido. Así fueron proyectados y construidos en parte los cielos rasos de los nuevos cuarteles de Manila. Dejando hácia los cuatro ángulos de cada habitacion aberturas en forma de S ú otra figura graciosa, se consigue dar á las maderas la ventilacion que necesitan para evitar su putrefaccion.

1515. **Frontones.**

Los frontones solo son admisibles en el extremo de una cubierta regular de dos pendientes, á cuyas proporciones se sujetarán aquellos. Cualquiera otra situacion que se les dé será viciosa, de mal gusto é inconveniente. Son de forma triangular, siguiendo las caras del tejado que termina: pero á veces se hacen curvos los costados inclinados, indicando con ello entonces que la cubierta á que pertenecen es una bóveda rebajada. Teniendo, ó debiendo tener la arquitectura por objeto principal reunir lo conveniente y necesario á la sencillez y propiedad en las partes de cada edificio, y es en lo que consiste el buen gusto, deberá escluirse toda idea que tienda á contrariar estos principios.

En los templos griegos se daba á los frontones una altura igual á $\frac{1}{9}$ de la base: en los monumentos romanos $\frac{1}{5}$ á $\frac{2}{9}$: modernamente suelen subir hasta $\frac{1}{4}$.

El contorno del fronton se decora con una cornisa, de cuyas molduras se quita á la faja horizontal el cimacio, cuarto bocel ó gola en que se la termina, y viene á ser la union exterior de este lado con los otros dos del triángulo. (*fig.* 552). Si la cornisa lleva modillones ó dentellones, corresponderán verticalmente los de estos lados á los de la faja horizontal. La piedra angular por cada lado del fronton será del mayor tamaño posible, cogiendo toda la cornisa de ambos lados, horizontal é inclinado. Las demás se engraparán entre sí, ¡ó bien se dispondrán de modo que sus asientos sean horizontales, á fin de impedir resbalen y empujen la primera del ángulo. En el medio del fronton se pintan ó tallan objetos alegóricos.

1516. **Cubiertas.**

Dispuestas y calculadas las cerchas que deben cruzar de una á la otra pared

del edificio para sostener toda la cubierta, y espaciadas tanto como convenga al peso que han de soportar y tirantez de las piezas que han de llenar los claros (de 3^m á $3^m,5$ estos generalmente) se colocan horizontalmente sobre los pares (*fig.*s 553 á 555) tres á cuatro órdenes de viguetas de 12×16 centímetros de escuadría, clavadas y contenidas por apoyos hasta la cumbrera. Sobre estas viguetas se ponen cabios en el sentido de la pendiente de 10×12 centímetros, distantes entre sí 56 centímetros de eje á eje, y sobre ellos tablas ó alfagías que reciban las tejas, pizarras, &. *Fig.*s 553 á 555.

En la composicion de los edificios pueden suceder, una, dos, ó todas las combinaciones de cubierta que se manifiestan en las figuras 553 y 554. Cuando solo es un rectángulo el espacio que se ha de cubrir, pueden correrse las armaduras hasta los costados A, B; lo que exige el uso de frontones ó la continuacion de la pared segun los ángulos de la cercha. Regularmente se dá á estas cubiertas la disposicion que indica la figura, terminándolas por planos triangulares inclinados; para lo cual se ponen cuatro semi-armaduras CD, de mayores dimensiones que las otras, puesto que han de soportar el peso de las hijuelas EF ensambladas á ellas, y el mayor espacio de tejado correspondiente á las mismas. En estas cerchas diagonales, la pieza CD que hace de par se llama *lima tesa* cuando, como en esta figura, presenta al exterior un ángulo saliente; y *lima hoya* cuando sucede lo contrario, como en las C*a* de las otras figuras.

1517. Si el edificio se compusiera de dos ó tres lados, ó bien cerrase formando un rectángulo ó cuadrado con patio interior, las armaduras diagonales *ab* serian igualmente de mayores dimensiones en su escuadría, proporcionadas al peso que hubiera de sostener. En el punto de encuentro *c* habría un pendolon capaz de resistir la tension producida por este peso; y en los *c'* de los trozos de armadura *c' d'*... se pondría una péndola correspondiente, siempre que la luz entre las paredes exigiese esta clase de construccion; pues si aquella fuese corta, si, por ejemplo, no excediese de 4^m á 6^m, bastaría ensamblar porciones de pares sobre las limas y cumbreras.

Para el caso en que el edificio tuviese un cuerpo perpendicular á otro, ó que le fuese inclinado, se podría adoptar cualquiera de los dos medios indicados en *f'* y *f*, tumbando la armadura del cuerpo saliente en el 1er caso sobre la de la crugía principal, ó estableciendo la *ligadura ó nudo* en el 2º, cuyo ejemplo de montea no se encuentra en la excelente obra de Emy y puede consultarse en la figura 556, lám. 77. Uno y otro sistema se siguieron en la construccion del cuartel de caballería de Manila. Para la disposicion *f'* se continuó la pared *g h* como si allí terminara el edificio, haciendo servir de cercha sus lados inclinados para apoyar las viguetas que continuaron hasta su encuentro con las limas hoyas; el peralto que se dió á estas fué igual al que tenian las viguetas y cabios; resultando que, ensamblados á ellas los cabios á media madera, quedó la superficie superior en un solo plano por cada vertiente del tejado, y la construccion tan fuerte y económica como se pudo desear. El nudo *e* se compone de cuatro cerchas laterales iguales; á mas de las dos diagonales y porciones correspondientes para llenar los espacios de unas á otras.

1518. Cuando el edificio es circular ó poligonal la armadura forma una cúpula ó cono; una boveda en rincon de cláustro ó una pirámide. Las cerchas se apoyan en un anillo.

Teniendo presente las fórmulas y lo dicho en los números 1350 y siguientes se podrá establecer el órden de construccion que convenga á cada localidad, segun los materiales de que se pueda ó quiera disponer, y las dimensiones y circunstancias del edificio. Las figuras de las láminas 44 á 50 representan varios sistemas Lám.s 44 á 50.

de armaduras, cuya bondad han acreditado los tiempos, y de que nos escusamos hacer explicacion por estar dibujadas á escala.

No omiterémos, sin embargo, el mencionar, ya que no presentemos el dibujo, la grandiosa cubierta curva de hierro y cristal, de 1080 piés de largo y 192 á 219 (54^m,4 á 61^m) de ancho, en la estacion del camino de hierro de Birmingham. Se compone de 45 cuchillos distantes 24 piés y apoyados en columnas de fundicion de 33 piés de altura: estos cuchillos tienen la forma de arcos escarzanos de 13^m próximamente de flecha, los cuales mantienen 12 manguetas equidistantes y enriostradas por cruces de San-Andrés. Estas manguetas y riostras concurren á diversos puntos de un tirante circular, cuya flecha es la mitad próximamente de la del arco principal. Los cristales que cubren la armadura tienen 5 piés de longitud y 15 pulgadas de ancho por 1,5 líneas de grueso. El peso total de hierro es de 1412 toneladas (212 para las columnas, y 115 para los cristales).

1519. Hecha la armazon de la cubierta, solo falta tejarla para librar el edificio de la intemperie. A este fin se puede usar uno de los dos sistemas representados en las figuras 347 á 351, segun sea la teja acanalada (plana ó curva), ó solo baldosa plana sostenida en las alfagías por un gancho que se deja en ella al tiempo de fabricarla (núm. 1092). El sistema de la figura 349 conviene á las pizarras y tejas de madera, teniendo cuidado únicamente de clavarlas de manera que las cabezas de los clavos queden cubiertas con las tejas superiores. Tambien se emplean planchas de hierro, cobre, plomo y zinc, sobre lo cual puede verse lo dicho en el núm. 1148, á que agregamos la siguiente tabla.

Cubiertas de plomo.

Largo de la plancha..................................	3^m,90
Ancho de la plancha..................................	1^m,95
Su espesor........................de 0^m,00338 á	0^m,0045
Su peso por 1^{m2}..................................	40 á 53^k

Cubiertas de cobre.

Largo de la plancha ordinariamente..............	1^m,407
Su anchura..................................	1^m,147
Su espesor........................de 0^m,00068 á	0^m00075
Su peso por 1^{m2}..................................	6^k11 á 7^k64

En el mercado se venden las planchas por el número que tienen, el cual á la vez expresa el peso en libras. Así, una del núm. 25 indica pesa 25 libras ó 12^k26 que es el correspondiente al espesor 0^m,00075, ó cuatro puntos.

Cubiertas de zinc.

Largo de la plancha..................................	1^m,95
Su ancho..................................	0^m,98

Las hay de los núm^s. 14, 15 y 16 del espesor y peso siguientes

Espesor	puntos	5	5,5	6
	metros	0^m,00094	0^m,00103	0^m,00113
Peso del metro cuadrado............		7^k,05	7^k,75	8^k,46

Las del núm. 16 suelen tener hasta 5^m,85 de largo.

Cubiertas de hierro.

Largo de la plancha..................................	0^m,70
Su ancho..................................	0^m,50
Su espesor..................................	0^m,00035
Peso por cada una = 3^k,08, ó el 1^{m2}..................	8^k,80

Aunque en Suecia y Rusia es donde mas se emplean estas clases de cubiertas, se ha extendido ya su uso á otros paises del medio dia de Europa, con aplicacion

especialmente á los cobertizos de las estaciones en los caminos de hierro. En un principio fué de mas frecuente uso el hierro galvanizado; pero visto que de todos modos se oxida y pierde fácilmente se ha dado la preferencia al zinc.

1521. No se habla de las cubiertas de paja, cogon, nipa, yagua, y otros productos empleados en varios paises, particularmente en los tropicales, porque nada ofrecen de particular y solo son admisibles en medio de la pobreza, que no puede disponer de otra cosa, ó en camarines ó tendales para depósitos provisionales de materiales de una construccion, ó como chozas de campo cuyo incendio no afecta á las poblaciones.

1522. Azoteas.

En paises tropicales, en los meridionales de Europa, y, en general, donde no es de temer la caida de la nieve, se pueden sustituir con azoteas los tejados de que venimos hablando. Son pocas, sin embargo, las localidades donde se ejecutan estas con perfeccion, apareciendo en la mayor parte de ellas algunas ó muchas grietas que las inutilizan, á causa de las diferencias de elasticidad de los materiales puestos en contacto; no habiendo otro medio para remediarlo que averiguar la relacion que debe existir entre las condiciones de equidistancia y longitud de las vigas de modo que la elasticidad de ambas capas quede equilabrada.

La relacion $b = 0{,}75\,h$ en las vigas es la mejor para evitar movimiento ó alabeo lateral y dar suficiente rigidez al sistema.

Siendo la madera de pino y $R = 600^k$ por 1^{m^2} resultan las escuadrías y volúmenes de madera para las diversas luces de la primera columna é interejes de las siguientes.

LUZ.	$0^m,25$		$0^m,50$		$0^m,75$		1^m	
	Escuadría.	Volúmen	Escuadría.	Volúmen	Escuadría.	Volúmen	Escuadría.	Volúmen
1^m....	$3^c \times 5^c$	6^{d3}	$4^c \times 5$	4^{d3}	$4^c \times 7^c$	4^{d3}	$7^c \times 9^c$	6^{d3}
2^m...	5×7	14	7×9	12	7×10	9	8×12	9
3^m....	7×9	25	8×12	19	10×14	17	11×15	16
4^m....	8×11	32	10×14	28	12×17	27	13×18	23
5^m....	9×13	50	13×18	45	14×19	35	16×21	39
6^m....	11×15	66	14×19	60	16×22	50	18×24	49

La luz de interejes mas frecuentemente usada es la $0^m,5$.

Las alfagías, tambien de pino, pueden ser de $7^c \times 3^c$, ó sacarlas de un tablon de $0^m,28$ dividido en 4 partes. Aplicando la fórmula de su resistencia resulta, para $b = 3^c$ y $h = 7^c$, la separacion entre los apoyos $e = 0^m,47$ ó cerca de los $0^m,5$ supuestos.

Sobre las vigas se colocan clavadas las alfagías, distando de eje á eje el largo del ladrillo; y este se pone de tabla despues de raspada la cara inferior para el mejor asiento y achaflanados los cantos (puestos los chaflanes hacia arriba) para que, al adquirir su flexion la madera, puedan girar libremente sin romperse. Sobre esta capa de ladrillo se vierte otra muy delgada de mortero ordinario que rellena las cunetas que forman los chaflanes: la cual, por su poca rigidez no impide que el ladrillo se amolde á todos los cambios de figura originados por la

flexion de la madera y asiento de la obra. Encima de esta capa de mortero se coloca otra de barro areno-arcilloso, tendida á trozos delgados. Para que esta capa venga á ser igual ó proximamente igual por todas partes, conviene que las vigas tengan la inclinacion que se ha de dar á los planos de vertientes de la azotea; á cuyo fin, y siendo $\frac{1}{33}$ ó $0^m,03$ por 1^m dicha pendiente, se terminará la pared opuesta al desagüe horizontalmente, y la otra con dos inclinaciones por cada desagüe desde la horizontal, iguales á $0^m,03$.

Sobre la capa de barro se pone otra de mortero hidráulico de $0^m,02$ á $0^m,03$, y esta recibirá la solería ó última capa de la cubierta.

El barro intermedio es sumamente útil; primero por hacer la cubierta completamente impermeable; segundo por impedir por su elasticidad que las vibraciones de la madera, por causa del peso adicional, se trasmitan á la capa inferior ó solería; y tercero porque cuando se presenta alguna grieta por donde se introduzca el agua, esta ablanda el barro y tapa momentáneamente hasta que se hace el recorrido de juntas.

Se ha de procurar hacer primero las tres capas inferiores y dejarlas algun tiempo en reposo para que la madera haga su movimiento de flexion por la carga permanente, y entonces se pondrá la solería.

Cuando la madera de las vigas empleadas sea resistente, como lo es la mayor parte de las diversas especies tropicales, de modo que el coeficiente de elasticidad sea mucho mayor que el del pino, dando al entramado mayor rigidez, entonces se puede prescindir de la capa de barro intermedia y sustituirla por otra solería ó capa de hormigon ó pedazos de ladrillo sobre que se ponga una capa de mezcla hidráulica para recibir la solería. Esta capa intermedia se llama redoblon ó doble.

La primera clase de azoteas es la usada en Cadiz de tiempo inmemorial, é indudablemente la mas perfecta entre todas las conocidas. La segunda clase es la usada en América.

1523. Los ingleses hacen las azoteas en Malta y la India cubriendo las vigas de tabla en vez de poner alfagías, y tendiendo sobre la tabla una capa de hormigon ordinario de $0^m,04$ á $0^m,06$ de espesor, y sobre ella otra de hormigon hidráulico.

Las circunstancias de no estar la madera perfectamente aireada, de quedar sobre ella la humedad del hormigon, y el que, al desquebrajarse la capa superior por un cambio de forma, se hace casi imposible la reparacion, son motivos suficientes para rechazar el sistema como nada aceptable, mucho mas si se compara con el seguido en Cádiz, que es el mejor y el verdadero tipo de las buenas azoteas.

1524. Las que se hacen con cubierta de zinc ó hierro galvanizado tienen el inconveniente del extremado calor que trasmiten en verano, y la disposicion á hacer penetrar el agua y contener humedad debajo por efecto de la capilaridad de las juntas: lo que obliga á soldarlas, impidiendo así la expansion y contraccion por las diferencias de temperatura, y por consiguiente formando abollos y hendiduras antes que las signifique el uso y aun la oxidacion en las planchas de hierro galvanizado, como sucedió en la armadura de la estacion de Versalles (París).

Cisternas ó algibes.

Calculada el agua necesaria para el alimento diario de un establecimiento, casa ó edificio público, ó la que tenga lugar para momentos dados en almacenes y teatros, y hecha la escavacion correspondiente, se empieza por mampostear el fondo con $0^m,28$ á $0^m,30$ de espesor, empleando mezcla hidráulica; ó bien se pone

una capa de hormigon hidráulico encima, dejando vertientes al centro y un pozo en que se reunan las últimas aguas y arenas. Las paredes, que tendrán el espesor correspondiente á su altura y empuje á que estén sujetas, pueden ser de piedra, ladrillo ú hormigon, empleando siempre mezcla hidráulica, y procurando achaflanar ó mejor redondear los ángulos. En uno ó dos lados mas abajo del arranque de la bóveda se hacen dos ó tres aliviaderos de $0^m,10$ de archos, para que salga el agua al llegar á aquella altura por una canal subterránea ó vertederos á terrenos inmediatos. El todo se cubre con una bóveda de cañon seguido ó en rincon de cláustro si la traza fuere cuadrada.

En vez de bóveda puede tambien hacerse piso de azotea, segun antes se ha explicado, y de todos modos, al centro se levanta un pretil de piedra en que se fija la garrucha ó bomba. En el fondo se puede extender una capa de alquitran de hulla para evitar la disolucion de las sales calizas del cimento. El gusto bituminoso que al principio toma el agua desaparece á los pocos dias.

Tambien es conveniente que, antes de llegar los caños de entrada al algibe, pase el agua por un pequeño depósito en que se contengan capas de carbon y arena limpia, que la filtren y dejen purificada antes de pasar al depósito. Para prevenir daño alguno en el fondo, por causa de la caida del agua, se pone debajo de cada chorro una piedra de gran dureza.

1525. Cimbras.

Para la construccion de las bóvedas se necesita poner varias cerchas unidas entre sí por medio de riostras, á cuyo conjunto se le llama *cimbra*. En las bóvedas pequeñas ó de poca luz solo es suficiente una simple armadura triangular (repetida dos, tres ó mas veces, segun el largo de la bóveda), y tablas de canto á ella clavadas, llamadas camones, que afecten la forma del intradós. Para las bóvedas que se hagan de ladrillo y yeso pueden simplificarse mas estas cerchas y aún suprimirse si fuesen peraltadas con tal de tener un reglon que guie en la construccion y un *baivel* que dé para cada lecho la curvatura y normalidad correspondientes.

Cuando las bóvedas no exceden de 10^m de luz sin ser mucho menores, pueden hacerse las cimbras de tierra y mamposterfa en seco de piedra y ladrillo. Las primeras deben tener encima viguetas que determinen y regularicen la curva de intradós; y aun será mejor en unas y otras hacer con aquellos materiales el núcleo ó una gran parte del hueco, terminando la cimbra con postes y demás piezas de madera que le den forma y estabilidad. Este último sistema puede tambien seguirse cuando la bóveda sea mayor de 10^m; y en él, como en los demás, terminarán las cerchas con camones sobre que se asienten las últimas viguetas iguales que han de recibir las dovelas, ó bien se cubrirá el todo con tablas ó tablones (segun la distancia de las viguetas) para recibir sobre ellas la bóveda: método este que se sigue generalmente cuando la bóveda es de hormigon ó mampostería ordinaria.

En las bóvedas de consideracion, donde no es posible ni conveniente servirse de la tierra y mampostería para una parte ó el todo de la cimbra, se emplean armaduras como las indicadas en las figuras 510 á 511 y lámina 13, con arreglo á lo dicho en el núm. 1403. La distancia de una á otra, cuando la bóveda es de cañon seguido, suele ser de 1^m á 2^m, segun la escuadría de las maderas (de $0^m,1$ á $0^m,2$ y aun $0^m,3$ para los tirantes y sopandas). Cuanto mas cerca se hallen una de otra mas regular y uniforme será el descimbramiento, pero entonces aumenta la mano de obra, si bien disminuye la escuadría de las piezas.

Las cimbras como las de la figura 510, y, en general, todas las que se apoyan en diferentes puntos del suelo, se llaman *fijas ó inflexibles*. Las que se apoyan en

dos puntos extremos, sobre las impostas de los pilares, ó sobre postes á ellos inmediatos, se llaman *concentradas ó recogidas*, entre las que se encuentran las *poligonales*, como la de la figura 515, que son las peores. Hay otras, llamadas *mixtas* que tienen uno ó dos puntos de apoyo intermedios á mas de los de sus extremos; y por último, las hay colgadas de armaduras y péndolas de hierro, sistema apenas usado.

Las cimbras fijas tienen la ventaja de no alterar su forma por el peso que sobre ellas carga: pero á este fin es preciso que los puntos de apoyo sean firmes é invariables, circunstancia que rara vez se conseguirá si los pilotes que los forman no llegan á terreno duro, ó no son de rosca: además, este sistema ofrece los inconvenientes, para ciertas localidades, de quedar expuesto al empuje y destruccion por las crecidas y no dejar suficiente paso á la navegacion.

El sistema de cimbras concentradas es mejor cuando se las coloca sin dislocacion alguna, siendo el asiento á que dan lugar uniforme y regularizado. Las poligonales, no obstante la ventaja de poderse hacer con madera de poca longitud, producen el mal efecto de que se habló en el núm. 1403.

Las mixtas son las mejores de todas, pues que ofrecen las ventajas de ambos sistemas, pudiéndose en el descimbramiento suprimir primero el apoyo intermedio, quedando la cimbra aún suficientemente resistente para soportar el primer efecto del asiento, sin impedir tampoco la navegacion. En este género de cimbras cuando los apoyos intermedios no distan mucho de los estribos ó pilares, como se indica en la lámina 13, el tramo intermedio se reduce á una armadura trapezoidal ó un cuchillo de puente de simple cruz ó celosía.

1526. Las cerchas fijas se arman en su sitio: las concentradas se hacen separadamente y se levantan y colocan en su situacion por medio de gruas ó plumas.

1527. Las cerchas para bóvedas de cañon seguido se disponen paralelas y perpendicularmente al eje del edificio, distando 1^m á 2^m unas de otras y enriostradas entre sí.

Fig. 557. Para las bóvedas en rincon de cláustro (*fig.* 557), se ponen dos cerchas en sentido de las diagonales, cuyos intermedios se rellenan de otras porciones de cercha determinadas fácilmente por la montea de la bóveda. Para las de arista
Fig. 558. (*fig.* 558) se pone una cimbra corrida como si la bóveda fuese de cañon seguido, y sobre ella otras semi-cimbras para formar los lunetos, cuya arista superior ha de estar en el mismo plano horizontal que la de la anterior.

En los dinteles basta una tabla ó vigas horizontales perfectamente aseguradas.

En bóvedas de revolucion las cerchas se ponen en sentido de los planos verticales, enriostradas ó unidas con paralelos de madera ó hierro.

Para las bóvedas medianas se pueden emplear cimbras de hierro, corredizas sobre carriles, y compuestas de armaduras proporcionadamente resistentes que se cubren con planchas laminadas.

Para el peralto que han de tener de más veáse el núm. 1403.

1528. Descimbramiento.

Aunque en muchos casos se ha verificado el descimbramiento inmediatamente despues de construida la bóveda, y aun á veces á medida que se vá construyendo, cuando es de cañon seguido y largo (sistema que he visto practicar sin otra razon que la economía), debe, sin embargo, dejarse descansar la bóveda el tiempo suficiente para que se endurezcan las mezclas; en lo que vá la ventaja de ser mucho menor el asiento de la construccion. La operacion debe ejecutarse con suma precision y cuidado á fin de evitar en lo posible toda clase de choque

capaz de hacer adquirir á la masa de la bóveda alguna velocidad, siempre perjudicial. Se quitan primero las viguetas de uno y otro lado á partir de los arranques, siguiendo despues hacia arriba hasta llegar á las de la clave ó sus inmediaciones, que, por sufrir mas presion, no será fácil sacarlas sin dar un poco de holgura á la cimbra. Para esto se destruyen poco á poco las cuñas sobre que se sentaron las dovelas, usando de un escoplo y verificando la operacion á la vez por ambos lados de la clave.

Cuando descansan las cimbras sobre postes de madera, se facilitará el descimbramiento haciendo espigas á los expresados postes que se procura encajen en mortajas abiertas en soleras sobre que descansan; pero de modo que las espigas queden dentro menos cantidad que profundas sean estas mortajas. Para conseguirlo basta hacer que los resaltos de las expresadas espigas se apoyen sobre cuñas; y es claro que quitadas ó destruidas estas, las cerchas bajarán á la vez la cantidad que falte á la espiga para llegar al fondo de la mortaja. Si la cimbra descansa únicamente sobre soleras puestas en los salientes ó cornisas que existan á la altura de los arranques, se facilitará el descimbramiento si las soleras á su vez reposan sobre cuñas. La figura 513 presenta un método de descimbrar digno de imitacion. *Fig.* 513.

En el puente de San Miguel (París) se ha seguido para el descimbramiento el sistema de M. Beaudemoulin, empleado tambien con feliz éxito en los puentes del Alma, los Inválidos y el del palacio de justicia.

Consiste en hacer descansar cada cercha en cuatro cajas cilíndricas de palastro sobre base cuadrada de madera, llena de arena en los $\frac{3}{4}$ de su altura. La cimbra se apoya sobre la arena por medio de un émbolo cilíndrico de madera, que llena la capacidad interior del tubo ó caja á e cepcion de $0^m,01$ que queda de juego al rededor. La caja tiene abiertos cuatro agujeros en su parte inferior al frente de los ángulos de la base, por donde la arena sale poco á poco hasta que la cimbra queda en su lugar: luego se tapan con madera de encina estos agujeros y se dejan así hasta el momento de descimbrar en que se vuelven á abrir; la arena sale entonces por la presion, ayudando en parte un operario por cada caja con un punzon de hierro.

Pintando zonas de colores vivos en los émbolos ó cilindros de madera, se puede graduar y uniformar el descenso á la vez en todas las cajas.

Las dimensiones de ellas son $0^m,3$ de diámetro por $0^m,5$ de alto; la base $0^m,35$ de lado, y el émbolo de encina $0^m,28$ de diámetro por $0^m,25$ de alto.

Para evitar que la lluvia caiga dentro de la caja se pone sobre el émbolo una plancha de madera de igual ó mayor anchura que la de la base.

1529. **Asiento de las bóvedas.**

Para evitar en lo posible ó disminuir el asiento de las bóvedas, se peraltan las cimbras cierta cantidad que se presuma ha de ser la depresion que sufran aquellas despues del descimbramiento, teniendo, además, cuidado de poner mas mezcla y acuñar mejor por los puntos donde, segun las observaciones del núm. 1317, se ha de verificar mayor presion.

En los puentes de piedra de Nemours y Neuilly, cuyos arcos, escarzanos los del primero y carpaneles los del segundo, tienen 13^m y 60^m de luz, $1^m,12$ y $1^m,36$ de montea, y 1^m y $1^m,8$ de espesor en la clave, las depresiones durante la construccion y despues del descimbramiento (verificado á pocos dias de cerrados) fueron de $0^m,20$ para el primero y $0^m,65$ para el segundo. Las cimbras se peraltaron $0^m,187$ y $0^m,4$, resultando así de depresion definitiva bajo el verdadero intradós $0^m,013$, y $0^m,25$.

En general, se puede peraltar la cimbra un milímetro por cada dovela en lo

arcos rebajados, y la mitad en los de medio punto. (Véase más adelante el ejemplo de puentes fijos.)

1530. Andamios. Servicio de los materiales.

Para el servicio y progreso de la construccion se ponen andamios á medida que vá subiendo la obra; los cuales consisten en postes de madera situados por uno y otro lado de la pared á 1^m y hasta 4^m de distancia de ella, segun la clase de construccion que sea, separados uno de otro de 2 á 3^m. Estos postes se enlazan entre sí por medio de viguetas, sobre que se tumban otras que descansan en la pared, proporcionando así un piso que se completa con tablas ó tablones. A proporcion que sube la obra sube tambien este piso, teniendo siempre puestos los travesaños de enlace para afirmar las postes.

Cuando ha terminado la construccion se desciende dejándola enteramente concluida; á cuyo fin se ván quitando tramo á tramo los diferentes travesaños, procurando tapar con piedra ó ladrillo los mechinales que se hicieron para el alojamiento de aquellos.

Para subir los materiales se aseguran mas algunos de estos postes, ó se ponen otros empalmados hasta donde convenga, en cuya parte superior se coloca el sistema de aparatos que fuere necesario para levantar la piedra, madera, mezclas, &, con ayuda de tornos ó molinetes. A veces será preferido elevar los pesos hasta uno de los tramos del andamio, recibiéndolos allí una grua convenientemente dispuesta para llevarlos á su debido lugar. Otras se monta una sola pluma ó pescante vertical, apoyado únicamente en el suelo, y sostenido por vientos que se aflojan ó tesan para conducir el peso á su lugar ó volver la pluma á su verticalidad. De este sencillísimo medio se valieron los antiguos para subir y colocar en sus pedestales las estátuas ó remates de sus gloriosos monumentos. En la obra de carpintería de Emy se pueden ver diversos sistemas.

Para el servicio y construccion de los puentes se llevarán los materiales en balsas, haciéndoles resbalar despues por un plano inclinado mientras la obra se halla baja, ó bien tomándolos con una grua, como se practica en las esclusas y diques, dispuesta de tal modo sobre otra balsa ó barco pequeño que se pueda dejar la piedra y asentarla sin mas esfuerzo de parte del albañil que el necesario para presentarla sobre su lecho.

Cuando se llegue á la construccion de los arcos se procederá del propio modo empleando cabrias, gruas ó plumas, segun la altura á que llegue la obra y facilidad de hacer la operacion. Tambien se puede establecer un puente provisional por ambos lados del que se construye, elevándole á igual altura que el vértice de la cimbra, sobre cuyo piso se conducirán las piedras para hacerlas descender por un plano inclinado, ó suspenderlas desde luego por medio de una cabria ó grua: lo que es mucho mejor por la ventajosa facilidad y prontitud con que se situan en su lugar.

Si la cimbra es bastante robusta se construye sobre ella un andamio que va subiendo con la obra, depositando en él los materiales.

Para un puente sobre un barranco profundo que no fuese muy ancho, se puede establecer como andamio un puente colgante provisional, compuesto de cuerdas, viguetas y tablones, de resistencia suficiente á los bruscos movimientos que debe soportar.

1531. TRAZADO DE ARCOS.

Para las bóvedas de puentes y edificios, arcadas, puertas y ventanas, escaleras, &, se emplean arcos de diferentes formas, reducidas á las 10 siguientes.

1.° **Adintelado ó recto,** (*fig.* 559), para las puertas, ventanas y entablamentos. Algunas bóvedas de edificios le aparentan: lo que depende del corte de las piedras. *Fig.* 559.

Su traza nada tiene de particular. Se forma el triángulo A B O, generalmente equilátero, cuyos lados O A, O B, dán la inclinacion del lecho para las piedras ó ladrillos. Durante la construccion se tiene un cordel atado en un reglon que pasa horizontalmente por el vértice O para dirigir el trabajo segun la respectiva inclinacion que deban tener los diversos lechos de las dovelas. Estos lechos serán normales al arco de círculo trazado con el rádio A O (véase mas adelante «Bóvedas adinteladas ó planas»)

2.° **De medio punto ó circular.**

Es el mas generalmente empleado por la uniformidad de su curvatura. Para trazarle se usa de un reglon ó alambre en vez de cordel.

3.° **Escarzano, ó de un arco de círculo** (*fig.* 560). *Fig.* 560.

Se usa para puentes y ventanas, y aun para debajo de escaleras; pero en este caso aumenta la curvatura en los extremos.

Cuando no es muy grande el arco se traza como el de medio punto. Mas si la luz es suficientemente grande y la montea rebajada, de modo que el centro se encontrase muy alejado, entonces se hallarán las coordenadas de algunos de sus puntos *a m b*, verificando el trazado de los intermedios por medio de una saltaregla que forme el ángulo inscrito *a m b*. Apoyados sus extremos *a b*, el vértice *m* irá describiendo el arco.

4.° y 5.° **Elíptico rebajado y elíptico peraltado,** segun se tome para montea el semi-diámetro menor ó mayor.

El primero es muy elegante y se usa en los puentes: el segundo en los túneles.

En la parte relativa á las secciones cónicas hemos visto varios métodos para trazar la elipse. Cuando se haga por el movimiento contínuo se usará un alambre flexible.

Se puede tambien trazar con una regla A B (*fig.* 561), igual al semi-eje mayor, moviéndola de modo que en todas las posiciones se verifique A C $= a - b$. Este trazado no dá la curva muy exacta por la dificultad de hacer coincidir los puntos A, C, con las líneas de los ejes, particularmente cerca de los arranques. Hay otro método muy excelente, que consiste en mover una escuadra (*fig.* 562), de tal manera que su vértice pase por todos los puntos de la circunferencia circunscrita á la elipse, apoyándose en un focus uno de los lados. El otro irá determinando las diversas tangentes á la curva, con cuyo conjunto quedará formada esta con la ventaja de poderse trazar desde luego las normales para la division del arco en dovelas: bien que dibujada la elipse, fácilmente se tirarán las expresadas normales dividiendo en dos partes iguales el ángulo formado por los dos rádios vectores. *Fig.* 561. *Fig.* 562.

6.° **Carpanel** (*), que los Franceses llaman *ansa de panier.* Es idéntico al

(*) Vallejo en su tratado de las aguas (tomo 1.° pág. 510 y siguientes) se esmera en demostrar que el arco elíptico es preferible al carpanel de muchos centros, no solo por lo «vago, incierto é inexacto de su complicada doctrina, sino porque la mayor parte de las veces concluyen los constructores por fijar los centros al tanteo y trazar á ojo una gran parte de la curva, sucediendo todo lo contrario en la elipse, cuya sencilla y exacta traza está al alcance de cualquiera, sea el que sea el método eligido para ello, sin que se pueda dar valor alguno á las pequeñas desventajas que le atribuyen los apasionados por la curva carpanel.»

elíptico, y tiene la ventaja de no necesitar mudar de plantilla para cada dovela como sucede en aquel. Se compone de 3, 5, 7 y aun 11 arcos de círculo, cuya union debe uniformar la curva. Ha de cumplir con la condicion de ser verticales sus tangentes en los arranques y á un tiempo tangente la que se tire al punto de concurso de cada dos arcos. Cuando la montea no pasa del $\frac{1}{3}$ de la luz bastarán tres arcos para hallar la curva suficientemente uniforme. Pasando de este límite será conveniente hacerla con 5 ó 7 arcos, ó, como se dice, de 6 ó 7 centros, y aun de 11, como los del puente de Neuilly, pero puede escusarse esta última traza por
Fig. 570. casi confundirse con la que se hace de 7 centros. La figura 570, sin embargo, demuestra el modo práctico de trazarla. El límite de la relacion $\frac{b}{2a}$ entre la montea y luz no debe pasar de $\frac{1}{4}$, aunque hay ejemplos de llegar al $\frac{1}{10}$.

Varios son los métodos deducidos del análisis. Uno de ellos es el manifiesto en
Fig. 563. la construccion siguiente (*fig.* 563). Tiradas las líneas A B, D C que expresan la luz y montea, y la diagonal A D, se toma sobre ella D H $= a - b$: á la A H se le tira una perpendicular en su punto medio, que dará los centros O, O′ (**).

Tambien se traza la curva con la condicion de que cada uno de los arcos de que
Fig. 564. se compone sea de 60°. Puede hacerse de 3 modos. 1.° Tomada C K (*fig.* 564) igual á $a - b$ (diferencia de semiluz y montea), y construido el equilátero C H K, se hace girar la perpendicular G H hasta O; y teniendo así la O O el equilátero mayor formado sobre ella nos dará el otro centro O′. 2.° *Cuando solo es dada la montea.*
Fig. 565. Inscribiendo una semi-circunferencia (*fig.* 565) ó mas bien trazándola con la montea por rádio y construyendo el equilátero O o o', se tendrán los centros o o'. 3.° *Cuando solo es dada la luz.* Haciendo la semi-circunferencia con la semi-luz
Fig. 566. (*fig.* 566), dividiendo el cuadrante en 3 partes y tirando la E F y luego la paralela D O′. *Dadas las semi-luz y montea,* se puede proceder, como indica tambien la figura, dividiendo la semi-circunferencia en 3 partes y tirando las cuerdas A F F B, la A′ F′ paralela á la primera, y por F′ la F′ E′ paralela á F E.

Con igual condicion de que los arcos sean de 60°, se trazará el carpanel cuando
Fig. 567. la montea pueda ser mayor, dividiendo la luz en tres partes (*fig.* 567), y construyendo el triángulo O O O′.

Cuando la abertura sea mayor que el triplo de la montea, se trazará la curva con mas de 3 centros.

Si estos fuesen 5, se podrán tomar los rádios de curvatura de la elipse cuyos ejes sean los del arco. Será cada uno la tercera proporcional entre los semi-ejes, ó el semi-parámetro respectivo (núm. 101), cuya expresion es $R = \frac{b^2}{a}$, $R' = \frac{a^2}{b}$.

El rádio intermedio le podemos hacer un medio geométrico entre estos dos; y será $R'' = \sqrt{R\,R'} = \sqrt{a\,b}$.

Si fueren 7 los centros se tomarán dos medios geométricos entre R y R′, cuya razon, en el mismo supuesto que anteriormente, sería

$$\sqrt[3]{\frac{R'}{R}} = \frac{a}{b} \quad y \quad R'' = R\sqrt[3]{\frac{R'}{R}} = b \quad R''' = R''\sqrt[3]{\frac{R'}{R}} = a.$$

La construccion gráfica en el primer caso se verifica haciendo centro en O y O′
Fig. 568. (*fig.* 568) con rádios iguales á $R'' - R$ y $R' - R''$: y para el de 7 centros, hacien-

(**) Este es el mejor medio de trazar los arcos de 3 centros, por dar la curva mas continua que en los casos siguientes.

do los arcos *a b a' b'* (*fig.* 569), con rádios iguales á R″—R y R′—R‴. Despues se fija por tanteo el centro O‴, teniendo presente que la curvatura decrece hácia el vértice. Fig. 569.

Se puede tambien proceder en el trazado de los arcos de 5 y 7 centros análogamente al segundo método manifestado en la figura 566, pero dividiendo la semicircunferencia en 5 ó 7 partes iguales. Fig. 566.

7.° **Parabólico.**

El medio mas sencillo de trazarle, á mas de los descritos en las secciones cónicas, es, como se vé la figura 571, con una escuadra cuyo vértice del ángulo recto corra por la tangente al vértice de la parábola (equivalente al círculo circunscrito) apoyando constantemente un lado en el focus: el otro costado del ángulo recto irá trazando las diversas tangentes á la curva al modo como sucede en la elipse. Fig. 571.

8.° Puede tambien hacerse la parábola como indica la figura 572 *por interseccion de rectas* tiradas entre cada dos puntos de las partes (iguales entre sí é iguales en número) en que se han dividido las tangentes al vértice y los arranques; partiendo estas líneas de puntos alternadamente opuestos, como se practica en la union de dos ramales de un camino. Tiene este método el inconveniente de que la mayor curvatura del arco aparece mas arriba de los arranques. Fig. 572

9.° **Gótico ó apuntado.**

Se emplea en los edificios góticos ú ojivos; y se compone de dos arcos de círculo cuyos centros están en los extremos de la abertura, cuando el arco ha de ser muy peraltado, ó en la interseccion de la línea de los arranques y la perpendicular á la cuerda A C (*fig.* 573) en su punto medio, cuando la montea está determinada. Fig. 573.

10.° **Por-tranquil.**

Sirve para debajo de las escaleras y abrir vanos en muros inclinados. Se componen generalmente de dos arcos de círculo, y á veces de 4.

Las tangentes en los arranques han de ser verticales, y la del vértice debe tocar á la vez á los dos círculos A T y T B (*fig.* 574). Así, dadas la línea del vértice y el arranque inferior se tendrán E A y E T iguales por tangentes á un mismo arco: y por la propia razon T F = F B, quedando determinados los puntos T y B. Si se tira ahora la T O perpendicular á E F, su interseccion con las horizontales de los arranques dará los centros O, O′. Fig. 574.

Si fuesen dadas la rampa A B y la línea del vértice E F (*fig.*575) el problema sería indeterminado, á no verificarse E T + T F = E F. Cuando E A + F B > E F, llevadas E A y B F sobre la E F, hasta *a* y *b*, se tirará á la E F, en medio de *a b*, la perpendicular T D, donde estarán los centros indeterminados O′, O″. Tómese D O′ = *ab* y B O‴ = T O′; trácense los arcos M T *n* y *n* M′ B, y tírese el rádio M′O‴: el punto O″ será el centro del arco T M′, puesto que los triángulos O‴ *n* O″ y O″ *n* O′ son iguales y dán O‴ O″ = O″ O′, y por consiguiente O″ T = O″M′. Para el 4.° centro se toma A P = T O′, se tira la P O′, y á esta en su medio la perpendicular N O. La O M será el rádio y dará la amplitud A M del arco. Fig. 575

Si A E + B F < E F, el centro O′ se tomará debajo de A C en la prolongacion de T D. Lo demás todo igual.

DESCRIPCION Y APAREJO de las diversas clases de bóvedas. (Su cálculo págs. 742 á 771).

1532. **De cañon seguido.** (*fig.* 576.)

Se forma por el movimiento de un arco paralelamente asimismo á lo largo de una recta llamada directriz. Cuando el arco generador es perpendicular á esta

línea la bóveda se dice *recta*, como lo sería *oblícua* si formase con ella un ángulo diferente del recto: el arco, en este caso, se llama *aviajado*.

1533. Bóvedas cilíndricas rectas.

Las dovelas se cortan segun los planos de sus lechos y juntas, perpendiculares entre sí y al intradós de la bóveda en todo su largo.

1534. Bóvedas cilíndricas oblícuas. Aplicacion á los puentes oblícuos.

Cuando el plano del arco de frente (que puede ser vertical ó en talud) forma con la directriz un ángulo inferior á 24°, se terminarán los lechos con planos que le sean perpendiculares como lo indican las líneas *e f e' f'*.

Nada hay fijo aun acerca de la magnitud de este ángulo de esviaje, llegándose á aparejar las bóvedas de puentes oblícuos segun se hace para los rectos, aun cuando el expresado ángulo llegue á 30°, matando siempre las aristas agudas en las dovelas de los arcos de frente como lo acabamos de decir. Esto no obstante, resultan ó pueden resultar empujes considerables al vacío cuando el esviage pasa de los antedichos 30°, en cuyo concepto será preciso aparejar la bóveda segun otro sistema que evite semejantes inconvenientes.

Varios son los métodos empleados en el aparejo de esta clase de bóvedas, unos de mejor efecto que otros, como lo vamos á indicar, describiendo despues el sistema *helizoidal* que extractamos de la memoria publicada por el Ingeniero inglés M. G. W. Buck.

1535. 1.° Aparejos paralelo y convergente de trayectorías.

Los planos de junta en el *aparejo paralelo* son las secciones paralelas á los arcos de cabeza, y las superficies de lechos las engendradas por normales al cilindro que se apoya en las trayectorías. El *convergente de trayectoría* se emplea cuando la boveda es larga; y consiste en aparejar por trayectorías las zonas que comprenden las cabezas y el resto como arcos rectos. Tiene este sistema la ventaja de evitar los ángulos agudos y disminuir el empuje al vacío, pero el inconveniente de producir un aparejo desigual complicando la montea y aumentando la mano de obra.

1536. 2.° Aparejo de zonas como arcos rectos, adosados ó aislados.

Se aplica mucho este sistema en viaductos de los caminos de hierro. Tiene la ventaja de evitar los empujes al vacío y simplificar los aparejos, aunque aumenta las caras de labra. Cuando las vias pasan por encima de le bóveda, las zonas caen debajo de cada carril, tabicándose los huecos intermedios. En las carreteras debe procurarse mayor solidez en esta parte por ejercerse en diferentes puntos del pavimento la presion de los carruages.

1537. 3.° Aparejo helizoidal.

Es mejor que los anteriores para la montea y mano de obra, puesto que el desarrollo de las hélices se verifica segun una línea recta. Se usa igualmente mucho en caminos de hierro.

Desarrollo y proyeccion horizontal de una superficie espiral trazada en una bóveda cilíndrica. Si en la figura 577, que respresenta la proyeccion horizontal y vertical de una bóveda cilíndrica recta, dividimos en partes iguales la directriz y arco generador, tanto en el intradós como en el trasdós, y tiramos las líneas 1 1, 1' 1', &, perpendiculares entre sí, tendrémos las proyecciones horizontales de las hélices B C, H M, y por consiguiente la de la superficie espiral por ellas comprendida. Si desarrollamos ahora las semi-circunferencias del intradós y trasdós en ambas cabezas, segun las líneas B F, D G y H I, L K, los rectán-

gulos B F G D, H I K L serán los desarrollos del intradós y trasdós de la bóveda, como las diagonales B G, H K serán los de las respectivas hélices, y la B H G K el de su superficie. La longitud B D ó H L es el paso de la hélice.

Sabiendo hallar la proyeccion de una hélice sobre un cilindro será fácil obtener la del intradós ó trasdós de una bóveda dividida en zonas helizoidales por un número cualquiera de hélices iguales y semejantes; á cuyo fin bastará cortar un patron igual á la hélice, y aplicando sus extremos en B C ó H L, hacerle marchar paralelamente á sí mismo á lo largo de la directriz B D ó H L, para trazar las diferentes líneas helizoidales desde cada punto de division 1, 2, 3, 4, &.

Si la bóveda fuera oblícua (*fig.* 578) como A C D H, siendo A B el diámetro del arco recto, A C B el ángulo de esviaje, y B F el desarollo del arco recto, la superficie C F G D será la que corresponde á la bóveda, procedediendo para su traza del modo como indica la figura. Fig. 578.

1538. *Construccion gráfica de un puente oblícuo.*

Supuesta la bóveda tal como se representa en la figura 579 por sus proyecciones, se obtendrá el desarrollo de su superficie como anteriormente segun C F G D. Si tiradas ahora las rectas C F, D G, las dividimos en tantas partes iguales como hiladas haya de tener la bóveda, y por ellas las 15, 26, &, perpendiculares á aquellas líneas, á partir de C K, que es una parte del completo desarrollo de la hélice C I, estas rectas serán los desarrollos de las porciones de hélices de las hiladas de intradós; y las *a* 3, *b* 2, &, las correspondientes á las hiladas que no alcanzan de una á la otra cabeza de la bóveda. El ángulo B F C = M C I se llama, teóricamente hablando, el ángulo helizoidal de intradós. Fig. 579.

Idénticamente se determinará el desarrollo de las juntas helizoidales del trasdós, como se demuestra en la figura 580, con lo cual C P es el espesor de la bóveda. Fig. 580.

Para obtener la elevacion de la cabeza, tracemos la semi-elipse G E D del trasdós, en la que el semi-eje menor es igual al rádio del círculo mas el espesor de la bóveda; y la del intradós cuyo semi-eje es igual al rádio. Tomando en esta elipse las distancias G *k*, *a k*, *a b*, &, y H *a*, *a b*, &, respectivamente iguales á L*k*, *ka'*, *a' b'*, &, y C *a*, *a b*, &, y uniendo los diferentes puntos, se tendrán las líneas H*k*, *a a*, *b b*, *c c*, &, que expresan las direcciones de las juntas en el plano de cabeza de la bóveda. Estas líneas son curvas cóncavas por el lado superior, á partir de la primera G H que es la mas curva, decreciendo desde allí la curvatura hasta la línea del vértice en que desaparece. Prolongadas estas líneas *k* H, *a a*, *b b*, &, que no son otra cosa que las cuerdas de los arcos ó curvas que representan las trazas de los planos de junta, se cortarán todas en un mismo punto O bajo el eje del cilindro: propiedad que existe siempre aun cuando el ángulo de esviaje sea bastante grande para que el punto O caiga fuera del cilindro (supuesto descrito entero) y por cuya observacion se facilita mucho el dibujo y evita multitud de errores.

Si se tomasen uno, dos, ó mas puntos intermedios del intradós al trasdós, y se procediese análogamente, se obtendrian otros tantos puntos por cada junta, por los cuales seria fácil hacer pasar la curva correspondiente: curva que únicamente será algo sensible cuando la montea se haga en grande escala ó de tamaño natural; y aun así precisará tomar varios puntos intermedios para obtener la suficiente exactitud que conviene á la buena ejecucion de esta clase de obras. Procediendo por medio del cálculo se hallarán las diferentes líneas con mas exactitud, como lo vamos á ver.

1539. **FORMULAS para hallar las dimensiones y ángulos en bovedas oblícuas.**

1.° *Supuesto de ser semi-circular el arco recto de la bóveda.*

Siendo $r =$ el rádio del cilindro, $e =$ su espesor, $\theta =$ el ángulo de es-

Fig. 579. viaje, y π=la relacion de la circunferencia al diámetro, se tiene (*fig.* 579)

$$AB=2r;\quad BC=\frac{2r}{\text{tang.}\,\theta}=2r\,\text{cot.}\,\theta;\quad AC=\frac{2r}{\text{sen.}\,\theta}=2r\,\text{cosec.}\,\theta;\quad BF=\pi r$$

tang. BFC ó MCI=tang. del ángulo helizoidal de intradós$=\frac{BC}{BF}=\frac{\text{cot.}\,\theta}{\frac{1}{2}\pi}=\text{tang.}\,6;$

(siendo 6 el ángulo helizoidal de intradós) y por los triángulos semejantes B C F, CMI,

$$2r\,\text{cot.}\,\theta:\pi r::\pi r:\frac{\pi^2 r}{2\,\text{cot.}\,\theta}=CM \text{ ó paso de la hélice.}$$

Fig. 580. $SO=RQ=\pi(r+e)$ (*fig.* 580); $\frac{RQ}{CM}$=tangente del ángulo helizoidal del tras-

dos$=\frac{\text{cot.}\,\theta}{\frac{1}{2}\pi}\left(\frac{r+e}{r}\right)=\text{tang.}\,x$; (siendo x el ángulo helizoidal de tradós).

$$Lk=e\,\text{cot.}\,\theta\frac{\text{cot.}\,\theta}{\frac{1}{2}\pi}\left(\frac{r+e}{r}\right)=\frac{\text{cot.}^2\theta}{\frac{1}{2}\pi}\left(\frac{re+e^2}{r}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}HT=r\,\text{cosec.}\,\theta\\ HG=e\,\text{cosec.}\,\theta\end{array}\right\}\text{ y por los triángulos } HGk \text{ y } HOT,$$

$$HG:Gk::HT:TO=\frac{\text{cot.}^2\theta}{\frac{1}{2}\pi}(r+e)$$

Valor que puede tener estas dos formas

$$TO=r\,\text{cot.}\,\theta\frac{\text{cot.}\,\theta}{\frac{1}{2}\pi}\times\frac{r+e}{r}=r\,\text{cot.}\,\theta\ \text{tang.}\,x$$

$$TO=(r+e)\,\text{cot.}\,\theta\frac{\text{cot.}\,\theta}{\frac{1}{2}\pi}=(r+e)\,\text{cot.}\,\theta\ \text{tang.}\,6$$

Estas dos expresiones son generales, de mucho uso y aplicables igualmente á las bóvedas cuyos arcos rectos sean escarzanos ó carpaneles.

La distancia T O (á que se llama excentricidad de las juntas de cabeza) se pue-
Fig. 589. de determinar geométricamente haciendo $AB=r+e$ (*fig.* 589); $ABC=90^\circ$ $ACB=\theta$; $CBD=6$; y tirando C D paralela á A B que dá C D= la excentricidad T O.

Haciendo el dibujo en escala de $\frac{1}{12}$, se hará sensible la curvatura de las juntas de cabeza de la bóveda; y si se describen una ó dos elipses mas intermedias á $\frac{1}{2}e$ ó $\frac{1}{3}e$ y $\frac{2}{3}e$ del trasdós, sustituyendo $r+\frac{1}{2}e$ ó $r+\frac{1}{3}e$ y $r+\frac{2}{3}e$ en vez de $r+e$ en la primera expresion de T O se tendrán con precision puntos respectivos de estas curvas.

1540. 2.° *Supuesto de ser escarzano el arco recto de la bóveda.*

Las fórmulas precedentes son aplicables no mas que á las bóvedas cuyo arco recto es un semi-círculo.

Para hallar las correspondientes á las bóvedas cuyo arco recto es escarzano, y
Fig. 581. suponiendo que la cuerda A B (*fig.* 581) sea el diámetro de la bóveda y $AGB=\theta$ el ángulo de oblicuidad ó de esviaje, será G C el desarrollo de la hélice de las juntas de cabeza, y G L el paso de la hélice; y si conservamos las anteriores notaciones, siendo además, a = el arco desarrollado B C y c = la cuerda A B ó anchura de la bóveda, será

$$BC=a;\quad BG=c\,\text{cot.}\,\theta;\quad \frac{BG}{BC}=\text{tang. ángulo helizoidal de intradós}=\frac{c}{a}\text{cot.}\,\theta.$$

$$GL=\frac{a^2}{c\,\text{cot.}\,\theta}.$$

Completemos el arco de cabeza hasta que sea igual á una semi-circunferencia, y verifiquemos el desarrollo EFKI; como el paso EI es paralelo al GL, si tiramos EK paralela á GH, los ángulos helizoidales LGH, IEK serán iguales. Si ahora tomamos FM=al desarrollo del espesor de la bóveda, serán EM$=\pi(r+e)$, EN=al desarrollo de la hélice trasdosal correspondiente al ángulo helizoidal LGH del cilindro, é IEN= al ángulo helizoidal del trasdós.

Por los triángulos LGH, IEK, tenemos LH:LG::IK:IE, ó

$$a:\frac{a^2}{c\cot.\theta}::\pi r:\frac{a\pi r}{c\cot.\theta}=\text{paso de la hélice del semi-cilindro.}$$

$$\frac{\mathrm{IN}}{\mathrm{IE}}=\text{tangente del ángulo helizoidal del trasdós}=\frac{c\cot.\theta}{a}\left(\frac{r+e}{r}\right).$$

Poniendo este valor en vez del correspondiente del semi-cilindro en la anterior expresion de Gk (*fig.* 580), se tiene *Fig.* 580.

$$\mathrm{G}k=e\cot.\theta.\frac{\cot.\theta}{a}\left(\frac{r+e}{r}\right)=\frac{c\cot.^2\theta}{a}\left(\frac{re+e^2}{r}\right)$$

y la excentricidad ó distancia focal bajo la bóveda, será por la comparacion de los triángulos GkH, HTO,

$$\mathrm{TO}=\frac{c\cot.^2\theta}{a}(r+e).$$

1541. Observemos ahora, que en la construccion de un puente oblícuo sucede algunas veces, si no generalmente, que el ángulo de las juntas contínuas, determinado por las fórmulas y métodos precedentes, no puede ser rigorosamente adoptado si no sucede que la línea CK (*fig.* 579) pasa justamente por uno de los *Fig.* 579. puntos de division del desarrollo DG; pues de otra manera es preciso variar un poco la direccion de la línea CK, aumentando ó disminuyendo el ángulo helizoidal MCI, hasta que pase por el punto de division mas próximo. Se necesita, por consiguiente, medir exactamente la longitud DK sobre la espiral de cabeza, y asegurarse que ella contiene un número exacto de partes 1, 2, 3, &; es decir, que la distancia DK puede ser dividida por el espesor de dovela en cierto número de partes iguales.

Si llamamos b la longitud CL de la bóveda, y β el ángulo helizoidal DCK= BFC, será entonces

CD= longitud de la línea de arranque$=b$ cosec. θ, y DK$=b$ cosec. θ sen. β.

Pero si CF se divide en m partes iguales, una de ellas será$=\frac{\mathrm{CF}}{m}$; por consiguiente, DK dividido por $\frac{\mathrm{CF}}{m}$ ó $\frac{m\,\mathrm{DK}}{\mathrm{CF}}$ debe ser número entero para que el ángulo DCK sea constante. Si esto no sucede, y representamos por h la cantidad que se debe aumentar ó quitar á DK para hacerla divisible por $\frac{\mathrm{CF}}{m}$ cantidad que no podrá exceder de $\frac{1}{2}\cdot\frac{\mathrm{CF}}{m}$, será DK ahora DK$\pm h$, y el ángulo DCK resultará del nuevo triángulo CKD, que no es rectángulo, pero en el que se conocen dos lados CD y DK$\pm h$ y el ángulo comprendido$=90°-$BFC.

Para el ángulo helizoidal del trasdós, que llamarémos φ, necesitamos conocer el paso de la hélice, el cual, representando por β' el ángulo intradosal, será CM$=\pi r\cot.\beta'$ (*fig.* 580). Con lo que *Fig.* 580.

$$\frac{\mathrm{QR}}{\mathrm{CM}}=\frac{\pi(r+e)}{\pi r\cot.\beta'}=\frac{r+e}{r}\cdot\frac{1}{\cot.\beta'}=\text{tang.}\,\varphi.$$

La excentricidad T O habrá sufrido una alteracion en su longitud, dependiente de la del ángulo DCK; para la cual tenemos

$$Lk \text{ ó } Gk = e \cot.\theta \text{ tang.}\varphi, \text{ y } TO = r \cot.\theta \text{ tang.}\varphi;$$

expresion general que se aplica lo mismo á una bóveda cilíndrica ó escarzana.

1542. *Corte de las dovelas.*

En el corte de las piedras se empieza por el correspondiente á los lechos de la
Fig. 577. superficie espiral ó gaucha BHMC (*fig.* 577). Para ello se colocan á determinada
Fig. 582. distancia dos reglas (*fig.* 582), (de las cuales una tiene sus costados paralelos y la otra divergentes) embotándolas en ranuras practicadas en la piedra, como se indica en la figura 583, hasta que las dos líneas superiores se encuentren en un mismo plano; entonces los lados inferiores se hallarán en la superficie gaucha que forma el lecho; para obtener el cual solo habrá que cortar el excedente de piedra hasta que, al pasar una regla recta por los dos costados de aquellas, coincida en todos los puntos de la superficie. La longitud AB de estas reglas debe ser igual al espesor e de las dovelas, su anchura de 7 á 8 milímetros, y su distancia en cada extremo la que ahora vamos á calcular. A fin que los operarios no trastornen la distancia que deben guardar entre sí los cantos de las reglas, se dispondrán en cada una de ellas dos pequeñas argollas en que entren los extremos recurvos de dos barritas ó alambres que tengan las expresadas distancias, quedando al modo como indica la figura. No haciéndolo así, los operarios pondrian las reglas paralelas, y resultaría un exceso de superficie gaucha que impediría colocar las dovelas en su verdadero lugar.

Los costados de la *regla gaucha*, como ordinariamente la llaman los obreros, son diverjentes é iguales, el AE á los de la regla paralela, y el BG al mismo y un exceso $FG = l$ tang. δ, siendo l la distancia que han de guardar las reglas en
Fig 581. el intradós EK (*fig.* 581) y δ el ángulo KEN de la superficie de junta, diferencia del intradosal IEK y el trasdosal IEN.

La línea KO, perpendicular á EK, es la tangente de este ángulo δ con relacion al rádio EK tomado por unidad. Las EK, EN son respectivamente las secantes de $IEK = \theta'$ y $NEI = \varphi$ con relacion al rádio EI tomado por unidad. Así, pues, siendo, como hemos dicho, l la distancia marcada ó dispuesta por la separacion de los extremos de las reglas en el intradós, la del trasdós, que llamarémos h, excederá á l en la relacion de $EK = \sec.\theta'$ á $EN = \sec.\varphi$; es decir, que será

$$\frac{h}{l} = \frac{\sec.\varphi}{\sec.\theta'} = \frac{\cos.\theta'}{\cos\varphi}; \text{ ó } h = l\frac{\cos.\theta'}{\cos.\varphi}.$$

Cortada una junta de lecho como se acaba de explicar será fácil obtener la cara de intradós de la dovela con el auxilio de una plantilla. Para esto se tomarán dos
Fig. 584. moldes ADB (*fig.* 584) cuya base AB tenga la curvatura de la bóveda y sea de suficiente largo; debiendo dirigirse las dos aristas de esta tabla al centro del cilindro. Esto hecho se construirá con el auxilio de los dos moldes la plantilla que en perspectiva se representa en la figura 585, en la cual el ángulo ACB es igual al IKE (*fig.* 581), que es el complemento del helizoidal de intradós. Las dos aristas
Fig. 585. de frente BD, CE (*fig.* 585) deberán coincidir exactamente con la superficie espiral ó lecho de la piedra, que se supone ya cortado con el auxilio de las dos reglas paralela y divergente. Colocada ahora la piedra de manera que la dovela venga á quedar invertida, apliquemos á la superficie cortada á los dos lados BD, CE
Fig.s 585 y 586. y hagamos al mismo tiempo coincidir la tabla flexible BC (*fig.s* 585 y 586) con la arista de la dovela DF; y trazando en la piedra las líneas AC, AB, se encontrará la primera en ángulo recto con el eje del cilindro, y la segunda le será paralela. Levantada la plantilla se profundizarán las trazas AC y AB hasta que

puedan alcanzar, la primera la curvatura de la pieza A C del molde, y la segunda la altura de la A B: con lo cual la plantilla (*fig.* 585) se adaptará exactamente á todos los puntos correspondientes de la figura 586. Las piezas segmentales, cada una próximamente igual á C A y de igual curvatura que el círculo del cilindro, como lo muestra la figura 587, se pueden inmediatamente aplicar, la una sobre la traza A C y la otra sobre una línea G H (*fig.* 586) á cierta distancia y paralelamente á C A. Estas piezas segmentales deben tener iguales dimensiones, y se las traza en medio de sus caras una línea C (*fig.* 587). Preparadas así pueden aplicarse, la una á la ranura A C (*fig.* 586) haciendo coincidir el punto C con la línea I K paralela á A B, y la otra sobre la G H paralela á C A, haciendo caer el punto C sobre la línea I K. El segundo segmento deberá ajustarse en una ranura hecha á cincel hasta que el costado superior (el recto) se halle en el mismo plano que el superior del otro segmento colocado sobre A C. *Fig.* 585. *Fig.* 586. *Fig.* 587. *Fig.* 586. *Fig.* 587. *Fig.* 586.

Terminados estos preparativos se cortará el excedente de la piedra hasta que una regla recta pueda ajustar en toda su longitud sobre el intradós apoyándose en las trazas paralelamente á A B. Obtenido este resultado quedará terminado el corte. La arista L M se trazará y cortará paralelamente á la D F, volviendo la plantilla y disponiendo los segmentos C A y costado A B sobre la cara, de manera que las aristas B D, C E se puedan aplicar á la vez, coincidiendo al mismo tiempo la diagonal flexible B C con la arista L M.

Los extremos de todas las dovelas, escepto las que formen el paramento de la bóveda, tienen las aristas F L y D M (*fig.* 586) perpendiculares á las correspondientes de las juntas de cabeza trazadas segun la direccion B D C E de la plantilla: hecho lo cual se cortarán estas juntas aplicando uua regla recta entre las dos paralelamente á F L ó D M; obteniendo así una superficie gaucha tal, que todas las dovelas se apoyarán exactamente una sobre otra al construirse la bóveda. *Fig.* 586.

1543. *Aplicacion de las fórmulas á un ejemplo de puente.*

Supongamos que el arco recto sea de medio punto, cuyo diámetro tenga $10^m,058$, y $\theta = 50°$ la oblicuidad (*fig.* 579). *Fig.* 579.

Rádio del cilindro $r = 5^m,029$; espesor de la bóveda $e = 0^m,762$.

Anchura de la misma C L $= b = 9^m,449$.

Abertura oblícua A C $= 2r$ cosec. $\theta = 10,058 \times 1,3054 = 13^m,130$.

Oblicuidad B C $= 2r$ cot. $\theta = 10,058 \times 0,8391 = 8^m,439$.

Rectificacion del arco B F $= 3,1416 \times 5,029 = 15,791$.

$$\text{tang. BFC} = \frac{\text{cot. } \theta}{\frac{1}{2}\pi} = \frac{0,8390996}{1,5708} = 0,5341861 = \text{tang.} 28° 6' 37'' = \text{tang. } \delta$$

Longitud de la hélice de cabeza, á la que son perpendiculares las juntas,

$$\text{F C} = \pi r \text{ sec. } \delta = \pi r \times 1,1337324 = 17^m,912.$$

Siendo el número de dovelas $= 47$, el espesor de una será $= \dfrac{17,912}{47} = 0^m,381$.

Longitud de los estribos C D $= b$ cosec. $\theta = 9^m,449 \times 1,3054 = 12^m,335$.

Diverjencia de las juntas contínuas

$$\text{D K} = b \text{ cosec. } \theta \text{ sen. } \delta = 12,335 \times 0,47117 = 5^m,812.$$

Esta dimension no corresponde á un número entero de dovelas; pero se halla al momento ensayando la division por 15, que el cuociente es poco mayor que 0,381: así, podrémos dividir la línea del arranque C D en 15 partes iguales;

como el ángulo teórico intradosal D C K debe disminuir de manara que la línea C K coincida con la junta de la 15.ª dovela, que se obtiene tomando

$$D\,K = 12 \times 0{,}381 = 5^{m},715, \quad \text{tendrémos}$$

$$\frac{D\,K}{C\,D} = \text{sen. } 6' = \frac{5{,}715}{12{,}335} = 0{,}4634 = \text{sen. } 27°\,37'\,42''; \quad \text{y} \quad \text{tang. } 6' = 0{,}5230466.$$

Calculando el paso de la hélice con este ángulo helizoidal del trasdós y la excentricidad del paramento de cabeza, será

$$C\,M = \pi\, r \text{ cot. } 6' = \pi\, r \times 1{,}9118755 = 30^{m},207$$

Fig. 580. $$\frac{R\,Q}{C\,M} (\textit{fig. } 580) = \text{tang. } \varphi = \frac{\pi\,(r+e)}{30{,}207} = \frac{\pi\,(5{,}029 + 0{,}762)}{30{,}207} = 0{,}6023 = \text{tang. } 31°\,3'\,38''$$

Lo mismo sería $\text{tang. } \varphi = \text{tang. } 6' \dfrac{r+e}{r}$.

δ = diferencia de los ángulos helizoidales del trasdós é intradós $= 3°\,26'\,38''$

$$\text{tang. } \delta = 0{,}0602505$$

$$T\,O = \text{excentricidad teórica} = \frac{\text{cot.}^2\,\theta}{\frac{1}{2}\,\pi}(r+e) = \frac{(0{,}8390997)^2 \times 5{,}791}{1{,}5708} = 2^{m},596.$$

Calculada esta misma excentricidad con la modificacion del ángulo por la fórmula $r \text{ cot.}\theta \text{ tang. } \varphi = 5{,}029 \times 0{,}8390997 \times 0{,}6023$, será $T\,O = 2^{m},542$.

Reglas gauchas. La longitud de una y otra es $= 0^{m},762$, su anchura $= 0^{m},076$.

Para hallar la anchura del costado divergente se fijará de antemano la distancia l que ha de mediar entre ambas reglas. Si fuese $l = 0^{m},914$, se tendría F G

Fig. 582. (*fig.* 582) $= l$ tang. $\delta = 0^{m},914 \times 0{,}0602505 = 0^{m},055$: así, la total anchura de este costado será $= 0{,}076 + 0{,}055 = 0^{m},131$.

Siendo la distancia $l = 0^{m},914$ entre ambas extremidades iguales $t_1\, t_2$, la h cor-

Fig. 583. respondiente á las B B (*fig.* 583) será

$$h = l\,\frac{\text{sec. } \varphi}{\text{sec. } 6'} = 0{,}914\,\frac{1{,}16727}{1{,}12854} = 0^{m},946.$$

El medio mas exacto de trazar sobre el intradós de la dovela las líneas parale-

Fig. 586. las y perpendiculares al eje (*fig.* 586) es servirse de una escuadra de palastro delgado, en la que uno de los ángulos agudos sea precisamente el helizoidal del in-

Fig. 585. tradós ó el A B C (*fig.* 585): el costado A C será

$$A\,C = 0{,}61 \text{ tang. } 6' = 0{,}61 \times 0{,}523 = 0^{m},319.$$

Esta escuadra está dibujada con separacion en la figura 588.

1544. La longitud de los estribos sobre que reposa la bóveda se divide en 15 partes iguales, practicando en cada una de ellas otros tantos redientes para empotrar allí las dovelas como lo manifiestan las figuras 590 y 591. Se hace la

Fig. 588. traza de estos triángulos con la misma escuadra (*fig.* 588) colocando la hipotenusa sobre la línea de los arranques A A'. La parte posterior de los estribos se dispone exactamente del propio modo, pero sirviéndose de otra escuadra que tenga uno de sus ángulos agudos igual al helizoidal del trasdós. Siendo en ella $0^{m},61$ la longitud de la base, su altura deberá ser A C $= 0{,}61$ tang. $\varphi = 0^{m},367$.

La diferencia de los ángulos de ambas escuadras dará precisamente la línea que conviene á la traza de la superficie gaucha del lecho ó de la junta trasversal en el rediente del estribo.

1545. El empuje de la bóveda es próximamente paralelo al plano de los lechos: así, pues, la parte posterior de los estribos se consolidará por medio de

Fig. 590. contra-fuertes verticales (*fig.* 590), cuyas caras laterales serán respectivamente paralelas, y la posterior perpendicular á los planos de las cabezas de la bóveda.

Cuando la parte interior de los estribos es de ladrillo, la anchura del contrafuerte, medida perpendicularmente á la direccion del empuje, será de uno y medio ó dos ladrillos, &, segun la oblicuidad de la bóveda.

1546. Para obtener la primera junta de la cabeza de la bóveda, que es la superior del trasdós de los estribos D C (*fig.* 580), se cortará en una tabla ó plancha *Fig.* 580.
de palastro el ángulo G H k = T H O, cuya tangente es $\frac{\text{T O}}{\text{T H}}$. En nuestro ejemplo tenemos

$$\text{T H} = \frac{13{,}130}{2} = 6^{\text{m}},565, \quad \text{y} \quad \frac{\text{T O}}{\text{T H}} = \frac{2{,}542}{6{,}565} = 0{,}3871 = \text{tang. G H } k.$$

Tambien es G H $= e$ cosec. $\theta = 0{,}762 \times 1{,}3054 = 0^{\text{m}},995$.

$$\text{G H} \times \text{tang. G H } k = \text{G } k = 0{,}995 \times 0{,}3871 = 0^{\text{m}},385.$$

1547. En los puentes de gran oblicuidad los ángulos agudos de las cabezas están muy expuestos á romperse, y se rompen las mas veces, sea al tiempo de poner las dovelas ó por golpes accidentales. Para obviar este inconveniente se corta ó rebaja el ángulo agudo de la bóveda á partir del arranque á tal profundidad que parezca haber una hilada de mas. La cantidad cortada de cada dovela es siempre la misma en el sentido de las generatrices del cilindro; pero sobre el plano de las cabezas vá en disminucion el corte, desde el ángulo agudo al obtuso en que es nulo. De este modo se evitan ángulos inferiores á 90° en el paramento del puente, haciendo agradable vista la nueva superficie intradosal que resulta al frente, como demuestran las figuras 591.

1548. *Modo de construccion.*

Hechos los estribos del modo que queda indicado, se colocará la cimbra y dispondrá de manera que se puedan trazar sobre ella las aristas del intradós de la bóveda, á cuyo fin convendrá revestirla de tablas perfectamente unidas ó mejor de una capa de yeso, proyectando los planos de cabeza segun las líneas A B, A′ B′ (*fig.* 590). La línea del vértice C C′ se dividirá en igual número de partes que el estribo en su arranque; y tomando una tabla delgada y flexible, de $0^{\text{m}},01 \times 0^{\text{m}},28$ de grueso y ancho y 7^{m} de largo, por ejemplo, se dividirá asimismo en tantas partes iguales como quepan en ella del intradós de las dovelas. Se aplica en seguida la regla sobre la primera division del arranque y sobre la primera línea del vértice, de manera que coincida con las juntas A′ C′, trazando en la cimbra la línea marcada y sobre ella los puntos *a*, *b*, *c*, &, correspondientes á las dovelas en cada una de las hélices de cabeza. Tirando luego otra série de líneas á partir del ángulo obtuso A′, por medio de una regla recta, que vayan, la primera del punto en que le junta corta la hélice de cabeza al vértice del ángulo helizoidal ó la primera division de la línea del arranque, la segunda del segundo punto al segundo vértice, &, hasta que todos los puntos marcados en la hélice de frente se unan con las divisiones del arranque ó las juntas correspondientes á la otra hélice de la cabeza opuesta, se tendrán las líneas *a a′*, *b b′*, *c c′*, &, que se demuestrán en plano y elevacion en las figuras 590, 591.

Si la bóveda fuera toda de piedra, estas líneas serían las juntas de los lechos de as dovelas; si lo fuera en todo ó en parte de ladrillo, las carreras de obra á soga y tizon seguirían estas mismas líneas como directrices. Para hacer bien el trabajo convendrá trazar á distancias iguales y paralelamente entre sí y á las de cabeza varias hélices como las indicadas en la figura 590, cortando la línea C C′ en los puntos *n*, *v*, *w*, *x*, *y*, &.

1549. **Bóvedas anulares** (*fig.* 592).

Si la directriz es una curva cerrada la bóveda se llama *anular*. Los planos de junta son normales á la curva directriz.

1550. Espirales ó de caracol (*fig.* 593).

El arco, recto ó aviajado, se mueve segun la línea que forma la hélice, cuya proyeccion horizontal es siempre normal á la del arco generador. Esta, á su vez expresará en todos los puntos correspondientes las trazas de las diferentes juntas, siendo los lechos de las superficies, normales al intradós, que siguen la curvatura de las hélices.

1551. Adinteladas ó planas.

Son una variedad de las cilíndricas, empleándose principalmente en entablamentos y puertas. Los cielos rasos hechos con yeso ó mezcla de cal figuran estas bóvedas.

Visto el trazado de los dinteles (núm. 535-1º) solo resta observar:

1.º Que siempre que sea posible debe ejecutarse el dintel con tres piedras no mas, de las que la clave debe ser algo mayor.

2.º Que en la necesidad de emplear mas dovelas para la formacion de la bóveda, se procurará que su trasdós vaya creciendo desde el arranque á la clave, á fin de figurar una bóveda escarzana rebajada, segun manifiesta la figura 594, que produzca suficiente presion contra los estribos para mantener el peso de la misma bóveda y el de la fábrica que haya de soportar. De otro modo no puede merecer confianza semejante clase de construccion: con efecto, siendo la presion de las dovelas normal de unas á otras sobre sus respectivos lechos, solo podrá haber estabilidad mientras las normales *ab*... encuentren á las juntas ó proyecciones verticales de los lechos *a c*, *a' c'*...: circunstancia que solo tendrá lugar cuando estos sean perpendiculares á la superficie de intradós; con lo que se demuestra que las partes *a* C comprendidas entre el dintel y arco trazado desde el centro O no influyen en la resistencia de la bóveda; y que lo mismo dará que los lechos sigan la direccion normal al arco A C B hasta llegar al dintel, ó que caigan desde él verticalmente, segun manifiesta la figura. Esto dicho, si suponemos que el paramento de la bóveda termina horizontalmente, ó que todas las dovelas tienen igual altura, se concluirá que solo queda para la resistencia en la clave lo comprendido en la distancia C *d*; que podrá ser nulo cuando el centro de la bóveda se aproxime suficientemente al intradós, ó bien igual á la altura total de la clave cuando el centro se halle en el infinito, es decir, cuando los lechos sean verticales; en cuyo caso no habria estabilidad.

En vez de hacer el trasdós curvo se puede construir á escalones, dejando ó no á las dovelas un resalto que se llama *salta-caballo* (*fig.* 595).

3.º Cuando la luz es demasiado grande, ó cuando la altura de la clave no sea la suficiente, ó en fin cuando se quiera asegurar mucho mas la estabilidad, se labran las piedras dejándolas machos y hembras en sus lechos, ó solo huecos donde se alojen balas de hierro. Tambien se ponen tirantes y barras, de idéntico modo al manifiesto en las figuras 596 á 601.

Las columnas que sostienen entablamentos llevan una alma de hierro á la que se ligan los tirantes del arco; de cuyo recíproco enlace resulta la suficiente firmeza. El herraje se envuelve en alquitran para evitar la oxidacion en cuanto sea posible.

1552. Cónicas y sus variedades.

Cuando los pies derechos no son paralelos, la bóveda que los une es cónica en su intradós, y se forma por el movimiento de la recta que pasa por el vértice y todos los puntos del arco de frente, que puede ser recto ú oblícuo. Si los pies derechos se tocan, de modo que el vértice de la bóveda sea la terminacion de esta, se la distingue con el nombre de *trompa* (*fig.* 602); en el caso

contrario, como acontece á las puertas y cañoneras (*figs*. 603 y 604), dados los arcos de frente, la recta que pasase por ellos engendraría las mas veces una superficie gaucha. *Fig.s 603 y 604.*

Esta clase de bóvedas, aplicada al derrame de puertas y ventanas, se llama *capialzado*. Se acostumbra sustituir en ellas la recta generatriz con una cuarta de elipse; lo que dá mas gracia y firmeza á la bóveda. Aplicada á la terminacion de una cilíndrica, toma por lo regular el nombre de *cuerno de vaca*. Si penetra en un muro con el objeto de abrir una ventana, recibe el nombre de *ojo de buey*. En las cañoneras. (*fig*. 604) hay casi siempre tres directrices, las dos curvas de frente y la interior mas pequeña. *Fig. 604.*

Las líneas de curvatura son la generatriz y directriz interior. Las trazas de los lechos serán perpendiculares á la segunda y los de junta á la primera.

1553. Esféricas y elípticas. Nichos.

La bóveda esférica se engendra por el movimiento horizontal de un semi-círculo vertical. Sus líneas de curvatura son los meridianos y paralelos: aquellos formarán los planos de junta, y los lechos serán las superficies cónicas engendradas por las trazas normales á los meridianos.

Cuando la base es una elipse que gira al rededor de su eje mayor, se forma la bóveda elipsoidal ó la llamada *esferoïde*.

Cortada una bóveda esférica segun un plano meridiano se tiene el nicho ó hemiciclo. Para su mejor estabilidad se engrapan las piedras ó se construye á fajas verticales considerando en la horizontal el polo de la bóveda. Los nichos tienen de alto el doble de su ancho; y cuando se colocan en ellos estátuas se procura para la mejor vista que haya desde las cabezas de aquellas al intradós de la bóveda respectiva tantas pulgadas como piés tiene de alta la estátua. Hay tambien nichos cuadrados y mixtos de cuadrado y circular.

Cortada la bóveda esférica por uno de sus paralelos se mantendrá perfectamente en equilibrio en virtud de las presiones horizontales ó perpendiculares á los planos de junta.

Las plantillas para el corte de sus piedras se trazan fácilmente teniendo presente que (segun queda anotado), las superficies de los lechos son superficies cónicas cuyo vértice está en la línea que pasa por el polo que rige la bóveda. Supongamos que se desea hallar las plantillas de la cúpula (*fig*. 605). Hecha la division de dovelas en la proyeccion vertical, y tiradas las generatrices $a\,o$, $d\,o'$... se trazarán los círculos $a\,\Pi$, $d\,\rho$..., entre cuyos espacios $a\,\rho$..., se hallarán desarrolladas las superficies interiores de las diferentes hiladas. Para la piedra $a\,b\,c\,d$, que puede ser igual en toda la hilada, y cuya proyeccion horizontal sea $a'\,c'$, se tirará la recta $o'\,\rho$, y tomando $\rho\,\varepsilon = d'\,d''$ y $\Pi\,\delta = a'\,a''$, y trazando la $o'\,\varepsilon$ se tendrá la plantilla $\Pi\,\delta\,\varepsilon\,\rho$ para el intradós de la dovela. Para el lecho $d\,c$ se toma $c\,\alpha = c'\,c''$, y se tira la $o\,\alpha$, pues que los lechos se dirigen al centro, resultando la plantilla $\beta\,c$ comun á dos dovelas. La $\beta'\,c$ será la correspondiente á $b\,a$. *Fig. 605.*

El propio sistema se emplea para encontrar las plantillas de las bóvedas elipsoidales.

1554. Bóvedas vaidas: pechinas.

Se llama *vaida* una bóveda esférica, de *montea mas ó menos elevada*, cortada verticalmente por planos que pasen por las trazas de un polígono regular que la sea inscrito (*figs*. 606, 607). La traza interior de la bóveda será por consiguiente un círculo inscrito al muro poligonal que la sustenta. *Fig. 607.*

Si cortamos horizontalmente una de estas bóvedas á la altura que tengan los

lados del polígono, ó por el vértice de los arcos torales que le puedan formar, resultarán en cada ángulo porciones iguales triangulares de bóveda, que son las conocidas con el nombre de *pechinas*. Sobre ellas se puede edificar un cimborio ó cúpula. Para su construccion no se necesita de cimbras, puesto que de una á otra hilada quedará la bóveda perfectamente cerrada. Basta, cuando mas, sostener provisionalmente las piedras con un puntal apoyado en el andamio hasta el momento de cerrar la hilada. Las piedras que corresponden á la arista, interseccion de la pechina y muro ó arco toral, no deben terminar en la arista misma, sino que á la vez han de formar parte de la bóveda y muro ó formero, para establecer una perfecta ligazon que haga del todo una masa compacta y unida como si fuese porcion de una sola bóveda. Esta práctica se observará en todas las demás bóvedas que siguen de arista y compuestas. A mas abundamiento se engraparán las dovelas entre sí, como se verificó en las pechinas que sostenian el cimborio y cúpula de la catedral de Manila que reedifiqué en 1855.

Las figuras 606 y 607 manifiestan las plantillas en semejante clase de bóvedas.

1555. En la figura 606, se supone un polo por cada uno de los ángulos de las pechinas, cuyos paralelos tienen verticales las trazas de su intradós. Para hallar las plantillas se divide en partes iguales el arco toral, y proyectados los puntos a, b, c..., en los a'', b''..., del arco de la bóveda, se tirarán las diferentes generatrices o' a'' b'', o'' b'' c'', &, de las superficies cónicas correspondientes á cada hilada de piedras. Estas superficies están desarrolladas en E D trazando los arcos 1 d, 2 c... &, proyectados en 1 d'... 2 c', &, con los rádios c''' d'', o''' c'', o'' c'', o'' b'', &. Los arcos c' d', b' c', &, en que terminan estas superficies son sus intersecciones con el arco toral. Para trazarlos se toma el rádio $d d'$ del arco toral, y se tira un círculo que pase por los puntos c' d'... Las plantillas así halladas pertenecen al intradós ó parte cóncava de las hiladas: y con ellas (que deben hacerse de materia flexible) y los baibeles para conocer la normalidad de los lechos, se cortarán fácilmente las piedras. La primera y segunda hiladas y aun la tercera, segun el largo de las piedras, deben hacerse de una sola pieza.

Las plantillas correspondientes á la parte de bóveda esférica no cortada por los muros ó arcos torales, se hallarán idénticamente al modo como acabamos de explicar, con la sola diferencia de que habiéndose de encontrar los paralelos 1' d''' d'', r' s', &, con los proyectados en d d''', s s'', &, pertenecientes al polo C, se llevarán á las plantillas las porciones de arcos 1' d''', r' s'', &, comprendidas por esta interseccion, uniendo despues los puntos d''' s'', s'' u'', &, con arcos del rádio O C de la bóveda.

Fig, 607. **1556.** Para la bóveda regida por un solo polo en su clave (*fig.* 607) se procederá de un modo análogo. Tumbado el arco proyectado en A C, dividido su cuadrante en dos partes, y despues en porciones iguales a b, c d, &, que suponen otras tantas hiladas, se proyectarán estas en d', c', b'..., por cuyos puntos pasarán los diferentes paralelos de la bóveda ó trazas interiores de aquellas. Con esto y la observacion atenta de la figura se tiene bastante para ver el modo de hacer las plantillas del intradós. Para el corte de las piedras se agregan los baibeles ó tarrajas y otras plantillas de madera que sigan la curvatura de los paralelos. Segun este sistema se construyen las pechinas sobre que se ha de asentar una cúpula ó cimborio, como antes se ha dicho.

1557. Bóvedas de arista.

Se llaman así las compuestas de dos cañones cilíndricos de igual altura, que se cruzan cortándose mútuamente segun arcos planos que forman una arista saliente.

Si los ejes de estos cañones son perpendiculares entre sí, la bóveda será recta, y en caso contrario oblícua: y si en estas circunstàncias fueran iguales sus diámetros horizontales, la bóveda sería cuadrada en el primer caso y romba en el segundo. Si estos diámetros ó aberturas fuesen desiguales se llamará rectangular ó romboidea segun la inclinacion de los ejes; siendo, por fin, circular, elíptica rebajada ó elíptica peraltada, si los arcos rectos de los cañones fuesen de estas especies.

Lo mismo que sobre un cuadilátero se puede levantar una bóveda por arista sobre un triángulo ú otro polígono cualquiera.

Una de las principales aplicaciones que suele hacerse de esta clase de bóvedas es la de servir en los cañones muy prolongados, como sucede en las naves menores de las iglesias y en las anulares, interrumpiendo la desagradable monotonía que aquel presenta, y ofreciendo la notable ventaja de ahorrar mucho material de los formeros: pues no exigiendo para su estabilidad mas que cuatro puntos de apoyo, ó tantos como ángulos sean los del polígono de la planta, bastará levantar por cada uno un pilar suficientemente robusto, llenando, cuando fuere necesario, el intermedio con una pared sencilla, de citaron ó citara.

La figura 608 supone una bóveda rectangular, cuya montea para el corte de las piedras es fácil de hallar observando bien las proyecciones. Aplicadas las plantillas de los arcos de frente á dos caras inmediatas de las piedras, y cortando en sentido perpendicular á las líneas marcadas por las mismas plantillas se tendrán las dovelas de la arista pertenecientes á la vez á ambos cañones, y cuya curvatura en cada porcion de arista se puede comprobar con la que resulta para esta en la montea. Cuando los arcos rectos son iguales las aristas de intradós y trasdós pertenecen á un plano vertical.

1558. Estas bóvedas se hacen, á veces, de dos aristas, bien achaflanando los pilares (*fig.* 609) y comprendiendo de ellos al centro una tercera bóveda cuya luz *Fig.* 609.
sea Q P, ó por la inversa, haciendo que las aristas emanen del ángulo de los pilares hasta unirse á la clave, cuya piedra ó piedras formarán una bóveda plana (*fig.* 610).

Las de *arista gótica* son igualmente muy sencillas, esveltas y fuertes. Cuando los triángulos A O B (*fig.* 611) son pequeños, construidos que sean los torales A B..., y adoptada para la bóveda una montea mayor que la de estos, se trazarán desde los arranques de los pilares nuevos arcos A O (que generalmente son góticos, haciéndolos de sillería y apoyándolos en el centro sobre una clave comun). Los intermedios se cubren con una bóveda de igual curvatura que la de los arcos de arista; y se hace de ladrillo ó piedra menuda. Si estos intérvalos A O fuesen grandes (*fig.* 612) se dividirán aun por medio de otros arcos de sillería A D, O D, C D, cuyos centros se hallarán en el plano horizontal de los arranques. La altura de la interseccion D es la misma que la de P del arco principal tomada á la distancia horizontal A P = A D. Esta bóveda se llama de *triple arista* gótica. Cuando los arcos A O no son góticos la bóveda es vaida.

Son muchas las variedades de aristas en este género de bóvedas, segun se puede ver en la multitud de edificios de la Edad media, especialmente en las catedrales erigidas en toda Europa.

1559. Lunetos.

Si un cañon seguido fuere penetrado por otro de menor altura, perpendicular ú oblícuamente, la bóveda que resulte formará la que lleva el nombre de *luneto.* La arista interseccion de los cilindros será una curva de doble curvatura, y las del cañon con los planos de juntas formarán elipses cuyo vértice es comun á todas. Si la altura del luneto fuese igual á la del cañon resultará en aquella parte

una bóveda por arista. A veces los lunetos son cónicos; su generatriz entonces es tangente en el vértice del cañon. La figura 613 representa la montea de un luneto cilíndrico recto, cuya sola inspeccion basta para comprender el corte de las piedras.

1560. Bóvedas en rincon de cláustro.

Se llaman así las formadas por la interseccion de dos ó mas bóvedas cilíndricas encontradas segun sea la planta de cuatro ó mas lados, cuya montea sea igual y cuyos arranques esten á una misma altura. La luz de una debe ser la extension de
Fig. 614. los arranques de la otra. Su interseccion A B (*fig.* 614) es entrante, contrariamente á lo que sucede en las de arista.

Cuando (en el supuesto de ser la planta rectangular) fuese demasiado largo uno de los costados se construirá en el centro una porcion de bóveda de cañon seguido
Fig. 615. (*fig.* 615): en cuyo caso las aristas entrantes serían las líneas B A..... Si se cubre el interior con una bóveda plana *a b c d*, las aristas B C... pasarán por los ángulos de aquella.

1561. Métodos de cortar las piedras.

1.° *Por escuadría.* Se toma una piedra capaz de contener las proyecciones horizontal y vertical de la dovela; y trazada la primera en la base se corta la piedra segun planos perpendiculares á ella. Puestas despues las plantillas de las proyecciones verticales y señaladas en la piedra se cortará todo lo que sobre de las figuras formadas por las aristas.

Este sistema es el que mas generalmente siguen los canteros por lo fácil y seguro; pero tiene la desventaja del mucho desperdicio de material y mano de obra.

2.° *Por plantillas.* Eligida una piedra en que pueda inscribirse la dovela, y verificada la montéa de la bóveda se prepararán plantillas de una ó mas caras de la dovela (que serán de materia flexible cuando esta sea curva), á mas de las *cerchas* cortadas segun las líneas de curvatura de la bóveda, y el *saltaregla ó baivel*, compuesto de dos reglas de madera que puedan tomar los ángulos rectilíneos ó curvilíneos, iguales á los formados por las caras planas, ó por ellos y las curvas de las dovelas, ó por las curvas entre sí.

Para una dovela correspondiente á una bóveda esférica, por ejemplo, se traza primeramente con la cercha la forma circular del intradós, y se corta perpendicularmente á esta traza; se aplica despues la plantilla de la parte cóncava (cuyo contorno se marca) y tomando con el baivel el ángulo de los lechos, se cortará la piedra comprendida por las aristas. Como en esta clase de bóvedas los planos de juntas se dirigen al centro, no habrá necesidad de poner sobre los lechos sus respectivas plantillas, siendo suficiente el uso del baivel para completar el corte.

Cualquiera que sea el método que se siga en el corte de las piedras se preparará con antelacion una superficie plana, donde se hará el dibujo de la bóveda, ó sea la *montea*, sirviéndose de reglones y escuadras de madera para las líneas, y de cintas metálicas, alambres ó tambien de reglones poco pesados para las trazas circulares.

1562. Los instrumentos empleados para el corte son mas ó menos numerosos, cuya forma depende de la calidad ó naturaleza de la piedra y del uso á que se la destina. Para dividir el calcáreo blanco se usa la sierra de dientes y se labra con la trincheta y cincel, terminando sus paramentos con la misma trincheta ó raedera de hierro. Para el calcáreo duro se emplea la sierra sin dientes y arena: se labra con el cincel, martillo de puntas y escoda, con dientes y sin ellos. Los mármoles y calcáreos muy duros, los granitos, las lavas, los basaltos y las areniscas se labran con la piqueta y punteros de escoplo y á pico de gorrion. La piedra que se ha de labrar se coloca de modo que el paramento que se trabaja forme con la vertical un ángulo de 20° á 25°.

ARTÍCULO V.

Arquitectura higiénica y composicion de edificios.

Comprende la arquitectura higiénica:

1.° La calefaccion y ventilacion de las habitaciones particulares y edificios públicos.

2.° Luz ó alumbrado.

3.° El agua para usos domésticos.

4.° Cocinas.

5.° Letrinas.

6.° Bodegas y sótanos.

7.° Albañales, sumideros, meaderos, &.

CALEFACCION.

1563. **Chimeneas, estufas.**

Entre los varios métodos ó aparatos empleados para la calefaccion directa de las habitaciones particulares, hay dos esencialmente diferentes, cuales son las *chimeneas* y las *estufas*.

Cuando se hace uso de las chimeneas se caldea la habitacion por la sola radiacion directa del hogar. Con las estufas por la radiacion directa y el contacto del aire con los tubos conductores del calórico.

En las chimeneas el volúmen de aire que sale de la habitacion á cada instante siguiendo por la manga del hogar, es tanto mayor cuanto es considerable la abertura de la chimenea; pudiéndose graduar el tiro por medio de una plancha corrediza, ó por el juego de válvulas dispuestas análogamente á las indicadas en las figuras 616 y 617. En las estufas es muy pequeño este volúmen, no pasando mas que el necesario á la combustion.

En el primer caso hay ventilacion más ó menos grande; en el segundo apenas la hay ó es insuficiente, pero el calor es proporcionadamente mayor; lo que produce bastante economía en el combustible gastado por las estufas comparativamente al que necesitan las chimeneas. Mas como, segun lo hemos observado, renuevan estas constantemente el aire que reemplaza el viciado por las personas y bugías, se les dará siempre la preferencia, atendida la mayor salubridad, debiéndolas colocar en las piezas de uso más comun. Las estufas, por el contrario, deberán situarse en los corredores, comedor, cuartos de paso, y en general donde sea menos permanente la estacion de las personas, siempre que no fuera posible darlas otra disposicion que la ordinaria impidiendo les falte la suficiente ventilacion. Esto se conseguirá procurando penetre en el cuerpo de la estufa una corriente de aire por medio de canales ó tubos de comunicacion, análogamente á los que se ven en las figuras 619 y 620, segun que la habitacion que se ha de caldear renueve ó no con facilidad por su disposicion particular el aire viciado en su interior.

1564. La cantidad de calor utilizada en una habitacion por el hogar ordinario de una chimenea es próximamente el $\frac{1}{4}$ del calor total radiado por el combustible tomado por unidad. Segun esto, para la madera será aquella relacion 0,06 á 0,07 (núm. 860). El coke y la hulla son los combustibles de mayor potencia calorífica, llegando á producir en la chimenea un poder radiante igual á 0,13 del total desarrollado: entre los dos es preferible el coke por no dar humo como

la hulla y ser casi tan económico. En todos casos conviene que los materiales del fogon sean reflectantes, porque así aumentará su efecto útil.

Se puede admitir que en las chimeneas ordinarias un kilógramo de madera exige por lo menos 100^{m3} de aire, y 60 para las que están mejor construidas.

El diámetro de la abertura de una chimenea ordinaria varía de $0^m,20$ á $0^m,25$, de cuyo límite no conviene pasar, á menos que no estén destinadas las habitaciones á recibir gran número de personas, en cuyo caso puede hacerse la seccion de 25 á 27 decímetros cuadrados, ó $0^m,32$ por $0^m,82$, procurando siempre haya un registro que gradue la seccion convenientemente.

1565. Segun los experimentos de Peclet las unidades de calor desarrolladas en una hora al través de 1^{m2} de superficie para una diferencia de temperatura de 1° entre el exterior é interior son, 3,93 para las planchas de hierro, 9,9 para las de fundicion, y 3,85 para la tierra cocida de $0^m,01$ de espesor, lo que dá para la temperatura media de 450° entre el hogar y tubo de escape, 1768,5, 4455, y 1732,5 unidades.

1566. Con estos datos se puede calcular la superficie que debe tener una estufa, dando á los tubos $0^m,6$ de diámetro, y produciendo el combustible un efecto útil de $0^m,8$ de su potencia calorífica. En la práctica se cuenta por cada 100^{m3} de capacidad en la habitacion que se ha de caldear, 1^{m2} de superficie de cañon en la estufa, ya se componga esta de palastro ó de fundicion, no obstante que en el segundo caso se necesita mucho menos material, como lo demuestran los números de los experimentos acabados de citar.

El diámetro de la abertura de las estufas varía de $0^m,1$ á $0^m,2$.

Para que el aire de la habitacion adquiera un grado suficiente de humedad se coloca un vaso lleno de agua sobre la chimenea ó tubos conductores.

1567. Antes de terminar lo relativo á chimeneas y estufas hablarémos de la
Fig. 618. chimenea perfeccionada de Pluchart (*fig.* 618) por cuyo invento, unido al del calorífero de superficies múltiplas, que luego explicarémos, mereció privilegio especial en Setiembre de 1852.

Su objeto fué reducir en lo posible las dimensiones del calorífero multiplicando las superficies de caldeo, y utilizar lo mejor posible todo el calor del combustible consumido; á que se agrega la circunstancia de poderse limpiar y registrar todas las partes del hornillo.

Se compone este sistema de cajas de fundicion de hierro ensambladas entre sí y dispuestas de modo que por medio de los registros *t t* se pueda limpiar el interior de los tubos ó cajas de ascenso y descenso del calórico. La sola inspeccion de la figura es suficiente para comprender perfectamente su disposicion. Dirémos, sin embargo, que la llama y humo desprendido se elevan por la caja superior E para descender luego por uno de los costados de la galeria vertical H, pasando en seguida por la horizontal G, inferior al hogar, y subiendo por la segunda galería lateral J, de la que se escapa al conducto superior L. En este se regula el paso á voluntad por medio de las válvulas *v v*, correspondientes á los botones *t' t'*.

Se vé, pues, en esta aplicacion que el calor del combustible se utiliza en su mayor parte, puesto que el gas recorre todas las cajas ó galerías que rodean el hogar en vez de escaparse directamente á la chimenea de tiro, como sucede en los sistemas ordinarios. Por ser, además, de fundicion todas las paredes caldeadas, se aprovechará mucho mejor la accion del calórico, en beneficio de la temperatura que debe haber en la habitacion, que cuando son aquellas de ladrillo, cuyo material es poco conductor del calor. Presenta igualmente la ventaja de poder caldear en corto espacio 2 á 3 metros cuadrados de superficie, cuyo efecto total refluya en la habitacion sin mas gasto de combustible que el del horno mismo.

Las puertas del hogar se componen de una red metálica, que tiene la doble ventaja, cuando están cerradas aquellas, de dar acceso al aire de la pieza para activar la combustion y servir de guarda-fuego que impida todo accidente de incendio. Puede tambien agregársele una plancha metálica que deje al aire un paso estrecho, pero suficiente á producir una corriente enérgica.

Si se comunica el hogar en su parte inferior con un nuevo conducto de aire que venga del exterior atravesando el tubo ó la pared, como en O', de modo que en su curso recorra las cajas L'M', para salir á voluntad por los tubos R, se tendrá la ventaja de la renovacion del aire sin alterarse la temperatura de la habitacion.

1568. Causas del humo en las chimeneas de sala y modo de evitarle.

1.° *Por falta de ventilacion.* Si la habitacion estuviera cerrada ó fuese menor la cantidad del aire atraida que la elevada, el humo no encontraría fácil salida, siendo esta tanto menor cuanto fuese mayor el diámetro de la chimenea y las puertas y ventanas se hallen perfectamente cerradas. Para evitar este inconveniente se disminuirá su entrada en el hogar usando el tablero móvil, y se establecerá comunicacion exterior por medio de ventosas ó un canal de paso.

2.° *Por tener el hogar una grande abertura.* Esta causa obliga á escaparse una excesiva cantidad de aire á la combustion, resultando que la temperatura del humo baja y disminuye la velocidad de la corriente, insuficiente entonces para evacuar el humo desprendido. El solo remedio consiste en el uso del tablero móvil y dejar permanentemente estrecha la abertura del hogar.

3.° *Por la poca elevacion del canal de tiro*, que produce corta velocidad ascensional del humo; para evitar lo cual se estrecha aquel de modo que disminuya el tiro del aire que no alimenta la combustion.

4.° *Por la accion de varios hogares, unos sobre otros en varios apartamentos ó pisos que carecen de ventilacion directa.* Se evita el humo en este caso introduciendo en cada uno de los apartamentos cierta cantidad de aire, y disminuyendo el tiro de la chimenea.

5.° *Por la comunicacion de muchos tubos de chimenea.* Puede suceder que las corrientes establecidas sean mayores en uno que en otro tubo, quedando cerrada la del segundo por la del primero. Entonces se compartirá el tiro entre ambos con igualdad por medio de una plancha.

6.° *Por la lluvia, humedad y viento.* Entonces se recurrirá á los aparatos que se dirán al tratar de las cocinas.

1569. Caloríferos.

Aunque pueden caldearse tambien las habitaciones particulares con los caloríferos, cuya descripcion vá á seguir, bastará en la mayor parte de los casos el empleo de las chimeneas ó estufas de que se acaba de hablar; procurando cuando mas, si fuere menester, hacer penetrar en una habitacion el aire caldeado de otra inmediata; lo que producirá bastante ahorro de combustible y el buen efecto que se puede apetecer, como sucede en la escuela central de Francia y explica Peclet, tomo segundo, página 501.

1570. Para los edificios públicos se pueden usar igualmente las estufas ó chimeneas, multiplicándolas cuanto fuese necesario: es decir, que se puede caldear por la accion inmediata del calor que emana del hogar en cada pieza; ó lo que es mucho mejor, por el efecto de caloríferos situados fuera de las habitaciones, haciendo penetrar el calórico por medio de tubos convenientemente dispuestos.

Varias son las especies de estos caloríferos. Unos solamente lo son de aire calentado á cierta temperatura y trasmitido despues á las habitaciones; otros de aire

calentado por el vapor que circula en varios tubos de conduccion; y otros, en fin, por medio de tubos de agua caliente, estableciéndose entre ellos una contínua circulacion por efecto de la distinta densidad del líquido en las diferentes temperaturas á que llega su circuito. De cada uno de ellos harémos una breve explicacion.

1571. Caloríferos de aire caliente.

Estos caloríferos hacen penetrar en las habitaciones el aire caldeado á 40° por medio de tubos ó conductos practicados en las paredes, los cuales provienen de una caldera en que se aplica el combustible. Tienen la ventaja de renovar constantemente el aire; pero cuando este no se toma del exterior presentan los inconvenientes que siguen.

1.° Trasmiten á las habitaciones el aire de un sótano en que las mas de las veces se apercibe el enmohecimiento.

2.° Frecuentados los conductos por gatos, ratas, lagartijas, &, y depositados en ellos sus escrementos, se respira en una atmósfera incómoda y mal sana, por la fetidez que envuelve el aire trasmitido. Esto, sin embargo, puede remediarse bastante poniendo rejillas espesas de alambres á la entrada y salida de los tubos.

3.° Tomado á una baja temperatura el aire que penetra en las habitaciones, llega á ellas poco saturado de humedad, fatigando considerablemente á los que le respiran.

Conviene, por tanto, que el aire que ha de pasar por el hogar se tome del exterior.

1572. El combustible que se ha de quemar se determina por la suposicion de que su efecto útil es de 0,50 á 0,55 de su potencia calorífica (núm. 860): efecto útil que llega á 0,75 y aun 0,80 en los mejores caloríferos. La parrilla, para una misma cantidad de combustible quemado, tiene igual superficie que para las calderas de vapor; pero vale mas aumentar que disminuir esta superficie. La de caldeo es 2^{m2} por 1^k de hulla, correspondiendo tambien á 2^k de madera en cada hora.

La cantidad de agua que se debe consumir por dia para entretener la humedad es de 1,5 á $2^{lit.}$ para una sala de 100^{m2}.

1573. Las dimensiones de los tubos de conduccion de aire deben ser lo mayor posible, conviniendo exista uno de estos tubos por cada habitacion que se haya de caldear. Si no hubiese mas que un solo calorífero para los diferentes pisos de una casa, se dividirá el depósito de aire caliente en otros tantos por medio de tabiques, dentro de cuyos espacios se presentará un tubo de conduccion.

1574. Entre los diferentes caloríferos que se pueden presentar como ejemplo, damos la preferencia al de superficies múltiplas inventado por M. Pluchart, análogo y base principal de la chimenea descrita anteriormente. Las figuras 621 le manifiestan con claridad. En ellas se vé que puede haber uno ó dos hogares opuestos BB′ para cada uno de los cuales hay galerías laterales JH y una horizontal G debajo del cenicero para el ascenso, descenso y paso del calórico, hasta llegar á la caja superior y donde nacen los tubos L que le conducen á la chimenea de tiro. El aire exterior entra por los orificios OO, bañando todas las superficies de caldeo hasta M, donde ya ha adquirido una alta temperatura. De allí pasa al gran conducto R y de este á las diferentes habitaciones por medio de pequeños tubos.

Las cortas dimensiones de este calorífero, la facilidad de poderse limpiar las cajas de fuego por los tubulares SS′, TT′ y la potencia calórica que adquiere, muy superior á la de los otros conocidos, hacen de este aparato uno de los me-

jores y mas preferibles medios de que se puede disponer para la calefaccion de cualquier edificio público.

1575. Caloríferos de vapor.

Consisten en calderas de vapor que le trasmiten en pequeños tubos dispuestos al rededor de la pieza ó piezas que se han de caldear, marchando por un canal cubierto cuyo aire calentado se hace penetrar en las propias habitaciones. Otras veces, como sucede á los caloríferos de agua caliente, se reune en espiral una porcion del tubo en una chimenea ó estufa dispuesta en cada una de aquellas para caldear el aire que contienen y ha de servir á la calefaccion de la pieza.

Pasan estos caloríferos por los mas peligrosos, y sin embargo se usan con buen suceso, apareciendo los mejores sin contradiccion. En efecto, el vapor circula sin presion alguna en tubos de muy pequeño diámetro que lanza una cantidad tan considerable de calor como la producida por los tubos de agua caliente, de que hablarémos despues, cuyos diámetros son triples y aun cuádruplos. El vapor condensado vuelve á la caldera por conductos dispuestos á próposito, perdiéndose en el aire el que circula sin condensacion por todos los tubos.

A mas de la caldera ó generador del vapor se compone el sistema: 1.° de tubos de conduccion; 2.° de tubos y aparatos de condensacion; 3.° de compensadores, ó tubos recurvados ó enchufados, por cuya elasticidad ó movimiento se evitan los efectos de dilatacion. Siendo generalmente caros y teniendo algunos inconvenientes la multiplicacion de estos compensadores, se procura haya muy pocos ó ninguno. 4.° De válvulas de aire, para hacer salir el de los tubos á la entrada del vapor, y posteriormente el que puedan contener ó se introduzca de nuevo.

1576. Tubos de conduccion.

En Inglaterra son de hierro forjado; en Francia de cobre y aun de plomo; pero estos últimos tienen la desventaja de dilatarse con facilidad, y suelen romperse ó reventarse. Su diámetro se calculará segun lo dicho para los de las máquinas de vapor: en Inglaterra suelen hacer de 3 á 5 centímetros el diámetro interior. Deben evitarse los recodos sensibles en cuanto se pueda para impedir en ellos la condensacion que resulta de vapor, cuya presion pudiera ocasionar graves accidentes. Donde no sea posible otra cosa se pondrá en comunicacion el recodo con un vaso guarnecido de un grifo que deje escapar de tiempo en tiempo el agua condensada. Se cubren los tubos tambien de una capa espesa de materia no conductora del calórico, particularmente en la parte que vá debajo del suelo ó al aire libre.

1577. Tubos de condensacion.

Son generalmente de hierro fundido, y tambien de cobre ó palastro.

La cantidad de vapor condensada en 1 hora por metro cuadrado de superficie de tubo expuesto al aire á 15° es, segun experimentos de Tregold, para los

tubos de hierro blanco	$1^k,07$
Id. de vidrio	$1^k,76$
Id. de palastro nuevo	$1^k,80$
Id. de palastro oxidado	$2^k,10$

Por los experimentos de Clement resulta,

	Siendo la temperatura del aire 25°	15°
Un tubo horizontal	$1^k,60$	$1^k,81$
Id. ennegrecido	$1^k,50$	$1^k,70$
Id. de cobre	$1^k,30$	$1^k,47$
Id. de cobre ennegrecido	$1^k,50$	$1^k,70$
Un tubo vertical de cobre ennegrecido	$1^k,75$	$1^k,98$

Segun M. Grouvelle un metro cuadrado de superficie de fundicion, caldeada interiormente por el vapor, y por consecuencia las 990 unidades de calor trasmitidas por $1^k,80$ de vapor condensado, bastan para calentar y mantener á 15° una sala ordinaria de 66 á 70 metros cúbicos de capacidad, ó un taller de 90 á 100^{m3}.

El diámetro de los tubos de condensacion del vapor á baja presion varía de $0^m,07$ á $0^m,20$: $0^m,11$ es el diámetro conveniente cuando el generador es de la fuerza de 12 caballos. Los grandes tubos tienen $0^m,20$ de diámetro interior para $0^m,02$ de espesor y 2^m de largo: los cuellos de union tienen $0^m,055$ de espesor y están penetrados por 5 á 6 pasadores de $0^m,02$ de diámetro. Los tubos de diámetro menor tienen $0^m,01$ de espesor y sus cuellos de union llevan menos pasadores.

Para hacer lento el enfriamiento de los tubos, de modo que permanezca cierta cantidad de calor por espacio de algunas horas, se les rodea de arena ó pedazos de ladrillo.

1578. Union y soporte de los tubos.

Los tubos tienen rebordes ó cuellos en sus extremos cuyas dimensiones acabamos de anotar. Las uniones se cubren con cimento metálico (núm. 902) en el supuesto de ser parmanente la postura de los tubos. Cuando estos se deban desunir de tiempo en tiempo se pondrán planchas de plomo, zinc ó cuero entre ambas cabezas, cubriendo despues con cimento rojo. Los tubos y llaves del menor diá-
Fig. 622. metro se unen á tornillo (*fig.* 622).

Unos y otros se colocan sobre canes ó postes de la habitacion, ó se suspenden por medio de tornillos é hilos de alambre como indican las figuras 623 y 624.

Fig. 622. Las llaves de distribucion del vapor (*fig.* 622) se unen tambien de un modo análogo, conforme sea la dimension del tubo. Las pequeñas son de bronce y las grandes de cobre. En Inglaterra las hacen generalmente de fundicion ó hierro dulce.

1579. Compensadores.

Cualquiera que sea la naturaleza de los tubos de conduccion y condensacion, se les dispondrá de modo que sus extremos queden libres ó que no estén en contacto con objetos inmóviles del edificio, puesto que, á consecuencia de la temperatura que experimentarán á 100°, se dilatarán en la extension del coeficiente 0,0011 por cada metro de longitud; de modo que si tuviese el tubo 10^m se alargaría $0^m,011$, y $0^m,11$ si llegase á 100^m; resultando de aquí, si no estuvieran libres en estas dilataciones y contracciones consiguientes, que romperían los obstáculos que se opusieran á sus movimientos, ó se quebrarían ellos mismos si no fueran suficientemente elásticos para resistir á estos esfuerzos.

Mientras los tubos estén horizontales y no fijós por sus extremos se podrán casi evitar ó no tendrán consecuencia los efectos de la dilatacion. Pero como hay tubos verticales cuyo alargamiento tendería á levantar y romper los horizontales, se emplearán, para obviar este inconveniente, otros tubos llamados *compensadores*, los cuales se colocan no mas que en los sitios donde absolutamente fuesen precisos. Lo son de dos maneras: 1.° como lo indica la figura 625 componiéndose de tubos recurvos de cobre de pequeño diámetro, cuya curvatura puede aguantar
Fig. 627. la total dilatacion; ó 2.° tubos de gran diámetro (*fig.* 627) que puedan entrar más ó menos los unos en los otros.

Los primeros se ligan de modo que su longitud sea 4 ó 5 veces mayor que la menor distancia de sus extremidades, como se vé en la figura 625: en ella es *a b c*

un tubo destinado á trasmitir el vapor, y $a'b'c'$ otro para dar paso al condensado. Si no hubiese mas que un tubo $a\,b\,c$, se dejaría escapar el agua que proviene de la condensacion por otro tubo particular (*fig.* 626.) *Fig.* 626.

Cuando los tubos se hallan situados entre paredes estrechas se usa la disposicion indicada por la figura 627, haciendo penetrar el uno en la cavidad del otro de modo que ludan perfectamente sus paredes, entre las que se ponen estopas engrasadas. Este sistema produce buen efecto en el calorífero de la bolsa de París.

1580. Venteadores.

Se llaman así los pequeños tubos con grifos colocados en los extremos de las grandes líneas de tubos de calefaccion, y tienen por objeto espulsar el aire á la llegada del vapor (*fig.* 628). Son generalmente de hierro dulce y tienen un diámetro interior de 4 á 5 milímetros. Se abren tambien de cuando en cuando para dar paso al aire acumulado durante el caldeamiento. *Fig.* 627.

1581. Válvulas de aire.

Se colocan interiormente de distancia en distancia, y se disponen de modo que se abran por un pequeño exceso de la presion exterior á la interior. Sirven particularmente para cuando los tubos son de cobre, cuyas paredes delgadas se romperían ó aplastarían con la presion del aire al usar repentinamente el fuego del hogar.

1582. Salida del agua producida por el vapor condensado.

Cuando los tubos conductores tienen un gran diámetro se puede hacer llegar directamente el agua á la caldera por el mismo camino en marcha contraria á la del vapor. Tambien se puede llevar por otro tubo provisto de una válvula que impida subir el agua de la caldera á los vasos de condensacion.

Al empezar el caldeamiento debe evacuarse casi toda ó toda el agua que reste de la condensada; para lo cual se ponen llaves ó tubos de escape á propósito (*fig.* 629.) en los puntos donde sea mayor su acumulacion. *Fig.* 629.

La figura 630 representa un calorífero de esta clase para una habitacion. El tubo espiral, de pequeño diámetro y gran longitud (para presentar suficiente superficie de caldeo) es preferible al sistema ordinario de tubos de gran diámetro y poca longitud, por su mayor efecto, fácil construccion y precio menos elevado.

1583. Conociendo el volúmen en metros cúbicos del aire que se ha de caldear en cierto tiempo, y multiplicando por el peso de 1^{m^3} (núm. 509) se tendrá el peso total, que, multiplicado nuevamente por la capacidad calórica (núm. 845) del aire y por las diferencias de temperatura entre el caliente y frio, dará la cantidad de calor que conviene á la habitacion. Esta cantidad de calor dividida por 550, calor latente ó de evaporacion del agua (núm. 857) dará la cantidad de vapor condensado.

Se determina la cantidad de carbon quemado, y por consiguiente las dimensiones de la parrilla, conductos de humo y de la chimenea, segun los números 980 y 981.

1584. Caloríferos de agua caliente.

El agua caliente contenida en un vaso cerrado pierde por el enfriamiento un grado de calor que comunica al aire que la rodea. De modo que si el agua estuviese calentada á 100° y se enfriase hasta 20°, dejaría escapar 80 unidades de calor que calentarían á 10 grados $8 \times 4 = 32$ kilógramos de aire, ó $\frac{32}{1,3} = 24,61$ metros cúbicos. Así puede concebirse cómo el agua calentada sirve para la formacion de un calorífero.

Para conseguirlo se establece una corriente ó circulacion contínua por efecto de la diferencia de peso específico entre el agua caliente ó la enfriada; á cuyo fin se procura que el tubo ascendente haga las menores vueltas posibles, para que el líquido se enfrie poco; y que, por el contrario, el descendente presente una gran superficie.

Se entiende con facilidad que el tubo ó canal descendente puede formarse de varios trozos unidos que recorran las salas como en la calefaccion por el vapor. que el agua permanezca en estufas de las formas que se quiera, y que los tubos se fijen en cajas abiertas por ambas extremidades donde se caldea el aire mismo de las habitaciones ó el del exterior.

Estos caloríferos, tan multiplicados en los últimos tiempos, tienen las ventajas de ser de fácil construccion, caldear muy regularmente y mantener las habitaciones á una temperatura que nunca incomoda, exigir poca vigilancia y enfriarse lentamente. Presentan, no obstante, el grande inconveniente de establecer sobre la caldera una carga de agua igual á la altura del edificio, que á veces llega á 20 y 30 metros. Esta carga de agua, que hace las explosiones mucho mas peligrosas que con el vapor, puesto que el agua quema á quien alcanza mientras que el vapor solo daña cuando se está cerca, presenta, además, el inconveniente de ocasionar escapes invisibles que lanzan el agua sobre los techos cuyas maderas pudren.

1585. Se distinguen dos clases de caloríferos de agua; de *baja* y de *alta presion*. Siendo los primeros poco usados solo tratarémos de los de alta presion, de los que hay dos sistemas esenciales, el de M. Duboir y el de M. Perkins. En el primero la presion llega á 5 atmósferas, y en el segundo á mucho mas. M. Grouvelle ha puesto en práctica en la prision de Mazas un sistema que difiere de estos en que el agua que presta el calor necesario al aire que ha de caldear los apartamentos, es á su vez caldeada por tubos de vapor que, partiendo del hogar, pasan á los diferentes pisos, donde se hallan los depósitos de agua, dentro de la cual serpentean aquellos. De este modo el agua, suficientemente calentada, circula en cada piso del edificio sin presion alguna ó apenas sensible.

M. Duvoir usa dos procedimientos; el uno consiste en calentar el aire exterior haciéndole pasar sobre tubos, dentro de los cuales circula agua directamente caldeada por el hogar. Esta disposicion de feliz éxito se halla en uso en Inglaterra hace mucho tiempo. Otra disposicion del mismo y que forma la base de todos sus aparatos consiste en tubos de agua colocados en las mismas habitaciones y calentados, haciéndolos pasar por una sola circulacion de agua (de que son parte) que se trasmite de una á otra estufa ó tubo principal, por medio de otra comunicacion entre aquellos.

El sistema Perkins se funda en la circulacion contínua del agua por un tubo de pequeño diámetro; lo que le hace, puede ser, menos peligroso que el de Duvoir, no obstante que la presion sea mucho mas elevada. Una parte del circuito se coloca en el hornillo, el resto circula en las piezas que deben ser calentadas, ó serpentea en las cajas abiertas, dentro de las que pasa el aire que ha de servir para la calefaccion y ventilacion.

1586. Disposicion general.

La figura 631 representa la disposicion que generalmente suele tener todo el sistema. A B C D son cuatro espirales de bases circulares ó cuadradas, formadas por el tubo de circulacion del agua. La D rodea el hornillo, de donde toma el calor que trasmite á las demás, situadas en chimeneas ó estufas de mampostería ó fundicion en cada uno de los pisos. En estos depósitos circula el aire, y sale calentado por tubos ó canales que se acomodan á los diferentes aposentos: *m* es un depósito ó vaso

en que se hace la expansion del agua, y n un orificio para la salida del aire al tiempo de llenar el aparato.

Dimensiones de los tubos de circulacion. Tienen $0^m,012$ de diámetro interior, $0^m,003$ de espesor y generalmente 4^m de longitud. Con estas dimensiones pueden soportar una presion de 3000 atmósferas, como es fácil ver por la fórmula

$$e = \frac{R(n-1)\,1^k,03}{K}$$

K = presion sobre 1^{c2} en el momento de la rotura.
Para el hierro forjado es K = 4300.
Para el fundido K = 1400.
Para el palastro K = 3500.
n = número de atmósferas del vapor.
$n - 1$ = presion que produce la rotura.
R = rádio del tubo.

Los tubos han sido sometidos á una presion de 200 atmósferas por medio de la prensa hidráulica, pero á veces se exponen á presiones mayores.

Union de tubos, vaso de expansion. Las figuras 632, 633, 634 y 635 indican bien la manera mas perfecta de unir los tubos de conduccion. El vaso de expansion, m (*fig.* 631) tubo mas alto y ancho que aquellos, debe tener por lo menos 0,15 de la capacidad total de ellos. Lleva otro pequeño tubo para la salida del aire cuando se llena el calorífero; y tanto el orificio de este como el del vaso se cierran como indica la figura 632. *Fig.* 631.

Modo de cargar el sistema. Aunque puede introducirse el agua por el tubo de expansion, es preferible hacerlo por medio de una bomba impelente ó de compresion, á fin de impedir quede ninguna cantidad de aire dentro de los tubos. Se consigue por este medio la doble ventaja de ensayar el aparato bajo una presion al menos de 200 atmósferas. Hecho esto y completa la carga vertiendo por el vaso de expansion el agua que falte se cierra el orificio n del aire.

Llaves ó grifos. Cuando la parte del circuito que desciende se divide en muchos brazos, el agua circula simultáneamente por ellos, calentándose á la vez todos los caloríferos parciales. Conviene, á veces, establecer á voluntad la circulacion en cierto número de ellos; y aunque hasta ahora no se ha hecho, pudiera conseguirse usando la disposicion indicada en las figuras 636 inventada por Richardson, en el supuesto que se tratara de impedir la circulacion á uno de tres tubos que concurran en un punto.

Hornillos. La longitud de los tubos contenidos al rededor del hogar debe ser $\frac{1}{4}$ próximamente de la total del circuito. Las figuras 637 y 638 representan la vista, perfil y plano de esta clase de hornillos. Los tubos pueden estar dispuestos, como ya hemos dicho, en hélice cuadrada ó circular.

1587. Su temperatura en la parte superior del circuito es ordinariamente en Inglaterra de 150° á 200°, y en la parte inferior de la columna descendente 60° á 70°; temperaturas que corresponden á presiones de 4 á 15 atmósferas. En el hogar, donde los tubos llegan á enrojecerse, puede alcanzar el agua la temperatura de 500°, que supone una presion de 857 atmósferas.

Para reemplazar las pérdidas conviene agregar $\frac{1}{2}$ litro de agua cada 8 á 10 dias.

El desarrollo total de una circulacion no excede jamás de 150 á 200^m. Si la superficie de caldeo exige mayor longitud se emplean varias circulaciones que pueden ser calentadas por el mismo hogar.

En Inglaterra se cuentan 2 piés de longitud de tubo para calentar 100 piés cúbicos de capacidad; lo que dá, poco mas ó menos tomando $0^m,025$ y $0^m,012$ para los diámetros exterior é interior de los tubos, un metro cuadrado de superficie por cada 80^{m3} de capacidad.

El precio de estos caloríferos en Francia es de 9 francos por metro corriente de tubo, todo comprendido.

1588. Pérdida de calor por los muros de la habitacion.

Esta pérdida es proporcional á la diferencia de temperaturas entre el aire interior y exterior. Cuando esta diferencia alcanza á pocos grados, la pérdida de calor es por 1^{m2} de superficie de muro en una hora

$$Q = \frac{kc(t - t')}{ke + c}$$

k = coeficiente de trasmision de la superficie exterior del muro, ó cantidad de calor que perdería en una hora 1^{m2} de esta superficie por una diferencia de temperatura de 1°.
c = coeficiente de conductibilidad de los materiales de que se compone la pared, ó cantidad de calor que en una hora atravesaría 1^{m2} de superficie de un muro de 1^m de espesor para igual diferencia de temperatura.
e = espesor del muro en metros
t, t' = temperaturas interior y exterior.

Suponiendo $t = 15^0$, que es la temperatura conveniente á los lugares habitados y $t' = -5°$, temperatura á que regularmente no alcanzan los frios de la zona templada (exceptuados algunos paises del norte), se tiene $t - t' = 20°$. Si los muros son de piedra franca, para lo que, segun la tabla que sigue, tenemos $k = 9$ y $c = 0,8$, haciendo sucesivamente

$e = 0^m,2$, $0^m,3$, $0^m,4$, $0^m,5$, $0^m,6$

la fórmula precedente dará para Q

55, 41, 33, 27, 23.

Para los muros de ladrillo en iguales circuustancias, siendo $k = 9$, $c = 0,68$ se tiene 49, 35, 29, 24, 20.

Tabla de Peclet para los valores de k y c correspondientes á diferentes materiales de construccion, y otros de otra especie malos conductores del calor.

Se suponen estos materiales en estado completo de sequedad: c aumenta rápidamente á medida que ellos se humedecen.

	VALOR DE			VALOR DE	
	k	c		k	c
Alcornoque	7	0,09	Madera de pino	8	0,17
Algodon muy dividido	»	0,054	Mármol blanco	9	0,70
Algodon muy comprimido	»	0,17	Mármol en fragmentos de 0^m, 001	»	0,25
Algodon en rama	»	0,05	Mármol en fragmentos de 0^m, 0005	»	0,27
Cera amarilla	»	0,16	Mármol en polvo	»	0,38
Cisco de coke	»	0,44	Paja picada	»	0,07
Cisco de carbon de madera	»	0,35	Paño fino	9,47	0,046
Cobertores de lana	6	0,085	Piedra franca	9	0,80
Indiana blanca	7,24	0,14	Relleno de plumas	»	0,06
Indiana roja	7	0,18	Sebo	»	0,13
Ladrillo ordinario	9	0,68	Tierra de horno, bien seca	»	0,30
Lana muy dividida	»	0,063	Tierra de horno con 0,04 de agua	»	0,46
Lana muy comprimida	»	0,136	Tierra de horno con 0,08 de agua	»	1,28
Madera de acacia	8	0,26	Vidrio	9	0,27
Madera de encina	8	0,32	Yeso ordinario	8	0,73

He aquí otra tabla de experimentos mas recientes y ciertos del mismo Peclet para los valores de *c*. En ella expresa *d* la densidad ó peso específico de las materias.

	VALOR DE *d*	VALOR DE *c*
Caut-chuc (goma-elástica)	»	0,170
Cobre	»	64,0
Corcho	0,22	0,143
Cola de almidon	1,017	0,425
Guta-percha	»	0,172
Hierro	»	29,0
Mármol gris de granos finos	2,68	3,48
Mármol blanco sacaróide	2,77	2,78
Nogal: trasmision perpendicular á las fibras	»	0,103
Nogal: trasmision paralela á las fibras	»	0,174
Piedra caliza de granos finos	2,34	2,08
Piedra franca de construccion	2,24	1,32
Piedra franca de granos gruesos	2,22	1,27
Pino: trasmision perpendicular á las fibras	0,48	0,093
Pino: trasmision paralela á las fibras	»	0,176
Plomo	»	14,0
Roble: trasmision perpendicular á las fibras	»	0,211
Tierra cocida	1,98	0,69
Vidrio (término medio)	2,49	0,82
Yeso ordinario amasado	»	0,331
Yeso ordinario fino, amasado	1,25	0,520
Yeso bañado de alumbre, id.	1,73	0,63
Zinc	»	28,0
Materias pulverulentas.		
Arena cuarzosa	1,47	0,27
Bi-óxido de magnesia	1,46	0,163
Cisco tamizado	0,25	0,068
Fécula de patatas	0,71	0,098
Greda en polvo, un poco húmeda	0,92	1,08
Greda en polvo, lavada y seca	0,85	0,086
Greda en polvo, lavada, seca y comprimida	1,02	1,03
Limaduras de hierro	2,05	0,158
Polvo de ladrillo (tosco)	1,00	0,139
Polvo pasado por un tamiz de seda fina	1,06	1,65
Polvo fino obtenido por decantacion	1,55	1,40
Polvo de carboo de madera	0,49	0,079
Polvo de carbon tamizado	0,41	0,081
Polvo de coke	0,77	0,170
Serrin	0,45	0,066
Serrin de caoba	0,31	0,065
Materias filamentosas		
Indiana nueva	»	0,050
Lana cardeada	»	0,044
Moleton de algodon	»	0,040
Moleton de lana	»	0,024
Papel blanco de escribir	0,85	0,043
Papel gris sin cola	0,48	0,034
Relleno de pluma	»	0,039
Tela de cáñamo nueva	0,54	0,052
Tela de cáñamo vieja	0,58	0,043
Vellon de lana de cualquiera densidad	»	0,040

1589. Pérdida de calor por las ventanas.

Es proporcional á la diferencia entre las temperaturas interior y exterior, é igual en una hora por 1^{m2} de superficie de vano y para 1^{0} de diferencia de temperatura,

	unidades.
Para una ventana vidriada	3,66
Para una cubierta de una musolina ligera	3,00
Para dos vidrieras espaciadas. . á. . . 0^{m},04	1,70
Para dos vidrieras espaciadas. . . . . . . 0^{m},02	1,70
Para dos vidrieras en contacto	2,50

La cantidad de calor que atraviesa una vidriera ordinaria, representándose por 100 la emitida por los rayos que llegan á ella, es

Para cuando el calor proviene de una llama	70
Para cuando proviene de un metal incandescente	45
Para *id.* *id.* bajo la temperatura roja	7

1590. Pérdida total de calor por los muros y ventanas.

Siendo las vidrieras simples

$$Q' = S\,t'' \frac{k\,c}{k\,e + c} + 3{,}66\,S'\,t''$$

S = superficie de las paredes en metros cuadrados
S' = superficie de las vidrieras
t'' = diferencia de las temperaturas interior y exterior.

Las demás letras expresan las cantidades del número 1588.

1591. Calor producido por las diferentes partes de que se compone un calorífero.

Los caloríferos deben ser capaces de producir, á mas del necesarío á la temperatura interior, un exceso de calor igual á la cantidad que se pierde por las paredes y ventanas de la habitacion, y recobrar en pocas horas la perdida tambien por las paredes durante la noche, ó en cualquiera época en que se ha interrumpido la calefaccion.

Segun las observaciones de Peclet sobre varios caldeamientos por el vapor, particularmente en grandes edificios, conviene, para una diferencia de temperatura máxima de 20° entre la interior y exterior, calcular la potencia calorífica de los aparatos en el supuesto de ser necesarias á lo menos 70 unidades caloríficas por hora y metro cuadrado de superficie de muro que tenga de $0^m,33$ á $0^m,35$ de espesor, y 80 unidades para igual tiempo y superficie de vidriera. Segun esto, para una diferencia cualquiera d entre las temperaturas, las anteriores cantidades de calor serán $70\frac{d}{20}$ y $80\frac{d}{20}$. Un calorífero construido segun estos datos puede restituir en 3 á 4 horas la pérdida de calor durante la noche.

Resulta igualmente, por observaciones tambien de Peclet, que estas cantidades de calor son poco mas ó menos las mismas para espesores de paredes comprendidos entre los límites $0^m,25$ y $0^m,50$.

Para la calefaccion por el vapor admiten los ingenieros que, para talleres de 8^m de anchura por 3^m de altura y cuya superficie de vidrieras sea el $\frac{1}{6}$ de la total, un tubo de fundicion de hierro de $0^m,4$ de circunferencia, que recorra una sola vez la longitud del taller, será suficiente para mantener en él una temperatura constante de 15° durante el rigor del invierno. Esto equivale á una superficie de caldeo de $0^{m2},4$ que puede trasmitir 396 unidades de calor en una hora por metro corriente del taller, puesto que, segun el núm. 1582, 1^{m2} produce 990 unidades.

Para los caldeamientos ordinarios por el vapor ó agua caliente siendo constante la temperatura exterior (como debe suponerse en la práctica, tomando el término medio de la que se experimente en cierto tiempo), la pérdida de calor durante la noche viene á ser el $\frac{1}{3}$ de la que tiene lugar durante la calefaccion. Para un calorífero de agua caliente á baja presion esta fraccion se eleva á $\frac{1}{2}$.

Aplicacion. Supongamos que se ha de caldear una habitacion, cuyos muros de piedra cortada tienen $S = 800^m$ cuadrados de superficie y $0^m,5$ de espesor, siendo $S' = 160^{m2}$ la superficie de las vidrieras. La temperatura exterior llega á $-10°$, y la interior debe quedar á 15°.

La pérdida de calor por los muros y vidrieras es, segun la fórmula del núm 1585, y pues que $k = 9$ $c = 0{,}80$ $e = 0{,}5$, á

$Q' = 800 \times (15° - (-10°)) \frac{9 \times 0{,}8}{9 \times 0{,}5 + 0{,}8} + 3{,}66 \times 160 \times 25 = 41840$ unidades. Suponiendo la temperatura exterior á 5°, que fuese el término medio entre los me-

ses de invierno, el valor medio de Q′ seria $41840\frac{d}{25}=41840\frac{10}{25}=16736$ unidades.

Si durase 15 horas el tiempo de caldeamiento por dia, y el calorífero fuese de vapor ó agua caliente de alta presion, como la pérdida en las 9 horas restantes equivale al $\frac{1}{3}$ de la producida en igual tiempo durante la calefaccion, el valor de Q′, expresivo de la pérdida total de calor en 24 horas, será

$$Q'=16736\ (15+3)=307248 \text{ unidades.}$$

Segun Peclet en el suplemento á su tratado del calor, página 121, solo deben apreciarse como término medio 4000 unidades de calor por 1^k de hulla, y poco mas de la mitad de la potencia calorífica para los demás combustibles, á causa de la pérdida de calor por la chimenea y paredes del hogar. Así que para compensar la pérdida Q′ se deberán quemar

$$\frac{307248}{4000}=76{,}81 \text{ kilógramos de hulla.}$$

Para la madera, es, en término medio (núm. 860)

$$\frac{307248}{1600}=192 \text{ kilógramos.}$$

Y para el carbon de madera

$$\frac{307248}{3500}=88 \text{ kilógramos.}$$

Supongamos ahora que la ventilacion de esta pieza exija 8000^{m3} de aire por hora, durante 10 horas al dia, y que la temperatura en la chimenea de tiro sea de 45°. El calor absorvido para llevar los 80000 metros cúbicos de aire de 5° á 15° será

$$80000\times 1^k{,}3\times 10^\circ\times\tfrac{1}{4}=260000 \text{ unidades}$$

($1^k{,}3$ = peso de 1^{m3} de aire seco á 0° (núm. 509) y $\frac{1}{4}$ = la relacion próxima de las potencias caloríficas del aire y agua.)

y el necesario para hacer evacuar este aire, es decir, para elevar su temperatura de 15° á 45° será

$$260000\frac{45-15}{10}=780000 \text{ unidades}$$

y entre todo $260000+780000=1040000$ unidades de calor, que exigirían $\frac{1040000}{4000}=260^k$ de hulla. Por lo que el gasto total de este combustible por dia sería $76{,}81+260=337^k$ ó 7,4 quintales.

1592. Calor producido por la respiracion.

Cuando un salon contiene gran número de personas, como sucede á un teatro, el calor producido por la respiracion será suficiente para compensar el perdido por los muros y ventanas. Bastará, por tanto, calentar el aire de ventilacion á una temperatura muy poco superior á la que conviene al interior de la pieza.

1593. Segun M. Dumas la cantidad de carbono consumido en una hora por la sola respiracion de un hombre es de 10 gramos: el calor desarrollado será, pues, 78 unidades en término medio. Una parte de este calor se emplea en formar los 38 gramos de vapor de agua producidos por la traspiracion; el resto $78-0{,}038\times 650=53{,}3$ unidades se emplearán en calentar el aire inmediato, En efecto, para hacer subir de 0° á 20° los 6^{m3} de aire consumido en una hora por

la respiracion y traspiracion de un hombre bastan $6 \times 20 \frac{1^k,3}{4} = 39$ unidades de calor; es decir, menos que el exceso de las 53,3 que provienen de la respiracion ($1^k,3$ y $\frac{1}{4}$, véase núm. anterior.)

De aquí, resulta, que si no hay enfriamiento por las paredes de una habitacion, cuya atmósfera estuviese anticipadamente á 20° de temperatura, quedaría esta constante introduciendo $\frac{6 \times 53,3}{39} = 82^{m3}$ de aire á 0° por hora y persona.

En el núm. 856 se pueden ver las diferentes temperaturas del hombre y otros séres.

El calor perdido por los muros y vidrieras es generalmente reemplazado por un exceso de temperatura dada al aire de ventilacion: sin embargo, si este exceso fuese bastante considerable para engendrar algunos inconvenientes sería mejor recurrir á superficies radiantes.

1594. Los caloríferos se construyen siempre para los dias mas frios del invierno; y de modo que en pocas horas de la mañana den al aire y paredes el grado de calor que deben tener durante el dia. Conviene establecer los aparatos de manera que durante la calefaccion preliminar se pueda interrumpir la ventilacion: así, un calorífero de aire caliente debe disponerse para que pueda circular el aire de la sala al calorífero, y de este á la sala.

Cuando en un anfiteatro se hace llegar el aire caliente por un gran número de orificios colocados por debajo de los bancos, la seccion de todos ellos se calculará de modo que la velocidad del aire no la sobrepase en $0^m,2$ por $1''$.

VENTILACION.

1595. **Su objeto.**

La ventilacion tiene por objeto renovar en un edificio el aire viciado por la respiracion ó por otras causas, haciendo entrar nuevas cantidades de aire puro y seco en invierno, caliente y fresco en verano; de manera que se pueda proporcionar á voluntad en las diversas localidades la mas completa salubridad. Cumple tambien la ventilacion con el fin de ayudar la desecacion de los productos industriales.

1596. **Hygrómetro.**

Luego que por medio de un calorífero cualquiera se caldea cierta cantidad de aire, adquiere este una potencia total de absorcion de agua por la que, si no se le dá la necesaria contenida en una vasija, ya puesta sobre la misma estufa ó en la habitacion caldeada, el aire calentado se satura de agua á espensas de los órganos de las personas presentes, ocasionando males peligrosos de cabeza. Lo propio sucede á las plantas dispuestas en invernáculos que, caldeados por medio de caloríferos, no tienen el agua suficiente para que de ella se sature el aire, apoderándose entonces este de las que tienen los órganos vegetales, que á poco empiezan á decaer y mueren. Importa, pues, en las salas ventiladas de reuniones públicas, y mas particularmente en los hospitales, cuando se quiere regularizar proporcionadamente la ventilacion con el caldeo, saber exactamente la cantidad de agua que el aire debe tener para cumplir con las mejores condiciones de salubridad. Sobre este punto no hay números ciertos que satisfagan tan precisa condicion; sin embargo, d'Arcet en su tratado sobre ventilacion de teatros, y varios médicos de buena reputacion justamente merecida, convienen con muy escasa diferencia en que el aire debe estar por mitad saturado de agua á la temperatura de 15 á 16° centígrados (que es la regulada para los edificios caldeados y venti

lados) correspondiendo esta temperatura á unos 75° del hygrómetro de cabello que dá 7 gramos de agua por metro cúbico de aire.

Partiendo de esta regla se deberá conocer en cada caso la cantidad de agua contenida en 1^{m3} de aire á 15° centígrado y á diferentes grados de sequedad: lo que se hallará fácilmente por medio del hygrómetro y la siguiente tabla.

GRADOS del hygrómetro de cabello.	PESOS en gramos del agua contenida en 1^{m3} de aire á 15° cent.°	GRADOS del hygrómetro de cabello.	PESO en gramos del agua contenida en 1^{m3} de aire á 15° cent.°	GRADOS del hygrómetro de cabello.	PESO en gramos del agua contenida en 1^{m3} de aire á 15° cent.°	GRADOS del hygrómetro de cabello.	PESO en gramos del agua contenida en 1^{m3} de aire á 15° cent.°
	gramos.		gramos.		gramos.		gramos.
1°	0,06	26°	1,62	51°	3,69	76°	7,13
2	0,12	27	1,70	52	3,79	77	7,32
3	0,17	28	1,77	53	3,89	78	7,51
4	0,25	29	1,84	54	4,00	79	7,71
5	0,28	30	1,91	55	4,10	80	7,90
6	0,35	31	1,98	56	4,20	81	8,11
7	0,41	32	2,06	57	4,33	82	8,33
8	0,47	33	2,13	58	4,45	83	8,55
9	0,52	34	2,21	59	4,56	84	8,76
10	0,59	35	2,28	60	4,68	85	8,98
11	0,65	36	2,36	61	4,81	86	9,22
12	0,71	37	2,44	62	4,95	87	9,47
13	0,77	38	2,52	63	5,08	88	9,71
14	0,82	39	2,60	64	5,21	89	10,00
15	0,90	40	2,71	65	5,34	90	10,20
16	0,96	41	2,77	66	5,47	91	10,46
17	1,03	42	2,85	67	5,64	92	10,72
18	1,09	43	2,94	68	5,79	93	10,98
19	1,15	44	3,03	69	5,94	94	11,23
20	1,21	45	3,11	70	6,09	95	11,49
21	1,29	46	3,21	71	6,25	96	11,77
22	1,35	47	3,30	72	6,43	97	12,05
23	1,42	48	3,40	73	6,60	98	12,34
24	1,49	49	3,51	74	6,77	99	12,62
25	1,55	50	3,58	75	6,93	100	12,90

El hygrómetro de cabello de Saussure es un instrumento muy preciso, cuyo fundamento es la contraccion ó dilatacion constantes que experimenta un cabello ligeramente extendido cuando se halla sumergido en aire perfectamente seco ó perfectamente saturado de agua: de cuyos dos límites entre esta contraccion y dilatacion se toman los puntos de partida para la marcha del hygrómetro, dividiendo el intérvalo en 100° ó partes iguales. Para ello se prepara el cabello con sumo cuidado, fijándole por un extremo y haciendo pasar el otro que lleva un contrapeso por una pequeña polea. Unida á esta se halla una aguja indicadora de los grados marcados en un círculo, correspondiendo el 0 al extremo de sequedad, y el 100 al extremo de humedad.

1597. **Anemómetro.**

A mas del hygrómetro es necesario tambien conocer el *anemómetro* para medir la velocidad de la corriente de aire que debe introducirse en la habitacion que se trata de ventilar. El de M. Combes, que es el mas empleado, como el mas exacto y fácil de manejar, consiste en un molinete metálico de 4 aletas de mica inclinadas en sentido del movimiento como las alas de un molino de viento. Este molinete gira en un árbol horizontal de acero entre dos soportes de cobre, y tiene en su medio una rosca ó tornillo sin fin que engrana en los dientes de una rueda, la cual á su vez hace mover otra por medio de un piñon. Cada una de estas ruedas tiene 100 dientes, y los piñones están dispuestos de manera que la primera avanza un diente por cada vuelta del molinete, y la segunda otro diente por cada vuelta de la primera rueda. Por manera que por una vuelta de esta el molinete dá 100, y por

una de la segunda rueda 1000. Al frente de ellos y sobre uno de los soportes fijos hay dos estiletes que marcan desde cero la division de dientes de cada rueda, en cuyos limbos están indicadas las cifras de division de 10 en 10.

Estos dos estiletes ó agujas sirven para señalar en cada instante el número de vueltas del molinete. Con semejante fin conviene se pueda poner á voluntad el aparato en marcha ó detenerle; para lo cual se emplea una palanquita que, girando en el soporte opuesto al de las juntas, cae sobre los brazos de las alas del molinete. Para el movimiento de esta palanca hay dos hilos que salen fuera de la caja del instrumento.

1598. Para hacer una observacion anemométrica se traen las dos ruedas al cero de la graduacion soplando un poco el molinete en uno ú otro sentido; despues de lo cual se le pone á cierta profundidad en el orificio por donde penetra el viento, procurando que este orificio sea perfectamente regular en bastante longitud, sin lo cual la corriente de aire probaria contracciones é irregularidades que se opondrian á la certeza de los resultados. Cuando es difícil la situacion del instrumento en canales de mampostería por donde corra el viento, se prepara un tubo de palastro, que se ajusta bien en la canal, y el anemómetro se pone en su interior, procurando que los hilos queden fuera y que el aire no penetre en la habitacion antes de pasar por aquel.

Uno de los observadores se encarga de los hilos, uno en cada mano, para detener ó hacer marchar el molinete al momento en que otro observador avisa el principio ó fin de la operacion, contando el tiempo (regularmente de 3 á 4 minutos) por medio de un reloj de segundos. Si en la observacion se lee, á partir de 0, tres dientes de la segunda rueda y 20 de la primera, el molinete habrá dado 320 vueltas. Se deben hacer siempre 2 ó 3 observaciones y tomár el término medio.

Para deducir la velocidad real de la corriente por el número de vueltas observadas se usa de una sencilla fórmula especial del instrumento que lleva escrita sobre la caja, y en la cual n representa siempre el número de vueltas observadas y v la velocidad que se busca. Hallada esta no hay mas que multiplicar por la seccion del canal para tener el volúmen de aire.

M. Morin ha perfeccionado aun mas este instrumento, en términos que permite obervar hasta 500000 vueltas y tomar las del molinete á intérvalos determinados de tiempo. M. Newman ha tambien agregado una tercera rueda que dá 1000 vueltas y permite prolongar las observaciones.

Los anemómetros que deben marchar á grandes velocidades son mas sólidos y pesados que los que deben ser mas sensibles á pequeñas velocidades, los cuales han de ser ligeros y muy delicadamente construidos, como los que se usan en las prisiones y hospitales.

1599. **Ventiladores.**

Los instrumentos que sirven para sacar ó introducir el aire en las piezas que se han de ventilar son de muchas especies. Cada uno de ellos tiene cualidades especiales que los hacen más ó menos convenientes en un caso determinado: pero tocante á la ventilacion, mas que respecto á la calefaccion, los problemas que se deben resolver son por lo regular muy delicados, presentando nuevas condiciones ó dificultades prácticas graves; y para poder hacer una buena eleccion con pleno conocimiento de causa es necesario saber el valor comparativo de los principales sistemas.

Antes de hablar de los ventiladores conviene saber el aire que por cada persona se debe introducir en una pieza ó sala de reunion.

1600. **Aire necesario á la respiracion.**

Segun los experimentos de Dumas la respiracion de una persona en 1^h trasforma en ácido carbónico y agua todo el oxígeno contenido en 90 litros de aire (equivalentes á 10 gramos de carbono por hora) siendo 333 litros el volúmen del que aspira, que contiene 0,048 de ácido carbónico.

1601. **Aire viciado por la traspiracion.**

Por los propios experimentos de Dumas y por los de Séguin resulta, que un hombre produce por su traspiracion cutánea y pulmonar 38 gramos de vapor de agua, que pueden ser disueltos por 5^{m3},846 de aire á 15° medio saturados. La cantidad de aire que impurifica un hombre por su respiracion y traspiracion es, pues, en término medio 6^{m3},179. Para un colegio de 200 alumnos basta que haya 6^{m3} por cada uno sin que se sienta olor de ninguna especie.

Pero, como además del aire que la traspiracion altera, existen otras causas que le dañan y son naturalmente nocivas á la salud del hombre, se debe contar con 10^{m3} por persona. Para las prisiones, cuyos detenidos han de hallarse en iguales condiciones de salubridad que tendrían en apartamentos saneados, se ha probado experimentalmente que deben introducirse 20^{m3} por hora en cada celda. En un hospital, en donde se deben mantener las condiciones mas perfectas de salubridad, y donde generalmente se colocan los enfermos inmediatos unos á otros, no obstante el diferente mal de que están atacados, á que se agregan los malos olores y peligrosos miasmas que exhalan los agonizantes y otros atacados de enfermedades contagiosas, á pesar de la separacion de los últimos, se necesita mas que en ninguna parte un volúmen de aire renovado en cantidad suficiente para que ningun enfermo pueda jamás sentir estos olores deletéreos; para lo cual se debe contar en casos normales con 35 á 50^{m3} por hora y lecho; pudiendo llegar este volúmen para ciertas enfermedades y operaciones á 60 y aun 80^{m3}. En algunos hospitales de Lóndres le hacen alcanzar á 100^{m3}.

1602. **Aire viciado por el alumbrado.**

En la combustion de las materias empleadas para el alumbrado se puede admitir que solo se quema $\frac{1}{3}$ del aire que alimenta la combustion. La tabla siguiente expresa el peso de algunas materias quemadas en 1^h, el volúmen de aire necesario á la combustion y las cantidades relativas de luz producida.

	PESO del combustible quemado.	VOLÚMEN de aire gastado.	LUZ relativa.
Velas de esperma de 6 en libra..........	11 gramos	0^{m3},322	11
Velas de cera..........................	11	0^{m3},322	14
Quinqué ó lampara de torcida gruesa.....	42	1^{m3},266	100

Por medio de esta tabla y los datos anteriores se podrá deducir la cantidad de aire que se debe renovar por hora en una habitacion.

1603. **Aspiracion ó tiro por la accion directa del calor que produce un combustible en la parte inferior de una chimenea.**

Este sistema de aspiracion, el mas antiguo y el mas generalmente empleado en los edificios y minas, es al mismo tiempo la mas perfecta y ordinaria aplicacion

conocida de la ventilacion. El tiro tiene lugar calentando por un medio cualquiera la columna de aire contenida en una chimenea ó canal vertical mas ó menos elevada. Al dilatarse esta columna calentada adquiere el aire menos densidad que tiene el exterior; y cuando se establece por aberturas de seccion conveniente una comunicacion entre un punto de la expresada columna dilatada y las capacidades en que se quiere renovar el aire, donde á la vez pueda penetrar este libremente, verifica la chimenea su aspiracion precipitándose en ella como en un vacío parcial el aire, que al mismo tiempo es reemplazado por el que la habitacion toma del exterior.

Esta corriente existe constantemente cuando se cumplen las dos condiciones que siguen: 1.ª que el fuego deja en el aire á su paso por la chimenea y sin interrupcion una cantidad de calor suficiente para mantener la columna á igual temperatura que la habida en el momento de establecerse la comunicacion: 2.ª que la cantidad de aire renovado es igual á la del aspirado por la chimenea.

Este sistema de ventilacion es el mas simple y regular de todos; funciona casi sin entretenimiento, y es aplicable á las minas y toda clase de edificios públicos é industriales. Solo exige para funcionar bién que las secciones de los conductos de aspiracion y el de la chimenea estén en relacion con el volúmen de aire que se ha de renovar, de modo que no haya precision de imprimir á este aire una gran velocidad que únicamente se obtendrá calentando mucho la columna de tiro á fuerza de considerable cantidad de combustible. Por lo demás, basta en tiempos ordinarios cargar la parrilla de carbon; con lo que, si la chimenea es de gran seccion, ni las variaciones del fuego, ni las del viento y presion atmosférica impiden la ventilacion: mientras que con una máquina cualquiera se necesitan por lo menos dos paradas cada 24 horas para engrasar y limpiar el motor, á mas de los desarreglos imprevistos y normales reparaciones.

La velocidad que se debe dar al aire que penetre en la chimenea debe ser de 1^m á $1^m,5$ por segundo. Si estuviesen conocidas las dimensiones se determinaría la velocidad por la fórmula de Peclet (nº. 881).

Aunque las chimeneas esten enlucidas interior y exteriormente, debe procurarse que el hogar sea siempre de ladrillo en su parte interior. La situacion de este hogar conviene sea en el punto mas elevado ó cerca de él, particularmente si es una casa de vecindad el edificio que se ha de ventilar; pero en todo caso es preferible el 1.er sistema al 2.º por el mayor tiro que tiene la chimenea, á no ser que colocando el hogar hácia la parte superior, se haga descender la columna de aire caliente para que suba en seguida, con lo que se ganará mas potencia de aspiracion teniendo el beneficio de elevar el aire á 40º despues de haber descendido á 15º. La ventaja por la mayor velocidad del tiro la dará á conocer en cada caso la fórmula citada del núm. 881. Esto, sin embargo, tiene el inconveniente del gran consumo de combustible.

El aire que debe mantener la combustion y ha de formar la columna aspirante debe llegar de los diferentes apartamentos por conductos ocultos en las paredes y subterráneos á la parte inferior del hogar. Si se hace llegar á un punto mas elevado la columna de aire calentada quedaría estancada y se mezclaría difícilmente con la corriente del aire impuro; el cual, no calentándose mas que parcialmente, apenas tomaría velocidad, y por consiguiente no cumpliría con el objeto propuesto. Existirían, además, dobles corrientes en la parte superior de la columna y la ventilacion sería nula.

Una de las disposiciones mas convenientes de estas chimeneas es introducir en ellas un tubo de hierro al cual concurra otro que parta directamente del hogar llevando el humo y llama. En este caso el hogar se compone de una caja tambien

de hierro terminada por el expresado tubo de conduccion. De distancia en distancia salen del cilindro principal otros pequeños, de 0m,4 de diámetro que arrojan el humo por toda la seccion de la chimenea para calentarla por igual, darla toda su potencia de tiro y garantirla de las contra-corrientes que, sin esta precaucion, tienen siempre lugar en las chimeneas de gran seccion.

1604. **Los ventiladores de paletas planas ó curvas** (*fig.* 641 y 642) *Figs.* 641 y 642.
se componen de un eje que lleva las paletas y una pequeña polea, girando sobre dos soportes por medio de una pequeña correa sin fin que pasa de la polea á un tambor movido por una máquina cualquiera. El eje y paletas están encerradas en una caja circular con una ó dos aberturas, en cuya circunferencia hay un tubo de partida, que es la tangente, por donde sale el aire aspirado é impulsado por el movimiento centrífugo del aparato; el cual, para el mayor efecto, debe estar dotado de una gran velocidad.

Para aspirar el aire contenido en una capacidad cualquiera, se pone el centro del ventilador en comunicacion con esta capacidad por medio de un tubo de diámetro igual ó mayor que el de la abertura. El movimiento de rotacion que reciben el eje y paletas obliga á salir el aire por el orificio tangencial, verificándose un vacío que reemplaza constantemente el aire aspirado que penetra por el tubo y pasa á las dos aberturas dispuestas en el centro de la caja.

Los ventiladores cumplen así con el doble objeto de servir de máquinas aspirantes é impelentes. Cuando tienen 0m,25 de ancho, 1m,2 de diámetro, y hacen 1000 á 1200 vueltas en 1′ pueden servir para mantener el fuego de un horno de fundicion. Se aplican tambien para ventear la cáscara del trigo, cebada, &. Tienen al mismo tiempo los ventiladores la ventaja de su sencillez y economía de establecimiento, entretenerse con muy poco gasto y producir un buen efecto práctico; si bien todavía no hay bastantes experimentos para deducir la potencia que ellos exigen y aun menos la relacion del volúmen teórico al volúmen real obtenido á diversas velocidades.

No hay, pues, fórmula alguna práctica para el establecimiento de esta importante máquina de ventilacion; pero en su defecto pueden tomarse las dimensiones, velocidades ensayadas y efectos de algunos ventiladores en uso que pueden servir de regla.

Dimensiones del ventilador de Letoret, de alas planas (fig. 641). *Fig.* 641.

Longitud de las alas. (Son estas de palastro y articuladas para poder tomar la inclinacion que mas convenga y produzca el mayor efecto útil)	0m,80
Anchura de las mismas paralelamente al eje........................	0m,98
Longitud de los brazos desde el centro del árbol al de la articulacion de los montantes que soportan las alas....................................	0m,75
Diámetro de las aberturas centrales de aspiracion de aire.................	1m,30
Espacio libre de las alas á las paredes laterales de la caja (de madera ó de manpostería)..	0m,05
Angulo formado por las alas y sus brazos..............................	110°
Velocidad del ventilador por minuto..........................	144 revoluciones.

Este ventilador, de fuerza de 5,24 caballos produce en 1h 14213m3 de aire y un efecto útil de 20 por 100.

Dimensiones del ventilador de Combes, de alas curvas.

Rádio de la circunferencia interior del ventilador en el orígen de las alas	0m,68
Rádio de la circunferencia exterior en la extremidad de las mismas.........	0m,85
Altura de las alas á la entrada de los circuitos movibles..................	0m,34
Número de alas..	3m

Velocidad angular impresa	69m,4
Altura de las alas á la salida de los canales movibles	0m,335
Angulo formado por el origen de las alas y la tangente á la circunferencia del rádio interior	6°4
Número de vueltas en un minuto	542

Este ventilador, calculado para dar 706 revoluciones en 1' y producir 8m3,3 de aire por 1", solo alcanza, por falta de potencia, á 4m3,62.

Una de las cosas mas importantes en la construccion de estos aparatos, es que las canales por donde viene el aire para la salida no sean demasiado estrechas, chatas ni acodadas en ángulo recto. Cuando la columna de aire encuentra demasiada resistencia el ventilador produce poco efecto. La velocidad del aire para la aspiracion no debe pasar de 0m,8 por 1" si el ventilador es de grandes dimensiones, ni bajar de 1m,5 para pequeñas secciones.

Para las corrientes necesarias á la fundicion ó forja se hacen aun mucho mas pequeños los diámetros de los tubos que conducen el aire á los fogones. Segun M. de Saint-Léger los ventiladores para fundicion exigen cuatro caballos de vapor para dar 3000m3 de aire por hora con 500 revoluciones, teniendo 1m4 de diámetro y 0m,35 de anchura. Por el contrario, cuando se emplean estas máquinas como aspirantes para ventilar los edificios, se debe dar gran seccion á los tubos de metal ó mampostería que han de distribuir el aire en los diferentes compartimentos. La velocidad en estos tubos no debe pasar de 1m,25 á 1m,50 por 1" cuando son grandes, y de 0m,5 cuando son pequeños.

1605. Ventilacion de edificios particulares.

Las viviendas que están provistas de chimeneas encendidas se hallan naturalmente ventiladas, y admitiendo que el tubo de la chimenea no tenga mas que 0m,32 de diámetro, como la velocidad del aire calentado puede llegar á 2m, se gastarán 45 á 50m3 por hora: cantidad suficiente para 6 á 8 personas. Cuando las habitaciones son grandes y ocupadas por corto número de indivíduos, basta á la salubridad el aire introducido por las uniones y juntas de las puertas y ventanas.

En las salas calentadas con braseros, como en Italia y España, la respiracion es muy peligrosa á causa del óxido de carbono, mucho mas potente para la asfixia que el ácido carbónico. Se produce tambien un desprendimiento de calor muy importante en el cuerpo, en el acto de la respiracion, por la combustion del carbono de la sangre.

1606. Ventilacion de las cárceles.

No hay género alguno de establecimiento que presente más dificultades para su ventilacion que las prisiones, y en particular las celulares, donde es menester una renovacion constante de aire, regularmente distribuida y fácil de obtener. Debe ser, además, abundante la ventilacion, porque muchos de los detenidos conservan sus antiguas costumbres de poca limpieza, esparciendo, á veces, un olor cutáneo-infecto á mas del producido por el escusado ó sillico aunque esté cerrado. En las prisiones de Mazas hay, por todas estas razones, de 20 á 30m3 de renovacion de aire por hora y celda. El primero de estos números es el volúmen de que no se debe bajar en ningun tiempo.

1607. Hemos dicho que la ventilacion debe ser constante y regular: y naturalmente, no puede concebirse que en un establecimiento de esta naturaleza, se falte á cualquiera de semejantes condiciones sin exponerse á la infeccion de las celdas. Así, pues, todo sistema que no cumpla con estos preceptos será defectuoso por mas que la intermitencia sea de poco tiempo.

La ventilacion, además, debe funcionar con entera igualdad por todas partes,

sin lo que varios puntos estarian aireados con exceso al paso que otros apenas lo serian.

Para conseguir todas estas condiciones, el mejor medio que se puede emplear, que trabaje con igual potencia dia y noche, es el de hogares de tiro á fuego directo colocados en el punto bajo de las chimeneas de ventilacion; pues así llegan á obtenerse grandemente y con toda seguridad los resultados que se piden, siendo el servicio fácil y económico. Tal es el medio empleado en la prision celular de Mazas, cuyo aparato (*fig.* 643) funciona dia y noche con tal poder, que en los experimentos constantemente verificados, resulta que, despues de 3 horas de apagado el fuego, la ventilacion solo ha quedado reducida á la mitad: lo que explica fácilmente que por la accion de una alta chimenea de ladrillo, siempre penetrada de una gran cantidad de calor, las variaciones de intensidad del fuego no pueden ser sensibles, oponiéndose el sistema á un retroceso de ventilacion que se pudiera temer de un fuerte viento ó por la accion del sol y variaciones atmosféricas. Es, además, tan notable la sencillez del aparato y su manejo que solo basta al fogonero cargar la parrilla al anochecer y dejar obrar sin inconveniente alguno el hogar durante toda la noche; sin que sea preciso otra cosa, cuando mas, que renovar la carga á eso de las doce por uno de los guardianes en su ronda, quedando seguros del buen efecto hasta bien entrada la mañana. *Fig.* 643.

Para las prisiones pequeñas, en que esta vigilancia especial no existe, puede usarse el hogar de fundicion, guarnecido interiormente de una camisa de tierra refractaria, que representa la figura 644, cuyas dimensiones se regulan en razon á la importancia de la cárcel. La estufa se halla coronada por un tubo que sube por dentro de la chimenea general y que penetra en el de humo del aparato de calefaccion: con lo cual recibe en su parte superior cantidad bastante de calor para poder funcionar sin nueva carga por espacio de 6 á 8 horas.

La combustion se obtiene por medio del coke, antrácita, hulla menuda, ó terrones hechos de este combustible y tierra, regulando á voluntad el registro del tiro colocado en la puerta del cenicero.

En invierno la ventilacion tiene lugar bajo la sola accion del tubo de humo del aparato de calefaccion, al que se une el de la chimenea de aspiracion á 6 ú 8^m de altura. El tiro es enorme, y cuando el fuego de calefaccion se apaga en medio del dia, la chimenea queda bastante caliente para que la ventilacion siga hasta el dia siguiente. En la prision de Mazas, que cuenta 1225 celdas, se queman en verano 480^k cada 24 horas para una ventilacion de 24000 á 25000^{m3}; lo que dá 1200 á 1250^{m3} por kilógramo de hulla quemada.

1608. En cuanto al *sistema general de distribucion de la ventilacion* de un edificio, cualquiera que sea su complicacion y tamaño, lo mejor que puede hacerse es atraer el aire que se ha de aspirar de los diversos apartamentos á una chimenea única situada en el punto mas central ó el mas fácil para el servicio y establecimiento de los conductos de tiro. La instalacion de una chimenea por cada habitacion daria ventilaciones desiguales, aumentando los gastos y las dificultades de vigilancia. Por el contrario, una sola chimenea, á la que se puedan dar sin trabajo grandes dimensiones, un hogar poderoso y bien regularizado, conducido por un solo operario, ofrece un servicio fácil, cómodo y económico.

Esta condicion de unidad de tiro, se aplica, igualmente que á las cárceles, á los hospitales, á los asilos de caridad, anfiteatros y todos los demás establecimientos públicos.

En cuanto á la chimenea ya se han dado reglas para deducir sus dimensiones: el hogar debe colocarse en la parte inferior y quedar accesible al servicio y vigilancia.

El canal general que conduce á la chimenea el aire impuro de las diferentes celdas debe desembocar directamente sobre el hogar estableciéndose en toda su longitud bajo tierra con las dimensiones arriba prescritas, con recodos poco sensibles y de garganta mas bien alta que aplastada. De cada una de las salas y celdas saldrá un canal particular entre las paredes que descienda al general que los comprenda todos. Estos canales pueden ser hechos de la propia mampostería al levantar el edificio; pero siempre será preferible el empleo de tubos de barro vidriado de 13 á 14 centímetros de diámetro, dispuestos dentro de los muros; medio económico y fácil de limpiar, con la ventaja de que el aire no halla nunca resistencia á su salida.

Conviene tambien que los expresados tubos de ventilacion á tiro descendente no se coloquen en los muros exteriores expuestos al sol del medio-dia, sino en los interiores donde la temperatura es mas fresca; pues de otro modo es natural que la accion directa del sol, al caldear los muros, caldease tambien los tubos en cantidad suficiente para detener la corriente ó producir otra contraria que atrajese á los cuartos de detencion los aires infectos de los escusados.

1609. Para impedir que los presos puedan comunicarse á la vez por medio de los tubos de ventilacion, se ha seguido en Mazas el siguiente sistema. El tubo descendente cae sobre una caja de desagüe perteneciente á una sola celda: á este tubo se le agrega un pequeño ajuste de zinc de $0^m,1$ de diámetro y $0^m,45$ de longitud, á cuya extremidad se aplica una estrella de cobre destinada á regularizar la ventilacion. Por encima del ajuste hay un sombrero, tambien de zinc, que deja $0^m,25$ de paso y que obliga á romperse la corriente de aire antes de desembocar en el sótano ó canal general.

1610. Cuando en la cárcel de que se trata es grande y de varios pisos, la ventilacion no puede ser igual en todas las celdas con tubos igualmente calibrados á su entrada, pues siendo unas mismas las secciones y las velocidades diferentes por la diferencia de tiro, resultarán distintos necesariamente los volúmenes de aire gastado. Para que todos ellos sean iguales se regulan por medio de las estrellas de que se acaba de hablar, midiendo en cada piso y celda la cantidad de aire que pasa por medio del anemómetro.

1611. Para establecer la ventilacion falta aun *introducir en cada celda una cantidad de aire puro y fresco igual á la que se aspira por los tubos descendentes.* Con este fin se disponen en la parte superior de las mismas celdas, á 35 ó 40 centímetros del techo, varios tubos que comuniquen por entre las paredes con el corredor interior, donde el aire, siempre fresco en verano, pasa en invierno por los aparatos de calefaccion. Tal es la práctica seguida en las prisiones de Francia, consiguiéndose que la temperatura de las celdas se conserve casi equilibrada en todo el año.

Cuando está bien establecida una ventilacion, no hay necesidad de abrir la ventana correspondiente á la celda, á no ser en los dias calurosos del verano, en que se puede dejar al detenido la facultad de abrirla ó cerrarla segun la temperatura que experimente ó de que haya necesidad.

1612. Conviene registrar de cuando en cuando los tubos de ventilacion para evitar se interrumpa la corriente con los nidos de ratas ó telas de araña que suelen obstruir las cañerías, particularmente en el foso ó canal general. Para esto es lo mejor, siempre que se pueda hacer fuego donde se tema aniden los dichos animales; aunque si se tiene cuidado en verter diariamente agua por cada tubo, no se debe temer contrariedad alguna. Los tubos conviene sean cónicos de arriba abajo, entrando á enchufe unos en otros, y fijándolos con extremo cuidado: en la cabeza ó en contacto con las celdas deben ser de fundicion para evitar cualquier

accidente por causa de los presos. Cuando no se hiciesen tubos para la ventilacion se procurará enlucir y pulimentar bien la canal con mortero fino, á fin que el aire no encuentre resistencia que vencer.

1613. Ventilacion de los cuarteles y hospitales.

La pureza del aire que se debe introducir en las salas, particularmente de los hospitales, es una condicion de la mas alta importancia: tomándole, en cuanto sea posible, del norte mas bien que del medio dia, en un sitio elevado para evitar las emanaciones de la tierra húmeda, y en un punto lejano del aire impuro de las habitaciones inmediatas.

El Doctor Papillon, médico en gefe del hospital militar de Belfort, en un trabajo notable que publicó la *Gaceta de higiéne* en 1849 sobre la ventilacion aplicada á la higiene militar, cuenta solo 3^{m3} de aire renovado con regularidad é independientemente de la voluntad de los hombres para un soldado en buen estado de salud, y 5^{m3} para un soldado enfermo, salvo el caso de algunas enfermedades especiales para que se necesita mas cantidad. Estas cifras son por cierto muy bajas, aunque se haga la aplicacion á los hospitales militares en que rara vez estan ocupados todos los lechos, y cuyos enfermos son todos jóvenes. Conviene, segun ya lo hemos dicho, señalar al mínimo 20^{m3} por cama y hora y 40^{m3} á 50^{m3} al máximo, con la posibilidad de ir mas allá de esta cifra cuando lo exijan ciertas clases de enfermedades. En los hospitales civiles debe procurarse haya un volúmen renovado de aire por hora y lecho de 60^{m3} á 80^{m3}.

1614. Los principios que M. Papillon propone para la ventilacion de los hospitales militares se reducen simplemente á la ventilacion natural favorecida por buenas disposiciones de salas, con entradas y salidas muy bien combinadas, siendo la mas conveniente su proporcion y situacion, de modo que se utilice la accion de los vientos mas frecuentemente reinantes, el caldeo de los muros exteriores y en invierno el del aire de las salas por medio de estufas en ellas situadas. La principal disposicion para esto consiste en practicar en cada sala, ya pertenezca á un cuartel ya á un hospital, una série de aberturas bajas en el costado del norte y altas en el del medio dia. Para que la accion del viento no pueda impedir la entrada ó salida del aire, aplica á las aberturas exteriores tubos que se recurvan y vienen á quedar á unos 10 centímetros del muro. Como reguladores de la ventilacion establece escotillas movibles por la accion del viento.

Este sistema de ventilacion natural parece mas aplicable á los cuarteles que á los hospitales, una vez que no hay certeza en la regularidad é intensidad del aire que se trata de introducir.

1615 M. Peclet ha expuesto los verdaderos principios de calefaccion y ventilacion de los hospitales. La calefaccion la obtiene por medio de estufas colocadas en el centro de las salas, á fuego directo, agua caliente ó al vapor segun las localidades; produciéndose así una temperatura bastante elevada para contrariar la perdida por los muros, vidrieras y ventilacion, dando, además, á los enfermos recipientes prolongados de calor en los cuales pueden ellos calentar sus manos, piés y tisanas. Las estufas deben desprender noche y dia cantidades de aire siempre puro, caliente en invierno y, en cuanto sea posible, fresco en verano; regulado el volúmen en razon al número de lechos. Los conductos de evacuacion de aire se practican en las paredes, con bastidores y correderas regulatrices, instalándoles detrás de cada lecho ó de la mesa de cabecera.

Una chimenea de tiro que emane del piso con hogar directo en la parte inferior, cerca del aparato de calefaccion, producirá una ventilacion mas igual y fuerte que las chimeneas colocadas en algunos edificios en la parte superior cerca de la cubierta.

Aconseja tambien M. Peclet, como sistema fácil y económico, estufas de doble cubierta que viertan aire caliente en las salas, y chimeneas de aspiracion laterales con pequeñas estufas de tiro; ó en fin, grandes chimeneas establecidas en las salas y bajo las cuales se coloque una estufa en que se encienda fuego para la renovacion del aire.

Para evitar la corriente del que penetra en las salas por efecto de la ventilacion, se procurará que las aberturas de entrada sean de gran seccion, y por consiguiente de débiles velocidades que no pasen de 1^m por segundo. Las aberturas de aspiracion deben ser de igual tamaño, y disponerse, como ya hemos dicho, detrás de cada lecho para rodearle de aire perfectamente puro. Este se procura llegue al centro de cada sala por enrejados hechos en las placas de fundicion puestas sobre los tubos de calefaccion, ó por estufas metálicas caldeadas directamente por el agua caliente ó vapor. A todas las entradas y salidas de aire deben agregarse correderas ó registros que regularicen la intensidad de la ventilacion.

1616. La *ventilacion mecánica-impelente*, cuando se puede utilizar el vapor perdido en las máquinas de calefaccion de baños, hornos, lavaderos, cocinas, &, disponiendo gratuitamente del motor, ha rendido ya importantes servicios en algunos hospitales y otros edificios públicos, como la Casa de correos de Lóndres, la Cámara de representantes de París, fábrica de armas de Châtellerault, talleres de cristalería de Bacarat, &. El aire fresco se toma en la parte superior del edificio por una canal vertical hecha en uno de los pilares ó entrepaños: aspirado luego con un ventilador movido por una máquina de vapor horizontal, es al fin impelido por el mismo ventilador haciendo marchar al aire á lo largo de un conducto de palastro en el corredor subterráneo, y de aquí por varios conductos de mampostería entre los muros. El aire se distribuye así á voluntad en todas las habitaciones, no introduciendo en cada una mas que la precisa cantidad regulada por medio de llaves y registros que tienen los conductos á la entrada de las salas. Con este procedimiento el aire es siempre puro sin exponerse á aspirar por las ventanas el impuro de los apartamentos inmediatos; siendo, además, la ventilacion contínua aunque se hallen algunas ventanas abiertas. Así, la ventilacion natural, que no es bastante á impedir la artificial, sin embargo que en verano se hallen todas las ventanas abiertas, viene á ser innecesaria por este sistema. Las canales que pasan por entre las paredes se deben terminar con placas de fundicion agujereadas. Por estas canales marchan los tubos de vapor que van á calentar las estufas de agua colocadas en los diferentes cuartos. De esta manera el aire que en invierno entra para la ventilacion, resulta á una buena temperatura, á que se agrega la producida por el calorífero. El aire impuro es aspirado por aberturas colocadas en la parte superior é inferior de los muros subiendo hasta la cubierta donde entra en una chimenea general que le conduce al exterior: parte de él sale por la union de las ventanas.

Este sistema es el seguido en la ventilacion del hospital de Lariboisière para 3 de sus pabellones: introduciéndose con una máquina de vapor horizontal de 8 á 10 caballos 60^{m3} por hora y lecho. La máquina toma el vapor de las calderas destinadas á la calefaccion de estos 3 pabellones por medio de estufas de agua y vapor situadas en cada sala. El calor perdido de la máquina se emplea en calentar los baños, lavaderos y hornos.

1617. Ventilacion de teatros.

La ventilacion de los teatros está íntimamente ligada á su calefaccion, una vez que para poder expeler volúmenes considérables de aire impuro es preciso introducir una cantidad de aire puro, caliente en invierno y fresco en verano. Este aire, caldeado por caloríferos de aire caliente á 25 ó 30° centígrados, se intro-

duce en los vestíbulos, escaleras, corredores y palcos. Para la ventilacion del foro se aprovecha el calor de la lucerna, estableciendo sobre ella una ancha chimenea terminada por una montera y cerrada á voluntad por uno ó dos postigos. El aire puro y caliente debe penetrar en el mismo foro para reemplazar el impuro allí contenido, y que se hará salir por una de las dos disposiciones siguientes, segun propone M. d'Arcet, sin molestar en nada á los espectadores.

Una de ellas consiste en introducir en la sala el aire caliente y puro de los corredores inferiores por medio de tubos pequeños que, pasando por entre las paredes, lleguen á través de los pisos de los palcos á salir bajo su delantera. Para la otra disposicion que es mas sencilla, se establece un falso piso bajo el de cada palco, á cuyo espacio se atrae el aire de los corredores haciéndole desembocar del propio modo que antes hemos dicho. El aire penetra así en la sala en sus mejores condiciones de pureza, sin dar lugar á corrientes dañosas ó desagradables, y extraido por la lámpara (que hace las veces de hogar) sale despues por la chimenea.

Para una sala que pueda mantener 2000 espectadores, se deben contar 20000^{m3} por hora, á razon de 10^{m3} por cada uno. Siendo la velocidad mínima de 2^{m} por $1''$ (velocidad que es regularmante mayor en práctica) bastará una chimenea de 3^{m2} de seccion, con lo que se aspirarán 21600^{m3} en 1^{h}.

Para introducir este volúmen de aire basta una velocidad de $0^{m},5$ por segundo; lo que dá 12^{m2} para la suma de las secciones de entrada de aire en la sala. Para obtener tambien una ligera ventilacion en el fondo de cada palco se establecen en sus tabiques tubos de pequeño diámetro que van del palco á la chimenea de tiro por entre las paredes principales. Deben igualmente ventilarse los escusados por cualquiera medio de una manera contínua y poderosa.

1618. Los caloríferos deben estar en accion una hora por lo menos antes de la representacion, haciendo por mantener despues la ventilacion á 15 ó 16° poco mas ó menos, lo que es fácil conseguir forzando la calefaccion ó aspiracion de la chimenea. Para lo último basta subir un poco la lámpara, con lo que subirá tambien la temperatura de la chimenea, estabeciéndose la ventilacion en buenas condiciones. Para obtener la sala fresca en el verano se abren puertas y ventanas durante la noche y se cierran por el dia. Al abrirse el despacho se ventila el foro primero con el aire de los sótanos y despues con el exterior, luego que la temperatura ha descendido á 15°. Esta ventilacion en verano es la mas difícil, pero con chimeneas de gran seccion y el buen manejo de la lucerna se consiguen siempre buenos resultados.

Los tubos de ventilacion directa, puestos en el fondo de los palcos, permiten hacer llegar toda la voz del actor cerrando completamente la chimenea de tiro del escenario y disminuyendo el paso de la lucerna. Cuando en una representacion se produce un gran desprendimiento de polvo y humo se procede de un modo contrario, cerrando toda aspiracion en el foro y abriendo la del escenario.

1619. Ventilacion de escusados.

La ventilacion de los escusados en una casa particular es de suma importancia: en un establecimiento público, sea colegio, pension, teatro, cuartel ú hospital, es una de las condiciones fundamentales de salubridad. En un hospital sobre todo, cuyos gabinetes están necesariamente muy próximos á las salas de los enfermos, y sin otro lugar intermedio que un vestíbulo cerrado, vertiéndose en ellos materias fecales y otras pútridas de toda naturaleza, y donde las salas elevadas, bien aireadas y frecuentemente ventiladas por aspiracion, ejercen un tiro enérgico sobre los asientos y fosos, conviene y es de todo punto necesario combatir la aspiracion ascendente de estos gases deletéreos por una buena ventilacion

descendente constante y poderosa. El tiro debe directamente obrar sobre el mismo foso y no sobre la cuveta, para que los gases desarrollados por la fermentacion no esten expuestos nunca á desprenderse bruscamente y escaparse por el asiento. En un hospital se tiene siempre á su disposicion un medio enérgico, regular y económico de tiro por medio del hogar de un hornillo de servi-
Fig. 645. cio H (*fig.* 645), del cual pasa el humo á un tubo de fundicion que sube 4 á 5^m por una caja ó canal de ladrillo de gran seccion C, puesto en comunicacion por otro canal subterráneo D en la parte superior del foso F. Esta chimenea de tiro C debe subir hasta fuera de la cubierta sin disminuir de seccion, poniendo encima un sombrero metálico ó de piedra para impedir que la lluvia enfrie el interior del canal. Esta disposicion ofrece el medio mas simple, constante y fuerte de aspiracion que se puede usar.

Fig. 645. En el hospital de Lariboisière la ventilacion de los escusados Y Y′ (*fig.* 645), está arreglada de este modo, contándose 20^{m3} de aire por hora, ó 0^{m3},055 por cada asiento en 1″. Y como estos asientos tienen 0^m,1 de diámetro y 0^{m2},007 de seccion, la velocidad será en ellos de 7^m; con la cual se garantiza ó se puede asegurar que no habrá contra-corrientes. El volúmen total por los 9 asientos que allí existen es de 180^{m3}. El canal subterráneo y la chimenea de tiro están calculados á 0^{m2},125 de seccion, lo que dá una velocidad de 0^m,4 por 1″ que se puede tomar por base.

1620. En el hospital de San-Luis, cuyos gabinetes escusados estaban sobre las escaleras, careciéndose además, de hornillos, se siguió por M. d'Arcet un sistema que puede imitarse con igual y excelente éxito que allí se produjo; consistente en colocar en medio del canal de tiro una fuerte luz de mecha que al propio tiempo sirve de alumbrado á la escalera al través de una vidriera perfectamente cerrada.

1621. Se puede tambien hacer subir por el interior de una chimenea de cocina, que por lo regular está siempre cubierta, un tubo metálico á partir de lo alto del foso. Para que no haya retroceso en el tiro y por consiguiente mal olor en la cocina, debe siempre dejarse fuego encendido. En las cárceles se hará concurrir el tubo de ventilacion al general de tiro para la de todas las celdas.

1622. En *los teatros* los gabinetes suelen dar inmediatamente sobre los corredores que rodean los palcos, estableciéndose comunicacion por las puertas á todo el foro. Será, pues, conveniente establecer antecámaras con ventanas al exterior, ó mejor disponer una chimena particular de tiro que en verano se entretiene con una lámpara, y en invierno haciendo concurrir á ella tubos de humo del aparato de calefaccion. En este caso debe abrirse comunicacion entre el tubo de tiro y el gabinete ó su ante-cámara para que se produzca la ventilacion.

1623. En *los cuarteles* se dispondrá igualmente un tubo metálico de 0^m,40 á 0^m,45 de diámetro que, comunicando con un canal subterráneo de 0^{m2},15 de seccion á partir de lo alto del foro, vaya por el interior del conducto de la chimenea de las cocinas, cuyos hogares estan generalmente encendidos unas 12 horas. Se tendrá así una ventilacion perfectamente eficaz contra todo retroceso que pueda temerse de los gases desprendidos de la caja del escusado.

Para prevenir los malos efectos de los orinaderos, cuyos líquidos amoniacales pasan los muros y originan ese pestífero y penetrante olor que tanto incomoda á los soldados y vecinos al cuartel, se deberá; 1.° renovar con frecuencia los enlucidos de la pared, bajo la que se disponen los orinaderos, agregando una lámina de zinc; y 2.° rodear este lugar de una pequeña construccion cubierta y cuyas puertas y ventanas sean de poca seccion para que los olores interiores no se puedan esparcir afuera; consiguiéndose, por el contrario, que todos los gases vayan al

foso comun abriendo comunicacion á la canal de aspiracion establecida por medio de 2 á 3 agujeros de $0^m,25$ de diámetro, desde el cuarto al primer depósito de orines. Con estas precauciones, el lavado constante de la cuneta, muros y pavimento por medio de agua acidulada, procurando, además, que á todo lo largo de la pared, bajo la cual se establece el meadero, haya una caida constante de agua tangente á la pared misma, se conseguirá, en cuanto es posible, una completa salubridad en los cuarteles por lo que respecta á los escusados.

1624. En *las casas particulares* se acostumbra á colocar los escusados junto á las cocinas y escaleras; resultando de aquí: 1.º que en verano las escaleras puestas al medio dia con aberturas en los muros se calientan demasiado por el sol, y producen corrientes muy enérgicas, y aun malos olores si las aberturas ó claraboyas están en la parte superior de la caja; siendo entonces estas mismas aberturas verdaderas chimeneas de tiro que aspiran el aire infecto de los escusados y su foso: y 2.º, si los gabinetes estan cerca de la cocina ó en las cocinas mismas, como desgraciadamente se practica en Madrid en muchas casas, el calor que existe en este lugar produce un tiro directo del escusado, cuyos gases se reparten por el resto de las habitaciones antes que puedan llegar á la chimenea del hogar.

Para prevenir estos malos efectos, debe ponerse el foso en comunicacion por la parte superior con un tubo ascendente de fundicion de $0^m,27$ á $0^m,30$ de diámetro, siguiendo hasta fuera de la cubierta. Este tubo debe pasar interiormente á los muros entre dos conductos de chimeneas de cocina. En defecto de estas medidas, que se deben tomar al tiempo de la construccion, será fácil en verano determinar un tiro suficiente por medio de pequeñas lámparas ó mecheros de gas. Las cunetas deben ser inodoras, cerrándose en lo posible herméticamente.

M. Barrel aconseja establecer en los muros al norte la toma del aire que viene á desembocar en los gabinetes escusados, y el tubo de aspiracion en los muros expuestos al medio dia; lo cual es suficiente á tener una corriente siempre enérgica.

ALUMBRADO.

1625. **Propiedades físicas de la luz.**

La luz se propaga en línea recta, siendo la velocidad de sus rayos 70000 leguas por segundo. Su intensidad disminuye en razon inversa de las superficies de las secciones del cono de luz, es decir, en razon inversa del cuadrado de las distancias.

1626. **Materias empleadas en el alumbrado.**

Son de tres clases, *sólidas, líquidas* y *gaseosas*.

Las materias sólidas son: 1.º las ramas de madera resinosas y aun las resinas mismas, como teas de pino, y la brea sacada de una especie del *mangifera* mezclada con aserrin de *molave*, á cuya mezcla llaman *Jucpe* los Filipinos; 2.º las velas de sebo; 3.º las bugías propiamente dichas, fabricadas con la cera de abeja, y las llamadas de *esperma*, hechas con el blanco de ballena y los ácidos margárico, y esteárico.

La tabla siguiente manifiesta el consumo de velas y bugías en una hora y su claridad relativa, representándose por 100 la de bugía de cera de 8 en kilógramo, ó 4 en libra.

	CONSUMO en una hora.	CLARIDAD relativa.
	gramos.	
Velas de sebo de 6 en libra ó ½ kilógramo	9,53	84
Bugías esteáricas..4	10,63	98
Id.........5	10,16	92
Id 6	9,84	89
Id.. 8	9.22	82
Bugías de cera....4	9,37	100
Id.........6	8,59	92
Id.........8	7,66	83
Bugías de esperma.4	10,31	118
Id.........5	9,22	100
Id.........6	8,53	96

Dividiendo los números de la tercera columna por los de la segunda, se tienen las cantidades relativas de luz producida por el mismo peso de las diversas materias empleadas: se encuentra así que siendo 100 el poder luminoso de la cera, los de sebo, ácido esteárico y esperma son 80, 84 y 104.

Los líquidos empleados en el alumbrado son generalmente los aceites grasos de aceituna, simiente de colza (col silvestre), simiente de nabo silvestre, de adormideras, de clavel, y el de *coco* preferible á todos por su claridad y duracion.

1627. **Alumbrado de gas.**

El gas que se utiliza en el alumbrado se extrae de la hulla, resinas, ácidos crasos de toda especie, y de casi todas las materias orgánicas; puesto que dán por la destilacion *carburos de hidrógono gaseoso*, principio esencial del gas de luz.

La llama que produce es tanto mas brillante cuanto es mayor la densidad del gas, y cuanto el hidrógono tiene mas carbono y la temperatura del aire alimenticio, como asimismo la de la llama, son mas elevadas. La luz que proviene del gas de hulla es de menos efecto que la del gas de aceite; como lo han demostrado varios experimentos, de los que se deduce que siendo la densidad del primer gas 0,529 y 0,960 la del segundo, la potencia aclarante de este resulta ser 272 por 100 de la de aquel.

El costo del alumbrado de gas en Madrid el año 1850 era próximamente igual al que hubiera resultado con aceite de aceituna.

El gas que proviene de la destilacion del aceite tiene 1,054 de densidad en el momento de su preparacion; y segun que se consuma en este instante ó dos á cuatro dias despues, se deberán quemar 506 á 544 y 607 centímetros cúbicos para obtener la luz de una vela de seis en libra. Para el gas de hulla estos números son respectivamente 1012, 1087 y 1164.

El mechero es metálico, ensanchado en su extremo, soldado á un anillo ó corona metálica, y lleno de agujeros circulares, cuyo diámetro varía de ¼ á ½ milímetros, por los que sale el gas. Están espaciados 3 milímetros y son generalmente 20 por cada mechero. El vaso ó depósito inmediato á los mecheros tiene $0^m,06$ de diámetro por $0^m,14$ á $0^m,18$ de alto. Los mecheros llamados de *murciélago* ó de abanico se forman de una esfera hueca de acero, de 6 milímetros de diámetro unida á tornillo al cuello del vaso. En esta esfera se abre una hendidura de ⅙ de milímetro de ancho, por la que sale el gas.

1628. **Retortas.**

Las retortas que sirven para la destilacion de la hulla deben ser de buena fun-

dicion gris (ni demasiado agrisada ni demasiado blanca), á fin de que no sean muy permeables al gas ni muy quebradizas. Vaciándolas verticalmente se obtiene mas regularidad y uniformidad. Tienen $0^m,035$ de espesor, y su longitud ordinaria varía de $1^m,624$ á $2^m,274$: su anchura interior es de $0^m,487$ á $0^m,65$, y su altura de $0^m,27$ á $0^m,4$. Algunas veces no se coloca mas que una sola retorta en un horno: otras veces hay 5; pero lo mas frecuente es poner 3. Las hay tambien de tierra refractaria, que se emplean únicamente cuando el material es de excelente calidad y los operarios de los mas hábiles. La figura 639 manifiesta la que inventó M. Taylor, por la que obtuvo privilegio en 1850. Es doble ó se compone de dos cajas que ofrecen las ventajas explicadas en la lámina.

1629. Cantidad y temperatura de la hulla.

El volúmen de hulla aumenta algunas veces, durante la destilacion, los $\frac{3}{8}$ del primitivo: por esto se cuida de no poner mas cantidad en cada retorta que la correspondiente á la mitad de su capacidad. La temperatura de la retorta debe ser constante durante la destilacion, y mantenida á un grado de rojo-cereza (1000° centígrado). La destilacion de una carga dura $4\frac{1}{4}$ horas para el buen carbon, y 5 á 6 horas para otro muy ordinario. Los operarios muy experimentados cargan y descargan una retorta en 2 á 3 minutos.

La siguiente tabla expresa el gasto de coke que tuvo en una fábrica de París la destilacion de un hectólitro de hulla de 80 kilógramos.

	Hectólitros.	Kilógramos.
Horno con una sola retorta...........................	0,75	31,5
Horno con 2 adosadas.................................	0,55	23,1
Horno con 5 no adosadas..............................	0,54	22,75
Horno con 5 adosadas.................................	0,45	18,90

En general, la destilacion de 100^k de hulla exige 25 á 30 kilógramos de coke.

Con el fin de que las parrillas no se destruyan rápidamente, á causa de la temperatura muy elevada, se ha ideado mantener una pequeña corriente de agua en el cenicero.

La hulla que conviene mejor á las fábricas de gas, es la que se designó en Inglaterra con el nombre de *canal-coal*: su composicion es de 74,47 de carbon, 5,42 de hidrógeno, 19,61 de oxígeno y 0,50 de cenizas; y produce 320 litros de gas por kilógramo. En Inglaterra 1 hectólitro del peso de 80 kilógramos dá en término medio 22 metros cúbicos de gas. En Francia el carbon de Mons, muy propio para la destilacion, produce 20^{m3}. La hulla se debe usar seca.

1630. Condensador.

El gas, al salir por la retorta, pasa por un tubo ascensional de $0^m,1$ de diámetro, que llega á un cilindro horizontal de $5^m,4$ de diámetro, colocado delante y sobre el hornillo. Este cilindro contiene agua hasta cierto nivel determinado, en la cual se sumerge el tubo ascensional algunos centímetros, encurvándose para ello la suficiente cantidad. Al salir el gas del cilindro pasa á un tubo de fundicion sumergido en agua, en que se condensa el vapor arrastrado por el gas. Hallándose el condensador constantemente refrescado por un filete de agua fria, se calculará la superficie observando que 30 decímetros cuadrados bastan para condensar en un minuto el vapor contenido en 3 decímetros cúbicos de gas. Así, un horno en que haya 5 retortas, cada una cargada con 68 kilógramos, cuyo producto en 5 horas sería de 90^{m3} ó 300 decímetros cúbicos por minuto, exigiría un condensador de 30^{m2} de superficie.

1631. Purificador.

El gas pasa del condensador al purificador, caja (ordinariamente de fundicion) que lleva en su parte superior y sobre todo su contorno exterior una canalita con

agua, en la que se sumerge el borde de la tapa de la caja, obteniendo así un cerramiento hidráulico. Un tabique vertical, igualmente de fundicion, que se eleva del fondo hasta una corta distancia de la tapa, divide la caja en dos partes iguales. En cada uno de estos dos compartimentos y á la misma distancia vertical se ponen tres regillas de hilos ó varillas de hierro, y algunas veces placas de palastro llenas de agujeros. Estas varillas están sostenidas por listones fijos á las paredes de la caja y del tabique de division, soportando cada cual una capa de cal pulverulenta apagada, por la que pasa el gas desembarazándose del hidrógono sulfurado que contiene. Por este medio llega el gas cerca del fondo de uno de los compartimentos de la caja, y se desprende próximo al fondo del otro despues de haber atravesado 6 capas de cal.

En varias partes se ha adoptado el sistema de depurar el gas por medio de cuatro cajas como la descrita. En este caso atraviesa tres cajas una despues de otra mientras se carga en la cuarta; con lo que se obtiene un gas cuya pureza es la mas conveniente para el consumo; siendo suficiente un hectólitro de cal viva para purificar 600^{m3} de gas.

El inglés M. W.-R. Bowditch usa en vez de la cal, ó en combinacion de ella, otras materias no empleadas hasta ahora como la alúmina y todas las sales é hidratos de esta sustancia, ó la arcilla, ó cualquiera otra tierra aluminosa; por cuyo invento mereció privilegio en Mayo de 1854, despues de haber probado la experiencia que estas diversas combinaciones de alúmina son las mas ventajosas.

Para ello, reducida la arcilla á polvo fino, seco ó húmedo, se extiende en su lugar en el purificador como se hace con la cal por capas de 5 á 6 centímetros de espesor, bien sola ó alternadamente con otras capas de cal, pero de modo que la última lo sea de arcilla, para privar mejor al gas de todas las impurezas que contiene. La tierra empleada puede volver á servir si se ha tenido cuidado de exponerla al aire libre, hasta que haya perdido una gran parte de los resíduos del gas, volviendo á tomar su color natural.

1632. Lavador.

En algunas fábricas, luego que el gas ha salido del condensador, y antes de pasar al purificador, atraviesa tres lavaderos, generalmente de fundicion, donde deja las sales amoniacales y el amoniaco que aún contiene. Como el agua no puede segregar en su totalidad estas sales, se hace uso, por el procedimiento de M. Mallet, del cloruro de magnesia, que es un resíduo que proviene de la fabricacion del cloro y de los cloruros descolorantes. Se procura separar los gases por medio de papeles de estraza, siendo suficiente á la absorcion una presion de 2 á 3 centímetros, agitándolo bien para evitar se formen depósitos.

Para que la purificacion sea metódica se extrae la disolucion del primer lavadero, al que se hace pasar el líquido del segundo, y á este el del tercero. Este procedimiento hace muy propio el gas al tratamiento por la cal; siendo suficiente un hectólitro de esta última sustancia, si se emplean cuatro cajas, para purificar 1400 á 1500 metros cúbicos de gas.

A falta de cloruro de magnesia puede emplearse el sulfato de hierro de baja calidad, cuyo coste en París es de 8 francos por cada 100 kilógramos, y aun 5 á 6 francos si no está cristalizado. En caso extremo tambien puede emplearse el ácido sulfúrico dilatado para privar al gas de su amoniaco. Los purificadores deberán ser entonces de plomo.

Fuera de este procedimiento de M. Mallet se hace lo siguiente. Al salir el gas de los purificadores, pasa á una caja interior concéntrica á la primera y del mismo fondo: de la primera caja pasa á la segunda, atravesando hendiduras hori-

zontales hechas en las paredes de aquella: el agua se mantiene al nivel superior de estas grietas obligando al gas á atravesarla para llegar á la caja exterior, en cuyo paso deja gran parte de su amoniaco.

1633. **Gasómetro.**

De la caja exterior pasa el gas al *gasómetro*, cuya capacidad depende de la cantidad que debe consumirse en un tiempo dado. Si para el alumbrado de una poblacion fueran menester 4000^{m3} de gas en 10 horas, por ejemplo, y las retortas se cargaran seis veces en 24 horas, cada carga debería producir 667^{m3} de gas, correspondiendo al gasómetro unas cuatro cargas ó sean 2661^{m3}. Si llamamos h la altura del gasómetro y d su diámetro, haciendo, como conviene á la resistentencia $d = 2\,h$, tendríamos en el caso que nos hemos propuesto,

$$h = \sqrt[3]{\frac{2661}{\pi}} = 9^{m},5 \quad \text{y por consiguiente} \quad d = 19 \text{ metros.}$$

Por lo regular se aumenta la altura h de $0^{m},3$ á $0^{m},6$. Los gasómetros de las ciudades de Francia tienen de 15 á 20^{m} de diámetro: los de la capital de 30 á 35^{m}. Los de Madrid se aproximan mas á los primeros números.

Cualquiera que sea el gasto de gas en una fábrica deberán hacerse á lo menos dos gasómetros, á fin de poder atender siempre al alumbrado en caso de un accidente ó reparacion.

1634. Para que la distribucion del gas se haga convenientemente es menester que su presion llegue cuando menos á una pulgada de agua ($0^{m},023$): y como la presion en las retortas debe ser la menor posible, se procurará poner la fábrica en el punto mas bajo de la distribucion.

Para alimentar 2600 mecheros, cuyo consumo por cada uno sea de 4,6 piés cúbicos ($0^{m3},1$) de gas en una hora, siendo la presion de agua $0^{m},04$ ó $1\frac{3}{4}$ pulgada, el diámetro del tubo deberá tener $0^{m},162$: de donde resulta que la velocidad del gas será de $3^{m},6$ por segundo.

Se ha notado por experiencia que un tubo de $0^{m},108$ de diámetro, basta bajo la presion de $0^{m},23$ de agua para el paso en 1 hora de 280^{m3} de gas.

Para hallar los diámetros de los tubos de gas se siguen las mismas reglas que para los que conducen agua, no obstante que sea difícil fijar reglas invariables. Por precaucion debe darse á los de gas mas exceso en su espesor que á los del agua.

1635. **Tubos.**

Los tubos empleados para la conduccion del gas son de fundicion de hierro, y aun de plomo para los que tienen de diámetro de 8 á 40 milímetros. Se colocan debajo de tierra, á 1^{m} de profundidad para evitar los malos efectos de las heladas y las vibraciones de los carruajes.

Desde hace algunos años se usan tubos de palastro embetunado. Su diámetro varía de 2,7 á 40 centímetros teniendo de grueso 1 á 2 milímetros. La última dimension es suficiente para los conductos mas fuertes. El palastro, despues de empapado en un baño acidulado, se une con plomo sobre sus bordes; luego se encurva y dá la forma haciéndole entrar en un laminador de tres cilindros. Se desvian los labios ó rebordes del tubo, y se agujerean á la vez los dos costados para dar paso á los roblones de hierro estañado, que se fijan despues á martillo. En una de las extremidades del tubo se practica una garganta ensanchada por medio de dos cilindros de fundicion que llevan estrías inversas, poniéndolas alternadamente al tiempo de rodar uno sobre otro los expresados cilindros. Despues se suelda el tubo cuidadosamente. Esto hecho, se funde en la garganta en-

sanchada de la extremidad de aquel, por medio de un molde interior de hierro colado, una tuerca de metal duro inoxidable, semejante por su composicion al de los caractéres de imprenta, pero algo mas fortalecido por la agregacion de un poco de cobre roseta.

En la otra extremidad del tubo se cuela ó funde del propio modo, pero exteriormente, un paso de rosca en que entra el extremo contrario de otro tubo igualmente dispuesto. La union se hace en el momento de colocar el tubo, intimándola mas por medio de un enlucido compuesto de aceite y minio.

Para fundir las tuercas de gran diámetro emplea M. de Chameroy un molde de hierro en tres partes que se manejan y levantan fácilmente despues del enfriamiento. En tal estado el tubo se le llena de agua y se le sujeta á una presion de 15 atmósferas por medio de una prensa hidráulica. Si resiste bien se le embrea y envuelve en una cuerda de estopa que facilita la adherencia de la capa bituminosa puesta encima y compuesta de betun, tierra caliza, arena y un poco de resina. Un mandril que atraviesa el tubo á lo largo facilita el que este pueda rodar sobre una tabla donde se echa el betun recien sacado de la caldera, quedando así fuertemente adherido. Interiormente al tubo se le dá otra capa del mismo betun mas fino, que adquiere el brillo y pulimento del mas bello barniz. El precio de estos tubos, no obstante la série de operaciones que exige su preparacion, es menos de 40 por 100 que el de los de fundicion del mismo diámetro. Por esta razon y su gran fortaleza se han multiplicado ya, empleándolos en diversas cañerías para conductos de gas y de agua.

1636. **Contador de gas.**

Fig. 656. Es una especie de rueda de cajones, formada de palastro galvanizado (*fig.* 656) y colocado en un cilindro horizontal lleno de agua hasta un nivel conveniente. El tubo que conduce el gas penetra en el cilindro por la parte superior de uno de sus extremos, desembocando en el eje del aparato en *c*. El gas comprime entonces la paleta *a* del cajon A que llena, dando así movimiento á la rueda. En cuanto se llena un cajon pasa el gas que contiene por la parte superior al cilindro exterior donde se encuentra el tubo que le conduce al mechero.

Como el gas está obligado á pasar por los cajones del contador se concibe que conociendo la capacidad de estos y el número de vueltas de la rueda en un tiempo dado, se tendrá la cantidad consumida. Para verla á cualquiera hora se consultan las agujas de tres cuadrantes que hay fijos en la parte anterior del contador; las cuales al moverse con las paletas, indican los volúmenes de gas consumidos.

El contador se coloca perfectamente de nivel, en un sitio fresco, pero protegido contra las heladas, y dispuesto inferiormente á los mecheros que debe alimentar. Todos los meses debe registrarse para ver si el agua ha conservado su nivel. Si hay alguna diferencia, debida á la evaporacion ó condensacion, se introduce ó retira la necesaria por agujeros colocados á las alturas convenientes que se cierran á tornillo. Durante esta operacion se procurará cerrar la llave de comunicacion con la canalizacion de la fábrica.

1637. AGUAS.

El agua, como todo el mundo sabe, se halla sobrenando en el aire en estado de vapor. Se manifiesta bajó la forma de lluvia, nieve, granizo y niebla. Cuando se precipita en estado globuloso el agua nunca es pura, porque al atravesar la atmósfera arrastra consigo una multitud de cuerpos orgánicos é inorgánicos suspensos en el aire.

Se divide en agua de lluvia, de fuente, de manantial, de arroyos, de rios, lagos, estanques, algibes y pozos.

Las aguas de los pozos se diferencian de las naturales corrientes: 1.º en que parte de ellas se hallan estancadas: 2.º en que se renuevan muy poco á poco: y 3.º en que antes de llegar á los pozos han atravesado terrenos que contienen ó pueden contener sulfato de cal ó sales que las alteran sensiblemente.

Las de manantiales deben ofrecer, en razon á la diversidad de terrenos que recorren, muchas y notables variedades en su composicion.

Las de los arroyos y rios, resultados de las corrientes superficiales y subterráneas, tienen una intermedia composicion entre el agua pura y de manantiales. Con menos sales minerales que estas, tienen las de rios mas gases favorables por el contacto del aire atmosférico y mayor número de materias orgánicas.

El agua que se debe usar para la alimentacion y aun para la industria y agricultura, debe ser de buena calidad, produciendo entonces los mejores resultados en la vida; al contrario de lo que sucede en las aguas nocivas empleadas muchas veces por la ignorancia ó incuria.

1638. **Modo de conocer el agua.**

Para distinguir á primera vista el agua buena de la mala es menester que se presente fresca, delgada, cristalina y sin olor ni sabor alguno; que disuelva fácilmente el jabon sin formar grumos, y que pueda cocer las legumbres fácilmente y con prontitud.

El agua mala ó la poco potable tendrá, por cristalina que aparezca, un sabor desagradable, y á veces olor bastante sensible.

Uno de los medios sencillos para conocer las proporciones de los diferentes cuerpos que entran en el agua es la evaporacion. Si el resíduo que deja no pasa de 2 á 6 diezmilésimos de su peso, gozará de propiedades salubres. Mas si esta proporcion llegase á un milésimo, como suele suceder en aguas de pozos, sus propiedades serán seguramente malas.

Los procedimientos químicos son siempre los mas exactos, aunque hay mucho que desear aun para obtener resultados completamente satisfactorios. Son por otro lado estos medios engorrosos, lentos y de diferentes resultados, segun la calidad de los ingredientes y la práctica del analista; sucediendo que nunca concuerdan los diferentes ensayos de una misma agua.

1639. **Hidrotímetro.**

Con el hidrotímetro (*medida del valor del agua*) de Boutron y Boudet se procede con mucha mas rapidez (una á 2 horas) y con bastante aproximacion al análisis del agua, separando sus partes constituyentes, particularmente las bases térreas que son las que mas influyen en la salubridad. Es, además, este instrumento de un uso fácil para todo ingeniero que, en el campo ó sobre el mismo lugar donde brote el agua, quiera saber sus cualidades.

1640. **Su fundamento.**

El Doctor inglés Clarke, queriendo hallar manera de medir la *dureza* ó crudeza de las aguas, y apreciar en consecuencia, las incrustaciones y depósitos que ellas producen, aplicó la tintura alcohólica de jabon al expresado reconocimiento de las aguas, fundado en el conocido principio de hacer el jabon espuma persistente en el agua pura, sin que á iguales cantidades pueda la espuma aparecer en agua cargada de sales terrosas en disolucion, particularmente las bases de cal y magnesia; porque entonces queda neutralizado el jabon y reemplazados por un compuesto insoluble que se precipita en forma de grumos, fenómeno que vemos sucede cuando vulgarmente se dice que el agua corta el jabon. Pero como quiera que estos grumos solo aparecen en tanto que las materias térreas son mas en proporcion que el jabon que las ha de neutralizar, si agregamos sucesivamente la tintura del jabon hasta que no queden sales, y procuramos haya un corto ex-

ceso de la tintura (un decígramo por litro), agitando siempre el todo, verémos aparecer la espuma densa y persistente como sucedió en un principio con el agua pura. Siendo la diferencia de una á otra, ó pudiéndose apreciar sus calidades por la cantidad de jabon gastado: cantidad que por una feliz coincidencia determina un peso próximamente diez veces mayor que el de las materias térreas del agua ó este $\frac{1}{10}$ del correspondiente al jabon capaz de neutralizarlas.

1641. Descripcion.

Fundados en este principio los Autores, discurrieron el modo de clasificar con toda la exactitud posible y con rapidez las principales sustancias terrosas, especialmente las calizas y magnesianas, y los ácidos combinados en todas las aguas de pozos, rios, fuentes, lagunas, &.: á cuyo fin hicieron un tubo (*fig.* X lám. 127) de tal manera graduado que cada division del licor hidrotimétrico ó tintura alcohólica de jabon en él medida representa un decígramo de jabon neutralizado por cada litro de agua. De manera, que si en un frasco que contenga 40^{cs} del agua de ensayo (*fig.* Z lám. 127) se vierte á gotas y en distintas veces aquel licor (de que debe estar lleno el hidrotímetro con 1° de exceso sobre cero por necesitar 1° el agua destilada) agitando cada vez el frasco hasta que se note la espuma persistente, densa y de un centímetro de alta, el número de grados acusado en el tubo *ab* por el licor que queda indicará con verdad la cantidad de jabon neutralizado y el grado de pureza ó suma de las materias extrañas que contiene en disolucion.

Así, pues, conocido el número de grados hidrotimétricos, y por consiguiente el peso próximo de las sales, ó viceversa, si el exámen procede del análisis químico, nos podrémos servir de tan sencilla y clara manera de indicar las propiedades de las aguas con igual ventaja que en la industria dice el areómetro, por ejemplo, las distintas clases de aguardientes por el número de grados en él acusados. De modo que si 30° á 40° hidrotimétricos representan el límite del agua buena (y así es la opinion de hombres competentes) se dirá que la que acuse un número inferior de grados es mala ó de pocos satisfactorios resultados para los usos domésticos; y que será mejor la que, á partir de 40°, y teniendo principios iodurados, se aproxime al agua destilada, tal como la de Madrid provenente de Lozoya, que tiene 2°,5 hidrotimétricos.

Pasando de 100° el agua cuece con dificultades ó no cuece las legumbres, y gasta mucho jabon ó no llega á disolverle: por lo que no se la debe considerar como potable.

Hay, sin embargo, aguas mucho peores, que sirven á la alimentacion de varios pueblos; tales son la de San Nicasio en Ruen, que tiene 104°, y la de Belleville (París) que tiene 155°: pero son malsanas á causa de tantas materias extrañas que tienen, particularmente el sulfato de cal, que es la mas dañosa entre todas las sales.

1642. Detalle de clasificacion.

Verificado el análisis del conjunto, ó determinado el número de grados hidrotimétricos y por consiguiente el jabon neutralizado por las materias del agua que se ensaya, veamos cómo se puede proceder para determinar con separacion la cantidad y diversas clases de materias que se hallan en combinabion con el agua.

El siguiente ejemplo del análisis del agua medicinal de la *Fuente Santa* cerca de Carmona, servirá de norma para cualquier otro.

1.° Los grados hidrotimétricos del agua en su estado natural (determinados como queda dicho nn el número anterior) fueron............... 50°

2.° En consecuencia, el jabon neutralizado por cada litro de agua es 2°,50

3.° Precipitadas las sales de cal por 1^{c3} de oxalato de amoniaco para 40^{c3} de agua, la que quedó, (representante de las sales de magnesia y ácido carbónico) filtrada por el licor hidrotimétrico como antes, dió el número de grados.. 27°

Con lo que 50°—27°=23° son las sales de cal........................ 23°

4.° Hervida el agua, reposada y filtrada, la que quedó, (representante de las sales magnesianas y calizas), dió por el método hidrotimétrico... 38° de cuya cifra se quitan 3° por el carbonato que no ha sido desprendido ó precipitado por la ebullicion; siendo 50° — (38° — 3°) = 15°............ 15° el carbonato de cal y ácido carbónico.

5.° Los grados hidrotimétricos del agua hervida y filtrada, y precipitada por el oxalato de amoniaco como antes (1^{c3} para 40 á 50^{c3} de agua), ó las sales de magnesia que no pudieron precipitarse por la ebullicion, son 22°

Y pues que 27° era la representacion de las sales de magnesia y ácido carbónico, 27° — 22° = 5° será el *ácido carbónico*........................ 5°

Siendo tambien 23° la representacion de las sales de cal, y 15°—5° = 10° la del carbonato, quedará 23°—10°=13° para el sulfato de cal y otras sales 13°

Así, pues, con esto y la tabla siguiente de equivalencia de 1° hidrotimétrico por un litro de agua,

Cal....................................	1° = gr. 0,0057
Cloruro de calcio........................	1° = 0,0114
Carbonato de cal.........................	1° = 0,0103
Sulfato de cal...........................	1° = 0,0140
Magnesia.................................	1° = 0,0042
Sulfato de magnesia......................	1° = 0,0125
Cloruro de magnesia......................	1° = 0,0090
Carbonato de magnesia....................	1° = 0,0088
Cloruro de sódio.........................	1° = 0,0120
Sulfato de sosa..........................	1° = 0,0146
Cloro....................................	1° = 0,0076
Acido sulfúrico..........................	1° = 0,0082
Jabon á 30 por 100 de agua...............	1° = 0,1061
Acido carbónico..........................	1° = lit. 0,005

resultará

Materias térreas (*ácido carbónico, carbonato de cal;* &)........		50°
Acido carbónico....................	5° = 5×0^lit^,005 = 0^lit^,025	
Carbonato de cal...................	10° = 10×0,0103 =......	0^gr^,103
Sulfato de cal y otras sales á mas del carbonato..................	13° = 13×0,014 =........	0,182
Sulfato de magnesia................	22° = 22×0,0125 =........	0,275
	50°	0^gr^,56

Procediendo idénticamente con el agua de la Fuente Castellana (Madrid) se halló componerse de las sustancias siguientes, siendo el grado hidrotimétrico 18°.

	lit.
Acido carbónico	0,0075
	gr.
Cloruro de magnesia	0,0225
Carbonato de cal	0,0465
Sulfato de cal	0,0966
Cloruro de calcio	0,0296
Acido sulfúrico	0,0574
Cloro	0,0335
	gr. 0,2861

El ácido sulfúrico y el cloro se determinan de la manera siguiente.

Observados los 50° hidrotimétricos, se agregan 50° de disolucion de azotato de barita, lo que dá un licor de 100°. La reaccion del ácido de los sulfatos en disolucion sobre la barita origina un depósito de sulfato de barita que hace bajar el grado proporcionalmente á la cantidad formada de esta sal. Reposado y filtrado el licor descendió á 80°, dando una pérdida de 100°—80°=20° de ácido sulfúrico, que es lo que tienen estas aguas.

Para determinar el cloro de los cloruros se sigue la misma marcha, sustituyendo la disolucion del azotato de barita, por la del azotato de plata, que representa (como el de barita) 20° por 1^{c3}. De modo que siendo el volúmen de agua 40^{c3}, se le mezclarán $2^{c3},5$ de dicha disolucion. Reposado y filtrado el licor y tomada la diferencia á 100° que acuse nuevamente el hidrotímetro, se tendrán los grados de cloro.

Por la tabla anterior se tiene el peso de estos cuerpos multiplicando por los grados hallados los equivalentes allí puestos por 1° hidrotimétrico.

(Las disoluciones de estas sustancias forman con $2^{gr},16$ por 100 gramos de agua para el azotato de barita, y $2^{g},78$ por 100^{g} para el azotato de plata).

1643. Influencia de los diferentes cuerpos que suelen contener las aguas.

Toda agua de buena calidad debe tener aire en disolucion (14 milímetros de su volúmen) á causa del oxígeno cuya influencia es favorable.

El *gas ácido carbónico* es tambien necesario al agua en cierta cantidad (4 á 6 milésimas de su volúmen) por hacerlas mas agradables y facilitar las funciones digestivas.

El *carbonato de cal* en corta cantidad (medio milésimo) es útil á la digestion. Y si el ácido carbónico fuese excesivo, haciendo pasar el *carbonato á bicarbonato*, la sal resultante haria un análogo servicio al del bicarbonato de sosa de las aguas minerales alcalinas.

Las cales que contienen estas aguas convienen á la nutricion de los niños. En mayores proporciones el carbonato de cal es poco favorable, dejando depósito incrustado en las cañerías.

El *sulfato de cal* goza de diferentes propiedades que el bicarbonato, en razon á que no tiene como esta sal la propiedad de desprender un gas desfavorable á la accion digestiva.

Se puede, como todos los sulfatos, descomponer bajo la influencia de una materia orgánica y producir el gas ácido sulfídrico muy dañoso á las aguas.

Las *sales de magnesia* solubles pueden existir en mayor proporcion sin inconveniente alguno; antes bien, y mientras no sea con exceso, convienen á la alimentacion.

El *azotato de cal* poco favorable á la salud, bien que entre en el agua potable en muy pequeña proporcion, es conveniente á la vejetacion.

El *cloruro de sódio* que entra en muy pequeña cantidad (un millonésimo apenas) es mas útil que perjudicial.

El *ioduro y bromuro*, que generalmente vienen acompañados del cloruro, aparecen todavía en menor cantidad que este, siendo difícil descubrirlos; pero no solo convienen á la salud estas sustancias influyendo en ella considerablemente, sino que cuando las aguas carecen absolutamente de bromo é iodo las poblaciones enteras dejeneran pronto en el estado de *cretinismo*, despues de haber sido desfiguradas por la triste afeccion llamada *papera* ó lamparon. Las aguas muy puras, como las que se obtienen por la fundicion de la nieve, tienen la funesta propiedad de producir esta enfermedad. Para evitarlo en cuanto se pueda, se procurará que los alimentos tengan sales que lleven un poco de cada una de estas sustancias.

El berro y las algas del mar tienen una gran cantidad de ellas.

Las aguas estancadas y las de cisterna ó algibe dan lugar al desarrollo de pequeños vegetales criptogámicos, cuya putrefaccion es causa grave de insalubridad. Esto se remedia mezclando las aguas con un poco de carbon; pues que las materias carbonosas absorven los gases que se desprenden, impidiendo así la dicha putrefaccion de las plantas. En semejante principio se fundan los filtros que se manifiestan en las figuras 647 y 648. Algunos propietarios ponen, en vez de carbon, grandes trozos de azufre dentro de los algibes, y otros barras de hierro colado.

La figura 649 es un pequeño filtro inventado en Nueva-York, con aplicacion principalmente al agua que corre por las cañerías de la ciudad procedentes del Croton, aunque no hay inconveniente alguno en adaptarle á la parte inferior de una vasija cualquiera, cuyas aguas se desea purificar instantáneamente, haciéndolas pasar á lo largo del camino indicado por las flechas al través de arena cuarzosa. A la entrada y salida del agua en el filtro existen diafragmas de alambre muy fino de hierro, ó telas metálicas en las que el agua deja su impureza atravesándolas con la fuerza correspondiente á la velocidad debida á la altura de caida. Estos diafragmas deben limpiarse cada 48 horas.

A mas de las plantas acuátiles, existe como causa de insalubridad el exceso de humedad que se advierte en lugares sumergidos ó pantanosos, especialmente cuando en primavera y otoño están los terrenos sujetos á la influencia directa del aire, que es cuando se manifiestan las fiebres endémicas, atacando poblaciones enteras, á causa de los corpúsculos orgánicos desarrollados en tales terrenos. Conviene, por tanto, procurar en lo posible el desagüe de los pantanos, como se hace constantemente en Inglaterra y otras partes con visible mejora de la salud pública.

Hemos dicho ya que para mejorar las aguas de los algibes conviene echar en ellos cisco de carbon de turba ó de sarmiento, ó bien azufre ó hierro colado. Conviene, tambien, hacer pasar antes las aguas por un depuratorio ó purificador de cualquiera forma, con tal de tener ó componerse de tres capas, dos de arena y una en medio de carbon: cuando el agua es de lluvia basta una capa de arena limpia. Si el purificador se coloca á cierta altura del suelo (pero siempre debajo del cañon de entrada), se hará porque el agua caiga en forma de lluvia, disponiendo varios agujeros en el fondo de aquel, á fin de que no se lastime el del algibe. La caja de que se componga el purificador se hará de cualquiera materia en que no entre plomo ni cobre ó cualquiera de sus aleaciones.

Para saber la capacidad que debe darse á los algibes, segun las necesidades que deben llenar, puede servir de dato para España que el agua caida por año en término medio viene á formar una columna de $0^m,69$ á $0^m,70$ (30 pulgadas).

1644. COCINAS.

Son de dos clases especialmente distintas; *ordinarias* ó *económicas*, segun los hornillos que las constituyan. Respecto de las ordinarias las hay de diferentes especies, segun que se emplee como combustible la madera, el carbon vegetal, el carbon mineral ó dos de estos combinados: generalmente son de mampostería. Las económicas se hacen de hierro solamente ó de hierro y ladrillo refractario.

Unas y otras pueden contener un hornillo, comun á varios hogares del combustible, ó componerse de cierto número de pequeños hornillos encargados cada uno de cocer separadamente la comida que se le disponga.

Los hornillos de las cocinas ordinarias son cuadrados, circulares ó elípticos. Se disponen generalmente sobre un poyo con arquería debajo para colocar en ella la leña ó carbon á mano, ollas, &. Siendo los económicos de formas muy variadas, nos limitarémos á indicar uno mixto de ladrillo y hierro que ha producido muy buenos resultados. Consiste en un canal de ladrillo refractario en direccion recta ó circular (segun el espacio de la cocina), de seccion trapezoidal, cuya base mayor, que es la superior, tiene 1 ½ pié de ancho y 1 la inferior: se cubre con una plancha da hierro colado de ½ pulgada ó 1,2 centímetros de espesor, en la cual van los agujeros de distintos tamaños y formas para diferentes vasijas. En un extremo está el hogar, (tambien de hierro forrado de ladrillo), un poco inferior al canal, y debajo el cenicero: en el extremo opuesto existe el tubo-chimenea de palastro y 6 pulgadas de diámetro, que continúa hasta fuera del tejado. Alimentado con leña este hornillo guisaba en menos de la mitad del tiempo y con menos de la mitad de combustible que otro ordinario de iguales condiciones, con la ventaja de ocupar menos espacio, y no haber la incomodidad del humo, que nunca puede completamente evitarse en las chimeneas ordinarias, ni ser tanta la exposicion de incendio.

1645. Las cocinas, cualquiera que sea la clase de sus hornillos, deben ser espaciosas y ventiladas, y tener, siempre que se pueda, además de un cuarto para el cocinero, otros dos para despensa, repostería y confitería. El fregadero debe disponerse inmediatio á un patio ó sitio donde puedan verterse las aguas sucias, sin molestar á nadie con el mal olor que exhala el hidrógeno sulfurado que de ellas se desprende; acerca de lo cual hablarémos despues. Su situacion depende de la clase de edificio á que pertenecen. En los palacios y casas grandes suelen disponerse en subterráneos, dándoles luz por medio de ventanas que atraviesan la bóveda que las cubre, ó elevando esta sobre el piso de la calle. En las casas particulares aisladas, se colocan en un patio ó sitio algo retirado para evitar incendios. En las habitaciones ordinarias de las grandes ciudades se procura, por lo menos, alejarlas de las piezas principales, aproximándolas al comedor; sus ventanas deben caer á un patio interior. En Madrid, cuyas habitaciones son tan pequeñas y ahogadas, no puede evitarse, á veces, el ponerlas en contacto con varias piezas de frecuente uso.

1646. **Chimeneas.**

La parte mas esencial de las cocinas es la chimenea ó tubo por donde sale el humo desprendido del hogar, debiendo tener suficientes dimensiones para este fin y la necesaria ventilacion. Ordinariamente se les dá 3 piés de ancho y 10 pulgadas de profundo, y 4 á 5 piés con igual profundidad para las casas grandes. Su forma es rectangular, y el material de que se se componen ladrillo y mezcla or-

dinaria ó yeso. Pero tanto las dimensiones, como la forma y mezcla de yeso, conviene variarlas por las razones que siguen. En primer lugar, y respecto á la forma debemos observar que se ha reconocido por experiencia y se demuestra que las chimeneas circulares son preferibles á las rectangulares, porque, siendo uniforme la resistencia en toda la superficie interior se dificultarán en ella las dobles corrientes que tienen lugar en los tubos cuadrados, particularmente en aquellos cuya anchura es bastante mayor que la profundidad; puesto que, siendo mayores las resistencias en los extremos, se formarán mas fácilmente las corrientes en descenso. En cuanto al área de la seccion se ha reconocido igualmente que un tubo de 15 á 20 centímetros de diámetro ó 3 á 4 decímetros cuadrados es casi siempre suficiente. Respecto al material se preferirá el ladrillo á cualquiera otro, haciendo que el tubo ó tubos, de los diferentes pisos queden interiores ó comprendidos en el grueso de la pared, dispuestos, en cuanto se pueda, como indican las figuras 652 á 656, ya fuese circular ó rectangular la seccion de la chimenea. El yeso, muy empleado para las campanas y tubos, no tiene mas ventaja que la facilidad con que se maneja y el poco espesor que necesita para sostenerse y dar figura al cañon sin el auxilio de armaduras de hierro ó madera que aumenten el costo; pero en cambio sufren mucho con las variaciones repentinas de temperatura, á causa del calor del hogar y el agua ó humedad de la atmósfera, quedando el yeso expuesto á experimentar un principio de calcinacion que destruye insensiblemente la adherencia de sus partes, originándose varias hendiduras que dejan fácil salida al humo. Los tubos de fundicion quedan expuestos á las dilataciones y contracciones del material, de modo que, á no estar al aire ó fuera de la pared hasta la salida al tejado, presentan el inconveniente de poder destruir la mampostería del muro.

Los remates de las chimeneas pueden tener cualquiera forma exterior de que las figuras 650 y 651 presentan dos ejemplos.

1647. Medio para hacer desaparecer el humo.

Uno de los inconvenientes de las cocinas mal construidas, ó para las cuales no se hayan tenido presentes cuantos principios exige su buena disposicion, es el no poder hacer salir el humo desprendido. Proviene esto de varias causas; unas las explicadas para las chimeneas de sala (núm. 1568), y otras debidas, 1.° á la influencia de la lluvia y del viento en el hogar y extremo de la chimenea; 2.° á la de temperatura atmosférica; 3.° á la presion del aire; 4.° á su estado higrométrico, y 5.° á la influencia de los rayos solares. Entre todas ellas las dos primeras de viento y lluvias son las mas influyentes. Para evitar sus efectos se emplean diversos medios ó aparatos, fijos ó movibles. Como ejemplo de los primeros pueden servir los representados por las figuras 657 á 659 que son los mas á propósito por su eficacia y sencillez: bien que para emplear el de la figura 657 sea menester atender á la direccion de los vientos reinantes. Los movibles consisten generalmente en una montera de palastro que gira con el viento al rededor de un eje vertical. Las figuras 660 y 661 presentan un ejemplo. Tienen el inconveniente de que su movimiento se hace cada vez mas pesado y aun nulo por efecto de la acumulacion del rozamiento; atendido lo cual se prefieren los aparatos fijos. En unos y otros se cubre el palastro de una capa de brea para impedir la oxidacion; aunque es mejor emplear el hierro galvanizado ó bañado con una capa delgada de zinc.

Se emplea tambien para evitar el humo la llamada *báscula turca* (*fig.* 662), que *Fig.* 662.
consiste en una chapa de fundicion de igual ancho que la chimenea, y mayor largo que ancho, girando verticalmente al rededor de un eje horizontal sujeto á la

chimenea. Debe situarse la placa, segun se dijo para la figura 657, en direccion opuesta á la de los vientos dominantes.

La figura 663 presenta una excelente disposicion si se prescinde de los sacudimientos que puede sufrir la chimenea cuando el impulso de los vientos sea considerable. Por lo demás, unidas, como lo están, de dos en dos las puertas por medio de barras de mayor largo que ancho la chimenea, se abrirán aquellas de un lado y cerrarán del opuesto, segun sea la direccion del viento, quedando siempre suficiente abertura contraria á la marcha del aire.

1648. **Hornillos económicos para grandes establecimientos.**

Varian tanto en su forma y disposicion como hemos dicho sucede á los de las casas particulares. Todos ellos, sin embargo, pueden componerse de tres partes principales, y los mas completos de cinco. 1.ª La parte en que se prepara la cocion de los alimentos que exigen una temperatura elevada: se forma de placas de hierro situadas inmediatamente sobre el hogar. 2.ª Las ollas destinadas á la preparacion de caldos y cocion de legumbres y viandas. 3.ª La caldera de agua caliente para el alimento de las primeras y otros usos económicos. 4.ª Los hornos de asados. Y 5.ª las hornillas que deben mantener los platos calientes.

En cuanto al modo de caldear las ollas hay tres esencialmente diferentes; uno por la radiacion directa y circular del calórico desprendido del hogar; otro por medio del vapor á alta presion que se hace circular al rededor de las ollas; y otro, en fin, sumergiendo estas en el baño de maría, ó sea en una caldera abierta llena de agua salada, y calentada hasta una temperatura de ebullicion de 105° á 106°: cuyo último sistema presenta la ventaja de poderse mantener la comida caliente por mucho tiempo sin aumento de combustible.

El gasto para la cocion en el baño de maría, por el vapor y radiacion directa, está en la relacion de los núm.s 8, 10 y 11.

Se ha reconocido por experiencia que las placas puestas sobre el horrillo deben ser de hierro forjado con preferencia al de fundicion, empleándose listones de 0,5 centímetro de espesor y 1 decímetro de ancho. Se tiende sobre ellos una capa de arena, con el fin de evitar la gran pérdida de calor por la radiacion que de ellos emana cuando se hallan muy caldeados. Suponiéndolos á 300°, la pérdida de calor por hora y metro cuadrado equivale al producido por 1^k de combustible.

Las ollas deben ser de cobre estañado, y mucho mejor de hierro tambien estañado. Las destinadas para el agua caliente, cuya ebullicion no ha de pasar de 100°, se colocan en la parte posterior del hornillo, haciendo se calienten por el humo y la corriente de aire á su salida del hogar. Inmediatas á estas ollas, ó mas retiradas que las destinadas al cocimiento de caldos y legumbres, se ponen las de los guisados, cuya hondura ó profundidad es siempre algo menor.

Los hornos de asados consisten en cajas de fundicion ó palastro, abiertas únicamente en uno de los costados donde vá su puerta. Al rededor de ellos se hace pasar una corriente de aire caliente. Su colocacion puede tener lugar fácilmente debajo de las ollas de guisos; y tanto unos como otras convendrá se calienten por circulacion periódica de aire; á cuyo fin se pondrán registros que puedan interceptar á voluntad la corriente.

En general, los hornillos deben presentar un circuito al rededor de las ollas y calderas, para la libre circulacion del aire caliente; dejándose de distancia en distancia algunos pequeños orificios que puedan abrirse á voluntad para hacer salir los vapores que se produzcan durante la cocion de la comida.

Cuando los platos son numerosos, de modo que sea preciso prepararlos sucesivamente y servirlos con simultaneidad, como sucede en los colegios, conviene mantenerlos calientes hasta el momento de llevarlos á la mesa. Para esto se uti-

liza á veces la parte libre que queda en la superior del hornillo, que generalmente se halla á una temperatura bastante elevada: ó bien se hacen pequeñas cajas de fundicion ó palastro y de muy poca profundidad, colocadas entre la mampostería é inmediatas á la olla de agua caliente, pero de manera que solo llegue á ellas el calor perdido ó que haya de pasar á la chimenea.

Para un metro cuadrado de placa sobre los hornillos se debe contar con un gasto de 8 á 10 kilógramos de hulla por hora: la parrilla tendrá de 0^{m2},2 á 0^{m2},3 de superficie, á fin de que la combustion no sea demasiado viva, debiendo estar situada á 0^{m} debajo de la placa. El tubo central y la parte superior de la chimenea tendrán 3 á 4 decímetros cuadrados de seccion, aunque podrá convenir aumentar esta dimension á la chimenea y circuitos, particularmente si, habiendo un empleo útil del agua caliente, se enfriase mucho el humo. Los circuitos para las ollas de caldo pueden sin inconveniente alguno tener mayor seccion que los que se hallan en la parte inferior.

Las figuras 664 y 665 representan dos ejemplos de hornillos económicos de mediana magnitud; uno que cuece por medio del baño de maría, y otro por la radiacion directa del hogar. El primero tiene el inconveniente de, que hallándose la caldera y ollas inmediatamente sobre el hogar, ó calentadas por una sola corriente de aire, no puede variar el caldeo de una parte del hornillo sin que suceda otro tanto á todas las demás. Tampoco puede convenir esta disposicion á todas las necesidades ínterin no se le agreguen placas directamente caldeadas y suficientes á contener las viandas que exijan una alta temperatura. El segundo hornillo de las figuras 665 está muy bien dispuesto, en razon á que las 4 ollas que contiene se pueden calentar dos á dos por una sola corriente de aire, siendo posible modificar á voluntad el cocimiento en unas ú otras por medio de registros.

1649. **Hornillos para cuarteles.**

A los hornillos económicos de M. Ducel, que presentaban el inconveniente de no calentar con igualdad las ollas, y deteriorarse pronto la placa sobre que estas se hallaban, sustituyó el Capitan de ingenieros Chumara en 1832 las ingeniosas disposiciones que se manifiestan en las figuras 666 y 667, modificando la forma de las ollas y hogar, cuyo efecto es producir una gran economía de combustible. Las ollas son en número de 2 á 4. En el primer caso tienen por seccion horizontal un semi-círculo adosado á un rectángulo (*fig.* 666): y se disponen de *Fig.* 666.
modo que sus dos caras planas queden en frente una de otra, distantes entre sí 5 centímetros. En el segundo caso, cada una de las ollas tiene por seccion horizontal un sector igual á un cuarto de círculo (*fig.* 667), agrupándose al rededor *Fig.* 667.
de una línea vertical, de modo que la seccion comun sea un círculo completo: sus caras planas distan igualmente 0^{m},05. En uno y otro sistema las calderas se apoyan sobre círculos de hierro batido fijos al horno: el hogar se halla debajo, y el aire calentado circula al rededor de ellas antes de llegar á la caldera de agua caliente y chimenea. En esta se pone una válvula de tirador para graduar el calórico disminuyendo ó aumentando el tiro.

Tienen las ollas 4 decímetros de altura y una capacidad de 72 litros á fin de que, sin estar completamente llenas, pueda servir cada una al rancho de 46 hombres. Los bastidores en que reposan (fijos á la mampostería por medio de patas de hierro), se hallan divididos en 2 á 4 partes iguales por una ó dos traversas que forman los intérvalos de las calderas.

Se simplificarían mucho estas disposiciones suprimiendo completamente las piezas interiores de hierro, que son absolutamente inútiles, no conservando mas que el marco superior que sostiene los bordes de las ollas.

1650. De los experimentos hechos en 1829 resulta que un hornillo de dos calderas ha consumido en término medio 5^k de madera ó $2^k,67$ de hulla por olla y por cada rancho de 64 hombres. Con los medios antiguos el consumo de hulla era de 5^k. En los hornillos de 4 calderas el consumo fué de cerca de 4^k de madera y $2^k,21$ de hulla. El efecto útil ó el calor utilizado es de 0,88 para cuando se emplea madera, y 0,6 para cuando se emplea hulla.

De ambos sistemas es preferible el de hornillos para dos ollas apareadas en los cuarteles, y el de 4 en los hospitales, por la variedad de alimentos que se necesitan.

Como dijimos para los hornillos particulares, debe emplearse ladrillo y mezcla refractaria para el interior de los hogares.

1651. **Ollas-estufas.**

Se hacen fundidas y mejor de planchas de hierro, de forma cilíndrica de $0^m,6$ de alto y $0^m,48$ de diámetro, llevando en su interior otro cilindro concéntrico, tambien de hierro de $0^m,7$ de alto y $0^m,14$ de diámetro, donde se introduce el combustible, que por lo regular es de carbon de madera. En la parte inferior de este hay una parrilla, y el todo está montado sobre unas trébedes que elevan la olla cierta cantidad del suelo. Cada una de ellas tiene capacidad para alimentar una compañía de 130 hombres: su peso es de 94 libras ($44^k,3$). Economizan menos que los hornillos anteriormente descritos (aunque mucho mas que los ordinarios); pero son mas ventajosas en el concepto del menor costo de su fabricacion y entretenimiento, y por la facilidad de poderlas trasladar y guisar con ellas sin producir humo bajo cualquiera cobertizo.

1652. **Letrinas.**

Las letrinas son de todas las partes incómodas de una habitacion las que se soportan con menos facilidad por sus efectos deletéreos. Hay multitud de aparatos nodoros, de que presentan dos ejemplos las figuras 668 y 669, cuyas propiedades no llenan aun suficientemente el objeto que se proponen, tanto por distar de la perfeccion, cuanto porque exigen gran capacidad en el depósito á causa de las muchas aguas que se vierten para la limpieza cada vez que se hace uso de ellas. Conviene, por tanto, dar á los depósitos salida directa á alguna de las mas próximas alcantarillas. En caso contrario deberán limpiarse con frecuencia para no dar lugar á que se llenen. Se arreglará su capacidad tomando por base que por cada persona se pueden contar 100 piés cúbicos ($2^{m3},16$) al año, es decir, doble del que verémos se determina para los cuarteles en razon al exceso de aguas vertidas.

Para hacer las letrinas inodoras, sin el inconveniente de arrojar agua en ellas cada vez que se usen bastará levantar una chimenea que parta del depósito, agregándola un tubo que suba hasta fuera del tejado; el cual puede llevar en su interior un aparato de tiro, como una lámpara encendida, un ventilador de fuerza centrífuga, una hélice movida por un contra-peso, &.

La situacion de las letrinas debe estar aun mas retirada que las cocinas del resto de las habitaciones, pero no muy distantes de aquellas, á fin de poder verter en ellas las aguas sucias del fregado, siempre que lo permita su capacidad ó que exista la circunstancia de comunicar el depósito con alguna alcantarilla principal.

La figura 670 es un ejemplo de como se puede disponer una letrina particular para dejar separadas la parte líquida y sólida.

1653. **Letrinas de cuarteles.**

Deben situarse tambien distantes del cuerpo del edificio, haciendo una galería por donde se pueda llegar á cubierto. Cuando cumplen con igual condicion las

cocinas, pueden situarse detrás de estas las letrinas, al modo como se indica en las figuras 671 á 673. Las chimeneas de tiro se harán independientes de las de los fogones, situándolas á los extremos, y aún poniendo alguna intermedia si fuese necesario para la mejor ó mas completa ventilacion. La capacidad del depósito puede graduarse con algun exceso á razon de 50 piés cúbicos (1^{m3},08) por soldado en un año. Si la disposicion de las letrinas es tal que pueden quedar separadas las materias sólida y líquida, como conviene en muchos casos, y como indican las figuras, la capacidad del primer depósito disminuirá proporcionadamente. Importa en cualquier caso, y será preferible á todo procurar salida natural y directa á las vertientes del depósito, ya conduciéndolas á una alcantarilla general, ya llevándolas á un pozo perdido, ó bien haciéndolas desembocar en la mar ó un rio cuyas aguas no se utilicen para la bebida. En este supuesto bastará que el depósito sea una zanja suficientemente ancha y de gran pendiente, á donde se harán concurrir las vertientes de todo el cuartel. Para el caso de haberse de limpiar intermitentemente, se construirán escaleras y registros para entrar á la limpieza ó bien se dejarán imbornales hácia el fondo en las paredes del depósito con grandes pendientes hácia ellos, por donde se haga salir la materia á un foso que se abra en terreno inmediato, echando despues cal viva y terraplenándole seguidamente (véase el número que sigue sobre «albañales, &.»)

En vez de agujeros redondos, puestos sobre un poyo á cierta altura del suelo es preferible hacerlos en el piso, rectangulares ú oblongos, concurriendo á ellos las vertientes en planos inclinados, y separando uno de otro por medio de barras de hierro á igual distancia. Se regula un orificio por cada 50 á 80 hombres.

Cuando las letrinas se hallen fuera del casco del cuartel, conviene poner zambullos en las cuadras para evitar las enfermedades que se pueden originar al salir á una temperatura muy distinta de la del dormitorio.

Al frente de los asientos se construye una pequeña canal para servir de orinadero, revistiendo la pared de pizarra ó un enlucido fino impenetrable á la humedad, y procurando que á todo su largo haya una caida de agua constante que lleve consigo todos los depósitos del orin.

1654. Sótanos.

Los sótanos ó bodegas tienen por objeto conservar en toda su pureza los aceites, vinos y otras provisiones. Deben situarse lejos de las letrinas, calles, talleres, alcantarillas, y en general en todos los sitios en que puedan temerse filtraciones y vibraciones. Su disposicion será debajo de tierra y hácia el norte, sin quedar poco ni demasiado profundos, para que la temperatura sea en lo posible constantemente igual. Con este motivo tambien se les dará una moderada ventilacion, puesto que un exceso de ella reseca la madera de las cubas, y á poco las enmohece: igualmente conviene haya poca humedad, particularmente si fuese de madera la vasijería. Los vinos se colocarán en sitio separado del que tengan las otras provisiones, con especialidad las acidulosas ó cualquiera materia susceptible de fermentacion. Podrán, por tanto, hacerse uno ó dos pisos á la bodega, ó disponerla de modo que cada especie conservada exista completamente separada de las otras, haciendo para cada una de ellas una sala comunicante por una galería que tenga su puerta respectiva. Los techos de estas dependencias se cortan en la misma tierra, figurando en ellas una bóveda de medio punto ó gótica. Si el terreno fuere blando ó arenoso se volteará la bóveda con ladrillo ó piedra tosca.

En muchos pueblos de España se conservan los caldos en tinajas de barro y en otros en cubas hechas con duelas de pino. Su colocacion es en nichos abiertos en galerías ó pequeños cuartos dispuestos de distancia en distancia. Pero el m...

medio de conservacion del vino es en botellas perfectamente limpias y lacradas, colocadas en vasares á lo largo de las paredes del sótano.

1655. **Albañales, sumideros, meaderos, canalones.**

Las aguas sucias que corren del fregadero y otros sitios inmundos por los albañales á los sumideros desprenden olores pútridos, principalmente en el verano, llegando á veces á ser insoportables y malsanos por el hidrógeno sulfurado casi puro que en ellos se contiene. El mejor medio de librarse de sus efectos es procurar una constante limpieza con agua dulce, haciendo, en cuanto sea posible, por cerrar los tubos de conduccion, puertas ó válvulas que se abran al tiempo de dar paso á las corrientes.

M. Payen ha experimentado con éxito muy feliz que el hipoclórito de cal, vertido en aspersion, es el mas poderoso desinfectante que puede usarse para purificar el aire cargado de los vapores nauseabundos que emanan de pestíferos lugares. A este fin cuenta, que habiendo ido á visitar con varios sabios una tripería ó fábrica de cuerdas de tripa, era tal la fuerza del mal olor, que, no pudiéndole soportar alguno de ellos, se hubo casi de desvanecer. Hizo entonces varias aspersiones sobre el suelo con el hipoclórito de cal, y en pocos minutos se operó una completa metamórfosis, no quedando mas olor en el taller que uno muy poco perceptible de cloro.

En vez de neutralizar las manaciones que provienen de lugares infestados, es preferible impedir que se produzcan por medio del carbon y sulfato de zinc. Así, para limpiar un comun, por ejemplo, se introduce en el depósito, antes de vaciarle, una disolucion de sulfato de zinc en la proporcion de 3 por 100 del volúmen contenido. El efecto inmediato es retener la materia volátil ó gases deletéreos que producen tan mal olor, y alteran las pinturas, dorados, plateados, &. Si á este 3 por 100 de sulfato de zinc se le agregan 2 por 100 de polvo de carbon y ½ por 100 de aceite comun se obtiene entonces en el depósito una clarificacion. Al cabo de algunas horas se saca el líquido sin desprendimiento alguno de hidrógeno sulfurado.

Los canalones ó conductos de agua del tejado pueden ser volados cuando el líquido no se haya de aprovechar; en este caso se construyen de hojalata, plomo ó barro; pero como la mayor parte de las veces será conveniente utilizar el agua caida, ya para el fregado y baños, ó para alimento de las cisternas, se procurará llevarla por tubos de barro, hierro ú hojalata, recogiéndola desde el alero por una canal con pendiente hasta el tubo vertical que la ha de introducir en la cisterna. Lo propio debe hacerse cuando, no obstante de no utilizarse el agua llovida, se quiera impedir el salpicado que producen los canalones volados.

Los meaderos debieran proscribirse completamente en las casas particulares. Pero ya que, como en Madrid, existia la mala costumbre de haberlos en cada portal, fuera conveniente se hiciesen en un pequeño cuarto ó nicho con puerta que los separase del tránsito á la escalera, procurando darles una muy sensible pendiente hácia el sumidero que debe refluir en la alcantarilla próxima. En los teatros y demás lugares públicos donde es posible una inspeccion inmediata, además de situarlos en sitio oculto y retirado de la entrada, se pueden establecer inferiormente á un depósito de agua del que se hará salir de cuando en cuando por los dependientes un chorro que limpie los depósitos contenidos en la taza (que convendria fuese de porcelana) ó bien se hará que este chorro sea constante ya directamente sobre el fondo del meadero, ó saliendo como en cascada tangentemente á la pared de la taza. Esta pared debe ser de pizarra (si no es posible de porcelana), ó de cualquiera materia que no presente poros y tenga la propiedad de ser impermeable.

PROGRAMAS DE COMPOSICION DE EDIFICIOS.

1656. **Palacios de soberanos.**

Deben construirse en paraje aislado y principal de la capital, ó en el centro de grandes avenidas, rodeadas de jardines en cuanto sea posible, haciéndoles en este caso de planta simétrica por los 4 costados.

El estilo mas adecuado es el greco-romano, segun el cual se levantarán á sus frentes pórticos espaciosos de columnas sobre grandes escalinatas, que suban toda la altura del primer piso ó cuerpo del zócalo hasta el principal.

El patio ó patios deben tener su suelo inferior al de las galerías de arcos ó entablamentos que los rodearán, las cuales le corresponderán en el piso superior en el mismo órden de arcos ó columnas, ó bien podrán ser de arcos en el piso inferior y de columnas en el superior ó principal, coronando siempre el entablamento con estátuas de reyes ú hombres célebres.

A mas de estas galerias al patio, habrá en el piso principal

1.° Otra galería general, paralela á aquella y cerrada con muros y grandes ventanas, entre los cuales se abren nichos para estátuas, dando toda ella comunicacion á las viviendas y salones.

2.° Las habitaciones de familia, serán dependientes entre sí, pero con escalera diferente la de los reyes de las de los príncipes y oficiales de servicio, mayordomos y gentiles hombres. Las primeras se compondrán en general, de un gabinete-escritorio ó despacho, una biblioteca circular ó rectangular, con luces zenitales si el cuerpo superior lo permite, un salon particular con su antesala, un gabinete, alcoba, y antecámara, un salon de billar, un comedor, un salon de sociedad ó reunion de familia, roperos, inodoros inmediatos á las alcobas, tocador y cuarto de baño con fuentes de piletas adosadas á las paredes de estas últimas piezas. En los departamentos de príncipes habrá menos habitaciones y algo mas reducidas: y por cada gentil hombre y ugieres de servicio se hará un gabinete, despacho y alcoba.

3.° El salon del trono y recepcion de embajadores.

4.° Otros dos mas de baile y grandes reuniones ó festines, con otras piezas contiguas para refresco, ambigú y vestuario. En los primeros se harán tribunas para la música.

5.° Una capilla, que pueda seguir en su composicion el estilo general del palacio, ó hacerla del órden gótico del segundo ó tercer período.

6.° Un teatro.

7.° Una biblioteca general.......................... }
8.° Un salon-museo de bellas artes................... } Estos tres con luces zenitales.
9.° Otro de historia natural, geografía y ciencias... }

10.° Habitaciones para camaristas y azafatas de servicio.

En el piso entresuelo ó bajo estarán las oficinas y habitaciones de la intendencia, mayordomía, capellanes, médicos, maestros, guardia y servicio.

En el piso superior se tendrán las viviendas de azafatas y criadas.

En los subterráneos, aclarados y ventilados con ventanas superiores, se pondrán las cocinas, bodegas, despensas, almacenes, leñeras y otras dependencias interiores, mas las habitaciones de cocineros, reposteros, pinches, &.

Por separado se levantarán las caballerizas, guadarneses, picadero, cocheras y habitaciones para caballerizos, palafreneros, cocheros, postillones, picadores, lacayos y mozos de servicio.

En el jardin se harán estufas ó invernaderos de plantas, y pequeñas casas de recreo, kioskos, pajareras, glorietas, lagos y cascadas.

1657. El material empleado debe ser todo de piedra sillar de grano fino y consistente en los paramentos de los muros, y de mampostería ordinaria en su interior. Las paredes de division pueden ser de ladrillo ó piedra, y ellas y las demás interiormente estarán revestidas de chapas de mármol y jaspe en los grandes salones, y estucadas en los demás, ya se cubran ó no de seda y terciopelo: en el último caso se deben pintar al fresco. Los techos serán abovedados y enriquecidos de adornos, artesones y pintura al fresco; y donde la distancia lo permita bastará sean cielos rasos igualmente decorados que los anteriores. Las bóvedas serán en rincon de cláustro y planas en los salones rectangulares y cuadrados, ó vaidas en estos últimos; de media naranja en los circulares; de nicho en los testeros terminados en hemiciclo, y el resto como las primeras ó solo planas: procurando que en los salones-museos y de bibliotecas sean, como ya se ha dicho, las luces zenitales, para disponer de mas espacio y disfrutar de mejor vision. El material de las bóvedas puede ser de piedra, ladrillo ó hierro, y mejor aun de hormigon, no solo por el poco empuje, gran baratura y mas estabilidad que su cohesion ofrece, sino por la facilidad con que se presta al moldeo si ya no le llevase la misma cimbra. La madera de puertas y ventanas ha de estar perfectamente curada ó saneada, siendo de caoba, aceitillo, camagon, cenizo, &. ó cualquiera de las conocidas mas finas y vistosas.

Los pisos de los grandes salones serán de mármol: en las habitaciones de estancias ó de uso frecuente serán de madera machiembrada mejor que de mármol.

El alumbrado de gas y el consumo de agua se supone sea del surtido de la ciudad.

En todas las habitaciones habrá chimeneas mas ó menos lujosas, y grandes espejos sobre ellas.

1658. Cuando el terreno disponible sea menor del que requiere un palacio como el acabado de detallar, se dará al cuerpo del edificio mayor altura para que abrace un piso mas. En este caso el módulo del órden será suficientemente grande para que las columnas comprendan, como en el bello palacio de Madrid, los dos pisos principal y segundo, ocupando el tercero todo el entablamento: pero las ventanas del segundo serán $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{4}$ menores que las del principal, y las del tercero cuadradas y abiertas en el muro que corona la cornisa. Con esta disposicion el principal servirá ámpliamente para los reyes, el segundo para los príncipes y el tercero y entresuelo para los dependientes y oficinas en el mismo órden que se ha descrito anteriormente.

Siendo los pórticos el principal ornamento de los frentes no se debe nunca prescindir de ellos, procurando entradas bajas para los coches (cuando el órden se asiente sobre escalinatas) á derecha é izqnierda de estas, ó en los espacios á donde no lleguen los pórticos. Si no hubiera escalinatas, como sucede en el museo de pinturas de Madrid, la entrada principal será naturalmente por el medio del pórtico.

1659. Cuanto mas puro y menos recargado de adornos sea el órden odoptado, que para palacios suele ser indistintamente jónico ó corintio (este mas delicado y bello que el compuesto) mejor efecto hará el conjunto y mas corresponderá á la idea que debe presidir de buen gusto, elegancia y severidad magestuosa. Esto, no obstante, no quiere decir que si en algo se alteran los detalles del órden, con tal de no faltar á la proporcion y abusar de libertad (como generalmente sucede en los edificios franceses, siendo uno de ellos el pabellon de union al Louvre, casi plateresco por lo recargado de sus adornos) no pueda admitirse la variacion sin que se resienta la belleza de la composicion. Téngase presente en cuanto se haga, la seductora gracia, pureza de los perfiles y regu-

laridad de los edificios griegos, y la ostentosa elegancia, buena forma y gentileza de los romanos, y no se caerá en el eclecticismo del arte ni menos en las obras licenciosas y estravagantes de Borronimo y sus imitadores, verdaderas heregías artísticas.

1660. **Palacios particulares y casas de un solo inquilino.**

Segun la categoría y posibilidad del propietario que haya de levantar un edificio para su residencia habitual, puede imitar en menor escala el palacio anteriormente descrito, procurando en todo caso hacerle preceder de un jardin si no fuese posible situarle en su centro; ó por lo menos dejar un espacio proporcionado para este recreo y desahogo. En él se construirán las habitaciones del jardinero ó jardineros y conserje, la estufa, caballeriza, cochera y guadarnés, y sobre estas las viviendas de cocheros y lacayos.

El cuerpo del edificio no debe pasar de dos pisos, bajo y principal; y cuando mas tendrá uno segundo que ocupe todo el entablamento y sirva para habitaciones de dependientes y criados.

Para mas desahogo y mejor aspecto que quebrante la monotonía del órden, se puede hacer una torre-mirador al centro, ó dos ó cuatro torres en los ángulos de las fachadas principales, formando martillo con ellas ó haciéndolas salir bastante cantidad de los paramentos. En ellas se pondrán la biblioteca, teatro, capilla y billar en el entresuelo, cuartos de estudio y museos en el principal, y habitaciones de criados en el segundo piso.

Combinando diferentes trazas del cuadrado y círculo se puede variar al infinito la disposicion general, y hacer que la distribucion sea la mas á propósito y al gusto y necesidades que ha de satisfacer el edificio.

Si ha de situarse en el centro del jardin, convendrá que su traza sea simétrica; y de todos modos su arquitectura, que puede ser de cualquier estilo, debe cumplir con las condiciones antedichas al tratar de la proporcion, ornato y capacidad. Siendo el estilo el greco-romano, que es el mas generalmente seguido en esta clase de edificios, se procurará que, por lo menos, al frente principal tenga un gran pórtico de columnas que forme galería sobre escalinata ó directamente sobre el suelo; siguiendo luego el vestíbulo, habitacion del conserje, salas de recibo con antesalas, gabinetes de invierno y tocador, alcobas con sus inodoros y baños inmediatos, salon de reuniones, biblioteca, billar y comedor con cabeceras semicirculares; todas estas habitaciones con chimenea.

Al frente ó costados del vestíbulo se podrá situar la escalera principal, mas ó menos rica en proporcion al edificio; y en otro paraje ó por diferente fachada la de los dependientes y criados.

Si la extension del solar lo permite, se hará patio central, con jardin ó sin él, rodeado de galería de columnas que sostengan una azotea á la altura del primer piso, ú otra galería superior idéntica.

El material será de piedra ó ladrillo, ó de ambos á la vez. En el interior se podrán estucar las paredes y pintarlas y empapelarlas ó forrarlas de seda. Los techos se harán de bóvedas de ladrillo hueco ó tabicadas, ó bien se compondrán de cielos rasos con adornos en relieve y pintura, y los mas sencillos con pintura al temple, junquillos dorados y florones centrales. Los pisos en general son de losas de mármol ó loseta mosáico, y en algunos edificios (como convendría sucediera en todos) de madera machiembrada y á clavo perdido.

Los muros de las habitaciones de servicio en el jardin y los de cerca se harán en sus paramentos de ladrillo prensado de diversos colores, cuyas combinaciones ofrecerán variados dibujos, usándolos de plano y de canto en los entrepaños, cor-

dones y cornisas. Pueden tambien ser estas habitaciones de madera y ladrillo al estilo aleman y suizo, haciendo volar un metro ó poco menos los aleros de tejados, cuyas maderas se labrarán siguiendo un dibujo cualquiera de plantilla ó figurando canes, consolas, &; usando, en caso de necesidad, tornapuntas igualmente labradas, y contorneando todo el alero de uno ó dos tablones verticales labrados con remates de cresteria en todos ellos y otros mayores en los ángulos y caballetes figurando palmatas al estilo griego ó gótico ó fantástico.

Donde se pueda gastar mas se sustituirá la pared de cerca con una verja de hierro dulce, cuyos dibujos, mas ó menos graciosos, dependen del gusto particular del arquitecto. Se sustenta la verja sobre un pequeño zócalo de sillería, y se sostiene lateralmente por cada 3^m ó 4^m con pilares de piedra de igual estilo que el del palacio, sobre los que se fijarán estátuas ó jarrones.

1661. En las casas de un solo inquilino ó pequeños palacios, se procurará imitar, en cuanto sea posible, la disposicion acabada de detallar. Si el solar fuese pequeño, de modo que no se puedan tener en un solo piso todas las habitaciones que hubieren de servir á las necesidades de la familia que las ha de ocupar, se levantarán uno ó dos pisos mas, destinando en este caso el primero á salon de recepcion, escritorio, gabinetes de juego y comedor (todos con chimeneas) billar y baño: el segundo á dormitorios y gabinetes de tocador y reuniones familiares; y el tercero para criados. La cocina, lavadero y despensa deben estar, como en los anteriores edificios, en los subterráneos.

Si el salon de reunion fuere pequeño se agrandará á voluntad, haciendo corredizo el tabique que le separa del gabinete ó gabinetes contiguos, tabique dividido en dos que se hacen entrar en el interior del muro de division. Para este caso es preciso adornar ó pintar ó empapelar el gabinete de la propia manera que lo está la sala, como si una de estas habitaciones fuera sucesion de la otra. Pueden tambien dividirse ambas piezas con dos ó cuatro columnas entre que se dispone una colgadura, segun uso frecuente en los Estados Unidos.

Las cubiertas serán de teja ordinaria ó pizarra, ó mejor teja plana con reborde á macho y hembra y barnizada; bajo la cual existe la armadura de madera ó hierro. Las vigas de los pisos podrán ser de hierro á doble T mejor que de madera; y algo mas bajas é independientemente se pondrán otras destinadas á recibir y formar el cielo raso.

1662. **Casas de vecindad.**

Las casas de alquiler por pisos pueden ser de solares regulares ó irregulares. En las primeras, la distribucion es sumamente sencilla, y puede darse á cada pieza la capacidad y situacion mas conveniente á su destino sin perder ningun terreno. En las segundas no se puede evitar queden algunos espacios muertos ó casi perdidos para la habitacion; pero el estudio detenido que hará el arquitecto en todo caso resolverá con mas ó menos facilidad la dificultad que para la distribucion ofrezca la irregularidad del solar, sacando el mejor partido posible de esos espacios muertos para hacerles servir de alacenas roperos é inodoros. Inscribiendo en uno de estos espacios una figura regular, poligonal, circular ó elíptica, se tendrá un comedor, por ejemplo, con cuatro alacenas ó aparadores de seccion triangular; ó bien se podrá situar en uno de ellos la chimenea de aquella pieza.

En otra parte se conseguirá igual regularidad para un gabinete ú alcoba, destinando uno de los espacios muertos á escusado y otro á ropero, y otro, si le hubiere, á chimenea. Procediendo de esta manera no debe importar mucho la irregularidad del solar, siendo lo mas conveniente tratar de sacar el mejor par-

tido posible de su extension para contener en cada piso el mayor número de habitaciones útiles con la debida forma, capacidad requerida y apropiada situacion.

En todas estas casas ha de procurarse que de un piso á otro se correspondan las piezas semejantes, existiendo, en consecuencia, las salas sobre salas, las alcobas sobre las alcobas, cocinas sobre cocinas, &, no solo por la ventaja de gravitar los tabiques unos sobre otros hasta los cimientos, sino por la correspondencia de iguales usos, que no harán, por ejemplo, suceda la enojosa irregularidad que el inquilino del principal tenga sobre su alcoba la cocina ó lavadero del segundo ocasionando incomodidad y perjuicio.

Partiendo, pues, de este principio, se dispondrá la distribucion empezando por la cocina, escusados y comedor, que son las oficinas mas difíciles de arreglar en armonía con la comodidad y mejor conveniencia para el propietario y vecinos. La cocina debe situarse al interior, con grandes luces al patio, bastante capacidad, y sin mas cuartos agregados que despensa y dormitorio del cocinero. En cuanto sea posible debe tener fuente con dos cañerías, de las cuales una pase por debajo del fogon porque haya constantemente agua caliente. Inmediatas á la cocina y en piezas separadas, deben estar, el lavadero con fuente y cuarto de plancha, y al opuesto lado ó poco mas lejos el comedor. Habrá, por lo menos dos escusados con agua, uno de criados al final de un corredor interior, y otro de señores en otra habitacion independiente de todas las demás, siendo ambos inodoros: pero lo mejor fuera que de esta última clase hubiera uno mas en la antealcoba principal, correspondiente á otra ú otras mas inmediatas.

Siguiendo luego la distribucion se trazarán la sala, gabinetes inmediatos, con puertas centrales ó tabiques corredizos para alargar aquella en caso de necesidad; escritorio ó cuarto de estudio, otro de tocador con fuente y uno de costura y el número de alcobas que quepan aún en el solar, solas ó con gabinte, mas cuartos de criados.

Cuando el espacio sea reducido disminuirán las dimensiones de las piezas, conservando siempre al mínimo la cocina con agua, despensa, escusados, dos cuartos de criados, comedor, sala, gabinete y dos alcobas. Todas estas piezas deben tener luz propia, y la sala, gabinetes, despacho y comedor, chimeneas.

La ornamentacion puede ser mas ó menos rica, segun los casos, ó reducirse simplemente á empapelado en las paredes y pintura con un filete dorado en los cielos rasos. Las alcobas y escusados han de estar siempre estucadas, y los asientos de estos de madera.

La escalera principal se preferirá siempre de tramos rectos y escalones largos, á las que en algunas partes usan con vuelta de caracol; y el adorno de las paredes y el zaguan poco recargado, estucado este ó forrado de mármol y con cancela interior y portería.

Si la casa pertenece á un solar grande se harán uno ó dos patios extensos con jardin y fuentes que hermoseen el interior, den comodidad á los vecinos y ventilen de aire puro todas las viviendas.

Las fachadas principales deben ser elegantes y significando un órden determinado, sin reducirse simplemente á una pared lisa con los vanos de puertas y ventanas; siendo preferible hacerlas de ladrillo ó piedra ordinaria, con tal de seguir esta regla, segun se ha verificado en la nueva fachada del teatro español y varias casas de Madrid, que no usar la piedra sillar sin esta circunstancia. Pero en cuanto se pueda se hará de sillería toda ella, ó de sillería el zócalo hasta el piso principal, cordones, jambas, cornisas, plintos, faja y refuerzo de ángulos, y de ladrillo prensado los entrepaños, mejor que de ladrillo ordinario y empañetado,

enlucido y pintado. Los tabiques y paredes interiores debieran ser todos de piedra ó ladrillo, como sucede en la mayor parte de los pueblos menos en Madrid, donde prefieren sin razon el entramado, que, á más de exponer el edificio al fuego, ni es mucho mas barato ni asegura muchos años la útil duracion de la obra. La moda de los que se hacen con malas reglas ó bajo principios mezquinos y falsamente interesados pasa efectivamente pronto, coincidiendo con esta transicion la duracion del edificio: pero si la construccion tiene lugar con arreglo al arte y con elementos de duracion, constantemente será la casa de moda, y desde luego muy ventajosa por el escaso entretenimiento que ofrecerá y las ningunas trasformaciones á que dará lugar la belleza de su arquitectura, siempre nueva y siempre digna de fijar la atencion de cuantos la miren por la grata sensacion que en el alma imprime todo lo que es bello, armónico y perfecto.

Las cubiertas y pisos pueden ser de madera ó hierro, forjándose estos con ladrillo hueco y despues losas de mármol ó tablas estrechas machiembradas (que es lo más sano y conveniente) y terminando aquellas con teja plana, mejor que con la ordinaria curva, ya por la economía que ofrece su menor peso y mayor superficie para igual número de tejas, ya por la mayor belleza y fácil salida al agua, especialmente si el material esta barnizado.

Si en la casa de vecindad hubiera tiendas ó cafés en el piso bajo, se ganará espacio sustituyendo por columnas de hierro las paredes de fundacion, teniendo cuidado que los puntos de apoyo correspondan á entrepaños y no á vanos superiores, y aún tambien á las uniones y cruzamientos de paredes. El patio central, en este caso, debe cubrirse de cristales entre armadura de hierro.

1663. Casas de campo.

Todo lo dicho para las casas aisladas de ciudad con jardin ó pequeños palacios, tiene aplicacion á las de campo, que, en general, se compondrán de uno ó dos pisos con todas las habitaciones en número y capacidad para la vida de una familia determinada; situando el cuerpo del edificio en medio del jardin y á un costado ó lado opuesto las cocheras, cuadras, establos, gallineros, &. Segun las facultades del propietario la casa será de mas ó menos extension, y llevará ó no á su frente pórtico ó vestíbulo, recto ó circular, con escalinata que deje el piso bajo, lo menos un metro sobre el suelo para evitar la humedad.

1664. Casas de jornaleros.

Deben ser lo mas sencillas posibles, de uno ó dos pisos, y compuestas (cuando menos) de cocina, despensa, guarda-útiles, letrina, comedor, portal, sala y dos alcobas; y en el patio (si hay proporcion para ello) gallinero, pocilga, cuadra y leñera.

1665. Casas de labranza.

Deben ser tambien de construccion sencilla, de piedra ordinaria y ladrillo ú hormigon cuando conste de dos pisos, y de ladrillo y tapial intermedio si solo consta de uno; componiéndose de portal, cocina, lavadero, establo, (de $3^m \times 4^m$ para cada 2 vacas), cuadra, pocilga, taller de oficios, pajar, granero, carpintería, almacen de útiles é instrumentos, bodega, lechería, horno, forraje, pozo y cuartos de criados: todo esto en el piso bajo, y en el alto (que solo comprenderá una parte del edificio), sala, gabinetes, alcobas, despacho y comedor.

Cuando la labranza es de más consideracion se ensancharán proporcionadamente las habitaciones, teniendo presente para cada cosa la capacidad determinada en las páginas 671 á 674; aumentando, á más, un cobertizo para carros, cochera y caballeriza, horno de pan y asados, y mas habitaciones para mayordomo y capataces.

La mejor disposicion de este género de edificios es la independencia absoluta de una á otra y todas las dependencias bajo una sola pared de cerca. Así, en el sitio preferente se pondrá la habitacion del propietario, con uno ó dos pisos, y los cuartos que se conceptúen necesarios á su familia, prefiriendo siempre la sencillez á la complicacion y riqueza, que no corresponde aquí, pero sin huir de la buena proporcion y belleza. A derecha é izquierda, formando calles y dejando un gran patio central, se situarán los establos, cuadras, pocilgas, apriscos, trojes, lagares, lechería, quesería, hornos, talleres, graneros, estercoleros, gallineros, palomares, cobertizos y habitaciones de ganaderos.

1666. **Fondas, Diligencias. Posadas.**

Puede ser este edificio de dos pisos al frente del camino, con pórtico en que penetren los coches para subir y bajar á cubierto, y compuesto, en el piso inferior de vestíbulo, sala comun de viajeros, comedor general, alojamiento del posadero y su familia, oficinas de contabilidad y depósito de equipajes. En el segundo cuerpo estarán los cuartos de los viajeros.

Perpendicularmente á este edificio y de un solo piso, se pueden poner las cuadras, graneros, pajeras y cocheras de la posta á un lado y las del servicio de viajeros al otro, quedando un patio central donde se abra el pozo y ponga el abrevadero de tal modo, que quede el mayor espacio libre para la fácil comunicacion de los coches.

La decoracion sencilla y elegante; y los detalles como en las casas de habitacion.

1667. Las posadas son edificios parecidos á estos, aunque de apariencia mas humilde, pues su objeto es cobijar la arriería y carreteros en camino y poblado. Su disposicion general puede ser análoga á la anterior, y las paredes de piedra ó ladrillo, ó de este material y tapiales. El piso inferior tendrá de piedra el suelo del zaguan y patio, de ladrillo el de las habitaciones de servicios, y de madera el comedor y viviendas.

1668. **Baños públicos.**

Deben ser cubiertos y descubiertos, y su disposicion general se reducirá á un cuerpo de edificio al frente de la locadidad de uno ó dos pisos, y mas ó menos grandes segun la concurrencia probable, donde se tengan los cuartos de los bañistas, médicos y ayudantes, oficinas y dependencias; y á su frente, por dentro ó fuera, un paseo ó esplanada que sirva de tal. Seguido á esta se dispondrá el gran tanque de agua en forma rectangular ó circular, dividido en dos por un tabique, para hombres y mujeres. Por cada lado de esta division se harán perpendicularmente á la calle ó frente dos galerías cubiertas, con pequeños cuartos á derecha é izquierda, y en el centro dos ó mas pequeños tanques para baños generales. En los diferentes cuartos de vestir puede, á mas, haber piletas á donde concurran dos chorros de agua, uno caliente y otro frio. A los extremos de estas galerías se pondrán las duchas y baños de aspersion, turcos, rusos y de asiento. Cerrando el rectángulo que forman estas dos galerías, se levantarán hosterías y gabinetes de juego, salas de lectura y reuniones: todo ello rodeado de jardines. Si, á mas de las aguas ordinarias, las hubiese medicinales, se agregarán las galerías necesarias para baños sulfurosos, de inmersion, asiento y vapor, y otras para las inhalaciones y fumigaciones.

La fonda debe tener en la parte posterior las cuadras y cocheras suficientes al servicio ordinario y extraordinario que exija el establecimiento.

1669. **Teatros.**

En este género de edificios cabe todo el adorno que se quiera, interior y exte-

riormente. En todos ellos debe procurarse una galería al frente ó costados para descender á cubierto de los carruajes, una ó mas salas de descanso con fonda y café, otra para los actores mas pequeña, gran escenario, y el telar y foso iguales, tan alto aquel y profundo este como el escenario hasta las bambalinas ó la embocadura, á fin de que suban y bajen sin plegarse los diversos telones y artificios. (véanse los núm.s 1462 y 1617).

1670. **Bolsa.**

Se ha de procurar construirla aislada, en medio de plaza ó jardin, y al modo que lo está la de París, imitando el estilo griego, muy adecuado para este género de edificios. Se harán, pues, á sus dos frentes dos grandes escalinatas por toda su extension, que suban al terraplen ó plano general de situacion, plantando en aquel filas de árboles con asientos.

El edificio se compondrá: 1.°, de una galería en todo su rededor, formada de columnas ó arcos de 3 á 4 metros de ancho, y menor ó igual altura que el cuerpo central; con cuatro entradas á este, dos por los frentes y dos por los costados: y 2.°, del cuerpo propiamente dicho del edificio, que puede ser rectangular con un gran salon al centro y dos galerías laterales donde se contengan los vestíbulos, salas de agentes y corredores, mas las oficinas: el todo cubierto con bóveda de cañon seguido, trasdosado en rampa para dar salida á las aguas. En los frontones y sobre las columnas de las galerías pueden colocarse estátuas si se quiere dar al edificio carácter de la mayor elegancia.

1671. **Aduanas.**

Son edificios rectangulares ó cuadrados, en los que debe predominar la fuerza y severidad. En el primer piso deben estar, el vestíbulo, portería y conserjería, cuerpos de guardia, oficinas de despacho y almacenes ó depósitos. En el segundo se establecerán las oficinas y pabellones de la administracion, y almacenes de efectos poco pesados.

Las escaleras deben situarse en los ángulos ó donde menos espacio quiten al depósito y tráfico.

1672. **Mercados particulares y palacios de exposicion.**

Pueden ser de piedra ó ladrillo ó de hierro, como es uso mas frecuente hoy dia. En todos ellos se seguirá uno de dos sistemas, ó hacer una galería doble general al rededor de la plaza que se forme, ó verificar varias crugías paralelas dejando calles cubiertas de cristales ó descubiertas. La capacidad de estas crugías se subdivide en tantas porciones iguales como sean los puestos que se han de alquilar, destinando unos á la carne, otros á la caza, otros á la pesca, y otros á las flores, verduras, pan y demás artículos de consumo diario.

El piso general de las crugías será de losa de piedra de grano fino, que permita lavarse con facilidad; y en las carnicerías se harán de mármol la mesa de despacho y paredes de las tiendas. El exterior de cada crugía puede ser de ladrillo formando dibujos hasta 2^m, y con persianas fijas lo restante de la altura.

Cuando el mercado es de piedra ó ladrillo puede hacerse bastante bello y elegante sin mas que verificar dobles ó triples galerías de columnas, formando las calles y los diferentes puestos, sobre los cuales se construirán bóvedas sencillas de arista ó vaidas, ó simplemente azotea ó tejado segun los paises. Si la plaza es grande, cuadrada ó circular, se levantará en el centro un cuerpo de edificio, tambien cuadrado ó circular, de dos pisos, uno que dé á la cueva ó caverna donde se deposite hielo y licores, y el segundo destinado á los vigilantes y regidores. Este edificio, que en su exterior puede llevar algunos puestos de géneros ó pequeñas fondas (*restaurants,*) lecherías y cafés, debe tener una galería de columnas

á su rededor y otra interior que termine en azotea ó sustente la armadura de hierro y cristales.

1673. Los palacios de exposicion, de piedra ó hierro, son mercados públicos de grandes dimensiones y uno ó dos pisos, donde se hace la distribucion para los depósitos de la industria y agricultura por naciones, dejando exteriormente multiplicados espacios para cafés y fondas, y al centro y en los jardines exteriores al edificio, jardines, teatros y toda clase de recreos.

Este género de edificios no admite regla alguna particular, pues las comprende todas, ó mas bien su composicion es hija de la fantasía y del gusto y carácter de la nacion que le emprende; pudiendo verse unidos en el conjunto detalles de todos los estilos ó hacerse una cosa que á nada se parezca por lo rara y original, pero en la que siempre deberán presidir los principios de armonía, proporcion, estabilidad, ventilacion y luz sobrada, lateral y cenital: no olvidando la gran capacidad que suponen todos los departamentos para que los efectos expuestos no se hallen aglomerados, sino con la debida separacion de unos á otros, despues de quedar anchas y numerosas calles para el tránsito. En la parte inferior se colocarán las máquinas en accion y objetos mas pesados y voluminosos; y si lo primero no pudiera ser por circunstancias particulares, se harán uno ó varios cuerpos de edificios anexos donde pueda tener lugar el movimiento y práctica de la industria.

Independientemente del palacio se expondrá el ganado, y si se quiere aún dar una idea de las diversas construcciones de los pueblos, que explique gráficamente su carácter y costumbres, se puede imitar la idea seguida en París en la última exposicion de 1867, de subdividir los jardines en varias porciones donde cada nacion ejecute por su cuenta y direccion un pabellon, vivienda, almacen, pequeño palacio, &; en fin, una construccion cualquiera segun el estilo dominante de cada pueblo; que será el mejor modo de abarcar de una sola ojeada y estudiar las diferentes escuelas de edificacion. En estos pequeños edificios se expone al mismo tiempo lo que no haya tenido cabida en el palacio general.

Los pisos de este serán de madera, y el techo de hierro con cubierta de palastro galvanizado.

1674. **Alhóndigas.**

Pueden ser cuadradas ó rectangulares, de dos ó tres pisos, con escalera central que siga la traza, y compuestas de arquería y bóvedas de arista ó vaidas, segun se demuestra en la lámina 50, ó con mas filas de columnas ó pilastras. El piso entresuelo se destina al depósito de trigo, y el principal ó segundo á granero público.

La cubierta debe ser de hierro, ó de este metal la armadura, siguiendo la composicion de la de París ú otra cualquiera segun sea la abertura y forma de la traza. Conviene dejar al centro una linterna para mas luz y ventilacion.

1675. **Lavaderos públicos.**

Estos económicos establecimientos son muy necesarios donde, como en Madrid, sale el lavado y planchado á un precio exorbitante, despues de emplear muchas horas ó dias en una y otra cosa: siendo mas esencialmente precisos en los grandes establecimientos, hospitales, cuarteles y colegios. En Inglaterra, Francia, Austria, Prusia é Italia, existen muchos de estos lavaderos de diferentes sistemas, de los que uno de los mejores, si no el mejor, es el que ahora se describirá de René Duvoir.

En el lavado y planchado se hacen nueve operaciones, el *apartado* ó distribucion de la ropa en varios montones segun su finura y limpieza; el *remojado* ó

primer embebido en agua fria; el *empapado* y *lavado* de la ropa, en cuya operacion sufre mucho el lienzo con el método ordinario por los golpes de la paleta; la *colada*, que debe hacerse casi en estado de ebullicion para que surta efecto, y es la capital operacion del lavado; el *javonado*, con el que salen las manchas que no han podido hacer desaparecer los medios precedentes: el *enjugado*, *ó escurrido*, *el secado*, *doblado*, *prensado y planchado*, y por último el *recorrido* de la ropa. Trabajos todos que deben distribuirse en un lavadero, de modo que las diversas piezas ó departamentos destinados á este uso estén colocadas en órden de sucesion análogo al de las diferentes operaciones indicadas, sin impedir el servicio de unas á otras.

Así, el edificio podrá tener dos ó tres pisos, poniendo en el primero ó bajo, la contaduría y habitacion del inspector, y por separado dos salas á los extremos para el apartado y enjugado, y al centro la del lavado, la cual será doble ó algo mayor que cualquiera de las otras. En el piso segundo se tendrá el secadero al aire caliente para los tiempos húmedos, con dos aposentos correspondientes á las salas extremas que sirvan, uno para el planchado, prensado y cosido, y la otra para el establecimiento de tornos y cestos donde se suba la ropa enjugada; y en el tercero se tendrá el secadero al aire libre para tiempo seco.

En el lavadero, cuyo piso de losas estará inclinado para el escape del agua, y los muros con grandes vidrieras para proporcionar mucha luz, habrá 3 grandes pilas, ó una piscina para el mojado (que puede servir tambien á su tiempo ó despues de la colada para el empapado y enjugado), y dos mas de menores dimensiones con agua caliente, procedente de una caldera, para el javonado; despues de lo cual pasará la ropa á la piscina y de allí á unos tendederos en caballete para el escurrido.

El secadero al aire caliente es menor que el de aire libre, puesto que los travesaños de madera ó alambres galvanizados que forman el tendedero, y distan entre sí de $0^m,33$ á $0^m,40$ en el segundo, pueden hallarse mas próximos en el primero, á causa del mayor calor que artificialmente se desarrolla para secar el lienzo en mucho menos tiempo que al natural; razon por la cual en los grandes lavaderos de hospitales y colegios se renuncia al secadero al aire libre. Su cielo raso y muros deben ser espesos, y tener muy pocas aberturas para evitar pérdida de calor.

El secadero al aire libre tiene la ventaja de la economía de combustible, siendo así conveniente para lavaderos pequeños y preferible al otro cuando el tiempo es bueno. Los colgaderos deben estar situados en sentido del aire, y los muros provistos de grandes persianas movibles.

El aire caliente del primero se obtiene por un calorífero cuyo hogar está inmediato á la caldera de legía, no habiendo mas que una sola chimenea y un fogonero para el servicio. Del calorífero sale un tubo que pasa á lo largo del secadero entre obra de ladrillo, al cual se le hacen varios agujeros con su registro para obtener por cada uno de ellos una velocidad igual de aire. Varias chimeneas conducen fuera el aire húmedo.

Las cubetas para la legía son de madera fortificada con aros de hierro. Tienen una tapa de cobre que se levanta por medio de un torno, y en su fondo una parrilla de madera sobre tablones de canto, cortados en la mitad inferior en semicírculos para dejar pasar la legía. En medio de ellas está la doble caldera y hogar, aquella de palastro ó cobre, cilíndrica, cerrada por todas partes á tornillo y con una válvula de flotador que se abre cuando el nivel del líquido ha descendido á cierto límite. El techo de la caldera está al nivel del fondo de la cubeta. El hogar es de circuitos por donde pasan dos veces los productos

de la combustion antes de llegar á la chimenea. De la caldera salen dos tubos recurvos, que entran por el fondo de la cubeta, de los que el uno sube hasta la tapadera, terminando en una chapa unida al tubo por 4 pies, y el otro, dispuesto mas bajo que el anterior, al nivel del fondo de la caldera, no pasa tampoco del fondo de la cubeta, donde tiene una válvula que abre de arriba-abajo. La operacion de legía es como sigue: se pone en el fondo de la cubeta la sal de sosa y potasa, y se vierte agua que, venciendo la válvula del tubo inferior, penetra en la caldera, llenándose esta hasta que queda el agua al fondo de la parrilla. Luego se coloca la ropa extendida por piezas dentro de la cubeta de un modo regular sobre su parrilla, y se baja la cubierta. Se hace fuego en el hogar, que pronto hace llegar el líquido á la ebullicion. Entonces la presion del vapor obliga á subir la legía por el tubo mayor, y al llegar á la chapa superior se proyecta en todos sentidos, esparciéndose sobre la ropa. La legía así atraviesa toda la masa de lienzo y se reune en la parte inferior de la cuba al mismo tiempo que baja al nivel del líquido en la caldera. En ese momento se abren la válvula de esta, para dejar escapar vapor, y la del tubo que llega al fondo de la cuba, para hacer pasar de nuevo por él el líquido-legía y volver á la caldera, donde se calienta otra vez y se repite la operacion desde que empieza la ebullicion; continuando sin cesar intermitentemente y sin pérdida alguna de calor, de modo que succesivamente se empapa la ropa de legía; siendo suficiente 4 á 6 horas de trabajo para una cuba de 2^m de diámetro y $2\frac{1}{2}$ á 3^m de alto en que caben mas de 6000 piezas de ropa blanca.

Este sistema de René-Duvoir es entre todos el mas económico de tiempo y combustible, no costando por cuba de 1^m de diámetro mas que 700 pesetas, 2000^p cuando llega á 2^m, y 4000^p para 3^m.

1676. En otros sistemas como los de Bouillon y S.t Dieu, existen lavaderos auxiliares por cada operario para quitar las manchas que no pueden desaparecer mecánicamente: lavaderos ó piletas que estan divididos en dos compartimentos desiguales, uno para el jabonado, estrecho y profundo, con agua caliente á igual temperatura constante, que viene de una doble circulacion producida por un hornillo concéntrico al depósito, y otro para el enjugado con agua fria que se renueva sin cesar.

Se pueden emplear indistintamente como álcalis las sales de sosa y la legía de ceniza vejetal. El gasto medio para 1000^k de ropa blanca es de 90^k de hulla y 20^k de sales.

Donde haya abundancia de madera se puede construir el lavadero de este material, no costando el edificio cuando sea de dos pisos y proyeccion de $60^m \times 22^m$ con patio de $45^m \times 16^m$, mas que 22 pesetas por 1^{m2} de superficie.

Un lavadero de dos pisos, de mampostería el bajo y entramado el superior destinado á secadero, prensa, plancha y recosido, capaz de ocupar en varias horas del dia 2000 lavanderas, y teniendo $19^m \times 8^m$ de largo y ancho, solo costaria 20.000 pesetas, 9000 por el edificio y 11000 por el material, ó sea unas 130^p por 1^{m2}. Siendo de madera el edificio sale mucho mas barato; pero solo debe hacerse de este material donde abunde mucho, ó donde sea sumamente cara la mampostería.

Por fin, á los lavaderos suelen agregarse en algunas partes departamentos de baños frios y calientes, en cuyo caso ha de haber una caldera y un depósito más de agua. Un establecimiento de este género, de $27^m \times 12^m$, con dos pisos el lavadero y uno solo el departamento de los baños, cuesta en todo unas 50.000 pesetas, ó poco mas de 150^p por 1^{m2}.

1677. PESCADERÍAS Y CARNICERÍAS.

Estos establecimientos públicos ofrecen por su destino una gran importancia, siendo conveniente localizar la venta en construcciones especiales, bien aircadas y convenientemente provistas para asegurar la salubridad, ejerciéndose vigilancia activa é inmediata.

1678. **Pescaderías.**

El edificio principal debe ser un rectángulo de 8^m á 12^m de ancho por una longitud proporcionada á la venta, conteniendo el número de puestos necesarios qua exija la poblacion. Se compondrá de arcadas á su ancho de 2^m por 4^m de alto (poco mas ó menos) sobremontadas de un faldon ó friso cuadrado, con ventanas, de persianas fijas de 2^m de largo por $0^m,80$ de alto para la ventilacion. El material será de piedra cortada y los arcos de ladrillo ú hormigon. La cubierta se hace de teja plana sobre armaduras de hierro ó madera, y el piso de losas de piedra de grano fino. Entre las arcadas se levantan los puestos de despacho; los cuales pueden ser de madera ó piedra, con una artesa de encina forrada de zinc, ó mejor el todo de mármol, de $0^m,70 \times 1^m$ y $0^m,20$ de altura, y provistas en el fondo de una válvula que comunica por un tubo de zinc con un canal subterráneo cubierto.

Para conservar el pescado siempre fresco se hace pasar un pequeño canal de agua por todos los puestos, en cada uno de los cuales existe un grifo de comunicacion. Este canal viene de un depósito superior situado en un pequeño edificio exterior al frente del eje del principal, en cuya parte baja se aloja el vigilante y se contiene la bomba y pozo, para el caso de no haber agua que directamente pase á la pescadería de una cañería pública.

Al rededor del edificio se plantan árboles y fuentes que dén sombra y frescura purificando la atmósfera.

1679. **Carnicerías.**

Las carnicerías deben tambien estar aisladas y análogamente dispuestas á las pescaderías, debiendo agregar entre los arcos unas varillas de hierro con ganchos para tener colgada la carne de despacho. Los tableros deben ser de mármol, y por separado se pone el tajo de madera para cortar la carne.

1680. **Neveras.**

Para bien conservar el hielo deben hacerse las paredes malos conductores del calor y estar al abrigo de las corrientes de aire y del agua; pues aunque el agua y el aire son malos conductores del calor, cuando se hallan en movimiento modifican rápidamente la temperatura de los campos. Lo que mejor conviene á este caso es paredes de mampostería con pocas y bien cerradas aberturas, y una fácil evacuacion de las aguas que proceden del deshielo sin dejar penetrar el aire.

La forma del depósito debe ser paralelepípeda ó próximamente cúbica, para evitar lo mas posible el contacto con la mampostería, extendiendo una capa de paja en el fondo, conductora del calor á causa del aire interpuesto en reposo, y por entre la cual se verificará la evacuacion del agua. Así, para la ejecucion de una nevera se escavarán grandes pozos cúbicos de 8^m á 10^m de lado, cubiertos de bóvedas; siendo los muros del menor espesor posible, y á este efecto con un poco de taluz, dejando aberturas para la descarga del hielo de carros, y otras algo menores para la extraccion por medio de tornos; cuyas aberturas se cierran con dobles puertas de madera, una inmediata sobre la bóveda, poniendo paja encima y calafateando las rendijas para evitar la corriente de aire, y otra al nivel del suelo del colgadizo que cubre el todo. De este modo se consigue no perder en deshielo al año mas que $\frac{1}{10}$ por cada metro cúbico.

Las bóvedas han de ser independientes entre sí, el colgadizo de madera sobre postes de piedra y rodeado de muros cuyas puertas y ventanas cierren muy bien; siendo el piso de piedra con una capa de arcilla terrosa, y esta sobre otra de madera.

1681. Universidad.

Debe ser un edificio grande, bello y simétrico. La situacion hacia la parte mas céntrica de la poblacion, procurando vayan á él calles principales ó numerosas avenidas. Debe ser de dos pisos, con fachada ó fachadas elegantes y severas, ya con pórticos centrales sobre escalinatas, ya sin él, disponiendo solo columnas ó pilastras en la pared sobre el zócalo que lleve el piso bajo sosteniendo el entablamento del órden. Al primer sistema pertenece el hermoso edificio universidad de Toledo, y al segundo el demasiado sencillo y pobre de Madrid. Los ángulos se reforzarán con sillares almohadillados como el zócalo y marcos de ventanas; coronando el edificio estátuas de hombres célebres en ciencias y letras.

Interiormente se estucarán todas las paredes, y se hará la distribucion para conserje y porteros junto al gran vestíbulo, que puede llevar columnas sosteniendo bóvedas de aristas, vaidas ó en rincon de cláustro; siguiendo grandes corredores ó galerías de columnas ó pilastras, rodeando patios, que den entrada á las diversas clases de facultad mayor en las carreras de jurisprudencia, teología, medicina y farmacia; mas las correspondientes á los años de estudio de todas hasta el bachillerato: anchas, semicirculares y en anfiteatro, como asimismo lo será el gran salon de grados, rodeado de columnas y tribunas, y coronado de una cúpula con luz zenital. Habrá sala de descanso, reunion y conferencias de profesores, con un gabinete particular para cada una, y gabinete, salon y despacho del rector, secretaría, ayudantes y sirvientes; y por separado otros dos salones y gabinetes para anatomía, diseccion y preparados químicos. Seguirán luego en el principal la biblioteca, gabinetes de física, química é instrumentos matemáticos y quirúrgicos, y en cuanto se pueda otros gabinetes-museos de historia natural.

El edificio se puede componer de dos grandes cuerpos independientes con galería exterior, ó mejor cuatro paralelos unidos por esta galería, al modo que lo están los pabellones aislados de hospitales, sirviendo cada uno con toda independencia para las aulas de cada profesion. A su frente se pondrán el pórtico, vestíbulos, conserjerías y salas de conferencias, rectoría y secretaría; al fondo ó centro el salon de grados, y al extremo portería; con toda independencia los antedichos salones de diseccion y depósito de cadáveres, y por separado los escusados. En los intermedios quedarán grandes patios que se deberán convertir en jardines por la utilidad de servir de elementos á la composicion del edificio, y de estudio para las ciencias auxiliares de la medicina y farmacia.

El material puede ser de piedra y ladrillo, los órdenes siempre de piedra; la cubierta de hierro ó madera bajo teja plana; las escaleras de piedra y luz propia, los pisos de las aulas y gabinetes de madera, los de las galerías y sitios públicos y diseccion de piedra, y los demás de losa de mármol.

1682. Academias ó escuelas especiales.

Mientras la enseñanza elemental de las diversas carreras de arquitectura, ingenieros de caminos, industriales, minas, montes, navales, telégrafos, y militares, artillería, estado mayor y marina, se haga particularmente, sometiéndose luego á exámen de las materias aprendidas al ingreso de las diversas escuelas, bastará que cada cuerpo de los acabados de mencionar tenga su local á propósito, con el número de clases que exige la enseñanza de aplicacion, esto es, una por cada

uno de los años que exija aun la terminacion de la carrera, que serán 3 á 4, con una sala de juntas, otra de exámenes generales de entrada y fin de carrera, varios gabinetes para los profesores y gefe de estudios ó director de la escuela, un gran salon de dibujo, otro de prácticas, laboratorio de química y gabinete de física, biblioteca, salon de descanso, viviendas de los conserjes y porteros y escusados; y en ingenieros de montes, además, un salon de herbario y huerta con jardin de plantas clasificadas. La fachada principal tendrá su pórtico con fronton y en él en bajo relieve la alegoría de la enseñanza particular; el todo sencillo y severo.

El edificio para cada profesion debe ser, aunque sencillo, elegante, bien proporcionado, de piezas cómodas y espaciosas, de las que, la destinada á biblioteca, ocupará la parte central; siendo su traza rectangular ó circular con cúpula y luz vertical.

Cuando la enseñanza preparatoria no se halle toda ella confiada al profesorado particular, ó cuando á la vez se determine hacerla por el Estado y profesorado libre, lo mas conveniente sería el establecimiento de una escuela politécnica en que se estudiasen ó adquiriesen los conocimientos que sirven de base á todas ellas, consistentes, despues de examinados y aprobados en lenguas vivas, especialmente, francés, inglés y aleman, en aritmética, álgebra, geometría especulativa, trigonometría rectilínea y esférica y geometría analítica, y en cálculos, geometría descriptiva, mecánica racional, máquinas, estereotomía, dibujo natural, lineal y topográfico á la pluma, lapiz y lavado; física, química, topografía, geodesía y astronomía: mineralogia y geologia y aun para arquitectos é ingenieros de caminos, minas y militares, además, idea de la arquitectura y obras públicas; en la de montes curso de botánica, y en las militares arte militar y fortificacion.

Todo esto exige 12 clases, una para el cálculo, otra para la descriptiva perspectiva y sombras, otra para la estereotomia, otra para la mecánica y máquinas, otra para la física, otra para la química, otra para la topografía, geodesía y astronomía, otra para arquitectura y obras públicas, otra para botánica, otra para mineralogia y geologia, otra para la parte militar y otra general muy espaciosa para el dibujo. Todas ellas estarán en un cuerpo central, dando á un comedor ó galería comun, terminada por la sala de juntas de profesores y por dos gabinetes para el director y subdirector. Habrá tambien una gran biblioteca, un laboratorio de química y gabinete de física, sala de historia natural, secretaría, dos cuartos de correccion, salas de modelos y prácticas, de esgrima y gimnasia, escusados, conserjería y viviendas de porteros.

La disposicion general del edificio, que podrá tener dos pisos, convendría fuese en cuerpos separados, quedando al frente en el fondo la biblioteca y salones de dibujo, prácticas y exámenes generales: este y la biblioteca circulares ó rectangulares con las cabezas en hemiciclo. Los dos cuerpos salientes se unirán con verja ó mejor con un pórtico que forme galería sobre terraplen y gradería.

Los techos serán abovedados ó de cielos rasos, y los pisos de madera en las cátedras, de piedra en las galerías y de losas de mármol en los salones de manipulaciones y prácticas.

1683. Podria ser conveniente reunir á este edificio las escuelas de aplicacion, y en este caso, cada una de las 10 formaría un pabellon independiente, posterior al del centro, que contiene la biblioteca general, unidos todos por galerías de columnas altas y bajas: ó bien se harian tres crugías mas, paralelas á la central, y otras dos contiguas á continuacion de los pabellones laterales: ó bien se idearía una construccion favorable y conveniente, procurando entradas directas á cada uno de los diferentes cuerpos del edificio. Resultarían naturalmente multitud de

patios, por la primera disposicion, ó dos grandes simétricos, anterior y posterior, y dos pequeños si se adoptase la segunda; y en ellos se harian jardines para embellecer el todo y dar frescura y puro ambiente.

Con esta disposicion general resultaría forzosamente economía de salas y objetos de estudio, puesto que los laboratorios, gabinetes de física é historia natural y la biblioteca pueden ser generales y suficientemente espaciosas con poco mas que se ensancharán las correspondientes del primer proyecto.

1684. Colegios.

Se pueden dividir en dos clases, de enseñanza privada y de enseñanza pública. Los primeros no son otra cosa que casas particulares de dos ó tres pisos, con la distribucion apropiada al efecto, conteniendo en el bajo y entresuelo el vestíbulo y habitacion del conserje, gabinetes de pasantes, locutorio, salas de estudio, clases de idiomas, comedor ó refectorio, cocina y patio con jardin y gimnasio. En el piso principal se tendrán cuartos de aseo, clases de matemáticas y otras enseñanzas, enfermería, lencería ó roperos, dormitorios con cuarto para el vigilante y habitaciones del maestro y su familia. La capacidad y número de clases y viviendas depende de la extension de la enseñanza y número de alumnos probables.

Los colegios generales sostenidos por el Estado han de ser de otra categoría y circunstancias. Pueden tambien tener uno ó dos pisos, formando el todo un cuadrado ó rectángulo, siempre de estilo greco-romano, sencillo, elegante y bien proporcionado, que comprenda:

1.° El cuerpo principal del edificio donde existan, en el bajo los refectorios, cocina, galerías de comunicacion, habitaciones de los dependientes, anfiteatros de física, química, historia, geografía y otras ciencias; salas de dibujo natural y de paisage y salon en anfiteatro para la distribucion de premios. En el principal se dispondrán los dormitorios, habitaciones de profesores, salas de estudio, enfermería, biblioteca y gabinete de instrumentos.

2.° Perpendicularmente á este cuerpo de edificio se harán otros rodeados de galerías de columnas, de un solo piso ó tambien de dos, sirviendo para aumentar las salas de estudio y cátedras, y en los espacios intermedios ó en los patios que resultan se harán jardines y la capilla.

3.° En fin, cerrando la parte posterior del emplazamiento y ocupándola toda se dispondrá el circo de carreras, rodeado tambien de galerías de columnas y de salas de esgrima, pelota, gimnasio y otros ejercicios corporales.

Las fachadas tendrán sus pórticos y vestíbulos con frontones, siendo su adorno sencillo, los techos de cielo raso en todo menos en los anfiteatros, capilla y salon de premios que podrán ser abovedados, y el piso general de madera sobre vigas de madera ó hierro. Combinando el cuadrado y círculo, y prefiriendo, para que todas las habitaciones tengan luz directa, hacer las crugías simples formando patios, se podrá llegar á una composicion muy bella, cómoda y perfectamente adecuada.

1685. Instituto ó reunion de academias.

Puede ser un edificio aislado y simétrico por los cuatro lados, ó un cuerpo general de dos pisos con diferentes compartimentos para las diversas reuniones de los Sabios en ciencias exactas y naturales, en historia, letras, lengua y artes.

A su frente ó sus frentes, segun lo permitan su traza y situacion, debe hacerse un gran pórtico de columnas sobre escalinata por todo él, que dé entrada al vestíbulo, espacioso y rico, donde se reuna el público antes de pasar al gran salon de actos generales ó de asambleas para distribucion de premios. Este salon será cir-

cular con escalinata central y tribunas, rodeado de una galería de columnas y coronado por una cúpula artesonada con luz zenital. Exteriormente á las paredes y siguiendo la traza circular estarán las escaleras para subir á las tribunas. En los ángulos que forma el cuadrado circunscrito á este gran salon, se harán oficinas y habitaciones para el secretario perpétuo de cada academia, y por separado los cuartos de conserjes y salones particulares de reunion de las diversas corporacianes en tantos cuerpos de edificio como estas sean.

Si en un solo piso no hubiere espacio suficiente para todas las academias, se hará otro segundo donde se contendrán la biblioteca general y archivos.

La decoracion debe ser bella, usándose indistintamente los órdenes jónico y corintio, y coronando los entablamentos con estátuas de hombres célebres en ciencias, letras y artes. Exteriormente se harán nichos para ocuparlos con mas estátuas de celebridades.

El material será de piedra labrada, ó de piedra y ladrillo. Los techos abovedados y los pisos de madera.

1686. **Bibliotecas.**

Nada de cuanto existe en este género cumple bien con el recogimiento, tranquilidad y reposada comodidad que exige la contemplacion y estudio, al mismo tiempo que la sencilla belleza arquitectónica con que deben ornarse estos edificios.

La disposicon mejor, despues de aislar el solar con la pared de cerca, haciendo á su frente ó en los ángulos de esta las viviendas del conserje, bibliotecarios, imprenta, litografía y depósito, ha de ser ó debe consistir en encerrar en el centro el cuerpo principal del edificio, de traza circular con crugías en sentido del rádio; existiendo en el centro un lugar tambien circular con cúpula para los bibliotecarios de servicio, todo con luces verticales y espacio suficiente para las estanterías de libros, manuscritos y medallas, con mesas centrales, tinteros y sillas; y el exterior rodeado con un pórtico general de columnas con su entablamento sobre dos órdenes de escalinatas, coronándose aquel con estátuas de los autores mas nombrados é inventores en ciencias, letras y artes. El espacio entre el edificio y cerca debe contener jardin y calles de árboles donde pasear antes ó despues del estudio, ó donde entregarse á la meditacion. Los techos y pisos como en el anterior.

1687. **Museos y palacios industriales.**

Son de varias clases, de artes y manufacturas, de artillería, ingenieros, marina, historia natural, arqueologia, escultura y pintura. En las capitales ó grandes poblaciones puede haber un edificio para cada cosa, pero en las secundarias basta con uno para servir de museo general, y aun tambien de biblioteca.

Debe procurarse que las luces sean zenitales, y las salas espaciosas y anchas para la comodidad y mejor efecto de vision. La decoracion del edificio ha de ser, como en los mas elegantes, bella, rica y del mayor gusto posible, presentándose por su composicion artística como el primero de los objetos puestos á la admiracion y estudio. Interiormente ha de ser magestuoso y sencillo, de modo que no se dañe con su ornamentacion arquitectónica el buen efecto que debe producir la exposicion. Los techos serán abovedados, con luces por medio de linternas ó cubiertas de cristales: el piso de losas de mármol; y en algun salon redondo ó cuadrado se podrá disponer galería de columnas y cúpula.

Cuando el edificio haya de servir para varios objetos de exposicion permanente, y aun para otras periódicas de arte é industria, se procurará capacidad independiente para cada cosa diversa, teniendo sus entradas directas cada departamento

particular, simétricamente dispuestas é idénticas entre sí, formando unidad y juego con los principales ingresos.

La traza puede ser un cuadrado y dos cuerpos mas en cruz, en cuya union se levantará una cúpula, y será el salon de reunion general. En las diversas crugías se harán varios gabinetes de artistas, y á derecha é izquierda los vestíbulos y habitaciones de los empleados del museo.

Cuando sea necesario hacer dos pisos, el primero, que forzosamente ha de recibir las luces de costado, se destinará á objetos de industria é historia natural. El superior, cuyas luces son verticales, será el museo de pinturas y esculturas.

Los palacios de hierro y cristal que en la actualidad se hacen para exposiciones mas ó menos permanentes, no tienen el cáracter de edificios museos, ni pueden ni deben ser guardadores de la riqueza artística en ellos encerrada. Hay, sin embargo, algunos como el industrial de París y el de Oporto, compuestos de mampostería de sillares en su exterior y cubiertos de armaduras de hierro y cristales, cuyo sistema mixto es muy aceptable para este genéro de edificios, mucho mas económicos que los primeros.

1687. **Observatorios y Faros.**

Unos y otros de estos edificios deben ocupar situaciones altas y aisladas, de modo que los puntos culminantes se proyecten siempre en el cielo, descubriendo, en consecuencia, un horizonte grande y despejado.

Los observatorios tendrán vivienda para el director y astrónomos auxiliares, salas para reunion de Sabios, biblioteca, gabinete de física, laboratorio, talleres; depósito de instrumentos y conserjería. En el centro se elevará la torre observatorio, en la que se trazará con exactitud el meridiano del lugar, y se dejarán espacios para las observaciones; siendo su capacidad suficiente para el cómodo empleo de los telescopios.

Las torres de Faros, que pueden ser de piedra, hierro y madera, tendrán la elevacion que requiera la extension de mar que ha de descubrir, y su luz, intermitente por lo general, y tambien fija, blanca ó colorida, segun que asi sean los cristales, dá lugar á 6 órdenes de aparatos, dependientes de las dimensiones y fuerza de las lámparas. En los del primer órden tienen sus lámparas $1^m,84$ de diámetro, y producen una intensidad de luz expresada en mechas de carcel de 600 para luces fijas, y 4050 para destellos. En los de segundo órden son estos números respectivamente $1^m,40$, 345 y 2300: en los de tercero 1^m, 110 y 1000. Los de cuarto y quinto órden son de luz fija variada por destellos mas ó menos distantes, teniendo $0^m,5$ de diámetro y 20 mechas los primeros y $0^m,375$ y 11 mechas los segundos.

Los de primer órden suelen ser de luz fija y mas generalmente de luz intermitente, y de luz fija con destellos: los de segundo y tercer órden son de luz fija y destellos, siendo los eclipses de $2'$, $1'$, $30''$ y $15''$. El aparato se rodea de una linterna de hierro y cristales, suficientemente sólida para resistir la fuerza del viento.

La torre es de traza poligonal ó circular: y en este último caso suele afectar la forma de una columna dórica. Al rededor ó á un lado se hallan las habitaciones del torrero y gabinete de enseres y materias de alimentacion y entretenimiento del faro.

En la construcion de la torre debe preferirse la solidez y simplicidad á la complicacion y recargo de adornos sobrepuestos, agenos de este lugar.

1688. **Hospitales.**

Son de dos sistemas; de construccion contínua y de pabellones aislados, unidos

á todas las demás dependencias por medio de corredores ó galerías. En el intérvalo de los pabellones se plantan jardines para distraccion de los enfermos y purificacion del aire. Cada una de las cuadras ó salas generales tienen por un lado el lugar de la escalera de comunicacion y cuarto de vigilante, y al opuesto la ropería y lugar escusado ó depósito de vasos. Rodeando el rectángulo ó cuadrado que formen el salon se disponen las oficinas de los dependientes y los vestíbulos, y en el centro la capilla con arcos ó columnas que dejen ver el ídolo desde todas las galerías.

Unos y otros de estos hospitales pueden tener tres pisos, colocando en el entresuelo el vestíbulo, conserjería, oficinas de entrada y contabilidad, ropería, farmacia con sus viviendas y almacen, sala de reconocimientos, almacen de utensilios, salas de operaciones, baños sulfurosos y de vapor, sala de optalmicos y sarnosos, despensa, cocinas económicas y ordinarias, hornos, lavadero, talleres de costura, viviendas de enfermeros y las escaleras (2 ó 4 segun la extension del edificio) mas algunas salas para practicantes y enfermos. En el principal se hallará, al frente el departamento del médico, gefe y ayudantes, locutorio, sala de reunion, habitaciones de las hermanas de la caridad; y á los costados mas salas-enfermerías, cuartos de ayudantes de guardia, lavatorios, roperías y almacenes. En el segundo las habitaciones de criados y repeticion de las mismas dependencias.

Si el hospital es militar se destinarán el piso bajo y segundo á los soldados, y el principal á oficiales y sargentos; disponiendo, á mas, varios cuartos seguros para oficiales y soldados arrestados y enfermos. Los cuerpos de guardia estarán á derecha é izquierda del vestíbulo.

La decoracion ha de ser sencilla y elegante. Las armaduras de hierro y los pisos de madera. Las ventanas de las enfermerías estarán superiores á las cabeceras de las camas, debiendo cerrar perfectamente y no abrirse sino en momentos dados. Todas ellas tendrán postigos que abran girando de arriba abajo; y la ventilacion se verificará por debajo de cada cama inmediato á la pared ó mesa de noche. Es muy conveniente en estos edificios el uso de galerías cubiertas de persianas y cristales. (véase «Calefaccion y Ventilacion de hospitales.»)

1689. **Manicomios ó casas de locos.**

Deben ocupar un sitio retirado de la poblacion, exponiendo sus departamentos al mediodia y rodeándolos de jardines, huertas y paseos. Se compondrán de varios cuerpos aislados de edificios, con anchas galerías, de un solo piso ó dos, unos destinados á los maniacos ó locos pacíficos, otros á los epilépticos y agitados y otros á los furiosos, clinoquesas y criminales; y por último, habrá secciones de pensionistas, y en todos los departamentos la debida separacion de sexos, niños, adultos y ancianos. Por separado, formando pabellones al frente ó los costados, se harán los edificios de dependencias y oficinas para el director, contador, hermanas de la caridad, criados, salas de médicos, enfermerías de locos y sirvientes, farmacia, capellan, conserje y jardinero, secciones de observacion, almacenes de ropas y enseres; escusados, cocinas económicas y de hornillas, hornos de pan y asados, panadería, comedores, baños de varias clases, de pobres y pensionistas, caloríferos de aire ó de vapor, talleres y salas de costuras, lavadero con todas sus dependencias, escuela, bibliotoca, billar para los pensionistas pacíficos, depósito de carros, leñera y almacen de víveres. El todo se hallará cercado con una verja y foso. Cuando hay dos pisos puede destinarse el bajo para oficinas generales, reconocimientos, sirvientes, cocinas, escusados y habitaciones de enagenados durante el dia; y el superior para estos durante la noche y para los enfermos y vigilantes.

La altura de los pisos en los diferentes cuerpos puede ser de $5^{m},80$ para el bajo y $5^{m},60$ para el alto, que es muy buena proporcion; y si hubiere un cuerpo central se hará algo mas elevado. En un espacio de 600^{m} por 200^{m} se puede hacer un manicomio para 600 enagenados con todas sus dependencias, paseos, patios y jardines.

El estilo arquitectónico será sencillo y severo, haciendo entrar en su composicion la piedra, el ladrillo y el hierro para pisos y armaduras. Los suelos serán siempre de madera, elevado el bajo 1^{m} sobre la calle: las paredes lisas interiormente; las ventanas con rejas, y las puertas con cerraduras que no pasen al interior.

1690. **Inclusa ó cuna.**

Estos edificios no pueden hallarse en el exterior de las ciudades, á fin de evitar que el tránsito de los desgraciados recien nacidos pueda influir en la pérdida de su vida ó salud. Han de ser en todo sencillos pero cómodos y espaciosos, conteniendo localidad para tornera, conserje, director, contador, maestros, amas de cria, hermanas de la caridad, sirvientes, talleres de varios oficios, aulas y salas de estudio y labor, jardines de recreo y algun campo para la práctica del cultivo, capilla, salas de recepcion, locutorio, lactancia, dormitorios separados para niñas y niños de diversas edades, cocinas económicas y hornillas, comedores, enfermerías, botica y cuarto de médico y capellan.

La extension debe ser proporcionada á la poblacion, regulándose la entrada por la que haya tenido lugar en años anteriores en otra localidad ó ciudad análoga: entrada que, por fortuna y honra de la humanidad, es y será cada vez menor.

Si el edificio se compone de dos pabellones paralelos, uno para niños y otro para niñas, con martillos salientes ó aislados de aquellos para diversos oficios y dependencias, convendrá rodearlos todos de una galería de piedra ó hierro. En caso de ser un solo cuerpo el todo con uno ó dos patios interiores, bastará hacer pórtico á la entrada y galería al interior. El torno se pondrá debajo del pórtico.

1691. CUARTELES.

Su situacion debe ser aislada y fuera de poblacion, rodeándolos con un muro de cerca ó una verja.

1.º **De Infantería.** Pueden ser para un batallon ó para un regimiento, con pabellones ó sin ellos, ó únicamente para el coronel y ayudantes.

Los batallones se pueden alojar con independencia en distintos cuerpos de edificios bajo una cerca, ó bien todos en un solo cuerpo de edificio, siendo las cuadras por compañías en una ó dos salas, como generalmente sucede, ó por grupos de 25 hombres.

Los pabellones de jefes y oficiales se colocan al frente, en un cuerpo de edificio de 3 pisos, aislado ó unido al de la tropa, en este caso con escalera propia y la debida separacion del soldado: ó bien en dos edificios, al frente cada uno y con separacion de las crujías en que se aloja la tropa. En las fortalezas y demás sitios defensivos, son generalmente los cuarteles á prueba de bomba, y en este caso, determinada la distribucion general y sistema de alojamiento, se deben hacer las bóvedas vaidas ó de arista, para dejar más espacio, luz y ventilacion: y solo en el supuesto de habitar por cuartas compañías ó grupos de á 25 hombres, se podrán hacer bóvedas de cañon seguido. Al fondo del cuartel formando patio con el resto del edificio ó edificios, y con separacion unas de otras, se pondrán las oficinas inferiores, cuales son, cocinas de tropa, sargentos y oficiales, cantinas, almacen de víveres y letrinas de tropa y oficiales: disponiendo con igual separacion los talleres de armeros, zapatero y sastre; el co-

bertizo para carros, fuentes y lavadero, y cuadra de mulas y caballos de jefes. En el piso bajo y á su frente se pondrán, el vestíbulo, escaleras de tropa y oficiales, cuerpos de guardia y banderas, conserjería, calabozos de tropa é incomunicados, correccion de sargentos, enseres de limpieza, sala de órdenes y causas de ayudantes, vestuario y armamento, cuarto de cartero y cabo de presos, enfermería, baños, botiquin y retretes. Interiormente se hallará el todo rodeado de una galería baja y alta, de bastante anchura (4^m á 6^m), cualquiera que sea la disposicion de las cuadras, en todas las cuales habrá cuarto de sargentos para la vigilancia de la tropa, y en el del sargento 1.°, además, cuarto de equipo y armamento. La anchura de las cuadras será de 7^m, y el intérvalo de las camas de eje á eje $1^m,20$ á $1^m,40$: su altura la que requiera la extension total y buena ventilacion, calculando 15^{m3} por hombre.

En el cuerpo del frente se hará por lo menos un pabellon para el coronel, compuesto de oficina, sala de juntas, academia y tres ó cuatro habitaciones con chimenea y cuarto de caja. Los ayudantes y abanderados tendrán tambien allí sus pabellones, compuestos de dos habitaciones con chimenea en una de ellas.

Si los demás jefes y oficiales tuvieran alojamiento en el mismo frente, estarían los comandantes en el principal, y los capitanes y subalternos en el segundo piso. Pero es mejor que los pabellones se hallen separados, dando así mas independencia y capacidad á las habitaciones, que nunca deben pecar por defecto ni falta de comodidad, luz y ventilacion. Los de los jefes y capitanes tendrán dos chimeneas y una los de subalternos, siendo estos pabellones iguales á los de los ayudantes; los de los capitanes tendrán tres á cuatro habitaciones y cuatro ó cinco los de los comandantes.

Habrá tambien cuadra de gastadores y tambores con cuarto para el tambor mayor y cabo, otra de músicos y habitacion del músico mayor, y por último, el repuesto de pólvora y municiones en lugar lejano y aislado.

Los techos deben ser cielos rasos bajo armaduras de hierro, mejor que de madera, y cubierta de pizarra ó teja plana, y los pisos de madera sobre vigas de igual material ó de hierro. Las paredes blanqueadas ó estucadas interiormente, y las de los pabellones empapeladas ó estucadas y pintadas.

El material de piedra ó piedra y ladrillo, y el estilo sencillo, severo y elegante, á que se presta muy bien el órden dórico romano.

1692. 2.° **De caballería.**

La primera condicion á que han de satisfacer estos edificios es la buena disposicion de las cuadras y buen alojamiento de los soldados. Para lo primero se prefiere poner los caballos de espalda á la luz, distantes uno de otro $1^m,50$ con $2^m,6$ de fondo cada pesebrera y otro tanto desde la cola del caballo á la pared; dimensiones bastante buenas para la comodidad de los caballos y buen servicio, evitando el coceo y dando suficiente desahogo y masa de aire que necesita cada caballo en 24 horas. Habrá, por consiguiente, dos filas centrales encontradas, ó estas y dos mas opuestas mirando á la pared cuando la cuadra se quiere hacer doble. El número de caballos en cada alojamiento será de un escuadron dividido en mitades ó en cuartas, supuesto el completo de guerra, ó sean 160 caballos en cada departamento independientes, mas los de los oficiales. De este modo se evita el contagio de las enfermedades que se desarrollan con la aglomeracion. Los arrendaderos deben ser de barra vertical y anilla, que evita se encabestre el animal cuando se levanta, y la separacion de pesebreras con vallas de madera colgadas para evitar el coceo y la aficion que algunos caballos tienen de rascarse hasta lastimarse.

Para la ventilacion y luz se disponen ventanas altas semicirculares de cristales y de diámetro horizontal, al rededor del cual giran por medio de un contrapeso y muelle que las hace quedar en la disposicion que se desea. Inferiormente se abren otras pequeñas ventanas que completan la ventilacion de las capas bajas donde se acumula el gas ácido carbónico producido por la respiracion de los caballos.

El piso de las cuadras debe tener $\frac{1}{80}$ de pendiente y ser impermeable, concurriendo todas las corrientes á una atargea general á lo largo que las lleva al sumidero. En algunas partes hacen este piso de adoquines de madera. Habrá, además, en cada cuadra, una pajera para el consumo de las caballerías que contenga, y en la pared, al frente de cada caballo su montura correspondiente.

Los dormitorios de soldados están generalmente sobre las cuadras de caballos á fin de acudir con presteza al servicio en un momento dado. Esto, sin embargo, nada debe importar el que se hallen con separacion, y aún, tal vez, seria mejor y más higiénico si no más económico.

Lo mismo que en los cuarteles de infantería las cocinas, letrinas y enfermería, se hallarán con la debida independencia, así como la enfermería de caballos y seccion de contagio, repuestos de pólvora, vestuario y picadero, que siempre debe ser cubierto, pues de otro modo no tiene objeto.

La disposicion general puede ser para un regimiento de cuatro escuadrones con pabellones independientes de jefes y oficiales, situando estos al frente de las crujías ó cuerpo de edificios de la tropa, y el picadero al medio en la parte posterior con las demás dependencias á sus costados, cuales son fragua y herradero, hornillos, pesebres con potros, cobertizo de carros, depósito de estiercol, abrevaderos, baño de caballos, lavadero, cantina, cocinas y letrinas; debiendo tener el edificio capacidad á su frente para iguales usos que en la infantería, y además cuadra para cuatro escuadrones mas los ginetes desmontados, academias de oficiales, sargentos y cabos, repuestos de armamento, vestuario y municiones, monturas y víveres, talleres de sastre, zapatero, armero y sillero, y las habitaciones para la plana mayor del regimiento, compuesta de un coronel, un teniente coronel, tres comandantes, cuatro capitanes de comision, cuatro capitanes, ocho tenientes, y doce alféreces de los escuadrones, dos ayudantes tenientes, cuatro segundos ayudantes alféreces, un habilitado, un teniente encargado del repuesto, un capellan, un cirujano, un mariscal mayor y dos segundos, un picador, un maestro de trompetas con un cabo, dos forjadores, los cuatro maestros sastre, zapatero, armero y sillero.

Las escaleras de las cuadras estarán en el centro de las crujías, y al rededor de todas estas se pondrá un atadero de hierro para sacar los caballos al aire y á la limpieza.

En los cuarteles á prueba se reducirán lo posible las dimensiones de todas las partes del edificio, dejando lo absolutamente necesario para el servicio.

3.° De Artillería. (*Brigada de cuatro baterías.*)

La disposicion del cuartel en lo relativo á cuadras de ganado y dormitorios es idéntica á la de los de caballería. Así, los pabellones para jefes y oficiales se disponen al frente en el piso alto, ó en dos cuerpos separados delante de los dormitorios, y en el bajo los cuerpos de guardia, calabozos, cuartos de órden y correccion, conserje, brigada, trompetas, cantina, enfermería, academias y batidores, á mas de las escaleras para jefes, oficiales y clases inferiores. Los pabellones son para dos jefes, cuatro capitanes y doce subalternos, capellan, médico y los dos ayudantes: con seis habitaciones los primeros, cuatro los segundos y dos los terceros, elevando un tercer piso pequeño al frente y dos á los costados

para alojar los cuatro mariscales, y algunos subalternos mas si en el piso anterior no hubiera suficiente localidad.

Supuesta la Brigada de fuerza igual al término medio entre el pié de guerra y el de paz, se harán las cuadras cada una para 100 caballos y mulas por cada batería, con 130 artilleros y se colocarán á derecha é izquierda en cuerpos separados del edificio con galerías al frente, teniendo cada cuadra su letrina y cuarto de cabo de policía abajo, y arriba los de sargentos, aseo y letrinas correspondientes con las inferiores. A los costados y no lejos de la pared de cerca se situan las cocinas, lavaderos, fuentes y abrevaderos; y mas adelante, en el fondo, las cuadras de ganado enfermo y laboratorio, talleres de mariscales, repuesto de municiones con cuatro grandes alacenas capaces de 380 cartuchos por batería, la fragua y herradero, estercolero, y picadero cubierto. Por separado se hacen los talleres de sastre, zapatero, sillero y guarnicionero, y otro para compustura de carros.

Al frente del primer cuerpo, y formando martillo con los edificios de cuadras se pondrá el tinglado de los 56 carruajes, dividido en cuatro secciones ó por baterías de á seis piezas con su carro y fragua cada una y doce carruajes más. Este tinglado, que puede ser de madera ó hierro, debe tener en su traza la forma de arco de círculo, no solo porque en menos espacio comprende mas desarrollo y permite mejor la entrada por retaguardia á los carruajes, sino porque todos ellos se vigilan bien y á la vez desde el alojamiento de los jefes.

El todo se contiene dentro de una cerca con puertas falsas, abrazando sobrado espacio para la cabida de todos los cuerpos de edificios, accesorios y patios grandes de desahogo.

1693. Prisiones.

Para las personas detenidas ó arrestadas por causas leves debian levantarse en el interior de las poblaciones prisiones particulares, con habitaciones de separacion para hombres y mujeres, y de la extension mas conveniente á la comodidad y bien estar que la humanidad reclama; siendo bastante desgracia y sobrado correctivo para esta clase de penados la pérdida de la libertad. En consecuencia, estos pequeños establecimientos debian reducirse á casas aisladas de la vecindad, suficientemente seguras y con varios cuartos para las personas que han de entrar en correccion, mas las viviendas del conserje, carcelero y sala de juzgado de instruccion.

Las cárceles ó grandes prisiones, ocupadas por los grandes criminales, deben situarse fuera de la poblacion, con entera independencia y sin contacto alguno de todo vecindario; rodeado de un gran muro, fuerte y elevado, que solo ha de tener una puerta, y que distará del cuerpo del edificio suficiente espacio para que se disfrute en este de una gran masa de aire, luz y ventilacion. Los patios interiores como los exteriores hasta la pared de cerca, se deben plantar de árboles y poner en ellos fuentes que refresquen y purifiquen la atmósfera. Las celdas bajas se hallarán bastante elevadas del suelo para evitar la humedad; las enfermerías se pondrán en los pisos altos, la capilla ó capillas en un centro visible desde todos los calabozos y estos rodeados de arcadas ó galerías.

La traza debe ser cuadrada, mejor que circular, con cuatro cuerpos ó torres flanqueantes en los ángulos, y cuerpos de vigilancia en los centros de los cuatro costados. Segun sea el número de celdas bastará las que se construyan en los cuatro lados y torres, ó se aumentará el espacio sacando uno ó dos pabellones mas, interiores de iguales dimensiones que los del resto del edificio, que formen dos ó tres patios en vez de uno. Una parte de la prision se destinará á mujeres, y el todo, que podrá tener entresuelo, principal y segundo, mas el tercero que suponen las

torres, será de cuerpo simple con corredor de comunicacion, haciendo los techos de bóveda, vaida, arista ó en rincon de cláustro; ó, si se quiere menos gasto, de vigas de hierro y forjado de yeso; cuidando que las paredes sean interiormente lisas, con una sola ventana cada celda, alta, pequeña y con doble reja. En la puerta habrá un ventanillo que abra al exterior, por donde se ejerza la vigilancia. Cada celda, además, tendrá su escusado inodoro.

En los frentes y piso bajo se hallarán los cuerpos de guardia, conserjería, alcaides, alguaciles, carceleros, contaduría, salas de entrada, arresto provisional, cocinas económicas de las detalladas para grandes establecimientos, lavadero, almacen de ropa y enseres, archivo, salas de Juzgados y Escribanía, cuartos de criados, enfermerías, habitaciones de practicante y capellan, botiquin, farmacia y depósito de carros é instrumentos. En este y los otros pisos, además, habrá refectorios para los presos que no habitan celdas, y por separado las viviendas del verdugo y pregoneros, y talleres de oficios.

En las prisiones circulares ó semi-circulares, las celdas y salas de arresto se hallarán en pabellones dispuestos en sentido del rádio, y en el centro en el cuarto del vigilante, desde el cual verá todos los calabozos á la vez: disposicion que se repetirá en todos los pisos. Las dependencias estarán en cuerpo separado, y los patios ó jardines exteriores independientes del cuerpo principal: los interiores serán los que sirvan de recreo y para ejercicio de los presos.

El material será de piedra tosca, ó piedra y ladrillo, y en los calabozos destinados á presos de consideracion, de sillares fuertes. El muro de cerca tendrá 7^m á 8^m de altura, y el grueso algo mas que el correspondiente á su estabilidad.

El estilo debe ser el rústico, fuerte y severo, sin mas adorno que el almohadillado del órden, la cornisa y el marco saliente de las ventanas del frente con un sencillo frontispicio á la entrada.

1694. **Audiencias ó Palacios de Justicia.**

Este género de edificios debe tambien, en cuanto se pueda, hallarse aislado de la vecindad, presentar varias salidas fáciles, y que las salas de justicia estén independientes entre sí y dispuestas de manera que ninguna distraccion altere las ocupaciones de jueces y defensores. Para ello se pueden levantar en pabellones aislados tantas salas como tribunales haya, al rededor de los cuales se hacen las piezas accesorias necesarias para escribanía con su archivo, procuraduría, sala de fiscal y otra de escribientes ó pasantes y oficiales de escribano, mas tantos gabinetes como sea el número de magistrados con el presidente de sala. En el entresuelo pueden estar los juzgados de primera instancia con sus idénticas dependencias correspondientes: al centro un gran salon á que darán todos los tribunales, y será el lugar de reunion de todos los abogados y demás personas ocupadas ó empeñadas en la administracion de justicia. Este salon se hallará dividido al fondo en otro mayor que los demás tribunales, que será donde se reunan todos los magistrados presididos por el regente.

Si no hubiera mas que un piso, se rodearía el todo de un cuerpo en que se pondrían los juzgados y respectivas escribanías, mas las conserjerías ó porterías parciales y residencia de alguaciles. Al fondo puede estar la prision de hombres y mujeres, que en algunas partes acompañan al palacio. Al frente se hará el pórtico de columnas sobre escalinata, coronado por su fronton donde se pongan en bajo relieve los atributos de la justicia. Seguirá una esplanada que rodee el cuerpo principal del edificio, y de ello se subirá á otra por otra escalinata mayor donde se asienten las salas de los tribunales, cuyo piso estará bastante elevado del suelo, dando muy buen aspecto y evitándose la humedad. Si la situacion es

enteramente aislada se podrán hacer dos entradas mas por los costados, con pórticos ó solo con vestíbulos, pero llegando naturalmente á ellos por medio de grandes escalinatas para alcanzar la altura que debe tener el piso general de los patios, algo inferior al de la audiencia.

La decoracion será elegante y severa: el órden dórico-romano es el mas apropiado para este género de edificios; cuyos techos podrán ser abovedados ó de cielos rasos, las paredes pintadas ó empapeladas, y los pisos de madera.

1695. **Tesoro.**

Con igual ó mayor razon que los anteriores edificios deben los de este género estar completamente aislados y quedar doblemente seguros, haciendo independientemente del cuerpo principal y en todo su al rededor un gran patio intermedio de separacion y galerías interiores, los vestíbulos, cuerpos de guardia, conserjería y los despachos ú oficinas inferiores donde se provean los documentos de pago. Las paredes exteriores no tendrán ventanas por un lado, ni mas puertas de entrada que las de sus vestíbulos en caso de ser el edificio simétrico por todos lados. La luz y ventilacion la recibirán del interior.

El cuerpo principal, que podrá ser cuadrado y de paredes gruesas con dobles ventanas y rejas fuertes, contendrá en su centro la caja general del tesoro en cuarto circular con cúpula y luz vertical, rodeado de las oficinas principales de administracion y las particulares con la caja y tesorería de cada ministerio, á las que se trasladarán parcialmente del tesoro las cantidades necesarias á los gastos diarios. Estas cajas parciales pueden tambien estar en habitaciones coronadas de cúpula y luz zenital, con las contadurías y dependencias á su inmediacion.

La docoracion será sencilla, del órden dórico griego ó romano, y el material de piedra.

1696. **Casas de moneda y sello.**

Pueden hallarse reunidas en un centro general, como en Madrid, (cuyo hermoso edificio es un excelente modelo) ó con separacion ambas dependencias.

La casa de moneda tendrá en pisos bajos y suficientemente espaciosos: 1.° el taller general de las máquinas de laminado de primera, segunda, tercera y cuarta mano, de corte, barbotador, peso y eleccion, y de acuñacion: 2.° el de hornos de caldeo de láminas y moneda cortada: 3.° el blanqueador: 4.° el local de la máquina motriz (la de Madrid es de 25 caballos): 5.° la fundicion y formacion de barras de igual peso que han de ir al laminador: 6.° los gabinetes de reconocimiento para saber la ley del metal y para el aprovechamiento del que llevan las arenas procedentes de la fundicion: 7.° los talleres de herrería para el entretenimiento y composicion de las máquinas: 8.° un cuerpo de 2 ó 3 pisos para las oficinas del superintendente, contador, tesorero, ingenieros industriales y químicos, portero mayor, conserje y dependientes.

La casa del sello comprenderá tambien en edificios bajos; 1.° el almacen general de papel: 2.° el de estampacion de sellos de correo, papel de oficio y letras de giro mútuo: 3.° el de separacion de pliegos y guillotinas ó cortadores de cartones: 4.° el del sello de periódicos y de libros de comercio: 5.° el de imprenta de timbres y billetes de loterias; 6.° el almacen de papel sobrante y enfardamiento para la remision; y 7.° la máquina motriz y su tinglado con tinas y fuentes para mojar el papel de imprenta y lavar las pautas.

Lo mismo que en el anterior caso, habrá un cuerpo de edificio de dos ó tres pisos para las oficinas y viviendas del administrador, director facultativo, contador, tesorero, secretario, portero mayor y otros dependientes.

En una y otra casa habrá uno ó dos oficiales de talleres de acuñacion y estam-

pacion, que lleven nota de la moneda y papel que se prepara, á fin de que sirva de base á la contabilidad.

Los pabellones altos pueden estar paralelos, como en Madrid, y en su prolongacion y perpendicularmente á ellos, los talleres formando patios y jardin al frente con verja sobre escalinata que comprenda todo el espacio entre los primeros; ó bien ocupar uno de los pabellones al frente anterior y el otro al posterior, quedando los talleres en medio formando cuadrado ó paralelamente y con separacion unos de otros: ó los pabellones y oficinas en el centro formando un solo palacio con diferentes entradas, y los talleres y almacenes al rededor, rodeando el todo con verja ó muro de cerca junto á la cual se contengan los cuerpos de guardia y portería, plantando jardines en frente del gran espacio que se deja entre unos y otros cuerpos.

Todos ellos deben precederse de galerías, siendo conveniente y de suma belleza el uso de grandes pórticos en las fachadas principales.

El material será de piedra, sola ó en combinacion con ladrillo prensado: y el estilo severo y elegante en toda la composicion, especialmente en los pabellones. Los talleres pueden ser de piedra, ladrillo ó hierro; las armaduras de hierro y los pisos de losa de piedra en los talleres de máquinas y fundicion, y de madera en los restantes. Las cubiertas de los pabellones de pizarra ó teja plana barnizada y la de los talleres de lo mismo ó de hierro galvanizado.

1697. **Parlamento** (*Congreso ó Senado.*)

Los edificios de esta clase, que tienen el carácter de palacios, deben ser de un exterior bello, elegante y magestuoso y de estilo greco-romano, que es el mas apropiado por la gravedad que imprime ese género de arquitectura y requiere el edificio, no obstante que en algunas partes, como en Lóndres, se haya preferido el gótico.

Puede ser de un solo cuerpo de edificio, de 2 ó 4 frentes iguales, ó uno principal, otro secundario posterior y dos de costado para la entrada ordinaria de los representantes y dependientes. Tambien puede ser el edificio de dos cuerpos paralelos, de á dos pisos, con pórticos y escalinatas al frente y otros dos centrales perpendiculares á los primeros, en cuyo medio se halla el salon de sesiones, siempre en anfiteatro. Los patios intermedios llevarán jardines y fuentes. En los pabellones ó cuerpos del edificio se contendrán los vestíbulos, grandes y elegantes, las conserjerías y porterías, los gabinetes de traductores y escribientes, secretaría general, presidencia, secretarias del congreso, cámaras de ministros, biblioteca, archivo, salas de conferencias, gabinetes de escribir y tomar notas los representantes, otros de refrescos, y viviendas de los dependientes.

El salon de sesiones alumbrado por luces zenitales, debe tener galerías altas para el público y taquígrafos de la prensa, y ser bastante espacioso para que, despues de la gradería de asientos y sitio de la mesa presidencial, se pueda transitar fácilmente y quedar sobrado lugar para las mesas de taquígrafos de las Córtes.

En todas las piezas habrá chimeneas ó caloríferos particulares si no bastase uno general de vapor que haya de caldear todo el edificio, haciendo la ventilacion bien entendida.

El material debe ser de piedra sillar é interiormente de mármol y estuco con pintura al fresco en todos los salones principales: en las demás piezas pueden ser las paredes de estuco pintado ó forradas de seda y terciopelo. El órden arquitectónico será el corintio, poniendo en los frontones bajo-relieves alegóricos, y abundando por todas las partes estátuas y bustos de los hombres que se hayan hecho célebres

por sus virtudes cívicas y talento oratorio. Los techos serán todos abovedados y los pisos de mármol; haciendo en lo demás lo prevenido para los palacios de soberanos, pues que tanto y mas que estos merece la representacion nacional.

1698. **Templos.**

Las pequeñas y sencillas iglesias modernas siguen en su composicion todos los sistemas y estilos, ejecutándolas con mas ó menos perfeccion y gusto. Se reducen en general á una ó tres naves con bóveda de ladrillo ó tabicada, y algunas de ellas con cielos rasos bajo armaduras, ó bien al estilo gótico con aristones y relleno intermedio de ladrillo y piedra. Al fondo se halla el altar mayor, compuesto de retablos mas ó menos recargados, y á los costados otros mas altares y capillas, la sacristía y ropería, y en algunas partes mas la casa del párroco. En el extremo opuesto al altar mayor está el coro y órgano sobre arquería ó piso de madera apoyado en pilares ó columnas. Algunos de estos coros existentes son atrevidos, pero con seguridad sobrepuja á todos en valentia el de Santa María de Pontevedra, cuyo piso está sostenido por arcos de piedra de muy escaso espesor y tan rebajados que parecen vigas rectas. Convendrá, sin embargo, no imitar este milagro de estabilidad, sino hacer los arcos poco rebajados ó de medio punto.

Al frente de la fachada en el centro, ó en los costados, se hace la torre, mas ó menos elevada, con capitel de madera y pizarra, siendo el todo en las iglesias generalmente pobre y de poco gusto, salvas algunas escepciones en que se siguen las reglas dadas en las páginas anteriores. Todas estas iglesias son de piedra cortada ó de ladrillo y piedra ó de mampostería ordinaria.

Cuando el templo tiene tres naves es generalmente mayor la central, igual al crucero, entre cuyos arcos torales se construyen pechinas ó trozos de bóveda vaida para elevar sobre ellos un pequeño cimborio y media naranja, terminada por linterna, segun se viene haciendo desde la época del estilo Bizantino y el Cristiano latino. Otras iglesias presentan las tres naves iguales, especialmente algunas del estilo Ojival, como la bellísima de los Gerónimos de Lisboa; y en este caso los pilares de division ó apoyo de las bóvedas, á los que concurren todos los aristones de 8 semibóvedas, forman un gracioso embudo ó ramillete, tanto mas admirable cuanto es el pilar de pequeño diámetro (de $0^{m},80$ en los Gerónimos de Lisboa por 8^{m} de alto y 10^{m} de ancho las naves).

Las catedrales, que son las iglesias de mas consideracion, y en las que llega el lujo de la decoracion arquitectónica al mayor grado con mas ó menos razon, son tambien de diferentes estilos, habiendo seguido en Oriente el Bizantino, pesado y ostentoso, y en Europa el Greco-romano, mas generalmente el Gótico de los tres períodos, que es el mas apropiado á este género de edificios por responder mejor que ninguno otro á la idea de contemplacion y elevacion del espíritu, ya se mire la sencilla grandiosidad que el templo ofrece, ya el sentimiento de fé y respeto profundo que en el ánimo imprime la forma de los perfiles y todos los elementos que le componen. Las líneas horizontales, las cúpulas y bóvedas circulares son elementos mas apropiados á los sentimientos materiales, pues que no acusan, al contrario que en los templos góticos, otra idea que la terrena ó concerniente á la vida humana por la aplicacion constante que del estilo se hizo para todos los usos de la existencia corporal y glorificacion personal de los héroes y soberanos.

En toda catedral habrá, á mas de la iglesia, levantada segun las reglas antes

anotadas, una sacristía mayor, otra ordinaria, sala capitular, secretaría, biblioteca, archivo, tesoro ó guarda-alhajas, habitaciones de sacristanes mayores y torreros, oficina para las dignidades, y el número de capillas laterales y absidales que requiera el templo y poblacion á que ha de servir. El coro ha de estar en la capilla mayor y de ninguna manera en el centro, como es tan malísima costumbre en España (único pais donde esto sucede), por quitar la vista, magestad y belleza á la iglesia, y mas aun por hacer desaparecer el respeto que el templo imprime desde que, al contemplar su grandeza, siente el alma la poderosa emocion que la conmueve y llena de religiosidad. El coro en el centro parece querer decir que el templo no tiene mas fin que las prácticas de los canónigos y no la devocion y elevacion espiritual de los fieles,

---

ARTÍCULO VI.

Puentes.

1699. Se llama puente una construccion establecida entre dos calles ó porciones de camino interrumpido por una quebrada, un canal, rio, arroyo, &.

Hay cuatro especies de puentes, *fijos*, *movibles*, *flotantes* y *volantes*. Todos ellos se construyen de madera ó hierro, y de ambos materiales combinados; y los fijos, además, lo son tambien de piedra, ladrillo y cuerdas.

Puentes fijos son los que no varian de posicion. Se dividen en puentes de *arcos de piedra ó ladrillo*, ó *tramos* de madera ó hierro, y *colgantes* por medio de cadenas de hierro ó hilos de alambre.

Puentes movibles son los que por circunstancias particulares abren y cierran el paso en momentos determinados. Se dividen en puentes *giratorios*, *corredizos* y *levadizos*.

Los puentes *flotantes* se forman con barcas ó balsas para tránsitos mas ó menos estables del público ó de un ejército: y *volantes* los que con iguales fines se establecen sobre dos barcas unidas, ó una balsa que navega de una orilla á la opuesta, á lo largo de una cuerda tendida al través del rio, ó marchando por sí sola, á impulso de la corriente, segun cierto ángulo que forma con ella.

1700. PUENTES FIJOS.

Los puentes fijos se componen de uno ó muchos arcos, si lo fuesen de piedra ó hierro, y de tramos rectos cuando lo son de hierro, de madera, ó colgantes. De cada uno de ellos presentarémos un ejemplo.

Cuando los puentes no tienen mas que una sola abertura de 1^m á 3^m se llaman *alcantarillas*; recibiendo el impropio nombre de *pontones* cuando tengan de 3^m á 8^m.

En todos ellos, cualquiera que sea su clase, hay puntos de apoyo, de piedra ó madera, en los extremos ó intérvalos de los arcos: los primeros se llaman *estribos* y los segundos *pilares* si son de piedra ó hierro, y *cepas* si lo fueran de madera. A veces nacen de los estribos unos muros de contencion, nombrados *alas de puente*, que tienen mas ó menos inclinacion respecto á la direccion de la corriente, siendo por lo regular de 22°,5 el ángulo que forman con el eje del estribo. Sirven para impedir socave el agua los terrenos inmediatos al puente. Su espesor se arregla por la resistencia que deben ofrecer al empuje de las tierras (n.° 1252 y siguientes). (*Véase mas adelante* «Muros en ala»).

1701. Entre los puentes fijos se distinguen tambien los *viaductos, acueductos,* y *puentes esclusas*. Viaductos son los puentes establecidos sobre otro camino, ó sobre terrenos irregulares, y de propiedad particular, cuya comunicacion puede haber impedido el terraplen de un camino de hierro. Acueductos son los puentes encargados de conducir agua á una ciudad ó dar tránsito á la de un canal de una márgen á la opuesta de un barranco. Los puentes-esclusas son aquellos entre cuyos pilares se hacen obras de la naturaleza que expresa su nombre (*fig.* 674.)

En el estudio del proyecto de un puente debemos considerar:

1.° Su situacion;

2.° Su desembocadura ó magnitud de los arcos;

3.° La forma de estos;
4.° Las dimensiones de las diferentes partes;
5.° El sistema de construccion.

1702. Situacion.

La situacion de un puente depende muchas veces de las condiciones del camino ó calle que ha de unir, debiendo subordinar la construccion á las circunstancias locales que determine el tránsito indicado. Puede suceder, por ejemplo, que la direccion sea oblícua á la de la corriente; que el fondo se componga de materias fangosas; que las márgenes sean poco ó demasiado elevadas, y que la corriente adquiera allí bastante velocidad. En este caso tan desfavorable se aparejarán las bóvedas *abiajadas*, en vez de hacerlas rectas, para evitar los choques violentos de la corriente contra los pilares y estribos; disposicion que, sin embargo, hará mas largo el puente y de difícil construccion. En cuanto á los demás extremos se procurarán vencer por medio de una cimentacion á propósito, auxiliada por un gran zampeado, cuya pendiente sujete la velocidad de las aguas debajo de los arcos á la que se calcule conveniente; procurando, además, que el pavimento del puente no sobrepase en mucho la calzada del camino ó calle, ó que alcance á ella, segun fuese la altura de las márgenes, bien haciendo los arcos lo mas rebajado posible, ó bien peraltándolos ó elevando los pilares la cantidad que fuese necesario, como se admira en el grandioso puente de Alcántara sobre el Tajo.

Fuera de este caso particular sucederá regularmente que la direccion del camino sea perpendicular á la corriente, y que las demás circunstancias locales presenten alguna facilidad ó menos dificultad en la ejecucion. Pero cuando fuésemos árbitros de elegir el punto de paso, ó en el supuesto de poder variar la direccion del camino á uno ú otro lado del rio, ó en ambos á la vez, se procurará siempre que los ejes de la corriente y puentes sean perpendiculares entre sí; que la velocidad de aquella sea en lo posible allí lo mas uniforme y constante; que el fondo sea suficientemente resistente y horizontal ó próximamente horizontal en sus extremos, presentando en el medio una cuenca natural, efecto preciso de la diferencia de la velocidad de las orillas al centro; que no haya presa, puente ni recodo alguno inmediato, á lo menos en 200^m á 300^m; y por fin, que las márgenes encajonen la corriente de tal modo que ni se disminuya ni ensanche considerablemente el cauce.

De cualquiera manera que sea, se empezará por levantar un plano de la localidad é inmediaciones hasta la distancia de 1000^m aguas arriba y abajo del puente, expresándose con claridad el curso del agua, los accidentes del terreno, los bancos de aluvion que se descubren, los islotes y todos cuantos detalles existan dentro y fuera de las aguas: los caminos inmediatos, y muy exactamente los que conduzcan al puente. Precisa tambien hacer varias nivelaciones, ó perfiles trasversales y longitudinales del rio, y catas por medio del sondeo en todo el lugar del proyecto, para saber la calidad del suelo y á qué profundidad se halla el terreno firme: medir con el mayor esmero posible el caudal de la corriente, expresando las líneas de nivel en las bajas y altas aguas, y las circunstancias particulares de las mayores avenidas.

Si el rio fuese navegable y la altura de los arcos no permitiese paso á las embarcaciones se procurará hacer un segundo puente giratorio ó levadizo segun los principios que más adelante se dirán.

1703. La anchura de los puentes varia con la importancia del paso. El menor ancho que se les debe dar es de 5 á 6 metros y 2^m á 3^m para los andenes. En las poblaciones tienen de 8^m á 14^m, y aún algunos llegan á 16^m y 20^m ó 57,5 y 72

piés en total. En París llegan, como en el nuevo puente de San Miguel á 30^{m} de anchura, 18 para la calzada y 6 para cada anden.

1704. **Desembocadura.**

La desembocadura de un puente es el espacio comprendido entre los pilares de los arcos para el franco paso de la corriente. Su determinacion es uno de los mas importantes problemas, particularmente cuando se trata de un puente sobre un gran rio. En efecto, si el agua pasara muy encajonada socavaría los pilares y atraería la ruina del edificio; y si, por el contrario, el puente ó el espacio entre sus pilas fuese muy largo, además del mayor costo que tendría la obra, sucedería que con las diversas crecientes se irían amontonando arenas y fango debajo de los arcos: montones que despues de secos adquirirían bastante consistencia por sí mismos y á causa de las yerbas que en ellos naciesen, en términos, que, pudiendo resistir despues al choque de las avenidas, obligarían á estas á tomar una direccion oblícua al puente, capaz de producir su ruina. Esto sin embargo, vale mas pecar por exceso que por defecto en la longitud de esta clase de edificios.

Para apreciar convenientemente la desembocadura será útil examinar la que tenga otro puente que exista allí inmediato. Pero en todos casos valdrá mas proceder directamente, midiendo la corriente segun lo dicho en el núm. 735, tanto en las bajas como en las medias y altas aguas. En las bajas aguas para determinar una desembocadura incapaz de producir montones de tierras arrastradas; en las altas para que el paso de la corriente se verifique sin demasiada velocidad; y en las aguas medias para asegurarse de la direccion y régimen del rio. Obtenido para cada uno de estos casos el nivel respectivo de agua ó el perfil trasversal medio, se tendrá la seccion; y el volúmen por 1″ ó el gasto dividido por la seccion dará la velocidad media correspondiente al sitio que ha de ocupar el puente; velocidad que ni podrá escavar el piso ni producir amontonamientos de tierras. Esto hecho la suma de los claros de los arcos será (núm. 759).

$$\omega = 1,1\,\frac{Q}{v}.$$

1705. **Altura de remanso.**

A consecuencia del levantamiento de los pilares las aguas estrecharán su cauce al pasar por debajo del puente, verificándose allí una contraccion que las elevará, remansándolas inmediato á los tajamares agua arriba: y como la altura de este remanso pudiera influir en la estabilidad del puente, y aun la seguridad de las propiedades inmediatas, si fuera bastante á producir un desbordamiento de aguas, precisa determinarla en cada caso particular; siendo este suficiente ó mayor de la que conviene. Esta cuestion se halla resuelta en el núm. 758, y en la aplicacion que sigue del puente de tres arcos de hierro proyectado para el rio Pasig en Manila.

1706. A fin de poder estimar la resistencia que opone á la corriente el fondo sobre que se fabrica un puente, juzgo muy útil repetir la tabla siguiente puesta ya en el núm. 749.

Resistencia de los terrenos á diferentes velocidades del agua.

NATURALEZA DEL LECHO.	Velocidad *u* del agua en el fondo, capaz de arrastrarle. Siendo *v* la velocidad media se tiene $u=0{,}75\,v$ y $v=1{,}33\,u$.
Tierras gredosas ó fangosas...............	$u=0^{m},076$
Arcilla tierna...........................	$0^{m},153$
Arena....................................	$0^{m},305$
Grava....................................	$0^{m},609$
Cascajo..................................	$0^{m},614$
Cascajo y silex arcilloso................	$1^{m},220$
Morrillo ó cascajo aglomerado y esquisto tierno	$1^{m},520$
Rocas tiernas............................	$1^{m},800$
Rocas duras..............................	$3^{m},000$

1707. **Forma de los arcos.**

Los arcos pueden tener todas las formas de los descritos en el núm. 1531; adoptándose en cada caso particular la que se juzgue mas conveniente. Los pueblos antiguos usaron casi siempre el arco de medio punto como el mas hermoso y sencillo; pero siempre que se pueda se verificará el puente con un arco rebajado, ya sea escarzano, carpanel ó elíptico: pues, á mas de facilitar el paso á las aguas, presenta la gran ventaja de ahorrar tanta mampostería en la bóveda cuanta sea la relacion de la semi-luz á la montea; segun es fácil ver observando que dos cilindros de igual altura, uno de base circular y otro elíptica, son entre sí como estas mismas bases, y ellas como los semi-ejes. Prácticamente se vé esto mismo con la sola inspeccion de la figura. Su resistencia será al propio tiempo tan satisfactoria como lo acreditan multitud de edificios de esta naturaleza, y entre ellos los atrevidísimos puentes de San-Maxencio de 3 arcos escarzanos, que para $23^{m},4$ de abertura solo tienen 2^{m} de montea; el de Fouchard, que tiene 26^{m} por 2^{m}, y el de Luis XVI que lleva 5 arcos, de que los extremos tienen 24^{m} por 2^{m} y el del medio 30^{m} por $2^{m},5$.

En los puentes acueductos convendrá el arco apuntado ó elíptico peraltado, siempre que haya de pasar por debajo una diligencia ó el tren de un camino de hierro.

1708. **Forma de los pilares.**

Los pilares deben tener la seccion rectangular; pero á fin de cortar la corriente é impedir los choques y formacion de grandes remansos y remolinos, se les remata por el lado de la corriente con un tajamar, cuya figura se determinará segun lo que se dijo en el núm. 676 para las proas de los barcos. Por los experimentos de M. Gauthey resulta que la forma de un rectángulo será la peor de todas; que la de un triángulo rectángulo apenas ofrece ventaja sobre la anterior, siendo bastante buena la de un triángulo equilátero, y mejor aun, por la firmeza del ángulo y favorable disposicion, la de un arco apuntado cuyas dos caras circulares sean tangentes á los costados del pilar. La forma circular, aunque

mejor que la primera y la del ángulo recto, es inferior á las demás: sin embargo, es la usada en París en casi todos los puentes sobre el Sena.

El tajamar debe subir hasta la altura de las mayores aguas, siendo su remate una montera compuesta de dos semi-conos que terminan en los tímpanos ó senos de los arcos; ó un solo semi-cono si el tajamar es semi-circular; ó una pirámide triangular si el tajamar fuera de esta forma: ó, en fin, achaflanando este por un plano inclinado hácia abajo, en el mismo último supuesto.

En los rios que están sujetos á mareas se ponen tajamares por ambos lados.

Algunas veces, y en particular cuando son estos circulares, continuan hasta el piso del puente, donde proporcionan plazuelas ó lugares de separacion muy convenientes cuando el tránsito es estrecho. Otras veces, dos de los tajamares asi prolongados, sirven de base á obeliscos ó estribos de arcos de triunfo, ú otro género cualquiera de decoracion, que ya no suele ser costumbre en los puentes de carreteras. El de Toledo en Madrid sobre el Manzanares presenta un ejemplo.

1710. **Dimensiones de los pilares y arcos.**

Visto ya en el artículo 3.° de este capítulo las dimensiones de las bóvedas y sus piés derechos, como tambien las de los estribos, solo nos queda por decir, que en los puentes de gran tránsito de una poblacion conviene calcular el grueso de los pilares en el supuesto de que hubieran de funcionar como estribos, ó cual si hubieran de resistir por sí solos todo el empuje trasmitido por las bóvedas de una orilla. De este modo, cuando precisara componer ó reedificar un pilar por un accidente cualquiera, no habría necesidad de atender á los demás, puesto que nada los afectaría la ruina ó falta de alguno de ellos.

1711. **Muros en ala.**

Son unos contrafuertes de los estribos y muros de contencion del terraplen en las entradas ó cabezas del puente. Hay tres clases: 1.ª los llamados *en retorno*, ó los paralelos al puente despues de formar con los estribos un ángulo recto ú obtuso. Se usa este medio cuando el puente es la union de los dos extremos de un camino en terraplen. Para desviar las aguas hácia los arcos se construye un muro circular ó elíptico de piedra en seco, mas alto que las mayores avenidas, el cual al mismo tiempo sirve de base á las tierras que formen el terraplen. Si las aguas en las crecientes quedan lejanas, se puede suprimir este muro, y hacer descansar las tierras sobre el suelo natural. 2.° Los *muros en ala*, que son los que forman un ángulo con los estribos, el cual suelen fijar algunos en 22°, sin que por eso deba entenderse que esta ú otra inclinacion haya de establecer regla fija, pues depende de la longitud que se quiera dar al muro. Su parte superior sigue la inclinacian del terreno, continuando por ella el pretil del puente y terminando en sentido vertical. 3.° Los muros en *prolongacion* ó paralelos á las caras de los estribos. Esta disposicion se usa donde las márgenes son fuertes ó próximamente verticales, ó donde, como en las ciudades, sea preciso aprovechar el mayor espacio para el tránsito.

1712. **Decoracion y sus proporciones.**

La faja del frente del arco debe crecer en anchura desde la clave á los arranques: teniendo en estos de ancho

$$e+\frac{d}{80}$$

(e= espesor de la clave, d=luz.)

En los puentes pequeños debe ser esta faja igual en toda su extension.

Para el plinto, siendo a su altura, s la salida, y h la altura total $h'+R$ del arco y estribo, es

$$a = 0^{m},2 + 0,02\,h$$

Los plintos sin molduras para pequeños puentes ó pontones, tienen de salida

$$s = \tfrac{1}{2}\,a$$

y para cuando tienen molduras en puentes mayores

$$s = 0,7\,a$$

Cuando se quiere ganar anchura y figurar ventana en el paramento se pone bajo el plinto una consola, cuya altura será la misma $0,7\,a$.

Siendo el espesor de las pilas z y a' la altura del cordon se tiene

$$a' = \tfrac{1}{7}\,z$$

Si alguna vez sobrepasara esta altura á la del plinto, se la reducirá haciéndola igual á la de este último.

La anchura de las fajas de las alas es igual á la del plinto.

Los detalles de las molduras se pueden ver en las figuras de las láms 90 y 91.

1713. Sistema de construccion.

Teniendo presente cuanto en los números anteriores se dice, y aplicando como datos las particulares circunstancias de la localidad, se estará en el caso de elegir el sistema que sea mas conveniente para la cimentacion y construccion de todas las partes, reducido á dragados é igualacion del fondo, y, segun las circunstancias, á la construccion de ataguias y encofrados para los agotamientos, al pilotaje y emparrillado, inmersion del hormigon y mamposteado; y antes que todo á la construccion de un andamiage y puente de servicio paralelo é inmediato al que se trata de levantar, hecho con pilotes espaciados 3^{m} ó 4^{m}, poco clavados y sin azuches para poderlos retirar con facilidad, uniéndose con pernos para igual fin las viguetas y tablones.

Poco antes de llegar el macizo de cimentacion al nivel de las aguas, cuando no se ha hecho agotamiento, y mas bajo cuando se ha trabajado en seco, se empiezan á levantar los pilares y estribos, haciendo disminuir por hiladas la anchura de la base del cimiento hasta el fuste ó base de las pilas. La primera hilada puede ocupar toda la base á fin de protejer las aristas del hormigon ó mampostería hidráulica que formen el cimiento. Desde la segunda todas las hiladas quedan ya superiores al agua, y basta que tengan igual altura y queden de nivel. El relleno puede hacerse de mampostería ordinaria, enrasando con ripiado hasta muy poco inferior á la cara superior de los sillares. Terminadas las filas con sus tajamares, y establecidas las cimbras, se procede á la construccion de los arcos, los cuales se llevarán todos á la vez si las pilas no resisten por sí solas el empuje, y por esta razon tambien se descimbrarán todos á un mismo tiempo. Las dovelas quedarán siempre normales á la curva de intradós, mas rellena de mezcla fina hácia su intradós que en el trasdós desde los nacimientos á los riñones, y al revés desde la clave, para que cuando haga asiento la obra todas queden igualmente comprimidas. Las de las cabezas se aparejarán mas largas, segun se dice en el párrafo anterior. Las restantes pueden ser de sillares mas cortos ó sillarejos dispuestos en prolongacion de los primeros.

Cuando la bóveda sea muy rebajada, como en el puente de San Maxencio, se pueden prolongar todas las dovelas hasta alcanzar el trasdós de nivel. (Véaselo que sobre este particular se dice mas adelante acerca de los puentes de hierro). Sí, contra lo que conviene en las fábricas de esta naturaleza, los arcos fueran trasdosados de igual espesor, se tendrían que aligerar los senos para no exponerse á las contingencias experimentadas en el primer puente de Prydd construido por

M. Edwards sobre el rio Jaff (Inglaterra): es decir, que debiendo equilibrarse las presiones ejercidas por la carga en todos los puntos del arco, á fin de evitar desigualdad de empuje en una ú otra parte de la curva, y en atencion á que el peso que gravita sobre la clave es mucho menor que el correspondiente á los riñones, se deberá hacer en estos al través de los senos suficiente número de vacíos, como en el puente acueducto de Nueva-York sobre el rio Harlem (*fig.* γ lámina 13) y otros; ó bien formar arcos ó cilindros huecos de mayor á menor hácia la clave; y en términos que sea próximamente igual en todos los puntos la carga ó peso de la tierra ó mampostería puesta al rededor y encima de todos ellos. Este es justamente el sistema en muchos arcos de puentes de hierro. Convendrá tambien, como se ha dicho arriba, poner mas mezcla en las partes por donde se comprimen sus juntas de fractura, segun deba ser el giro de las dovelas atendida la clase de bóveda empleada. De este modo se conseguirá uniformidad en el asiento y presion igual en todos los lechos. Para las cimbras, descimbramiento y asiento de los arcos y andamios, véanse los núm.s desde el 1403 y 1525 al 1531.

Para evitar las filtraciones de las aguas llovedizas se hacen sobre los trasdoses de las bóvedas planos inclinados opuestos, con cimento ú hormigon hidráulico, unidos en una canal inferior que termina fuera de los paramentos por medio de pequeñas gárgolas: ó bien se abren desde la canal misma pequeños agujeros cilíndricos al través de la bóveda, donde se introducen tubos de plomo. Sobre este trasdós impermeable se echa una capa de arena de 15^c á 20^c de espesor; y despues de endurecidas ambas se procede al relleno de los senos con grava ó tierras, y sobre ellas el empedrado ó calzada.

1714. Zampeados.

Si el terreno en que se fabrica el puente es movedizo, de modo que la mayor velocidad que adquiera el agua por el nuevo régimen pueda socavar el fondo, se consolida este con un zampeado general, de una á otra orilla, y á uno y otro lado del puente hasta donde se tema la socavacion, cuyo límite aguas arriba será, en general, desde el sitio en que se hace sensible el nuevo régimen del rio.

Estas obras, que, á mas de contener los empujes laterales de los pilares y estribos, resguardan sus cimientos de las socavaciones, se componen de un suelo artificial de piedra suelta, mampostería ú hormigon, comprendido, por lo regular entre un emparrillado, sujeto ó nó sobre pilotaje, segun la blandura ó dureza del fondo: pero en todo caso ha de mantenerse por una ó dos filas de pilotes dispuestos en los extremos al través del rio. El ancho de los cuadrados del emparrillado puede ser de $0^m,30$ á $0^m,80$.

Si el zampeado es de piedra ú hormigon sin emparrillado, se hará en sus extremos, aguas arriba y abajo, una construccion de sillares aparejados en bóveda convexa hácia el puente, ó bien se pondrá un bastidor de madera de $1^m,5$ de ancho, dividido con traviesas en pequeñas porciones que se llenan de mampostería; ó, por último, se hace un sólido tablestacado que contenga la piedra ó el hormigon despues de asegurada la primera capa del lecho en 20^c á 30^c de profundidad.

1715. Alcantarillas y pontones.

La desembocadura de las alcantarillas ó la de los pontones debe ser suficiente para dar paso á las mayores avenidas del arroyo ó vertientes que resulten por efecto de las lluvias ó derretimiento de las nieves; pues de no ser así las aguas se remansarían, y rebasando la quebrada se desbordarían por el campo en perjuicio de las heredades.

Cuando existan algunas otras alcantarillas inmediatas se puede fijar aproximadamente la desembocadura, haciéndola un poco mayor si está en la parte anterior de la corriente, ó igual si en la posterior. Pero en el supuesto de no existir ninguna obra de esta especie no habrá mas remedio que determinar directamente el caudal afluente. Para ello, si la pendiente y seccion del arroyo son en cierto modo uniformes en bastante longitud, y si se conoce el nivel en las mayores avenidas, se determinará la velocidad en metros por segundo, segun la fórmula (núm. 743), de la que se deducirá el gasto de agua multiplicándola por la seccion trasversal. Hecho esto se fijará la velocidad que debe tener el agua por debajo del puente, incapaz de socavar el fondo (núm. 1704).

Cuando no haya suficiente uniformidad en la pendiente y cuenca, y no se conozca bien la línea de las altas aguas, se procederá por el medio empírico siguiente que parece ha sancionado la experiencia.

En paises llanos y poco accidentados, como la Bélgica y Holanda, cuyas alturas de terrenos no pasan de 15 á 20^{m}, se dá para la desembocadura $0^{m},45$ á $0^{m},50$ por cada 1000 hectáreas: subiendo esta anchura hasta 2^{m} si los accidentes del terreno fuesen mas sensibles; y aun bastante mas si la alcantarilla se encontrase en el centro ó punto de confluencia de las vertientes que llegasen en todos sentidos.

Si pareciesen inciertos estos medios para determinar la desembocadura de las alcantarillas, se podrá fijar la consideracion en la mayor cantidad de agua que puede llegar al puente en un segundo, teniendo presente que en este tiempo dan los mayores aguaceros $0^{m3},000002$ de agua por metro cuadrado; y que no durando la continuidad de estas lluvias mas que 17 horas sería preciso que la extension de la cuenca fuese pequeña y la pendiente muy grande para que en las 17 horas llegasen al puente las aguas caidas en los puntos mas lejanos de aquella.

La construccion y forma de esta clase de obras es idéntica á la de los puentes, siendo el arco de medio punto el mas generalmente adoptado para la bóveda; y esta de piedra ó ladrillo, y algunas veces tambien de madera, no obstante lo poco durable que es este material.

1716. Grandes viaductos. (lám. 91).

Cuando se tienen que atravesar anchos y profundos valles, sale mas económico establecer un viaducto que un terraplen. El límite ordinario, impuesto por la compensacion del costo, se comprende entre las alturas 15^{m} y 18^{m}, siempre que no haya tierras de desmonte inmediatas con que hacer el terraplen. En todo caso deben tenerse presentes para la eleccion del medio, la naturaleza del terreno que ha de formar el terraplen, los medios de abastecer materiales, su calidad, las condiciones del trazado y tiempo de ejecucion.

Para las proporciones del conjunto de la obra debe servir de base que se ha de hacer el menor volúmen de mampostería por 1^{m2} de seccion longitudinal sin faltar á la ley de solidez y estabilidad. Este número corresponde á una luz $=\frac{1}{2}$ á $\frac{2}{3}$ de la altura media de la construccion; la cual dá tambien la mas graciosa forma y la mas en armonía con las proporciones de la arquitectura. La proporcion $\frac{1}{2}$ conviene cuando el viaducto no está encerrado en el barranco, ó cuando los estribos tienen bastante elevacion sobre el terreno, y la $\frac{2}{3}$ cuando el viaducto está encajado en el valle. En este caso el perfil longitudinal dá partes mitad mayores y aun dobles de la altura media: para cuyo último extremo se unen los pilares con una ó dos filas de arcos de medio punto ó rebajados, segun el apoyo correspondiente, á fin de contrabalancear la accion de las vibraciones á que quedan expuestas las

pilas, evitando de este modo se deshaga la afinidad de los morteros y que no tenga lugar la dislocacion y destruccion de la obra. Se compondrá así esta de dos partes, del viaducto propiamente dicho y de la arquería baja.

Si la obra fuera un acueducto, se construiria aun una tercera arquería superior.

Para acueductos y viaductos de gran altura y luz es preferible la bóveda gótica por la mayor fuerza con que soporta el asiento sin ocasionar roturas pronunciadas en la mampostería.

En general, cuando se tenga que poner un rango de arcos sobre otro ú otros, se procurará, 1.°, si los inferiores son góticos, que haya sobre cada uno un número par de los pequeños, ó á lo menos 4, dos por cada lado de la clave, sobre la que irá un pilar: 2.°, si los grandes arcos fueren de medio punto, los pequeños superiores serán impares, lo menos 5, uno sobre la clave.

Las pilas de los grandes viaductos se componen del fuste, pedestal y zócalo, tanto en el rango inferior como en el superior. El espesor de la misma pila será en los arranques, hasta 10^m de altura $= 2{,}5$ E, y para mayores alturas $= 3$ E

Las proporciones del pilar son las siguientes:

1.° Altura del fuste = 6 veces el espesor del pilar en los arranques.

2.° Altura del pedestal = 2 veces id. id., ó el $\frac{1}{3}$ de la del fuste.

3.° Altura del zócalo cuando no hay rango inferior = 2 veces la salida; y si esta altura pasa de $0^m{,}4$ se hace con dos hiladas ó escalones.

4.° Altura del fuste, base y zócalo del rango inferior, en igual proporcion que el superior.

Los paramentos laterales, de costado y cabeza tendrán un escalon de $0^m{,}025$.

Todas las salidas de zócalos, pedestales y fuste inferior serán $\frac{1}{20}$ de la anchura inmediatamente inferior, sin hacer nunca ángulos entrantes.

Los pilares tendrán tajamares anteriores semi-exagonales ó semi-circulares. Y como el eje del tronco de pirámide ó cono será una vertical que pase por el plano de las cabezas, todos los paramentos tendrán de talud $\frac{1}{40}$.

Cuando se quiera que estos tajamares sean contrafuertes se les dará la forma indicada en el plano (lám. 91); dando al paramento de la cabeza 0,43 de talud.

Las bóvedas rebajadas, que hacen de arcos botareles de los pilares, se dispondrán á una altura tal que la parte superior de su plinto se encuentre al nivel de plano de asiento del pedestal superior.

En los pilares se pondrá una hilada general cada 5^m á 6^m de altura, encadenando las piedras con grapas de hierro. El resto puede ser de mampostería ordinaria y ladrillo.

Por cada 5 á 7 arcos se deben poner pilares estribos, elevándose en ellos el tajamar hasta el plinto.

1717. Viaductos en curva.

Se forman por medio de un polígono cuyos costados son alternativamente la luz de la bóveda y el espesor de los pilares en los arranques. Las bóvedas son siempre cilíndricas, y las pilas son mas gruesas del lado convexo que del cóncavo; circunstancia favorable por la resistencia que oponen al rádio. Los tajamares de este costado convexo se hacen en contrafuerte.

1718. Con estas disposiciones para los viaductos las presiones por 1^{c2} que tendrán que soportar las mamposterías para luces comprendidas entre 10^m y 25^m, serán

Al nivel de los arranques..................................	3^k á 6^k
En el asiento del pedestal..................................	4^k á 8^k
Y al nivel de la base..................................	6^k á 10^k

El volúmen de mampostería en general, por 1^{m2} de viaductos, teniendo 8^m á $8^m,30$ entre las cabezas, es

1.° Por el viaducto de un rango de arcos.................... 2^{m3} á $2^{m3},3$
2.° Por id. con 2 rangos de arcos.......................... $2^{m3},3$ á $2^{m3},6$

EJEMPLOS DE PUENTES FIJOS.

1719. 1.° Puentes de piedra.

El puente de San Maxencio (Francia), que presentamos en la lám. 68, *fig.* 675, es uno de los mas bellos ejemplos que podemos dar de esta clase de construcciones, por su elegancia, atrevimiento, y admirables resultados que ha producido su esmerada construccion.

Proyectado por el célebre ingeniero Perronet en 1774, fué construido en los 10 años siguientes por los Ingenieros Dausse y Demoustier con la maestría y habilidad que en todos sus detalles describe M. Bruyere: á lo que se debe, no solo que el asiento de las bóvedas fuera mucho menor del calculado por el autor, sino que en la voladura que sufrió en 1814 el arco de la izquierda, no arrastrase en su ruina á los otros dos; dando lugar á poder hacer el excelente apeo que se verificó bajo la direccion del Ingeniero gefe M. Blanvillain, y la reconstruccion que en 1816 llevaron á cabo los ingenieros M. Blondat y M. Pertinchampt, levantando á zonas la bóveda, y dejando el puente como hoy dia se ostenta, igual á como apareció en su primera inauguracion.

Se compone de tres bóvedas escarzanas, de 72 piés franceses $= 23^m,4$ de luz, y $73^p,8 = 24^m$ de rectificacion; 2^m de montea ó flecha, $1^m,6$ de espesor la clave y $39^p = 12^m,9$ de ancho. Los pilares son de una construccion particular, formando cuatro torreones circulares de $2^m,9$ de diámetro, unidos de dos en dos; los laterales con mampostería de grandes sillares, y los del medio con una bóveda cuyas dovelas sirven de primer lecho á las del arco respectivo. Tanto en los pilares y estribos como en las 5 primeras hiladas, en las 14 y 15, 25 y 26, y en las cabeceras de las restantes menos la 28ª y la clave, se pusieron grapas de hierro embreadas, cuyo largo era de $0^m,56$ á $0^m,58$ y $0^m,025$ su grueso. Habiendo juzgado M. Perronet que el asiento de la bóveda sería de un pié, en razon á que por cada junta de las 58 del arco calculaba $1\frac{5}{29}$ líneas de presion, se les dieron á las cimbras 7 piés de peralto para que resultasen los 6 piés de montea calculada para las bóvedas: pero no habiéndose deprimido estas mas que una línea y sesto por cada lecho resultó despues de $14\frac{1}{2}$ meses que la montea excedia aun bastante á los 6 piés calculados.

El mortero empleado se hizo á partes iguales de cal recien apagada y cimento cribado: cuya mezcla bien manipulada se vertia en lechada sobre las juntas y lechos, cuidando no quedase vacío alguno. Al tiempo de asentar las dovelas se iba mampostando hasta llegar al nivel de la clave, poniendo las piedras en la direccion que tenian las dovelas. La piedra empleada pesaba de 144 á 164 libras francesas por cada pié cúbico, y el total por cada arco $5'726.489 = 2805.980^k$ muy próximamente: ó $1'402.990^k$ por cada mitad.

En una de las orillas tiene adosado el estribo un anden para el remolque de las embarcaciones.

1720. Veamos si el cálculo corresponde á estas dimensiones.

Datos y resultado segun la descripcion anterior.

Luz ó abertura, $2a = 23^m,4$, rectificacion $s = 24^m$, semi-luz $a = 11^m,7$ montea, $b = 2^m$, espesor en la clave $e = 1^m,6$, anchura del puente $= 12^m,7$, espesor de los pilares $z = 2^m,9$, *montea* de la cimbra $h' = 2^m,275$, altura del estribo $h = 6^m$.

Rádio. $(11,7)^2 = 2^m\ (2r - 2^m)$, $r = 35^m,22$. Su relacion con la semi-luz $\frac{11,7}{35,2} = 0,3322 = \text{sen. } \alpha$, $\alpha = 19° + 24' =$ semi-ángulo en el centro.

Espesor en la clave.

Siendo el diámetro $d = 70^m,44$, ó mas del doble de 30^m, no puede aplicarse á este caso la fórmula de Perronet (núm. 1294), que daría $e = 2^m,8$.

Por la de Léveillè se tiene $e = 1^m,112$, espesor que difiere 49 centímetros del que tiene el puente, pero que indudablemente se le hubiera podido dar atendiendo lo esmerado de la construccion.

Por las reglas prácticas de Rondelet es $e = 1^m,8$.

Empuje horizontal.

Estando esta bóveda escarzana rebajada á mas de $^1/_4$, la junta de fractura se hallará en el arranque (núm. 1294) donde son $x = a$, $y = o$; y resulta

el volúmen $\mathrm{V} = (m+c)\ a - \left(\frac{1}{2}\, a\sqrt{r^2 - a^2} + \frac{1}{2}\, r^2 \text{ arco } \left(\text{sen.} = \right) \frac{a}{r}\right) = 31^{m3},77$

el momento $\mathrm{V}x = (m+c)\,\frac{a^2}{2} - \left(\frac{r^3}{3} - \frac{\left(\sqrt{r^2 - a^2}\right)^3}{3}\right) = 204,52$

$(m = b + e + o,4) = 4^m$; $c = r - b = 33,22$; $m + c = 37,22$: (0,4 es el espesor de obra apreciada en razon al relleno y piso).

Así, $k = \frac{\mathrm{V}x}{\mathrm{V}} = 6^m,44$; $\mathrm{P} = \Pi \times 31,77 = 2220 \times 31,77 = 70529^k$

Se pone $\Pi = 2220^k$ para el peso de 1^{m3} de material porque este número es el que corresponde al término medio de las mamposterías, que pesan por pié cubico francés $75^k,5$.

Será así el empuje estático

$$\mathrm{Q} = 70529\,\frac{a - 6,44}{b' = 4^m} = 92746^{km}$$

y para la estabilidad de los estribos, tomando $\mathrm{C} = 1,9$ por lo rebajado de la bóveda, $\mathrm{Q} = 1,9 \times 92746 = 176217^{km}$

Espesor de los estribos.

En bóvedas tan rebajadas como la presente se puede desde luego suponer que la caida se verificará por resbalamiento; y en efecto, para que esto no tuviera lugar era preciso que en la ecuacion $\mathrm{Q} = \mathrm{P}f$ fuera $f = 2,5$, rozamiento á que no llega ninguna clase de piedra.

En este concepto, el espesor z del muro, supuesto horizontal el primer lecho de junta, se hallará por la ecuacion

$$\mathrm{Q} = \mathrm{P}'f = (\mathrm{P} + \Pi\, z\,(b + e + 0,4))\,f = 53602 + 67492 \quad \} \quad f = 0,76$$

que dá $z = 18^m,17$

valor casi igual al de la construccion, pero que pudiera haber sido menor en razon á la inclinacion de las juntas y el seguir las dovelas hasta el trasdós horizontal (núm. 1295.) Siendo, efectivamente, $\alpha = 19°24'$ la inclinacion de la primera junta sobre el arranque, cuyo sen. $= 0,3322$ y el cos. $= 0,9432$, la ecuacion (núm. 1279)

$$\mathrm{Q} = \mathrm{P}'\,\frac{\cos.\ \alpha + f \text{ sen. } \alpha}{\text{sen. } \alpha - f \cos.\ \alpha}$$

entre el empuje y resistencia de la construccion dará, poniendo por Q su valor 176217, $z' = 14^m$ próximamente.

Espesor de los pilares. Para el espesor ó grueso que deben tener los pilares intermedios, se podrá tomar, como aconseja Rondelet (núm. 1291), el doble de la clave$=3^m,2$: cuyo valor difiere muy poco del que tienen en el proyecto. Se hallará tambien directamente por la ecuacion

$$\text{R}z=2\,\text{V}_1+\text{V}_2$$

ó $$\text{R}z=2\text{P}+\Pi z(b+e+h) \quad \text{que dá} \quad z=\frac{141058}{\text{R}-21312}.$$

Para que z fuese igual á los $2^m,9$ del proyecto bastaría que se hiciese $\text{R}=7^k$ por centímetro cuadrado, que viene á ser la resistencia del ladrillo á la presion (núm. 1175). Pero es de suponer que la piedra caliza de que se hizo el puente es de una resistencia bastante mayor, lo que daría para z un valor mucho menor que el de $2^m,9$. Se entiende asi la razon de la figura dada á los pilares, segun la cual se disminuye considerablemente el espesor, y por consiguiente la seccion trasversal.

Resistencia de la clave á la presion. Conviene tambien asegurarse de la resistencia que ofrecerán á la presion las piedras de la clave y arranques, segun fuera la calidad del material, á fin de ver si deberá aumentarse el espesor del arco. Para ello se podrá seguir una marcha idéntica á la manifestada en el núm. 1317. En la clave es desde luego $e=\frac{\text{Q}}{\text{F}}$, cuyo valor es próximo á $1^m,6$ para una piedra cuya resistencia á la presion fuese 10^k por centímetro cuadrado. Por manera que siendo, como parece lo es, de mucha mas resistencia la empleada en el puente, el espesor hallado no debe alterarse por esta causa.

Incremento de la montea en la cimbra.

El incremento de montea que debe tener la cimbra para que el intradós de la bóveda conserve despues del asiento la figura primitiva ó determinada por el arco respectivo, se calculará concibiendo un arco trazado por los centros de presion de las dovelas. Si llamamos s la contraccion que sufre este arco y b' la depresion de la montea se tiene

$$b'=\frac{3}{4}\,\frac{a}{b}\,s$$

Suponiendo, como lo hizo Perronet, que cada una de las juntas de los lechos se contraería $1\frac{5}{29}=1,17$ líneas francesas, las 29 de cada semi-arco darian 2,827 pulgadas$=0^m,076=s$; por lo que $b'=\frac{3\times 11,7}{4\times 2}\times 0,076=0^m,33$, que viene á ser poco mas de $11\frac{1}{2}$ pulgadas francesas ó el pié calculado por Perronet.

Tomando un milímetro para la contraccion expresada por cada junta, que es muy buena proporcion, resulta por las 29 $0^m,029$, y para la de presion $b'=0^m,1273=4\frac{1}{2}$ pulgadas. Resultado mas aproximado que el anterior, pues en los $14\frac{1}{2}$ meses en que se estuvo observando el asiento, y posteriormente en los 30 años que se mantuvo el puente en pié antes de la voladura de 1814, solo llegó la depresion á 7 pulgadas.

Para los puentes oblícuos véanse los números anteriores 1534 y siguientes.

1721. 2.° = Puentes de fundicion de hierro.

Las grandes ventajas y utilidad que las construcciones de hierro tienen hoy dia sobre las de madera y piedra, son conocidas y apreciadas por todos los Ingenieros. La resistencia absoluta del metal permite salvar espacios 5 á 6 veces

mayores que con los otros materiales; su duracion, que puede decirse ilimitada cuando hay un buen entretenimiento ; su incombustibilidad tan importante en las construcciones industriales; su ligereza relativa á resistencia igual, y la facilidad del trasporte y montura le hacen preferible y en extremo conveniente para las construcciones públicas y particulares.

El poco espesor de la clave en los puentes permite rebajar las rampas de acceso economizando terraplenes considerables ó expropiaciones onerosas. Y, en fin, la pequeña altura de las vigas del piso, la ligereza y elegancia de las armaduras, el poco espesor de las diferentes piezas y el desarrollo de la superficie libre que de aquí resulta, le hace adoptar igualmente con preferencia á cualquiera otro material para los entramados y cubiertas en los modernos establecimientos de las grandes ciudades, como para otra multitud de aplicaciones diversas cada dia mas creciente.

Concretándonos á las construcciones de puentes, dirémos que son varios los sistemas adoptados para esta clase de fábricas desde que en 1779 apareció el 1.º en Inglaterra. En un principio se imitaron las cerchas de madera, como sucedió en aquel, llamado de Coalbrookdale, y en el de las Artes en París: pero á causa de las vibraciones y roturas que sufren las cerchas y barras de union, la dificultad de una fundicion homogénea en las grandes piezas curvas que componen el arco ó los arcos de las cerchas, y el no poderse aplicar á grandes aberturas, mucho menos si la curva fuese bastante rebajada, se originó la idea de dividir el arco en dovelas, cuya longitud se determina por la condicion de ser fáciles de trasportar y colocar sin gran trabajo. Así lo hicieron en los puentes que siguieron á aquellos dos y posteriormente hasta nuestros dias tales como los de Sunderland, Stains, Southwark, Sevilla, &.

En todos ellos hay dos cosas esencialmente distintas, el arco propiamente dicho y las manguetas ó círculos que le unen al tablero. El primero es el que se compone de dovelas, perfectamente ligadas entre sí por medio de barras y pasadores que hacen del mejor modo posible un solo cuèrpo. La forma de estas dovelas varía de un puente á otro, siendo en unos planchas mas ó menos gruesas fortificadas con nervios; en otros, bastidores compuestos de dos ó mas arcos, unidos por montantes normales ó cruces de San-Andrés; y en otros, cilindros ó prismas huecos igualmente unidos entre sí y fortificados como las planchas. Sobre las dovelas se afirman los círculos ó manguetas que llenan el seno de los arcos y sirven de apoyo al piso del puente; de cuyas ventajas ó inconvenientes relativos hablarémos de seguida. M. Lamendé en su puente del Jardin del Rey en París, tuvo la feliz idea de llenar los senos con bastidores en prolongacion de las dovelas del arco que forma la archivolta.

Acerca de esto discurre M. Bruyere que sería mas ventajoso prolongar las
Fig^s 676 y 677. mismas dovelas hasta el piso del puente (*fig*^s. 676 y 677) dándoles la forma que pareciese mas graciosa sin faltar á las condiciones de estabilidad. Para demos-
Fig. 678. trar esta conveniencia observa (*fig*. 678) que, existiendo entre las bóvedas de mampostería y hierro igual tendencia á la tension y presion por causa del movimiento que se nota en las dovelas de la clave y riñones ó junto al arranque al tiempo del descimbramiento (esto es, que se comprimen en el trasdós de la clave y en el intradós del arranque, ó se abren en el intradós de aquella y trasdós de este), si representamos por ac y ad la presion, y por $ebfb$ la tension (líneas trazadas por los puntos en que las juntas tienden á cerrarse y abrirse), la tension segun las segundas líneas será tanto mas débil cuanto mas elevados se hallen los puntos e y f sobre el intradós de la clave. Lo que demues-

tra la ventaja de no trasdosar las cerchas y continuar las dovelas hasta el tablero.

1722. **Ventajas é inconvenientes de los diferentes sistemas empleados.**

Prescindiendo de los sistemas primitivos de cerchas contínuas, análogas á las de madera, como las que componen el puente de Coalbrookdale en Inglaterra y el de las Artes en París, que son los peores medios de construir puentes de hierro, por no poderse adoptar curvas rebajadas ó extensas, y por descomponerse fácilmente con las fuertes vibraciones á que están sujetas, diremos, que los sistemas siguientes á estos, compuestos de bastidores de hierro fundido ó batido, con manguetas normales en los tímpanos, aunque de mas firmeza y mejores sucesos, tienen tambien el inconveniente de esa multitud de charnelas y clavijas que poco á poco van debilitando el sistema por el movimiento incesante de las primeras y la caida ó rotura de las segundas. Además, las distintas barras de todo el aparejo, y en particular las que constituyen las manguetas de union entre el tablero y cercha principal ó archivolta, presentan extremada rigidez y solidez insuficiente, sin oponer bastante obstáculo al cambio de forma: de donde se siguen forzosos entretenimientos, como se ha demostrado en varios puentes, y en particular en el del Jardin del Rey, y aun en el mas robusto de Austerlitz, que, á pocas vibraciones sufridas, experimentaron varias roturas y descomposiciones que hubieron de repararse de seguida. Mas no por estos defectos se inutiliza el sistema, ni menos aún le dan poco valor: esos mismos puentes, el famoso de Sunderland, el más célebre de Southwark y otros muchos atestignan con su vida y valentía la bondad de la composicion cuando la fundicion es buena. Pero como quiera que ellos mismos denuncian al hombre los defectos que envuelve su propio sistema, pareció natural variar lo que en ellos se encontraba malo para aproximarse á la perfeccion. Así lo practicó Rennie en el citado puente de Southwark, así lo pretende demostrar Bruyere, como hemos visto en el número anterior, y así lo hicieron otros acreditados Ingenieros, sustituyendo unos las manguetas normales con diferentes carreras de arcos iguales y concéntricos al de la archivolta, prolongando otros las dovelas hasta el piso, y por fin, haciendo la cercha inferior toda sólida, como aparece en el puente de Tewksburg sobre el rio Severn, y en el de Trent sobre el Lary (Inglaterra.)

Los alemanes Wiebeking y Reichenback indicaron con M. Gauthey lo conveniente que seria, en obsequio al menor peso, hacer tubular la cercha del arco principal: idea que el célebre ingeniero M. de Polonceau llevó á cabo en 1834 con la ereccion del magnífico puente del Carrousel entre el Louvre y la calle de los Santos Padres, compuesto de tres arcos de unos 48^{m} ó 162 piés de cuerda sobre $4^{m},8$ ó 16 piés de flecha. La cercha principal es un tubo elíptico, cuyo eje mayor de $0^{m},76$ es vertical, y los senos círculos unidos por columnas horizontales. El brillante éxito que ha tenido este puente, sin haberse experimentado sensacion alguna desde su conclusion, demuestra la bondad de tan recomendable sistema, llevado á cabo por el investigador y profundo talento de su autor.

A consecuencia de todo lo acabado de exponer, y visto que las cerchas tubulares ofrecen más resistencia y estabilidad en igualdad de circunstancias que otras de diferente naturaleza, y que los círculos del seno se prestan mejor que las manguetas normales á la flexibilidad de la fábrica, siendo este medio suficientemente fuerte y mas económico que la repeticion de arcos ó prolongacion de las dovelas, se aceptó desde luego la idea para el proyecto que sigue, con arreglo á lo cual están construidos y calculados los pormenores del mismo, de cuyos buenos resultados responde anticipadamente el puente de Sevilla, segundo cons-

truido por este sistema (*). Solo se ha modificado la forma del tubo, haciéndole rectangular por ser mas resistente que el elíptico, segun lo han hecho ver los numerosos experimentos en América y en Inglaterra sobre varios tubos circulares, elípticos y rectangulares para compararlos con los mas ventajosos que produjo el tubo modelo, tambien rectangular, segun el cual se vinieron á construir el colosal puente tubular de hierro Britania sobre el paso de Menai, y el no menos famoso de Conway.

Mas adelante se hablará de los tableros ó pisos de estos puentes.

1723. **Cálculos de un puente de tres arcos.** (Proyectado para el rio Pasig de Manila.)

Datos.

Gasto de agua, desembocadura, altura de remanso.—Determinado el punto de situacion del puente al frente de la grande y concurrida calle del Rosario, y siendo muy poca la altura de las márgenes sobre las aguas bajas, llegando á nivelarse con ellas en las altas, fué preciso colocar los arranques de los arcos á la altura del piso de la calle; máxima profundidad de que no era posible pasar sin el inconveniente de mantener las cerchas sumergidas en el agua, y mínima altura que tampoco se debia pasar para no hacer demasiado sensibles las rampas de entrada y salida, que no deben exceder de $\frac{1}{16}$ á $\frac{1}{17}$. Esto obligó á considerar la flecha de unos 3^m, ó poco mas si los arcos extremos tomaban parte de la rampa: y como la máxima abertura no debe exceder de 10 veces la flecha, teniendo el rio de ancho en aquel sitio unos 400 piés ó 112^m, el mínimo número de arcos del puente no debió pasar de 3. Obliga tambien á ello la necesidad que hay de salvar con un claro la gran cuenca del fondo originada por las corrientes al otro lado del puente inmediato que se trata de sustituir.

Esto supuesto, y habiéndose medido la corriente en diferentes épocas, usando á la vez los nadadores de asta y esférico para comprobacion del cálculo, resultó para la velocidad media en las bajas aguas $v=0{,}5$ pié, y $v=1^p{,}5$ en las altas: y siendo $h=10^p=2^m{,}8$ la altura media, y $a=400$ piés $=112^m$ la anchura, el caudal medio por $1''$ es de 4000 piés cúbicos (2000 para las bajas aguas y 6000 para las altas). En las mareas vivas el gasto es $Q=8400^{p3}$, por ser $a=400$, $h=14$ en término medio y $v=1^p{,}5$.

Para la desembocadura de los arcos, sujetando la velocidad á 1^p por $1''=0^m{,}28$ (velocidad demasiado pequeña segun la tabla del número 1707, atendido que el piso artificial es de piedra, por lo que no habrá inconveniente en suponer $v=0^m{,}42$ y aun $0^m{,}5$ para las mareas vivas), se tiene para el término medio de la corriente (759 y 1704), $\Omega=\dfrac{Q\times 1{,}1}{v=1}=1{,}1\times 4000^{p3}=4400$ piés cuadrados ó 1467 por cada uno de los tres arcos. Y siendo 14 piés la altura media de las aguas, resultará para el claro de cada uno de ellos $\dfrac{1467}{14}=104{,}8$ piés. Siendo, pues, de 104 piés el claro constante de los arcos para la velocidad de un pié en las medias aguas, es natural que en las mareas vivas ó grandes crecientes aumentará debajo de ellos la velocidad de la corriente. Pero acabamos de ver que aunque pasara esta de 1,5 pié, no alteraria el fondo en manera alguna. Tomando el caudal calculado para las mareas vivas $=8400$ piés cúbicos y suponiendo que la veloci-

(*) El hermoso puente de Sevilla, empezado en 1845, por los ingenieros Steinacher y Bernadet, fué concluido por el ingeniero español D. Canuto Corroza en 1852. Sus brillantes resultados atestiguan la excelencia del sistema.

dad por 1″ fuese $=1,5$, resultaria $\Omega = 8400 \times \frac{1,1}{1,5}$ (aumentando á la seccion $\frac{1}{10}$) $= 6160$ piés cuadrados, ó 2053 para la seccion media del agua en cada arco. La altura que, en consecuencia, tomaría para los 104 piés que damos de luz, sería $\frac{2053}{104} = 19,7$ piés próximamente; altura todavía inferior á la media del proyecto para las mareas vivas.

Veamos cuál seria la *altura de remanso* para este caudal y velocidad. En la ecuacion del número 758.

$$x^3 + \left(3h + \frac{v^2}{2g}\right)x^2 + \left(\frac{9}{4}h^2 + 3h\frac{v^2}{2g}\right)x + \frac{9}{4}h^2\frac{v^2}{2g} - \frac{9}{4}\cdot\frac{Q^2}{a'^2\,m'^2 \times 2g} = 0$$

son para este caso

$a' = 104 \times 3 = 312$ piés $= 86^m,7$ $\quad m' = 0,95, \quad v = 1,5 = 0^m42,$

$h = 14^p = 4^m$ próximamente y $\quad Q = 8400^{p3} = 1817^{m3}$

Además, la latitud de Manila es $14°+36'$; lo que dá
cos. 2 $(14°+36') = 0,872925$, y (510), $g = 9,80512 - 0,027816$ cos. $(29°+12') = 7^m,78$
ó teniendo en cuenta la pérdida por la fuerza centrífuga $\quad g = 9^m,75$
Con estos datos la anterior ecuacion se reduce á

$$x^3 + 12,009\,x^2 + 36,108\,x - 0,00031 = 0.$$

La cual nos dice que el remanso sería casi nulo.

Es, por tanto, mas que suficiente la desembocadura de $28^m,88$ ó 104 piés por cada arco.

Podemos, en consecuencia de todo lo expuesto, establecer como datos, siendo los arcos escarzanos:

Luz de cada arco $\quad 2a = 104^p = 28^m,88, \quad a = 52^p = 14^m,44.$

Flecha $b = 12^p = 3^m,33$; rádio $(52^2 = 12\,(2R - 12))$, $R = 118^p,7 = 33^m$.

Para la amplitud se tiene; seno del semi-arco $= 0,43806$ cuyo log. $= 9,6415336$ corresponde al arco $\alpha = 25°,58',48'' = 93528''$, y su doble $\quad 2\alpha = 187056''$.

Rectificacion del arco $\quad S = \frac{2\pi R g°}{360°} = 30^m$.

La anchura del puente $= 36^p = 10^m$, se divide en 5 tramos de 2^m, á que corresponderán 6 cercas ó cuchillos. De ellos los laterales sostienen la mitad del peso que los intermedios; pero, no obstante, los consideraremos igualmente cargados en razon al peso de las barandillas y el del mayor número de personas que transitarán por los andenes que soportan. Son, al propio tiempo, los mas expuestos á choques, y en este concepto necesitan mas resistencia. Así, pues, entenderémos para todos lo que se diga de uno solo de estos cuchillos, cargado en la longitud de 2^m, que es el intérvalo de uno á otro.

Siendo el tablero de vigas, viguetas y tablones de *Molave*, y comprendiendo el herraje y barandilla, su peso por 1^{m2} será .... 260^k

Fuerza del huracan en este país $= 375^k$ por 1^{m2} (núm. 555).

Su inclinacion $\alpha = 18°$; lo que dá sen. $\alpha = 0,30902$	Apreciada verticalmente dará un peso $= 375 \times 0,30902$	116
Peso adicional.	....	200
	Total de peso por 1^{m2}	576^k

Sea $\Pi = 600^k$ ó $p = 2 \times 600 = 1200^k$ por metro de longitud.

Círculos del seno.

Disponiendo las verticales de los centros á las distancias 47^p, 38^p 31^p y 26^p del vértice de la curva, la ecuacion del círculo referida á este punto,

$$y^2 = 2\,R\,x - x^2, \text{ ó } x = R - \sqrt{R^2 - y^2}$$

nos dará estas verticales: resultando $d = 9^p,7 = 2^m,695$, $d' = 6_p,3 = 1^m,75$, $d'' = 4^p,2 = 1^m,167$, $d''' = 2^p,9 = 0^m,82$. En ellas se tienen los centros de los círculos, tangentes á la vez al arco y horizontal del vértice (véase la construccion gráfica número 50,10ⁿ) á las distancias $r = 4^p,85 = 1^m,35$, $r' = 2^p,96 = 0^m,82$, $r'' = 2^p,09 = 0^m,58$, y $r''' = 1^p,4 = 0^m,39$.

Haciendo el anillo de un pié $= 0^m,28$ de peralto, serán los rádios medios $r = 1^m,21$, $r' = 0^m,68$, $r'' = 0^m,44$, $r''' = 0^m,25$.

Para encontrar la seccion de este anillo tomemos el círculo mayor, cuya carga es la correspondiente á la extension de unos 3^m por 2^m de longitud, y es $\Pi = 600 \times 2 \times 3 = 3600^k$. Así, la presion longitudinal será

$$N = r\,\Pi = 1,21 \times 3600 = 4356^k.$$

El mayor peso de que se le debe cargar es (núm. 1213) $R = \frac{N}{\omega}$ ó $500000 = \frac{4356}{\omega}$, de donde $\omega = 87$ centímetros cuadrados $= 28^c \times 3^c,10 = 12 \times 1,33$ pulgadas, ó con algun exceso, $12 \times 1,5$ pulgadas $= 28^c \times 3^c,5$; que dá $\omega = 0^{m2},01$ próximamente.

(Se hace $R = \frac{1}{14}$ del valor que tiene el hierro colado para resistir á la presion por metro cuadrado de seccion cuando no sufre choques ni vibraciones).

Estando la resistencia en razon inversa de los rádios de curvatura, resulta que para los círculos menores del tímpano habrá exceso de esta resistencia si damos á los anillos igual seccion; y tanto mas cuanto que de uno á otro disminuye la fuerza compresiva ó el peso que soportan.

Supuesto, pues, la seccion de todos los anillos y pirámide junto al vértice de $0^{m2},01$, el peso estimado de todos ellos será $\Pi = 1500^k$ ó $\frac{1500}{14,44} = 104^k$ por metro de longitud.

Agregando el peso anterior de 1200^k y 56^k mas por el de las barras de conexion y riostras correspondientes á cada seccion de medio tramo en 1^m de longitud, resultará por el peso total que carga en cada metro del semi-arco principal, $1200 + 104 + 56 = 1360^k$, ó 1600^k poniendo 240^k mas en razon á las mayores vibraciones.

Seccion del escarzano. Para la presion longitudinal que sufre podemos suponerle cargado uniformemente en su proyeccion horizontal del peso acabado de hallar $= 1600^k$ por unidad de longitud, mas el correspondiente á la misma unidad por su propio peso, que es $= \frac{7207 \times S \times \Omega}{28,88} = \frac{7207 \times 30\,\Omega}{28,88} = 7580\,\Omega$, (7207 peso del material). Será, pues, la carga del arco

$$p = 1600 + 7500\,\Omega.$$

La presion para un punto cualquiera de la curva es (núm. 1215)

$$N = p\frac{a^2}{2\,b}\sqrt{1 + \frac{4\,b^2\,x^2}{a^4}}.$$

El mayor valor de la abscisa x es a; lo que quiere decir que la mayor presion está en el vértice: de lo que resulta

$$N = p\frac{a}{2\,b}\sqrt{a^2 + 4\,b^2} = 55154 + 258529\,\Omega.$$

El máximo peso de que se debe cargar el arco es

$$R=3500000=\frac{55154+258529\,\Omega}{\Omega},\ \text{de donde}\ \Omega=0{,}017\ \text{metros cuadrados.}$$

(Se hace ahora $R=\frac{1}{2}\,7000000$ (núm. 1185), en vez de $\frac{1}{14}\,7000000$, como hicimos para los círculos, porque no estando el arco tan expuesto á vibraciones como aquellos, basta le demos el doble de la resistencia que tendría sí la construccion no percibiera movimiento alguno. Considérese, además, que en el aprecio definitivo que se hace de la seccion aún se la aumenta considerablemente.)

Haciendo la seccion de la figura de un tubo rectangular será

$$\Omega=b\,h-b'\,h'=0{,}017.$$

Y si tomamos para b, b', h', á la manera que sucede para las balanzas en las máquinas de vapor (núm. 1185, 7°), $b=\frac{1}{16}h,\ b'=\frac{1}{32}h=\frac{1}{2}b,\ h'=\frac{7}{8}h$, resultará

$$h^2=\frac{0{,}017}{0{,}0351}=0^{m2},482,\ \text{y}\ h=0^m,7\ \text{próximamente}=2{,}5\ \text{piés};\ h'=0^m,61=2^p,2;$$

$b=0^m,044=2$ pulgadas, y $b'=0^m,022=1$ pulgada.

Para mayor estabilidad se tomará $h=3$ piés $=0^m,84$, $h'=2^p,5=0^m,7$, $b=4$ pulgadas $=0^m,088$, y $b'=2$ pulgadas $=0^m,044$· de donde $h-h'=6$ pulgadas $=0^m,14$, ó 3 pulgadas para cada uno de los gruesos superior é inferior, $b-b'=2$ pulgadas $=0^m,044$ para las paredes.

La seccion será entonces

$\Omega=84$ pulgadas cuadradas $=0^{m2},045$; que es mas de lo que corresponde al cuádruplo de la resistencia necesaria. En las figuras se ha hecho algo mayor el grueso superior en el arco, á causa de haber de recibir directamente los círculos de union.

Empuje horizontal.

El peso que segun esta seccion tendrá la semi-cercha será

$\Pi\,\Omega\,a=7500\times0{,}045\times14{,}44=4874^k$ próximos, y el total

$p\,a=4874+(1600\times14{,}44)=27978$: por lo que la componente horizontal de la presion ó el empuje en el arranque será (núm. 1213)

$$Q'=p\frac{a^2}{2b}=60662\ \text{por una cercha}$$

y por las 6

$$Q=6\,Q'=363972^k.$$

Pilares-estribos.

Para hallar el grueso de los pilares bastaría que apreciásemos el peso que han de soportar por cada dos semi-arcos, al modo como sehizo para el puente de San Maxencio. Pero como la situacion del que vamos calculando está cercana á un recodo y otro puente de 8 gruesos pilares, que motivan corrientes de consideracion é inclinadas, siendo, además, frecuentes los temblores en el pais, grandes las mareas vivas, y muchos los cuerpos arrastrados en las crecientes, convendrá considerar cada pilar como estribo, capaz de resistir al empuje horizontal acabado de hallar. Basta para esto, que se determine el momento de la fuerza y el de la resistencia, de cuya igualacion se deducirá el espesor que ha de tener el pilar. Su altura está expresa en el dibujo por las circunstancias especiales de la localidad. Al espesor así hallado se le aumentará la sexta parte. Así, pues, si llamamos E el espesor y h la altura desde los arranques al cimiento, se tiene,

$$Q\,h=\Pi\,V\,\frac{E}{2},$$

Π = peso del material $=2200^k$, V = su volúmen $=95\,E$, $h=4^m,2$

y $363972 \times 4{,}2 = 2200 \times 95 \frac{E^2}{2}$; de donde $E = 3^m{,}82$; aumentando $1/_6$ resulta

$$E = 4^m{,}46 = 16 \text{ piés.}$$

Se dan 13 piés á la torre, 17 desde el arranque á las aguas bajas, y 19 hasta el cimiento.

Para los estribos convendrá aumentar el espesor hasta 22 piés; ó bien se multiplicará el espesor $3^m{,}82$ por el coeficiente de estabilidad 1,6

Hallándose el rio encajonado entre dos muelles no se necesita la construccion de alas. Mas en el supuesto de haberse de hacer los muros de contencion para formar las dársenas que llevaba el proyecto, se calculará su grueso en el supuesto de haber de resistir el empuje de la arena fangosa (tabla del núm. 1254) segun la fómula

$e' = 0{,}26\, h$ que dá, siendo $h = 7^m$, $e' = 1^m{,}82 = 6_p{,}5$,

Resúmen de las dimensiones del puente.

Datos.

Luz, $2\, a = 104^p = 28^m{,}88$, $a = 52^p = 14^m{,}44$.

Flecha, $b = 12^p = 3^m{,}33$, rádio $= 118^p{,}7 = 33^m$.

Semi-amplitud del arco, $\alpha = 25^o{,}58'{,}48''$, rectificacion, $S = 30^m$.

Anchura del puente, $36^p = 10^m$: dividido en 5 tramos por medio de 6 cerchas.

Peso estimado del tablero, adicional y el viento ó esfuerzo del huracan $= 600^k$.

Peso por 1^m de longitud $= 1200^k$.

Los arranques están á nivel del piso de la calle, que lo es de las mareas y grandes crecientes. La altura de los arranques sobre las aguas bajas $= 2^m{,}3$, y desde el piso del puente á los cimentos $= 9^m{,}5$.

Círculos del seno.

Rádios $\begin{cases} r = 1^m{,}21 = 4^p{,}35 \\ r' = 0^m{,}68 = 2^p{,}44 \\ r'' = 0^m{,}44 = 1^p{,}58 \\ r''' = 0^m{,}25 = 0^p{,}9 \end{cases}$ Seccion del anillo $= 13 \times 1{,}5$ pulgadas $= 28^c \times 3^c{,}5$ Peso de todos los del semi-arco en cada cercha con la pirámide $= 1500^k$.

Hay, además, por cada semi-arco en los 5 claros 15 barras de union de $1^m{,}8$ de largo y $0^m{,}02 \times 0^m{,}3$ de seccion: 10 de $1^m{,}67$ é igual seccion; y 10 riostras de $3^m{,}5$ y $0^m{,}008$ de seccion; que componen un peso de 4040^k ó 56 por 1^m de longitud.

Peso total sobre el escarzano por 1^m de longitud $= 1600^k$.

Arco escarzano.

La seccion es un prisma hueco de las dimensiones siguientes
$h = 3^p = 0^m{,}84$; $h' = 2^p{,}5 = 0^m{,}7$; $b = 4$ pulgadas $= 0^m{,}088$ y $b' = 2$ pulgadas $= 0^m{,}044$; $\Omega = 84^{p2} = 0^{m2}{,}045$.

Peso de la semi-cercha $= 4874^k$

Empuje horizontal sobre toda la extension del estribo $= 363972^{km}$

Pilares (considerados como estribos.)

Espesor en los arranques $= 17^p = 4^m{,}76$. Sobre ellos $= 13^p = 3^m{,}64$; y sobre el cimiento $= 19^p = 5^m{,}32$:

Los estribos tienen $22^p = 6^m{,}15$. Los tajamares tienen por seccion un arco gótico.

En la lámina se vé el sistema de cimentacion, y la composicion del cajon que se proyecta para la construccion de los pilares.

1724. 3.°—Puente Hércules á lo Vergniais (*).

Los puentes suspendidos de arcos rígidos de madera y hierro hace tiempo se usan con buen éxito en América y en Inglaterra, notándose entre los primeros el famoso de Trenton (á 30 millas de Filadelfia) sobre el rio Delaware, compuesto de cinco arcos ó tramos, de que tres tienen 200 piés ingleses de luz, uno 180 y otro 150, siendo la flecha de 27 piés. Otro, idéntico á este y mas célebre aún por ser probablemente el mas largo del mundo, es el construido en Columbia sobre el rio Susquehana, concluido en 1836; el cual tiene 29 arcos de 200 piés de cuerda que presentan una desembocadura de 5800 piés y una longitud total de cerca de milla y cuarto. En Inglaterra merece citarse el puente acueducto de hierro construido en Standley sobre el rio Calder, cuyo peso total suspendido es de 1700 toneladas (1726605^k). La cuerda ó abertura es de 155 piés y la flecha de 24.

La mayor parte de los puentes de esta clase en América son de madera de pino, componiéndose los arcos de tablones sobrepuestos y asegurados con planchas de hierro, de que cuelgan las péndolas tambien de hierro dulce ó alambre. En Inglaterra son, como el de Calder, todos de hierro fundido, dispuestos los arcos en dovelas á la manera que lo están en los puentes anteriormente descritos.

El número de cerchas, en uno y otro caso, depende del peso que han de soportar, llegando generalmente en los de madera á cuatro y cinco como en el de Trenton.

Todas ellas se unen y traban por medio de riostras, bielas y tirantes oblícuos, único medio de hacer invariable el sistema é impedir los movimientos oscilatorios. Sus arranques están regularmente á la altura del piso; lo que les dá sobrada elevacion é instabilidad cuando la abertura es considerable, en razon á que no debiendo pasar la flecha del décimo de la luz, por cada 10 piés que se aumenten á esta sube uno la construccion sobre el nivel del piso, y por consiguiente la posicion del centro de gravedad.

M. Vergniais ha mejorado muy notablemente este sistema con la invencion de arcos cilíndricos adosados perpendicularmente al medio de los escarzanos, que evitan los movimientos laterales, y la de otros arcos botareles, apoyados sobre los riñones del arco principal y en estribos levantados sobre los del puente, que impiden los movimientos longitudinales. De ellos cuelgan varias péndolas que completan la suspension del puente, sin necesidad de atender á que la flecha sea mas ó menos peraltada: por manera que, independientemente de la longitud de esta, puede verificarse el paso con un solo arco sin que su montea impida que el tablero quede siempre á nivel de la calle ó camino que ha de unir; pues no hay mas que bajar los arranques tanto como fuese menester, si bien conviene no pasen estos de la línea de las altas aguas, particularmente cuando las cerchas son de hierro. Otra ventaja del sistema es el dividir ese considerable empuje contra los estribos al tiempo de impedir los movimientos longitudinales: á que se agrega tambien que las vibraciones producidas por los choques se amortiguan y pierden en la extension de las péndolas, sin causar en los arcos sensacion alguna. Por lo demás, tanto en el pavimento como en los escarzanos existen las riostras y barras ó arcos trasversales de union que en los primitivos puentes de esta clase,

---

(*) Aunque este sistema tiene el carácter de puente colgante, le damos lugar entre los fijos ó que no tienen movimiento alguno, por la firmeza de los arcos y rigidez de toda la construccion.

completándose así la unidad del sistema, que queda tan rígido y estable como la construccion mas permanente.

El primer puente construido por el sistema Vergniais ha sido el levantado en Lignon en Agosto de 1852 por el mismo autor con el feliz éxito que era de esperar de tan excelente invencion: habiéndose puesto en la prueba mas del doble de la carga adicional legal sin que los arcos diesen indicio de la mas pequeña sensacion, pues hasta la pintura quedó intacta, y solo el piso descendió 5 centímetros, (efecto, sin duda, de la flexibilidad de los cueros colocados en las juntas de las dovelas) habiendo vuelto á su nivel luego que fué descargado. El contrato establecido por M. Vergniais era obligarse á que la carga de prueba llegase á 2000^k por 1^{m2} ó sea el décuplo de la legal: condicion que hubiera satisfecho el puente si M. Godefin, director de caminos de aquel departamento y encargado de la prueba y recepcion, no hubiera pensado que quedaba perfectamente garantida la bondad de la obra con la carga que resultó de 453^k por metro cuadrado.

Este puente se compone de dos cerchas de fundicion, de las que cuelga el tablero por medio de gruesas barras de hierro. La cuerda de los aros es de 31^m; su rádio 30^m; la flecha $4^m,41$; el desarrollo $33^m,6$; la amplitud del arco 62° 13′; su anchura $5^m,6$, y el piso del puente á $1^m,67$ sobre la mayor avenida conocida. Las dovelas en que se divide el arco tienen $2^m,1$ de largo, $1^m,05$ de ancho y $0^m,08$ de espesor, acoplándose dos á dos en cada cercha; por lo que resulta para el grueso de estas $0^m,16$. Los estribos, como las pilastras superiores en que apoyan los botareles, son de granito: los primeros tienen $7^m,6$ de ancho, $6^m,6$ de longitud, y $4^m,6$ de altura; las pilastras 1^m de grueso y $5^m,6$ de altura. El tablero es de fierro, y el firme, para elpaso, de una capa de asfalto sobre el tablero, y encima el cascajo y tierra arcillosa que forma un grueso de $0^m,15$. Las péndolas tienem $0^m,035$ de diámetro, y distan entre sí $1^m,15$.

. En 1854 habia en obra seis puentes mas por este sistema, uno sobre el Sena en Saint-Ouen que ofrece la vista mas pintoresca sin faltar á la debida robustez.

1725. **Cálculo del proyectado para Manila y acompaña al anteriormente descrito de tres arcos** (lám. 94).

Datos.

Luz $= 2a = 360^p = 100^m$; $a = 50^m$.

Flecha, $b = 61^p = 17^m$.

Rádio $\{ \; \overline{50}^2 = 17\,(2R - 17) \qquad R = 82^m = 294^p,3$

$$\text{Semi-amplitud} \left(\frac{50}{82} = 0{,}6097 = \text{sen. } \alpha\right) \qquad \alpha = 37^\circ\, 34' = 2254'.$$

$$\text{Rectificacion del arco } S = 2\,\frac{2\pi R \times 2254'}{21600'} = 107^m{,}48$$

Longitud media del arco botarel $= 13^m$, su flecha $= 1^m$, su rádio $= 19^m$

Altura del tablero sobre las mareas vivas $= 4^m,5$

Anchura del mismo entre las péndolas extremas $= 36^p = 10^m$

Altura del arco $= 6^p = 1^m,67$. La misma es para el botarel.

Peso total del tablero.

Se compone este de 100 vigas de $10^m,4$ y $0^m,28 \times 0^m,2$ de escuadría; 300 viguetas de 10^m y $0^m,2 \times 0^m,115$; 360 tablones de 10^m y $0^m,28 \times 0^m,07$.

La barandilla es de hierro de una pulgada de grueso $= 0^m,023$ y las demás dimensiones como las marca el dibujo. Hay, además, 80 viguetas para los andenes, y 46 viguetas para las riostras y cadenas.

Su peso por 1^{m2} próximamente con algun exceso es............ 200^k
El del huracan, *id*, *id*.. 116
El de la carga adicional (el puente lleno de personas, aumentado con casi otro tanto).. 350
666^k

Estimemos para el peso total del tablero y adicional por cada metro cuadrado, $\Pi_{,}=700^k$, ó bien 7000^k por cada 1^m de longitud, lo que casi equivale á suponer para el adicional el excesivo de 400^k que propone el Cuerpo de Ingenieros de caminos.

Péndolas.

Las péndolas están separadas una de otra 1^m. Aguantará, por consiguiente, cada una (suponiendo por de pronto dos filas) una tension $T=\frac{1}{2}7000=3500^k$.

El área de la seccion será $\omega=\frac{N}{R}=3^{c2},5,\left(R=\frac{1}{6}6000.\ (\text{tabla } 1181)\right)$, y el diámetro $d=2^c,1=0,91$ pulgada.

En cada semi-arco hay 50 péndolas. Para hallar su longitud encontrarémos 1.° la altura de la que corresponde á la vez á los dos arcos, escarzano y botarel. Para esto, observaremos que la ecuacion del círculo referido al centro nos dá $y=73^m,4$ para el punto cuya abscisa es $x=36^m,5$, que es lo que dista la péndola citada de la vertical del centro ó eje de las ordenadas. Así, pues, la altura de la misma hasta el arranque será, haciendo 1° $y'=82^m-73^m,4=8^m,6$, y restando esto de la flecha 17^m, $y''=17-8,6=8^m,4$. Aumentando $2^m,5$ del peralto que resulta en aquel punto por el arco, y quitando la altura del tablero sobre el rio ó el arranque $=5^m$ se tiene para la longitud de la péndola trezava $y'''=8,4+2,5-5=5^m,9$. Aumentemos aun $0^m,6$ por la parte que abraza la viga y yugo, y tendrémos definitivamente para la longitud que buscamos $6^m,5$.

Al escarzano le corresponden 36,5 péndolas, y 13,5 al botarel. Su longitud será, para el primer arco

$L=n\,k+\frac{y'}{h}d\,(1+2+3....+(n-1))$, (1232) (en el supuesto momentáneamente de que el arco es una línea recta); ó bien

$L=36,5\times6,5+\frac{8,6\times1}{36,5}\times\frac{n\,(n-1)}{2}=390^m$ próximamente, ó, con poco exceso para compensar el error de haber supuesto el arco línea recta,

$$L=400^m;$$

y para el botarel $\quad L'=13,5\times6,5+\frac{1}{13,5}\times\frac{13,4\times12,5}{2}=94^m$

Total $\quad 400+94=494^m$.

Su peso es $=494\times0,00035\times7790=1347^k$; ó $\frac{1347}{50}=27^k$ por 1^m de longitud en cada lado; ó 54^k por los dos costados.

Seccion del arco.

Peso del semi-escarzano $=53^m,74\,\Omega\times7207=387304\,\Omega$; y por 1^m de longitud $=\frac{387304}{50}=7700\,\Omega$ (La densidad es ahora 7207 y no 7790 porque así es la correspondiente al hierro fundido.)

Peso del botarel $=13\times\Omega\times7207=93691\,\Omega$.

Para hallar la seccion del escarzano le supondrémos cargado uniformemente en cada unidad de su longitud del peso p, (en lo que vá algun exceso); y además

en el punto de contacto con el botarel, aplicado á la distancia $36^m,5 = l$, de la mitad de los siguientes pesos (y no el total puesto que el pilar y el arco sostienen cada uno partes iguales muy próximamente): 1.° el peso del mismo arco botarel: 2.° la mitad del de sus péndolas y tablero que suspende. Suponemos la mitad y no el total en este segundo, porque habiendo imaginado la carga que lleva el botarel repartida uniformemente en la parte que no la tiene el escarzano, y siendo doble la resistencia que necesita el arco si hubiera de sostener el mismo peso en un solo punto, claro es que si, por el primer supuesto hemos cargado á esta parte del escarzano del peso Π, por el segundo no le deberémos cargar de un peso mayor para tener sobre él el peso 2 Π.

Ahora bien, las péndolas del botarel pesan $94 \times 0,00035 \times 7790 = 256$ en cada fila, y por las dos 512^k: el tablero $7000 \times 13,5 = 94500^k$, y en total (tablero y péndolas) 95012^k, ó 47506 en su mitad. De esta carga y de la del botarel tomarémos aun la mitad, como tenemos dicho, y resultará el peso que debemos considerar gravita sobre el escarzano á la distancia $l = 36^m,5$

$$2\,\Pi = \frac{93691\,\Omega + 47506}{2} = 46845\,\Omega + 23753$$

El peso del escarzano y carga por metro de longitud es tambien

$$p = 54 + 7000 + 7700\,\Omega = 7054 + 7700\,\Omega.$$

Con estos datos podrémos ya resolver la ecuacion que dá la presion longitudinal (núm. 1217): en la que se hará $x = 0$ como corresponde al punto de aplicacion, donde para este caso se supone el orígen; siendo

$$N = p\frac{a^2}{2\,b} + \Pi\frac{2\,b\,(a+l)\,l}{a^3} + \frac{5}{32}\Pi\,\frac{5\,a^4 - 6\,a^2\,l^2 + l^4}{a^3\,b}$$

que dá

$$N = p\frac{50^2}{2 \times 17} + \Pi\frac{2 \times 17\,(50 + 36,5)\,36,5}{50^3} + \frac{5}{32} \times$$

$$\Pi\frac{5 \times 50^4 - 6 \times 50^2 \times \overline{36,5}^2 + \overline{36,5}^4}{50^3 \times 17}$$

ó $N = 73,5\,p + 0,86\,\Pi + 0,95\,\Pi = 73,5\,p + 1,81\,\Pi$

$N = 518469 + 565950\,\Omega + 42394,7\,\Omega + 21496,5 = 608344,7\,\Omega + 539965,5.$

El mayor peso de que se puede y debe cargar el arco es $R = \frac{N}{\Omega}$; que dá, tomando para R 350^k por centímetro cuadrado, ó 3500000^k por 1^{m2}, ó la mitad que expresan la tabla del núm. 1185 en razon á la multitud de causas destructoras en este pais,

$$\Omega = \frac{N}{R} = \frac{608344,7\,\Omega + 539965,5}{3500000} = 0,174\,\Omega + 0,154, \quad \text{y } \Omega = 0^{m2},186$$

Apreciemos $\Omega = 0^{m2},2$

Puede haber 3 cerchas de á dos arcos que tengan de seccion 2 piés $\times$ 2,5 pulgadas $= 0^m,56 \times 0^m,058$. Los dos piés de peralto se estiran hasta 6 ó 7, dejando claros de modo que haya 4 sólidos de á 6 pulgadas ú 8 de á 3. Dispuestos como se manifiestan en el dibujo se tiene gran exceso de resistencia; lo que no está nunca demás en esta clase de construcciones, ya se tenga en cuenta la oxidacion que tal vez no pueda evitarse completamente con los betunes y barnices, ya los choques y fuertes vibraciones que debe experimentar el puente en un sitio de tanto tránsito como el que debe ocupar si se lleva á efecto.

A los escarzanos de los costados se les agrega perpendicularmente á su plano, y siguiendo el eje de la curva, otro arco cilíndrico de la mitad del peralto y 2 pul-

gadas $= (0^m,046)$ de grueso, vacios circularmente. Su rectificacion será la misma que la de aquel $= 53^m,74$, y su peso

$$\Pi' \; 53{,}74 \times 0{,}28 \times 0{,}046 \times 7207 = 4988^k{,}5$$

por cada mitad, ó $2\,\Pi' = 9977^k$

por el total de cada uno.

En los botareles se pondrán del propio modo en cada uno dos arcos cilíndricos por ambos lados, figurando nervios de 12 pulgadas de peralto y $1\frac{1}{2}$ de gruesos, con claros circulares que dejen 4 pulgadas de sólidos en el peralto. Su peso por cada semi-cercha es $2\,\Pi_{,}' = 13\,(2 \times 0{,}092 \times 0{,}0345)\,7207 = 595^k$.

En la cercha del medio habrá otros dos arcos de 10 pulgadas de peralto sin vacios, del peso total ambos, toda comprendido,

$$2\,\Pi_{,}'' = 8000^k$$

El peso que, segun la seccion, resultó al botarel en cada semi-cercha es

$$2\,\Pi_{,} = \frac{93691\,\Omega}{3} = \frac{93691 \times 0{,}2}{3} = 6246^k$$

Habrá, además, 4 arcos ó barras de union por cada mitad de cercha, y una mas por la clave, ó sean 9 por los dos tramos. De ellas una cargará sobre cada dos arcos torales. Tendrán $0^m,28 \times 0^m,046 = 12 \times 2$ pulgadas de seccion efectiva; y siendo su largo $17^p,125 = 4^m,75$, el peso por cada una será,

$$4{,}75 \times 0{,}28 \times 0{,}046 \times 7207 = 506^k{,}5;$$

y el de las 9, $4558^k,5$. De este peso corresponde á cada botarel de los costados $\frac{1}{2}\,506 = 253^k$; y á cada semi-cercha $506\,\frac{3{,}5}{2} = 886^k$.

En todo el puente habrá 18 barras de esta clase entre los arcos y 12 entre los pilares, cada una de estas últimas de 300^k próximamente de peso. El total de ellas será $18 \times 506 + 12 \times 300 = 12708$, ó 14000^k con los tornillos y planchas de ajuste.

Nota. Hubiera sido conveniente á la exactitud, aunque inneceserio al problema para la seccion del escarzano, el haber aumentado el peso que resulta en la unidad de longitud por todos los arcos y barras de union. Pero como quiera que hemos tomado excesos de mas consideracion en todos los apreciados, y que aun aumentando 200^k el valor de p, la seccion es inferior á $0^{m2},2$; y puesto que en el peralto de la curva quedan sólidos que aumentan considerablemente la resistencia, podrémos estar seguros de que el resultado estimado no sería menor que el que se obtuviera por haber puesto en el valor de p el correspondiente que debiera agregarse á la unidad de longitud.

Lo apreciarémos, sin embargo, en el empuje horizontal que vamos á encontrar.

Empuje horizontal.

Su expresion es, segun el núm. 1217.

$$Q = p\frac{a^2}{2b} + \frac{5}{32}\Pi\frac{5a^4 - b\,a^2 l^2 + l^4}{a^3 b},$$ en la que son para un solo arco lateral

$$p = \frac{7054 + 7700 \times 0{,}2}{3} + \frac{4988{,}5 + 886}{50} = 2982^k$$

$$\Pi = \frac{23422 \times 0{,}2 + 11876{,}3}{3} + \frac{\frac{1}{2}\,(595 + 253)}{2} = 5727^k$$: con lo que

$$Q = 2982 \times 73{,}5 + 0{,}95 \times 5727 = 224617^{km}.$$

Para el escarzano del medio, cuyas barras ó arcos de union son iguales por uno y otro lado se tiene

$$p = \frac{7054 + 7700 \times 0{,}2}{3} + \frac{4000 + 2 \times 886}{50} = 2980^k$$

$$\mathrm{H} = \frac{23422 \times 0,2 + 11876,3}{3} + \frac{\frac{1}{2}(595 + 253 \times 2)}{2} = 5795^{k}$$

y $$\mathrm{Q} = 2980 \times 73,5 + 5795 \times 0,95 = 224535$$

Por los dos 1.os es 2 Q = 2 × 224617 = ... 449234

Por el 3.° ó el del medio Q = ... 224535

Total.................. 673769k

Sea Q = 700.000k

Por cada botarel y su carga

$$p' = \frac{7054}{3} + \frac{7207 \times 0,2}{3} + \frac{595 + 253}{6,5} = 2962^{k} \quad \Big\{ \; a' = 6^{m},5, \text{ pues que } 2a' = 13^{m}.$$

$$\mathrm{Q} = p'\frac{a'^2}{2b'} = \frac{2962 \times 6,5^2}{2 \times 1} = 62572^{k}$$

Pongamos con exceso Q = 70.000k

Pilares de hierro.

Para hallar la resistencia del pilar sobre que apoya el botarel, igualaríamos el momento del empuje $70000 \times 6^{m},5 = 455000$ al de la resistencia, que es el peso del pilar multiplicado por el brazo de palanca ó la mitad de su anchura: de cuya expresion deduciríamos esta dimension determinado que fuese el espesor. En el supuesto de ser el pilar un prisma hueco de hierro, de una pulgada de grueso. ó $0^{m},023$ y de 1^{m} de anchura exterior, como representa la figura, resultaría para su momento una expresion que, igualada á la del empuje, produciría un número considerable para el largo del pilar, y seria mayor aún si este le hiciésemos de piedra.

Para obviar este inconveniente, y fijando las dimensiones de aquel, segun representa la figura X, en $5^{m} \times 1^{m}$ de seccion horizontal en la base, y una pulgada $= 0^{m},023$ de gruesas las planchas laterales y posterior, nos propondrémos hallar la resistencia que debe tener el pilar independientemente de su peso; á cuyo fin agregarémos una barra inclinada A B capaz de resistir la presion de Q, estimada en su direccion, ligándola invariablemente al interior del pilar; de modo que, estando este empotrado ó sujeto en el piso, resista á la tension que ha de experimentar por causa del empuje. Se tiene de este modo una armadura triangular cuyos lados resisten al esfuerzo Q, el uno por presion y el otro por tension en sentido de su longitud. Halladas así las dimensiones de estas piezas, el momento del pilar será un exceso de resistencia.

Tenemos para ello,

$$\text{tang. } \alpha = 0,76923 : \alpha = 37^{0}\ 34'\ 6'', \text{ sen. } \alpha = 0,60971, \text{ cos. } \alpha = 0,79257.$$

La fuerza de presion que ha de aguantar la barra inclinada es

$$\mathrm{T}' \text{ ó } \mathrm{N} = \mathrm{Q} \text{ sen. } \alpha = 70000 \times 60971 = 42680 : \text{ lo que dá}$$

$$\omega = b\,h = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{R}} = \frac{42680}{\frac{1}{7}20000000} = 0^{m2},01493 \ (\mathrm{R} = 200^{k} \text{ por } 1^{c2}. \text{ Se toma } \tfrac{1}{7}\mathrm{R} \text{ (núm. 1175)}).$$

Si $b = 2$ pulgadas $= 0^{m},046$, $h = 0^{m},325 = 1^{p},2$. Podrá, por consiguiente, haber dos barras de dos pulgadas de grueso y $0^{p},6$ de peralto, ó de $1^{p},2$ con claros de $0^{p},6$.

La fuerza de tension que ha de aguantar el costado del pilar es

$$\mathrm{T} = \mathrm{N} \text{ sen. } \alpha = \mathrm{Q} \text{ sen.}^2 \alpha = 29022$$

$$\text{y } \mathrm{T} = \mathrm{R}\,b\,h = 29022 \text{ dá } b\,h = \frac{29022}{\frac{1}{2}2000000} = 0,03. \ (\mathrm{R} = 200^{k} \text{ por } 1^{c2} \text{ (número 1181)}).$$

Se toma la mitad para que la resistencia sea doble.)

$$\text{Si } b = 1\tfrac{1}{4} \text{ pulgada} = 0{,}034,\ h = \frac{0{,}03}{0{,}034} = 0^{m},88$$

Teniendo, como se expresa en el dibujo, 1^{m} de ancho el pilar, estarémos seguros de la resistencia. Basta, en consecuencia, se fije aquel del modo como se manifiesta en el proyecto.

El volúmen del prisma es $2^{m3},7$; su peso $2{,}7 \times 7207 = 19459^{k}$, su momento $19459 \times \frac{5}{2} = 48647{,}5$ ó 50000 próximamente á causa de las molduras: que con el anterior exceso compone la sobrada resistencia que debe tener el sistema.

Estribos.

Para hallar el espesor del estribo tenemos (núm. 1259).

$$Q\,h = \frac{P\,z}{2} + \frac{\Pi\,z^{2}\,h}{2}$$

$P =$ (peso del pilar y barras) $= 19459 + 6541 = 26000^{k}$ mas el del estribo desde el arranque al piso por unidad de longitud $= 2200 \times 3^{m},5\ z = 7700\,z$; ó sea en total $P = 26000 + 7700\,z$.

$z =$ espesor: $h =$ altura desde el punto de aplicacion hasta el de giro $= 2^{m},6$.
$\Pi = 2200^{k} =$ peso del material. Con lo que

$$\tfrac{1}{3}700000 \times 2{,}6 = \frac{2600\,z + 7700\,z^{2}}{2} + \frac{2200 \times 2{,}6\,z^{2}}{2}, \quad \text{que dá}$$

$$z^{2} + 1{,}94\,z = 90{,}4, \quad \text{y} \quad z = 8^{m},4 = 30 \text{ piés.}$$

Se aumenta la resistencia haciendo el estribo entero ó por todo el ancho del puente y concluyendo el paramento inferior en forma de bóveda, como se manifiesta en el dibujo; lo cual equivale con mucho exceso al sexto que se aumentase del valor hallado.

Se notan enel dibujo seis barras ó tirantes inclinados al modo como lo están en el citado puente de Trenton. M. Vergniais no habla de ellas, y realmente no hacen falta cuando los botareles llegan hasta los riñones del arco; pero cuando, como en el presente ejemplo, queda un gran espacio hasta el vértice, será conveniente agregar los expresados tirantes que ayudan á los botareles á contener el movimiento longitudinal.

Resúmen.

Luz $= 360^{p} = 100^{m}$, flecha $= 61^{p} = 11^{m}$, rádio $= 294^{p},3 = 82^{m}$, semi-amplitud $= 37°\ 31'$

Rectificacion del arco $= 107^{m},48$. Longitud media del botarel $= 13^{m}$; su flecha $= 1^{m}$, su rádio $= 19^{m}$.

Anchura del tablero $= 36^{p} = 10^{m}$; su altura sobre las aguas vivas $= 4^{m},5$.

Peso estimado del tablero y cargas adicionales por 1^{m} de longitud $= 7000^{k}$.

Diámetro de las péndolas $= 2^{c},1$. Su número, 73 en el escarzano y 27 en los botareles.

Seccion del arco principal y botarel $= \Omega = 0^{m2},2$: repartida en 6 arcos unidos de 2 á 2 formando 3 cerchas de 2 piés $\times$ 2,5 pulgadas $= 0^{m},56 \times 0^{m},058$.

Seccion de cada uno de los arcos cilíndricos perpendiculares al escarzano exterior $\Omega' = 0^{m},28 \times 0^{m},046$.

Seccion del cilíndrico del medio $\Omega'' = 0^{m},23 \times 0^{m},0345 = 10 \times 1\tfrac{1}{3}$ pulgadas.

Seccion del cilíndrico del botarel $\Omega''' = 0^{m},092 \times 0345 = 4 \times 1\tfrac{1}{3}$ pulgadas.

Seccion de los arcos ó barras de union $\Omega^{IV} = 0^{m},28 \times 0^{m},046 = 12 \times 2$ pulgadas.

Empuje horizontal de los escarzanos $= 700000^{km}$ apreciados.

Id. por el arco botarel de cada lado = 70000^{km} apreciados.

Dimensiones de los pilares de hierro. 1^m de ancho, 5 de largo, 6^m,5 de alto hasta el punto de aplicacion del botarel. Grueso de sus planchas = 0^m,034 = 1,5 pulgadas.

Seccion de la barra-puntal = 0^m,43 $\times$ 0^m,046 = 1,6 piés $\times$ 2 pulgadas.

Anchura de los estribos = 30 piés = 8^m,4.

1726.—4.°—**Puentes de hierro forjado; tubulares ó vigas de palastro; de articulaciones ó de enrejado; de cerchas curvas, &.**

Los puentes de hierro fundido, aunque de felices resultados y preferibles por su baratura y facilidad de ejecucion á los de piedra, y por su firmeza y duracion, además, á los de madera, sin dejar nada que desear respecto á su estabilidad, tienen el inconveniente de que no siempre el material ó la fundicion goza de una perfecta homogeneidad que los haga uniformemente resistentes, ni es tampoco fácil obtener una completa union entre sus piezas, que las mas de las veces no juntan en toda la extension de la superficie de contacto: sucediendo con esto faltar la igual presion que debe existir de unas á otras, no pudiendo, en consecuencia, evitar diferentes resistencias en las distintas dovelas de que se compone el arco principal, contrario á lo que se tiene calculado en el proyecto. Esta y otras desventajas de semejante material, comparado con el forjado, y la no menos atendible de no poder salvar grandes distancias sin incurrir en conocido riesgo, tanto mas si hubiera descuidos en la construccion, ó esta se dejase confiada á obreros poco prácticos, fué causa de sustituir al fundido el hierro laminado, con el cual se proyectaron y construyeron varios puentes en Inglaterra despues que el gran ingeniero Robert Stephenson presentó á la admiracion de todos el atrevido y grandioso tubular *Britania* sobre el estrecho de Menai. En Francia y Alemania se construyeron otros igualmente por el mismo sistema, cruzando entre los pilares dos ó mas grandes tramos rectos, ó uno de una vez entre los estribos si la distancia no era considerable. Las paredes ó cuchillos laterales de estas grandes vigas son de palastro, roblonando en caliente las diferentes planchas de que se componen. En un principio fueron tubulares estos cuchillos y hoy dia simplemente laminares por las ventajas que hemos ya anotado en el núm. 1339; entre las cuales son las primeras, la sencilla ejecucion, fácil inspeccion para el entretenimiento, y la mayor economía.

Mas, á pesar de las ventajas muy reconocidas de las vigas de palastro, es probable que las sustituyan del todo para tramos rectos las de celosías ó enrejado que tanto se han generalizado por todas partes, y en particular en Alemania, desde que se hizo aplicacion del sistema americano de Town.

Los primeros puentes de celosía ingleses, no obstante sus buenos resultados, eran susceptibles de varias mejoras sin las que se podría razonablemente dudar de su solidez. Los experimentos que con ellos se verificaron hicieron ver que solo llenaban su objeto cuando tenian cierto grado de rigidez, y en términos que bajo la accion de la carga máxima colocada en cualquiera punto no sufriesen torsion ni flexion alguna: lo que supone que en su construccion entran como elementos la rigidez absoluta y elasticidad. Esta última condicion no se encuentra en los puentes ingleses de celosías, no obstante lo cual han satisfecho el objeto para que se construyeron, probando así evidentemente que el sistema de enrejado, bajo ciertas circunstancias y con buena eleccion de dimensiones, es suficientemente seguro. Tiene, además, la ventaja sobre los cuchillos de palastro de Fairbairn y Stephenson del menor costo que proporciona y el dar al puente un aspecto mas elegante y aéreo.

Uno de los puentes mas notables entre los que se han construido por este

sistema en Alemania es el de Offemburg sobre el rio Kinzig, de 63^m de luz y anchura suficiente á las dos vias férreas del camino de hierro de Baden y dos andenes volados, exteriores á los cuchillos, para los peatones: su altura es de $6^m,28$ ó $\frac{1}{10}$ próximo de la luz, estando el piso á $1^m,17$ de la cabeza inferior. La firmeza y elegancia de este magnífico puente nada dejan que desear, pudiéndose citar como uno de los mejores ejemplos de esta clase de construcciones.

1727. Puentes articulados.

Primer sistema (fig. 2 *lám.* 98), *cargado en su medio del peso* 2 P.

Los cuchillos se componen de triángulos isósceles, cuyas bases están en la parte inferior y las cúspides en la superior. La reaccion vertical P causada por el peso de la construccion y el accidental desarrolla en la tornapunta A B un esfuerzo de presion P y en la A C otro de tension P tang. α. El primero, trasmitido á A′, no puede ser equilibrado sino por un esfuerzo de tension dirigido de B á A′ igual á $\frac{P}{\cos.\,\alpha}$, y por otro de presion segun B $a_{\prime} = 2$ P tang. α. Trasportando á C el esfuerzo de tension $\frac{P}{\cos.\,\alpha}$ ejercido en B segun B a', dará lugar por su descomposicion

1.° A un esfuerzo de tension $= 2$ P tang. α actuando en C segun C A, el cual, agregado al P tang. α ya ejercida en A en el mismo sentido, dará 3 P tang. α:

2.° A un esfuerzo $\frac{P}{\cos.\,\alpha}$ en sentido C D: el cual trasportado á D, dá lugar, en sentido D E, á otro esfuerzo de tension $= \frac{P}{\cos.\,\alpha}$, y, dirigido de E hácia D en sentido D F, á otro de presion 2 P tang. α, que, agregado al 2 P tang. α que viene de B á D, produce en E una presion total 4 P tang. α.

Continuando igual razonamiento se verá, 1.° que en la mitad izquierda de la viga todos los costados A B, C D, &, están sometidos á presiones iguales á $\frac{P}{\cos.\,\alpha}$; 2.° que los B C, D E, &, se hallan sometidos á tensiones $\frac{P}{\cos.\,\alpha}$; 3.° que las porciones inferiores A C, C E, &, están sometidas á tensiones que tienen sucesivamente los valores, en A $=$ P tang. α, en C $= 3$ P tang. α, en E $= 5$ P tang. α, &; y 4.°, que las partes idénticas superiores se hallan sometidas á presiones cuyos valores son, en B $= 2$ P tang. α, en D $= 4$ P tang. α, &.

Iguales descomposiciones de fuerzas tienen lugar en la parte derecha de la viga, deduciéndose las mismas leyes de presion y tension de las diferentes piezas. Sí, pues, se llama $2n$ el número par de partes en que se ha dividido la luz del tramo c, y h la altura total del mismo ó sus triángulos, la tension de la pieza inferior total $=$ suma de las bases de los triángulos en el medio de su longitud, tendrá por expresion

$$(2n + 1) \text{ P tang. } \alpha$$

y la presion de la parte superior

$$n \times 2 \text{ P tang. } \alpha$$

Y como cada base parcial es $AC = \frac{c}{2n}$, y tang. $\alpha = \frac{1}{2} \frac{AC}{h} = \frac{c}{4nh}$ resultará para la tension máxima de la pieza inferior

$$\frac{2n+1}{2n} \frac{Pc}{2h} \quad \text{ó} \quad \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \frac{Pc}{2h}$$

Y la presion máxima

$$2\,n\,P \times \frac{1}{2\,n} \cdot \frac{c}{2\,h} \quad \text{ó} \quad \frac{P\,c}{2\,h}$$

Cuanto mayor sea el número de triángulos mas se aproximarán uno á otro estos dos valores.

El mismo sistema cargado de pesos 2 p *en cada extremo de las bases de los triángulos.*

Siendo n el número de pesos $2\,p$ suspendidos á las articulaciones A, C, E &.

$2\,P = 2\,n\,p$ la carga total, igual á la reaccion de los apoyos: y en cada uno de estos $P = n\,p$.

Las piezas 1, 3, 5... paralelas á A B, sufrirán las presiones

$$\frac{P}{\cos.\,\alpha} \quad \frac{P-2\,p}{\cos.\,\alpha} \quad \frac{P-4\,p}{\cos.\,\alpha}, \text{ \&; ó, pues que } 2\,P = 2\,n\,p,$$

$$\frac{n\,p}{\cos.\,\alpha} \quad \frac{(n-2)\,p}{\cos.\,\alpha} \quad \frac{(n-4)\,p}{\cos.\,\alpha}, \text{ \&; y en general } \frac{(n-(u-1))\,p}{\cos.\,\alpha}$$

siendo u el número de órden de la armadura á partir de A.

Las piezas 2, 4, 6... paralelas á B C sufren las tensiones

$$\frac{n\,p}{\cos.\,\alpha} \quad \frac{(n-2)\,p}{\cos.\,\alpha} \quad \frac{(n-4)\,p}{\cos.\,\alpha} \text{ \&; y en general } \frac{(n-(u-2))\,p}{\cos.\,\alpha}$$

Las presiones que sufren las porciones horizontales superiores son

1 $\quad B\,D = 2\,P \text{ tang. } \alpha \quad = 2\,n\,p \text{ tang. } \alpha$

2 $\quad D\,F = 4\,(P-p) \text{ tang. } \alpha = 4\,(n-1)\,p \text{ tang. } \alpha$

3 $\quad F\,G = 6\,(P-2p) \text{ tang. } \alpha = 6\,(n-2)\,p \text{ tang. } \alpha$

Y en general siendo u el número de órden á partir del estribo

$$2\,u\,[\,n-(u-1)\,]\,p \text{ tang. } \alpha$$

Las tensiones de las piezas verticales son

1 $\quad A\,C = P \text{ tang. } \alpha \quad = n\,p \text{ tang. } \alpha$

2 $\quad C\,F = (3\,P - 2\,p) \text{ tang. } \alpha = (n + 2\,(n-1))\,p \text{ tang. } \alpha$

3 $\quad F\,H = (5\,P - 8\,p) \text{ tang. } \alpha = (n + 4\,(n-2))\,p \text{ tang. } \alpha$

4 $\quad H\,L = (7\,P - 18\,p) \text{ tang. } \alpha = (n + 6\,(n-3))\,p \text{ tang. } \alpha$

y en general

$$(n + 2\,(u-1)\,(n-(u-1))\,p \text{ tang. } \alpha$$

EJEMPLO.

Sea un puente de carretera de $c = 20^m$ y el ancho $= 5^m$. Compuesto el cuchillo de madera de $0^m,08$ de espesor tendrá 300^k de peso por 1^{m2}; y siendo 200^k la carga de prueba por 1^{m2}, el peso total por 1^m de longitud será 2500^k.

Si los triángulos tienen 1^m de base y 1^m de altura el número de estos será 20, y en cada ángulo de las bases habrá el peso $2\,p = 1250^k$. Se tiene así

$$c = 20^m, \quad n = 18, \quad h = 1^m, \quad 2\,p = 1250^k$$

$$\cos.\,\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\overline{0,50}^2}} = 0,89, \quad \text{tang. } \alpha = 0,50$$

Con lo que las fórmulas anteriores darán la tabla siguiente.

Número de órden de los lados.	PIEZAS PARALELAS		PORCIONES HORIZONTALES	
	á A B. Presiones.	á B C. Tensiones.	SUPERIORES. Presiones.	INFERIORES. Tensiones.
1	12640k			5625k
2		12640k	21250k	16350
3	11236			25875
4		11236	37500	33750
5	9832			40625
6		9832	48750	46250
7	8427			50725
8		8427	55000	53750
9	7023			55625
10		7023		56250

Para hallar la seccion de cada pieza, se dividira el nùmero correspondiente de esta tabla por R, haciendo R = 6000000 si la pieza es de hierro, y R = 600000 si de pino.

2.° *Sistema* (*fig.* 3 lám. 98).

Se compone de triángulos rectángulos cuyas hipotenusas son los tornapuntas, y las alturas las manguetas verticales.

Por iguales razonamientos que en el caso anterior se deducen las siguientes conclusiones, y representaciones de presiones y tensiones parciales y máxima:

1.° Que los costados inclinados están sometidos á presiones iguales á $\frac{P}{\cos. \alpha}$

2.° Que los verticales lo están á tensiones iguales á P.

3.° Que las porciones horizontales inferiores se hallan sometidas á tensiones crecientes, iguales á

en A = P tang. α: en C = 2 P tang. α; en E = 3 P tang. α, &.
y en general á $(n+1)$ P tang. α, siendo $2n$ el número de barras de los triángulos.

4.° Que iguales porciones horizontales superiores se hallan sometidas á presiones crecientes desde los extremos al medio, cuyo valor es
en B = P tang. α; en D = 2 P tang. α; en F = 3 P tang. α, y en general n P tang. α

Y pues que tang. $\alpha = \frac{A\,C}{B\,C} = \frac{c}{2\,n\,h}$, la tension máxima en el medio de la pieza inferior es

$$(n+1)\ \text{P tang.}\,\alpha = \left(1 + \frac{1}{n}\right)\frac{P\,c}{2\,h}$$

Y la presion en medio de la superior

$$n\ \text{P tang.}\,\alpha = \frac{P\,c}{2\,h}$$

Las cuales difieren tanto menos cuanto sea mayor el número $2n$ de los triángulos.

1723. Comparando estos dos sistemas se deduce,

1.° Que el primero tiene doble número de triángulos que el segundo, y por consiguiente mayor número de piezas y mas charnelas.

2.° Que las presiones máximas al medio de la pieza superior son iguales.

3.° Que tambien son iguales las presiones de las piezas inclinadas.

4.° Que las tensiones de las piezas opuestas B C.... son mayores en el primer sistema que las verticales del segundo en la relacion 1 á cos. α.

De todo lo cual se deduce que el segundo sistema es preferible al primero.

Uno y otro de estos sistemas no se aplican ventajosamente sino á tramos de corta extension, como de 12^m á 20^m, á causa de la poca rigidez que ofrecen, no obstante el uso de planchas verticales de refuerzo, á no ser que los triángulos se hallen próximos entre sí.

3r. *sistema* (fig. 4, lám. 98). *Armaduras cruzadas formando enrejado ó celosía simple.*

Este sistema es una modificacion del primero, y el que representa la figura 4 se compone de doble número de triángulos cuyos vértices se hallan en el medio de los lados opuestos. En sus extremos tienen estas vigas dos postes que unen las piezas horizontalmente y trasmiten las reacciones verticales.

La tension y compresion máximas de las piezas superior é inferior son las mismas que en el primer caso.

En cuanto á las piezas inclinadas sufrirán cada una la mitad de las tensiones y presiones antes determinadas, expresas por $\frac{P}{2 \cos. \alpha}$. De aquí se deduce que las piezas pueden tener la mitad de escuadría que en el primer sistema; lo que solo tendrá ventaja cuando no se disponga mas que de piezas de mediano grueso. El ensamble ó roblonado, (segun sea el material de madera ó hierro) en la mitad de estas piezas, y el mayor apoyo que dan á las vigas horizontales hace que el sistema sea mas solidario y tal vez mas resistente que los anteriores; en cuyo concepto no puede menos de ofrecer ventaja comparado con el primero.

4.° *Sistema de celosía.*

Poniendo armadura triple ó cuadruple ó de mas número, se tendrán las correspondientes escuadrías de $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &, mas delgadas que las del primer sistema. Por manera que para calcular una viga de celosía puede seguirse el camino anteriormente trazado para el sistema de articulacion simple, y dividir el grueso de las aspas en 3, 4, 5 ó mas partes iguales, segun sea el número de porciones en que se haya dividido cada uno de los espacios A C.

En los puentes de hierro, donde es grande el número de armaduras, se puede tambien proceder, para hallar la seccion de las piezas horizontales, como si estuviesen comprendidas entre una plancha llena, segun el número 1342 y como se verá en el ejemplo que sigue, y las aspas considerándolas como armaduras del primer sistema ó como piezas inclinadas empotradas ó apoyadas en la primera ó mas próxima ensambladura.

Téngase presente, de todos modos, que las cabezas de estas vigas ó cuchillos así calculados deben afectar la figura del sólido de igual resistencia, siendo, en consecuencia, necesario reforzar con planchas el medio de cada tramo, segun las relaciones anteriormente determinadas de las máximas presiones y tensiones de estas piezas.

1729. Efecto producido por las vibraciones y los choques en estos puentes.

Los experimentos hechos en varios puentes metálicos sobre caminos de hierro, han dado lugar á algunas observaciones que se deben tomar en consideracion por la influencia que tienen en su resistencia las excesivas cargas y su velocidad, produciendo vibraciones y choques que aumentan los esfuerzos de accion.

Por las observaciones hechas experimentalmente resulta, 1.º; que un tren, cuyo peso es capaz de producir una flecha x en estado de reposo á una viga metálica, calculada como ya se sabe, la aumentaba en $\frac{1}{3}$ cuando el tren marchaba con una velocidad de 80^k por hora. El exceso de presion debido á esta velocidad no llegaba á $\frac{1}{5}$ de la flecha correspondiente á la de fractura. 2.º Cuando el choque experimentado en la viga metálica era capaz de producir una flecha mitad de la de fractura, la expresada viga no podia aguantar una série de 4000 golpes; resistiendo muy bien cuando la flecha no pasaba de $\frac{1}{3}$. 3.º La fuerza centrífuga produce un exceso de presion sobre una viga metálica que puede disminuir dándola una ligera convexidad en sentido vertical. Este exceso de presion tiene por valor

$$P' = \frac{1}{64}\,\frac{Pf}{t^2}$$

Siendo f la flecha por la carga P en reposo y t el número de segundos que emplea la carga en pasar el puente.

TABLEROS Ó PISOS DE ESTOS PUENTES.

1730. 1.º Tableros de puentes de carreteras.

Pueden ser en total de hierro con cubierta de asfalto y encima la calzada; ó bien de hierro solo las vigas longitudinales y trasversales, relleno el intermedio con bóvedas de ladrillo (*fig.* 5, lám. 97) sobre que vá la calzada, sistema que se sigue hoy con mucha frecuencia; ó por último, de hierro las viguetas trasversales ó entre-cuchillos y de madera las longitudinales, haciendo luego la calzada de madera, ó de tierra y piedra menudamente picada.

Las figuras 1 á 4 de la lámina 95, son ejemplos de estas diferentes clases de tableros, como tambien el del proyecto, lám. 99.

El espesor de la calzada varía de $0^m,15$ á $0^m,25$, siendo generalmente de $0^m,18$; y para esta dimension la separacion que mas conviene á las viguetas de hierro, es la de $1^m,80$. En este concepto dichas vigas se calcularán como sometidas á un peso de 1000^k por metro corriente y á una sobrecarga accidental que sobre cuatro ruedas ejerza por lo menos una presion de doce toneladas (tres por cada rueda), espaciándolas $1^m,5$ y situadas en la mas desfavorable posicion.

Supuestas estas ruedas uniformemente cargadas sobre la vigueta, (dos por un carruaje yente, y dos por otro viniente) se tiene para sus secciones las de la siguiente tabla.

Luz de la vigueta.	Su altura.	Inter-eje de los cerchones.	Momento de fractura.	SECCIONES. Alma.	Escuadras.	CABEZAS. 1.ª hoja.	2.ª hoja.	Peso de las viguetas por 1m correspondiente de tablero.
	m	m		mil.				
3m	0,25	3,40	3600	250/8	80/80/10	»		120k
3m	0,30	3,40	3600	300/6	60/60/10	»		100
4m	0,30	4,40	5910	300/7	110/70/11	»		190
4m	0,35	4,40	5910	350/6	110/70/10	»		180
5m	0,30	5,40	10625	274/10	80/80/10	300/13 por 4m,30 long.		250
5m	0,40	5,40	10625	380/8	80/80/10	200/10 por 3m,6.		275
6m	0,35	6,40	13500	310/8	80/80/10	250/10 por 6m.	250/10 por 4m.	460
6m	0,40	6,40	13500	374/8	80/80/10	250/10 por 5m.	»	395
7m	0,40	7,40	16625	356/8	80/80/10	250/13×7m	250/11 por 4m,8.	565
7m	0,50	7,40	16625	476/8	80/80/10	240/12 por 5m,4.		455
8m	0,50	8,40	20000	476/8	100/100/12	220/12 por 5m,5.		600

Para las escuadras y planchas que resulten en las columnas 5.ª 6.ª 7.ª y 8.ª se consultan los datos, número 1388 ú otros que dá el comercio, á fin de hacer los pedidos de las próximas dimensiones por exceso á las que se expenden en los diferentes establecimientos.

Cuando el puente llega á 8m de anchura y aún á 7m es preferible poner tres cuchillos, dos laterales, y uno central, (*fig.* 2 y 4 lám. 96), y entonces las viguetas solo llegan á 3m,5 ó 4m de luz. Si la anchura pasa de 8m, llegando á 10m, se ponen dos cuchillos centrales, y tres si aquella llegase á 15m.

Las figuras 1, 2, 3 y 4, lám. 95, representan cuatro tipos de 6m, 7m y 14m entre cuchillos, siendo para las aceras de 1m, 1m,5 y 2m.

Elegido el sistema y determinadas las dimensiones de los diferentes hierros, fácil es saber su peso.

La tabla siguiente da el que corresponde por 1m de tablero á las viguetas, traviesas, tirantes y consolas de las presentes figuras, 1, 2, 3 y 4, lám. 95.

FIGURAS (lám. 95.)	1	2	3	3 tubular.	4	4 tubular.
Viguetas entre cuchillos, espaciadas 1m,80	250k	400k	395k	395k	570k	570k
Id. trasversales entre las viguetas, espaciadas 3m,6.	115	200	»	76	25	130
Tirantes horizontales de palastro de 100/12 (doble en los puentes tubulares) . .	35	45	35	70	45	90
Consolas, espaciadas 3m,6, todo comprendido.	60	165	»	»	195	195
Total por 1m de tablero.	460	810	430	555	835	985

2.° Tableros de puentes de ferro-carriles.

Los carriles pueden ó no reposar directamente sobre los cuchillos ó cerchones. El primer supuesto se sigue algunas veces en puentes de cuchillos altos, y siempre en los de corta luz (*fig.* 5 lám. 96). En el segundo caso, ó cuando los carriles no se apoyan sobre los cuchillos, se ligan estos, como en los anteriores puentes, con vigas laminares de doble T, en las que descansan otras de madera á lo largo del carril, las cuales á su vez reposan en toda su longitud sobre traviesas de hierro que unen las vigas trasversales (*fig.*s 5, lám. 95 y 1, 2, 4, 6, lám. 96). Estas traviesas son tambien de doble T ó tubulares (*fig.*s 2 y 3, lám. 96), segun que se disponga ó no de suficiente altura de tablero.

1731. Traviesas entre las viguetas.

Estas piezas deben considerarse como apoyadas en sus extremos y cargadas del peso accidental de 7 toneladas por cada rueda de una locomotora, si la luz no excede de $2^m,5$. Mas allá de esta distancia se contará la sobrecarga por el peso que carga sobre dos ruedas solas, agregando en todo caso 500^k de peso constante por metro corriente de tablero: cantidad muy suficiente atendida la carga adicional. Las luces de las traviesas varian de $1^m,5$ á 5^m, como se vé en la siguiente tabla calculada segun las hipótesis anteriores.

Secciones de las viguetas traviesas de los puentes de doble T.

l=luz, h=altura de la vigueta, M=mom.to de rotura, siendo R=6k por milim.o cuad.o P=peso de una vigueta por 1m de longitud.		$h=0^m,2$	$h=0^m,25$	$h=0^m,3$	$h=0^m,35$	$h=0^m,40$	$h=0^m,45$	$h=0^m,50$	$h=0^m,55$	$h=0^m,60$	$h=0^m,65$	$h=0^m,70$
$l=1^m,5$ M=2765	alma escuadras P=	200/10 80/80/10 57k	250/8 70/10/8 45									
$l=1^m,75$ M=3255	alma escuadras P=	200/12 110/70/10 66	250/8 70/70/10 52									
$l=2^m$ M=3750	alma escuadras P=	200/10 110/70/11 70	250/10 80/80/10 52	300/7 70/70/8 46								
$l=2^m,25$ M=4255	alma escuadras P= cabezas	180/10 60/60/10 79 230/10	250/8 110/70/10 65	300/8 70/70/10 57								
$l=2^m,5$ M=4930	alma escuadras cabezas P=	176/10 60/60/10 230/12 90	250/12 110/70/11 78	300/10 80/80/10 66	350/6 70/70/10 56							
$l=2^m,75$ M=5825	alma escuadras cabezas P=		230/10 80/80/10 200/10 90	300/6 110/70/11 68	350/8 80/80/10 66	400/6 70/70/10 56						
$l=3^m$ M=6735	alma escuadras cabezas P=		228/8 70/70/10 250/12 97	280/7 70/70/10 200/10 92	350/8 110/70/10 70	400/7 80/80/10 66	450/6 70/70/10 50					
$l=3^m,25$ M=7670	alma escuadras cabezas P=		220/10 70/70/10 250/7 104	284/10 80/80/10 258/8 91	334/7 70/70/10 200/6 75	400/10 80/80/11 80	450/6 80/80/10 65					
$l=3^m,5$ M=8605	alma escuadras cabezas P=			280/8 70/70/10 300/10 100	334/6 70/70/10 250/8 80	400/18 110/70/11 80	450/10 80/80/10 30	500/8 70/70/10 70				
$l=4^m$ M=10530	alma escuadras cabezas P=			280/10 100/100/12 300/11 126	330/8 80/80/10 270/11 98	380/10 70/70/10 300/10 92	450/6 100/100/12 89	500/8 110/70/10 83	550/8 80/80/10 80	600/7 70/70/10 72		
$l=4^m,5$ M=18500	alma escuadras cabezas 1.ª cabezas 2.ª superior P=			250/10 80/80/10 250/12 250/13 147	310/6 70/70/10 250/10 250/11 124	360/7 80/80/10 300/11 105	434/8 80/80/10 250/11 94	484/8 70/70/10 200/11 87	538/8 70/70/8 110/6 76	600/10 80/80/10 92	650/6 80/80/10 76	
$l=5^m$ M=14500	alma escuadras cabezas 1.ª cabezas 2.ª P=				314/7 80/80/10 300/9 300/9 139	374/8 80/80/10 300/13 120	426/8 80/80/10 240/6 240/6 94	494/8 80/80/10 250/10 97	532/8 70/70/10 200/9 92	600/6 100/100/12 96	650/10 80/80/10 96	700/8 80/80/10 90

Cuando la traviesa se compone de solamente planchas y escuadras se las dá á estas el ancho suficiente á recibir en toda la superficie la vigueta de madera que lleva los carriles, aumentando para ello, si necesario fuese, la dimension calculada.

Si la altura disponible para el tablero es muy limitada, se adopta para la seccion de la traviesa una de la figura 2, lám. 96 tubulares, que, aunque menos económica que la de doble T, es mas favorable á la reduccion de espesor de tablero. Pero la separacion de las viguetas trasversales al puente, ó la luz de las traviesas no debe pasar de $1^m,5$ á 2^m.

1732. Viguetas de puentes de tres cuchillos.

Si la altura del tablero es pequeña, la separacion de estas piezas será, como se ha dicho, de $1^m,5$; y tanto para esta como para otra separacion menor se calculará la vigueta como cargada del mismo peso, y es el correspondiente á una rueda de locomotora ó tres á cuatro toneladas. Conviene tambien en estos casos disminuir el inter-eje de los cuchillos, que necesariamente disminuirá la luz de la vigueta. Si este inter-eje fuese de $4^m,20$, ó $3^m,6$ la luz de la vigueta como en la figura 2, la altura de esta podria reducirse á $0^m,22$ y el peso de la vigueta seria 975^k por 1^m corriente. Con la altura de $0^m,25$ se podria dar á la seccion la forma de doble T por medio de un alma de 210/10, cornisas de 110/70/11 y cabezas de 270/20 compuestas de dos hojas; la primera de $3^m,5$ de longitud y la segunda de $2^m,7$ para formar el sólido de igual resistencia. El peso de la vigueta para dos vias por 1^m corriente sería de 830^k: el cual irá disminuyendo á medida que aumente la altura de la viguetas, siendo de 715^k para $0^m,30$ de altura alma de 260/12, escuadras de 70/70/10, cabezas de 220/20 de $3^m,5$ la primera y $2^m,70$ la segunda; y 640^k para $0^m,35$ de altura con alma de 300/10, escuadras de 80/80/10 y cabezas de 250/10 de 3^m de longitud.

Pudiendo disponer de alguna mas altura, se dará $4^m,5$ á la separacion ó inter-eje de los cuchillos, que permite mas paso y menos peligro, quedando $4^m,30$ para longitud de las viguetas y $4^m,10$ su luz. La sobrecarga actua en dos puntos diferentes, pudiendo suponer sucede lo mismo con el peso corriente de 500^k por 1^m que es relativamente poco importante. Si P es el peso total máximo que actua á la derecha de cada carril, 1,30 P será el momento de rotura: y si se considera que la sobrecarga es una locomotora que pesa 10 toneladas sobre cada eje con inter-ejes de $1^m,10$, ó 12 toneladas con inter-ejes de $1^m,40$, se podrán admitir para P los valores siguientes:

Separacion de las viguetas.	$1^m,5$	2^m	$2^m,5$	3^m	$3^m,5$	4^m	$4^m,5$	5^m
Porcion de P debida al peso constante..................	1700^k	2000^k	2100^k	2500^k	2500^k	2800^k	3100^k	3500^k
Id. por la sobrecarga.....	7600	9500	10600	11400	13200	13000	13600	14000
Peso total de P =............	9300	11500	12700	13700	14800	15800	16700	17500

Se puede con esto formar la tabla siguiente, en la que M es el momento máximo de rotura.

Viguetas en puentes de 3 cuchillos.

Separacion ó distancia entre los ejes de las viguetas y momentos de rotura.	Altura de las viguetas.	SECCION.				PESOS	
		Alma.	Escuadras.	1.ª hoja de 4m de longitud.	2.ª hoja.	de una vigueta para una via.	de las viguetas por 1m de tablero y dos vias.
$1^m,5$ M = 12090	m 0,30	260/10	80/80/10	280/10	280/10.3^m	670^k	895^k
	0,35	310/8	70/70/10	240/10	240/10 id.	600	800
	0,40	380/10	80/80/10	250/10	»	570	760
	0,50	500/6	100/100/12	»	»	485	660
2^m M = 14950	0,30	348/10	80/80/10	300/13	300/13.3^m	780	780
	0,35	310/10	80/80/10	300/10	300/10 id.	680	680
	0,40	376/10	80/80/10	290/12	»	630	630
	0,50	480/10	80/80/10	200/10	»	580	580
	0,60	600/6	100/100/12	»	»	530	530
$2^m,5$ M = 16500	0,30	240/12	80/80/10	300/10	300/10.3^m,4	840	670
	0,40	360/10	80/80/10	250/10	300/10.2,80	670	540
	0,50	480/10	80/80/10	260/10	»	620	500
	0,60	600/10	100/100/12	»	»	610	490
3^m M = 17800	0,40	380/10	100/100/12	250/10	»	730	490
	0,50	484/8	100/100/12	240/8	»	650	435
	0,60	580/10	70/70/10	200/10	»	600	400
	0,70	700/6	100/100/12	»	»	560	375
$3^m,5$ M = 19240	0,40	360/10	80/80/10	300/10	300/11.2^m,8	740	425
	0,50	480/8	100/100/12	250/10	»	680	390
	0,60	580/6	80/80/10	250/10	»	580	370
	0,70	700/7	100/100/12	»	»	580	370
	0,80	800/8	80/80/11	»	»	570	325
4^m M = 20540	0,40	360/10	80/80/10	300/10	300/10.2^m,7	820	410
	0,50	480/8	100/100/12	250/10	»	710	355
	0,60	580/6	80/80/10	250/10	»	660	330
	0,70	700/7	100/100/12	»	»	655	330
	0,80	800/8	80/80/11	»	»	620	310
$4^m,5$ M = 21700	0,50	460/10	80/80/10	250/10	250/10.2^m,7	765	320
	0,60	580/8	80/80/10	300/10	»	650	290
	0,70	700/10	100/100/12	»	»	655	290
	0,80	900/8	80/80/10	»	»	610	270
5^m M = 22750	0,60	580/8	80/80/10	340/10	»	675	270
	0,70	680/8	80/80/10	220/10	»	645	260
	0,80	800/7	100/100/12	»	»	620	250
	0,90	900/8	80/80/12	»	»	625	250

1733. Viguetas de puentes de dos cuchillos.

Las figuras 5, 6, lám. 95 y 1, 6 lám. 96, presentan ejemplos de este caso particular, siendo en ellos la anchura entre cuchillos de 7^m á 9^m, y 6,5 á 8^m,90 la luz de las viguetas. El momento de rotura máximo entre los carriles tendrá por valor 4,30 P cuando las dos esten simultáneamente cargadas; y 2,70 P para el supuesto de una sola via cargada. El término medio 3,50 P será igual al momento de resistencia calculado para R $=6^k$ por milímetro cuadrado. La siguiente tabla indica los momentos y secciones para otras tantas longitudes ó luces de viguetas.

Distancia entre los ejes de las viguetas y momentos de rotura.	Altura de las viguetas.	SECCION.					Peso de las viguetas por 1^m de tablero.
				CABEZAS.			
		Alma.	Escuadras.	1.ª hoja.	2.ª hoja.	3.ª hoja.	
2^m M$=40250$	0,60	540/10	80/80/10	310/10	310/10 por 6^m,3 long.	310/10 por 5^m	570^k
	0,70	640/10	80/80/10	250/10	250/10 por 6^m	210/10 por 5^m	850
	0,80	740/10	70/70/10	200/10	200/10 por 5^m,8	200/10 por 4^m,30	820
	0,90	880/10	80/80/10	320/10	»	»	785
3^m M$=47950$	0,60	540/10	100/100/15	350/10	350/10 por 6^m,2	350/10 por 5^m,2	740
	0,90	740/10	80/80/10	250/10	250/10 por 6^m	250/10 por 4^m,8	600
	1,00	974/10	80/80/10	300/30 por 6^m	»	»	530
4^m M$=55300$	0,80	740/10	80/80/10	300/10	300/10 por 6^m,2	300/10 por 5^m	490
	1,00	1000/8	100/100/12	220/9 por 5^m,8	220/9 por 4^m,5	»	410
	1,00	1000/8	80/80/10	250/10	250/10 por 4^m,8	»	400
5^m M$=61250$	1,00	1000/8	100/100/12	250/10 por 6^m.	250/10 por 4^m,6	»	940

Puntales y riostras, ó piezas que ligan y sujetan el sistema á fin de impedir los movimientos laterales de los cuchillos cuando estos son bastante altos (de 3^m en adelante), lo que tiende á hacerlos formar una superficie gaucha. Se colocan perpendicularmente á los planos de los mismos otras láminas, postes ó jambas de una hoja, unidas con armaduras ó escuadras á las cabezas y almas de los cuchillos. El esfuerzo que sufren estas piezas proviene de las oscilaciones producidas por la marcha de los trenes, ó por las desviaciones que tienden á tomar las cabezas superiores de los cuchillos bajo el esfuerzo de compresion á que estan sujetas. Cuando los cerchones se hallan inferiores á la calzada ó plano de los carriles, como se vé en las figs. 5 lám. 95, conviene poner los tornapuntas *a b* sujetos

por dos ó mas piezas trasversales. Si, por el contrario, la altura del puente es grande y los carriles quedan inferiores como en las (*figs*. 1, 2, 3, 4, lám 96), se enlazarán los cuchillos con los tirantes horizontales ó contravientos superiores que se ven en los cortes de las figuras lám. 99. Estas piezas sirven al mismo tiempo para atenuar las vibraciones laterales, impidiendo con los postes la desformacion de los cuchillos.

Cuando el piso ó la carga se halla en la parte superior basta que haya un solo sistema de tirantes todo lo mas cerca posible de las vigas portadoras de los carriles; pero en los puentes tubulares cargados en la parte inferior habrá dos sistemas, uno inferior cerca del piso, y otro superior que impida el movimiento de torsion.

Estos tirantes funcionan de una manera caprichosa que escapa al cálculo: pero ordinariamente se les hace de seccion rectangular (de 160/12 milímetros y 100/42 para puentes de carreteras) cuando se hallan sujetos en varios puntos; pero si estan abandonados á sí mismos se dá á su seccion la forma de una simple T.

El peso total de estos hierros es, por 1^m de longitud, para cuando hay dos cuchillos y la carga en la parte superior..... .... 50^k á 90^k
para un puente de tres cuchillos.............................. 80 á 150
para puentes tubulares { de dos cuchillos........................ 130
{ de tres cuchillos........................ 160

En puentes de corta luz, como de 25^m á 30^m, se puede suprimir el sistema de contravientos, puesto que siendo entónces la anchura una fraccion bastante grande de la longitud, la rigidez propia del tablero se opone suficientemente á las oscilaciones laterales.

La cubierta del piso en los puentes de ferro-carriles puede ser de madera solamente, como muchas veces sucede, teniendo los tablones de 6 á 7 centímetros de espesor; ó de madera y balasto. Las vigas bajo los carriles tienen 13 á 15 centímetros por 25 á 30 de anchura.

1734. Cargas aplicables á los cuchillos.

Se suponen estas cargas uniformemente repartidas á lo largo del puente; y son de dos especies, la constante p^k por 1^m en toda la longitud, y la accidental p'^k por 1^m en una longitud cualquiera del puente. Para los de ferro-carriles se considera por el peso permanente de la construcion, no comprendido el de los cuchillos,

cuando la carga es en la parte superior { 4 cuchillos ...... $p_{,} = 500$ á 600^k
{ 3 cuchillos...... $p_{,} = 800$
{ 2 id.......... $p_{,} = 1200$

Puentes cargados en la parte inferior { de 3 cuchillos.. { los laterales $= 700^k$ á 800^k
{ el del medio $= 1400$ á 1700
{ de 2 cuchillos 1400^k

El peso próximo del cuchillo se agrega al correspondiente anterior y se tiene el peso p.

Para la carga móvil p' observemos que si una locomotora con su tender, de peso total 60 toneladas, puede ocupar un puente de 10^m, resultará por 1^m corriente una sobre carga de 6000^k. A partir de aquí hasta 60^m y mas de luz, la sobre-carga disminuye, segun la tabla siguiente:

luces	10^m	20^m	30^m	40^m	50^m	60^m en adelante
sobre-cargas $= p' =$	6000^k	5000^k	4600^k	4300^k	4100^k	4000^k &.

En los puentes de carreteras el peso constante p se calcula en el supuesto de una calzada de $0^m,20$ de grueso, y la sobrecarga p' admitiendo que la calzada está cargada á razon de 400^k por 1^{m2} y las aceras á 200^k.

1735. **Relacion entre la longitud, luz y abertura.**

Siendo L la longitud total del puente, l la luz, a la abertura, se tiene

$$l = 1{,}05\,a \quad \text{y} \quad L = 1{,}05\,l = 1{,}1025\,a \quad \text{ó} \quad 1{,}1\,a.$$

En los puentes oblícuos, cuyo ángulo con la abertura normal sea α, se tiene,

abertura oblícua $a' = \frac{a}{\text{sen. }\alpha}$: luz efectiva $l = 1{,}05\frac{a}{\text{sen. }\alpha}$; y longitud total $L = 1{,}1\,a'$

Las viguetas de union son normales á los cuchillos.

Cuando la luz del puente no pase de 10^m se pueden hacer los tableros ligeros que representan las figuras 7, lám. 96, y 1, 2, 3, 4, lám. 97; de mas ó menos espesor, ó el de la 5 con bovedillas de ladrillo estribadas en las cabezas inferiores de las viguetas del puente; tipo que es el de tableros pesados. Los primeros, especialmente los de las figuras 1 y 2, tienen muchos apasionados, ya por la ligereza y menos costo, ya por el poco espesor de la calzada. Esto, sin embargo, no debe importar nada donde se pueda disponer de una altura ilimitada y convenga sobre la estabilidad. El tipo 7 podrá ser el preferido á todos y el 2 ó el 3 al 4 en razon á que con iguales condiciones de firmeza resulta 39^k de ahorro para vigas equivalentes en fuerza á las generales de la figura 1. El tipo 4 es mas usado que los otros por exigir menos altura las vigas y traviesas, lo que aumenta el peso y costo.

Otros prefieren los tableros pesados hechos con bovedillas de ladrillo de $0^m{,}22$ de espesor (*fig.* 5), y ocupados los riñones con hormigon delgado y balastro de $0^m{,}6$ de espesor; cuyo peso muerto por 1^m de tablero se eleva á 1750^k para un puente de 8^m de luz: y siendo 5000^k el accidental por 1^m corriente se tendrá 1210^k por 1^{m2}, y en todo 3000^k por 1^{m2} que soportarán las viguetas al paso de los trenes; desarrollando un trabajo de 6^k por milímetro cuadrado. Este trabajo solo será en el estado de quietud de 1750^k ó casi la mitad. En los tableros ligeros el peso de 1^{m2} será solo de 450^k, que con los 1250^k del accidental hace 1700^k para el paso de los trenes, números que estan en la relacion próxima de 4:1.

Las oscilaciones bruscas que sufre el hierro pasando del simple al cuádruplo, segun esta última relacion, corresponden á iguales variaciones en las flechas de las viguetas, todo lo cual hará se aflojen los roblones y resientan los ensambles en mucho menos tiempo que en el caso anterior de tableros pesados: razon principal de considerar estos preferibles á los ligeros, no obstante la menor economía.

En el núm. 1202 se dijo ya cual debe ser la relacion de la altura á la luz, detallándose mas aun al tratar despues del sistema de puentes de How. Para el ejemplo siguiente, en que solo hay un tramo, damos á los cuchillos la altura de $\frac{1}{10}$ de la luz que es la proporcion mas frecuentemente seguida.

Cálculos de un puente de celosías (lám. 71).

(Proyecto que acompaña á los anteriores para Manila.)

Datos. Luz $= 75^m = 252^p$; altura $= \frac{1}{10}\, 75^m = 7^m{,}5 = 25^p{,}2$; anchura $= 10^m = 36^p$

Peso del pavimento y adicional que ha de cargar sobre cada cercha.

Las vigas de hierro, espaciadas 2^m de eje á eje, tienen $0^m{,}13$ de alto de $0^{m2}{,}0035$ de seccion. En cada semi-puente hay por 2^m de longitud 5^m de viga. Su peso es $5 \times 0{,}0035 \times 7790^k = 136^k{,}32$.......... 136^k

Las sopandas y sus tornapuntas tienen $0^{m2}{,}002$ de seccion media, y $6^m{,}15$ de largo en el semi-puente. Su peso es $6{,}15 \times 0{,}002 \times 7790 = 95^k{,}817$.......... 96

Las cajas de union de las sopandas y vigas tienen $0^{m2}{,}0096$ de seccion y $0^m{,}7$ de longitud cada dos. Su peso con el de las cabezas de los roblones.......... 56

Se unirán inferiormente las vigas en cada intérvalo por medio de diagonales de $0^m{,}023$ de lado y 4 nervios de $0^m{,}01$ de espesor por $0^m{,}02$ de alto, dispuestas como

se indica en el plano y detalles; de modo que por cada dos intérvalos haya dos diagonales completas. Corresponderá, pues, á un intérvalo de 2^m en cada semi-puente, una longitud de 7^m. Su peso es $7\times 0{,}00133\times 7790=73^k$........................ 73

El peso por los tirantes inferiores y péndolas (teniendo los primeros $0{,}1\times 0{,}015=$ $=0^{m2}{,}0015$ de seccion, mas $0{,}08\times 0{,}01=0^{m2}{,}0008$ el nervio, ó $0^{m2}{,}0023$ de seccion total, y 6^m de largos; y las segundas $0^m{,}015\times 0^m{,}015=0^{m2}{,}000225$ de seccion por 2^m de largo) es para cada viga en el semi-puente $=$ $=\frac{1}{2}\,(0{,}0023\times 6+0{,}000225\times 2)\;7700=55{,}5$ 56

El de los tirantes superiores con sus tornapuntas es idénticamente............... 94

Las vigas de madera de molave serán 45 en el semi-puente, á 30^k................. 1350

Estas vigas tienen $0{,}16\times 0{,}1$ de escuadría; distan $0^m{,}01$ entre sí, y se les hace una mortaja inferior para abrazar la viga de hierro, quedando así sujetas en sentido de la longitud. Para prevenir su movimiento lateral se las engrapa de 1^m en 1^m cada 3 en direccion interrumpida. El peso de las grapas en cada porcion de 2^m en el semi-puente, será $0^m{,}22\times 0^m{,}01\times 0^m{,}055\times 7790\times 34=24^k$, mas 6^k de tornillos $=$.. 30

El peso del firme, hecho de tablones de molave de $0^m{,}06$ de altura media y $0^m{,}02$ de sagita, unidos á las viguetas con pasadores de tornillo y tuerca, es de 60^k por 1^{m2}, y por los 10^{m2} en cada semi-trozo.. 600

Si en vez de madera fuera el piso de piedra menuda, á lo Mac-Adam, ó segun otro cualquiera sistema de calzada, ó embaldosado, se dispondría de asfalto la primera capa sobre las vigas.

El peso por 2^m de antepecho de fundicion es.............................. 100

La fuerza de los mayores huracanes en estos paises, apreciada verticalmente como en los ejemplos anteriores, es por 10^{m2}.. 1160

Peso adicional $=400^k$ por 1^{m2}, y por 10^{m2}.................................. 4000

7751

Sean, pues, 8000^k por cada 2^m del semi-puente, ó 4000^k por 1^m del mismo que es el peso máximo que ha de soportar cada cercha por unidad de longitud.

Fajas ó cabezas de los cuchillos.

En el supuesto de haber dos fajas, ó de componerse cada cuchillo de una doble T, nos dará la superficie de estas piezas la fórmula (núm. 1342).

$$b\,\frac{h'^3-h''^3}{h'}=\frac{3\,p\,c^2}{4\,R}$$

en la que son, $c=75^m$, $p=$ peso por 1^m de longitud del semi-puente $=4000^k$, y $R=8000000^k$, término medio entre 6000000 y 10000000 que dá la experiencia para la resistencia á la traccion ó fuerza de cohesion del hierro laminado (núm^os^. 1181 y 1185). Tendrémos pues,

$$b\,\frac{h'^3-h''^3}{h'}=\frac{3\times 4000\times \overline{75}^2}{4\times 8000000}=\frac{67500000}{32000000}=2{,}11$$

Haciendo $b=0^m{,}1$, y pues que $h=7^m{,}5$, será

$$421{,}875-h''^3=\frac{2{,}11\times 7{,}5}{0{,}1}=158{,}25$$

$$h''^3=421{,}875-158{,}25=263{,}625;\; h''=6^m{,}4;\; h'-h''=7{,}5-6{,}4=1^m{,}1$$

La superficie de las fajas será $=0{,}1\times 1{,}1=0^{m2}{,}11$ correspondiendo á cada una $0^{m2}{,}055$.

La superior se aumentará $\frac{1}{15}\,0{,}055=0{,}004$ próximamente, y será $=0^{m2}{,}059$.

Para evitar la demasiada longitud de las fajas se aumentará un poco el espesor, pero de modo que no sobrepase el que conviene á la resistencia que deben ofrecer los roblones al experimentar la contraccion producida por el enfriamiento

(número 902.) Siendo $0^m,90$ un límite designado por muchos hábiles constructores, (número 1340) podrémos hacer las cabezas de la doble T en el centro de 3 listones ó planchas de $0^m,02$ de grueso, espesor que ordinariamente se obtiene con los cilindros de laminar de cualquiera fábrica. De este modo, aunque se aumente $0^m,015$ de las escuadras, ó $0^m,02$ por el espesor del tirante superior y consola de refuerzo, resultará un grueso inferior aun á los 90 centímetros dichos. En este supuesto, disponiendo dos fajas verticales de $0^m,3 \times 0^m,012$ que abracen las aspas y permitan unirlas mas íntimamente con roblones, se llegará á la superficie calculada y aun se excederá en beneficio de la resistencia, dando al brazo de la T $0^m,9$ de largo. Resulta así,

Por las tres planchas superiores................	$0,06 \times 0,9 = 0^{m2},054$
Por las dos bandas verticales..................	$0,024 \times 0,3 = 0^{m2},0072$
Superficie del brazo ó cabeza superior....................	$= 0^{m2},0612$

Para la cabeza inferior bastaria la superficie de las tres planchas que la componen, pues la pequeña diferencia de menos que resulta para llegar á la superficie total la compensan muy sobradamente las escuadras. Sin embargo, ponemos tambien las bandas verticales con objeto de fijar mejor las aspas.

Disminuyendo la presion del centro á los extremos deberán tambien disminuir las superficies de las cabezas, siguiendo para ello la línea del sólido de igual résistencia (número 1188); que para este caso es casi la línea recta.

No habrá mas que disminuir planchas desde el centro hasta quedar en los arranques una sola de $0^m,90 \times 0^m,10$ ó $\frac{1}{6}$ próximo que en el centro, mas las escuadras.

A fin de evitar la flexion del cuchillo y para darle una gran estabilidad, le ponemos de 2 en 2 metros refuerzos verticales con planchas de $0^m,01 \times 0^m,25$ entre escuadras que forman consolas encargadas de impedir el cabeceo que pudieran tener los brazos de la doble T. Esta distancia de 2^m entre esta especie de estribos, está determinada por comparacion de reglas prácticas en diferentes puentes construidos.

Los roblones se pondrán en caliente, y tendrán $0^m,025$ de diámetro por $0^m,05$ sus cabezas.

Se aumentará la resistencia del cuchillo con las tres fajas intermedias compuestas de dobles escuadras roblonadas, en las cuales se apoyan al mismo tiempo los tornapuntas de los tirantes superiores y las vigas que sostienen el piso.

=Calculada la resistencia de cada cuchillo por la fórmula práctica de M. Fairbairn (núm. 1342) $p\,c = \frac{2\,R\,h\,\omega}{c}$: para lo que son $h = 7^m,5$, $c = 75^m$, $\omega = 0^{m2},055$, y $R = 28336635^k$ (tomando el $\frac{1}{4}$ del coeficiente $R = 72$ toneladas inglesas por pié cuadrado, ó 113346540^k por 1^{m2} para las vigas de enrejado), se tendría

$$p\,c = 311703^k$$

ó poco mas de los $4000 \times 75 = 300000^k$ que hemos apreciado para la máxima resistencia á que puede quedar expuesto el puente, considerados todos los casos extremos que probablemente jamás tendrán lugar á la vez en la práctica. Podemos así estar seguros de que la seccion $0^{m2},055$ para la cabeza inferior del cuchillo, es mas que suficiente á la resistencia que en cualquiera caso pueda esperarse del puente.

= La *flecha* que corresponde á esta máxima carga es dada por la fórmula

$$f = \frac{5\,p\,c^4}{32\,E\,b\,(h'^3 - h''^3)}$$

en que E = coeficiente de elasticidad $= 18000000000^k$ (núm. 1185).

Sustituyendo por las letras sus respectivos valores, resulta

$$f = 0^m,07$$

Aunque nunca alcanzará la flecha estos siete centímetros, se le ha dado al puente una ligera curvatura de $0^m,3$ de montea: con lo cual se podrá confiar que el tablero no hará jamás flexion alguna que pase de la horizontal de los apoyos.

Fórmulas de Delprat.

El general de ingenieros de Holanda, M. Delprat, en su teoría sobre la resistencia á la flexion de las vigas de celosía (publicada en los anales del Instituto real de Ingenieros nearlandeses en 1856 á 1857), deduce para la que deben oponer las fajas á la tension y compresion que experimentan en el momento de flexion, la fórmula general

$$\frac{M}{k} + D = \frac{p}{2}\left[\frac{(l-x)\,x}{k} + \left(\frac{l}{2} - x\right)\text{cot.}\,\alpha\right]$$

$\frac{M}{k} + D$ = esfuerzos de tension y compresion normal á una seccion de la viga perpendicular á su longitud.

k = altura ó distancia vertical entre los ejes de las fajas.

p = peso de la construccion y adicional por unidad de longitud.

$l = c$ = longitud de la viga.

x = distancia de un punto cualquiera de la viga á uno de los apoyos.

α = ángulo que forman con las fajas las barras inclinadas.

$\frac{1}{2}\left(\frac{l}{2} - x\right)\text{cot.}\,\alpha = D$ = fuerza normal al plano de la seccion.

La cantidad $\frac{M}{k}$ aumenta á medida que la seccion considerada de la barra se aproxima al centro. Por el contrario, la fuerza D disminuye á medida que se acerca al centro; y la total máxima es cuando

$$x = \tfrac{1}{2}\,(l - k\ \text{cot.}\ \alpha).$$

Haciendo $\alpha = 45°$, como generalmente se acostumbra, y llamando Ω el área de una de las cabezas de las fajas, y R, como es nuestra costumbre, el esfuerzo de presion ó tension admisible, se tendrá para una seccion á la distancia x

$$R\,\Omega = \tfrac{1}{2}\,p\left(\frac{(l-x)\,x}{k} + \tfrac{1}{2}\,l - x\right)$$

y para el máximo esfuerzo de tension y presion que será el que tiene lugar á la distancia $x = \frac{1}{2}\,(l - k)$

$$R\,\Omega = \frac{p}{8}\cdot\frac{l^2 + k^2}{k}.$$

fórmula que dará la relacion entre la carga y dimensiones de las fajas.

En el centro de la viga es $x = \frac{1}{2}\,l$, y

$$R\,\Omega = \frac{p\,l^2}{8\,k}$$

Haciendo aplicacion á nuestro ejemplo, en que $\Omega = 0^{m2},055$, $l = c = 75^m$, $k = 7^m,5 - 0^m,1 = 7^m,4$ y $R = 8000000^k$, resulta

$$p = \frac{8\,k\,R\,\Omega}{l^2 + k^2} = \frac{8 \times 7,4 \times 8000000 \times 0,055}{75^2 + 7,4^2} = 4600^k$$

El esfuerzo ó carga total que nosotros habiamos calculado era de 4000^k; pero aumentado el peso correspondiente á las fajas, aspas y roblones, diferirá muy poco de los 4600^k: por consiguiente, vemos que la seccion $0^{m2},055$ hallada conviene con esta fórmula.

Para $x=0$, ó al principio de la luz sobre los apoyos, es

$$\Omega=\frac{pl}{4R}=\frac{4600\times75}{32000000}=0^{m2},0108, \text{ ó bien } 0^{m2},011.$$

En el medio del puente, ó para $x=\frac{1}{2}l$, será

$$\Omega=\frac{4600\times\overline{75}^2}{8\times7,4\times8000000}=0^{m2},0546$$

ó poco menos que en el punto de máximo esfuerzo$=\frac{1}{2}(l-k)$.

Partiendo, pues, la faja superior del área $0^m,055$ en el centro, ó de 0,059 si se la aumenta en $\frac{1}{15}$ como antes hemos indicado, se la debe disminuir progresivamente hasta los pilares segun la relacion de los números hallados; con lo que habrá bastante ahorro de material sin que la fuerza del cuchillo se altere lo mas mínimo, puesto que las fajas habrán tomado en el sentido longitudinal (como los muelles de un carruage) la figura del sólido de igual resistencia.

= *Aspas ó cruces de San-Andrés.*

Para hallar las dimensiones de estas piezas las dispondrémos á 45° de inclinacion, y distantes $0^m,45$ de eje á eje. Así haciendo su anchura $h=0^m,12$, resultará $0^m,467$ para la diagonal interior de cada cuadrado, y $0^m,636$ para la correspondiente de eje á eje. La longitud total de un barra

$$\text{será}=\sqrt{2\times\overline{7,5}^2}=10^m,61.$$

Esto así, podrémos considerar la porcion superior de cada aspa como una pieza libre empotrada en su extremo inferior y cargada oblícuamente en el superior del peso que mantiene; ó lo que es lo mismo, como una pieza horizontal empotrada en un extremo y solicitada oblícuamente en el otro por el peso Π descompuesto en uno P perpendicular á su direccion que tiende á doblarla, y en otro Q paralelo que tiende á comprimirla. Así, pues, la ecuacion

$$R=\frac{6Pc+Qh}{bh^2}$$

ó, poniendo por las componentes P y Q sus valores Π sen. α, Π cos. α,

$$R=\frac{6\Pi c \text{ sen. } \alpha+\Pi \cos. \alpha h}{bh^2}$$

nos dará las dimensiones bh de la seccion trasversal.

Tenemos para esto, $\alpha=45°$; sen. α=cos. $\alpha=0,7071$; c=longitud de la pieza$=0^m,45$; $R=\frac{3}{4}8170000=6127500$, puesto que (núm. 1175) el número 8170000 es la resistencia del hierro forjado á la presion por 1^{m2}, y debemos tomar en el presente caso los $\frac{3}{4}$ de este valor una vez que la longitud 45^c dé la pieza no llega á 24 veces su menor dimension (núm. 1175), como lo podemos desde luego sospechar por comparacion con otros puentes construidos.

El peso Π se compone, del que tiene el brazo de la T por el intérvalo $0^m,636$, mas el de la escuadra y faja vertical, y el de las cabézas de 36 roblones. Debemos, además, considerar que los 4000^k estimados por el peso que ha de soportar cada cuchillo, se reparten en dos porciones iguales, una para la parte inferior y otra para la superior; que se trasmite á la cabeza, en virtud de la íntima ligazon

de las piezas, y tiende á doblarla actuando por presion. Tendrémos, por tanto,

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Seccion del brazo superior.} & 0^m,9\times 0^m,06 & =0^{m2},054 \\ \textit{Id.}\ \text{de la escuadra.....} & 2\times 0^m,2\times 0^m,015 & =0^{m2},006 \\ \textit{Id.}\ \text{de la faja vertical..} & 0^m,6\times 0^m,012 & =0^{m2},0072 \end{array}\right\} = 0^{m2},0672$$

Su peso en el espacio $0^m,636$ es $=0,0672\times 0,636\times 7790^k=336^k$ ó bien 358^k con el peso de las cabezas de los roblones, mas los 2000^k antedichos por 1^m de longitud, ó 1272^k por el epacio $0^m,636$; cuyo total hace $\Pi=1630^k$. Con todo lo cual tendrémos

$$b\,h^2=\frac{6\times 1630\times 0,45\times 0,7071+1630\times 0,7071\,h}{6127500}=0,000508+0,000188\,h$$

y, pues que $h=0^m,12$, $h^2=0^{m2},0144$, y resulta $b=0^m,037$.

Tomarémos $b=0^m,04$, ó 2 centímetros para el grueso de cada una de las dos aspas en cada cuchillo: dimension que está acorde con la correspondiente á varios puentes de esta naturaleza y circunstancias.

La disposicion de todo lo relativo á este puente se vé claramente en las diferentes figuras de la lámina. Mas adelante tratarémos del puente giratorio.

1736. Resolvamos el problema considerando cada cuchillo compuesto de armaduras triangulares en vez de las aspas, unidas por las cabezas ó piezas horizontales.

Las armaduras están á 45°, lo que hace, siendo $7^m,5$ la altura, $2\times 7^m,5=15^m$ la base de cada triángulo; y habrá $\frac{75}{15}=5$ de estos en toda la extension del puente. En cada uno se comprenden $15:0^m,636=23$ espacios ó armaduras que componen las aspas. Se tendrá

$$\begin{array}{l} n=5 \quad 2p=4000^k\times 15^m=60000^k,\ \text{ó} \\ p=30,000^k \\ c=75^m \quad \text{y} \quad h=7^m,5 \\ \cos.\ \alpha=0,707 \quad \text{y} \quad \text{tang.}\ \alpha=1 \end{array}$$

Las presiones en las piezas 1, 3 y 5, paralelas á la primera, inclinada de izquierda á derecha, dadas por la expresion $(n-(u-1))\frac{p}{\cos.\ \alpha}$, y las tensiones de las 2 y 4 contrarias á las anteriores, dadas por la fórmula $(n-(u-2))\frac{p}{\cos.\ \alpha}$; como asimismo las presiones y tensiones de las porciones horizontales superiores é inferiores comprendidas entre las piezas 1 3, 3 5, dadas por las expresiones $2u\,(n-(u-1))\,p\,\text{tang.}\,\alpha$ y $(n+2\ (u-1)\ (n-(u-1)))\ p\,\text{tang.}\,\alpha$, tienen por valor para los distintos supuestos de $u=1$, 2, 3, 4 y 5, los de la tabla siguiente.

Números de órden.	PIEZAS INCLINADAS, PARALELAS		PIEZAS HORIZONTALES	
	á la 1 de izquierda á derecha.	á la 2 de derecha á izquierda.	Superiores.	Inferiores.
	Presiones.	*Tensiones.*	*Presiones.*	*Tensiones.*
1	212164k			
2		212164k	300000k	150000k
3	127298			
4		127298	480000	390000
5	42438			

La faja inferior, por el máximo esfuerzo de tension, resulta, siendo R = 7000000,

$$\omega = 0^{m2},056$$

Para la superior es R = 8000000 (1175) y

$$\omega' = 0^{m2},06$$

resultados casi iguales á los del caso anterior.

Para el mínimo esfuerzo son respectivamente

$$\omega_{,} = 0^{m2},0214 \quad y \quad \omega_{,}' = 0^{m2},023$$

Estos números explican la disminucion que del centro á los estribos han de tener las fajas, siguiendo así el sólido de igual resistencia.

Para las aspas ó piezas inclinadas se tiene, tomando R = 6000000 para las 1, 3 y 5 que resisten á la presion ($\frac{3}{4}$8000000 (núm. 1176) en razon á que la pieza ha de tener toda la rigidez que supone en el proyecto, sin quedar mas espacio libre que la parte superior de $0^m,45$, segun se explicó antes), y R = 7000000 para las piezas 2 y 4 que resisten á la tension,

Piezas del centro. { Presion. . . . . . . $\omega_{,} = 0,000707$ (5)
Tension. . . . . . . $\omega_{,,} = 0,018$ (4)

Id. extremas. { Presion. . . . . . . $\omega_{,}' = 0,0351$ (1)
Tension. . . . . . . $\omega_{,,}' = 0,0303$ (2)

Siendo la anchura para todas $h = 0^m,12$, resulta

Para las del centro (5) y (4)................... $b = 0^m,059$ $b = 0^m,15$

Para las extremas (1) y (2)................... $b = 0^m,294$ $b = 0^m,252$

Y dividiendo cada una por 23, número de armaduras que forman las aspas en cada triángulo, se tendrá el espesor de estos; al cual habrá que agregar de $\frac{1}{4}$ á $\frac{1}{3}$ en razon á que, subdivididas las piezas calculadas en 23 hojas, la resistencia de estas en contacto no es la misma que la de aquellas (núm. 1246) si bien no diferirá mucho en razon á la solidaridad que se dá al sistema. El valor máximo $0^m,294$ dividido por 23 dé $b = 0^m,013$, y aumentando el $\frac{1}{3}$, $b = 0^m,0173$ ó cerca de los $18^{mil.}$ que se sacaron en el ejemplo anterior. Cuando la diferencia es corta pueden hacerse todas las aspas iguales, ó al menos desde las correspondientes al segundo ó tercer triángulo.

1737. Cuando los puentes sean de escasa luz, (8^m á 10^m), se harán las cabezas de los cuchillos iguales en toda su extension á la determinada para el máximo esfuerzo, pero aumentando siempre la superior $\frac{1}{15}$ sobre la inferior.

1738. En vez de seguir el método indicado en el primer ejemplo, se puede tambien, como lo hacen muchos prácticos, fijar de antemano las dimensiones de las vigas y aplicarlas despues á las fórmulas para ver si tienen la resistencia requerida. No es, sin embargo, este método tan breve ni tan racional como los dos acabados de discutir, en los cuales se evita el tanteo y se obtiene directamente el resultado que se busca.

Sea, para ejemplo, un puente de tablero de bovedillas de ladrillo sobre viguetas de hierro, en las cuales el alma es de palastro, y la luz $c = 9^m,23$, teniendo 6 vigas, dos laterales de $9^m,23$ de largo y $0^m,84$ de alto, y sus cabezas $0^m,20 \times 0^m,01$, con escuadras de $80 \times 80 \times 8$ mil.s; y las 4 laterales $0^m,55$ de alto y dobles planchas con cabezas de $230 \times 9 \times 9$ mil.s y escuadras de $100 \times 100 \times 10$. A mas de estas vigas hay cinco séries de siete traviesas espaciadas $1^m,60$, con $0^m,30$ de alto y escuadras de $127 \times 60 \times 8$ mil.s, en las cuales estriban las bovedillas. Se tendrá.

Peso por 1^m corriente de tablero

1.° Por las bovedillas de ladrillo........	30.000k	84000k
2.° Por el pavimento, chapa, hormigon, y balastro.....................	5400	
Lo que repartido sobre las cinco séries de 7 traviesas dá, por cada una.......	2400	
Y por el peso de la traviesa...............	72	
Carga permanente sobre cada traviesa......	2472	3432k
Carga accidental, á razon de 400k por 1m²...	960	
Peso por 1m de traviesa....................	2150k	

Y siendo por los valores anteriores $\frac{I}{n} = 0,00053$, resultará

$$R = \frac{2150 \times \overline{1,6}^2}{8 \times 0,00053} = 1^k,30 \text{ por } 1^{mil.2}$$

Para las vigas laterales y centrales se tiene

1.° Peso anterior por las bovedillas.......	84000	95000k
2.° Id. de las traviesas...................	11000	
Peso por 1m corriente de tablero..........	10300k	
Carga accidental..........................	3200	
Total por 1m de tablero......	13500k	

Repartida esta carga en las seis vigas, cada una soportará por 1^m corriente 2250^k; y siendo en la fórmula

$$p c^2 = 8 R \frac{b h^3 - 2 b' h'^3 - 2 b'' h''^3}{6 h}$$

$b' = 0^m,088$ $h' = 0^m,84 - 0^m,036 = 0^m,804$ para el primer rectángulo
$b'' = 0^m,008$ $h'' = h' - 0^m,16 = 0^m,644$, para el segundo; y $c = 9^m,23$ $p = 2250^k$, será

Para las vigas laterales, que tienen $h = 0^m,84$ es $R = 5^k,3$
Para las intermedias, de $h = 0,55$ $R = 5^k,9$

Cantidades ambas inferiores á 6^k por $1^{mil.2}$, y por consiguiente muy aceptables las dimensiones detalladas.

1739. **Puentes Bow-string ó atirantados.**

Se llaman atirantados ó Bow-strings, de la significacion de esta palabra inglesa, los puentes en arco de círculo superior con tirante recto ó curvo, segun los inventó y construyó el ingeniero Brunel; de cuyo sistema se hicieron despues aplicaciones en Francia y Alemania prefiriéndole al de arcos entre pilares ó estribos cuando el establecimiento de estos es difícil y costoso.

El tipo de tirante recto (*fig.* 5, lám. 98) formando la cuerda del arco, es el mas generalmente seguido, si bien algunos han preferido la cuerda curva ó poligonal, levantando los extremos del arco sobre postes, segun de ella son ejemplos los puentes de Saltach y Chepstow en Inglaterra.

El arco, sujeto siempre á presiones, puede calcularse como una pieza curva rebajada, ó considerarse como una armadura curva con su tirante, postes y péndolas. En el vértice del arco tiene lugar por la accion recíproca de las dos semicerchas, un empuje horizontal N, igual á la tension T del tirante; y en cada uno de los dos apoyos se desarrolla una reaccion vertical Q por efecto de la carga de la mitad del cuchillo $=\frac{1}{2}$ P, siendo Q $=\frac{1}{2}$ P; con lo cual se conocerá la presion resultante R del arco sobre los apoyos. Los postes ó montantes verticales resisten á la presion que resulta de las péndolas diagonales; y estas á la tension que en ellas produce la descomposicion en sentido de las mismas de la carga P en cada poste. Conocidos así los esfuerzos del arco y demás piezas se dividirá por los coeficientes de tension y presion R, R′ para tener la seccion.

1740. **Colocacion y montaje de los puentes métalicos rectos.**

Deben estar únicamente apoyados en los estribos y pilas descansando sobre rodillos de 10 á 12 centímetros de diámetro, y estos sobre planchas fijas en sillares, á fin de permitir al puente la fácil dilatacion y contraccion que ha de sufrir por las altas y bajas temperaturas. El coeficiente de rozamiento en este caso es solo de 0,05 y la fuerza horizontal contra el pilar 0,05 P*h*. (P=reaccion sobre la pila: *h* altura de la misma).

Para montarlos se puede proceder de varios modos. Cuando los tramos son pocos y cortos y no importa ocupar el rio ó cañada que se ha de salvar con la construccion, se arma al pié de las pilas y se levanta despues con el auxilio de tornos hasta quedar sentado.

Si no fuere posible ocupar la parte baja del rio, siempre habrá lugar de construir la obra á lo largo de la carretera ó sobre el mismo ferro-carril que ha de servir; y todo él, de uno, dos ó mas tramos, puede marchar despues sobre ruedas y carriles, tirando desde la orilla opuesta hasta quedar en su posicion. Cuando se compone de varios tramos pequeños (10^m á 15^m) es muy fácil la operacion, puesto que el extremo irá alcanzando las pilas mucho antes de salir del estribo el centro de gravedad. Pero si los tramos fuesen grandes (20^m en adelante), ó solo se compusiera el puente de uno, á causa de lo cual no tuviera cola suficiente para evitar el cabeceo y su caida desde que el centro de gravedad llegase al claro, entonces, ó se hacen una, dos ó mas cepas intermedias que reciban sucesivamente la parte volada (sobre las que se ponen rodillos para facilitar el movimiento) ó se carga la cola con un contrapeso considerable que atraiga cuanto se quiera hácia ese sitio el centro de gravedad, agregando al otro extremo un pedazo supletorio de puente de madera, perfectamente unido al de hierro, segun lo hizo el Ingeniero Retortillo para montar el puente de la Rambla de Novelda, cuyos tramos tienen 35^m. De este modo se puede abrazar toda la luz antes que el centro de gravedad de todo el sistema llegue á la arista exterior del estribo.

En rios caudalosos y brazos de mar, donde se mantengan bien lanchones, se

construirá el puente á lo largo de una orilla sobre estas embarcaciones, llevándolo despues de concluido al lado de las pilas para dejarle en su sitio, bien haciéndole marchar paralelamente á sí mismo sobre los estribos, si el andamio tuviese la misma altura que estos, (para lo cual basta hacer conveniente uso de barras-carriles), ó, de quedar inferior al plano de asiento, levantarle con los tornos ó poleas diferenciales hasta llevarle á su posicion.

Tambien puede hacerse un puente de servicio donde lo permita la localidad y no importe el excesivo gasto que esto supone, porque haya gran cantidad de madera. Entonces se construye el puente en su lugar.

1741. **Prueba de estos puentes. Flecha por la carga.**

Las pruebas de resistencia á que se someten estos puentes son de dos especies: una de carga constante, y otra de carga movible á diversas velocidades.

1.ª *prueba.* Se pone en cada metro de simple via un peso adicional de 5000^k para tramos de 20 de luz, y de 4000^k para los que excedan de esta abertura, sin que, en este último caso, pueda nunca ser el peso adicional menor de 100 toneladas. Esta carga deberá permanecer 8 horas por lo menos sobre el puente, sin levantarla hasta dos horas despues de haber cesado el crecimiento de la flecha ocasionada á las vigas.

En los puentes de muchos tramos se cargará cada uno de ellos aislada y simultáneamente, y si hubiere dos vias solidarias entre sí se cargará cada una de ellas aisladamente, y despues á la vez.

Esta carga consistirá en sacos de arena ó lingotes ó barras de la via; y, si el puente se halla en esqueleto ó con solo los carriles, en un tren que represente la carga total.

2.ª *prueba.* Esta segunda prueba tendrá lugar por el paso de un tren compuesto de dos máquinas con su tender, de 60 toneladas de peso cada una, y el suficiente número de wagones para cubrir al menos un tramo, llevando cada uno de 12 á 20 toneladas.

Este tren marchará sucesivamente con velocidad creciente desde 20 á 35 kilómetros por hora.

Otra segunda prueba se verificará por medio de un tren de dos máquinas de á 35 toneladas ó mas, y wagones con la carga ordinaria y en número suficiente para cubrir uno ó dos tramos. El tren marchará sucesivamente con velocidad creciente desde 40 à 70 kilómetros.

En puentes de dos vias se harán estas pruebas sobre cada una de ellas aislada y simultáneamente, marchando los dos trenes paralelamente en el mismo sentido, y despues en el opuesto, de modo que se crucen en el medio de los tramos.

1742. En cada una de estas pruebas se observará la flecha que toman los cuchillos, y se inspeccionarán las diversas uniones de todas las piezas, para ver cual puede ser el éxito probable. Uno de los aparatos mas sencillos y recomendable, para medir instantáneamente la flecha, consiste en poner al centro de cada tramo y algo separado del cuchillo, un andamio en que se fije un tablero á la altura de la parte inferior de la viga. En la cabeza de esta y agarrando todas las planchas se pone un torniquete que lleva en su parte interior un lapiz, cuya punta, constantemente empujada por un resorte, comprime con alguna fuerza el tablero del andamio. De este modo, al bajar al cuchillo ó significar su flecha, por pequeña que sea, quedará trazada en el expresado tablero y aun medida si este lleva lineas horizontales de milímetro en milímetro.

1743. A mas de los puentes de tramos rectos, sostenidos por vigas ó cerchones tambien rectos ó curvos por la parte superior, de palastro ó de enrejado,

se han hecho otros muchos con igual material por el sistema de arcos de círculo ó cerchas escarzanas, en mas ó menos número, bajo el piso y andenes de la propia manera que en los puentes de fundicion. Muchas construcciones de este género pudieran citarse como ejemplos dignos de imitacion; pero ninguno llega á la elegancia, sencillez y valentía que han alcanzado los acreditados Ingenieros MM. Oudry y Cadiat en los magníficos puentes construidos de Arcole y de Brest, el 1.° fijo y de 80^{m} de luz, y el 2.° giratorio de dos tramos cada uno de 52^{m} de volada.

Guiados estos Ingenieros por la experiencia y convencidos por la teoría de la posibilidad de disminuir considerablemente la altura de la clave, han llegado bajo este principio á la ejecucion de estas grandes obras de bello aspecto y conveniente elasticidad: circunstancia la última sin la cual pueden quedar expuestos los puentes metálicos á varias reacciones que debiliten la fuerza que ofrece su conjunto, particularmente en los ensambles. La disminucion en la altura de la clave, que es una de las causas de elasticidad, proviene al mismo tiempo de las influencias de temperatura: así, cuando el arco se alarga por efecto de la dilatacion del material sucede que la clave se levanta, la curvatura cambia y la flecha aumenta: entonces es cuando la disminucion de aquella atenua el desastroso efecto de las componentes horizontales que se producen.

Este sistema de arcos tiene respecto del de tramos rectos la desventaja de no poderse aplicar para grandes luces en los sitios bajos, cuyas márgenes queden inundadas en toda su altura por las crecientes; pues entonces, por muy rebajados que los arcos sean, quedarán los arranques dentro del agua ofreciendo un obstáculo al paso de los cuerpos arrastrados con peligro de la estabilidad de la fábrica. Por lo demás, nada se opone al establecimiento de estos edificios con luces considerables y excesiva resistencia como lo acreditan los dos puentes expresados.

El de Arcole, ejecutado en París sobre el Sena, tiene 80^{m} de abertura y 20^{m} de ancho. Se compone de un tablero de hierro apoyado en 12 cerchas escarzanas de palastro á doble T, espaciadas 1^{m},33 de eje á eje, y 3^{m},5 bajo los andenes, ocupando los senos barras de palastro, tambien á doble T, íntimamente ligadas á los arcos por roblones como casi todo el sistema. De una á otra cercha existen riostras y barras normales que impiden todo movimiento lateral. Los arcos, trasdosados de desigual espesor, tienen 6^{m},12 de flecha en el trasdós: su altura ó espesor de bóveda en los arranques es de 1^{m},3 y en la clave 0^{m},38. Las cabezas ó brazos de la doble T en los mismos tienen 0^{m},53 de anchura uniforme, y 0^{m},012 de espesor, hallándose unidos á las planchas que los separan por escuadras de 0^{m},10 á 0^{m},09. Las juntas de las diferentes dovelas están cubiertas con refuerzos á doble escuadra ó simple T. El tablero se compone de filas de carriles Barlow, colocadas normalmente á las cerchas y roblonadas en los coronamientos de las barras que ocupan los senos. Así, pues, los arcos, senos y tablero no forman mas que una sola pieza. La calzada y andenes están sobre estos carriles, teniendo aquella 0^{m},3 de espesor en el eje y 0^{m},25 junto á los andenes. Estos están levantados 0^{m},15, y su piso es de asfalto.

El conjunto de las piezas metálicas de 900000 kilógramos de peso, costó 930000 francos, y los estribos de mampostería sillar, los andenes y calzada 220000, ó 1150000 francos en total. Principió la construccion en Setiembre de 1854 y terminó en Agosto de 1855.

El puente de Brest, dispuesto sobre el Pendfeld para unir la ciudad al puerto de Recouvrance, es giratorio de dos tramos, cuya longitud entre los pivotes llega

á 104^{m}, y su anchura 7^{m} entre los guarda-lados, quedando la clave á 29^{m},42 sobre la baja mar, y las pilas 22^{m},12 bajo los arcos.

La tabla siguiente es una lista de los puentes de hierro mas atrevidos que existen en el mundo.

NOMBRES DE LOS PUENTES.	SISTEMAS.	LUCES.	INGENIEROS.
Puente de Queenstown (Niagara)....	Colgante	317^{m}	W. Serrel.
— de Weeling (Ohio)..........	*Id*	308^{m}	Ellet.
Puente doble (Niagara)...........	*Id*....................	250^{m}	Roebling.
— Fribourg...................	*Id*....................	250^{m}	Chaley.
— Belvieu (Niagara)...........	*Id*..	231^{m}	Ellet.
— de Clifton..................	*Id*....................	214^{m}	Brunel.
— de Hungeford	*Id*....................	206^{m}	Stephenson.
— de Pesth (Danubio)..........	*Id*....................	206^{m}	Séguin.
— de Charing-Cros.............	*Id*....................	205^{m},6	Brunel.
— de Saint-John...............	*Id*....................	192^{m},15'	W. Serrel.
— de Tournon (Ródano)...... .	*Id*....................	180^{m}	Séguin.
Puente sobre ol Tweed............	*Id*....................	173^{m}	Brown.
— de Menai....................	*Id*....................	176^{m},90	Telford.
— de Nashwill.................	*Id*	164^{m}	Brunel.
— Britannia...................	Tubular (palastro)........	140^{m},2	Stephenson.
— de Salstash	Palastro.................	138^{m},7	Brunel.
— de Montrose.................	Colgante	131^{m},8	Brown.
— de Hammersmith	*Id*....................	128^{m}	T. Clarke.
— de Conway	Palastro.................	122^{m}	Stephenson.
— de Dirschau (Vístula)........	Hierro forjado...........	121^{m},26	Leblanc.
— de Berwick	Colgante	118^{m}	Séguin.
— de Limmat (Suiza).....	Madera...................	118^{m}	Leblanc.
— de la Roche-Bernard.........	Colgante.................	110^{m}	Id.
— de Schulkil (Filadelfia)......	*Id*....................	108^{m},9	Ellet.
— de Cubsac...................	*Id*....................	105^{m}	Stephenson.
— de Brest....................	Palastro (giratorio)	104^{m}	Oudry.
— de Viena (Danubio)	Colgante	101^{m},9	Von Mités.
— de Argentat (Dordoña)......	*Id*....................	100^{m}	Brunel.
— Victoria	Palastro.................	100^{m}	Stephenson
— de Couvray..................	Colgante	99^{m},9	Telford.
— de Chepstow......	Palastro...........	91^{m},5	Brunel.
— de Arcole.........	*Id*....................	80^{m}	Oudry.
— de Offenburg (Kinzig)	Celosía..................	63^{m}	Ch. Ruppert.

1744. 5.° = Puentes de madera.

Visto lo dicho en los núm^{s}. 1391 y siguientes, solo nos queda por manifestar que para el cálculo de un puente de madera, de cerchas rectas ó curvas, se sigue en todo una marcha análoga á la indicada para los puentes de hierro que acabamos de analizar, y otros que verémos despues aplicando las fórmulas que convengan á cada caso particular, al modo como se vé en los dos ejemplos de cerchas curvas del núm. 1218, &. La combinacion de las piezas para cada arco depende del sistema que se piense seguir, teniendo en cuenta siempre el objeto del puente y circunstancias particulares que obliguen á darle tal ó cual forma, haciendo su paso de uno solo ó varios tramos. Los representados en las fig^{s}. 679 y 680, son dos buenos ejemplos de puentes de tramos rectos y curvos. El pri-

mero tiene de madera los pilares ó cepas (que tal es su nombre) y el segundo de piedra.

En los paises qae abundan en buenas maderas de construccion, es fácil, barato y conveniente, hacer los puentes de este material; y si á la par que en buenas maderas abunda en buenos operarios, pueden ejecutarse los arcos mas atrevidos que se quieran, siguiendo cualquiera de los muchos sistemas que se conoce y pueden inventar; pues si á estos favorables elementos se une la exactitud de los cálculos fundada en el conocimiento experimental de los materiales, se puede estar seguro del buen éxito por mucho tiempo de la construcciou emprendida, como lo acreditan las innumerables que de esta naturaleza se han ejecutado y ejecutan en Alemania y los Estados Unidos.

1745. Existen dos, entre los diferentes sistemas de esta clase de puentes, que por la sencillez de la construccion, el no necesitarse maderas de grandes dimensiones, salvar largas distancias con uno ó pocos tramos, y el poderse aplicar á todo género de comunicaciones, calzadas, ferro-carriles y canales, por la seguridad que ofrecen, son dignos de atencion y de que se les miente ó describa en particular. Tales son los sistemas de Town y How.

1746. *El sistema de Town, de enrejado ó celosía*, le acabamos de ver en el que hemos calculado de hierro. La diferencia que hay en él respecto á los de madera consiste únicamente en la disposicion de las fajas ó largueros de las cerchas, que se colocan de canto en vez de formar planchas horizontales. El cálculo es el mismo, usándose iguales fórmulas, segun haya de tener el puente uno, dos ó mas tramos, al modo como se explica despues en el sistema de How.

Las aspas, que pueden tener mas ó menos inclinacion, se unen entre sí por medio de pasadores de madera, cónicos ó escuadrados: en el primer caso se les abre entrada para una cuña que penetra á fuerza de martillo con el fin de mas afirmar la union. Las vigas ó fajas se unen tambien á las aspas con pasadores de madera ó de hierro, pero las ensambladuras longitudinales de aquellas se refuerzan con abrazaderas de hierro forjado.

Segun la luz y carga que debe soportar el puente, habrá dos ó tres órdenes de cerchas de conveniente altura (véase mas adelante «Division de tramos») y estas se compondrán de uno, dos ó tres cuchillos, que darán lugar, por consiguiente, á celosía simple, doble y aun triple por cada cercha. Hasta 120 y 400 piés $=33^{m},6$ y 112^{m} se puede emplear la celosía simple. Mas allá de este número es preferible dividir el espesor de las piezas para formar un doble cuchillo. Para ferro-carriles de doble via se pueden hacer dobles tramos independientes; con lo que se aligera la construccion y asegura el tránsito del puente, pues en el supuesto de haberse de componer una via la otra quedará de libre uso.

Lo mismo en este que en los demás sistemas de tramos rectos se puede colocar el piso en la parte inferior ó superior, segun lo exija la rasante del camino, despues de procurar no alcancen á la construccion lás aguas de las mayores avenidas. Por la disposicion del enrejado se puede tambien fijar el piso entre ambas fajas á cierta altura de la inferior. Por último, para evitar los movimientos laterales se enriostran por medio de contravientos y cruces de San Andrés el piso y largueros superiores. Al todo se le puede sobreponer una ligera armadura y cubierta que le preserve de la intemperie, como sucede ventajosamente en la mayor parte de los puentes de madera construidos en Alemania. (véase además el artículo sobre «Tableros.»)

1747. El representado en las figuras 681 se ha calculado segun los datos siguientes.

Luz $c=50^{m}=180^{p}$. Anchura $=7^{m}=25^{p}$. Carga adicional por $1^{m2}=200^{k}$ ó

1400k por 1m de longitud. La madera se supone de pino para las cerchas y de roble para las viguetas y tablazon del piso, cuyos pesos específicos sean para el primero $\Pi = 0,60$ y para el segundo $\Pi = 0,95$, y su resistencia á la fractura por 1m² de seccion $R = 500000$ y $R = 400000$.

Segun lo cual resulta, si la altura de la cercha es $h' = \frac{1}{10} 50 = 5^m$ y $b = 0^m,6$

$$h'' = 4^m,4 \qquad h' - h'' = 0^m,6.$$

Atendiendo al grueso que resulta de 0m,6 para todas las carreras, se podrá dividir en 3 partes de $0^m,20 = 8,6$ pulgadas, que dá lugar á dos cerchas iguales por cada costado.

Procediendo para las aspas análogamente á lo expuesto en el puente de hierro resultara para cada una, la escuadría algun tanto excesiva de

$$0^m,23 \times 0^m,07 = 10 \times 3 \text{ pulgadas.}$$

1748. Puente de madera por el sistema de How (*figs*. 682 á 685),

Explicacion.

Cada cuchillo se compone de tres partes principales, unidas de manera que todas ellas formen una pieza rígida.

1.ª Los *largueros ó bandas a a* superiores é inferiores de 8×10 pulgs. $= 0^m,184 \times 0^m,23$, dispuestos en 3 filas que distan 2 pulgadas $= 0^m,046$ entre sí para dejar lugar á los pasadores *c c*... Se puede componer cada uno de una pieza que ocupe todo el grueso ó dos acopladas, y las uniones en toda la longitud á juntas encontradas; procurando no haya ninguna de estas en el espacio de cada pila, á fin de que la viga haga el efecto de una sola pieza.

La distancia vertical entre los largueros es de $\frac{1}{16}$ á $\frac{1}{20}$ de la luz del tramo: y su union horizontal se hace por medio de los pernos *d d*..., teniendo cuidado de poner tarugos de madera fuerte en los intérvalos.

2.ª Las *aspas b b'*... Como la condicion principal de este sistema es evitar en cuanto se pueda ensambladuras de las piezas, se disponen las aspas del modo siguiente. A empezar del centro O parten con igual y opuesta inclinacion las *b b'* correspondientes al larguero central. Las exteriores *b'' b'''* parten desde el punto opuesto O', con cuya disposicion y el no tener mas que 8 pulgadas en cuadro y estar sus paramentos en el mismo plano que el de los respectivos largueros, no se tocarán, y por consiguiente no ocasionarán ensambladura alguna. El espacio triangular que resulta exteriormente en el centro del tramo se rellena y refuerza con las piezas B C, B' C'', que parten de *d d'*, y que, por estar sus paramentos en el mismo plano que las piezas *b' b''*.., se cortarán á media madera en *c, c', c''*; únicas ensambladuras que resultan entre las aspas. La union de estas se hace por medio de pasadores *f, f'*..., poniendo tarugos intermedios en los espacios de los largueros, y sus extremos se ensamblan á las piezas *d d* inferiores y superiores á los largueros mismos. Inmediato á las pilas y sobre ellas varian en direccion las aspas exteriores; y tanto estas como los postes *p, p,* y cruces de S. Andrés *s, s,* se apoyan en la pieza de fundicion F que queda á lo largo del pilar sobre los largueros.

3.ª Los *pasadores de hierro forjado c c*..., de dos pulgadas de diámetro $= 0^m,046$, distantes 6 piés $= 1^m,6$ entre sí, que atraviesan el cuchillo por entre las piezas *d... d...* y las *e... e...* puestas encima y debajo de las bandas. Se afirman con tuerca para hacer suficientemente rígido todo el sistema. Estos pasadores ocupan el espacio total que media entre los largueros.

A mas de estas 3 partes principales, existen las piezas siguientes.

g, g = Viguetas que forman el esqueleto del piso.

h, h = Vigas sobre que se ponen los carriles. La parte de tablero que queda desde ellas á los cuchillos se cubre con tablas ó tablones para el tránsito de los peatones.

i, i = Riostras bajo el tablero y en la parte superior, cuyo objeto es impedir las oscilaciones por las cargas accidentales, contrarestar la accion de los vientos, y conservar el paralelismo de los cuchillos. El enriostrado superior puede servir igualmente de segundo piso.

z, z, j, j = Zapatas y jabalcones que apoyan y consolidan el sistema.

v, v = Durmientes sobre que descansan los cuchillos.

Este puente, construido para el ferro-carril de Albany (Estados-Unidos) atravesando el rio Conecticut, tiene 7 tramos de 180 piés $= 50^m,4$ de luz, 16 piés $= 4^m,48$ de ancho, y $18^p = 5^m$ de alto entre los largueros. Costó 111000 pesos, de los que 83000 se llevaron las fundaciones, pila-

res y estribos y 28000 los tramos. A los dos años de construido no habia aumentado la flecha en cada tramo cantidad alguna á las 6 pulgadas que se manifestaron en un principio.

1749. Fórmulas para hallar la resistencia del sistema.

Por la disposicion de las diferentes piezas, se puede considerar cada cuchillo al modo que en los puentes rectos de hierro, como una viga rígida apoyada por cada tramo en sus dos extremidades, de manera que la presion de las fibras de la parte superior por la carga recibida, sea igual á la tension de las de la parte inferior.

La teoría dá en este caso, para cuando el puente consta de un solo tramo y la carga está en el medio, siendo c la luz

$$Pc = \frac{2\,R\,b\,(h'^3 - h''^3)}{3\,h'}; \quad \text{ó} \quad P\frac{c}{2} = \frac{R\,b\,(h'^3 - h''^3)}{3\,h'}.$$

Para un puente de dos tramos y cargas iguales en el medio, siendo c la luz de cada tramo

$$P\,c = \frac{8\,R\,b\,(h'^3 - h''^3)}{9\,h'}; \quad \text{ó} \quad P\,\frac{c}{2} = \frac{4\,R\,b\,(h'^3 - h''^3)}{9\,h'}.$$

Para un puente de mas de dos tramos é igualmente cargados sus puntos medios

$$\frac{7\,P\,c}{20} = \frac{R\,b\,(h'^3 - h''^3)}{3\,h'}; \quad \text{ó} \quad P\,\frac{c}{2} = \frac{10\,R\,b\,(h'^3 - h''^3)}{21\,h'}.$$

Si el peso ó pesos de que se halla cargado el puente están repartidos uniformemente, siendo p' el peso propio de la construccion, p'' el accidental, y haciendo $p' + p'' = p$, se tendrá $P = p\,\frac{c}{2}$; y las ecuaciones anteriores serán

para puentes de un tramo, $p\,\frac{c^2}{4} = \frac{R\,b\,(h'^3 - h''^3)}{3\,h'}$; ó $b\,\frac{h'^3 - h''^3}{h'} = \frac{3\,p\,c^2}{4\,R}$

para los de dos $p\,\frac{c^2}{4} = \frac{4\,R\,b\,(h'^3 - h''^3)}{9\,h'}$; ó $p\,\frac{h'^3 - h''^3}{h'} = \frac{9\,p\,c^2}{16\,R}$

y para los de tres ó mas, $p\,\frac{c^2}{4} = \frac{10\,R\,b\,(h'^3 - h''^3)}{21\,h'}$; ó $b\,\frac{h'^3 - h''^3}{h'} = \frac{21\,p\,c^2}{40\,R}$

Los primeros miembros $p\,\frac{c^2}{4}$ expresan el momento de fractura, y comparando las tres ecuaciones se vé que los puentes de un solo tramo están con los de dos en la razon de $1 : \frac{4}{3}$, y con los de mas de dos en la de $1 : \frac{10}{7}$; serán, pues, las resistencias de los cuchillos en los tres casos como los números $6 : 8 : 8\frac{4}{7}$: por manera que para igual luz y en las mismas circunstancias la resistencia de los puentes es la menor cuando solo constan de un solo tramo, y la mayor cuando tienen mas de dos.

Esta relacion es igual para toda clase de puentes rectos.

Las flechas correspondientes á estos tres casos serian, observando que la flexion sigue la teoría de las piezas apoyadas ó empotradas, segun que se consideran los tramos inferiores,

para un tramo $f = 0{,}156\,\frac{p\,c^4}{E\,b\,(h'^3 - h''^3)}$

para 2 $f = 0{,}08\,\frac{p\,c^4}{E\,b\,(h'^3 - h''^3)}$ — cerca de $\frac{1}{2}$ menor que en el caso anterior ó cuando el sistema reposa simplemente en dos apoyos.

y para mas de 2 $f = 0{,}031\,\frac{p\,c^4}{E\,b\,(h'^3 - h''^3)}$ — ó $\frac{1}{5}$ del primer caso.

Si fueran S, S′ las presiones sobre cada estribo y cada pilar, se tendria para cuando, habiendo tres ó más tramos, fuesen iguales las cargas en el medio de cada uno,

$$S=\frac{7}{20}P: \quad S'=\frac{23}{20}P$$

cuyas relaciones son de 7:23, es decir, que los estribos aguantan una presion menor que $\frac{1}{3}$ de la correspondiente á los pilares.

El momento de fractura para las mitades de los tramos próximos á los extremos es

$$M=\frac{7}{20}P\frac{c}{2}.$$

El de los cuchillos sobre el centro de las pilas

$$M_{,}=\frac{6}{20}P\frac{c}{2}.$$

Y para el de la mitad de los tramos entre cada dos pilas

$$M_{,,}=\frac{4}{20}P\frac{c}{2}.$$

De donde tenemos que para un puente que se componga de cuatro ó mas tramos, la carga obra de arriba-abajo en la mitad de cada uno de ellos, y de abajo-arriba sobre el centro de las pilas; siendo tambien los mas fuertes los tramos intermedios y mas débiles los extremos.

Si el puente fuera de dos tramos iguales é igualmente cargados en su medio serian las presiones sobre los estribos

$$S=\frac{5}{16}P; \text{ y sobre la pila } S'=\frac{22}{16}P$$

cuya relacion es como 5:22; es decir, que cada estribo resistiría menos de $\frac{1}{4}$ que la pila, ó bien que esta aguantaría un peso mas de cuatro veces mayor que el de cada estribo.

Los momentos de fractura $M=\frac{6}{32}Pc$ y $M_1=\frac{5}{32}Pc$, correspondientes al centro de la pila y centro de cada tramo, indican que el punto más débil de los cuchillos se halla sobre la pila; que sería por donde rompiera el puente si hubiera esto de suceder por exceso de carga.

Si esta fuera diferente en cada tramo, se tendría para la presion sobre un

estribo $$S_{,}=\frac{13P-3P'}{32}$$

sobre el opuesto $$S_{,,}=\frac{13P'-3P}{32}$$

y sobre la pila $$S_{,}'=\frac{22}{32}(P+P')$$

donde vemos que solamente la pila sufre unos $\frac{2}{3}$ de la carga total.

Los respectivos momentos de rotura serían

$$M_{,}=\frac{13P-3P'}{32}\cdot\frac{c}{2}; \quad M_{,,}=\frac{13P'-3P}{32}\cdot\frac{c}{2}; \quad \text{y} \quad M_{,}'=\frac{3P+3P'}{16}\cdot\frac{c}{2}$$

1750. **Division de tramos. Relacion entre la altura y luz.**

El número de tramos que puede tener un puente recto, de hierro ó de madera,

depende de las condiciones de localidad y circunstancias del rio, debiendo preferir siempre los tramos de gran longitud.

Las ecuaciones anteriores para las resistencias de los cuchillos, como la

$$P = \frac{4\,R\,b\,h'^2}{6\,c}$$

para una pieza llena nos dicen que, en idénticas circunstancias, la resistencia de las vigas ó cerchas del puente están en razon directa del ancho b de las mismas multiplicado por el cuadrado de su altura total h', y en razon inversa de la luz c. Y aun cuando en aquellas disminuye algo este producto por los espacios vacios en los cuchillos ó vigas de enrejado, existe, no obstante, entre la altura y luz tal relacion que, para un determinado aumento de luz, la altura crece en muy corta proporcion.

Se puede hacer una tabla de relaciones entre la luz y altura, deduciendo el valor de h' para puentes ó construcciones de un solo tramo, de dos ó mas, de las respectivas fórmulas anteriormente anotadas, conocidas que sean las otras cantidades. En la práctica se toma generalmente de $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{10}$ de la luz para la altura de los puentes de enrejado, de hierro ó madera, de un solo tramo; y $\frac{1}{12}$ á $\frac{1}{14}$ y aun menos para los de dos ó mas tramos.

El Coronel Long expone para los puentes de madera la tabla siguiente, que puede aplicarse á los sistemas de Town y How.

Luz.	Altura.
$c = 15^m$	$h' = \frac{1}{4} c^m + 0^m,21$
$c = 25^m$	$h' = \frac{1}{6,67} c^m + 0^m,23$
$c = 32^m$	$h' = \frac{1}{8} c^m + 0^m,23$
$c = 38^m$	$h' = \frac{1}{9,5} c^m + 0^m,25$
$c = 53^m$	$h' = \frac{1}{10,67} c^m + 0^m,25$
$c = 62^m$	$h' = \frac{1}{12} c^m + 0^m,25$
$c = 73^m$	$h' = \frac{1}{14} c^m + 0^m,28$
$c = 84^m$	$h' = \frac{1}{15} c^m + 0^m,28$

1751. 6.° = Puentes colgantes. (Lám. 101 y 102.)

El ejemplo propuesto en los núms. 1227 y siguientes nos evita la repeticion del cálculo para esta clase de construcciones. Podrémos, por consiguiente, concretarnos á indicar las diferentes disposiciones de los pilares y cables y el modo de conducirse en la práctica de estos puentes.

1752. Disposiciones diferentes de los pilares.

Las figuras 684 á 689 indican las diversas disposiciones que pueden tener los pilares ó que se pueden dar á los cables, segun fueren las circunstancias locales del punto en que se trata de establecer la suspension de un puente. Si

el terreno fuera escarpado por ambas orillas ó por una sola, pero de modo que se facilitase la sujecion de la cadena por ambos extremos, se evitaría la construccion de pilares y de una gran parte de cadena correspondiente á los fiadores. Si en este caso los puntos mas altos ó extremos de la curva estuviesen de nivel, la tension de la cadena sería igual por uno y otro lado, y tanto menor cuanto mayor fuese la altura sobre el vértice de la curva. Si, como representa la figura 684, fuese de consideracion la distancia A a sin carga en la cadena, aplicadas á la parte $b\,o\,a$ las fórmulas anteriores (1227), se hallaría A a por la ecuacion $Aa = \frac{D\,a}{\cos.\,\alpha}$. Si el terreno fuese escarpado no mas que por un solo costado, se podrá ó no suprimir el pilar correspondiente al opuesto, segun se adapte cualquiera de las dos disposiciones (*fig.* 685): en el un caso la tension de la cadena es mayor que en el otro; y el ahorro del pilar estará compensado con el exceso de material que llevaría la cadena misma.

Dispuestos los apoyos como indican las figuras 686 y 687, se arreglará la curvatura de las cadenas de modo que los pilares no sufran accion alguna horizontal por el peso de la construccion. Bastará, por tanto, dar á los pilares el grueso necesario para resistir el empuje horizontal causado por la diferencia de los pesos adicionales.

La disposicion indicada en la figura 688 (que fué la adoptada por el célebre Ingeniero Brunel en el puente que hizo en la isla de Borbon) tiene las ventajas de no aumentar la tension de la cadena que tendria lugar segun la figura 689 para igual anchura y flecha; disminuir un pilar y hacer el puente mas firme y rígido. Sin embargo, en muchos casos habria que luchar con las dificultades del pilar dentro del agua, y el gasto consiguiente á esto y el aumento de construccion para hacerle resistir el incremento de tension horizontal que proviene de las cargas accidentales.

En puentes como el magnífico de Friburgo, de 208^{m} de claro, en que se salva todo el espacio con un solo tramo, se ahorran los pilares interiores si bien son mas costosos los extremos. En todos casos deberá ensayarse la combinacion que parezca mas económica, sin faltar á la robustez y estabilidad debidas.

1753. A medida que son mas elevados los apoyos disminuye la tension de las cadenas, pero entonces las péndolas extremas tienden á resbalar. El límite que, en consecuencia, debe haber entre la flecha y luz se halla comprendido entre $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{15}$. El puente de Friburgo tiene $\frac{1}{14}$.

1754. Debemos advertir, por último, que unas veces convendrá, como en los puentes de Baugor Ferry é isla de Borbon, que los cables queden fijos en uno y otro lado del pilar, y otras que pasen como una cadena contínua sobre cilindros (lámina 102) situados en la cabeza de aquel: sistema que se prefiere en los puentes modernos por la facilidad con que se trasmite al tramo opuesto la tension que resulta de las cargas accidentales. Para conseguir este mismo fin se sustituyen tambien los pilares con bielas de fundicion, movibles en su pié, y cuyo eje coincida con la direccion de la resultante de las dos tensiones opuestas del cable: disposicion seguida en varios puentes existentes, y entre ellos en el Bry sobre el Marne. Pero aunque esta última disposicion presente la ventaja de hacer desaparecer toda accion horizontal sobre los pilares, tiene el inconveniente de la dificultad de dar la suficiente solidez á piezas movibles sometidas á grandes presiones, y el no menos atendible de la que tendría lugar en la sillería de los pilares sobre que estriban las bielas por los sacudimientos propios de esa misma movilidad.

1755. Diversos medios de sujetar los extremos de los fiadores.
Cualquiera que sea el método que se siga, convendrá siempre atenerse en las aplicaciones al peso de las materias que tiendan á arrastrar el fiador, sin contar con la cohesion y el rozamiento que ellas puedan prestar. Las materias entonces serán solicitadas segun la direccion inclinada del fiador; y la componente de su peso paralela á esta direccion será la sola que se aproveche para la resistencia. Esto es lo que pasará en las disposiciones de las figuras 690 y 691, y en la del puente proyectado: en las figuras 692 y A lámina 102 (esta la usada en el puente de Friburgo), se aprovecha todo el peso del sólido que abraza la bóveda; pero como la cadena hace una inflexion al entrar en el macizo, precisa construir allí un arco botarel apoyado en terreno sólido ó en la misma mampostería del estribo, de modo que resista la presion normal á la curva producida por el cambio de direccion, igual á la resultante de las dos tensiones T ejercidas en los dos sentidos del fiador, y cuya expresion es

$$2\,T\cos.\tfrac{1}{2}\,(90^\circ+\beta).$$

La figura 693 es una muy buena disposicion si se prescinde de los inconvenientes de los dos cambios de direccion: el fiador queda perfectamente enlazado al estribo, y este no podrá hacer movimiento alguno si el momento de su peso con relacion á la arista exterior es (como regularmente será siempre) mayor que el de la tension de la cadena y empuje de las tierras con relacion al mismo punto.

Para cuando se hagan las cadenas de alambre en forma de cable sin fin, como propone M. Endres y ha practicado el Ingeniero de caminos y canales Don Andrés Mendizabal en el puente sobre el Pisuerga en Valladolid, se terminará en bóveda inclinada la mampostería de los estribos, ó se hará la expresada bóveda á la distancia que dé el límite de los fiadores segun la abertura del ángulo β. Aunque no es económica esta disposicion por la mayor longitud de los fiadores y el costo de la expresada bóveda, tiene la inapreciable ventaja de poderse visitar cuando se quiera y reconocer la parte enterrada del fiador, á mas de la facilidad y conveniencia de poder confeccionar el cable en su propio sitio, como verémos luego.

En las otras disposiciones se hace para cada cable su camino particular cuya altura viene á ser de $0^m,08$ á $0^m,12$ y la anchura proporcionada á la del número de fiadores. Como no será posible con estas dimensiones reconocer el estado de oxidacion de aquellos, se prevendrá esto de una vez cubriendo el herraje de barniz ó alquitranándolo bien, ó mejor galvanizando en un principio los alambres, por cuyo medio, privado el metal del contacto del aire, se conservará siempre en muy buen estado.

El fiador atraviesa una placa de fundicion y está contenido por una fuerte chaveta cuyo estado conviene examinar de cuando en cuando. Con este fin se deja una chimenea vertical que pueda conducir á una pequeña cámara abovedada, en que se halle la placa, suficiente á poder trabajar ó verificar dentro de ella las reparaciones que fueren necesarias.

1756. Tablero.

Se compone de vigas espaciadas de 1^m á $1^m,5$, á cada una de cuyas cabezas concurre una péndola. Encima se fijan con pernos viguetas ó cabios, de 10 á 12 centímetros de espesor y distantes uno de otro 8 á 10^c. Sobre ellos, por fin, se colocan los tablones de $0^m,05$ á $0^m,07$ de espesor, separados unos dos centímetros para que el agua no se detenga en el piso y no cargue sobre las cadenas. Todas las maderas inferiores al piso deben estar alquitranadas, y aun

las vigas cubiertas de una capa de zinc para su mejor conservacion; debiéndose preparar unas y otras del modo dicho en los núms. 1043 y siguientes. Segun la anchura del tablero habrá uno, dos ó mas andenes, algo mas elevados que el piso y de 1^m á $1^m,5$ de anchura. La dimension trasversal total del puente será de $4^m,5$ á 8^m, y aun 10^m segun el paso que haya y las maderas de que se pueda disponer. Para que las vigas no varien de posicion se ponen debajo de ellas varias cruces de San-Andrés, y á mas abundamiento una carrera á lo largo del puente en ambas orillas, perfectamente sujetas á las vigas y pasamanos por medio de pernos: con lo que se proporcionará un poco de rigidez que tanto conviene á esta clase de construcciones. Para evitar las oscilaciones y el movimiento de abajo-arriba, á que pudiera obligár el viento fuerte, se pueden poner cadenas laterales, sujetas á los estribos y vigas por medio de vástagos, divergiendo del centro á los extremos, como se prácticó en los puentes de la isla de Borbon.

En otros muchos se hace el tablero ligeramente parabólico en vez de horizontal; lo que le dá mas gracia, facilita la salida del agua llovida, y hace que el piso quede siempre superior ó á igual altura que la del camino ó calle, no obstante el asiento imprevisto que pueda tener la construccion, ó el descenso á que la obligue la dilatacion de las cadenas.

1757. Hay otros puentes en que, en vez de tener el tablero colgado, por el contrario, se halla este como asentado sobre póstes de hierro apoyados verticalmente en las cadenas inferiormente á ellas. Tal es el sistema del puente de Génova, construido por el coronel Dufour, de $18^m,4$ de abertura y $0^m,65$ de flecha. Sus ventajas son el poder multiplicar las cadenas de suspension y economizar los pilares de entrada y salida: pero como el centro de gravedad de cada tramo, relativamente á los puntos de apoyo está mas elevado que en el otro sistema de suspension, se preferirá siempre este ultimo para los pasos de grande extension.

1758. Fabricacion de las cadenas y péndolas.

Las cadenas y péndolas se hacen de barras de hierro dulce y de hilos de alambre: lo primero apenas tiene ya lugar, para las cadenas particularmente, por muy bueno y escogido que sea el material; 1.° por la multitud de roturas experimentadas al tiempo y despues de probado el puente; 2.° porque la fuerza del hierro en barras es menor, bajo cierto peso dado, que la del hilo de alambre; 3.° porque el menor alargamiento de las barras altera su elasticidad y prepara su rotura; 4.° porque al hacerse las pruebas parciales de la fuerza del hierro se altera algun tanto su resistencia; y 5.° por la dificultad de colocar las cadenas en puentes de gran abertura, dificultad que no tiene lugar con los cables de alambre. Estos últimos, no obstante las desventajas que les atribuyen los partidarios de las cadenas de barras, no se han roto jamás. En cuanto á la duracion parece es la misma en uno y otro sistema.

Los hilos de hierro empleados ordinariamente en la fabricacion de los cables tienen $0^m,0025$ y $0^m,00306$ (1,3 á 1,6 líneas) de diàmetro; lo que dá para las respectivas secciones muy próximamente 6^{mil2} y $7,5^{mil2}$. El primero es del número 17 y el segundo del 18: la longitud de cada hilo es de unos 150^m.

Al hacer los cables se cuida de someter los hilos á un esfuerzo de traccion constante y suficiente para hacer desaparecer las ondulaciones que ha tomado á consecuencia de venderse arrollado.

Cuando la longitud de los hilos no alcanza á la total del cable se unen por sus extremos cruzándolos sobre una extension de $0^m,10$, y atándolos en los 7 centímetros de este cruzamiento con un alambre recocido del número 4, cuyas espi-

ras ó vueltas se ponen en contacto. Si la temperatura varía durante la fabricacion del cable, convendrá hacer móvil uno de los yugos sobre que pasa el hilo á la extremidad del cable, á fin de que obrándose en ellos cierto esfuerzo de traccion, tienda siempre á quedar extendida la parte del cable fabricada, no obstante el alargamiento debido á la dilatacion. Por esta disposicion se conseguirá que todos los alambres tengan igual grado de tension.

Segun los experimentos de Leblanc para hacer desaparecer las inflexiones que toman los alambres al desarrollarlos y que tienden á conservar cuando se hacen los cables, se les debe someter antes á una tension de 300 á 500 kilógramos; con cuya precaucion la resistencia del cable llegará de 0,86 á 0,90 de la suma de todas las resistencias de los alambres tomados separadamente; mientras que esta resistencia no pasaria de 0,84 si la tension preliminar fuera solo de 50^k; y de 0,81 si llegase no mas que á 25^k.

Cuando está puesto el alambre en madeja sobre los dos yugos ó gruperos, se reunen las dos ramas de la madeja para formar el cable con el auxilio del alambre núm. 4, cuyas espiras se toquen entre sí, como hemos dicho. Los cables, al rededor de los cuales hay mas ligaduras, son los mas resistentes. La extension de estas es ordinariamente de 10 á 12 centímetros, hallándose espaciadas próximamente el doble de esta cantidad.

Para preservar los cables de la oxidacion se hace pasar antes á los hilos dos ó tres veces por un baño de aceite hirviendo mezclado con litargirio por secante. Luego que se ha terminado el cable se le empapa de nuevo en aceite de linaza igualmente secante. En tal estado se conservan los cables debajo de un tendal ó camarin, preservándolos de los choques para evitar se levante el barniz en algun punto y penetre la oxidacion. Pero lo mejor de todo para este fin será galvanizar previamente los alambres.

Para ponerlos en su lugar se tiende primeramente un pequeño cable de un pilar al otro, y por medio de guias fijas al grande y poleas que rueden sobre el primero se hará avanzar aquel tirando en el extremo opuesto con la ayuda de un torno hasta dejarle en su posicion.

Las péndolas son, como los cables ó cadenas, de hierro forjado ó de alambres. La razon para la eleccion de uno ú otro sistema estriba en la calidad del material y en el gusto y confianza que merezcan al ingeniero. Aunque en la práctica se han roto algunas péndolas de barras y ninguna de alambre, tambien es cierto que cuando el material ha sido bien elegido y se ha procurado al puente toda la rigidez posible no se ha experimentado accidente alguno contrario. Las péndolas de alambre se fabrican del propio modo que los cables, ligándolas igualmente y componiéndolas de hilos de los propios números 17 y 18. Debe procurarse para cada una el que no sobrepase de la longitud que respectivamente se haya calculado, ya sea el tablero horizontal ya parabólico.

1759. El citado Ingeniero Gefe francés M. Endres ha publicado en los Anales de puentes y calzadas una preciosa memoria sobre el establecimiento de puentes colgantes, cuya traduccion al español pone la *Revista de obras públicas* en las entregas 18 y 19 del tomo segundo. En ella se dá una sencilla fórmula general para investigar directamente la seccion de los cables independientemente de la tension, y es

$$\Omega = \frac{p' h}{12 \text{ sen. } \alpha - 0{,}0078 \text{ L}} \quad \text{ó} \quad \Omega = \frac{p' h}{18 \text{ sen. } \alpha - 0{,}0078 \text{ L}}$$

la 1.ª para cuando las cadenas son de barras de hierro y la 2.ª para cuando lo son de alambre; pues que la mayor tension permitida en estos casos es

T = 12 Ω y T = 18 Ω por milímetro cuadrado. (Nosotros pusimos (números 1232 y 1233) T = 8 Ω y T = 10 Ω).

p' = peso del tablero por 1^m de longitud, igual al peso total en la unidad p menos el peso del cable y péndolas.

h = semi-luz.

α = ángulo de suspension, ó el que forma la tangente á la curva en su punto mas elevado con la horizontal. Esta tangente viene á encontrar el eje de la curva á una distancia bajo el vértice igual á la flecha f: resultando

$$\text{tang.}\,\alpha = \frac{2f}{h} = 4\,\frac{f}{2h} = 4\mu, \quad \text{y} \quad \text{sen.}\,\alpha = \frac{\text{tang.}\,\alpha}{\sqrt{\text{tang.}^2\alpha + 1}} = \frac{4\mu}{\sqrt{16\mu^2 + 1}}$$

L = semi-longitud de la cadena.

0,0078 = peso de un centímetro cúbico de hierro forjado (poco mas del 0,00779 que nosotros hemos puesto en nuestros ejemplos).

En cuanto á la fabricacion de los cables presenta el excelente medio puesto en práctica en varios puentes, y entre ellos en el citado sobre el rio Pisuerga por el Ingeniero Mendizabal.

Consiste en poner en comunicacion, por medio de una galería abierta al través de los estribos, los dos pozos de amarra, y en reunir dos á dos los extremos de los cables de ambos costados, uniéndolos uno á otro en vez de amarrarlos aisladamente; ó mejor aún, que es en lo que estriba la mayor excelencia de semejante sistema, en formar alambre por alambre uno ó muchos cables sin fin, que pasen de un costado al otro del puente á través de la galería (cuya bóveda se redondea y apareja en forma de arco inverso) abrazando con sus dos lazos la fábrica de los estribos.

De este modo se eluden las dificultadas inherentes á la confeccion de los cables fuera de su sitio, á su trasporte, elevacion y colocacion definitiva. La galería permite, además, dejar visibles y registrar por completo los cables, poniéndola en comunicacion con el exterior, bien directamente por los extremos del puente si fuere posible, ó bien por medio de otra galería longitudinal practicada en los estribos: en cuyo caso puede aligerarse notablemente el espesor de los paramentos de estos, una vez que la sustitucion del relleno de tierra en lugar de la galería disminuye la presion sobre los paramentos de los costados y la anula en el del frente.

La fabricacion de los cables en su sitio exige, por lo general, el establecimiento prévio de una bamba ó columpio (paserelle) de servicio, destinada á franquear el paso de una á otra orilla al obrero encargado de trasportar el alambre y hacer ligaduras. Consiste simplemente la bamba en dos cables de corto diámetro, establecidos de orilla á orilla bajo una pequeña flecha y á distancia uno de otro de 1^m próximamente, para que puedan servir de pasamanos, de los cuales se cuelga un tablero por medio de péndolas. Puesta la bamba á nivel del cordon de los estribos, se reducirá, por tan sencillo aparato, á muy pronta y fácil maniobra una operacion cuya extraordinaria dificultad segun los medios ordinarios impone materialmente un límite muy corto al alcance ó luz de los puentes colgantes.

1760. **Límite de la longitud de los cables.**

M. Endres piensa que en el paso de un profundo valle no deberá exceder el puente de una abertura de 500, 600, 700 ú 800 metros, siempre que las faldas del valle se encuentren naturalmente bien dispuestas al establecimiento de los cables; puesto que sin esta condicion se presentaría el grande obstáculo, y puede decirse insuperable, de construir pilares de 50, 60, 70 ú 80 metros de altura

Dice que no deberá exceder la de 500 á 800^{m} porque, segun demuestra en la propia memoria, el límite de la luz de estos puentes en que conviene detenerse es de 555^{m} para los de cadenas de barras, y 832^{m} para los de cables de alambre. Mas allá de estos números se producirá, por insignificante que sea el incremento de luz, un aumento considerable en la tension y por consiguiente en la seccion de los cables. Si fuese 2220^{k} el peso por unidad del puente con su carga adicional, la seccion total de los cables límites sería 0^{m2},2775, que darian 37000 alambres del número 18.

En vez de alambres de hierro se han empleado en el puente de Suresne, cerca de París, por MM. Dublat y Flachat, bandas ó cintas de hierro laminado, cuyas ventajas son las del menor precio, fácil ensamblaje ó union, y uniformidad de tension.

1761. **Puente doble colgante sobre el Niágara** (Lámina 103).

Este puente, construido por el Ingeniero aleman M. Rôebling, y dado al paso público hace mas de 12 años, es una de las mas bellas obras de su género, comparable por su importancia al célebre puente tubular Britannia. Se han combinado en él felizmente el sistema de cables y el de aspas, siendo su costo total 440000 pesos, ó sea la quinta parte de lo que se calcula hubiera alcanzado por el sistema tubular. La circunstancia de ser en este punto muy rápida la corriente y extraordinaria la profundidad de las aguas, fué causa de no haber podido aceptar otro sistema que el de suspension.

Las dimensiones y peso de sus diferentes partes son las siguientes.

Longitud del puente entre los ejes de los pilares	250^{m},33
Longitud del tablero entre los pilares	243^{m},84
Anchura del tablero superior, comprendidos los andenes	7^{m},31
Anchura del tablero inefrior para la circulacion de carros	5^{m},79
Altura de los dos pilares del lado de Nueva-York	26^{m},82
Altura de los dos pilares del lado del Canadá	23^{m},77
Longitud de los dos viaductos, desde los muros en ala hasta el eje de los pilares	36^{m},58
Anchura de estos viaductos	7^{m},31
Diámetro de los cuatro cables principales	0^{m},254
Seccion de uno de estos cables	0^{m2},039
Seccion de los cuatro eslabones inferiores de los fiadores	0^{m2},178
Seccion de los cuatro eslabones superiores	0^{m2},24
Resistencia de estos cuatro eslabones á la fractura	10794 toneladas.
Número de todas las secciones de hilos en los cuatro cables	14560
Longitud total de los hilos	6437240^{m}
Resistencia á la fractura de los hilos que componen los cables	747^{k},2
Resistencia á la fractura de los cuatro cables	18881 toneladas.
Peso del puente, de los cables y cuerdas	906^{ton},8
Longitud de los fiadores	20^{m},11
Longitud de uno de los cables superiores	363^{m},62
Longitud de uno de los cables inferiores	384^{m},36
Flecha del arco del cable superior para una temperatura media	16^{m},46
Número de péndolas	624
Resistencia á la fractura de estas péndolas	16975 toneladas.
Numero de amarras superiores	64
Resistencia á la fractura de estas amarras	1741 toneladas.
Número de amarras inferiores	56
Resistencia á la fractura de estas amarras	1523^{ton},4
Altura de los carriles sobre el nivel del rio	74^{m},68

Solidez del puente. Calculada en 906,8 toneladas la carga del puente compren-

dido el peso de los cables, péndolas y fiadores, y en 225 toneladas la carga adicional (supuesta de un tren lleno y carros cargados en el tramo inferior), lo que hace 1131 toneladas, resulta por la fórmula del número 1232, siendo $17^m,98$, la flecha y $125^m,15$ la semi-cuerda del arco.

Tension de los cables ó cadenas = 2048 toneladas.

Probada precedentemente la resistencia de los alambres, de manera que cada uno correspondiese á la tension de $661^k,9$ ó 7028^k por centímetro cuadrado, la resistencia media de los 4 cables es al mínimo de 10826 toneladas. Por consiguiente, la relacion $\frac{10826}{2048}$ hace ver que la resistencia de las cadenas es mas de 5 veces mayor que la tension calculada.

Las péndolas pueden soportar cada una $27^{ton},2$; lo que supone una resistencia total de 16972 toneladas, igualmente muy excesiva.

Elasticidad del material. En la prueba que se hizo en 18 de Marzo de 1855 por medio de un tren de 20 wagones de mercancías, el peso total, incluso el de $23^{ton},57$ de la locomotora, fué de $295^{ton},6$. Segun los datos experimentales de los Ingenieros ingleses, la dilatacion líneal del cable por un peso de $157^k,4$ por 1^{c2} es 0,0001, ó, para los $414^m,20$ de las cadenas y fiadores, $0^m,041$: así, pues la dilatacion para una tension total de $295^k,6$ es

$$\frac{343,2}{157,4}\times 0,041 = 0^m,089$$

ó $0^m,044$ para la mitad, puesto que la tension producida en los 4 cables de $1558^{c2},4$ por las $295^{ton},6$ es 535 toneladas $= 535000^k$ ó por centímetro cuadrado $\frac{535000}{1558,4} = 343^k,2$: con lo cual la longitud que resulte á los cables es $= 126^m,79 + 0^m,044 = 126^m,834$.

La flecha para la presion del tablero, por causa de esta dilatacion, es dada, segun el autor, por la fórmula aproximada $f = \sqrt{\frac{3}{4}(L^2 - h^2)}$ (a); en que f representa la flecha del arco, L la semi-cadena $= 126^m,79$ y h la semi-cuerda $= 125^m,15$, segun lo cual $f = 17^m,54$. Siendo $L = 126^m,834$ resulta $f = 17^m,83$, y $17,83 - 17,54 = 0^m,29$ será la depresion del tablero. En la prueba solo llegó esta depresion á $0^m,25$ en el momento de pasar el convoy, volviendo despues la flecha á recobrar su anterior valor. Ordinariamente los dos grandes trenes de mercancías y pasajeros no producen una depresion mayor de $0^m,075$ á 0,127.

Efectos de la temperatura. Por los experimentos de M. Rôebling, verificados con hilos de $304^m,8$ de longitud, se sabe que una temperatura de $55^o,5$ centígrados produce una dilatacion de $\frac{1}{1460}$. Y como la longitud media de los cables, no comprendida la de los fiadores, es de $373^m,98$, la dilatacion longitudinal á $55^o,5$ centígrados es $\frac{373^m,98}{1460} = 0^m,256$. La flecha del arco medio es, además, de $17^m,37$ á -18°. Segun la fórmula anterior (a) es $L = \sqrt{h^2 + \frac{4}{3}f^2}$, y sustituyendo,

$$L = \sqrt{\overline{125,15}^2 + \frac{4}{3}\,\overline{17,37}^2} = 126^m,74.$$

Agregando á esta semi-longitud la extension $\frac{0^m,256}{2} = 0^m,128$ á $55^o,5$ se tiene $L' = 126^m,858$.

Con este valor se obtiene en la fórmula (a) $f = 18^m,02$, y $18,02 - 17,37$ dá $0^m,65$ para la depresion del tablero á $55^o,5$: resultado acorde con las observaciones di-

rectas de M. Rôebling por medio de instrumentos de nivelacion que han indicado $0^m,68$.

M. Rôebling ha combinado ingeniosamente el sistema tubular modificado con el de suspension. El primero dá al tablero toda la rigidez necesaria para soportar el paso de los trenes, y tanta estabilidad que apenas se siente vibracion alguna por el tránsito de los carruages. La lám. 103 representa esta obra notable con suficientes detalles para su completa inteligencia. Se compone de dos tableros, de los que el inferior sirve para el tránsito de carros y el superior para los trenes del ferro-carril que une el Canadá con el Estado de Nueva-York: en él hay dos andenes para los peatones. Forma el todo una galería cuadrangular ligeramente convexa, suspendida por los 4 cables de alambre de hierro A A de $0^m,254$ de diámetro, fuertemente sujetos como se vé en las figuras 6 y 7.

Solo agregarémos á la explicacion que acompaña la lámina, que á fin de atenuar las oscilaciones de la fábrica y prevenir cualquier accidente extraordinario se ha limitado por reglamento la velocidad de los trenes durante el tránsito á un máximum de 4800^m por hora.

1762. PUENTES MOVIBLES.

Ya hemos dicho (1251) que los puentes movibles son los que en derterminados casos franquean el paso y le cierran á lo largo de un rio, canal, foso, &.

De entre ellos unos son *giratorios ó corredizos*, es decir, que se mueven en sentido horizontal, girando al rededor de un eje vertical, ó que marchan en su propio sentido sobre ruedas ó cilindros. Otros son *levadizos* ó que giran verticalmente al rededor de un eje horizontal.

1763. 1.° = **Puentes giratorios.** (La explicacion en la página cuarta del atlas).

Son de madera ó de hierro, y el eje vertical, centro de rotacion, está ordinariamente en el eje del puente á una distancia del paramento de los muros de revestimiento igual, por lo menos, á la mitad de la anchura del puente; en razon á que cuando este se halle abierto no debe volar su costado sobre los expresados revestimientos. Son simples ó dobles, es decir, de un solo tramo ó de dos, segun la anchura del paso que deben franquear; y cada tramo se compone de dos partes contadas desde el eje de rotacion, una que vuela, llamada la *cabeza* y otra posterior que es la *cola*, cuyo peso ha de equilibrar el de la cabeza cuando sea el puente de un solo tramo, y el de la cabeza y pesos adicionales cuando lo sea de dos; por manera que los momentos de la cabeza y cola con relacion á la arista de giro, que está sobre la roldana mas próxima al paramento, deben ser iguales.

Para pasos de 7^m á 8^m basta un solo tramo. Para los de 14 á 16^m se necesitan dos. Las figuras 694 y 695 representan dos sistemas diferentes (de madera) de esta clase de puentes que han producido en la práctica muy satisfactorios resultados. El primero gira sobre carriles de hierro por medio de 6 roldanas esféricas. El sistema de giro del segundo (que puede ser ventajosamente aplicable á todos ellos) es el mas usado en Bélgica é Inglaterra.

A veces se ponen tornapuntas movibles en que apoyan las partes voladas, y que se repliegan sobre las cerchas al mismo tiempo de mover el puente.

En las láminas 93, 94 y 99, y particularmente en la 94, se representa uno de cerchas de hierro fundido proyectado para el paso de los barcos en el rio de Manila, que forma parte de los tres proyectos de puentes de hierro anteriormente explicados. El cálculo que sigue de sus diferentes piezas puede servir de ejemplo para los de esta naturaleza.

Las dimensiones de alto y ancho del canal fueron arregladas por los datos que

proporcionó el Apostadero de Filipinas respecto á la manga y puntal de nuestras mayores fragatas de guerra. Con arreglo á ellos resultaron los siguientes para el puente.

Luz $=50,2$ piés $=14^m$ próximamente.

Ancho $=25,1$ piés $=7^m$.

Número de cerchas $=7$. Número de espacios $=6$, separados $1^m,17$.

Para cada espacio se tiene,

Peso del tablero por 1^m de longitud .... $=600^k \times 1^m,17 = 702^k$

Peso adicional total por 1^m de longitud .... $=250^k \times 1^m,17 = 292^k,5$

$994^k,5$

Sea $p_{,} = 1000^k$.

Peso cargado en el extremo de cada semi-puente $=10500^k$; que puede ser el de dos grandes wagones con un peso total cada uno de 5250^k: carga demasiado desfavorable que seguramente no acontecerá jamás en la práctica, pues hasta una pieza de 24 con su cureña no alcanza mas que á 4270^k, y aun así el peso queda repartido en mas de 2^m de longitud. Admitido, sin embargo, el peso de 10500^k, el que resulta por cada una de las 7 cerchas es $\Pi = 1500^k$.

La parte volada del semi-puente puede ser inclinada ú horizontal. Considerémosla primero como una pieza fija é inclinada, ó empotrada en el arranque y cargada oblícuamente en el otro extremo del peso vertical $\Pi = 1500^k$, y uniformemente en la unidad de su longitud del $p_{,} = 1000$. Supongamos tambien que la inclinacion sea $=2^m$, que es la flecha que representa la figura, y tendrémos que su longitud será $c = \sqrt{49+4} = 7^m,28$, y por 1^m de proyeccion $\frac{7,28}{7} = 1^m,04$. Su peso por 1^m de longitud es $1^m,04 \times 7207\ \Omega = 7495,28\ \Omega$; por lo que la carga por unidad es

$$p = 1000 + 7495,28\ \Omega.$$

Además, si llamamos α el ángulo que forma la pieza con la vertical, resultará $\text{tang.}\,\alpha = \frac{7}{2} = 3,5$; $\alpha = 74°,3',20'' = 266600''$: $\text{sen.}\,\alpha = 0,9615$ y $\cos.\ \alpha = 0,2747$. Así, pues, la fórmula (núm. 1205).

$$\Pi + p\frac{c}{2} = R\frac{b\,h^2}{6\,c\,\text{sen.}\,\alpha + h\cos.\,\alpha}$$

nos dará, siendo $\Omega = b\,h$,

$$1500 + (1000 + 7595,28\,b\,h)\frac{7,28}{2} = R\frac{b\,h^2}{6 \times 7,28 \times 0,9615 + 0,2747\,b\,h}.$$

Y haciendo $R = 6000000$, es decir 1000000 menos que el valor que dá la tabla (núm. 1185), en razon á los choques que ha de sufrir la construccion, resultará

$$5992505\,b\,h^2 = 1145877\,b\,h + 1412\,h + 215880.$$

Si $h = 1^m$, $b = 0^m,045 = 1,955$ pulgadas. Apreciemos $b = 0^m,048 = 2$ pulgadas próximamente.

Consideremos ahora el segundo supuesto de estar la pieza horizontal en vez de inclinada, que es lo que expresa la figura: será, segun el núm. 1184

$$\left(P + p\frac{c}{2}\right)c = R\frac{b\,h^2}{6};\ \text{ó, pues que}\ \left\{\begin{array}{l} P = 1500;\ \ c = 7^m \\ y\ p = 1000 + 7207\ b\,h \end{array}\right.$$

$$b\,h^2 = \frac{6 \times 7\,(1500 + (1000 + 7207\,b\,h)\,3,5)}{R = 6000000} = 0,035 + 0,17657\,b\,h.$$

Si $h = 1^m$

$$b = 0^m,0426 = 1,83\ \text{pulgadas}.$$

Apreciarémos como antes, pero con mas exceso, $d = 0^m,048 = 2$ pulgadas.

La construccion tendrá igual firmeza dando á la seccion longitudinal la figura del sólido de igual resistencia; lo que nos conviene por economía y para que la cola necesite menos peso capaz de contrabalancear el del semi-puente. Observemos para esto que, cuando el sólido está uniformemente cargado en toda su longitud, dá el cálculo para la línea inferior de la seccion una línea recta (número 1188) que es la diagonal del rectángulo que forma la pieza; y que para cuando solo se considera el peso de la construccion aquella línea corresponde á una parábola cuyo eje es la vertical del vértice ó la montea. Sabido esto, no producirá error, atendidos los supuestos desfavorables que hemos hecho, si damos á la seccion longitudinal en su parte inferior la forma parabólica ó la del arco de círculo que expresa el dibujo, por confundirse casi con aquella curva, y cuyo rádio es

$$r = 13^m,25 = 47^p,5, \text{ por ser, sen.}^2 = 2(2r - 2), \text{ ó } 49^m = 4r - 4^m.$$

Resultará, segun esto, que si damos al extremo de la cabeza ó parte volada 4 decímetros = 1 pié 43, que es próximamente lo que tienen los puentes construidos de esta naturaleza, el peso de la semi-cercha será el del arco cuyo peralto es $0^m,4$ mas el del triángulo mixtilíneo, cuya base es $1^m - 0^m,4 = 0^m,6$, y su altura la longitud de la curva media.

La rectificacion del semi-arco es $\dfrac{2\pi r \times 114800''}{1296000''} = 7^m,38$: y pues que la seccion en la cabeza es $0,048 \times 0^m,4 = 0^{m2},0192$, su peso será

$$0,0192 \times 7,38 \times 7207 = 1025^k.$$

El del triángulo mixtilíneo es $0,3 \times 0,048 \times 7,38 \times 7207 = 769^k$.

Y el peso total $1025 + 769 = 1794$. Apreciemos 2000^k con mucho exceso; es decir, consideremos el grueso un poco mayor en razon á las causas destructoras del pais.

Ahora bien, para la estabilidad deberán equilibrarse los momentos por el peso de la construccion en la cabeza y cola.

Para el primero tenemos, peso de la cercha =...........	2000^k
Para el del tablero en la parte volada =............	4914
	6914^k

y hallándose muy próximamente el centro de gravedad á $2^m,5$ de la arista de giro, el momento de la cabeza será $= 6914 \times 2,5 = 17285^k$.

Dando de espesor á la cercha de la cola ó contrapeso $0^m,048$ como á la parte volada, y 1^m de altura, su momento será $(0,048 \times 1 \times 7207 \times d)\ 0,5\,d = 173\,d^2$, ($d$ = longitud de la cola).

El tablero correspondiente dará $702\,d \times 0,5\,d = 351\,d^2$, y la suma $= 524\,d^2$. Igualando ambos momentos de la cola y cabeza resulta $17285 = 524\,d^2$, y

$$d = 5^m,7.$$

Por manera que si damos de largo á la cola $5^m,7$, supuestas las dimensiones arriba expresadas subsistirá equilibrio entre esta parte y la cabeza. Pero como el momento de la cola debe ser mayor para resistir al del peso adicional que cargue de mas en la cabeza; siendo al mismo tiempo necesario que el centro de rotacion se halle por lo menos á tanta distancia del paramento exterior como sea la semi-anchura del puente, esto es, á $3^m,5$ en el caso presente, para que, al hallarse este abierto, quede expedito todo el claro del canal; si lo hacemos así, y si damos á la cola $7^m,77$ por término medio (como aparece en la figura) resultará, 1.° que estando la vertical del centro de gravedad del sistema á $1^m,17$ del paramento (puesto que 4700^k = peso total de la cercha: 2000^k = peso de la cabeza :: d = distancia

entre los centros de gravedad de ambos cuerpos = 6m,38: 2m,72 distancia del de la cola al del sistema; y 3m,89 — 2m,72 = 1m,17) se cumplirá la condicion de dejar todo el peso libre sin peligro de que en el giro se venza el puente, con tal de colocar las roldanas á menos distancia del paramento que 1m,17: y 2.° que aumentándose el brazo de palanca con que obran los pesos colocados hácia el extremo de la cola, para equilibrar los que en el extremo de la cabeza pudieran vencer el sistema, serán menores aquellos pesos, y por consiguiente mas simple su contínuo manejo, una vez que para facilitar la maniobra de rotacion fuera menester quitarlos enteramente.

En vez de pesos pongo yo eslabones invariablemente unidos al piso, cuya tension se determina por la condicion de resistir al esfuerzo que expresa la diferencia entre los momentos de la cola y cabeza, tomados con relacion á la arista que pase á 1m,17 del paramento. Prescindiendo en este cálculo de los pesos de las roldanas y círculos de conjuncion sobre los ferro-carriles, y suponiendo al extremo de la cabeza la extraordinaria carga de 1500k resultará para el momento total que exprese la tension de los eslabones (siendo 6000 próximamente el correspondiente á considerar el tramo volado lleno de personas) $6000 + 1500 \times 8,17 = 18255^k$.

Su seccion es (1181, 2°), $2\,a^2 = \frac{18255}{400} = 45,64$, $a^2 = 22,82$, y $a = 4^c,8 = 2^{pulg^s}$. que será el lado de cada eslabon.

Los ferro-carriles circulares aguantan una presion igual al peso total y al que resulta por el momento del peso extraordinario de 1500k, y es

Peso total...	Por el tablero y adicionales en los 6 tramos $= 6 \times 1000 \times 14^m,77 =$			88620
	Por las 7 cerchas...	2000k de la cabeza........ / 2700k de la cola..........	$4700 \times 7 =$.....	32900
	Por las riostras y círculos de union..........			16000
y	$1500 \times 8,17$..........			12255
				149775k

ó próximamente 150000k.

Poniendo 10 roldanas, podrémos suponer que cada una corresponderá á un punto de apoyo diferente, resultando por uno $\frac{1}{10}$ de este peso ó 15000k. Así, pues, la seccion será $b\,h = \frac{N}{R} = \frac{15000}{\frac{1}{4}20000000} = 0^{m2},003$.

(Se hace $R = \frac{1}{4}2000^k$ por centímetro cuadrado en razon á los choques.)

Si $h = 0^m,12 = 5,2$ pulgadas, $b = 0^m,025 = 1$ pulgada, poco mas.

Destornillando los eslabones quedará el puente en disposicion de girar con poco esfuerzo. Sin embargo, para el cálculo de la resistencia de las ruedas dentadas supondrémos que el rozamiento de las roldanas sobre los carriles es 10 veces mayor que el 0,0012 que ordinariamente se tiene (núm. 618, tabla 3.ª). Con lo que, siendo 102072 el peso total del semi-puente que soportan los carriles en el movimiento $((6 \times 600^k \times 14,77 = 53172) + 32900 + 1600)$, el esfuerzo que se habrá de vencer será $102072 \times 0,012 = 1225^k$, y el espesor de los dientes (número 1186) $h = 0,105\sqrt{1225^k} = 3^c,67 = 1,6$ pulgadas. La salida será $s = 1,22\,h = 4^c,5 = 2^{pulg^s.\,pr^s}$. Su largo en sentido del eje de la rueda $b = 4\,h = 14^c,5 = 6,4$ pulgadas. El claro $(1 + \frac{1}{10})\,h = 4^c$; y el grueso del anillo $\frac{3}{5}\,h = 2^c,44 = 1$ pulgada. Conviene que este sea doble, reforzándole, además, en medio con un nervio de igual salida y ancho que gruesos los dientes. El número de brazos será 8, de igual anchura y grueso que el anillo: su espesor es $\frac{1}{4}\,h = 1^c$ próximamente $= 0,43$ pulgadas.

Para hallar la potencia ó fuerza necesaria que produzcan la rotacion nos valdrémos del sistema de ruedas dentadas cuya resistencia acabamos de calcular. La manivela tiene de rádio $R_{,}=0^{m},6=26^{p}$; los piñones $r=0^{m},1=4^{p},3$ y $r'=0^{m},16=7^{p}$: las ruedas $R=0^{m},4=17^{p},2$; $R'=0^{m},5=21^{p},5$. Resulta de aquí (número 596), $P=\frac{1225\times0,1\times0,1\times0,16}{0,6\times0,4\times0,5}=16^{k},35$. Y como un hombre trabajando sobre una manivela con la velocidad de $0^{m},75$ por $1''$ produce 8^{k} de trabajo (número 551), resulta que aplicados dos hombres al torno se moverá el puente con facilidad: siendo suficiente uno para una velocidad menor.

Para hallar la seccion de los árboles de las ruedas de hierro forjado, observemos que ellos deben resistir al esfuerzo de torsion dado por la siguiente fórmula en el supuesto de ser cuadrada la seccion (núm. 1209).

$P'\,l=\frac{T\,b^3}{3\sqrt{2}}$, y siendo $P'=1225$, $l=0^{m},5$ y $T=3000000$ (número 1211), tendrémos

$$1225\times0,5=\frac{3000000\times b^3}{4,2},\quad b^3=0,00086 \quad \text{y} \quad b=0^{m},095$$

1764. 2.°—**Puentes corredizos.**

Son de poco uso por el mucho espacio que necesitan. Lo mismo que los giratorios se componen de una parte volada y su contrapeso y cola; y el todo avanza ó retrocede por medio de ruedas ó rodillos del mayor diámetro posible, fijos en la cola y asentados sobre carriles de hierro. El centro de gravedad está, como en los puentes giratorios, dentro del revestimiento del canal; por consiguiente la cola debe ser mas larga que la cabeza ó tener mas peso que ella; ó bien, y en el supuesto de ser iguales sus momentos, se deberá mantener la cabeza, durante el tránsito, con puntales movibles ó que puedan girar y replegarse sobre el tablero antes de moverse el puente.

1765. 3.°—**Puentes levadizos.**

Se usan para iguales fines que los giratorios y corredizos, y mas principalmente para interrumpir las comunicaciones por las puertas de plazas forticadas.

Los hay de tres clases esencialmente distintas: *de flechas ó báscula, péndolas y curvas*, de modo que la direccion del contrapeso forme con la vertical un ángulo sucesivamente mayor: ó de *contrapeso variable*, es decir, que vaya minorando este á medida que se levanta el tablero: ó, en fin, de *espiral ó excéntrico*, esto es, que el espacio corrido por el contrapeso aminore en cada instante del movimiento. Pueden tambien combinarse estos tres medios á la vez, ó de dos en dos.

1766. Todo puente levadizo, cualquiera que sea la clase á que pertenezca, debe cumplir con las cinco siguientes condiciones: 1.ª Solidez en todo el sistema para evitar peligros en cualquiera de las posiciones del tablero. 2.ª Facilidad en el movimiento, de modo que exista equilibrio en toda posicion, prescindiendo de los rozamientos: lo que exige que *la suma de todos los momentos de los diferentes pesos tomados con relacion á un plano horizontal cualquiera, sea invariable ó nula en el caso particular de que dicho plano pase por el centro de gravedad general del sistema, considerado en una cualquiera de las posiciones que pueda tener*. 3.ª Que no obstruya el paso por causa de las piezas que forman el contrapeso y de las que sirven para la maniobra; y además, que la extension horizontal del claro que deje el tablero sea la mayor posible, atendidas sus dimensiones. 4.ª Que las piezas de maniobra y contrapeso se eleven poco sobre el tablero cuando se halle en

posicion vertical, para evitar el mayor costo, debilidad en las jambas, y el ser vistas del exterior y destruidas por el enemigo. 5.ª Igualmente descenderán estas piezas lo menos posible debajo del piso natural, y mas aun debajo de las aguas que hubiera en el canal ó foso: quedando por tanto las partes descendentes encerradas en pozos estrechos é infiltrables, alejados 1ᵐ lo menos del paramento.

Muy pocos son los puentes levadizos existentes que cumplan con todas estas condiciones satisfactoriamente: mas no por eso deben desecharse enteramente los que se encuentren en este caso, puesto que los inconvenientes que ofrezcan bajo ciertas relaciones, es posible desaparezcan ante las ventajas que los recomiendan en determinadas circunstancias ó localidades.

Siendo igual ó próximamente igual el tablero en todas las clases de puentes levadizos bastará consultar las figuras 696 para entender las partes de que se compone y el uso de cada una de ellas.

1767. Puentes de flechas y báscula (*fig.*ˢ 697 y 698).

Este sistema es el mas usado, no obstante los grandes inconvenientes que presenta de ser vistas por el enemigo las flechas que puede destruir á distancia; lo que expone la seguridad de la entrada é indica los movimientos del sitiado: además, la situacion de la báscula justamente sobre el paso motiva una porcion de accidentes que de ordinario no se temen por la costumbre de no reparar en ellos. Por fin, las flechas y báscula ofrecen en los pasos cubiertos dificultades que no se eluden sin el sacrificio de la solidez y aun la seguridad, faltando siempre al gusto por el contraste de una decoracion interrumpida en las cornisas y frontones.

Para el equilibrio se necesita que los gorrones ó muñones y puntos de enganche formen un paralelógramo: que las líneas que unen los centros de los gorrones sean paralelas; y en fin, que los momentos de los pesos de estos sistemas con relacion á sus aristas de giro sean iguales.

En los primeros tiempos de construccion de un puente, cumplidas que hayan sido las condiciones anteriores, basta un hombre ó dos á lo mas para vencer todas las resistencias pasivas, y por consiguiente para levantarle y volverle á asentar sin dificultad ni trabajo. Pero pasados tres á cuatro años se observa irregularidad y torpeza en el movimiento, sin quedar bien cerrado el paso; efecto en parte de la flexion que han experimentado las flechas por la contraccion de las maderas y tension constante de las cadenas, perdiéndose el paralelismo en los lados que componen el parelógramo, que era la principal condicion con que debió cumplir siempre el sistema.

Para corregir esta falta de equilibrio se puede emplear el medio de variar la posicion del centro de gravedad de la báscula, restablecido que sea el paralelismo de las líneas superiores del paralelógramo, teniendo presente que si el movimiento del puente, fácil al principio, se acelera despues en términos que precise retenerle al aproximarse el tablero á la verticalidad, es prueba de que el centro de gravedad de la báscula está muy alto: y recíprocamente, si el movimiento se dificulta de mas á mas conforme se eleva el tablero, será indicio de que el centro de gravedad está muy bajo. Hay tres medios para remediar estos defectos.

En el primer caso se bajan las piezas que sirven de contrapeso, ó se alargan las presas ó anillos de enganche de las cadenas ó en los costados del tablero, ó, en fin, los de las flechas. En el segundo caso se practica lo mismo inversamente.

Aunque estas reglas de tanteo bastan para establecer en la práctica los puentes de flecha, será conveniente hacer el cálculo cuando se haya de montar uno de nuevo, para evitar hacer grandes correcciones.

El sistema triangular (*fig.* 698, A) impide la flexion de las flechas, manteniendo mucho mas tiempo el paralelismo de estas y tablero. *Fig.* 698.

1768. Las fórmulas para el cálculo de las resistencias pasivas de este puente son (*fig.* 699). *Fig.* 699.

$$T = R \frac{d' \text{ sen.} \gamma + 0{,}96 fr}{d \text{ sen.} \delta + fr(0{,}96 \cos. \theta - 0{,}4 \text{ sen.} \theta)},$$ para la tension de la cadena;

$$y\ Q = T \frac{d \text{ sen.} \delta + 0{,}96 fr \cos. \theta + 0{,}4 fr \text{ sen.} \theta}{c \text{ sen.} \gamma - 0{,}96 fr}$$ para el peso de equilibiro de la báscula.

En la posicion inicial del sistema son

$\gamma = 90°$; sen. $\gamma = 1$, sen. $\delta = \cos. \theta = \frac{h}{l}$ sen. $\theta = \frac{a}{l}$ y las fórmulas

$$T = R \frac{l(d' + 0{,}96 fr)}{dh + fr(0{,}96 h - 0{,}4 a)}$$

$$Q = T \frac{dh + 0{,}96 frh + 0{,}4 frd}{l(c - 0{,}96 fr)}$$

Los puentes ordinarios suelen tener 4^m de longitud por $3^m,8$ de anchura y 2800^k de peso. Los puentes mayores de esta clase tienen 7^m de largo por 4^m de ancho, y su peso 6100^k. Su báscula tiene dos flechas de $0^m,3$ á $0^m,4$ de escuadría y el peso 7400^k.

Suponiendo los gorrones de hierro sobre muñoneras de cobre no untuosas, y haciendo con exceso, en virtud del poco movimiento del puente, $f = 0{,}2$ (618, tabla 3.ª). y suponiendo además que el puente sea de los ordinarios, y que se tenga

$R = 2800^k = 61^q$; $d = 4^m = 14^p,3$; $d' = 2^m = 7^p,2$; $r = 0^m,04 = 1^p,72$;
$h = 4^m,2 = 15^p$
$a = 1^m,4 = 5^p$; y $c = 4^m = 14^p,3$, resultará para la posicion inicial
$l = \sqrt{h^2 + a^2} = 4^m,4 = 15^p8$, y $T = 1475^k,6 = 32^q,08$;
$Q = 1409^k,2 = 30^q,635$

Si se prescinde del rozamiento, $f = 0$, y $L = 1401^k,8$; siendo entonces, el exceso de accion necesario para vencer el rozamiento

$$1409{,}2 - 1401{,}8 = 7^k,4 = 0^q,16.$$

La resistencia que proviene de la inercia de las masas, ó el esfuerzo necesario para vencer estas resistencias en los primeros instantes del movimiento es próximamente de 3^k á $3^k,5$; luego el esfuerzo del motor para vencer el rozamiento y la inercia será á lo mas $10^k,9 = 24^{ib.}$: que es menos del que corresponde á un solo hombre, para manejar con facilidad este puente.

1769. **Puentes de báscula á continuacion del tablero.**

En estos puentes se prolonga el tablero para formar la báscula, construyendo en la parte posterior un sótano que la reciba, cubierto despues con un entarimado fijo: entre los dos travesaños últimos de la báscula se deja un hueco para poner en él los pesos que completan el equilibrio del sistema. Las paredes posterior y laterales tienen el grueso correspondiente á muros de contencion, y la anterior es un tabique sencillo, establecido á $0^m,56$ de distancia del plano vertical que se pasa por el eje del tablero. El de giro se halla siempre $0^m,046$ á $0^m,07$ (2^p á 3^p) por debajo del nivel del piso, pues que ha de contener el centro de gravedad general del sistema.

Figs. 700 a 703. 1770. «El puente inventado por Lagrange (*figuras* 700 á 703) consiste en dos palancas de hierro *a*, situadas á derecha é izquierda de la salida, que giran sobre el mismo eje del tablero y atraviesan las jambas de la puerta por dos aspilleras. Los extremos anteriores de estas palancas se unen á una barra de hierro *b*, asegurada en la parte inferior de las viguetas del tablero mas adelante del centro de gravedad de este; y los posteriores se cargan lo suficiente al equilibrio con pesos de plomo ó hierro fundido. Su enlace recíproco y con el contrapeso de la maniobra se ejecuta por medio de un eje tambien de hierro *e*, provisto en cada uno de sus extremos de una rueda de maniobra y un piñon metálico que engrana con la porcion de rueda dentada unida al contrapeso correspondiente. Este eje, colocado en una canal de piedra labrada, que se cubre con un grueso tablon de encina *d*, gira en dos cojinetes ó muñoneras *e*.»

Por esta descripcion se vé que este puente es mucho mas sencillo que el ordinario, puesto que se ahorra el entarimado fijo y el sótano para la báscula; siendo suficiente la construccion de dos cajas en que se alojen las flechas de contrapeso y ruedas de maniobra con la holgura conveniente para que pueda entrar un hombre á limpiarlas de cuando en cuando. El fondo se hace en pendiente hácia adentro para que resbalen los cuerpos que se puedan introducir, cubriendo siempre las aberturas de modo que no quede mas que el hueco necesario para las flechas, contrapesos y piezas de maniobra.

La fórmula para las resistencias pasivas de este puente es

$$Q = \frac{P\,r\,f\,r''\,(f\,r^2 + f'\,r') + p\,R'\,f'\,r'}{R'\,r\,(R\,r - f'\,r') - R\,R'\,f\,\pi\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n'}\right)(r^2 + f'\,r')}$$

Q = Fuerza ó potencia que aplicada en la circunferencia de la rueda de maniobra se equilibra con todos los rozamientos.
P = Presion de los muñones del tablero sobre sus apoyos, ó peso total del sistema.
p = Peso de las ruedas de maniobra, de los piñones y su eje.
R, R' = Rádios de las ruedas de maniobra y de las dentadas.
$r, r'\,r''$ = Rádios de los piñones, su eje y el del eje del tablero.
f = Coeficiente del rozamiento del engranage y eje del tablero.
f' = Coeficiente del rozamiento del eje de los piñones.
n = Número de dientes en toda la circunferencia de la rueda dentada.
n' = Número de los de cada piñon.
π = Relacion de la circunferencia al diámetro.

Supuesto un puente ordinario, cuyo peso del tablero sea 2800^k á 3500^k, y que se tenga

$P = 6384^k = 138^q$, $p = 460^k = 16^q$, $R = 1^m,26 = 4^p,5$, $R' = 2^m,52 = 9^p$
$r = 0^m,44 = 0^p,5$, $r' = 0^m,02 = 0^p,07$, $r'' = 0^m,0364 = 0^p,13$, $f = 0,2$; $f' = 0,14$, $n = 234$, y $n' = 13$, resultará

$$Q = 2^k,76 = 0^q06$$

Y aunque la fuerza necesaria para vencer la inercia de las masas llegase á otro tanto y aun mas, tendríamos que un hombre solo, aplicado á la rueda de maniobra, podria levantar y descender el puente con suma facilidad. El tiempo necesario para cada operacion de estas será poco mas de un minuto.

Si se suprimen las ruedas dentadas, bastarian con mucho dos hombres para levantar el tablero. Igual fuerza seria tambien suficiente para el caso de haberse llenado de agua las cajas dentro las cuales marchan las flechas.

Fig. 704. 1771. **Puente de contrapeso variable de Poncelet** (*fig.* 704.)

Consiste en un sistema de cadenas que, pasando por poleas fijas y colgando de

un punto en el extremo opuesto, forman el contrapeso del puente, cuya intensidad varía segun la misma ley que sigue la tension de las cadenas de leva durante el movimiento. La de contrapeso destinada á mantener en equilibrio al tablero en todas sus posiciones, está, como hemos dicho, asida á la cadena de aquel despues de pasar por la polea posterior, y se repliega por la parte inferior en dos ramas á derecha é izquierda, suspendido su extremo en un punto K tal que, al hallarse el tablero horizontal, la longitud de la expresada cadena sea igual á la mitad de la diferencia de la que tiene la exterior al principio y fin del movimiento, ó $= \frac{db - bd'}{2} = \frac{l - l'}{2}$ (*fig.* 705). El punto de enganche d ha de estar en *Fig.* 705.
la línea que une el centro de gravedad c al gorron a del tablero. Este punto d se halla á $0^m,25$ próximamente por debajo del tablero cuando el gorron a y el punto de contacto b de la cadena sobre la polea están en la misma vertical.

La cadena de contrapeso puede ser uniforme, conviniendo se componga en los casos ordinarios de cuatro partes ó cadenas parciales, dos por cada lado, de siete hileras de placas de hierro colado cada eslabon; siendo estas placas oblongas, terminadas por dos semicírculos, y de un grueso relativo al peso total que debe *Figs.* 705
tener la cadena. Las placas se colocan alternadamente (*fig*,s 705, 706), y se unen y 706.
entre sí por medio de pernos al modo como lo están las cadenas de los relojes. El juego que se debe dejar entre las de una misma fila vertical viene á ser $0^m,006$ ó ¼ de pulgada, y su longitud el doble de su anchura mas estos seis milímetros. De modo que si la anchura fuese de $0^m,4$ que parece convenir en la práctica, su longitud sería $0,2+0,006=0^m,206$. Los pernos intermedios tendrán $0^m,012$ para los grandes tableros; y los extremos $a'a'$ $b'b'$ $0^m,028$. Estos pernos están unidos á una pieza prismática A′ A′ por medio de las bridas ccc. El grueso de las placas será el que, relativamente al peso y anchura de las cadenas, satisfaga las condiciones de equilibrio. Si, pues, la anchura en el sentido de los pernos fuese $=0^m,3$, se podria descomponer la cadena en tres filas de placas de $0^m,1$ de grueso ó en cinco de $0^m,6$, ó en siete de $0^m,4$ guarneciendo los costados con otras placas, cuyo grueso total sea $0^m,02$. Conviene, además, tener, para los suplementos que se deban añadir en cada punto, placas de $0^m,012$ ó ½ pulgada, y otras circulares de igual grueso para arreglar el espesor de las correspondientes al mismo perno. Se facilita el juego entre las placas intercalando anillos ó volanderas de cobre entre las de cada perno. Segun lo que se deduce de la práctica y experimentos, parece que de $0^m,0033$ á $0^m,00335$ (1½ á 1¾ líneas) de juego es bastante para los pernos de estas cadenas: $0^m,005$ (3 líneas) á lo mas entre las placas de cada hilera horizontal: $0^m,008$ á $0^m,0095$ (4 á 5 líneas) entre las placas circulares de cada fila vertical; y $0^m,006$ á $0^m,007$ (3 á 3½ líneas) entre las dos ramas pendiente y replegada, formada con placas de $0^m,1$ de ancho y $0^m,206$ á $0^m,207$ de longitud total.

Los pernos serán sin cabeza y tendrán chavetas en los extremos; debiéndose tornear para que salgan perfectamente cilíndricos. Los moldes de las placas serán de cobre, cuidando mucho de que los taladros estén bien redondos y su eje perpendicular al plano medio de la placa: cuyos taladros no se abrirán en frio por la dificultad de que su eje no se desvie de la perpendicularidad debida.

Todos estos detalles son de sumo interés, pues de ellos depende que el juego sea libre y que no se toquen los extremos de las placas, produciendo resistencias considerables.

La polea interior está montada sobre un eje de hierro, comun al de la de maniobra (*fig.* 707), cuyo huelgo basta sea de $0^m,002$ (1 línea). La rama pendiente *Fig* 707.

Fig. 706. del contrapeso ha de ser tangente á esta polea (*fig.* 706). La situacion de la exterior (*fig.*s 704 *b*, 709) no debe estar demasiado alta ni muy saliente sobre el vivo del muro, para no dificultar la maniobra cuando el tablero se aproxime á la posicion vertical.

*Fig.*s 704 *b*, 709.

1772. *Peso que deben tener las cadenas para el equilibrio.*

Llamando Q y Q′, l y l' las tensiones de la cadena exterior ó peso de la interior, y las longitudes exteriores de la primera cuando el tablero está en las posiciones inicial y vertical, y Q″, Q‴..... Q, los pesos intermedios á partir de la posicion vertical, tendrémos que si c fuese la longitud a' (*fig.* 708) del primer eslabon puesto horizontalmente en esta situacion del tablero, la longitud sucesiva de la cadena exterior resultaría

Fig. 708.

$$l = l' + 2c, \quad l = l' + 4c, \quad l = l' + 6c, \quad \&, \quad \text{hasta } l = l;$$

y los incrementos del contrapeso correspondientes á cada una de estas longitudes ó posiciones distintas del tablero, serán $Q' + Q''$, $Q' + Q'''$, $Q' + Q''''$, &. hasta $Q' + Q$; ó para cada una de las cuatro cadenas de ambos lados

$$\frac{Q' + Q''}{4}, \ \frac{Q' + Q'''}{4}, \ \&.$$

Para hallar el peso Q′ que tiene la parte superior de las cadenas y sucesivamente el de Q″, Q‴, &, hasta Q se procede del modo siguiente.

«Se calcula aproximadamente el peso que deben tener las cadenas de contrapeso cuando el tablero está horizontal, y por tanto el número total de placas que deben entrar; con lo que se conocerá el de las que contendrá cada perno siendo las cadenas uniformes. Con arrreglo á esto se preparan las dimensiones de las armas superior ó inferior (arbitrarias hasta cierto punto), y tambien los respectivos pernos sin chaveta, un poco mayores que lo necesario. Hecho esto, armado el puente y enganchadas las armas superiores lo mas cerca posible de las poleas, se pone el tablero vertical y se cargan las armas de pesos iguales, ó placas de peso conocido, hasta que no habiendo necesidad de retener el tablero contra las jambas de la puerta, el menor esfuerzo sea capaz de hacerle descender: á la suma de estos pesos la llamarémos P. En seguida se aumentarán los suspendidos á las armas hasta que su suma P′ sea tal que separando un poco el tablero de las jambas tienda á volver sobre las mismas: con lo cual el peso buscado será

$$Q' = \frac{P + P'}{2}.$$

Igual operacion se repetirá para las posiciones del tablero correspondientes á las longitudes de la cadena exterior $l = l' + 2c$, $l = l' + 4c$ &, en que los sistemas inferiores de las placas estén horizontales, teniendo así los pesos Q″, Q‴, &. Construidas de este modo las cadenas se desmontarán para recortar los pernos y ponerles tuercas y chavetas, numerando antes las placas respectivas á cada uno, y tomando despues en cuenta la diferencia del peso entre los antiguos y nuevos pernos, y el de los anillos de cobre que hemos dicho se intercalan entre las pilas verticales de las placas.

El cálculo de las resistencias pasivas demuestra que un puente de esta clase puede moverse con solo un hombre levantándole ó asentándole en menos de un minuto; aunque para la uniformidad del movimiento convendrá se apliquen dos, uno por cada costado en que existen las ruedas de maniobra.

1773. **Puente de Lacoste.**

*Fig.*s 710 y 711. Solo difiere del de Poncelet en el contrapeso, el cual (*fig*s. 710, 711) se compone de placas rectangulares de igual anchura en sentido perpendicular á la di-

reccion del puente, pero de diferente longitud segun una progresion aritmética decreciente á partir de la parte superior, y el grueso correspondiente á cada una de las posiciones de equilibrio: gruesos que determinan los diferentes pesos $Q-Q^n$, $Q-Q^{n-1}$ &, segun las distancias $l-l^n$, $l-l^{n-1}$ &, de la cadena á partir de la posicion inicial ó cuando el tablero está horizontal. Siendo iguales las diferencias de longitud de la cadena $l-l^n$, $l-l^{n-1}$ &, hasta $l''-l'$, el peso de las placas será variable. Estas se hallan independientes unas de otras y atravesadas por un taladro cilíndrico por donde pasa la cadena del tablero con huelgo de $0^m,006$, cuyo extremo es una barra cilíndrica torneada, y acabada en espiras con su tuerca en que descansan todas las placas al hallarse el tablero horizontal. A medida que desciende el contrapeso se van deteniendo sucesivamente las placas en cuatro apoyos por cada una; cuya distancia vertical se halla dividiendo por el número de placas que ha de haber la longitud de la cadena que en todo el movimiento pase por la polea de retorno, aumentando este cuociente con el espesor que tiene la que corresponde al apoyo que se busca.

El número de placas es proporcionado al peso del tablero; en los mayores puentes deben ponerse 20 sin contar la inferior y el tornillo y tuerca que forman las armas del contrapeso. Al fundirlas, operacion que debe hacerse con sumo cuidado para que salgan bien escuadreadas, y sus agujeros perfectamente perpendiculares al plano de sus bases, se les deja unas cavidades simétricas capaces de contener un peso de unos 5^k para equilibrarlas con plomo, de modo que el centro de gravedad del contrapeso no salga nunca de la vertical seguida por la cadena. Para evitar las oscilaciones en el movimiento de esta se ponen dos guias *o* empotradas en la parte inferior del pozo y sujetas por barras transversales *r*.

1774. Puente excéntrico ó de espiral de Derché (*fig.* 712 á 715). *Fig.* 712 á 715.

El contrapeso constante Q desciende unido á una cadena arrollada á la espiral cuyo eje es el de un tambor M L D en que se arrolla tambien la cadena del tablero despues de pasar por la polea C, igualmente dispuesta que las de los puentes anteriores de contrapeso variable. Al desarrollarse la cadena de la espiral el contrapeso Q va adquiriendo sucesivamente diversos brazos de palanca por medio de los cuales se verifica el equilibrio. Lo conveniente, pues, en este puente es el trazado que corresponde á la espiral. Para ello sirve la ecuacion

$$r = \mathrm{R}\frac{l-\mathrm{R}\,\alpha}{l}$$

r = uno de los rádios ó brazos de palanca de la espiral: R = rádio del tambor: l = longitud de la cadena en la posicion inicial, desde el punto de enganche al de contacto con la polea; α = ángulo descrito por un punto del tambor desde la posicion inicial hasta la que corresponde á las longitudes r y l, medido de dicho ángulo en el círculo cuyo rádio es = 1.

Para cada ángulo α descrito por el brazo de palanca r, á partir de la posicion inicial, su longitud es una cuarta proporcional á l, $l-\mathrm{R}\,\alpha$ y R: luego si sobre una línea A B (*fig.* 714), igual á l, se toma $\mathrm{B\,C} = l - l^n = 2\pi\,\mathrm{R}$, y la dividimos en *Fig.* 714. m partes iguales B B′, B′ B″, &, las magnitudes A B, A B′, &, serán los valores de $l-\mathrm{R}\,\alpha$ correspondientes á arcos sucesivamente iguales á *cero*, $\frac{1}{m}$ &. Si, pues, llevamos sobre una línea cualquiera A D que pase por A la distancia $\mathrm{A}\,m = \mathrm{R}$, y se tira la B m, sus paralelas B′ m', B″m'', &, darán los brazos de palanca A m A m', &. Tomando luego sobre la perpendicular á A D la distancia A $0 = z$, que sea tercera proporcional á l y R, las líneas 0 m 0 m', &, serán los rádios vectores tirados desde el centro á los puntos de contacto de las tangentes. Por consi-

Fig. 715. guiente, si dividimos una circunferencia (*fig.* 715) en las anteriores m partes iguales, tiramos luego los rádios A 0, A 1, A 2, &, y se llevan sobre ellos las longitudes A m, A m', &, respectivamente iguales á los brazos de palanca hallados, las perpendiculares (por los puntos m, m', &) iguales á $z=$A 0 darán en sus extremos otros tantos puntos de tangencia á la espiral. Si se quieren determinar muchos puntos de esta se intercalarán paralelas entre las B m, B' m', de la figura 714.

El valor del contrapeso se hallará prácticamente sin calcular el peso del tablero, suspendiendo de la cadena de la espiral, en una posicion cualquiera del sistema, un contrapeso P tal que el menor esfuerzo sea capaz de elevar el tablero mismo; y reduciendo despues este contrapeso á otro P' que del propio modo le haga descender, se tendrá para el del sistema

$$Q=\frac{P+P'}{2}$$

Este puente es sencillo, ingenioso y exige poco espacio. Necesita de 2 hombres para su manejo, uno por cada espiral.

Figs 716 á 718. 1775. **Puente de Delille** (*figs*. 716 á 718).

El tablero de este puente se levanta por medio de dos barras de hierro, aseguradas á él por uno de sus extremos, y por el otro á un eje de hierro que termina en dos cilindros ó rodillos formando cuerpo con él, y que descienden rodando sobre dos curvas trazadas de modo que el sistema quede en equilibrio en todas sus posiciones.

Estas curvas de equilibrio, una por cada lado, pueden trazarse por un movimiento contínuo, siempre que el punto de enganche del tablero se halle en la línea que une el centro de gravedad con el eje de los gorrones. Para ello se hace uso de una saltaregla $a\,d\,o$ compuesta de dos reglones, de los cuales el $a\,d$, movible al rededor de a, figura la línea que vá del eje de rotacion al punto de enganche, y la $d\,o$, movible al rededor del punto d, es el eje de la barra que une el tablero con el contrapeso. El punto k, centro de gravedad del sistema, no sale de la horizontal kr, para lo cual se fija una regla en su direccion: en el O, centro de los cilindros, se fija un lapiz ó punzon de trazar, el cual figurará la curva de equilibrio, moviendo la regla de modo que el punto k no salga de la direccion $r\,k$.

Conocidos los pesos del tablero, cilindros, barra de union y cadena de maniobra se tiene determinada la horizontal $k\,r$ del centro de gravedad del sistema. Efectivamente, siendo P el peso del cilindro, cadenas de maniobra, y la mitad de la barra, T el del tablero y otra mitad de la barra; H la altura sobre el eje del tablero del centro de gravedad del contrapeso, y h la del sistema, se tiene

$$h=\frac{PH}{P+T}.$$

Ordinariamente se hace P igual á la parte de peso del tablero que obra en el punto de enganche.

Los cilindros pueden hacerse de varias piezas para quitar ó aumentar las que fueren necesarias al equilibrio en todos tiempos. Si hubiera que quitar muchas de estas piezas alguna vez por causa de las alteraciones pue produjeran falta de equilibrio, se las podría sustituir con otras de madera de iguales dimensiones para que no salgan nunca de los carriles de hierro que forman las curvas. Se pueden tambien correjir los defectos de equilibrio con una pequeña disminucion ó aumento en la longitud de las barras.

Si se continua la curva mas allá de los puntos o' y d, se podrá sentar el tablero mas bajo de su posicion horizontal y detrás de la vertical: lo que permite adaptarle á localidades que desciendan hácia la contra-escarpa, y en que la escarpa esté en talud: circunstancia que simplificaría la construccion de las puertas por no haber necesidad de pilastras.

Este puente es sencillo y fácil de construir, siendo muy conveniente á las entradas cuya altura es de unos 3m,5, y cuando la distancia del eje del tablero al punto de enganche es poco considerable, habiendo no obstante, espacio suficiente para alojar las curvas de equilibrio.

Para vencer los rozamientos y demás fuerzas pasivas en el movimiento de este puente, será siempre suficiente un solo hombre. La figura 718 detalla la construccion de las barras.

1776. En campaña puede hacerse en pocas horas este puente, usando de tablones verticales, clavados por una y otra cara á durmientes laterales y cuyos extremos esten cortados segun la curva de equilibrio. En vez de cilindros y eje de hierro se puede usar un tronco de árbol con sus extremos redondeados (que marchan sobre la curva), en cuyo medio se arrolla una cuerda de maniobra. En vez tambien de barras se ponen fuertes cadenas ó cables atados al punto de enganche del tablero y muñones del contrapeso por la parte inferior de las curvas.

1777. **Puente de contrapeso libre de Bergère** (*figuras* 719 y 720). *Fig.* 719 y 720.

En lugar de rodar el cilindro sujeto á la barra del puente de Delille, se puede, suprimiendo la curva de equilibrio, hacer que el punto correspondiente al centro de gravedad del sistema siga la horizontal MN, fijando en ella el eje de dos pequeñas ruedas que se mueven sobre dos planchas de hierro horizontales á medida que baja el contrapeso. Este sencillo mecanismo se emplea ventajosamente para los mas pequeños puentes como en los de campaña y obras avanzadas de la plaza. En ellos, y en general, donde no haya paredes en que poder apoyar las planchas MN se sustituyen las pequeñas ruedas de las barras con ruedas ordinarias de carros (*fig.* 720). Las barras se pueden hacer tambien de fuertes tablones de madera al modo como representa la figura. *Fig.* 720.

El movimiento se hace obrando directamente sobre las ruedas. Los contrapesos pueden ser en campaña bombas llenas de plomo, ú otros cualesquiera cuerpos suspendidos libremente de los puntos que fijan la posicion de los centros de gravedad de estos contrapesos.

1778. **PUENTES FLOTANTES, fijos y volantes y otros militares.**

Para los puentes flotantes se necesita á lo menos que el agua tenga 0m,5 de profundidad. Pueden ser de pontones, de barcas y de balsas. Para estos últimos debe ser la corriente menor de 2m por segundo.

1779. **Eleccion del punto de paso.**

Cuando no esté determinado anticipadamente, ó cuando, como sucede en campaña, sea preciso elegir el punto que mas pueda convenir al paso de las tropas, se procurará que las orillas estén bien marcadas, encajonándose el rio entre ellas; ya por lo que importa conocer la longitud que ha de tener el puente, cuanto porque en estos casos la corriente es mas igual y uniforme. En tiempos de paz, ó cuando el puente haya de servir al público, se preferirá la direccion recta en una larga extension; en campaña se elegirá, siempre que sea posible, un ángulo entrante hácia fuera, á fin de que las obras defensivas hagan converger los tiros hácia el enemigo. Si el rio estuviera sujeto á mareas se hará

repuesto de caballetes y pilotes para construir tramos fijos en los extremos del puente, que se unirán con rampas movibles á las primeras barcas, si el puente fuese de esta naturaleza. Si hubiera uno ó dos islotes se preferirá semejante localidad por lo que se acorta el tránsito y abrevia la operacion de echar el puente: operacion que deberá evitarse agua abajo de un bosque para no exponerse á que el enemigo le destruya con los troncos que puede hacer flotar y abandonar á la corriente. Los islotes que hubiera aguas arriba y abajo de la situacion se ocuparán con artillería, si la hubiese, ó por lo menos con fusilería aparapetada con el fin de impedir se apodere el enemigo de ellos y los puentes fijos, cuyos principios se aplicarán á los flotantes y demás que siguen con las modificaciones consiguientes á cada caso particular.

1780. **Puentes de barcas** (*fig.* 721.)

Para echar un puente sobre el sitio que se supone convenientemente elegido, se empieza por tomar la direccion con piquetes y rebajar ó elevar la orilla segun fuere esta alta ó baja, consolidándola hasta el nivel que ha de tener el piso. Se entierra una viga de igual longitud que ancho el puente, perpendicularmente á la direccion de este; cuya viga, llamada *cuerpo muerto*, ó solera, se asegura ó contiene por 4 fuertes piquetes, dos adelante y dos en los extremos. Detrás del cuerpo muerto se pone un tablon de canto para alinear los extremos de las viguetas del primer tramo, cuidando que el tablero sobrepase al cuerpo muerto otro tanto que las expresadas viguetas. En la orilla opuesta se hace á la vez igual operacion.

Esto así, y reunidos los tablones y viguetas, anclas, cuerdas, &, á derecha é izquierda de la direccion del puente, se remolca la primera barca hasta que llegue á su posicion al frente del cuerpo muerto, y se amarra á dos piquetes, situados en la orilla aguas arriba y abajo (si por ser demasiado sensible la rampa de la orilla, no hubiera bastante fondo para flotar la barca, se la reemplazará por uno ó varios caballetes). En seguida se colocan las viguetas *e*, convenientemente espaciadas, que se fijan al cuerpo muerto; y desaferrando el barco se le impulsa hácia adelante hasta que la vigueta menor, si no fueran todas iguales, no sobrepase mas que un pié el borde exterior de la barca: alineada esta despues, echada el ancla agua arriba y en su defecto cestones llenos de piedra ó cascajo, y clavadas ó aseguradas las viguetas á sus bordes, se ponen los tablones al mismo tiempo que se remolca la segunda barca, que se coloca inmediata á la primera: se atan las amarras *b* y los traveseros diagonales *c*, se colocan las viguetas del segundo tramo, se separa la segunda barca de la primera, un pié menos que las viguetas, se clavan ó aseguran estas y se pone el entablado. La tercera y demás barcas se colocan del propio modo, echando las anclas al mismo tiempo que aquellas entran en su lugar. Si es posible se verifica el puente por ambas orillas á la vez; cuidando que la distancia de las barcas entre sí, venga á ser próximamente el doble que su ancho, ó unos 5^{m}. Para mas seguridad pueden ponerse, como en un principio se hacia, cabrestantes *g* que tesan de una orilla á la opuesta los fiadores *b*, á que se sujetan igualmente las barcas; ó bien, como se practica modernamente, se echarán dobles anclas, ó una por cada barca aguas arriba y otra por cada dos ó tres aguas abajo, segun la velocidad de las mareas, si las hay, y el esfuerzo presumido del viento.

Las viguetas se aseguran á las bordas con pernos que las atraviesan, ó reforzando estas con maderos en que se abren cajas por donde pasan las viguetas. Para la seguridad del tránsito se guarnecen ambos costados con barandillas.

1781. Ordinariamente se hace en estos puentes una cortadura por medio de una *compuerta* P en lo mas vivo de la corriente, que se compone, por lo general,

de dos ó tres barcas aparejadas con sus viguetas y tablones. Se construye separadamente la compuerta y se une á las barcas inmediatas por medio de 4 falsas guindalezas, cuya mitad corresponde á la union de la temperatura con las demás partes del puente; estableciéndose una ligazon mas íntima si se hace uso de falsas viguetas *e'* mas cortas y de menor escuadría que las ordinarias del puente. Si la compuerta se compusiera de 3 barcas las viguetas de los dos tramos se cruzarían sobre la del medio: cada una de estas barcas llevará su timon.

1782. Cuando pueden hacerse los preparativos del paso en un afluente ó detrás de una isla agua abajo de la situacion, es mas ventajoso construir el puente por compuertas, á fin de ganar tiempo, y verificar inmediatamente el paso de las tropas. Cada compuerta de 3 barcas, conducida por 8 remeros y 3 timoneles, puede llevar 100 soldados de infantería, ó una pieza de campaña con sus sirvientes. Tendrán anclas dobles, fijas aguas arriba y abajo para facilitar la maniobra de hacerla salir ó entrar en su lugar. Estas compuertas se unen al formar el puente por medio de las guindalezas.

Con este sistema de construccion todas las partes del puente, en cada una de las compuertas, quedan independientes y prontas á moverse en el momento de verse amenazadas por el brusco impulso ó choques de cuerpos flotantes.

Un puente ejecutado por compuertas de á 3 necesita menos barcas que si lo fuera por compuertas de á 2, pero mas de las que llevaría por barcas sucesivas.

1783. Para replegar un puente se procede en un órden inverso que para construirle.

En caso de una retirada precipitada, ó de una gran afluencia de cuerpos flotantes, se puede interrumpir la comunicacion rápidamente y conservar los materiales del puente haciéndole dar un cuarto de conversion. Para esto se empieza por levantar ó desprender los *cuarteles* (conjunto de viguetas y tablones de cada tramo) en cada una de las cabezas, y desatar los extremos de los dos fiadores fijándolos sólidamente á dos pilares puestos en la orilla hácia la cual se quiere atraer el puente. Se le deja luego descender poco á poco, apoyándose en el fiador de agua arriba y en las cuerdas de las anclas que se van aflojando al paso que crece el movimiento hasta que el puente se coloca sobre la orilla del rio. Durante la conversion el fiador de agua abajo está fijo á su pilar ó amarra sirviendo de pivote; y los obreros armados de garfios impiden tocar en tierra el primer bote. Desde la orilla opuesta se facilita y dirije la operacion por medio de cuerdas amarradas á las proas de los botes, de las que se tira ó hacen esfuerzos de traccion.

Esta maniobra solo puede ejecutarse con un puente de 20 á 25 barcas sobre un rio tranquilo: mas si la rapidez de la corriente diera motivo á temer la desunion del puente, se procurará evitarlo colocando grandes piezas de madera en sentido de su longitud, ligándolas fuertemente á las proas en términos que el todo forme un sistema invariable.

Cuando es débil la corriente se puede volver el puente á su primitiva posicion por un cuarto de conversion en sentido contrario, tirando de las cuerdas de las anclas de agua arriba. Se necesita para ello que esté el puente muy sólidamente construido. Si faltase cabrestante para tesar los fiadores, se le podrá suplir con una rueda de carro (*fig.* 722) colocada horizontalmente y atravesada por un eje al cual se adaptan pedazos de madera redondeada ensamblados y enclavijados *Fig.* 722.
para componer el árbol.

1784. En los rios expuestos á movimientos de olas y á los producidos por las mareas se procurará hacer movible el tramo que une la parte fija con las

barcas, proporcionando una rampa de entrada y otra de salida que para la infantería no debe exceder de $\frac{1}{4}$ de pendiente, siendo $\frac{1}{18}$ para la caballería y $\frac{1}{24}$ para la artillería. De una barca á su inmediata se pondrá, además, un caballete de mesilla convexa, sobre el cual descansan y corren las viguetas; sujetando estas con unas cadenillas de 2 piés de largo que pasan por debajo de la mesilla para afianzarse en una argolla fija en la cara inferior de las cabezas de las viguetas.

1785. Las barcas empleadas en estos puentes son hechas á propósito y constituyen una parte del tren, á que acompañan algunas lanchas para las maniobras de los operarios. Se conducen en carros debidamente dispuestos para ello, y tienen de largo ó eslora 8^m á 10^m, y $1^m,7$ á 2^m de manga por $0^m,9$ á $1^m,1$ de purtal. Cada una lleva su ancla, cuerdas, viguetas y demás objetos que pueden contenerse en el tren. El peso de una de las de menores dimensiones es de 2180^k, y 1817^k el del carro que la trasporta, para que bastan 6 caballos. El manejo y direccion de cada barca exige un timonel ó patron y 4 sirvientes; 5 remos, de que el uno se emplea como timon, 4 bicheros, un garfio, 8 toletes para los remos (2 para el timon) y el ancla y cuerdas de amarra, 20 hombres bastan para la descarga de una y llevarla á hombros hasta el sitio del paso.

El peso necesario para sumergir una barca de estas dimensiones es		9200^k
El de la barca dentro del agua...	800 }	
El de un tramo de tablero......	877 }	1677^k
Límite del peso que puede aguantar un tramo por barcas sucesivas.		7523^k

En el número 668 se tienen las sencillas fórmulas y ejemplos para deducir el peso que pueden soportar las barcas y pontones.

1786. Si por no llevar tren de puentes un ejército, fuere preciso echar mano de las barcas y botes que se hallen en el rio, podrá suceder, como naturalmente sucederá, que todos ó la mayor parte de ellos sean desiguales: en este caso se reducirán las proporciones de los intérvalos entre las embarcaciones menores, y se colgarán en la mayor corriente las que por ser mas finas de proa en su forma opongan menos resistencia. En las orillas se pondrán los botes ó cascos mas chatos, y en medio los que calen mas. Sus bordas quedarán todas de nivel, lastrando los mas elevados y montando en otros caballetes bien seguros á
Fig. 678. la armazon que se ponga en el fondo (*fig.* 723). En vez de caballetes se pueden fijar bastidores sobre las bordas capaces de sostener las viguetas ó piés derechos que fueran necesarios para llegar al nivel de los otros botes.

1787. Construido un puente de esta naturaleza deberán tenerse presentes cuantas precauciones convengan á su conservacion, ya se opongan á ello los efectos naturales de la corriente, ya los medios destructores de que se puede valer el enemigo. A este fin, se establecerán en lanchas agua arriba del puente, y en particular de noche, puestos de guardia que vigilen constantemente y separen con garfios y bicheros los cuerpos arrastrados por la corriente remolcándolos á las orillas. Será mas cómodo tender fuertes cuerdas provistas de grapones que detengan los objetos arrastrados y aun los hagan marchar hácia las orillas con solo el impulso de las aguas. Es prudente, para evitar las sorpresas, tender mas arriba otra cuerda provista de varias campanillas que avisen con su sonido á los puestos avanzados. En el invierno se está expuesto á la formacion del hielo: y en este caso conviene romper y separar los témpanos que se detengan y choquen con las barcas. En las avenidas suben estas con las aguas, por lo que deberán aflojarse las cadenas que unen las compuertas con los estribos, tesando el fiador cuanto fuere necesario para dar al puente la suficiente sujecion. Lo contrario tendrá lugar en la bajada de aguas.

El número de barcas no deberá exceder jamás de las que puedan quedar flotantes en los tiempos de sequia, estableciéndose el resto de la construccion sobre caballetes, pilotes ó balsas. Cuando el puente ha de permanecer mucho tiempo se preferirá á las anclas fuertes estacones ó pilotes clavados á martinete para amarrar los cables: de otro modo será preciso levantar de vez en cuando las anclas para qne no se entierren demasiado y sea muy penoso el sacarlas despues.

En cuanto al órden en el paso del puente se procurará que la infantería marche sin detenerse y con uniformidad, igualmente que la caballería, que convendrá lo haga á dos de frente y pié á tierra; que los carruajes no se crucen, y que se prohiba el paso del ganado vacuno por su mala propension á apiñarse y cargar el puente con irregularidad.

1788. **Maniobra.**

Los trabajadores que se necesitan para echar un puente de esta naturaleza se dividen en destacamentos ó secciones, haciendo lo que se expresa á continuacion.

1.ª *seccion* = 1 oficial = 1 jefe de seccion = 8 pontoneros. Preparan los estribos, colocan los cuerpos muertos, ponen los piquetes de amarra de los primeros barcos, construyen los cabrestantes y tienden los fiadores.

2.ª *seccion* = 1 oficial = 3 jefes de seccion = 12 pontoneros. Echan las anclas de aguas arriba y abajo.

3.ª *seccion* = 1 jefe de seccion = 12 pontoneros. Traen los barcos y colocan los caballetes de los estribos, si deben tenerlos.

4.ª *seccion* = 1 jefe de seccion = 10 pontoneros. Traen las viguetas de cada tramo y ayudan á separar las barcas.

5.ª *seccion* = 1 oficial = 2 jefes de seccion = 16 pontoneros. Fijan los travesaños y las cuerdas de anclas, reciben las viguetas, ayudan á separar las barcas y cubren el tramo.

6.ª *seccion* = 2 jefes de seccion = 36 pontoneros = Traen los tablones

7.ª *seccion* = 2 jefes de seccion = 10 pontoneros = Traen y ponen las guindalezas y colocan los tablones.

Total = 3 oficiales = 12 jefes de seccion = 104 pontoneros.

Tal es el empleo de los destacamentos y su fuerza para construir por tramos sucesivos un puente de 15 á 25 barcas. Si hubiera mas número de estas se aumentará la fuerza del 2.°, 3.° y 7.° destacamentos. En las escuelas prácticas se tarda una hora en echar un puente de 100^{m} por barcos sucesivos.

Para replegar un puente, ya hemos dicho se dispone la maniobra inversa que la seguida para su construccion. Si constase de 15 á 25 barcas bastarían 2 oficiales = 10 gefes de seccion y 93 pontoneros, repartidos como sigue.

1.ª *seccion* = 1 jefe de seccion = 6 pontoneros. Quitan los fiadores, cabrestantes, piquetes de las orillas, cuerpos muertos y la compuerta.

2.ª *seccion* = 1 jefe de seccion = 6 pontoneros. Desatan, arrollan y conducen las guindalezas.

3.ª *seccion* = 2 jefes de seccion = 36 pontoneros. Levantan los tablones.

4.ª *seccion* = 1 oficial = 1 jefe de seccion = 11 pontoneros. Desclavan y retiran los tramos, y desamarran las cuerdas de las anclas.

5.ª *seccion* = 1 jefe de seccion = 10 pontoneros = Llevan las viguetas.

6.ª *seccion* = 1 oficial = 3 jefes de seccion = 12 pontoneros. Levantan las anclas.

7.ª *seccion* = 1 jefe de seccion = 12 pontoneros. Conducen las barcas al sitio destinado para parque.

Se puede tambien replegar el puente quitando uno por uno ó varios tramos á la vez.

Puentes de pontones.

1789. **Puente á lo Birago.**

El sistema de puentes militares austriacos, llamado á lo Birago del nombre de

su autor, consiste en un material especial, flotante y fijo, preparado de antemano y que se trasporta en carruajes de una disposicion particular, siguiendo en todas las marchas y movimientos del ejército á cuyo servicio se destina.

Se concibe bien que el tren no puede servir para cuando el pais, teatro de la guerra, fuese montañoso. La complicacion que traería tan vasto material y las grandes dificultades del trasporte llegarían á ser tan embarazosas en ciertos momentos que comprometiese la rápida accion del ejército operador en vez de favorecerla. Su empleo, en consecuencia, solo debe limitarse á las operaciones que tengan lugar en paises llanos ó muy poco accidentados. Para los montañosos, como la mayor parte de los españoles, debe usarse el tren á lomo, que, semejante al fijo ó de caballetes de Birago, ha inventado el Coronel de Ingenieros Don Joaquin Terrer. Las piezas en él son de menores dimensiones que en el rodado, habiéndose agregado, como la parte mas esencial, la llamada *palanca de maniobra*, compuesta de dos grandes viguetas de dos piezas cada una, con cuyo auxilio se situa el caballete en su lugar sin necesidad de cuerpo flotante. Con 20 mulas puede conducirse el material suficiente para el paso de rios de 28^m.

1790. Decimos que el tren Birago se compone de dos partes que pueden servir por separado ó simultáneamente segun los casos; una de *apoyos flotantes ó pontones*, y otra de *apoyos fijos ó caballetes* que se clavan de distancia en distancia.

Fig. 724. Los pontones (*fig.* 724), hasta ahora de madera, pero que sin inconveniente alguno lo pueden ser de hierro, como ya se verifica para el tren Belga, se componen de una proa y uno ó varios cuerpos independientes, segun sea la anchura *Fig.s* 725 á 737. que se haya de dar al tablero, unidos entre sí por placas de hierro.

Los caballetes (*fig.s* 725 á 737) con el cuerpo muerto ó solera (*fig.* 732) son los *Fig.* 732. apoyos fijos del puente, que se colocan haciendo uso de los pontones. Las figuras indicadas y su explicacion dan una idea suficiente del material. Se notará que hay cuatro piés de diferente altura, como lo puede exigir la irregularidad ó diferencia de nivel del álveo del rio ó barranco que se quiere pasar. A más abundamiento pueden estos piés correr á lo largo de las cajas *c* de la cumbrera para que el tablero quede á nivel del terreno ó rampas de entrada y salida. En la parte inferior entra tambien en los piés y se sujeta á cuña una zapata de madera fuerte, compuesta de dos piezas, cuyas fibras están en opuesto sentido, y cuyo objeto principal es impedir la inmersion de aquellos por efecto del peso que han de soportar, especialmente cuando el terreno en que se clavan sea fangoso ó de naturaleza fácilmente penetrable: cuando sea medianamente duro se puede usar la zapata mas pequeña.

1791. Tienen estos caballetes sobre los ordinarios la ventaja de poderse aplicar á diferentes profundidades, montarse y desmontarse con facilidad y prontitud, y ser de cómodo trasporte. Aunque no tienen estabilidad trasversalmente quedan perfectamente asegurados por medio de las viguetas, cuyas garras entran exactamente en la cumbrera sobre los sitios marcados en esta con líneas correspondientes.

Fig. 726. Además de estas piezas existen las viguetas de borda (*fig.* 726) de igual escuadría y garras que las viguetas de tablero; las cuales se colocan á lo ancho de los pontones sirviendo de apoyo á los cuerpos muertos que estos llevan á su largo *Fig.* 738. sujetos con ligaduras (*fig.* 738).

1792. Cuando los puentes se componen solamente de los cuerpos flotantes, se procede á su ejecucion de un modo análogo al indicado para los de barcas con la diferencia de apoyarse las viguetas sobre los cuerpos muertos que hemos dicho llevan á su largo los pontones, en vez de hacerlo sobre las bordas. Así,

pues, determinada la direccion del puente y línea ó líneas de anclaje, se dispondrá primero el cuerpo muerto de la orilla perpendicularmente á la direccion del paso, enterrándole un poco si el terreno fuese blando y sujetándole con piquetes; votados al mismo tiempo ó anticipadamente y puestos cerca de la orilla los pontones, se colocará el primero lo mas inmediato posible al cuerpo muerto, y sujeto por cuerdas á piquetes, troncos ó grandes piedras; se tenderán las viguetas haciéndolas engarrar en el cuerpo muerto del ponton; despues de lo cual se aflojan las amarras y se le hace marchar paralelamente á sí mismo hasta quedar en su lugar, dependiente de la longitud de las viguetas, que se hacen engarrar por su extremo opuesto en el cuerpo muerto de la orilla. En seguida se ponen y ligan los tablones y se continúa la operacion del propio modo hasta la orilla opuesta. Para sujetar los pontones hácia el medio de la corriente se hace uso de anclas simples ó dobles agua arriba, y aun tambien agua abajo si el rio está sujeto á mareas ó hubiese viento en contra-corriente: para mas estabilidad se agregan amarras diagonales de unos á otros pontones y aun viguetas entre las bordas. Si la velocidad del agua no pasa de $1^m,5$ por $1''$ bastará un ancla por cada dos pontones; para mayor velocidad se necesita por lo menos una por cada cuerpo. Cuando solo hay un ancla para dos pontones se sujetará el que no está anclado al otro por medio de la amarra de borda dispuesta diagonalmente dela popa del 1.° á la proa del 2.°. En los rios de poca consideracion se tienden uno ó dos fiadores agua arriba y agua abajo, á los cuales se amarran los pontones por medio de bozas.

1793. Cuando se hace uso de los caballetes se les pone en su lugar por medio de una compuerta de dos pontones unidos (*fig.* 739), á lo que se llama *compuerta de maniobra*, y sobre la que vá tendido el caballete armado de antemano. *Fig.* 739.
En seguida se levanta este para hacerle entrar en el agua manteniendo la cumbrera á la altura que debe tener y sumergiendo sucesivamente los piés hasta llegar al fondo. La longitud de las viguetas determina la distancia entre los caballetes: y estos han de quedar fijos en su sitio en un plano vertical, dando á cada pié dos ó tres golpes de maza para afirmarlos bien y asentar convenientemente las zapatas. Puestos luego y amarrados los tablones y continuando así hasta lo orilla opuesta, se tiende por ambos costados del puente un guardalado de cuerda atada á los mismos caballetes. En los puentes flotantes el guardalado se amarra á piquetes que van en los mismos pontones.

Para colocar el caballete se necesitan 4 mazos, 12 cuñas, 2 pontones, 4 remos, 4 bicheros, 6 amarras, (4 para los dos primeros caballetes y 2 para el 3.°), 2 palanquetas, 5 viguetas, 40 trincas y 2 tablones. Cuando todo está bien preparado se echa un puente de esta clase de mediana longitud en menos de media hora.

1794. Segun la tabla que sigue del peso correspondiente á cada pieza del puente resulta que para uno dá los espacios de $0^m,76$ entre dos viguetas, existen para el peso que cada una debe soportar en 1^m de longitud,

75^k por el peso de la vigueta ó $10^k,7$ por 1^m de longitud.......	$10^k,7$	$178^k,7$
16^k por el peso correspondiente á los tablones en 1^m de longitud.	16^k	
152 por el adicional, id. (que será el máximo que debe soportar el puente á razon de 200^k por 1^{m2})..................	152^k	

Con lo cual la resistencia de cada vigueta será de $178,7 \times 7 = 1251^k$.

Segun el número 1190 se tiene para la escuadría

$1251 = \frac{2}{3} R b h^2$; ó, tomando para $R = 600000^k$ si la madera es de pino,

$$b h^2 = 0,00312; \text{ y si } b = 0^m,12, \quad h = 0^m,15.$$

Se vé, pues, que la escuadría dada á las piezas es suficiente á la resistencia

que deben ofrecer, dispuestas, como lo están, á 0m,76 de distancia. Pero esto en el supuesto de que el material es de buena calidad, perfectamente curado y arreglado con sus herrajes. En el caso de emplearse recien cortada la madera, que es lo que sucederia en campaña si hubiera de improvisarse un puente análogo á este sistema, se deberia tomar $R=400000^k$, y entonces seria para $b=0^m,12$, $h=0^m,18$.

1795. Para este supuesto, de hacerse el puente con las maderas halladas en la propia localidad, bastará labrar la cumbrera y parte superior de los piés de los caballetes si hay tiempo para ello, ó hacer aquella de dos piezas unidas por ligaduras ó pasadores, abriendo en cada una media mortaja por donde hayan de pasar los piés y á que se fijarán por medio de clavijas, haciéndose, por fin, uso de cuerdas en vez de cadenas de suspension. Las zapatas se podrán labrar fácilmente ó suplirlas con trozos de madera abrazando los extremos de los piés. A las viguetas, que tendrán las dimensiones anteriormente apreciadas si han de guardar la distancia de 0m,76, basta hacerles una entalladura en el lugar que han de apoyar sobre el cuerpo muerto, ó bien fijar en cada uno de sus extremos, si esto fuere mas breve, dos clavijas de madera cuyo espacio sea suficiente á abrazar el grueso del expresado cuerpo muerto ó solera.

1796. En los puentes que se construyen por pontones sucesivos se dejan una ó mas compuertas para no interrumpir la navegacion y dar libre paso á las embarcaciones y demás cuerpos flotantes arrastrados por la corriente: entendiéndose por *compuerta* en este caso una parte completa de puente sobre dos ó tres pontones.

Establecidas varias compuertas, se puede hacer con ellas un puente poniéndolas unas á continuacion de otras; á cuyo fin debe tenerse presente que la longitud de una compuerta de dos pontones será de 7m,19, y la de otra de tres 12m,17. Para unir una compuerta á la parte construida de un puente ó á los tramos de entrada y salida, se construye el llamado tramo de union, cuya longitud es de 7m.

1797. En el *Manual del Pontonero* de Ibañez y Modet pueden consultarse detalles de esta clase de puentes, en particular lo que concierne á la maniobra. El mínimo del personal para el servicio de una unidad, de modo que los puentes se ejecuten sin interrupcion y en el menor espacio de tiempo, es de 1 oficial, 8 gefes de seccion, 1 corneta y 60 pontoneros. Para 2 unidades se necesitan 1 oficial, 13 gefes de seccion, y 90 pontoneros. Para 3 unidades, 2 oficiales, 16 gefes de seccion, y 120 pontoneros: y para 4 unidades, 4 oficiales, 38 gefes de seccion, y 270 pontoneros.

Segun el Manual francés, el personal de un destacamento encargado de la construccion de uno de estos puentes se compondra de 1 oficial, 2 sargentos y 46 pontoneros, del modo siguiente:

—El oficial como gefe principal, director de la construccion.

—De los 2 sargentos, el uno embarcado en el ponton núm. 1 (el mas próximo á la orilla) se encarga de hacer reunir y elevar los caballetes: el otro, en tierra, dirige el trasporte de los materiales y construccion del tablero.

Los 46 pontoneros se dividen en 4 brigadas.

1.ª — de 14 individuos: 8 embarcados en el ponton núm. 1 y 6 en el núm. 2, hacen marchar la compuerta, reciben las piezas de los caballetes; los arman y fijan en su lugar.

2.ª — de 10 que traen á la primera brigada todos los materiales del caballete y viguetas.

3.ª — de 16 que traen el resto de los materiales.

4.ª — de 6 pontoneros, 2 que tienden los tablones y 4 que los atan 2 á la vez por cada costado del puente.

TABLA del material de puentes de una unidad y su reparticion en los carros de trasporte.

CANTIDADES.	OBJETOS.	CARROS DE viguetas.	CARROS DE caballetes.	CARROS DE cajon.	CARROS DE fragua.	PESO de cada pieza.
						kilógramos.
12	Cuerpos muertos	»	3	»	»	49,52
8	Piquetes grandes	»	2	»	»	5
24	Piquetes pequeños	»	6	»	»	3,16
8	Mazos	»	2	»	»	5,06
8	Cumbreras	»	2	»	»	116,32
8	Piés número 1	»	2	»	»	13,23
12	Pies número 2	»	3	»	»	29,67
16	Piés número 3	1	2	»	»	27,03
8	Piés número 4	1	»	»	»	52,80
16	Falsos piés	»	4	»	»	5,41
24	Cuñas	»	6	»	»	0,72
12	Zapatas grandes	»	3	»	»	20,31
4	Zapatas pequeñas	»	1	»	»	11,96
16	Cadenas de suspension	1	1	1	2	12,56
4	Crics grandes	1	»	»	»	15,38
4	Crics pequeños					11,82
4	Apoyos de crics	»	1	»	»	30,97
8	Proas de ponton	1	»	»	»	306,42
7	Cuerpos de ponton	»	1	1	1	306,42
28	Remos	2	2	2	»	5,98
45	Toletes	2	2	2	17	1,04
12	Bicheros	»	3	»	»	7,82
8	Anclas	»	1	2	»	75
8	Cabos grandes de ancla	»	1	2	»	60,04
4	Cabos pequeños de ancla	»	1	»	»	32,26
27	Amarras	1	3	3	1	4,06
2	Fiadores	»	»	1	»	115,02
16	Palanquetas	»	4	»	»	1,87
24	Viguetas de borda	2	2	»	»	21,97
8	Apoyos	»	2	»	»	3,68
15	Hachas de mano	1	1	1	1	1,84
15	Achicadores	1	1	1	1	0,53
40	Viguetas	5	»	»	»	74,82
184	Tablones	23	»	»	»	20,88
56	Medios tablones	7	»	»	»	11,96
180	Trincas	»	30	30	»	0,29
2	Sondalezas	»	»	1	»	12,65
1	Polea para puentes volantes	»	»	»	1	6,10
8	Charnelas	»	»	»	8	0,26
1	Bocina	»		»	1	0,46

1798. Tren de puentes belga.

El equipage reglamentario de puentes del ejército belga, inventado por el Ingeniero M. Thierry, se compone, como el austriaco, de cuerpos flotantes y fijos por medio de pontones y caballetes, con los cuales se puede abrir en pocos minutos un paso de 300^{m}. Las diferentes piezas para esta longitud se conducen en 50 carros, de los que 24 llevan los pontones, 4 los botes, 2 las herramientas, 2 el repuesto, 18 los caballetes y 2 las fraguas de campaña.

Se halla dispuesto al mismo tiempo el equipaje de manera que se puede dividir por mitad y cuartas segun las necesidades del servicio: y como todos los carruajes son iguales, se tiene la ventaja de cargar con facilidad y prontitud, de dia ó de noche, sin detenerse un momento en esta operacion, cualquiera que sea el

órden con que lleguen los carruajes. Ventaja muy apreciable, á la que se debe agregar la no menos atendible de poder conducir cada vehículo el necesario material para la construccion de un tramo: con lo que la carga, descarga, establecimiento y repligue de un puente de cualquiera longitud se hace sin retardo y confusion á medida que se presentan los carros.

LA CARGA DE UN CARRO CON PONTON Ó BOTE ES COMO SIGUE.

7 Viguetas	373k
11 Tablones	220
1 Ancla	61
1 Cabo de ancla	32
1 Amarra	5
10 Trincas largas con argollas	3,30
10 Trincas ordinarias	2
8 Garrotes	3,90
1 Sierra	4,30
1 Ponton (de palastro) ó un bote	600
3 Remos de ponton	15,78
2 Bicheros	9,16
	1329,44
Peso del carro	930
Total	2259,44

LA CARGA DE UN CARRO CON CABALLETES ES COMO SIGUE.

7 Viguetas	373k
20 Tablones	400
1 Vigueta corta	25
1 Amarra	5
10 Trincas largas con argollas	3,3
10 Trincas ordinarias	2
8 Garrotes	3,9
1 Pala	2
1 Zapapico	3
1 Sierra	4,3
1 Caballete completo	318
	1137,5
Peso del carro	930
Total	2067,5

Segun que sea de dia ó de noche solo se emplean en cargar un carro de caballetes 3 á 5 minutos, y en descargarle 2′: en cargar un carro de pontones ó descargarle 4 á 5′; y en sacar el ponton del agua ó ponerle á flote 3 á 5′.

El ponton es todo de palastro, á escepcion de la traversa de anclage que es de madera. Su forma difiere de la ordinaria de los pontones en que los costados, en vez de ser planos, forman ángulo saliente hácia su medio (con el fin de aumentar la superficie de flotacion), y en que la proa es aguda y de caras cóncavas.

En la lámina 108 se ven las dimensiones y formas de las diferentes piezas de que se compone el material del sistema.

Para la maniobra de un *puente de pontones* se divide el personal mandado por un oficial en 11 secciones de la manera siguiente:

6 secciones de 1 gefe (sargento ó cabo) y 6 pontoneros. Se encargan de equipar los pontones, fondear las anclas de agua-arriba, y aun si hay tiempo las de agua abajo.

1 seccion de 1 gefe y 10 pontoneros. Llevan á su lugar las viguetas. } Descargan y aparcan el material.

1 id. de 1 gefe y 12 pontoneros. Llevan á su lugar los tablones. } Descargan y aparcan el material.

1 id. de 1 gefe y 4 pontoneros cubridores. Establecen el pavimento del puente.

1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros trincadores. Ligan el tablero y ponen los guardalados.

1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros de reserva. Abren las rampas y preparan el terreno para recibir los cuerpos muertos ó soleras en ambas orillas. Situan las líneas de anclas y fondean las anclas de agua-abajo, donde permanecen dispuestos á prestar los auxilios necesarios.

Hay, además, un gefe de parque y un corneta. En total 1 oficial y 90 pontoneros.

La figura A manifiesta la extension de cada tramo y disposicion de las viguetas. La maniobra en todo es idéntica á la de otros puentes de esta especie. Cuando se hace bien y ordenadamente se tardan 2 ½ minutos por cada tramo. Para el repligue solo se necesitan 2′.

=En la maniobra de un *puente de caballetes* con ponton auxiliar, son necesarios, á mas del oficial director del puente, el guarda-parque y corneta.

1 seccion de 1 gefe (sargento ó cabo) y 18 pontoneros. Se encargan de formar el rectángulo (*fig.* C), llamado de *maniobra*, empleando las viguetas de 8^m del puente de pontones, cuya separacion ha de ser igual á la longitud de la cumbrera del caballete. En O O′ se ponen dos llaves para suspender provisionalmente las cumbreras.

1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros. Tripulan un ponton de una pieza, equipado con los útiles de navegacion, y á mas 5 viguetas y 4 tablones para hacer un piso provisional como representa la figura B.

1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros porta-viguetas. Llevan las 7 viguetas de cada tramo y las colocan en tiempo oportuno guardando la disposicion siguiente: la 1.ª de agua-arriba aislada; las 2.ª y 3.ª unidas; la 4.ª aislada en medio; las 5.ª y 6.ª unidas, y la 7.ª aislada.

1 id. de 1 gefe y 12 pontoneros porta-tablones. Llevan los tablones y los trincan en tiempo oportuno.

1 id. de 1 gefe y 6 pontoneros de reserva. Abren las rampas de entrada mientras se equipa el ponton.

1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros porta-caballetes. Conducen los caballetes, y asentado el primero (que como el último es de hierro) sobre tablones si el terreno es flojo, establecen la cumbrera y la rampa curva. Hecho esto conducen de nuevo el primer caballete de madera para entregarle á la seccion del ponton encargada de colocarle. Cada trípode se conduce armado por 4 pontoneros, y la cumbrera por 2.

1 id. de 1 gefe y 4 pontoneros cubridores. } Funcionan en el establecimiento del tablero y
1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros trincadores. } guardalados como en el puente de ponton[s].

El total del personal es igual al anterior.

Para *echar el puente*, abiertas que sean las rampas, situado el cuerpo muerto, primer caballete de hierro con su cumbrera y la rampa curva, y conducido el ponton auxiliar equipado á la orilla, donde se le sujeta con dos amarras de que cuidan dos pontoneros, la *seccion de maniobra* conduce á hombros de 16 pontoneros el rectángulo (*fig.* C) y le sienta dejando sobre el tablero del ponton del costado *m l*. Entonces los porta-viguetas llevan 7 de estas, y al llegar al primer caballete las ponen al brazo, entregan sus extremos á la seccion embarcada que las colocan segun el órden antedicho (3.ª seccion) sobre el tablero del ponton. Se desatraca en seguida, marcha el ponton paralelamente á la orilla empujando poco á poco los porta-viguetas en las cabezas de las suyas respectivas, cediendo paulatinamente los dos pontoneros de las amarras hasta que los extremos de las viguetas lleguen á la cumbrera del caballete de hierro á que se trincan. Despues se ponen los tablones y se trae el segundo caballete ó primero de madera; cuyos trípodes entregan á la seccion del ponton que los tienden sobre el tablero en sentido de la corriente y las cabezas á dentro: los que traen la cumbrera la asientan sobre las llaves y la sujetan allí provisionalmente. Se hace marchar luego el ponton un poco hasta que solo quede en el tablero la vigueta *m*; se situan entonces los trípodes en su lugar, haciéndolos resbalar á lo largo de las viguetas *a′ b′*, *a″ b″*, y se enderezan y afirman hasta quedar bien sentados, subiendo ó bajando la mesilla de la cumbrera cuanto fuese necesario, segun el fondo del rio; todo lo cual hecho, se abren las llaves que sostenian las cumbreras, caen estas sobre las mesillas y queda establecido el caballete. Trincadas en seguida las viguetas y acabado de cubrir el tablero, se pasa á ejecutar el segundo y siguientes tramos, cuya operacion difiere muy poco de la anterior. En el último se establece el caballete de hierro y respectiva rampa curva. Ligado el pavimento, se ponen los guardalados consistentes en dos guindalezas que pasan por las cabezas de los caballetes.

La velocidad ordinaria en la construccion de este puente es de 3 ½ minutos por tramo, y 2 ½ para el repliegue.

Fig. 740. 1799. **Puentes de balsas** (*fig.* 740).

Estos puentes, cuando se componen las balsas de troncos de árboles, cuyo sistema es el mas generalmente empleado, ofrecen, comparados con los de barcas y pontones, las ventajas siguientes: 1.ª, ser de fácil y espedita construccion; 2.ª, soportar grandes pesos y poderse aplicar á los mayores rios sin temor de que se vayan á pique; 3.ª, calar muy poco, y por consiguiente salvar sin inconveniente los bajos fondos; 4.ª, facilitar el embarque de las tropas sin que pueda peligrar apenas por el fuego enemigo. En cambio tienen los inconvenientes de navegar con mas dificultad, exponiendo mas tiempo la gente al fuego contrario; derivar mucho y ser difícil hacerlas remontar la corriente en rios de gran rapidez.

Para disminuir el esfuerzo de la corriente contra una de estas balsas ó almadías, se dispone el tajamar en ángulo recto, achaflanando las puntas y separando $0^m,2$ los troncos entre sí. Aparece, sin embargo, por recientes experimentos, que oponen menos obstáculo á la corriente cuando los maderos no guardan intérvalos ó cuando se disponen en contacto.

La estabilidad de una balsa está en razon directa de su longitud é inversa de su anchura, debiendo ser la longitud mínima de 13 á 14^m. Si los árboles que se han de emplear presentan un tramo menor de 12^m, se empalmarán á su largo. La union de uno á otro se hace por medio de traveses que se fijan con vencejo ó cuerdas. Su construccion se verifica regularmente en el agua por la mayor facilidad en mover los troncos, y porque allí cada uno toma naturalmente su posicion de equilibrio estable. Se elige para ello un sitio de mansa corriente, al que se conducen los troncos desprovistos de ramaje. El tiempo necesario para la construccion de una balsa de esta clase no suele pasar de 4 horas.

1800. *El peso que una almadía puede soportar* hasta su inmersion, es igual á su volúmen multiplicado por la diferencia del peso expecífico del agua al de la madera empleada en su construccion (véase el núm. 664). Conviene, por tanto, servirse de las maderas mas ligeras, tales como el álamo, aliso, abeto, alcornoque, &. Siendo P el peso que ha de aguantar un madero de la balsa, V su volúmen, y p el peso de la madera, se tiene

$$P = V\ (1000^k - p^k).$$

Considerando un tronco de árbol como cilindro de base igual á la seccion media, su volúmen es

$V = \frac{1}{4}\pi d^2\ L = 0{,}079\ c^2\ L$ $\{ c =$ circunferencia media, $L =$ longitud del tronco.

Para el peso de la madera se tomará el que dan las tablas puestas al tratar de la resistencia de los materiales ó se hallará directamente, bien haciendo y pesando al aire libre un cubo de 1^{d3} (que es lo mejor y mas exacto), ó calculándole por la fórmula $p = 1000\frac{h}{H}$; en que son, H la altura de un prisma ó cilindro conocido, y h la que tenga despues de sumergido en un vaso de agua, El peso de toda la balsa será

$$\Pi = n\,V\,(1000 - p), \qquad (n = \text{número de troncos iguales}).$$

$$\text{ó } \Pi = 1000\,n\,B\,(H - h) \qquad (B = \text{seccion media}).$$

La balsa no deberá cargarse con mas peso que la mitad del que manifiesta su fuerza de flotacion, puesto que la madera aumenta de pesantez despues de algunos dias de sumergida; aunque se puede prevenir este efecto alquitranando los troncos ó sus extremos si hubiere tiempo para ello ó si el puente hubiere de tener el carácter de permanente.

Se aumentará la resistencia poniendo debajo de las balsas pellejos hinchados.

La tabla siguiente dá los pesos de varios objetos y la superficie ó extension que ocupan en el paso de un punte.

	KILÓ-GRAMOS.	SUPERFICIE que ocupan en metros cuadrados.
Un soldado de infanteria con su arma y equipo	80	$\frac{1}{3}$
Un soldado sin armas	65	$\frac{1}{6}$ estrechándose.
Un caballo	450	3 de largo y 1 de ancho.
Un caballo con su ginete	588	
Una pieza de á 24 con su cureña	4270	El carril de las cureñas de sitio es de $1^m,53$, y la longitud de un eje $2^m,016$. La pieza de 24 atalajada con 8 mulas ocupa 18^m de longitud y 2^m de anchura.
Una pieza de á 16 con su cureña	3460	
Un obus de á 9 con su cureña	1794	
Una pieza de á 12 con su cureña y caja llena de municiones	2122	El carril de la artilleria de campaña es de $1^m,51$, y la longitud de los ejes $1^m,902$. La longitud de un carruaje atalajado con 6 mulas es de 15^m.
Una pieza de á 8 con su cureña y caja llena de municiones	1794	
Un obus de á 7 largo, con su cureña y caja llena de municiones	2126	
Un carro de municiones cargado	1725	
Una fragua de campaña con sus útiles.	1825	

Por medio de esta tabla y las fórmulas anteriores se sabrá el numero de árboles que se necesita para soportar una carga determinada, ó el número de objetos que pueden trasladarse por cada balsa. Si hecho el cálculo no bastase con una fila de troncos, se pondrán dos, una sobre otra. Si los troncos fuesen de diámetros desiguales se harian muescas en los mas gruesos para colocar en ellos los traveseros; en los mas delgados se pondrian calzos. Alternarán de uno á otro las partes delgadas de los troncos con las gruesas de sus inmediatos.

1801. En la construccion del puente se procura que la distancia de las almadías, particularmente en los rios rápidos, sea tan grande como lo permitan la longitud y escuadría de las viguetas; las cuales se cruzarán siempre con la viga ó cumbrera puesta al medio de cada balsa. La posicion fija de cada una de estas se obtendrá por medio de las viguetas *e* del tablero y de travesaños *c* sujetos á la proa y popa. El centro del tablero *f* no debe caer sobre el de gravedad de la balsa, sino un poco hácia la cola ó popa, á fin de contrabalancear la accion de la cuerda del ancla. Se conocerá desde luego y sin cálculos el centro de gravedad ó la horizontal en que este se halla, situándose cierto número de hombres hácia la cola hásta que la balsa empiece á bajar. Al modo como en los puentes de barcas, se establecen en los de balsas fiadores *a* ó anclas, que regularmente bastan sean de cestones rellenos de piedra (*fig.* 741). La longitud *Fig.* 741.
de las amarras en este saso debe ser cerca de 10 veces la profundidad del agua. La accion de las cuerdas de ancla tiende á sumergir las cabezas de las balsas: para evitarla ó disminuirla en las corrientes rápidas se atará la cuerda al 2.° travesaño.

Se hacen tambien compuertas en estos puentes análogamente á lo explicado para los de barcas, y se ligan á las balsas por medio de viguetas atadas y no clavadas. Siempre que se pueda se compondrá la compuerta de barcas ó pequeñas lanchas por su más fácil manejo.

Estos puentes se construyen siempre por balsas sucesivas y no por compuertas ni por partes. Para hacer marchar á las balsas conviene ponerlas dos timo-

nes, uno en la proa y otro en la popa; y aun dos en cada parte si la corriente es rápida.

1802. *Para el cuarto de conversion* se levanta primero el cuartel de los extremos; se retiran la primera y última balsas, se fija bien la compuerta, y amarrando á un fuerte estacon un cable que vaya á la segunda balsa, aflojados los fiadores y las cuerdas de áncłas, y puestos muchos hombres en cada una para impedir que el puente haga flexiones desiguales, se procurará marche en línea y con uniformidad hasta que llegue á tocar la orilla; despues de lo cual se levantan ó no las ánclas segun que el puente se haya de desarmar ó volverle á utilizar.

1803. **Maniobra.**

Construidas las balsas, llevadas al punto de situacion del puente y hecho el estribo se necesitará para echarle, un oficial y las secciones siguientes:

1.ª *Seccion* = 1 jefe (sargento ó cabo) y 4 pontoneros que sucesivamente conducen á su lugar las balsas. Necesitan 4 garfios, 4 remos y 1 cuerda de 15^m de longitud si la corriente es rápida.

2.ª *Seccion* = 4 pontoneros que amarran provisionalmente las balsas y pasan á ayudar á la 4.ª brigada. Necesitan 2 garfios, 2 amarras provisionales de 2^m y 2 travesaños.

3.ª *Seccion* = 1 jefe y 20 pontoneros que traen las viguetas y tablones.

4.ª *Seccion* = 1 jefe y diez pontoneros que colocan las viguetas, fijan las balsas en su lugar y cubren el tramo.

5.ª *Seccion* = 4 pontoneros que echan y amarran las guindalezas. Necesitan 2 mazas, 2 cuñas de madera, y las cuerdas y palos necesarios para las amarraduras.

6.ª *Seccion* = 1 jefe y 4 pontoneros que echan las ánclas ó cestones rellenos. Deben llevar lo menos dos ánclas por cada balsa.

Con operarios diestros solo se tarda en las escuelas prácticas $1\frac{1}{4}$ horas en echar un puente de 100^m, y la mitad del tiempo en replegarle.

Cuando faltan fiadores se amarran fuertemente las cuerdas de ánclas de la primera balsa al estribo: luego los de la segunda á la primera; la tercera á la segunda, &, hasta la mitad del puente; y lo mismo por el otro lado.

Se pueden tambien hacer balsas con ramaje, ya se compongan solo de faginas, ó bien sean de cestones rellenos de fajos. A causa del aire que queda contenido entre las ramas la fuerza de flotacion se aumenta lo bastante para que se pueda sostener mas carga de la correspondiente al volúmen y peso específico de las especies de ramaje.

1804. Pueden igualmente hacerse balsas con toneles vacíos, pellejos llenos de aire, cajones calafateados. &. Reunidas las pieles de las reses que diariamente se matan para la manutencion del ejército, pueden llevarse con ellas y en muy corto espacio flotantes de gran fuerza para el paso de los rios, con tal de prepararlos de modo que se puedan hacer odres fáciles de inflar. Para ello se necesita conservar las pieles con sal comun, dándolas, además, una capa de brea hácia la parte del lomo, que es donde aparece mas porosa.

Cualesquiera que sean los cuerpos huecos empleados para formar la balsa, se unirán por medio de bastidores que se sujetan á ellos pasando dos cables por debajo, fijos con gazas á los extremos de los largueros. Entre cada dos toneles se hace una amarradura con dos betas uniendo sus cabos á los listones. Encima de los bastidores se fijan las vigas ó grandes traveseros que han de recebir las viguetas y entablado. La longitud de estas balsas no puede ser muy grande, y aun así es poca su estabilidad; por lo que se emplean regularmente en rios de pequeña anchura y cuando no hay otros materiales de que poder disponer. Su fuerza de flotacion, sin embargo, es bastante para sostener pesos considerables.

1805. **Puentes volantes.**

Se llama *puente volante* cualquiera cuerpo flotante, capaz de trasladar al lado opuesto de un rio la gente y trenes de un ejército. En consecuencia, las barcas, pontones, y las balsas empleadas aisladamente, forman otros tantos puentes volantes. Regularmente se sujeta el puente por un cable proporcionado à la latitud del rio, que se amarra al sistema por un cabo y por el otro á un áncla ó fuerte estacon; ó bien un árbol ó cualquiera objeto fijo suficientemente resistente. Cuanto mayor sea la longitud tanto menor será la curvatura que describa el puente en su tránsito, navegando entonces con mayor facilidad. Esta clase de puentes se aviene mejor á rios de corriente rápida, que los imprime gran velocidad cuando la direccion de aquella forma con el eje de la balsa ó barca un ángulo de 55°. El camino recorrido no debe comprender un arco mayor de 90°. Se verifica tambien el paso y se ayuda el movimiento tendiendo un cable aguas-arriba, fijo en ambas orillas, y dispuesto de modo que vaya rodando en un pié derecho, una polea, ó un cilindro móvil que se pone en el puente, tirando luego del cable con un esfuerzo proporcionado al que se requiere para el movimiento á lo largo del cable. Este sistema es muy usado en América y Filipinas para el paso de los rios y esteros con balsas de cañas bambús sobre *bancas canoas* ó botes hechos de un solo tronco de árbol. El cable se sustituye con un fuerte vejuco.

La figura 742 es una balsa movida por solo la corriente para cuando el rio tenga de 100^{m} á 120^{m}.

Las balsas formadas por barcas ó pontones, á manera de compuertas, son las mejores de todas por la facilidad con que navegan y pueden variar de direccion á medida que van llegando á la orilla. Todas ellas se proveen de un pasamanos para impedir alguna desgracia; y si el paso fuere al frente del enemigo se guarnecerán los bordes con una fila de sacos de lana ó cestones sólidos que hagan las veces de parapeto. Se pueden tambien colocar en ellas algunas piezas de campaña: pero entonces conviene aumentar el espacio y fuerza de flotacion de la balsa por medio de odres ó toneles, cuidando que la carga se distribuya con igualdad para evitar el cabeceo.

Para el caso de algun accidente contrario al pasar en estos puentes se debe estar provistos de remos, anclas fuertes, un cable largo y un bote de servicio.

Para el embarco y desembarco se arreglan las orillas del rio, disponiendo, en caso necesario, rampas sobre caballetes, balsas ó barcas. Si el rio fuese muy ancho se construye y fija en su medio una compuerta, haciendo entonces dos puentes volantes que concurran á ella.

Con 6 pontones ó barcas y los demás materiales preparados bastará una hora y 36 pontoneros para establecer 2 compuertas ó puentes volantes de á 3, que den paso á 250 infantes ó 2 piezas de campaña con sus artilleros y 12 caballos de atalaje.

1806. **Puentes de caballetes.**

Se establecen ordinariamente sobre rios cuya profundidad no pase de 2^{m}. Tienen sobre los demás puentes la ventaja de formarse de pequeños trozos de madera que fácilmente se procuran; pero son menos sólidos, y quedan expuestos á asentarse con desigualdad segun la variedad del terreno de que se componga el fondo. Los caballetes que se han de trasportar se hacen con maderas de poco peso como las del álamo, pino, &. Antes de construir un caballete es indispensable sondear con mucha exactitud el perfil del rio, y reconocer la naturaleza del fondo para determinar la altura que se debe dar á cada uno de estos puntos de apoyo. Su construccion se hace con maderas brutas ó labradas: las

primeras provienen de los bosques inmediatos y las segundas del derribo de algunas casas de las cercanías, ó bien se llevan hechos los caballetes entre los efectos del tren.

Las figuras 743 presentan un ejemplo de ellos. Cuando el terreno es fangoso se agregan tablones bien clavados á la parte inferior de los pies, formando así un encajonado que luego se rellena de piedra ó con cestones sólidos. Esto mismo debe procurarse cuando la fuerza de la corriente es superior á la estabilidad de los caballetes, agregando entonces amarras que vayan á un fiador puesto aguas arriba del puente.

Un taller de 10 pontoneros y un sargento puede construir un caballete en 2 horas ó 2½ segun se usen clavijas de madera ó hierro. Con solos 2 carpinteros se tardan 10 horas.

Un caballete de 4½ á 5^m de longitud y 2^m de altura pesa 300^k si es de madera verde, y 100^k si de madera seca; pudiéndolos trasportar 2 á 3 mulas.

1807. Cuando es poca la profundidad se facilita y hace muy sencilla la operacion de echar un puente de esta clase, reduciéndose á poner á mano uno tras otro los caballetes, espaciados 4^m á 5^m de eje á eje. Si la corriente fuese rápida y la profundidad considerable, de modo que se haga necesario asegurar el caballete con cables á los fiadores ó cuerdas de anclas, se usarán para la maniobra las balsas ó botes que puedan hallarse en el rio. El primer caballete se coloca á 3 ó 4^m de la orilla, y asegurado que sea se fijan las viguetas sobre la cumbrera ó mesilla, de modo que sobresalgan $0^m,28$ (1^p), descansando 1^m sobre el estribo. La distancia entre las viguetas será de $0^m,28$ á $0^m,30$ ó menos si su escuadría fuese menor de $0^m,2$; sobre ellas se colocan y fijan los tablones. Para situar el segundo caballete (ya marcado y construido á propósito, como todos los demás, para el sitio que respectivamente han de ocupar) se colocan dos viguetas paralelas á unos 2^m de distancia, que se apoyan en la mesilla del primero y des-
Fig. 744. cansan en el fondo del rio formando un plano inclinado (*fig.* 744) por el que se hace resbalar con el auxilio de cuerdas hasta que los pies toquen el suelo: entonces se le levanta por medio de bicheros y barales colocándole á la distancia conveniente del primero. Se ponen luego las viguetas y tablones y se continua del propio modo. Pueden seguirse tambien los métodos indicados en las figuras 745 y 746.

Maniobra. Se necesitan 1 oficial, 2 jefes de seccion y 34 pontoneros.

1.ª *Seccion.* 1 gefe de seccion y 7 pontoneros á la derecha. } Colocan las viguetas del plano inclinado, mueven el caballete y concluyen el tramo.
2.ª *Seccion.* 7 pontoneros á la izquierda. }
3.ª *Seccion.* 1 gefe de seccion y 16 pontoneros. Traen los caballetes, viguetas y tablones.
4.ª *Seccion.* 4 pontoneros. Sujetan el puente y establecen las amarras.

El sistema indicado por la figura 746 empleando la balsa auxiliar es el mas expedito y el solo que puede seguirse en rios de corriente muy rápida.

Con operarios bien adiestrados se tardan 2 horas para un puente de 100^m.

1808. Puentes de pilotaje.

Se construyen estos puentes en rios torrentosos, ó en los que no hay suficiente altura de agua para hacer uso de los flotantes; ó, en fin, en aquellos cuyo fondo fangoso no es á propósito para el establecimiento de caballetes. Su resistencia es muy superior á la de los otros sistemas; pero á causa de necesitarse piezas de grandes dimensiones, algunas máquinas y mucho tiempo, solo se usan en campaña para asegurar comunicaciones permanentes á retaguardia de un ejército. En 1809 construyó el ejército francés sobre el Danubio en 20 dias, 3 puentes de pilotes de 500^m de longitud cada uno.

Los pilares son cepas análogas á las de los puentes estables *fig.* 679) de madera, compuestas de una fila de pilotes paralela á la corriente, sujetos estos por riostras y travesaños, y sobre cuyas cabezas niveladas se ensambla la cumbrera en que se apoyan las viguetas de cada tramo. La altura de los pilotes ya clavados debe ser mayor que el nivel de las mayores avenidas. Ordinariamente son de 6 á 7^m de largo y $0^m,28$ á $0^m,32$ de escuadría. La punta se endurece al fuego ó se refuerza con un azuche, como se ha explicado en el número 1084. La madera de que se forman los pilotes puede ser de encina, roble, pino, álamo, &, que los dé sanos y derechos. *Fig.* 679

Los pilotes de cada cepa estarán en un plano vertical paralelo á la corriente: y aunque bastarán 4 por pilar, se clavarán los que fueren necesarios á la resistencia de presion que debe ofrecer cada uno segun el peso calculado para el puente. La distancia de una cepa á otra será de 4^m á 6^m, y los estribos de madera ó piedra. Cuanto mas pesado sea el tablero mayor será la estabilidad del puente.

Si fuere mayor la profondidad del rio que la longuitud libre de los pilotes se pondrá otra fila sobre la primera, construyendo para ello un andamio con caballetes ó de otro modo cualquiera en que se coloquen los trabajadores. Se pone luego una cumbrera sobre las cabezas de la primera fila, ensamblando en ella á caja y espiga los montantes que han de soportar el tablero. Se puede tambien proceder de otra manera, clavando una segunda fila de pilotes, distantes 1^m de la primera, y unirlas despues con fuertes travesaños, que sirven de base á una cumbrera puesta en el medio y que recibe los montantes verticales. Por último, se puede, en vez de lo dicho, ensamblar directamente los pilotes á cepo con los montantes verticales.

Para acelerar la construccion de estos puentes se dividirá el trabajo en secciones, á fin de ejecutar, en cuanto se pueda, todas las faenas á la vez.

1809. **Puentes de carros.**

Se emplean en rios cuya profundidad no pase de 1^m á $1^m,5$. Se utilizan, para ello, los carros del ejército ó los que pueda proporcionar el pais, si no fueren bastantes los que se lleven construidos al propósito, que á la vez son portadores de efectos del parque. Se disponen, como los caballetes, paralelamente á la direccion de la corriente; y si el fondo fuese flojo se pondrán tablones debajo de las ruedas. Levantados piés derechos sobre los bastidores de cada uno, ligados estos por una cumbrera y puestas las viguetas y tablones, quedará concluido el puente.

Estos medios de comunicacion se emplean únicamente cuando no hay otros recursos.

1810. **Puentes de cuerdas.**

Por la multitud de jarcias que se necesita, la dificultad de tesarlas bien, y el pandeo que nunca se puede evitar á causa de la poca rigidez de semejante material, son estos puentes de un uso muy escaso, empleándose únicamente en las costas y cuando se cuenta con el apoyo de una escuadra, ó en los paises de montañas sobre torrentes de márgenes muy escarpadas.

Se hacen de dos modos: ó suspendiendo el tablero de dos gruesos cables, formando un puente colgante, ó sentando el tablero directamente sobre los cables mismos. Este segundo medio apenas se usa por los muchos inconvenientes que presenta.

Las figuras 727 á 750 representan uno construido por el primer método, que tiene 49^m de luz. Los tablones se ponen á lo largo sobre travesaños de $0^m,10$ de escuadría, los cuales reposan en dos carreras de viguetas longitudinales unidas

por ligaduras y soportadas por péndolas que cuelgan de los cables. Estos pasan sobre postes de madera y continuan como fiadores hasta ligarse fuertemente á un tronco de árbol de 16^m de largo, enterrado y sujeto con piquetes. Siempre que se pueda se preferirá atar los fiadores á árboles vivos ú otros objetos de igual ó mayor resistencia para no exponerse á un accidente con el peso que sobrecargará el tablero. Con este fin se podrá tambien hacer el tablado enterrado de la figura 750, relleno despues de piedra. El peso del prisma será de este modo mayor que la tension del fiador.

Con el objeto de evitar ó disminuir las oscilaciones horizontales se ponen dos cruceros ligados á las dos carreras de viguetas y á dos cabrestantes en cada orilla.

Para determinar la altura de las péndolas, á partir del vértice de la curva, se consideran los números naturales 0, 1, 2, 3, 4, &, y tomando 1 para la primera péndola (*fig.* 751) se agregará de una á otra, 2 á la segunda, 3 á la tercera, 4 á la cuarta, y así sucesivamente; por manera que la segunda péndola tendrá 3 veces el largo de la primera, la tercera 6, la cuarta 10, la quinta 15, la sexta 21, &. La separacion de las péndolas ó su distancia horizontal depende del grueso que se dé á estas segun el peso que hayan de soportar. Para hallar los puntos de amarra m m', &, se tira la horizontal M O (*fig.* 752) y la perpendicular á ella M D; la primera igual al intérvalo entre las péndolas. Sobre M D se toman M m, m m', &, iguales entre sí y á la primera péndola que sirve de unidad; y las oblícuas O m, O m', &, serán las hipotenusas m m', &, de la catenaria á que deben atarse las péndolas.

Su longitud vendrá á ser excesiva á causa de la tension que sufrirán y su poca elasticidad; por lo que será conveniente reducirlas en la fraccion $\frac{1}{9}$ cuando las cuerdas sean nuevas y $\frac{1}{18}$ cuando están usadas. Tomando M X $= \frac{1}{9}$ ó $\frac{1}{18}$ de M O, y tirando la X Y paralela á M D, las oblícuas O m', O m'', &, quedarán tambien reducidas en la relacion anterior.

MANIOBRA.

La construccion completa de este puente exige durante 8 horas = 1 oficial = 4 gefes de secccion = y 80 pontoneros, de que 10 se ejercitarán en hacer las ligaduras.

1.ª *Seccion.* 1 Gefe de seccion = 30 pontoneros que traen los materiales.

2.ª *Seccion,* 2 Gefes de seccion = 30 pontoneros que preparan á la vez los dos estribos y hacen el pozo para enterrar los fiadores, donde se echan los árboles cortados.

3.ª *Seccion.* 1 Gefe de seccion = 20 pontoneros. Construyen los pilares, preparan la longitud de los cables, las dos carreras de viguetas, y atan las péndolas.

Terminados estos trabajos y todo lo demás dispuesto solo falta tender el puente. Para ello se ponen los pilares asegurándolos bien y apuntalándolos en ambas orillas; se pasan luego encima de uno de ellos los dos cables, y se trasladan estos á la orilla opuesta con el auxilio de una cuerda pequeña atada á su extremo: despues se suben y estiran hasta que se vea quedan las péndolas en su lugar por ambos lados: se atan luego los fiadores y se rellena el pozo de amarra con piedras y tierra. En seguida se tienden las viguetas laterales y se ligan á las péndolas, poniendo á la vez los travesaños y tablones. Para un puente como este los fiadores deberán formar con la vertical un ángulo de 15°.

1811. Las cuerdas de las ánclas tienen 100^m de largo y 60 hilos. Una cuerda de $0^m,026$ de diámetro sostiene un peso de 2300^k si es de primera calidad. Los fiadores tienen $0^m,05$ de diámetro y 120 de largo. Se componen de 216 hilos y pesan 260^k. Pueden soportar sin romperse 11000^k. En la práctica se disminuirá esta resistencia como se dijo en el artículo 1.° de este capítulo.

Las figuras 753 representan los nudos mas usados en toda clase de puentes de circunstancias y auxiliares.

1812. En 1856 se concedió privilegio á M. Francis (de Nueva-York) por su invento de botes, wagones de municion y pontones de hierro galvanizado-estriado, y hechos de dos ó tres piezas; cuyo corto peso, menor que el de idénticos objetos de madera, gran fuerza de flotacion y resitencia muy superior á la de estos y los de palastro que últimamente se construyen en Bélgica, como teóricamente se demuestra y segun se ha visto en numerosos experimentos, sin los que no se pudieran creer los grandes resultados obtenidos, los hacen de gran valor y estima para la composicion de trenes de puentes en un ejército, con la doble ventaja de poder servir al trasporte en los movimientos ordinarios de la tropa. Por estas y otras razones han sido adoptadas con preferencia para el servicio del ejército y armada en los Estados-unidos é Inglaterra, como lo serán igualmente en la Rusia y la Suecia segun las noticias que de sus nuevos experimentos y ensayos acaba de dar el inventor.

CAPITULO VII.

CAMINOS ORDINARIOS Y DE HIERRO.

ARTICULO PRIMERO.

Caminos ordinarios.

Las carreteras ó caminos ordinarios se dividen en *vías de servicio público* y en *vías de servicio particular.*

Las carreteras de servicio público son de 1.° 2.° y 3.r órden segun su importancia y utilidad.

Las de 1.r órden son; 1.° las que unen la capital del Estado con las de provincia, ó con los departamentos de marina y puntos de aduanas marítimas habilitadas para el comercio general de importacion y exportacion. 2.° Los ramales que de uno de los puntos acabados de designar vayan á un ferro-carril ó carretera de 1.r órden. 3.° Las carreteras que enlacen dos ó mas ferro-carriles y pasen por pueblos que no bajen de 15000 almas. 4.° Las que unan dos ó mas carreteras de 1.r órden y pasen por capital de provincia ó centro de gran tráfico ó produccion, siempre que su vecindario exceda de 20.000 almas.

Las carreteras de 2.° órden son: 1.° las que ponen en comunicacion dos capitales de provincia. 2.° Las que enlazan un ferro-carril con una carretera de 1.r órden. 3.° Las que partiendo de un ferro-carril á una carretera de 1.r órden, terminan en un pueblo cabeza de partido ó que tengan mas de 10.000 almas. 4.° Las que en Baleares y Canarias ponen en comunicacion la capital con puntos marítimos, ó dos centros de produccion y exportacion entre sí.

Las carreteras de 3.r órden son las que, sin tener las condiciones señaladas para las anteriores, interesen á uno ó mas pueblos, ya pertenezcan ó no á una misma provincia.

1813. La clasificacion de carreteras de 1.r órden se hace por decreto, previo acuerdo del consejo de ministros. Las de las carreteras de 2.° órden por decreto á propuesta del ministro de Fomento; y la de las de 3.° se hace solo por real órden.

Segun la clasificacion anterior, son de 1.r órden en España las carreteras que antes de 1857 se llamaban *generales* y *trasversales,* de 2.° las *provinciales* y de 3.° los *caminos vecinales.*

Por último, se consideran carreteras de servicio particular las que, sirviendo para la explotacion de minas, montes y canteras, servicio de edificios, haciendas ó propiedades particulares y establecimientos de cualquiera clase, pasen por terrenos de diferente propiedad del que contenga el camino. Y será declarada de utilidad pública siempre que lo merezca su importancia ó que así resulte de la informacion legal que se haga.

Fig.s 754 á 761. **1814. Composicion y dimensiones trasversales.**

Un camino se compone (*fig.s* 754 á 761):

1.° Del *firme ó calzada*, que es la parte central, dispuesta á resistir la accion destructiva por el paso de caballerías y carruajes;

2.° De las *bermas ó paseos*, que son los espacios comprendidos entre el firme y las cunetas. Su objeto es consolidar la calzada y servir al tránsito de los peones, y aun de los carruajes en la estacion de seca;

3.° De las *cunetas*, *tageas* ó *mas bien atargeas*, que siguen á las bermas y tienen por objeto dar salida á las aguas de lluvia, ó retenerlas cuando las localidades no presentan vertiente alguna. Sus dimensiones, en este caso, deben ser mayores.

Cuando el camino se hace con relleno de tierras, ó cuando el firme se asienta sobre un terraplen, se reemplazarán las cunetas con taludes cuya inclinacion es de 1,5 á 2 de base por 1 de altura.

La latitud últimamente adoptada en España para los diferentes caminos clasificados arriba es como sigue.

ÓRDEN de carretera.	ANCHO		LATITUD TOTAL.	CUNETAS.	
	FIRME.	PASEOS.			
	m	m	m		
1.°	5,50	2,50	8	1^m	Dimension variable segun las aguas que ha de recibir.
2.°	5,00	2	7		
3.°	4,50	1,50	6	0,5	

En las inmediaciones de las capitales puede aumentarse el firme hasta 30^p ó unos $8^m,4$. En las cercanías de París alcanza á veces á 20^m la anchura total del camino. En los pasos difíciles de mucho coste pueden suprimirse ó disminuir bastante los paseos, y aun reducirse de $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{6}$ la anchura de la calzada en los caminos de primera y segunda clase. En los de tercera y cuarta que tienen poco mas espacio que el necesario para el tránsito de dos carruajes, no parece se pueda disminuir el firme, á no ser en los parajes mas costosos en que bastaria pase cómodamente un carruaje, esperando en el lado opuesto el que marche en sentido contrario. Los paseos, en este caso, quedarán del todo suprimidos.

Las cunetas tienen por lo regular de $0^m,5$ á 1^m de profundidad.

Las figuras 754 á 761, perfiles trasversales correspondientes á caminos de primera clase, indican la forma que pueden tener ó deben afectar en distintas localidades. A mas del terreno que ocupan los perfiles debe procurarse tomar una faja de $0^m,5$ á 1^m de mas por ambos lados de las cunetas ó pié de los taludes.

1815. **Pendientes de un camino.**

En el sentido trasversal y en terrenos llanos, de naturaleza arcillosa ú ordinaria, puede tener la calzada por lo menos de $\frac{1}{24}$ á $\frac{1}{25}$ de pendiente desde el centro á las cunetas, y aun $\frac{1}{15}$ ó 7 por 100 en terrenos fáciles de empapar. Si el camino se establece sobre una ladera se inclinará toda la superficie al costado de la montaña, con lo que se evitará el peligro de precipitarse por el opuesto; á cuyo fin se levantará, además, por este lado un muro de piedra ó tierra cubierto de tepes, al modo como se manifiesta en el último perfil de las figuras anteriormente citadas. El desagüe se verificará por una sola cuneta al lado de la montaña, de la que nacerán, cuando fuere necesario, pequeños acueductos para verterla por debajo del camino.

En este mismo caso, es decir, cuando el camino faldea la montaña, se forman los terraplenes de un lado con los desmontes del otro; mas á veces conviene, para evitar sinuosidades y recodos muy pronunciados, hacer el camino enteramente en desmonte, cortando las lomas ó cuchillos que nacen de la propia falda; en este supuesto puede llevarse la pendiente trasversal de los extremos al centro, corriendo el agua á lo largo por en medio del camino.

1816. La pendiente longitudinal, siempre menor que la trasvesal, es de 3 á 4

por 100 ó $\frac{1}{33}$ á $\frac{1}{25}$ en las rampas largas, y 5 por 100 ó $\frac{1}{18}$ en las cortas. Las rampas mas sensibles en las cuestas largas no deben pasar de $\frac{1}{18}$ y en las cortas de $\frac{1}{13}$. Entre cada dos rampas encontradas se dejará una plazoleta próximamente horizontal para el descanso del ganado.

1819. Influencia de la pendiente longitudinal en la traccion de los carruajes.

Sobre un camino horizontal se tiene

$$R = kP$$

R = fuerza de traccion; P = carga total tirada; k = relacion entre estas dos cantidades.

Sobre una pendiente resulta sensiblemente

$$R = k\,P + P\ \text{sen.}\ \alpha$$

α = ángulo de pendiente, que cuando es muy pequeño puede sustituirse por la tangente, ó la pendiente por el seno (variable, como sabemos, de $0^m,005$ á $0^m,05$).

La tabla siguiente, producto de los experimentos de Gordon, prueba que la práctica no está acorde con la última fórmula, sin duda por lo que disminuye la traccion á medida que el plano del camino es mas inclinado, lo que favorece la relacion de k. Para la tabla $k = 0,02$

Pendiente.	Valor teórico de P para un mismo valor de R.	Valor práctico de P para un mismo valor de R.	Diferencias.
0,00.........	11,000...........	11,000..............	0,00
0,005.........	8,800...........	»	»
0,01.........	7,333...........	9,900..............	2,567
0,02.........	5,500...........	8,355..............	2,855
0,03.........	4,400...........	»	»
0,04.........	3,667...........	»	»
0,05.........	3,143...........	5,859..............	2,716

La direccion de un camino depende de la eleccion de los puntos principales que debe unir sin tener en cuenta la de los intermedios. Supuesta esta eleccion, exclusiva del Gobierno y consecuencia de consideraciones de geografía física y economía política del órden mas elevado, se verificará el trazado fijando sobre el terreno, como ya deberá haberse hecho sobre el plano, la posicion de todos los puntos del eje del camino, sujetándole á pasar por los que haya determinado la direccion. En ella debe procurarse que la carretera atraviese el mayor número posible de lugares habitados, especialmente comerciales y manufactureros, ó aproximarse lo bastante á ellos para hacerlos partícipes de las ventajas que procura la fácil comunicacion.

1818. Consideraciones generales para determinar el punto mas bajo de una cordillera de montañas que facilite las nivelaciones.

Considerada cierta extension de un continente se verán cadenas de montañas y cursos de agua atravesando el pais con pendientes mas ó menos sensibles hácia el mar. Examinadas con atencion las cordilleras se notará la posibilidad de trazar sobre su cima una línea tal que las aguas que de ella partan bajen y se extiendan por uno y otro costado de la cordillera, originando dos rios principales con sus repectivos confluentes parciales que cerca de la mar solo tienen un alveo comun. Las líneas, que, á partir de la mar por uno y otro lado del rio, siguen contorneando el valle que le produce, pasando siempre por los puntos mas elevados y divisionarios de las vertientes hasta el nacimiento de las aguas, se llaman *crestas* ó *espinazos*, y el valle ó porcion de pais rodeado por ellas toma el nombre de *cuenca*. Cada rio sigue precisamente la línea formada por los puntos mas bajos de la cuenca; por lo que esta línea se llama *talweg* (palabra alemana que significa camino mas inferior del valle).

El rio divide la cuenca en dos partes inclinadas, que, segun esten á la derecha ó izquierda de aquel (derecha ó izquierda de la persona que mira hácia la corriente), toman el nombre de *vertiente de la derecha ó vertiente de la izquierda.*

Esto dicho, la que parece mejor y mas natural division de un pais, respecto á los negocios que tienen relacion con la navegacion, será la que resulte por número de sus cuencas, designadas cada una por el rio que le dá nombre, que es el llamado principal, de quien todos los demás son tributarios. Se dice así la cuenca del Rhin, la del Sena, la del Tajo, del Duero, del Guadalquivir, &.

Como solamente las nivelaciones son los medios por los que se puede conocer la verdadera posicion de las crestas, resulta que la division de las cuencas nunca tiene aplicacion política ni administrativa.

De las cadenas principales de montañas, cuyas crestas contornean las cuencas de los rios de primer órden, nacen otras secundarias que tienen sus espinazos ó crestas parciales perpendiculares á las principales: asimismo, de las secundarias nacen otras cadenas terciarias, perpendiculares á ellas, y por consiguiente, paralelas á las de primer órden. Entre cada dos cadenas terciarias inmediatas se comprende una cuenca parcial, cuyas vertientes corren por el respectivo talweg, como tributarias de las correspondientes de segundo órden; y estas á su vez siguen por otro para afluir en el talweg principal. Con tales relaciones entre los talwegs y cordilleras, y las consideraciones que siguen, se podrá encontrar á *priori* con el auxilio de una buena carta, la verdadera posicion de una cresta y el punto mas inferior de ella por donde conviene hacer pasar el camino.

Observemos para ello:

1.° Que la cresta de una cadena de montañas puede considerarse recta en la union de los planos que la forman, y tan inclinada en sentido longitudinal como el talweg respectivo.

2.° Que el punto de interseccion de dos ó mas crestas secundarias con la principal es el mas elevado ó un máximun.

3.° Que cuando á una cresta la cortan dos talwegs, el punto de encuentro es un mínimun relativo (canal del Rodano al Rhin).

4.° Que en el encuentro de una cresta principal con otra cresta y un talweg, secundarios, se verifica una inflexion horizontal sin que nada suceda en el sentido vertical.

5.° Que cuando dos talwegs, despues de haber corrido paralelamente, divergen en sentidos opuestos, el punto en que estos talwegs prolongados encuentran la cresta es un mínimun (canal de Crozart y de Languedoc);

6.° Que cuando los dos talwegs corren paralelamente cierta extension de terreno, pero dirigidos en sentido contrario, la cresta debe presentar un punto mínimo en el intérvalo que separa ambos nacimientos (canal del centro en Francia).

1819. Trazado; nivelacion.

Determinada la direccion del camino segun las consideraciones administrativas y geográficas, se pasará á verificar el trazado, ó sea determinar todos los puntos de su eje comprendidos en los llamados principales.

Para esto se fijan diferentes puntos de vista, bien á partir de uno de aquellos ó de otro intermedio que den la aproximada situacion del eje, llevándola idealmente por donde parezca mas conveniente anotando los árboles, piedras grandes, esquinas de cercos de piedra ó ángulos de vallados, &, que marcarán la direccion. Esto hecho se reconocerá el terreno y detallará la *línea de operacion* considerada como eje del camino, usando de jalones ó banderolas que no disten demasiado entre sí para poderlas distinguir perfectamente. Fija de este modo la directriz aproximada, se tratará de obtener el camino mas corto posible, di-

minuir los terraplenes sin pasar de la máxima pendiente de $0^m,05$, evitar dispendiosos trabajos, y elegir el suelo de mejores condiciones, tanto por lo barato de la ejecucion, cuanto porque resulte expuesto al sol del medio dia, y se preste fácilmente á enjugarse ó secarse despues de las lluvias. En un país de montañas el camino debe seguir el fondo del valle á un nivel superior al de las inundaciones, mas si hubiera de bajar de la cima al valle se seguirá la falda de una cadena secundaria.

En país uniforme ó apenas accidentado, la línea de operacion será recta: pero si el terreno estuviera entrecortado por cerros, lagos, rios, edificios, &, se modificará el trazado recto teniendo presentes las anteriores consideraciones de comodidad, economía y solidez.

Si el terreno fuera ligeramente accidentado se fijará convenientemente y con poco trabajo la línea de operacion que haya de servir ó que se adopte provisionalmente por eje del camino: se hará luego una nivelacion á lo largo de esta línea, que se trasladará al papel en escala de $\frac{1}{2000} = 0,005$ (núm. 499), tirando para ello una horizontal en la parte superior, que se considera la traza del plano de comparacion. De paso que se hace la nivelacion, ó despues, se levantará el plano de las inmediaciones del camino, verificando, por último, diversas nivelaciones trasversales, aproximadas unas á otras lo que se crea razonable, segun los accidentes del camino. Con el auxilio de estos trabajos preliminares se estudiará en el gabinete la verdadera posicion del eje. Para mas facilidad y acierto se tendrá cuidado de indicar en los puntos principales, marcados en este plano y perfiles, la calidad del terreno, su valor, nombre del propietario y dificultades de ejecucion que se encuentren.

Para evitar confusion en el órden y resultados de las nivelaciones se consideran dos costados uno á la derecha y otro á la izquierda de la línea de operacion (derecha ó izquierda del observador mirando desde el punto de partida). Se ordenan despues los resultados parciales que se van obteniendo del modo como se indica en las tablas ó cuadros que siguen.

1.° Perfil longitudinal.

PIQUETES.	ÁNGULOS		Distancias de los piquetes.	NIVELADAS		Diferencias.	Cotas.	OBSERVACIONES.
	á la derecha.	á la izquierda.		de espalda.	de frente.			
			m	m	m	m	m	
1.°							100,00	* Naturaleza del terreno, dificultad de ejecucion, nombre de los propietarios, valor de la heredad, &.
»			38,40	−1,20	+1,80	+0,60	»	
2	160°,15′						100,60	
»			32,73	−1,40	+3,80	+2,40	»	
3	180°,0′,0″						103,00	
»			38,45	−2,01	+1,60	−0,41	»	
4	180°						102,59	
»			39,40	−0,06	+5,92	+5,86	»	
5		168°,15′6″					108,45	
&						&		

La 8.ª columna expresa las diferencias de nivel ó distancias verticales de los diversos puntos del suelo en que se hallan los piquetes al plano horizontal de comparacion, que se supone pasar á 100^m del 1.° de estos piquetes (y aun podria ser mayor esta cota si mayor fuera la altura de las montañas mas elevadas que se han de atravesar). Para obtener la cota del piquete núm 2, se sumará con 100^m (cota del 1.°) la diferencia de nivel $1^m,80 - 1^m,20 = 0^m,60$ entre ambos puntos 1

y 2, lo que dá la cota 100^{m},60: para los demás se hará lo propio siempre que las diferencias de las niveladas sean positivas; mas cuando suceda lo contrario, como se vé entre los numeros 3 y 4, se restará de la cota anterior lo que resulte de diferencia, ó bien se sumará la cantidad negativa que aparezca, como en este ejemplo, que nos dá 1,60 — 2,01 = — 0,41; y 103^{m},00 — 0^{m},41 = 102^{m},59.

Para los perfiles trasversales se opera del propio modo que en el caso precedente, disponiendo los resultados como indica la tabla que sigue. La parte de la derecha comprende los piquetes *a*, *b*, *c*, &, de cada perfil trasversal colocados á la derecha de la línea de operacion; la parte de la izquierda comprende los *a'*, *b'*, *c'*, &, de la izquierda de la misma línea: *a* y *a'* son los primeros piquetes á partir de ella; *b* y *b'* los segundos, &. El piquete correspondiente de la línea de operacion es el que sirve de punto de partida respecto al mirar de frente y espalda las nivelaciones que deben hacerse por ambos lados.

2.º Perfiles trasversales.

IZQUIERDA.							Piquetes de la linea de operacion	DERECHA.						
Obser-vaciones.	Cotas.	Diferencias.	NIVELADAS de frente.	NIVELADAS de espalda	Distancias de los piquetes.	Piquetes de los perfiles.		Piquetes de los perfiles.	Distancias de los piquetes.	NIVELADAS de espalda	NIVELADAS de frente.	Diferencias.	Cotas.	Obser-vaciones.
	m													
	100,00						1						100,00	
Natura-del ter-, difi-ıdes de ucion.		m +0,20	m +1,40	m −1,20	m 4,00				m 3,00	m −1,05	m +1,50	m +0,45		* Naturaleza del terreno, dificultades de ejecucion, etc.
	100,20					*a'**		*a**					100,45	
		+0,46	+1,70	−1,24	3,5				2,50	−1,00	+1,50	+0,50		
	100,66					*b'*		*b*					100,95	
		+0,64	+1,78	−1,14	5,54				4,0	−1,25	+2.05	+0,80		
	101,30					*c'*		*c*					101,75	
									3,00	−1,16	+1,06	−0,10		
								d					101,65	
									5,00	−1,03	+2,14	+1,11		
								e					102,76	
	100,60						2						100,60	
		+0,22	+1,55	−1,33	3,17				2,46	−1,14	+4,74	+0,60		
	100,82					*a'*		*a*					101,20	
		+0,14	+1,59	−1,45	4,09				3,40	−1,44	+1,25	−0,19		
	100,96					*b'*		*b*					101,01	
		+0,15	+1,70	−1,55	5,34				6,10	−1,30	+1,25	−0,05		
	101,11					*c'*		*c*					101,96	
		etc.	etc.	etc.	etc.				etc.	etc.	etc.	etc.		
	101,22						3						101,22	
	etc.									etc.				

1820. Cotas de los puntos intermedios.

El terreno comprendido entre dos piquetes sucesivos debe tener una pendiente uniforme, por manera que halladas las cotas c y c' de dos piquetes inmediatos A y B, separados la cantidad d, la cota c'' de un punto intermedio situado á la distancia d' del piquete A, será dada por la fórmula

$$c'' = c + \frac{d'}{d}(c' - c)$$

Si, por el contrario, se quiere tener el valor de d' correspondiente á una cota dada c'', se tendrá

$$d' = d\,\frac{c'' - c}{c' - c}$$

1821. Por medio de los resultados de las dos tablas precedentes se estable-

cerá el plano de la zona nivelada. Se dibujará un perfil longitudinal siguiendo la línea de operacion, sobre la que se tirará otra que indique el eje del camino. Este eje, segun su posicion respecto á la superficie del suelo, hará ver las cantidades de desmonte y terraplen, la distancia de los trasportes, y los puntos en que convendrá modificar el primer perfil. Las cotas indicadas en el plano de la zona nivelada demostrarán cuanto conviene mover el eje á derecha ó izquierda de la línea de operacion para que los desmontes y terraplenes sean los menos posibles, y se compensen los unos con los otros, conciliable el todo con la menor distancia de trasporte. En estas modificaciones del primer perfil no se debe perder de vista que el camino ha de ofrecer siempre un aspecto agradable, siendo en cuanto se pueda lo mas uniforme y con muy pocos recodos.

Una vez obtenido un perfil satisfactorio se le pinta con tinta roja sobre el plano de la zona nivelada, representando así el verdadero eje del camino. En el perfil longitudinal se pintará igualmente roja la línea del proyecto, y con otra negra la del terreno; la cual se hará entre diferentes puntos nivelados. La línea superior que representa el plano horizontal de comparacion, como las que indican las alturas verticales ó cotas diferentes del camino se harán á trazos ó puntos negros.

Dibujado ya el perfil longitudinal en la escala de $0^m,001$ á $0^m,002$ ó menos para las partes horizontales, y en otra de $0^m,005$ á $0^m,01$ para las cotas, se pasará á hacer otro tanto con los perfiles trasversales del terreno y camino, comprendiendo en estos las cunetas y taludes, como se ve en la figura 762.

1822. **Cotas rojas. Puntos y líneas de paso.**

Se llaman cotas rojas las distancias verticales entre los puntos del terreno y los correspondientes del proyecto. Se determinará, por consiguiente, una cota roja por medio de una simple sustraccion, conocidas las cotas del terreno y del proyecto en el punto considerado. Las primeras se obtienen por la nivelacion, y las segundas por la fórmula del número anterior. Si conocida la cota de un punto del proyecto se quiere saber la de otro punto ligado al primero por una pendiente uniforme, y situado á cierta distancia conocida, se agregará á la cota del primer punto, ó se restará de ella, segun que la pendiente descienda ó suba, el producto de la pendiente en cada metro por la distancia horizontal de ambos puntos. Si esta pendiente no fuese uniforme se determinarán sucesivamente las cotas intermedias de los puntos de inflexion.

Para mas facilidad supongamos (*fig.* 762) que la línea del proyecto se establece á 1^m por debajo del terrero en el perfil núm. 2: las cotas del proyecto serán en estos mismos puntos $100+1=101^m$, y $108,45-1,95=106^m,50$, cuya diferencia $5^m,5$ será la total del primero al último en la distancia 129^m; resultando, por consiguiente $\frac{5,5}{129}=0^m,0426$ para la pendiente por metro de camino. Para hallar las cotas del proyecto ó cotas rojas en los puntos intermedios se escribirá

Cota roja en el punto de partida núm. 1.......	101,00
pendiente del proyecto en $38^m,4$ á 0,042 por 1^m...	1,64
Cota roja en el perfil núm. 2.................	102,64
pendiente del proyecto en $32^m,76$................	1,39
Cota roja en el perfil núm. 3.................	104,03
pendiente del proyecto en $28^m,45$..............	1,22
Cota roja en el perfil núm. 4.................	105,25
pendiente del proyecto en $29^m,4$................	1,25
Cota roja en el perfil núm. 5.................	106,50

Si la línea del proyecto subiese en vez de descender, se restarian las pendientes que resultasen de un perfil á otro.

Las cotas rojas de los perfiles trasversales se calculan del propio modo, partiendo de las ya conocidas del perfil longitudinal correspondientes al eje de camino.

1823. Se llama *punto de paso* aquel en que la línea del proyecto encuentra la del terreno para pasar de arriba abajo ó vice-versa. Conocidas las cotas rojas c y c' sobre dos verticales A y B, unidas por medio de pendientes uniformes y separadas entre sí la distancia d, se tendrá la d' de la vertical A al punto de paso por la fórmula

$$d' = \frac{d\,c}{c + c'}$$

$d'' = d - d'$ será la distancia del punto de paso á la otra vertical B, que tambien se podria calcular como la d' haciendo $d'' = \frac{d\,c'}{c + c'}$.

Segun esta fórmula están calculadas todas las distancias horizontales $q\,q'$, $r\,r'$, &, entre los perfiles 4 y 5 para hallar los diferentes puntos de paso p, p', q, r, s, &. Para el r, por ejemplo, se tiene $d = 29^m,4$, $c = 1,7$, $c' = 2^m,2$, y

$$d' = \frac{29,4 \times 1,7}{1,7 + 2,2} = 12^m,8.$$

Unidos entre sí estos diferentes puntos se obtiene la línea contínua $m\ n\ o\ p\ q\ r\ s\ t\ v\ x\ y\ z'$, llamada *línea de paso ó línea azul* porque se suele trazar con este color. Representa la interseccion de las superficies de desmonte y terraplen, supuestas estas, como no hay inconveniente en suponerlo, terminadas por planos; de modo que dentro de la zona comprendida por ambos perfiles 4 y 5, la parte que queda á la izquierda del camino es toda en desmonte, y la opuesta en terraplen.

1824. **Cálculos de desmonte y terraplen.**

Fija la posicion del camino y hechos todos los perfiles longitudinal y trasversales, se investigarán los volúmenes que resultan de desmonte y terraplen, ya para modificar el proyecto si estos volúmenes no se compensaren recíprocamente, como para hallar los diferentes precios de obra y tener el primer dato del presupuesto. Bastará para ello proceder con órden de un perfil trasversal á otro, haciéndose cargo de los diferentes volúmenes que resultan y anotándolos despues de dividir el camino por planos verticales paralelos que pasen por todos los entrantes y salientes del terreno y proyecto. En las vueltas del camino estos planos se sustituyen por superficies cilíndricas paralelas al eje. Antes de todo se habrá tenido especial cuidado en anotar los puntos y líneas de paso que haya, procediendo despues del modo siguiente.

En los espacios como los comprendidos entre los perfiles (1,2), (2,3) y (3,4) (*fig.* 762), cuyas líneas del proyecto pasan por debajo de la superficie del terreno, *Fig.* 762.
resultando todo él en desmonte, y en otros en que sucediere lo contrario por haber de llegar con terraplen al perfil del proyecto, es decir, en los espacios donde en uno ú otro caso no haya puntos de paso, determinadas las líneas extremas A′ C′ B′ D′ (interseccion del proyecto con el terreno), los volúmenes comprendidos entre ellas a, b, c, d, &, serán prismas triangulares, trapezoidales ó rectangulares, fáciles de calcular, pues que tienen por altura comun la distancia horizontal de uno á otro perfil, y sus bases, proyectadas en las líneas (1,1) (2,2), &, tienen su verdadera extension en los respectivos perfiles trasversales. No habrá, por consiguiente, mas que hallar el término medio entre ambas bases para cada uno de estos sólidos y multiplicar por la expresada altura comun. Los diferentes resultados se ponen con órden en una tabla para sumarlos despues y obtener así

el volúmen total que resulte, expresando ser de *desmonte*, como en el caso presente, ó de *terraplen* para uno contrario.

Cuando, como sucede entre los perfiles (4,5), hay puntos de paso, hallados que sean estos y unidos luego con la línea azul, se tendrán los espacios que deben desmontarse y terraplenarse, partiendo de esta línea hasta los perfiles (4,4) (5,5); en cuyos espacios se contienen diferentes volúmenes comprendidos por los planos verticales que pasan por los entrantes y salientes del terreno y proyecto: volúmenes que se anotarán, igualmente que los anteriores, en la tabla de resultados. Consideremos para ejemplo los volúmenes proyectados en el rectángulo $q' r' q'' r''$. La línea de paso $p\ q\ r\ s$, &, los divide en dos por el plano proyectado en $q\ r$, dejando á la izquierda el sólido $q\ r\ q'\ r'$ de desmonte y á la derecha el $q\ r\ q''\ r''$ de terraplen. La base del primero será el trapecio $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta$ del perfil proyectado en $q' r'$, y su altura el término medio de las dos líneas $q\ q'$, $r\ r'$: será, pues, $2,5 \frac{2,64+1,7}{2} = 5^{m2},42$ para la base, y $\frac{16,8+12,8}{2} = 14^{m},8$ para la altura, ó bien $5,42 \times 14,8 = 80^{m3},216$ para el volúmen de desmonte. Lo propio se hará para el de terraplen $q\ r\ q''\ r''$ cuya base $\alpha' \beta' \gamma' \delta'$, proyectada en $q'' r''$, es $2,5 \frac{1,95+2,2}{2} = 5^{m2},19$, y cuya altura $\frac{q\ q'' + r\ r''}{2} = 14^{m},6$ (pues que $q\ q'' = 29^{m},40 - 16^{m},8 = 12^{m},6$, y $r\ r'' = 29^{m},40 - 12^{m},8, = 16^{m},6$ darán el volúmen $5,19 \times 14,6 = 75^{m3},77$. En los demás sólidos de r á s de s á t, &, de q á p' de p' á p, &, se procederá de la misma suerte hasta llegar fuera de los puntos de paso, donde se hará lo explicado en el párrafo anterior para los tramos comprendidos por los perfiles (1,2) (2,3), &.

1825. Se puede seguir análogamente un método mucho mas expedito y muy aproximado al acabado de exponer, apreciando de una vez la superficie de ambos perfiles y tomando su término medio para multiplicarle despues por la altura comun, en vez de hacerlo parcialmente por cada uno de los trozos en que se dividen los diferentes tramos del camino. Para el supuesto de haber línea de paso, como en el tramo (4,5), se encontrará la distancia media d' del punto de paso al perfil de desmonte, por ejemplo, por la fórmula $d' = \frac{d\,S}{S+s}$ poniendo S y s (superficie de los perfiles de desmonte y terraplen) en vez de c y c', cotas de puntos determinados en los mismos. La distancia media d'' del otro perfil sería $d'' = d - d'$. Así, pues, el volúmen D de desmonte resulta $D = d' \frac{S}{2}$, y el T de terraplen $T = d'' \frac{s}{2}$

Combinando estos casos se obtendrán con igual facilidad ambos volúmenes, ya cuando un perfil esté completamente en desmonte ó terraplen, y otra parte en desmonte y parte en terraplen, ó ya cuando se hallen ambos en este último supuesto.

1826. Aproximadamente, y con el fin de abreviar los cálculos, se puede agregar la superficie total de un perfil en desmonte á la total del otro tambien en desmonte, cuya suma multiplicada por la semi-distancia de los perfiles, dará el volúmen de escavacion. Lo mismo se hace para el volúmen en terraplen.

Se vé que por este medio los sólidos son mayores que los resultantes de la línea de paso á los perfiles; pero vale mas en todo caso pecar por exceso que por defecto en toda clase de cálculos.

1827. **Distancias de trasporte.**

Determinados los puntos del camino en que se deben remover las tierras y aquellos á que se deben trasportar, se cuidará de conducir estas con la mayor economía marchando por el camino mas corto ó mas conveniente á este fin, atendido que el precio de un terraplen es proporcionado al volúmen y distancia que se debe recorrer. Se hallará la distancia media D para diferentes volúmenes particulares V, V′, V″, &, cuyas parciales distancias fuesen d, d', d'', &, observando que $D(V+V'+V''+\&)=V\,d+V'\,d'+V''\,d''+\&$; lo que dá

$$D=\frac{V\,d+V'\,d'+V''\,d''+\&}{V+V'+V''+\&}$$

Para otro pedazo de camino y todos los siguientes se procederia del propio modo. Combinando todas las distancias medias que resultaren se vendría á deducir la que fuese el término medio general, cuya expresion sería

$$\Delta=\frac{V\,d+V'\,d'+\&\ldots+Q\,d_{,}+Q'\,d_{,}'+\&\ldots+R\,d_{,,}+R'\,d_{,,}'+\&}{V+V'+\&\ldots+Q+Q'+\&\ldots+R+R'+\&}$$

Con el auxilio de los planos y perfiles se podria venir en conocimiento de las distancias próximas d, d' &, d' $d_{,}'$, &, &, de trasporte en los diferentes trozos del camino: y con las tablas deducidas de los cálculos anteriores se tendrian los volúmenes de desmonte y terraplen, cuyas diferencias manifestarian el movimiento que deberia haber de tierras fuera de la carretera.

1828. El método gráfico siguiente, fácil en la práctica, es uno de los mas exactos que se han propuesto y puede seguirse para investigar la distancia media de trasporte.

Sean 1, 2 y 3 (*fig.* 763) otros tantos perfiles sucesivos entre que se trata de conocer el movimiento de las tierras. Tírese una línea indefinida A B en la que se marquen los puntos a, b, c, cantidades proporcionales á las de los perfiles segun una escala de 0,001 á 0,002, ó mayor si, para evitar cálculos, se quieren tomar y apreciar exactamente las distancias con el compás. En estos puntos $a\,b\,c$, se tirarán perpendiculares á la A B, sobre las que se tomarán en escala de $0^{m},005$ longitudes proporcionales á las superficies en desmonte de los perfiles correspondientes, y por debajo las respectivas de terraplen. De modo que si la superficie de desmonte en el perfil núm. 1 es $15^{m2},5$, y la de terraplen $8^{m2},46$, se tomarán $a\,d$ igual á una longitud que represente $15^{m},5$ y $a\,e$ á otra de $8^{m},46$. Igualmente, si en el perfil núm. 2 las superficies de desmonte y terraplen son respectivamente $7^{m2},40$ y $3^{m2},5$, se tomarán $b\,f=7^{m},4$ y $b\,g=3^{m},5$. *Fig.* 763.

El volúmen de desmonte entre los perfiles (1,2), igual á la semi-suma de estas superficies multiplicada por la distancia de aquellos,

$$\frac{15,5+7,4}{2}\times 30=343^{m3},5,$$

tendrá por representacion en la tabla gráfica el área del trapecio $a\,b\,f\,d$. Por la misma razon, el volúmen del terraplen comprendido entre los perfiles (1,2), igual á $\frac{8,46+3,5}{2}\times 30=179^{m3},4$, estará representado por el área del trapecio $a\,b\,g\,e$.

Tomando $c\,i=3^{m},62$, y tirando la $f\,i$, el punto k representará la posicion media de la línea de paso de la parte en desmonte del perfil 2 á la parte en terraplen del perfil 3. El volúmen de desmonte le indicará el triángulo $b\,k\,f$, y el de terraplen correspondiente el triángulo $c\,i\,k$. La otra parte del terraplen comprendido entre los perfiles (2,3) se representa por el trapecio $b\,c\,h\,g$: de modo

que construyendo $h\,l\,k''$ equivalente al triángulo $c\,i\,k$, lo que se hace simplemente tomando $h\,l = c\,i$, el área del polígono $b\,c\,l\,k\,g$ representará el volúmen total de terraplen entre los perfiles (2,3).

Si la escala de la figura fuese grande, bastaria tomar en ella las diferentes distancias que á continuacion se deducen por el cálculo. Mas en otro caso ó cuando se quiera proceder con mas rigor se hará como sigue.

La distancia $b\,k$ al punto de paso es (número 1823)

$$b\,k = \frac{50 \times 7,4}{7,4 + 3,62} = 33^m,57,$$

y por consiguiente $k\,c = 50 - 33,57 = 16^m,43$: el área del triángulo $b\,k\,f$ será entónces $\frac{7,40 \times 33,57}{2} = 124^{m^2},21$, que representa el volúmen del desmonte comprendido entre los perfiles (2,3).

Además, $k\,k' = b\,g + (c\,h - b\,g)\frac{b\,k}{b\,c} = 3,5 + (10,4 - 3,5)\,\frac{33,57}{50} = 8^m,13$:

por lo que el trapecio $\qquad b\,k\,h'\,g = \frac{3,5 + 8,13}{2} \times 33,57 = 195^{m^2},38;$

y el $\qquad k\,c\,l\,k' = \frac{8,13 + 14,02}{2}\ 16,43 = 182^{m^2},05;$

por consiguiente, la superficie del polígono $b\,c\,l\,k'\,g$ será $195,38 + 182,05 = 377^{m^2},43$; valor que dá el volúmen total del terraplen comprendido entre los perfiles (2, 3).

Veamos ahora la compensacion entre el desmonte y terraplen. Tómese para el trozo (1, 2) $a\,m = a\,e$, y $b\,n = b\,g$; con lo que la parte $a\,b\,m\,m$ del desmonte servirá para hacer el terraplen $a\,b\,g\,e$ sin trasporte alguno en la direccion longitudinal del camino. El restante $m\,n\,f\,d$, cuyo valor es $343,5 - 179,4 = 164^{m^3},1$ se deberá trasportar al espacio (2, 3), ó mas lejos. Entre estos últimos perfiles (2, 3) el triángulo en desmonte $b\,k\,f$, se coloca directamente sobre el $b\,k\,o$, ó mejor sobre el poligono $b\,k\,o'\,g$ haciendo el triángulo $k\,o'\,p$ equivalente al $o\,p\,g$. Queda, pues, entre estos dos perfiles un exceso de terraplen representado por el poligono $k\,c\,l\,k'\,o'$, diferencia entre el polígono $b\,c\,l\,k'\,g$ y el triángulo $b\,k\,f$, ó en números,

$377,43 - 124,21 = 253^{m^3},22$: así los $164^{m^3},1$ de exceso de desmonte entre los perfiles (1, 2) se emplearán en terraplenar estos $253^{m^3},22$, quedando aun un exceso $= 253,22 - 164,1 = 89^{m^3},12$ representado por el trapecio $c\,l\,g\,r$, de que faltan conocer $r\,c$ y $r\,q$.

Cuando r está en c, $r\,q = l\,c$, y cuando está en k, $r\,q = k\,k'$: así para una distancia $c\,k = 16,43$, $c\,q$ disminuye $c\,l - k\,k' = 14,01 - 8,13 = 15^m,89$; lo que dá $0^m,36$ por metro. Esto asi, se tiene

$$89,12 = r\,c\ \frac{14,02 + (14,02 - r\,c \times 0,36)}{2} \qquad \text{y} \quad r\,c = 6,98$$

Será pues,

$$k\,r = 16,43 - 6,98 = 9^m,45,\ \text{y}\ r\,q = 14,02 - 0,36 \times 6,98, = 11^m,51.$$

Falta averiguar la distancia media horizontal que se debe recorrer para trasladar el desmonte representado por el trapecio $m\,n\,f\,d$ al terraplen figurando por el pentágono $k\,r\,q\,k'\,o'$. Esta distancia es igual á la de los centros de gravedad de estos poligonos, medida segun A B. No habrá, por consiguiente, mas que hablar los centros de gravedad de estas figuras: para lo cual se dividirán en triángulos y se operará como se explicó en el número 538. Se hallarán así los E

y P para los dichos trapecio *m n f d* y pentágono *k r q k' o'*, resultando las distancias E f = 16^m,43, y T P = 0^m,30, que unidas á la $b\,k$ = 33^m,57, darán la total horizontal 50^m,30. Cuando la escala es grande, estas distancias difieren poco de la exastitud.

1829. Influencia de las rampas sobre las distancias de trasporte. Una rampa ascendente de desmonte ó terraplen aumenta necesariamente el trabajo, puesto que además del gastado para el trasporte horizontal se deben aun elevar los materiales. Está visto experimentalmente que el trabajo necesario para subir una rampa con $\frac{1}{8}$ de pendiente, esto es, que tenga 20^m de base por 2^m,5 de altura, es el mismo que para marchar ó recorrer 30^m horizontalmente. Mas como la pendiente de $\frac{1}{8}$ es demasiado penosa, convendrá adoptar la de $\frac{1}{12}$ y considerar como equivalente de la distancia horizontal 30^m una rampa de 20^m de base por 1,^{m}65 de altura. Asi, pues, considerando que para elevarse á la altura H se necesita recorrer una rampa de 12 H de base, como 20^m de esta rampa equivalen á 30^m de trasporte horizontal, 1^m equivaldrá á 1^m,5 y los 12 H á 12 H $\times$ 1,5 = 18 H: lo que viene á agregar 6 H al espacio realmente recorrido en sentido horizontal. Este espacio no debe nunca ser menor que 12 H; mas si lo fuera alguna vez por cualquier motivo que á ello obligue, se adoptará un camino de dos ó mas direcciones, dispuesto de manera que el obrero pueda pasar fácilmente de uno á otro con su carretilla.

Supongamos ahora el foso A B C D (*fig.* 764) cuyas tierras hayan de formar el caballero ó parapeto E F G H; y sean G el centro de gravedad del foso, G' el del caballero y $h\,h'$ las distancias verticales de estos centros de gravedad á la horizontal A Y. Para llevar al punto D las tierras escavadas se necesita igual trabajo que si toda la masa estuviese reconcentrada en G: por consiguiente el trabajo desarrollado será el mismo que para trasportar la masa á una distancia horizontal igual á 18 h: por igual razon el desarrollo para el trasporte de las tierras desde E á los demás puntos del parapeto será igual al que se necesita para recorrer el espacio horizontal 18 h'. El trabajo total producido equivaldrá, por tanto, á un trasporte horizontal á la distancia 18 $(h + h')$ + D E. Además, las rampas que exige este trabajo para elevar las tierras 1° al punto D, y del E á los diferentes del parapeto, estando espaciadas 20^m, cada una de ellas recibirá las tierras hasta la distancia de 10^m por cada lado; lo que exige aun para toda la masa un trasporte horizontal á una distancia media de 5^m: y como este trasporte corresponde al de la escavacion y relleno, se deduce que el acrecentamiento total de la distancia de trasporte es de 10^m, y la total recorrida *Fig.* 764.

$$18\,(h + h') + \mathrm{D\,E} + 10^m.$$

En las circunstancias ordinarias del trasporte en pendiente se toma para la distancia horizontal 18 veces la diferencia de nivel entre los centros de gravedad de la escavacion y relleno, mas la distancia del borde del foso al principio del parapeto, mas aun 10^m por el trasporte normal sobre las rampas. Así que, en el caso precedente, siendo V el volúmen de la tierra trasportada, el trabajo producido puede estar representado por

$$\mathrm{V}\,(18\,(h + h') + \mathrm{D\,E} + 10^m).$$

Si el peso fuere levantándose desde A hacia Y, $h + h'$ sería, como en el caso de un terreno horizontal, la diferencia de nivel de los centros de gravedad G, G': si, por el contrario, el suelo descendiera, se reemplazaría 18 $(h + h')$ por la suma de la distancia horizontal del centro de gravedad G al punto D, y de la del centro de gravedad G' al punto E, aumentada en 6 veces la diferencia positiva de nivel del centro de gravedad G al punto E: este mismo valor sería el que

se debería sustituir á 18 $(h+h')$ en el supuesto de que las líneas G D y G' E fueran inclinadas á lo menos $\frac{1}{12}$: en este último caso se aumentaría E D en 6 veces la altura del punto E sobre el D.

1830. Datos para los presupuestos respecto á la escavacion y trasportes.

Escavacion. Se hace ordinariamente este trabajo á jornal ó por tareas; cuyos precios varian mas ó menos en diferentes paises y pueblos, segun el valor estimado del trabajo, poblacion de que laborariamente se pueda disponer, y circunstancias especiales que puedan contribuir á encarecer ó abaratar el jornal. De todos modos, el dato mas esencial que debe tenerse en cuenta para valuar el gasto es la naturaleza del terreno y los medios de ejecucion.

Bajo el primer aspecto pueden considerarse las calidades siguientes de terrenos: de *turba* ó *fango*, de *tierra pantanosa, ordinaria* y *franca muy ligera*; de *arena menuda* ó *grava suelta*; *tierra franca ordinaria*; *grava muy comprimida*; *arcilla, greda, marga; toba ordinaria* ó *mezclada de piedra*, petrificada ó *gravosa*; y por último, de *roca*.

Respecto á la ejecucion, los terrenos fangosos, ordinarios, y de arena suelta se escavan y levantan regularmente con solo la pala sin que preceda el azadon. Para los de tierra franca ordinaria, grava comprimida, arcilla y greda, se escavan con el azadon antes de usar de la pala para cargarlas; lo que ofrecerá mas ó menos dificultades segun el grado de consistencia de las tierras. A veces convendrá minarlas, tanto mas si el desmonte es de una altura considerable. Los terrenos de toba ordinaria y petrificada ó gravosa, como asimismo los de roca blanda exigen para su remocion medios mas poderosos que el azadon; ordinariamente se les hacen grandes cortes ó pequeñas zanjas con el pico, en que se introducen cuñas, golpeándolas hasta lograr se separen masas ó pedazos de suficiente grueso. Cuando la roca es muy dura, como el granito, mármol, &, precisa emplear el barreno ó petardo, haciéndole de $0^m,5$ á $1^m,5$ de profundo, segun la naturaleza de la piedra, bien cargado de pólvora y atracado fuertemente de modo que la explosion desprenda la masa en diferentes partes. Para ello se usará de una barra con la punta acerada, sobre la que se golpea con martillo de hierro; ó bien, si la barra es larga y pesada, la levantará y dejará caer el operario sobre el mismo sitio volviéndola á derecha ó izquierda, como todos saben hacer ordinariamente. Verificado ya y limpio el agujero se introduce la pólvora hasta la 4.ª ó 3.ª parte de su altura; dejando en un costado una aguja que proporcione comunicacion al cebo. El atraque se hace en todo barreno á capas de greda golpeándolas cuidadosamente con un mango de madera. La aguja se remueve á cada capa de atraque, á fin de que no se pegue la greda: despues de esto y fuera ya la aguja se hace una concha que se pone en el extremo del oido; el cual se llena de pólvora ó en el que se introduce un cebo cualquiera para darle fuego con un fraile. Cuando convenga ahorrar la pólvora y no importe que las masas de roca desprendidas sean grandes, se puede interpolar entre aquella cierta cantidad ($\frac{1}{2}$ ó $\frac{1}{3}$ de la carga) de aserrin seco de madera de olmo ó haya.

Se desmontan igualmente las rocas en grandes masas abriendo cámaras ú hornillos en el fondo de los barrenos por medio del ácido muriático segun el sistema de Courbebaise; ó estableciendo los expresados hornillos como en las galerías de de minas, ó bien empleando en vez de pólvora el polvo lito-fractor, que tiene la propiedad de no estallar al abrir la piedra en multitud de pedazos, evitando así el peligro que la pólvora ofrece. Para dar fuego se hace uso ventajosamente de la electricidad, cuyos detalles no nos detenemos á explicar.

La siguiente tabla, resultado medio de los experimentos y observaciones por

varios autores, indica el tiempo que en Europa se emplea para ejecutar diferentes trabajos de escavacion, siendo de 10 horas el dia laborario. Estos números, sin embargo, solo pueden servir de guia en los experimentos que convendrá hacer en cada localidad.

INDICACION del trabajo.	Tiempo invertido.	INDICACION del trabajo.	Tiempo invertido.	INDICACION del trabajo.	Tiempo invertido.	INDICACION del trabajo.	Tiempo invertido.
Escavacion.	*horas.*	*Escavacion, elevacion y carga.*	*horas*	2.ª *Escavacion.*	*horas.*	TRASPORTE.	*horas.*
De 1m³ de tierra ordinaria....	0,7	De 1m³ de tierra ordinaria arrojada de 2 á 4m y elevada á 1m,6.	0,8	De 1m³ de tierra ordinaria.....	0,4	1.º En carretillas á 30m de distancia.	
Id. id. de turba ó fango........	1,4	Id. id. de arena ó tierra mojada cargada en carretilla	1,43	Id. id. tierra ligera.........	0,88	De 1m³ de tierra ordinaria.....	0,5
Id. id. arena menuda ó grava suelta........	0,9	Id. id id. elevada á 1m,6 ó arrojada de 2 á 4m, ó cargada en carro........	1,67	Id. id. id. fuerte ordinaria.....	1,44	Id. id. tierra pedregosa y gredosa.........	0,5
Id. tierra franca y muy ligera..	0,8	Id. id. escavada y arrojada....	1,00	Id. id. id. pedregosa muy dura	1,7	*En Chirrion.*	
Id. id. tierra franca ordinaria...	0,9	Id id. de tierra ligera.......	1,76	Id. toba ordinaria..........	2,0	1m³ tierra ordinaria.........	0,4 á 0,5
Id. id. grava muy comprimida...	1,5	Id. id. tierra ordinaria......	2,00	Id. id. toba muy dura.........	7,7	Id. id. roca esquistosa	1,28
Id. id. de arcilla ó greda......	1,0	Id. id. tierra dura pedregosa..	3,4	Arrojado con la pala 1m³ de tierra ordinaria...	0,4	Tierra dura y pedregosa......	0,5
Id. id. de marga..........	2,0	Id. id. toba ordinaria........	4	Tierra dura, pedregosa ó gredosa.........	0,5	Allanamiento del terreno despues de un desmonte ó terraplen.	
Id. id. de toba ordinaria.....	3,5	Id. id. toba dura.	5,5	Tomado nuevamente y vuelto á cargar en carretilla 1m³ de tierra ordinaria	0,4 á 0,5	De 1m³ de tierra ordinaria franca y arenosa...	0,1
Id. id. toba mezclada de piedras.........	5,0	Id. id. terreno cenagoso.......	1,9	Id. de tierra dura pedregosa y gredosa......	0,5	Id. id. de greda, tierra dura, pedregosa y toba	0,13
Id. id. toba petrificada......	5,6	Id. id roca con barreno.....	6,0				
Id. id. id. gravosa.......	6,0	Id. id. arena....	0,48				
Id. id. roca estraida con el petardo	5,5						

Respecto al peso de 1m³ de estos materiales, veáse la primera tabla del número 509.

1831. Trasportes.

Se hacen arrojando las tierras con la pala, cuando la distancia horizontal no excede de 2 á 3m, ó elavándolas á 1m,6 de altura, como acabamos de anotar en la tabla anterior; mas cuando la distancia sea mas considerable se hace uso de las *carretillas, carros de mano, carros de cajon ó chirriones, torno* (en caso de ascender verticalmente) y *wagones-volquetes* sobre carriles de hierro. (*figs* 884 y 885).

1.° *Trasporte en carretillas.* Segun los números 550 al 554, que deben consultarse para lo que vamos explicando, la carretilla solo tiene de capacidad 0,03 ó $\frac{1}{33}$ de metro cúbico. Si, pues un obrero puede cargar 15m³ de tierras en 10 horas de trabajo, por cada 0m³,03 ó por cada carretilla empleará 72″; y si en las expresadas 10 horas de trabajo recorre una distancia de 30000m, en los 72″ andará 60m. De estos 60m la mitad son de ida y la mitad de vuelta; por lo que la mayor distancia que deberá recorrer el operario para producir los 15m³ en las 10 horas de su trabajo será de 30m. Esto en el supuesto de que no se paralicen las faenas,

para cuyo efecto se ordenarán de modo que unos operarios descansen mientras que trabajan los otros; y aun así deberá rebajarse alguna cosa de los 15^{m3} por cada jornalero en razon á la desigualdad del paso, fuerzas, voluntad de trabajar, y paradas propias é imposibles de evitar en la mayor parte si no en todos los peones; ya por la fatiga que unos pretextan, ya por los descansos mas ó menos prolongados en los puntos de partida, &. Admitidos, sin embargo, estos números como datos, resulta que si el jornal de un peon es de 5 reales vellon para los 15^{m3} á 30^{m} de distancia, el metro cúbico saldrá á $\frac{5}{15} = 0^{rvn},33$: á 60^{m} resultará el 1^{m3} á $0^{rvn},66$; y á 90^{m} á 1 real próximamente.

2.° *Trasporte en carros de mano ó carretones.* La capacidad de uno de estos carros (tirado por 3 hombres), es de unos $0^{m3},2$. Si admitimos como anteriormente que se anden 30000^{m} en 10^{h}, y que se tarde $0^{h},02$, en la carga y descarga resultará para el tiempo empleado en el trasporte de los $0^{m3},2$ á 30^{m}, ó 60^{m} con la ida y vuelta

$$0,02 + \frac{10 \times 30 \times 2}{30000} = 0^{h},04$$

Para trasportar 1^{m3} á igual distancia se necesitarán $0^{h},2$; luego en 10^{h} se conducirá 50^{m3}, ó mas de 15^{m3} por cada uno de los 3 peones empleados en el carro.

Si la distancia del trasporte fuese doble, el tiempo por cada carro sería $0,02 + 0,04 = 0^{h},06$; y para 1^{m3} $\frac{0,06}{0,2} = 0^{h},3$. A 90^{m} el tiempo seria respectivamente $0^{m},08$ y $0^{h},4$. Siendo, como antes, el jornal de $5r^{s}$. por cada peon en 10 horas, el de los 3 empleados en el carro será $15\,r^{s}$, y el precio por 1^{m3} para 30,60 y 90^{m} de distancia resultaría de 0,3, 0,6, y 0,9 de real. Se ve por semejante deduccion la ventaja del trasporte en carro de mano respecto al verificado con la carretilla.

3.° *Trasporte en chirrion.* Cuando se trasportan las tierras á una gran distancia se hace uso del carro cerrado ó encajonado, llamado *chirrion*, que tira un caballo ó una mula. Su capacidad llega á $0^{m3},5$ y aun mas.

El tiempo necesario al trasporte en un chirrion se puede considerar dividido en 3 partes:

1.° El necesario para la carga. Suponieudo siempre que un hombre pueda cargar 15^{m3} de tierra en 10 horas, si se representa por C la capacidad del carro, y por N el número de cargadores, este tiempo será $\frac{10\,C}{15\,N}$. El número N no debe pasar de 3, incluso el conductor.

2.° El tiempo necesario á la conduccion. Un caballo puesto al tiro anda 30000^{m} en 10 horas: asi, para recorrer D distancias de 30^{m} á la ida y á la vuelta necesita

$$D\frac{10 \times 60}{30000} = 0,02\,D \text{ horas.}$$

3.° El tiempo necesario para descargar y poner en marcha el carro. Este tiempo se evalua en $0^{h},033$.

Teniendo estos diferentes datos de tiempo respecto á la capacidad C, se obtendrá el necesario á 1^{m3} de tierra multiplicando aquellos por $\frac{1^{m.}}{C^{m3}}$: será, pues,

$$T = \frac{\frac{10\,C}{15\,N} + 0,02\,D + 0,033}{C}$$

Si $N=3$ $D=3$ y $C=0^{m3},5$, resulta $T=0^h,408$.

Poniendo dos carros, á fin de que el uno cargue mientras el otro marcha y descarga, resultará $N=4$ (3 cargadores y un conductor). Evaluando el jornal de cada carretada á 10 r^s. y el de cada peon á 5, se tiene para cada tres espacios de á 30^m, ó para cada 1^{m3},

por 4 jornaleros á $5^r=20$ r. en 10 horas.

$$ó\ \frac{20^r\times 0,408}{10}=0^r,816 \text{ en } \left.\begin{array}{r}0^h,408\\ \text{mas otro tanto por los dos carros, } 0,408\end{array}\right\}=1^r,632 \text{ por } 2^{m3};\ ó\ 0^r,816 \text{ por } 1^{m3}$$

Como el precio que resulta es mayor que en los otros casos, no se deberá emplear este medio de conduccion sino para distancias grandes, y cuando se vea experimentalmente que pocos trabajadores pueden cargar dos carros. A 150^m, por ejemplo, que es el quintuplo de la distancia de 30^m, se necesitarían 3 carros para que hubiese uno cargado constantemente; en efecto, el tiempo necesario al movimiento hasta la descarga es $\frac{10\times 150\times 2}{30000}=0^h,1$; y para descargar 1^{m3} y volver al sitio de la carga $3\times 0,1+0,033=0^h,33$: y como cada 3 cargadores solo emplean $\frac{10\,C}{10\,N}=0^h,11$ para la carga, en $0^h,33$ podrán cargar 3 carros, de modo que siempre habrá trabajo constante. De este modo, cuando descargue el primer carro sale el 2.°, y cuando el 1.° está de vuelta, el 2.° descarga y el 3.° sale: al volver á vaciar el 1.° en el tiempo $0^h,33$ se han descargado 2^{m3} de tierra (1 por los dos viages del primer carro y otro por los del 2.° y 3.°). Tenemos, por cosiguiente, para el precio; 3 carros á 10^r y 5 peones (2 de ellos conductores) á 5 r ó 55 r en 10 horas, ó sea $\frac{55\times 0,33}{10}=1^r,82$ en 0,33 horas para 2^{m3}, que dá $0^r,91$ por cada metro cúbico: resultado muy beneficioso por ser poco mayor que el anterior cuando la distancia era la quinta parte.

4.° *Trasporte vertical.* Cuando se trate de llevar las tierras verticalmente se pueden colocar peones á diferentes alturas espaciados $1^m,65$, y contar que cada obrero en las 10^h puede arrojar 15^{m3} de tierra de un piso á su inmediato. Se pueden tambien disponer rampas que tengan 20^m de base por $1^m,65$ de altura, equivalentes á tramos horizontales de 30^m. En muchos casos se verá precisado á levantar las tierras en toda la vertical desde el fondo á la meseta: en este supuesto debe emplearse el cabrestante ó torno, cuyo árbol tiene ordinariamente $0^m,2$ de diámetro y 1^m de longitud; la manivela tiene $0^m,4$ de rádio, la cuerda $0^m,03$ de grueso, y el cajon ó ceston en que suban las tierras $0^{m3},033$ de capacidad.

Siendo $20''=0^h,00556$ el tiempo que este emplea en elevarse 5^m, para subir $1^m,65$ necesitará $\frac{0,00556\times 1,65}{5}=0^h,00183$: y como al descender los 5^m emplea solo $0^h,00417$, por $1^m,65$ tardará $0^h,00138$. Además, para cargar y descargar necesita $45''=0^h,01251$; de todo lo que resulta que para elevar el contenido $0^{m3},033$, á una altura de D espacios de $1^m,65$ será preciso el tiempo representado por la fórmula.

$$t=D\,(0,00183+0,0138)+0,01251.$$

Si $D=3$, por ejemplo, $t=0^h,02214$

El tiempo es necesario para elevar 1^{m3} es $T=\frac{t\times 1}{0,033}$; y para cuando $D=3$,

$$T = \frac{0,02214}{0,033} = 0^h,671.$$

Para la maniobra de esta máquina se necesitan 5 hombres; 1 para llenar el ceston, 2 para las manivelas, y 2 para vaciar: los 4 últimos alternan en su trabajo. Suponiendo, como antes, que el jornal de un obrero sea de 5 reales, que dá $2^r,5$ en 1^h por los 5, cada metro cúbico de tierra elevada á 3 tramos costará $2,5 \times 0,671 = 1,68$ reales.

Tres obreros puestos á $1^m,65$ uno de otro bastarian para llenar con la pala 15^{m3} de tierra al dia, que costarían 15 reales ó 1 por 1^{m3}. De modo que cuando sea posible este medio se sustituirá al del torno.

5.° *Trasporte sobre carriles de hierro.* Cuando las distancias son considerables y se desea celeridad en la ejecucion, los trasportes se hacen en wagones-volquetes (*figs.* 884 y 885) que ruedan sobre carriles de hierro, ya se empleen en el tiro caballos naturales ó bien locomotoras. Lo primero tiene la ventaja de la economía, lo segundo la de la prontitud.

Los wagones contienen $1^{m3},5$ de capacidad. Tres caballos pueden tirar de 10 con la velocidad de 25.000^m por dia laborario; y una locomotora, cuyo cilindro tenga $0^m,15$ de diámetro, tirará de 20 con la velocidad de 100.000^m en igual tiempo. El perdido en la carga y descarga, cualquiera que sea el medio empleado, es de 10 minutos.

Cuando se efectua el trasporte con caballos se necesitan, para 600^{m3} en 10^h, 150 wagones (80 en la carga y descarga, 40 sobre el camino, 10 de reserva y 20 en reparacion). Con las locomotoras se emplean ó consideran necesarios 132 wagones (80 en la carga y descarga, 20 en camino, 10 de reserva, 20 en reparacion y 2 intermedios para llevar y tomar el material). El número de locomotoras debe ser doble del necesario.

En Francia sale el precio total por cada 1^{m3} de trasporte á 1000^m, en 2,3 francos, sobre un camino en descenso de 0,004; á $2^f,37$ sobre un camino horizontal, y á 2,52 sobre un camino en ascenso de $0^m,004$ por metro. En estos mismos caminos el aumento de gasto para un exceso de 1000^m de distancia en el trasporte, es respectivamente $0^f,034$, $0^f,039$ y $0^f,0466$.

Efectuando el trasporte por medio de planos automotores lo que se hace cuando las tierras desmontadas deben descender á una gran profundidad, se necesita el mismo número de wagones que cuando se verifica el trasporte con caballos; el precio por cada metro cúbico á 1000^m es poco menor, ó próximamente igual que sobre el camino horizontal, cuando el plano automotor llega á 200^m de longitud y 0,05 de pendiente; lo que basta á que los wagones adquieran el suficiente impulso para recorrer de seguida una distancia de 800^m: con mayor pendiente se estaría expuesto á una velocidad por la que se puede temer peligro.

1832. **Forma y construccion de las calzadas.**

Solo hay tres formas que se pueden imaginar para la superficie de los caminos, de las que la tercera es la mas generalmente admitida, si bien la segunda se emplea en el faldeo de las montañas. Consisten: 1.° en hacer cóncavo el perfil trasversal por medio de una curva ó dos líneas inclinadas; 2.° en dejarle plano segun una línea horizontal ó inclinada, y 3.° en hacerle convexo ó bombeado por dos líneas ó una curva contínua. En las calles de los pueblos se usa á veces una cuarta forma, combinacion de la tercera y segunda haciendo convexa la parte central y planas las laterales, con pendientes hácia los bordes de la calzada para tener dos arroyos que dén salida á las aguas. Esta disposicion tiene la ventaja de evitar las cunetas y proporcionar vertederos á las aguas de las casas.

La primera de estas formas, recomendada por M. de Trésaguet para el perfil en paises montañosos, ofrece la conveniencia de sustituir las cunetas con el arroyo central, y la de prestar seguridad á los transeuntes, por la circunstancia de poder establecer una banqueta al lado del precipicio; pero el inconveniente de lo muy pronto que se destruye la calzada, por el arrastre de los materiales que la componen, ha hecho desistir de semejante sistema que solo se aplica á las calles empedradas de algunas poblaciones.

La segunda forma ofrece casi los mismos inconvenientes, puesto que á poco uso del camino se gasta la parte central en que es mayor el tránsito, quedando entonces cóncavo el perfil. No obstante se emplea esta forma en caminos de montaña, aunque dando á la superficie una inclinacion mas ó menos sensible.

La tercera es indudablemente la mas ventajosa de todas estas figuras por satisfacer mejor la esencial condicion de un buen camino; cual es, la mas pronta y fácil sequedad, sin dejar permanecer constante y perfectamente unida la superficie.

1833. El *bombeo ó convexidad* del firme, cuyo objeto es dar salida fácil á las aguas, tiene su límite natural establecido por la consideracion de cuanto se dificulta la marcha por un plano inclinado, y del peligro que puede ofrecer á los transeuntes cuando es excesivo; además, la poca uniformidad del asiento que en este caso puede tener la calzada, pues que el piso es desigualmente comprimido de los orillas al centro, haría inservible el camino en poco tiempo. El perfil que parece evitar estos inconvenientes, conciliable con las ventajas que se desean obtener, es el de un arco de círculo, cuya flecha sea $\frac{1}{50}$ de la cuerda.

1834. El *espesor* que se debe dar á la calzada no ha de ser mayor que el necesario para mantener seco é impermeable el fondo en que ella se establece, supuesto un entretenimiento constante que reponga el material gastado por el tránsito; en cuyo caso basta que se le den de 20 á 25 centímetros, y al máximun de 40 á 45. Para demostrar este principio expone M. Mac-Adam que, no pudiendo ser mejor ningun camino artificial que el terreno natural en estado perfecto de sequedad, el espesor que se dé á la calzada solo será importante en el concepto de poder formar una cubierta impermeable sobre el fondo, capaz de soportar el peso y resistencia á los choques de los diferentes objetos del tránsito, pues si no cumpliendo con la primera condicion llegase á penetrar el agua hasta la caja, cedería prontamente el firme cualquiera que fuera su espesor. En las calles y caminos empedrados, donde no puede tener lugar la impermeabilidad, la resistencia del firme se consigue con la presion recíproca de las piedras que le componen.

1835. *La caja* del camino se hace inmediatamente despues de verificados los desmontes y terraplenes; para lo cual se escava la parte que ha de ocupar el firme, echando á los lados las tierras que han de formar los paseos. El fondo de la caja se deja horizontal, con el fin de que resulte mas altura en el medio del camino donde naturalmente es el tránsito mayor: no obstante, por lo visto experimentalmente, parece que, pues no se puede impedir del todo la filtracion á traves de la calzada, será preferible dar al fondo de esta el mismo perfil que tenga el exterior; lo que hará no se detengan las aguas que lleguen á la caja, sino que, por el contrario, correrán hácia los paseos, cuya sequedad no es de tanta importancia como la recomendada para el lugar que ha de ocupar el firme.

1836. La *anchura de las bermas ó paseos* es muy variable, pero subordinada siempre á la que se adopte para el firme. Se les debe considerar como suplementos poco costosos de una calzada insuficiente por su anchura al tránsito y seguridad de los pasajeros.

1837. Establecidas ya las dimensiones que, en general, han de tener las *cunetas*, solo nos resta por decir que en todos casos debe hacerse que su capacidad sea suficiente á contener todas las aguas pluviales que á ellas concurren; procurando, además, dar á estas fácil salida por medio de las vertientes naturales y el descenso ó pendiente longitudinal. Deberán, por consiguiente, hacerse de trecho en trecho pequeñas alcantarillas ó tageas en los puntos mas inferiores y por debajo del camino, ó bien arroyos al descubierto, cuyo fondo se componga de un fuerte empedrado ó enlosado.

En el artículo siguiente se tratará del saneamiento de los taludes.

1838. Calzadas empedradas y enlosadas.

Las calzadas empedradas se ejecutan poco mas ó menos de igual manera en casi todos los paises. Las piedras que para ello se emplean son graníticas areniscas, basálticas, porfíricas, esquitosas, calcáreas y siliceosas ó cantos rodados. A excepcion de estas últimas, que se emplean tales como se las encuentra, pero elegidas de tamaño próximamente igual, se labran las de las otras especies en forma prismática ó piramidal, cuyas dimensiones varian de 16 á 25 centímetros.

En las poblaciones se han ensayado y siguen haciéndose hoy dia diferentes pruebas de pavimentos de madera, de tierra cocida y materias vitrificadas; de losa cuadrada ú oblonga (en bruto ó labrada), de adoquines prismáticos ó adovelados, &. Sistemas todos que tienen sus ventajas relativas, sin haber podido aun conciliar completamente ninguno de ellos las condiciones de la mayor economía en su entretenimiento y bondad en la superficie para el mas cómodo y fácil tránsito.

Los principios que, en general, deben tenerse presentes para el establecimiento de esta clase de calzadas son:

1.° Que los materiales tengan igual dureza, para que, resistiendo uniformemente, no aparezcan varios resaltos en el piso, que son la causa principal de su descomposicion por los choques de las ruedas al salvar estos vacios ó baches.

2.° Que la pendiente para correr las aguas sea de $\frac{1}{50}$ como ya dejamos anotado.

3.° Que se coloque por ambos bordes de la calzada á soga y tizon una hilera de piedras rectangulares de doble superficie á lo menos que las ordinarias.

4.° Que se liguen estas piedras á los paseos por medio de un cascajeado, con el fin de evitar la notable desigualdad de presion en las ruedas que salgan fuera del firme, particularmente en el invierno ó tiempo lluvioso.

5.° Establecer la calzada, en cuanto sea posible, sobre un suelo incompresible y elástico; á cuyo fin se cubrirá el fondo de la caja con una capa de arena de $0^m,10$ á $0^m,15$ de espesor. Sobre esta cama se colocan las piedras á juntas encontradas y en hilades perpendiculares al eje de la calle ó camino. Las juntas pueden tener unos 2 centímetros de espesor, que se llenan de arena y aun mortero encima de ellas. Con piedras de 22 á 23 centímetros de lado se necesita $0^{m3},18$ de arena por cada metro cuadrado de pavimento; $0^{m3},13$ para la cama y $0^{m3},05$ para las juntas y cubierta superior.

Puestas las piedras se les pasa un rodillo por encima ó se apisonan con uniformidad para afianzarlas bien y conservar á la calle el perfil que debe tener despues de lo cual se echa la capa superior de arena.

Se juzgará de las cualidades de las piedras 1.° por su densidad; 2.° por la cantidad de agua que absorven (las mas duras $\frac{1}{565}$, y las mas tiernas $\frac{1}{31}$), y 3.° por el sonido que hacen al golpe de martillo; sonido tanto mas apagado y sordo cuanto mas terrosa es la piedra.

1839. **Calzadas de piedra picada ó cascajo.**

Hay varios sistemas de esta clase de calzadas que merecen particular esplicacion por el aprecio que de ellos han hecho los Ingenieros, y por los resultados mas ó menos felices en la práctica.

M. de Tresaguet dispone el firme con tres capas de piedra, de las que la 1.ª se coloca de canto sobre el fondo de la caja, teniendo las piedras $0^m,15$ á $0^m,20$ de altura. La 2.ª capa, compuesta de otras mas pequeñas, sube hasta la altura del encajonado; y la 3.ª cuyas piedras picadas y mas duras no pasan del tamaño de una nuez, es la destinada á formar el bombeo.

Cuando el terreno es poco firme se pone como cimiento una 1.ª capa de piedras planas que impide penetrar en la tierra las que se colocan de canto. En todos casos se procurará comprimir las piedras unas con otras por medio de rodillos ó pisones, ó haciendo rodar sobre ellas carros pesados. Lateralmente se ponen dos hileras de piedras prismáticas.

1840. M. Mac-Adam, ingeniero inglés, establece como principio de un buen camino, que se mantenga el firme perfectamente seco. A este fin elije para la 1.ª capa los materiales que sean ó parezcan mas inpermeables, separando para ello, las tierras, arcillas ó gredas. La piedra empleada debe ser limpia, seca y dispuesta de modo que se una perfectamente por sus caras angulosas, acuñándose recíprocamente unas con otras. Su tamaño debe ser próximamente igual, sin exceder el de una nuez en las 3 capas de que se compone el firme. El espesor total de este no debe pasar de 15 á 30 centímetros, segun la naturaleza del suelo y peso de los carruages. Extendida una de estas capas se la pasará un rodillo de compresion (de 1^m á $1^m,5$ de diámetro y 2^m de largo); no echando la siguiente capa hasta que la 1.ª haya adquirido bastante consistencia y ligazon.

Se comprende que en terrenos blandos ó que solo puedan resistir el peso de un hombre, conviene, como hemos dicho ya, poner una capa de piedras planas, tejas, ladrillos, ó cualquiera material de cierta dureza y magnitud suficiente para contener el hundimiento del firme, sirviéndole de cimentacion.

Aunque las piedras empleadas por Mac-Adam hayan de cumplir con la precisa condicion de ser iguales en tamaño y aun en peso, se emplearán tambien las que siguen de menor magnitud, y que hayan resultado del machaqueo, como lo aconseja la experiencia del propio autor y exponen otros varios Ingenieros; no solo en razon á la mayor economía, cuanto porque, siendo estas piedras pequeñas igualmente angulosas que las primeras, cuyos intersticios llenan fácilmente, hacen mejor el oficio de cuñas y dan al todo mayor estabilidad y mas pronta ligazon, consiguiéndose al propio tiempo y del mejor modo posible la condicion que establece de impermeabilidad.

1841. M. Berthault-Ducreus deduce, como resultado de sus experimentos, las 4 siguientes bases, contrarias á las determinadas por Mac-Adam.

1.ª Que la solidez de las calzadas no se altera porque el agua penetre en ellas hasta el piso de la caja, como se nota en muchos caminos existentes.

2.ª Que son asimismo de mejores condiciones las calzadas que mantienen su fondo permanentemente húmedo.

3.ª Que las piedras mas sólidas ocasionan mas detritus ó resíduos pulverulentos que pedernales útiles: por consiguiente que no es indispensable esta cualidad de dureza tan recomendada por Mac-Adam.

4.ª Que se puede usar de pedernales ó guijarros de todos tamaños desde 4 centímetros hasta el polvo; puesto que la igualdad de grueso en la piedra sería mas bien perjudicial que útil.

Esta última base parece estar fundada en el exámen de lo que sucede en los

primeros tiempos de uso de una calzada. Efectivamente, las ruedas de los carruajes empiezan por romper las piedras que pillan bajo su accion, desapareciendo así desde luego la desigualdad que tienen. Los pedazos, reducidos á menor volúmen, caen dentro de los intersticios aumentando la estabilidad. Continuando la accion de las ruedas las piedras de la capa exterior vienen á ser cada vez mas y mas pequeñas hasta que por fin se reducen á polvo, que aun se introduce en los intersticios existentes, formando entonces un macizo compacto, que no presenta á la vista ninguna solucion de continuidad. En este momento la calzada se compone de piedras de todos tamaños á partir de los 4 á 5 centímetros hasta el polvo.

Con este sistema se consigue aprovechar todos los resíduos del machaqueo; y si se tiene cuidado de hacer que las últimas capas sean de la piedra mas menuda mezclada del detritus y de ningun modo la tierra que en algunas partes acostumbran echar malamente, como recebo, de que son deplorable ejemplo los paseos de Madrid, se conseguirá un piso firme, igual y unido, como el que presentan las calzadas de las provincias vascongadas, Galicia y otras partes. El grueso mayor de la piedra de la segunda capa no debe pasar del tamaño de una aceituna ó de media nuez; y el de la tercera como avellanas ó garbanzos. Las piedras gruesas (entendiéndose por tales las que son mayores que nueces) hacen muy mal asiento y facilitan la descomposicion del firme. Tal sucede con el entretenimiento que algunos peones-camineros hacen en el trozo que les está encomendado.

1842. M. Girard de Caudemberg, ingeniero civil, propone construir las calzadas con piedras de diferentes magnitudes, haciendo una ganga ó mortero arcilloso, compuesto de arena y arcilla ú otras materias, como si el todo fuera una mampostería menuda ú hormigon: la proporcion es tres partes de cascajo ó piedra partida por una de detritus mezclado. Con dos capas de 8 centímetros bien apisonadas, y una tercera de igual ó menor espesor, quedará el camino tan firme y compacto que apenas se conocerán las huellas del tránsito.

1843. M. de Polonceau propone combinar la piedra dura con la calcárea ú otra materia tierna en la variable proporcion de $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{5}$ segun el caso y la naturaleza de las materias mezcladas.

Se puede amalgamar todo el material, ó ponerle por capas alternadas de piedra dura y blanda, con tal que la última sea de la mas fuerte; y por último, se pondrá la piedra blanca en las capas inferiores y la dura en la superior, segun el sistema de hoy dia. Tambien aconseja Polonceau se pase un rodillo de 6000^k á cada una de las diferentes capas de que se compone el camino.

1844. Cualquiera que sea el sistema que se siga en la construccion de la calzada, si en un trecho de su direccion hubiera de atravesar por un pantano ó terreno fangoso de cierta profundidad, se pondrán dos hiladas de faginas ó troncos de árboles, cruzándose en ángulo recto en toda la extension del terraplen. De este modo se disminuirán las hondonadas sucesivas ó hundimientos parciales del camino, manteniéndole así en el mayor estado de sequedad posible.

1845. Cuando las cunetas se hacen en un terreno movedizo con muy sensible pendiente, se disponen escalones ó gradas longitudinalmente revistiéndolas de piedra en seco, y haciendo al pié de cada escalon una pequeña escollera para evitar las escavaciones.

1846. Respecto á la piedra del firme se prefiere la machacada ó extraida con el martillo de las que se acarrean y amontonan á orillas del camino. La tarea de cada machacador debe ser por lo menos, de 1^{m3} al dia, pudiéndose emplear en ello desde los niños á los viejos y mujeres. La operacion del machaqueo se hace sentado y sobre una fuerte piedra que sirve como de yunque, usando de un martillo

compuesto de dos troncos de pirámide unidos por sus bases, y cuyas puntas ó bases menores son aceradas y del tamaño de una peseta. Se machaca la piedra tambien con grandes martillos de una máquina sencilla, reducida á un cilindro con dientes alternados, en que engranan los mangos de aquellos, movido por una manivela. Si las piedras son blandas ó de mediana dureza será preferible el machaqueo á mano; pero con la máquina resulta mucho mayor la economía.

1847. **Afirmados de las calles.**

Diversos sistemas de empedrados.

Las calles de las grandes poblaciones, que son las que deben servir de tipo en la mejor eleccion de afirmados, á causa del continuado tránsito, presentan varios sistemas de mas ó menos duracion y economía; ensayándose contínuamente otros nuevos que hagan el firme de mejores condiciones, sin haber alcanzado aun, como ya hemos dicho en el núm. 1840 la completa solucion de tan importante problema en cuanto concierne á la comodidad, duracion y bajo precio.

En muchas poblaciones de Italia, como Nápoles, Florencia, Liorna, y algunas de Sicilia, se emplea casi exclusivamente la losa de piedra de considerable magnitud, rectangular y á hiladas encontradas en Nápoles y Liorna, é irregulares en Florencia. Las de Nápoles son de lava extraida de canteras formadas por antiguas erupciones del Vesubio, como las procedentes del Herculano; y las de Liorna, generalmente de granito del Apenino. Picadas en forma de pequeños cuadrados las superficies superiores de las losas, se previene el resbalamiento de las caballerías. En Milan están compuestas las calles á zonas de losas fuertes, sirviendo de carriles á los carruages, y en el centro pequeños adoquines ó cantos rodados que sirven para el tránsito de las caballerías. Este sistema es digno de imitacion, pero en las calles anchas debe ponerse doble ó triple via. En Roma y otras varias poblaciones de Italia, en Nueva-York, París y la mayor parte de las calles de Lóndres el afirmado se hace con adoquines de piedra, cuya duracion es mas ó menos larga segun la preparacion del asiento, naturaleza del adoquin y tránsito público.

Cuando los adoquines se ponen simplemente sobre el suelo natural sin mas preparacion que una capa de arena, empiezan á poco tiempo á hundirse con desigualdad, produciendo baches y hoyos que inutilizan la calzada. En los sitios de gran concurrencia, como la Cité de Lóndres, se trabaja el afirmado del modo siguiente: abierta la caja se rellena con una capa de granito machacado sobre la que se echa otra de arena colocando encima los adoquines bien apisonados: las juntas se toman con mezcla compuesta de $\frac{1}{6}$ de cal por 1 de arena, y al todo le cubre una capa de arena gruesa por espacio de 2 á 3 semanas. En otras partes se hace la cimentacion con una tonga de hormigon compuesta de $\frac{1}{7}$ de cal, 1 de arena y 2 de piedra picada, sobre la que vienen los adoquines. Estos son generalmente en Lóndres de forma prismático-rectangular y de 4×9 pulgadas de superficie por 8 á 9 pulgadas de cola. Los usados modernamente en París en la Chaussée-d'Antin, rue Saint-Nicolás, Geoffroi-Marie, &, tienen tambien igual forma y casi las mismas dimensiones: en el resto de la ciudad son de superficie cuadrada de $0^m,23$ de lado. Se colocan sobre una base de arena de $0^m,23$ de espesor con la que se cubren las juntas, apisonando despues y tendiendo luego una capa tambien de arena por 8 á 10 dias.

Este sistema de adoquines tiene el inconveniente del mucho ruido que producen los carruages y las vibraciones constantes de las casas, que en algunas partes suelen originar desaplomos: verdad es que cuando los adoquines son pequeños la superficie y el asiento son mas regulares, el movimiento de los carruages

mas suave, y el ruido mucho menos perceptible. Respecto á los afirmados de piedra suelta presentan los adoquines las ventajas de la economía en el entretenimiento, la mayor duracion y el hacer mas saludables las localidades por la facilidad con que se limpia y riega el piso, no dando lugar á tanto polvo, lodo y humedad.

Esto no obstante, en varias calles principales, como la de Rivoli y todos los Boulevarts en Paris, y otras varias en Londres, se ha seguido y continua el sistema de piedra machacada. La principal ventaja de este medio es el poco ruido que producen los carruages y la mayor elasticidad de la calzada, siendo el piso mucho mas cómodo á las caballerías.

Los adoquines de madera se han desechado ya para las calles; pues no obstante sus ventajas de no producir ruido, lodo ni polvo, ser elástico el piso y cómodo para el tiro, es peligroso para las caballerías y muy cara su conservacion.

El empedrado de cantos rodados, como el de que se componen casi todas las calles de Madrid, es el peor de todos los sistemas, ya se atienda al movimiento y grandes vibraciones que á su tránsito producen los carruages, ya á lo que estos sufren por los contínuos choques de un canto al otro, pudiéndose decir que las ruedas marchan á saltos en vez de rodar con uniformidad sobre el pavimento, ya se considere tambien la velocidad que pierden en su marcha, y por fin lo muy incómodos que son á los peatones. La ventaja de su econnomía será probablemente la sola razon que ha decidido á la Villa á prescindir de todas las demás favorables que presentaban los adoquines ensayados en las calles de Alcalá, Mayor, Carmen, &. Siquiera se pusiesen como en Milan, en las calles llanas ó de poca pendiente, carriles de losas para los carruages, se disfrutaría la ventaja que este medio de traccion ofrece, aunque en lo demás quedásemos tan atrasados como supone semejante empedrado, definitivamente desechado por casi de todos los pueblos de Europa.

Se han ensayado tambien en Lóndres adoquines de hierro fundido unidos por una masa bituminosa, presentando áspera la superficie para impedir el resbalamiento. En el Broadway de nueva-York y en Boston se construyeron tambien cajas cilindricas de hierro igualmente fundido, cuyo interior está dividido en varios compartimentos que se llenan de arena ó grava; asentándose las expresadas cajas sobre una cimentacion de arena, y uniéndose por medio de collares y mezcla de cal y arena. Este sistema no ha sido aun imitado.

En otras partes, y particularmente en Paris, continuan ensayando los firmes asfaltados, de que se ven calles enteras como las de Vrillière, Bergère y otras á mas de varios pasos á los boulevarts y las aceras de los mismos; cuyos resultados son bastante satisfactorios á pesar de las abolladuras que en algunas partes aparecen, efecto de la mayor proporcion de brea mineral y acceite.

1848. Asfaltado en caliente.

La proporcion de los materiales que entran en los asfaltado de Paris es de 90 de asfalto de Doysse, 7,5 de brea natural, 2,5 aceite de resina y 60 de arena limpia. Se empieza por fundir la brea en una caldera, echando luego poco á poco el asfalto. Si este se ha pulverizado al calor se echa en caliente al mismo tiempo que la brea; y cuando el todo forma una masa desleida se vierte el aceite y arena, meneándolo contínuamente hasta que las burbujas de la superficie despiden un humo azulado. Entonces se examina si la mezcla tiene el grado de concentracion conveniente; bien entendido que la flexibilidad de la masa disminuye con la evaporacion del aceite. Para conocer el grado de consistencia que conviene tenga la masa, se vierte un poco de ella de $0^m,01$ de grueso en una caja de hojalata, se remueve en agua á 25° centígrados por espacio de 2′, y poniendo encima la

punta de una pirámide de igual base que altura, se cargará con un peso de 75^k por 5 á 6 segundos. La impresion debe ser de 7 á 8 milímetros para el mastic empleado en las calzadas; de 5 á 6 mil. para el de las aceras, y 6 á 7 mil. para el de las cubiertas de edificios. Si el ancho de la impresion es inferior á los números dichos se añade aceite de resina; y si la mezcla fuere demasiado líquida se agrega arena y asfalto. Si la impresion es mayor se sigue calentando el material para que se concentre mas.

La masa hecha, se tiende á fajas de $0^m,75$ de ancho y se nivela con una regla de $0^m,07$ de grueso: despues de lo cual se esparce arena y golpea con suavidad para introducirla en el mastic. El espesor que se le debe dar es de 3 á 4 centímetros, aunque hay algunos sitios que solo tienen 2 centímetros; pero esto no ofrece suficiente solidez, así como mas de 4 centímetros no la aumentaría. El bombeo debe ser 0,01 del ancho del firme.

La cimentacion para las calzadas se hace tendiendo una capa de arena ó mejor de piedra machacada de $0^m,10$ de espesor, que se comprime con grandes pisones de 20 á 25^k ó con el cilindro compresor. Se echa luego arena para unir las piedras y se deja así al libre tránsito para que se acabe de afirmar, barriendo contínuamente y cuidando no se altere el nivel. Despues que el empedrado tiene la mayor solidez posible se tiende el asfalto. Este sistema de cimentacion es mucho mejor que el de hormigon, aun el formado con cal hidráulica.

La época mas á propósito para echar el mastic es la primavera ó verano, en cuyo tiempo el betun es bastante flexible para adaptarse al suelo por la presion de los carruajes.

1849. **Asfaltado en frio.**

Partida la piedra asfáltica en pequeños fragmentos, y separados los mas chicos por un harnero cuyos agujeros sean de 2 centímetros de ancho por 5 á 6 centímetros de longitud, se riega con aceite de colcotar y se remueven bien en el harnero; despues de lo cual se extiende sobre el cimiento una capa de estos fragmentos de 4 á 5 centímetros de espesor, comprimiéndola bien con pisones de 20^k. Unidos los fragmentos asfálticos, se cubren los huecos con una capa de arena bituminosa preparada de antemano y compuesta de 90 de asfalto en polvo, 60 de arena comun, 7,5 de resina y 2,5 de alquitran natural. El aceite de resina y brea se puede reemplazar por 10^k de resina. Por último, se comprime bien el todo, mojando antes la superficie del afirmado con una capa de aceite bituminoso espolvoreado con arena.

Este sistema tiene las ventajas de su fácil ejecucion, no ser necesarios los aparatos que para la aplicacion en caliente, poderse ejecutar en cualquiera estacion, presentar á la accion de las rueda una superficie firme, ser insignificante la influencia de las variaciones de temperatura, y evitar el resbalamiento de las caballerías.

El precio por cada metro cuadrado y un centímetro de espesor es de 2,61 fr. por el primer procedimiento, y 2,63 por el acabado de explicar: á lo que se debe agregar el costo de la cimentacion.

La duracion de un firme de esta clase viene á ser de 8 á 10 años en los sitios mas frecuentados.

1850. **Asfaltado simple.**

En 1858 se verificó con buen éxito en todo al rededor del Palais-Royal (París) un nuevo ensayo de afirmado, en el que solo entra el asfalto sin mezcla alguna, tal como viene de una montaña de la Suiza, llamada Val-Travers, reducido á polvo y calentado en calderas oblongas por espacio de 30 á 50 minutos.

Se prepara de antemano el cimiento con hormigon de $0^m,15$ de espesor, y al dia siguiente se tiende el asfalto recien salido de las calderas á bandas trasversales de 6 centímetros de espesor, comprimiéndole con rodillos de mano y nivelándole con reglas que tienen el bombeo de la calzada: pocas horas despues no hay inconveniente en transitar por él, y al siguiente dia pueden hacerlo ya los carruajes mas pesados. En el trozo que corresponde á la rue Saint-Honoré, probablemente el mas concurrido de París de omnibus y pesadas cargas, no se ha logrado ver aun la mas pequeña señal de las rodadas.

Careciendo la masa de brea no sufre alteracion alguna por la accion del sol, sin que tampoco hayan producido en ella mal efecto las heladas. El piso es el mas limpio, cómodo y suave de todos, sin que las caballerías hayan aun resbalado.

El precio de 1^{m2} de asfaltado por 6 centímetros de espesor es de 11 francos, y el de 1^{m2} de hormigon por 15 centímetros de espesor, 3 francos; saliendo, por tanto, el total á 14 francos.

Es, pues, el afirmado mucho mas barato que por cualquiera de los dos sistemas anteriores, en los cuales solo el asfaltado para un espesor de 6 centímetros llegaría en uno á 15,66 francos y en el otro á 15,78 francos.

Cada caldera para la cocion del asfalto cuesta de 600 á 900 francos.

La Compañía general de asfaltos, á donde se puede acudir en compra del material, reside en el Quai Jemmapes, núm. 216.

1851. **Entretenimiento de las calles empedradas.**

El entretenimiento de las calles puede ser simple ó por completo en cierta extension. El entretenimiento simple consiste en reponer las piedras rotas ó trozos hundidos que forman baches y dormidas de agua mas ó menos prolongadas. Cuando son muchos estos hundimientos ó se hallan repetidos con alguna frecuencia en gran parte de la calle, el entretenimiento es por completo; para lo cual se levanta el piso y separan las piedras rotas ó muy gastadas, que se reemplazan por otras nuevas: despues se pica y remulle la cama, echándola una pequeña capa de arena que ha de servir de base al nuevo empedrado. El trozo que se reemplaza se divide en dos, tres, ó mas porciones, por medio de cordones trasversales de piedra, dispuestos segun el perfil de la calle, y desde los cuales empieza el trabajo por ambos lados. Para un metro cuadrado de renovacion de piso con piedras nuevas, se necesita $0^{m2},02$ de arena para la cama, $0^{m2},03$ para las juntas y $0^{m2},02$ para cubrir el pavimento; lo que hace $0^{m2},07$ en total. Con piedras viejas se necesita, además, $0^{m2},03$ para compensar el desgaste del piso.

1852. **Entretenimiento de los caminos.**

La naturaleza de los materiales empleados en las calzadas modernas exige un entretenimiento contínuo para tenerlas en buen estado de conservacion: y para esto procurarán los peones camineros en todos tiempos, y en particular en los de lluvias y deshielos, impedir que el agua se mantenga en el camino, como tambien quitar el polvo y lodo que se forme, y sobre todo hacer porque desaparezcan los baches y rodadas profundas. Para esta vigilancia es para lo que mas principalmente sirven los empleados subalternos, divididos por cada distrito del modo como lo tiene ordenado el Cuerpo de Ingenieros de caminos. Cada peon caminero se encargará del machaqueo de piedra concerniente al trozo de camino que tiene á su cargo; cuya piedra amontona en las orillas y la vierte en los sitios descompuestos, del modo marcado en sus instrucciones, sin aguardar á que por abandono venga á ser mayor el daño y obligue á una reparacion costosa.

ARTÍCULO II.

Caminos de hierro.

1853. Observaciones generales.

Los caminos de hierro tienen por objeto disminuir las resistencias debidas al rozamiento de las ruedas, conducir, á igualdad de fuerza, mucha mas cantidad de peso que por los caminos ordinarios, ó trasportar el mismo peso con una velocidad mucho mas considerable.

La fuerza necesaria para vencer el rozamiento en los caminos empedrados es de $\frac{1}{20}$ á $\frac{1}{23}$ del peso trasportado: y de $\frac{1}{30}$ á $\frac{1}{37}$ en los ripiados ó hechos con piedra picada. El rozamiento medio en los caminos de hierro en todas las estaciones se estima de $\frac{1}{200}$ á $\frac{1}{220}$ del peso de la carga.

Los caminos de hierro se diferencian de los ordinarios, en la forma especial de sus calzadas; en la menor anchura que ellas tienen; en sus pendientes poco sensibles; en los rádios de curvatura para las variaciones de direccion; y en fin, en el modo de cruzarse con otros caminos de hierro ú ordinarios, pasando á nivel ó por encima ó debajo unos de otros por medio de viaductos ó de túneles. Tienen, por consiguiente, de comun con las carreteras todos los trabajos de desmonte y terraplen, y aun galerías subterráneas, y las obras de arte de toda especie, como son los muros de contencion, puentes, viaductos, &; obras que se multiplican mas en los caminos de hierro que en los ordinarios, en razon á las menores pendientes que exigen, dando lugar á mayor número de soluciones.

Se aplica, igualmente á los caminos de hierro todo cuanto se ha dicho respecto al trazado, desmontes y terraplenes de las carreteras ordinarias. Exigen, sin embargo, mas cuidado las obras de los primeros, por lo que respecta á la precision necesaria en los carriles, los accidentes mas notables y pérdidas mas importantes que resultarian en la interrupcion de un camino de hierro. En los grandes terraplenes, por ejemplo, convendrá prevenir de antemano los asientos consiguientes del terreno, así como en los desmontes se cuidará de no hacer las escavaciones inferiores á las rasantes respectivas.

1854. Clasificacion de los caminos de hierro.

Los caminos de hierro se dividen en varias categorías, ya se consideren solo para el trasporte de mercancías en uno ó dos sentidos, ya tengan una ó dos vias y sean de mediana ó grande velocidad, es decir, que los motores sean caballos ó máquinas locomotoras. Pero, en general se dividen los ferro-carriles en dos clases principales; *caminos de segunda clase* ó de servicio particular, y *caminos de primera clase* ó de servicio público. Estos á su vez se subdividen en caminos de *primer órden* y caminos de *segundo órden ó económicos.*

1855. CAMINOS DE SEGUNDA CLASE. Los de segunda clase, que son aquellos que no pueden considerarse permanentes, se les establece en las fábricas ó almacenes para conducir varias materias y efectos de comercio á pequeñas distancias. Basta para ello se establezcan dos hileras de barras de hierro planas de unos 4^m de longitud cada una, $0^m,03$ á $0^m,07$ de peralto por $0^m,015$ á $0^m,05$ de

gruesas; puestas de canto sobre traviesas de madera (que disten 1^m entre sí y tengan $0^m,15$ á $0^m,20$ de escuadría), á las que se fijan por medio de cuñas de madera. A veces se ponen las barras de plano sobre dos hileras de maderos, de igual escuadría que los travesaños, fijándolas con pernos cuyas cabezas queden á nivel ó inferiores á la superficie superior de las barras.

1856. CAMINOS DE PRIMERA CLASE. Son de primero y segundo órden. Los de primer órden comprenden las líneas principales que unen la Capital con los puntos de exportacion y de comercio con el extranjero, acortando el trayecto entre los pueblos y comarcas principales y mas productores del pais. Son en España todos los que constituyen la actual red en explotacion.

Los de segundo órden ó económicos, son todos los que, no enlazando las capitales de provincia ó grandes centros productores, solo tienen por objecto, 1.° enlazar entre sí dos puntos situados en las diferentes líneas de la red general, entrando á formar parte de ellas como la via de Valladolid á Ariza: 2.° formar entre sí pequeñas redes destinadas al servicio general de una comarca, ligando uno ó mas puntos con la red general: 3.° componer líneas sencillas ó ramales afluentes de las líneas principales: 4.° formar redes secundarias independientes de la general.

En todos estos caminos deben tenerse presentes para el estudio de su establecimiento los siguientes principios.

1857. **Potencia de trasporte.**

Los caminos de hierro son, como todas las vias de comunicacion, medios industriales cuya potencia de trasporte varia con sus condiciones esenciales, consistentes, para todo ferro-carril, en el número de estaciones, masa conducida (viajeros y mercancías), seguridad en el servicio, velocidad de la marcha, pendientes, curvas del trazado y fuerza de los motores: elementos todos, cuya accion combinada para cada línea, determina un límite mínimo de tráfico, de que no se puede pasar si ha de hacerse el servicio con regularidad y seguridad y con el mayor provecho posible. Así, pues, el estudio que se haga de toda línea férrea se reducirá, á averiguar primero el capital-límite de establecimiento por los productos de explotacion y la máxima potencia de traccion exigida segun la cantidad de tráfico que puede reclamar la ejecucion de estas líneas; estudio, cuyos datos fundamentales son, la masa que se ha de trasportar y la velocidad en la unidad de tiempo; para averiguar lo cual solo pueden servir los hechos observados en todos los paises, estableciendo de aquí los términos medios generales sujetos á las modificacionss consiguientes á la influencia de sus circunstancias particulares.

Masa. El exámen comparativo, por ejemplo, del producto bruto kilométrico anual en los ferro-carriles de diversos paises europeos, nos dice que la mayor parte de ellos ha producido, en cierto número de años, de 30 á 40 mil francos, ó 35000^{fr} en término medio, mientras que en España hubo en igual época poco mas de la mitad de esta cifra: de donde se deduce, que el capital empleado en nuestros ferro-carriles debió ser la mitad que el correspondiente á los extranjeros que dieron aquel rendimiento si el interés ha sido el mismo. El producto total en España, próximamente igual á 7400 escudos por kilómetro, es el que naturalmente correspondia y de que no se puede pasar, en razon á que, hallándose nuestra poblacion específica en el 15° lugar con las del resto de Europa, y el movimiento comercial en el 11°, no podíamos, como no podemos aun contar, con igual masa de capital que los pueblos de mas importancia, y por consiguiente, habíamos de quedar al nivel de otros de idénticas circunstancias como Italia y Suiza.

Si, pues, el capital invertido en nuestras líneas férreas está con el interés en igual proporcion que en el extranjero, será por haber tenido presentes para ello todas las razones económicas necesarias á la solucion del problema. De no haber sido así, en todo ó en parte, no puede extrañarse suceda que, á pesar de las subvenciones, el rendimiento líquido en las líneas de primer órden sea nulo ó de escasá importancia.

Para las líneas de segundo órden ó económicas, todavía no establecidas, debe tenerse presente, que si las de primero solo han podido rendir 7400 escudos, teniendo la ventaja de la mayor afluencia de tráfico, no es posible esperar que las de segundo órden, que solo han de explotar la riqueza de una provincia ó mas pequeña comarca, llegue ni se aproxime en mucho su rendimiento á la anterior suma de 7400 escudos. Será, así, mas prudente (y se puede tomar por regla general) fijar próximamente para este producto un número que guarde con el dado por las líneas de primer órden la misma relacion que el de estas con el término medio de las idénticas europeas: relacion que viene á ser de 1 á 2. La Comision de Ingenieros de caminos (*) encargada por el Gobierno en 1866 de proponer las mejores condiciones para el establecimiento de caminos económicos, fijó en 3000 escudos el límite del producto kilométrico para esta clase de líneas: con cuyo dato, supuesta la misma relacion de 7 á 10 de viajeros y mercancías que dió la explotacion de las otras líneas, á 45 milésimas de escudo por viajero y 50 por tonelada de géneros, y aumentando el 25 por %, resultará tener que dar á esta clase de líneas de segundo órden potencia suficiente para trasportar en toda la longitud 62000 viajeros y 44000 toneladas de mercaderías.

Velocidad. El tiempo que se emplea en el viaje es, entre todos los elementos de la explotacion, el que mas se relaciona con las condiciones exteriores de la línea, es decir, con la naturaleza y actividad de las transacciones, las costumbres de la poblacion, y otras mas causas que, si no bastan á fijar la velocidad desde luego, señalan por los menos un límite de que no se puede salir sin exponerse á disminuir mucho y aun anular la utilidad del ferro-carril. A mas de esto, la velocidad depende de las condiciones del trazado de la linea, y de la composicion y carga de los trenes: pues cuanto mayores sean las pendientes, menores los rádios de las curvas y mayor su número y la longitud en carga del tren, mayores serán las fuerzas pasivas y menor el efecto útil de los motores; los cuales no podrán vencer las resistencias que se les opongan sino á costa de la velocidad, que irá disminuyendo con el aumento de todos aquellos elementos. Así, pues, conocida la cantidad de tráfico y el producto probable, se determinará el detalle de la línea por el número de viajes ó trenes que han de circular en las 24 horas, teniendo en cuenta la distancia de las estaciones y los tiempos de parada; pues de aquí resultará la velocidad para una ó dos vias, y de la velocidad las condiciones técnicas relativas al trazado, ó sea la pendiente máxima y el rádio mínimo en las curvas.

Suponiendo sea 15 kilómetros la distancia entre las estaciones y 5′ el tiempo de cada parada, resulta el cuadro siguiente para diversas velocidades (Memoria de la antedicha Comision de Ingenieros.)

(*) Señores Arnao, Vildósola y Rodriguez: de cuya memoria tomamos estos apuntes.

Distancia entre las estaciones.	Tiempo de parada en el cruzamiento.	Velocidad por hora en kilómetros.	Tiempo de un tren á otro en el mismo sentido.	NÚMERO DE TRENES EN 24 HORAS. En un sentido.	En los dos sentidos.
15 kilóm tros.	5′	50k	41′	33	66
		40	50	28	56
		30	65	22	44
		25	77	18	36
		20	95	15	30
		15	125	11	22
		10	185	7	14

Por ella se vé el número de trenes que cada velocidad permite, y con arreglo á los que se calculen para un pais se tendrá la velocidad necesaria, dentro de la cual se determinarán las condiciones constitutivas.

El tiempo ó velocidad media por hora es, en Inglaterra de 60^k en trenes expresos y 45^k en los ordinarios. En Francia son respectivamente estas velocidades de 50^k y 30^k. En los demás paises de Europa no llega á estas últimas cifras, que en España son, 35^k para los trenes mas rápidos y 20^k á 30^k para los ordinarios.

Las pequeñas velocidades en los caminos de segundo órden de Escocia y otras partes no pasan de 20^k á 25^k. La propuesta por la Comision de Ingenieros para España es de 15^k á 20^k para los viajeros y 10^k á 15^k para las mercancías; pues que 6 á 7 trenes en 16 horas serían muy suficientes al tráfico que en la actualidad y en bastantes años se puede esperar de cualquiera comarca española, y sea la línea afluente de la red principal, ya independiente de ella.

1858. **Condiciones técnicas.**

Conocida la masa de trasporte y la velocidad media necesaria al número de trenes calculados para el tráfico probable, será fácil pasar á determinar las condiciones técnicas, ó las pendientes y rádios de curvas, segun sean las circunstancias locales del país; teniendo presente para ello que los gastos de explotacion no han de exceder á los réditos del costo inicial, antes bien ha de quedar todavía una cantidad suficiente como interés del capital.

No es posible resolver este problema de una manera uniforme para todos los casos. Cuando las pendientes son grandes y las curvas de pequeño rádio el trazado exige pocas obras de fábrica, y desmontes y terraplenes poco costosos, con lo cual el gasto inicial es el menor posible: pero en cambio requiere para el trasporte un esfuerzo considerable que aumenta los gastos de explotacion en tanta mas cantidad cuanto mayor es el movimiento comercial de la línea. Y al contrario, cuando las pendientes son pequeñas (y pueden asi considerarse las que no exceden de 10 milésimos) y las curvas de grandes rádios (mas de 500^m) el costo inicial aumenta y disminuyen los gastos de explotacion, particularmente si el tráfico es muy grande.

Hay, por consiguiente, una ley de equilibrio entre la influencia del capital inicial y la de los gastos de explotacion, pues que cuando el tráfico es muy pequeño predomina mas la del capital, y al contrario cuando aquel es muy grande: lo que

conduce á un límite en que se equilibra la influencia de ambos elementos para condiciones técnicas diferentes, siendo entónces igual, en cuanto al costo de la unidad de tráfico, la adopcion de cualquiera de ambos distintos trazados.

Es difícil fijar este límite en cada caso particular, una vez que solo se pueden conocer aproximadamente los elementos que influyen en su determinacion: pero haciendo un detenido estudio en cada caso particular se disminuyen las probabilidades de error en la eleccion de las condiciones técnicas, siendo, por consiguiente, indispensable no fijar tipos que limiten el trazado de un modo general para todos los casos de diferentes caminos; pues la cantidad de tráfico y sus condiciones particulares, la configuracion del terreno, los materiales de que se puede disponer, los medios de trasporte existentes en la localidad antes de la ejecucion del ferro-carril, y hasta las costumbres del pais á que directamente ha de servir, tienen marcada influencia para determinar la solucion que deba preferirse. En tal línea puede convenir hacer el trasporte con gran velocidad, y por tanto con pequeñas pendientes la línea y grandes rádios las curvas; y en tal otro la velocidad es, tal vez, una condicion muy secundaria, debiendo subordinarse á otras exigencias del servicio y adoptar las mayores pendientes entre ciertos puntos hasta donde lo permita la potencia de la máquina motriz.

Varian, por consiguiente, en cada caso particular las soluciones de la traza, no siendo posible, en consecuencia, fijar límite alguno á las condiciones técnicas de un ferro-carril, cualquiera que sea su clase, para no verse en la necesidad de modificarle en poco tiempo una ó mas veces, en vista de las mejoras á que hubiere lugar; debiendo dejar al autor del proyecto el cuidado de pensar las circunstancias esenciales de la línea y proponer la solucion mas conveniente. Al gobierno tocará no mas, ó debería tocar solamente, la facultad de aceptar ó modificar dicha solucion, de modo que el todo quede sujeto á las prescripciones de utilidad general y al mayor rendimiento del capital empleado.

La ley de 3 de Junio de 1855, sin embargo, y la instruccion de 15 de Febrero de 1856 para su cumplimiento, fija con carácter de prescripcion general las siguientes medidas.

Ancho de la via entre bordes (via de primer órden)............ (equivalente próximamente á $1^m,70$ de ancho entre ejes.)	$1^m,67$
Altura del firme de las carreteras en los pasos á nivel sobre las barras-carriles..	$0^m,02$ á $0^m,03$
Longitud mínima de los apartaderos, no comprendida su union.....	300
Altura del intradós de la clave en subterráneos y viaductos sobre las carreteras..	$5^m,5$

Pero entiéndase que si estas condiciones fijaban una parte de las soluciones de los caminos de hierro era solamente con relacion á los de primer órden, actualmente construidos, en todos los cuales, sin embargo, se dejaron las demás condiciones técnicas para fijarlas en práctica segun lo exigieran los diversos casos particulares; no existiendo, asi, fuera del ancho de via, restriccion legal alguna que impidiera á las empresas proponer las condiciones facultativas que creyesen mas convenientes á las líneas de que se tratase. De este modo la pendiente máxima de 10 milésimas, que se indicaba en el pliego de condiciones para terrenos poco accidentados, pudo llegar á 20 por 1000 en el paso del Pirineo y sus ramificaciones en los tres ferro-carriles del Norte, Bilbao y Santander, y poco menos en los pasos de las diversas cordilleras de Almansa á Valencia, Córdoba á Málaga, Zaragoza á Barcelona, la Mancha á Andalucía, y las de Asturias y Galicia; en todas las cuales bajan los rádios de 300^m. De este modo tambien la Junta Consultiva de Fomento propuso en 1868 para el camino de hierro de las minas de Bui-

tron á San Juan del Puerto (Huelva), pendientes de 40 milésimas y rádios de curvas de 150^{m}, confiando en que la Administracion se lleva del racional principio de no señalar como regla general mas inclinaciones y rádios de curvas que las exigidas por la potencia de los motores y regularidad en la explotacion.

Rádios de curvas. En los caminos de primer órden, cuyo suelo no sea muy accidentado, se trazan curvas con rádios de 500^{m} para las mayores velocidades. Cuando estas no han de pasar de 45^{k}, se puede bajar el rádio á 300^{m}, dando al carril exterior 12^{c} de elevacion sobre el interior. Para la velocidad de 20^{k} el rádio puede llegar á 200^{m} con el material rígido sin inconveniente alguno. En el paso del Soemering las curvas llegan á 188^{m} de rádio, y en los Estados-Unidos á 180^{m}. En Alemania bajan á 150^{m} con 25^{k} á 30^{k} de velocidad: pero en ellas como en otras de los Estados-Unidos, de menor rádio y mas velocidad, solo se puede alcanzar este resultado á causa del tren articulado. Empleando el tren de Arnoux (hoy simplificado por Delanoy) se pueden vencer con igual facilidad curvas de menores rádios, hasta llegar á los de 20^{m} que tiene la via en las estaciones de Montrouge y Sceaux.

La adopcion de curvas de pequeño rádio produce los tres inconvenientes que siguen: 1.° aumento de la longitud de la línea: 2.° aumento del riesgo de descarrilar: 3.° aumento de las resistencias que se oponen á la accion de los motores y disminucion correspondiente del efecto útil de estos.

Los dos primeros inconvenientes, de la mayor longitud y riesgo de accidentes, que son los mas importantes, desaparecen completamente por la índole de este género de caminos, pues no hay mas que disminuir la velocidad á los 30^{k} ó 20^{k} para los trenes rígidos, no siendo tanto para los articulados. En cuanto al aumento de gasto de explotacion por la mayor longitud y resistencia adicional de las curvas, será en general inferior al interés del capital economizado en el establecimiento, segun se deduce de multitud de caminos estudiados, entre ellos el de Granollers á San Juan de las Abadesas por Don Ildefonso Cerdá, y el de Lot á Mauntauban por M. Edmond Roy. El primero de estos Ingenieros hizo dos estudios, uno con curvas de 500^{m} de rádio para tren rígido, y otro con curvas de 150^{m} para el tren Arnoux, siendo las pendientes máximas para ambos casos de 18 y 20 milésimos. El primer trazado cuesta cerca de 158 millones, y el segundo solo 113, ó mas de 43 millones de diferencia, que hace el 27 % de menos en el capital de establecimiento, y 46 % en el costo kilométrico. M. Roy hizo los 65^{k} de Lot á Mauntauban con rádios de 300^{m} y un estudio de 72^{k} de desarrollo con curvas de 120^{m} de rádio, que daba 30 % de economía en el capital y 51 % por el costo kilométrico.

Pendientes. Respecto á las inclinaciones suelen variar de 5 á 10 milésimos en terrenos escasamente accidentados, pudiendo subir hasta 20 y 30 milésimos en el paso de cordilleras, segun se ha practicado en varios paises. En España se adoptó la pendiente de 20 por 1000 para el tránsito de las cordilleras del Norte; y se pudiera haber aun aumentado hasta los 30 y mas con gran economía del capital inicial, como de ello es ejemplo el paso en proyecto del puerto de Pajares, donde se desarrolla el camino hasta 73^{k} con una inclinacion de 15 á 20 milésimos, siendo el costo de establecimiento 27'000000 de escudos; mientras que con la inclinacion de 30 por 100 el costo no pasaría de 17'000000, no obstante llegar la longitud á 105^{k}. Si á esto se agrega la combinacion de los rádios de curvas, que para material rígido y una velocidad de 20^{k} (poco menos que la ordinaria en España) ya sabemos pueden bajar á 200^{m}, podria llegar la economía de la via en ese paso á 50 por % ó poco menos.

Los inconvenientes principales de las grandes pendientes son; 1.° el aumento de la resistencia á la traccion en las subidas: 2.° el peligro de un accidente;

en las bajadas; 3.° el mayor deterioro del material por el empleo de motores pesados.

El primer inconveniente se salva fácilmente hoy dia con el empleo de las poderosas máquinas de Engerth, Waessen y otros Ingenieros; pues que la adherencia que adquieren es sobrada para vencer la resistencia con velocidades de 20 á 30^k, es decir, con la máxima para viajeros en esta clase de caminos. En varias líneas de Europa existen para largos trozos las grandes pendientes de 25, 27, 30, 35 y 36, y hasta 45 milésimas como en 1037^m del camino de París á Montmorency; y en América hasta 55 para el paso de las Montañas azules (Estados-Unidos). Para el paso de Mont Cenis, á lo largo de la actual carretera, se vencen pendientes de 85 por 100 con curvas de 40^m de rádio por el sencillo sistema de Fell, bien que por su especialidad salga de las condiciones de las locomotoras.

El 2.° inconveniente, del mayor peligro en las bajadas, desaparece tambien, haciendo conveniente uso de los frenos para disminuir la velocidad, y en caso necesario, si la pendiente es muy sensible, empleando el contra-vapor del modo explicado en el número 1017.

El 3.r inconveniente, del mayor desgaste de ruedas y barras, es el que no se puede evitar por el gran rozamiento que producen los frenos. El contra-vapor, sin embargo, le evita casi en su totalidad.

Cuando la inclinacion pase de 40 milésimos puede adoptarse un sistema de traccion conocido, ya sea el de Fell ú otro idéntico, si no hay locomotora bastante poderosa que, sin gran costo de entretenimiento, haga este servicio; ó bien se puede acudir al sistema de planos inclinados automotores ó con máquinas fijas.

Para alineaciones rectilíneas establece Navier, en el supuesto de ser $\frac{1}{280}$ el rozamiento sobre un ferro-carril, la siguiente ecuacion entre la velocidad de traslacion de una máquina y la pendiente de un camino, y entre la fuerza de aquella y el peso trasportado,

$$V = \frac{\Pi v F}{F'' \frac{c d^2}{D} + (4{,}073 \pm 1131{,}4\, i)\, p + \alpha + \beta V^2}$$

$$p = \frac{\frac{\Pi v F}{V} - \frac{F'' c d^2}{D} - (\alpha + \beta V^2)}{4{,}073 \pm 1134{,}4\, i}$$

en la que son

V = la velocidad de traslacion en metros por segundo.

v = el volúmen en metros cúbicos del vapor de un kilógramo de agua á la presion atmosférica de F kilógramos por metro cuadrado.

Π = el peso del vapor utilizado en 1″.

i = la pendiente del camino por metro.

p = el peso total del tren en toneladas de 1000^k, comprendidas la máquina y su tender para el trasporte del agua y carbon.

F'' = la presion del vapor que queda detrás del émbolo.

c = el curso del émbolo.

d = su diámetro.

D = el de las ruedas.

$\alpha + \beta V^2$ = la parte de la resistencia correspondiente al esfuerzo necesario para hacer marchar la máquina de vacio y vencer la resistencia del aire; expresion qué por experiencia es $= 10 + 0{,}4445\, V^2$.

Haciendo aplicacion numérica de esta fórmula á una máquina de 3,5 atmósferas de presion media; teniendo $0^m,279$ de diámetro el cilindro; $0^m,406$ del curso del émbolo; siendo, además, $p = 91$ toneladas el peso total de la màquina, tender, wagones y carga de 52 toneladas, se tiene la siguiente tabla.

Pendientes i		Presion variable del vapor en atmósferas	VELOCIDAD por segundo	VELOCIDAD por hora
En bajada	0,006	3.	$22^m,78$	82^k
—	0,005	3,5	$19^m,71$	71
—	0,004	4,	$16^m,85$	61
—	0,003	4,5	$14^m,31$	52
—	0,002	4,5	$12^m,13$	44
—	0,001	4,5	$10^m,38$	37
—	0,000	4,5	9^m	32
En subida	0,001	4,5	$7^m,91$	28
—	0,002	4,5	$7^m,03$	25
—	0,003	5,	$6^m,37$	23
—	0,004	5,5	$5^m,93$	21
—	0,005	6,	$5^m,39$	19
—	0,006	7,	$5^m,02$	18

De los experimentos hechos en el camino de hierro de Liverpool á Manchester, se han deducido las siguientes relaciones entre las pendientes de un camino rectilíneo y las velocidades de una máquina aplicada á un peso constante en diferentes pendientes.

Pendientes	Velocidades
0	20^m por segundo.
$\frac{1}{1086}$	13
$\frac{1}{849}$	11
$\frac{1}{500}$	9
$\frac{1}{60}$	1,6

1859. Teóricamente se puede llegar tambien á esta solucion, que la práctica ha puesto en evidencia, observando que si F^{km} es el trabajo por 1″ del motor disponible, Π el peso de la máquina, P el del tren, v^m la velocidad por segundo, ó la inclinacion del perfil, k el coeficiente de la resistencia del tren, y f el de la adherencia ó rozamiento, se tienen, entre estos elementos, las relaciones

$$F = (P + \Pi)\left(k + \frac{1}{i}\right)v; \quad f\sqrt{i^2 - 1} = \text{al menos } (P + \Pi)\left(k + \frac{1}{i}\right)$$

Para $P = 80000^k$, $k = 0,005$, $f = 0,1$, $\frac{1}{i} = 0,035$ como en Ponto-Décimo á Busalla (ferro-carril de Turin á Génova) en que se aplican dos locomotoras, la segunda ecuacion dá al menos $\Pi = 53000^k$: lo que conviene con el peso material de las dos máquinas en la relacion correspondiente al peso del tren.

M. Couche demuestra que el servicio en rampa hecho por dos máquinas unidas es muy regular y tolerable aunque dispendioso; pero que en todo caso deben preferirse máquinas de 6 ruedas á las de 4 por la mayor estabilidad y adherencia al carril y el poderse prestar á admitir 4 frenos en vez de dos.

1860. Se ve, pues, que, á medida que aumenta la inclinacion de la rampa, disminuye la velocidad en la subida, y cuando esta velocidad llega á 6 ú 8 kilómetros se está expuesto á cada instante á que se pare el tren, no pudiendo entonces los maquinistas responder de la marcha. La velocidad mínima que se de-

be procurar en estos casos es de 12ᵏ por hora, y con ella se pueden arrastrar convoyes de 40 á 34 toneladas con máquinas de 27 toneladas sobre rampas de 0,050 á 0,053 y aun 0,056, como ha podido conseguir M. Ellét en Virginia, de Richmond á Ohio.

Componiéndose un tren de viajeros de 10 á 13 carruajes de 60 á 65 toneladas de peso, y uno de mercancías de 8 wagones, que vacíos pesan á razon de 4 toneladas y cargados á 12, ó en total 96 toneladas, y las dos máquinas unidas, de 54 toneladas ambas y 144^{m2} de superficie de caldeo, puede franquearse una rampa de 0,035, como experimentalmente se comprueba, con la velocidad media de 20 kilómetros por hora. Cuando el tren es mas pesado, ó el viento fuerte y contrario, y grande la adherencia de los carriles, se agrega otra máquina simple al convoy; con lo cual nunca se detiene el servicio por falta de potencia dinámica.

Con máquinas de 100 á 140^{m2} de superficie de caldeo sobre rampas de 0 á 50 por 1000 se tendrían los resultados siguientes.

INCLINACION de 0, á 0,050.	PESO TOTAL del tren.	PESO remolcado.	RELACION del peso del motor al remolcado.	
1.° Máquina de 100^{m2} con tender separado, pesando el motor 43 toneladas (26 por la máquina) y á 25 kilómetros de velocidad.				
0	600 ton.ˢ	557 ton.ˢ	7,7	Reaccion tangencial de los carriles y ruedas= 3000 kil. de donde el mínimo suficiente á la adherencia es
5	300	257	16,7	
10	200	157	27,4	
15	150	107	40,2	
30	120	77	55,8	
25	100	57	75,4	
20	86	43	100	$f=\frac{3000}{26000}=\frac{1}{8,6}$
35	75	32	134,4	
40	67	24	178,1	
45	60	17	253	
50	55	12	538	
2.° La máquina sin tender lleva su provision y pesa 30 toneladas. La velocidad es=20 kilómetros.				
0	750 ton.ˢ	720 ton.ˢ	4,2	Reaccion tangencial =3750 kil.
5	375	345	8,6	
10	250	220	13,6	
15	187	157	19,1	
20	150	120	25,0	Adherencia ó rozamiento
25	125	95	31,6	$f=\frac{3750}{30000}=\frac{1}{8}$
30	107	77	39	
35	94	64	46,8	
40	83	53	56,6	
45	75	43	66,7	
50	68	38	68,9	
3.° Máquina de 140^{m2}, de 54 toneladas de peso y á 20 kilómetros de velocidad.				
0	1050 ton.ˢ	996 ton.ˢ	5,4	Reaccion tangencial 5250 kil.
5	525	471	11,4	
10	350	296	18,2	
15	262	208	25,9	
20	210	156	34,6	$f=\frac{5250}{54000}=\frac{1}{10,3}$
25	175	121	44,6	
30	150	96	56,2	
35	131	77	70,1	
40	116	62	87,1	
45	105	51	106	
50	95	41	131,7	

Esta gran reduccion del efecto útil es la que limita las rampas accesibles á las locomotoras antes que se haga sentir la insuficiencia del rozamiento. En tanto que la velocidad no baje de 20 kilómetros, poco mas á menos, el rozamiento basta para que la máquina utilice su fuerza dinámica con la sola condicion de tener sus ruedas acopladas. Si la inclinacion es demasiado fuerte la máquina emplea toda su potencia en remolcarse á sí propia.

Curvas y pendientes en los caminos económicos. Pueden adoptarse en los caminos de 2.° órden todas las curvas é inclinaciones máximas por grandes que estas parezcan y pequeños los rádios de aquellas; sin que por ello se crea que no habrá muchas ocasiones de ser la traza, en este género de líneas, de iguales condiciones que en las principales ó de primer órden. Las pequeñas velocidades y cargas no exigirán para inclinaciones moderadas otras máquinas que las locomotivas de dos ejes motores.

Cuando la línea haya de formar parte de la red general, conviniendo puedan circular por ella wagones ordinarios, se hará que los rádios mínimos no pasen de 150^m. En los demás casos pueden bajar los rádios hasta 40^m si se quiere, ó si lo exigieren las circunstancias, siendo una de ellas, por ejemplo, el llevar el trazado por una carretera.

Cuando es indispensable hacer entrar el material ordinario de las líneas principales en las de segundo órden, y el terreno presenta mucha dificultad para curvas superiores á rádios de 150^m, se puede acudir al sistema del trazado en zic-zacs ó con puntos de retroceso, empleado en algunos paises de Europa y América sin accidente alguno, y tal como se ha propuesto para el paso de San Gothardo, y se puede usar en localidades análogas. La sola desventaja que esto tiene es el aumento de tiempo á causa de las paradas y disminucion de velocidad de una rampa á otra, cuyo total suele ser de 6 á 8 minutos.

Trasportes en los dos sentidos.

Lo que se acaba de decir para los trasportes en sentido ascensional se aplica á los verificados en ambos sentidos; respecto á los cuales se utilizará algunas veces en los planos inclinados el descenso de los convoyes cargados que vienen en una direccion para subir los vacíos que marchan en la opuesta.

En esta clase de trasportes se hallan los de los viajeros.

Se ha imaginado en Inglaterra para esta especie de caminos un sistema de reciprocidad, que, evitando las máquinas locomotoras, puede aplicarse á toda clase de pendientes, pero que solo conviene á velocidades ordinarias ó trasportes cuya menor duracion del trayecto no es una condicion indispensable.

Consiste, pues, este medio en dividir la longitud total del camino en partes de 2 á 2,5 kilómetros, y situar en cada punto de division una máquina fija de vapor que funcione en dos tambores AB, colocados al través del camino sobre un andamio, y dispuestos uno á continuacion del otro sobre el mismo eje entre el árbol de rotacion movido por la máquina. En la parte anterior y posterior de la estacion y á derecha é izquierda de los tambores se hacen vias de union para pasar los convoyes al lado opuesto.

Para comprender el juego del sistema se considerarán á la vez tres estaciones; una intermedia (AB), otra anterior (A′B′), y otra posterior (A″B″), el tren anterior de la estacion (A′B′) rueda hácia la central (AB) segun el movimiento del tambor A por medio de un cable de proa; á su espalda ó popa lleva otro cable que á la vez se vá desarrollando del tambor A′. Cuando el tren en movimiento ha llegado á la estacion (AB) se le desengancha. Otro tanto sucede con el tren posterior (A″B″), cuyos cables de proa y popa se han arrollado y desarrollado en

los tambores B y A″. Hecho esto se dirigen á brazo los dos trenes por el camino de union para hacerlos cambiar de ruta; los cables de popa de las estaciones (A′ B′) (A″ B″) vienen ahora á ser de proa y vice-versa, con lo cual, y atando ó enganchando sus ejes á los cables correspondientes á los tambores A′, A″, y puesta la máquina en movimiento, seguirán los trenes sus respectivas direcciones, el 1.° de (A B) á (A″ B″) y el 2.° de (A B) á (A′ B′).

1861. Escarpes y taludes.

«Las inclinaciones de los escarpes en los desmontes y los taludes en los terraplenes se determinan segun la tabla siguiente.

NATURALEZA DE LOS TERRENOS.	RELACION DE LA ALTURA A LA BASE.			
	DESMONTES.		TERRAPLENES.	
	base.	altura.	base.	altura.
Rocas duras en masa y estratificadas horizontalmente, ó que no llegan al ángulo de resbalamiento..........	0,10	1	1,50	1
Terrenos cretáceos..........	0,25	1	1,50	1
Terrenos de aluvion..........	1,00	1	1,75 al mínimo.	1

» Cuando la naturaleza del terreno, por ser arenoso ó acuanoso, ó por cualquiera otra causa, haga presumir que podrán verificarse desprendimientos en los escarpes, se pondrán contrafuertes de piedra ó ladrillo en seco ó con argamasa: ó bien se procurará sanear el terreno abriendo zanjas de desague, vacías ó macizadas ó revestidas convenientemente por pozuelos, acanaladuras, &. Se evitará en todo caso por medio de contrafuertes dirigidos á convenientes puntos de salida, que las aguas que corran por la superficie del terreno lleguen á los bordes de los desmontes, así como tambien, que se separen de ellos á distancia suficiente para que no influyan con su peso en los escarpes, ni puedan caer en las cortaduras los caballeros ó depósitos de tierra sobrante de las escavaciones.

» Si el terreno en que se han de asentar los terraplenes fuere compresible, y se teme que se subleve por uno ú otro lado, se prepara el suelo convenientemente, ya cargándole hasta restablecer el equilibrio, ya tendiendo sobre él un enfaginado ó emparrillado. Hecho esto se formarán los paramentos de los terraplenes, consolidando los taludes por medio de tepes ó grama para preservarlos de la accion de las aguas; despues de lo cual se procederá á rellenar el centro.

» Para que el asiento natural de las tierras no rebaje notablemente la altura de los terraplenes, se levantará el relleno en $\frac{1}{10}$ mas de la elevacion que, corresponda al rasante, dejándole despues descansar un año, por lo menos, si la altura pasase de 1^{m}, ó mas tiempo si fuere aquella mayor, para que, verificado todo su asiento, pueda colocarse la vía con seguridad de que no se alterará su nivel.»

1862. Tales son las prevenciones ordenadas por el Gobierno español para lo-

ferro-carriles del Estado en lo relativo á escarpas y taludes, conformes á lo verificado en otros paises á consecuencia de las observaciones que en la práctica de esta naturaleza de trabajos han hecho varios hábiles ingenieros encargados de la direccion y construccion de ciertos caminos de hierro: prevenciones que resume lo que inmediatamente vamos á indicar.

1863. SANEAMIENTO de desmontes.

Los terrenos cenagosos no se sostienen bajo ninguna inclinacion, y si no se toman las suficientes precauciones se hunden impensadamente ó resbalan sobre sí mismos cubriendo el camino en todo lo que supone á la altura del escarpado. Esto es mas de temer cuando el terreno se compone de capas intercaladas de arena y arcilla, ó á tongas permeables é impermeables; pues el agua que atraviesa las primeras queda en la superficie de las segundas haciéndolas jabonosas y resbaladizas, de tal modo que toman movimiento hácia el camino segun sea su inclinacion, extendiéndose á veces á tan gran distancia que, segun lo acontecido en varios ferro-carriles, obligan á cambiar por aquel punto la direccion del trazado.

Para prevenir este resbalamiento se ha tratado de secar las capas gredosas ó arcillosas, dando cierta inclinacion al talud correspondiente y sosteniendo despues su pié de un modo estable, ya empleando fuertes muros de piedra seca reforzados por medio de contrafuertes, bajo los cuales pasa una atarjea que conduce las aguas, ya abriendo al talud verticalmente una zanja que se llena de piedra, por donde se filtran y corren las aguas, ó ya, en fin, revistiendo todo el talud con una gruesa capa de piedra en seco, tal como representa la figura 765, la cual está consolidada de distancia en distancia con varios contrafuertes abovedados. Estos medios, sin embargo, son bastante costosos en muchas localidades en que se carece de piedra, sin impedir completamente el resbalamiento de las tierras.

1864. M. Sazilly, al examinar atentamente los desprendimientos de taludes en estas clases de terrenos, investiga la causa que los produce discurriendo de esta otra manera. Las capas de arcilla ó greda que se descubren por el corte de la escavacion, quedan sujetas á las influencias atmosféricas, cambiando sin cesar de volúmen, hinchándose ó contrayéndose, segun el estado higrométrico del aire. Resulta de aquí abrirse en la masa grietas mas ó menos profundas que dejan penetrar el agua de lluvia y filtracion, empapándose de ella completamente y ablandándose al punto de perder toda su cohesion. Las heladas favorecen esta alteracion del terreno, porque tapando las grietas y no dejando salida á las aguas filtradas, se ven estas obligadas á penetrar por entre la arcilla y correr por las hendiduras y planos de declive.

Segun estas deducciones, conforme á lo que se observa en los hundimientos *Fig.s* 766 y 767. de esta clase de terrenos, cubre M. de Sazilly los taludes (*fig.* 766, 767), con una camisa de tierra de $0^m,25$ de espesor para sustraerlos á las influencias atmosféricas, haciendo al mismo tiempo que las aguas subterráneas corran pronta y constantemente por el foso, penetrando por entre el pequeño macizo m de piedra limpia como si fuera un filtro, el cual llena la cuneta bc, hecha de ladrillo ú hormigon, ó de teja ó tubos de barro que es mejor. La tierra se cubre exteriormente con tepes ú otras plantas que radifiquen permanentemente.

1865. Si hubiera varios bancos de piedra permeable ó que presentase capas *Fig.* 768 de agua (*fig.* 768), se estableceria un pedraplen por cada uno de ellos con los correspondientes caños de salida kg, dispuestos de distancia en distancia. La arista interior de la cuneta de este pedraplen basta se halle de $0^m,20$ á $0^m,25$ de

profundo normalmente al talud, para que no haya temor por causa de las heladas: su anchura en el fondo puede llegar á $8^m,3$.

La parte superior de estas especies de filtros debe cubrirse con tejas, losas ó tepes invertidos para conseguir que la piedra esté siempre limpia ó que no penetre tierra en ella. El buen éxito de la consolidacion del talud que impide su desprendimiento depende de la prontitud de la ejecucion; así, pues, á medida que se abra el desmonte y se descubran bancos de desagüe, se construirán las cunetas y los caños trasversales provisionales.

A veces las filtraciones son periódicas, y para descubrirlas conviene echar sobre los taludes una delgada capa de arena ó ceniza y observar por las mañanas para ejecutar en aquel sitio un acueducto local.

1866. La figura 769 representa un método que ha dado muy buenos resultados en Inglaterra para el saneamiento de los taludes, idéntico al anterior de Sazilly. Consiste en poner al frente de las capas de agua ó terreno permeable grandes tubos de barro cocido y llenos de agujeros por donde penetra el agua que de allí vá por canales trasversales á la cuneta del camino. La tierra de revestimiento (como en el método anterior) se pone á tongas normales al talud.

1867. Sucede algunas veces no poder impedir la filtracion de tierras al través de la grava y piedra suelta de que se componen los filtros arriba indicados. Para obviar este inconveniente se puede seguir otro método de saneamiento, cual se representa en la figura 770, consistente en poner á lo largo del talud una série de cestones á juntas encontradas, llenos de grava ó piedra menuda, empezando á colocarlos por la parte superior despues de abierto el primer diente ó escalon en que se ha de asentar. El diámetro de los cestones puede ser de $0^m,25$ á $0^m,30$. Sobre ellos se echa una capa de $0^m,1$ de grava y encima una cubierta de tepes de igual espesor.

1868. Sistema de Daigremont empleado en Alemania.

Este sistema, que ha producido muy buenos resultados, es uno de los mas espeditos y económicos que se pueden usar. Consiste (*fig.* 771) en abrir del lado *Fig.* 771.
en que se teme el desprendimiento una zanja estrecha de seccion trapezoidal, y cuya profundidad llegue un poco mas baja que la línea del terreno permeable, poniendo allí un tubo que recoja las aguas filtradas á través del macizo de piedra picada ó grava que se establece encima, y dejándola independiente del terreno arcilloso con un revestimiento en seco de ladrillo ó tepes. El macizo de arcilla, hasta la cuneta del camino, forma entónces un muro de contencion asentado sobre una base sólida. Si la línea del terreno permeable pasara por debajo de la calzada se abririan otras dos sangrías idénticas SS por uno y otro lado del camino. Las paredes de estas sangrías se deben revestir con blindages ó cortarlas á escalones.

Los tubos de saneamiento deben tener una pendiente de $0^m,005$ por metro, y un diámetro de $0^m,06$ á $0^m,07$. En sus uniones se ponen tepes ó cualquiera otra materia que impida salga por ellas el agua corriente.

En las trincheras de gran longitud conviene, para no exponerse á que las aguas no tengan suficiente salida por el tubo longitudinal, ó que este quede obstruido por la acumulacion de algunas materias, el poner de distancia en distancia tubos-canales trasversales que comuniquen con aquellos y viertan en las cunetas. Si la línea de terreno permeable fuere por muy debajo de la plataforma, se profundizarian una ó dos de las sangrías longitudinales hasta quedar seguros de haberla pasado.

1869. Saneamiento de la calzada.

Sucede á veces que las aguas filtradas, muy abundantes en algunos sitios en

verano y en invierno, ó las estancadas de la lluvia cuando hay poca pendiente, llegan á ablandar el terreno de la plataforma haciendo malo el piso y provocando frecuentes desprendimientos que llenan el foso y detienen las aguas propagándose el mal con rapidez: en cuyo caso debe empedrarse el fondo de las cunetas.

Para obviar este inconveniente se sanearán todas las calzadas arcillosas, como se ha hecho con gran suceso en Alemania, colocando tubos longitudinales bajo las cunetas del camino, á los que deben concurrir los trasversales de los taludes. Cada 100^m á lo largo del camino se construirán alcantarillas de mamposte-
Fig. 772. ría (*fig.* 772) que atraviesen todo el ancho y recojan los depósitos que pudieran arrastrar las aguas de los tubos: con lo cual, si se ha hecho bien el saneamiento, no habrá necesidad de reconocimientos contínuos. La profundidad media de estos tubos-canales basta sea de $1^m,2$.

1870. Reconstrucion de los taludes desprendidos.

Cuando no han sido bien saneados los taludes, ó cuando no se ha verificado esta importante operacion en los sitios donde se han podido temer resbalamientos, sucede que se desprenden ciertas porciones de aquellos, mas ó menos considerables, que se deben en consecuencia reconstruir. Para ello se siguen diferentes métodos segun la idea de cada Ingeniero. M. de Sazilly aconseja levantar sin excepcion alguna todas las tierras desprendidas. Este método naturalmente muy costoso, no hay necesidad de generalizarle, pues en la mayor parte de los casos, como prácticamente se ha visto y asegura M. Bruère, es suficiente hacer un macizo de piedra en seco y aun de buena tierra en el fondo de la zanja. La
Fig. 773. figura 773 representa un método muy seguro empleado en el camino de Lóndres á Birmingham.

1871. Revestimiento de taludes, banquetas y cunetas.

Los revestimientos de los taludes se pueden hacer de mampostería de piedra en seco, de tepes ó de tierra vegetal. Este último medio es preferible á los anteriores por la mayor economía que ofrece y por garantir mejor los taludes contra los efectos de la lluvia y heladas.

Las banquetas deben distar verticalmente de 3 á 4^m, segun que la inclinacion del talud sea mas ó menos considerable; y á fin que no se degraden por la corriente de las aguas llovedizas se deberá revestir de tepes.

Las cunetas se hacen por hiladas de tepes, ó mejor de piedra unida con mortero hidráulico. En algunos caminos de hierro se han hecho con buen éxito de tejas en vez de piedra.

1872. TERRAPLENES. Causas de los desprendimientos y medios de consolidacion.

Las arcillas reblandecidas son difíciles de emplear en los terraplenes, y aun asi, cuando se secan se contraen y agrietean, preparando entradas al agua que llegaría hasta el fondo donde se forma una capa jabonosa que origina desprendimientos. Empleadas en seco, á no pulverizarlas, lo que sería una lenta y costosa operacion, se tendrían que usar aterronadas, produciendo cavidades por donde se introduzca el agua, que naturalmente ha de ocasionar asientos y roturas de que provienen despues desprendimientos mas ó menos grandes. Mezcladas con tierras originan siempre algunas grietas por donde pasa el agua para reblandecerlas y verificarse iguales fenómenos.

Si de los desmontes resultan arcillas y tierras deberán separarse unas de otras, formando el interior del terraplen con las primeras y el exterior con las segundas, y disponiendo las arcillas á escalones con un talud de 1 por 1, y las tierras

con un espesor de 4 á 5 decímetros y un talud de 1,5 por 1 de altura, sin asentarlas sobre base de arcilla.

A veces se construyen terraplenes de arcilla sola con talud de 1 por 1 ó de 45°, revistiéndole con una capa de arena de 1,5 por 1, y alternando despues la arcilla y arena hasta completar el grueso del terraplen. Este sistema no dá buenos resultados.

Si el terraplen se construye sobre terreno inclinado, compuesto de capas alternadas, permeables é impermeables con manantiales intermitentes ó constantes, se procurará sanear el terreno, como ya se ha indicado para idénticos casos en los desmontes.

1873. Las figuras 774 y 775, en perfil y plano, representan el sistema seguido en el camino de Varsalles al paso de Val-Fleury. La capa permeable se halla sobre otra muy dura de arcilla plástica que hace el asiento resbaladizo y compresible.

1874. Los caminos en laderas se hacen ordinariamente mitad en desmonte y mitad en terraplen. Para evitar se corran las tierras cuando la inclinacion de la ladera es grande se construyen muros de revestimiento, en seco ó con mezcla, cuyo espesor se debe calcular, y cuyo talud es de $\frac{1}{8}$ en el primer caso y $\frac{1}{10}$ en el segundo.

1875. Los terraplenes á las márgenes de los rios se deben preservar del contacto del agua con muros de revestimiento ó con estacada y escollera exterior.

1876. **Obras de fábrica.**

Muros, tageas, alcantarillas, puentes y viaductos. En los parages donde por la acumulacion ó corrientes de aguas, ó por la inconsistencia del terreno en que se forman los terraplenes, sea preciso establecer muros de contencion, podrán hacerse estos de mampostería en seco ú ordinaria, segun los casos particulares, procurando establecer una conveniente cimentacion. Las tageas se ejecutarán con piedra ó ladrilo, y dispondrán en los sitios determinados por el proyecto y aquellos otros que señale la experiencia. En cuanto á las alcantarillas y pequeños puentes se les podrá construir de modo que sus elevaciones afecten todas las formas de arcos, eligiendo para cada caso la que mas convenga, y haciendo los tramos de piedra, ladrillo, hierro ó madera. Lo propio se observará para los puentes y viaductos, ya sean rectas ó aviajadas sus proyecciones horizontales.

Cuando el camino haya de pasar por encima de una carretera principal, la luz del puente no será inferior á 8^m, 7^m, 5^m ó 4^m, segun que la carretera sea general, trasversal, provincial ó vecinal. La altura desde el firme á la clave será por lo menos de 5^m; y $4^m,3$ si el puente fuese de tramo horizontal de madera. La anchura entre los parapetos será de $7^m,4$ al mínimo y su altura $0^m,8$.

Si, por el contrario, el camino de hierro pasare por debajo de una carretera, la anchura mínima entre los parapetos será tambien de 8, 7, 5 ó 4^m segun la clase á que pertenezca. La luz del puente entre los estribos será, por lo menos de $7^m,4$, y la altura de intradós desde los carriles $4^m,3$ á $4^m,6$ para los arcos rebajados al $\frac{1}{6}$ ó $\frac{1}{7}$; y hasta $5^m,5$ para los de medio punto.

1877. **TÚNELES ó galerias subterráneas.**

Si el terraplen que se ha de abrir en trinchera para un camino ó un canal excede de 16^m de altura, y su longitud es de tal modo considerable que el costo de la diferencia de desmonte y su trasporte fuera superior al de la fábrica, se

preferiría naturalmente el túnel á la trinchera. Pero en todo caso la experiencia será la que determine la eleccion entre uno y otro método.

La anchura entre los piés derechos, para cuando el túnel haya de servir á un ferro-carril, debe ser de $7^m,8$, y su altura sobre la clave la máxima anterior de $5^m,5$ ó 5^m al mínimo; teniendo presente que se debe contar sobre $2^m,8$ que tienen de altura las diligencias mas elevadas, y 2^m para un hombre cubierto que pueda ir sobre la imperial.

1878. Observaciones respecto á la apertura de los túneles. Túnel de Bleckingley.

Los túneles se abren generalmente en línea recta. Pueden, sin embargo, hacerse curvos cuando tengan poca extension ó cuando el terreno presente pocas ó ningunas dificultades de construccion. Entre los terrenos jabonosos ó blandos, que precisa contener, es difícil penetrar en curva. Además, cuando el túnel ha de servir á un camino de hierro de una vía, presenta algun peligro el paso, no pudiendo apercibir de lejos un tren que marcha en sentido contrario. Si la longitud no excede de 200^m se podrá abrir penetrando simplemente y á la vez por las dos cabezas: pero si la longitud pasa de aquella cifra y la elevacion de la montaña, ó mas bien la altura de sus diferentes puntos culminantes en direccion del camino sobre el túnel no es excesiva, se abrirán pozos sobre el eje de la galería que, facilitando la ventilacion, proporcionen al mismo tiempo cada uno dos puntos mas de trabajo en la perforacion del subterráneo. Estos pozos, llamados de explotacion, no deberán abrirse hasta que se hayan ejecutado otros de exploracion ó ensayo, de menor seccion (2 ó 3 ó mas en número, segun la entidad del túnel) cuyo objeto es, naturalmente, reconocer la clase del terreno que se ha de atraveser para poder fundar el cálculo del costo y tiempo, como tambien proyectar los medios de ejecucion. Estos pozos pueden tener 2^m de diámetro.

El número de pozos y su distancia depende de la actividad que se quiera en los trabajos, de la dureza de la roca, de la cantidad de agua que se ha de extraer y de la fuerza motriz de que se puede dispóner para levantar el agua y terreno escavado. Para un túnel cuyas obras hubieran de durar un año, ejecutadas en terreno ordinario, bastará que el intérvalo sea de 100 á 150^m, procurando en lo posible que estas distancias sean iguales. En todo caso puede hacerse uso de la fórmula siguiente.

$$E = \frac{l}{n} = 2\sqrt{\frac{P}{p(s+s')}}$$

P = costo de un pozo.
n = número desconocido de pozos de la longitud l.
E = distancia de un pozo á su inmediato.
s = seccion trasversal del desmonte del túnel.
s' = id. del revestimiento.
p = precio del trasporte en galería de 1^{m3} de desmonte, ó de material, á la distancia de 1^m.

Algunas veces se presentan circunstancias particulares que exigen tener los pozos mas próximos, como, por ejemplo, cuando la ventilacion es muy difícil en los diferentes puntos de trabajo. Por lo demás, estos pozos son inútiles cuando el túnel se halla terminado, puesto que ni prestan aire ni luz; pero se deberán conservar algunos para las reparaciones accidentales.

1879. El medio ordinariamente empleado en la apertura de los pozos, de que la figura 777 presenta un ejemplo de los que se hicieron para el túnel de Bleckingley, es lento, costoso, y á veces lleno de dificultades por insuficientes medios de extraccion del agua á que suelen dar lugar, aunque se haga uso de poderosas

bombas movidas por vapor, ocasionando grandes fatigas á los trabajadores que pocas veces pueden soportar. La traza de los pozos será rectangular, con el lado mayor perpendicular al eje, y se dividirá en tres porciones por medio de dos tabiques de tablones: una de estas divisiones se destina á la extraccion de escombros, otra á la bajada de materiales; y otra con escalera para el servicio de los trabajadores. En este concepto es muy preferible sustituir el sencillísimo medio propuesto, ensayado y llevado á cabo por M. Triger en 1841 para varios pozos abiertos al través de terrenos de aluvion, bajo el lecho del rio Loire, donde eran insuficientes los medios mas poderosos de agotamiento. Consiste en evitar las filtraciones por medio de la presion del aire aplicando el procedimiento que tenemos ya descrito en los núms. 1491 y 1492 al tratar de las fundaciones tubulares de los puentes. La operacion es igual á la que allí se explica, por la que los trabajos de escavacion vienen á ser prontos, seguros y sencillos. La presion del aire á 2 y $3^{atm.}$ no incomoda á los operarios, y mas allá no les prohibe el trabajar con facilidad, aunque antes de acostumbrarse experimentan una pequeña desazon que á poco desaparece: pero á esta presion pierden la facultad de silbar y respiran por la nariz, siendo nasales todas las palabras que se pronuncian.

M. Triger, en una carta escrita á M. Arago, dice que habiendo hallado á 27^m de profundidad una roca muy dura, resistente á los útiles ordinarios de escavacion, hizo uso de la pólvora, cuyo efecto, no obstante de verificarse bajo la presion de $3^{atm.}$ fué el mismo y con iguales fenómenos que al aire libre, sin resentirse el tubo de fundicion ni experimentarse novedad alguna que hiciera temer la inconveniencia de la aplicacion de la pólvora á la apertura de pozos bajo la expresada presion. La detonacion es igual tambien que al aire libre, y solamente la explosion es mucho mas fuerte, pero sin ocasionar al tubo otra cosa que una ligera vibracion.

No debe, pues, haber inconveniente en la ejecucion de pozos por este sistema tan fácil, seguro y económico.

El fondo de los pozos, cuando mana agua, se profundizará de 1^m á $1^m,5$ mas que la galería, para reunir en él las corrientes de esta y sacarla despues con bombas.

Para hacer la traza del eje del túnel sobre el terreno y poder situar los pozos á las distancias que deben guardar, construye M. Simms un observatorio con su telescopio en el punto mas elevado, dominando todo el terreno que ha de ocupar el subterráneo y á la mitad próxima de su longitud, como se indica en el perfil (*fig.* 776) del túnel de Bleckingley. *Fig.* 776.

El método para trasladar al fondo de la galería su eje consiste en fijar en la parte superior dos cuerdas con plomada en direccion de dicho eje, las que bajarán inmediatas á las paredes hasta el fondo de los pozos. Detrás de ellas se ponen tablas pintadas de blanco para verlas bien y dirigirse así en el trabajo.

Cuando hay que barrenar y hacer uso de la pólvora, convendrá que á los lados de las galerías se hagan nichos de defensa. El humo se extrae por el método de ventilacion ordinaria, á cuyo fin en cada pozo habrá una máquina de vapor para todas las operaciones necesarias.

1880. Para la apertura de la galería, trabajando á la vez por ambas cabezas y pozos, se empieza por abrir la preparatoria ó de rompimiento, que, en los túneles de Bleckingley y Saltowd, se hizo junto al suelo segun se manifiesta en D (fig. 777, 778,) revistiéndola con fuertes maderos y tablones como lo exigia la naturaleza del terreno. El fondo de los pozos se dejó inferior al de esta galería provisional, á fin de reunir allí el agua filtrada como se ha indicado para casos análogos, y poder aplicar directamente cualquiera medio de agotamiento. Esto hecho, se continuó la escavacion en toda la seccion del túnel empezando por abrir en la *Fig.* 777 y 778.

parte superior otra pequeña de 3 á 4^m de longitud y 1^m de ancho, cuyo techo fué
Fig. 778, á 779, revestido con fuertes maderos F (*fig.* 778, 779) que, apoyados en otros verticales y en los muros del pozo, sostenian bien el terreno, cualquiera que fuera su presion. Continuando así á derecha é izquierda se obtuvo el completo de la anchura del túnel en su parte superior. Entonces se procedió á la escavacion definitiva en toda la seccion hasta el fondo, apoyando en él á la conclusion, por medio de vigas verticales, las horizontales del revestimiento, y guarneciendo el todo con tablones. Algunas veces era preciso revestir tambien el frente de la galería.

Cuando el terreno del suelo es blando se tienden en él piezas anchas y fuertes que sirven de apoyo á los postes.

A medida que avanza la galería se ejecuta el revestimiento de ladrillo ó sillarejo, dando á la bóveda y piés derechos el espesor que se calcula en virtud de la presion que deben ofrecer los terrenos que se atraviesan. La figura 780 indica el espesor de la bóveda en diferentes puntos del túnel de Bleckingley, cuya forma es elíptico-peraltada. En este subterráneo, al contrario de lo practicado en el de Halinsart y la mayor parte de los construidos en Francia, se empezó la edificacion por los piés derechos y concluyó por la clave; quitando, cuando era posible, el revestimiento de madera y rellenando siempre el espacio intermedio con arcilla ú otra materia impermeable. La bóveda inversa, á que dió lugar el terreno arenoso y de arcilla reblandecida por la mucha agua de filtracion, fué la primera que se hizo, sujetando la cercha LL por las barras G. Para los piés derechos se dispusieron las directrices E K igualmente sujetas con las barras G J. El resto de la construccion se comprende bien sin nada mas agregar. Sobre la línea del eje en el fondo se hizo una pequeña bóveda cuyo objeto fué dar salida al agua que por cualquiera causa entra en el subterráneo.

El coste total de este túnel fué de 1992 fr. ó 378,5 duros por metro corriente. Los trabajos duraron 2 años.

El de Saltowd, de 868^m de largo, pero de igual sistema de construccion, salió á razon de 3650 fr. ó 694,5 duros el metro.

Fig. 781, á 790. 1881. **Túnel de Halinsart** (*figs.* 781 á 790).

Lo que vamos á decir de este túnel se refiere á la traza y clase de trabajos que tuvieron lugar para la galería de Halinsart en el camino del Vesdre (Bélgica), extractado de los apuntes del coronel Albear.

Fig. 781. La proyeccion horizontal del túnel es curva (*fig.* 781) y su eje está compuesto de dos arcos (tangentes en igual sentido) de $129^p = 36^m$ y $2153^p = 600^m$ de desarrollo, siendo sus rádios respectivos $2153^p,5 = 600^m$ y $7180^p = 2000^m$. Hácia el medio y á $1170^p = 326^m$ de la entrada superior se abrió un pozo central cuya seccion horizontal es una elipse de $7^p,10 = 2^m$ por $10^p,6 = 3^m$ de diámetros interiores; y á uno y otro lado, á $359^p = 100^m$ se abrieron otros dos circulares de $7^p,18 = 2^m$ de diámetro interior. Los ejes verticales de estos pozos se ajustaron sobre el horizontal de la galería. Trazada la proyeccion de esta en la parte superior de la montaña, se trazaron tambien y señalaron con jalones cinco rectas que formaban una porcion poligonal tangente á la curva, con el fin de servir para determinar y fijar el eje en su verdadera posicion y direccion trasportándolas verticalmente por los pozos y á las entradas del subterráneo. Los vértices ó intersecciones de estas cinco rectas no debian salir fuera de la zona del terreno de la montaña correspondiente al espacio interior del túnel, disponiéndolo de modo que fuera fácil trasportar directamente las líneas al interior sin otras auxiliares. Para ello se hizo que tres de estas tangentes lo fuesen respectivamente á los 3 pozos determinados, marcando con miras coloradas los puntos de interseccion A, B. Por el

punto E, interseccion de los dos arcos del eje, se tiró otra tangente C D, tomando en el opuesto lado para la regularidad de la curva la cantidad B C′=A C, con lo que se obtuvo otro punto C′ desde el cual se tiró la tangente C′ D′, de modo que desde el punto de tangencia C′ resultó C′ E′=C E. Estas bases C E y C′E′, se prolongaron hasta hallar el terreno en puntos próximamente á nivel del piso de la galería, supuestos en la figura ser los D y D′. En todos estos puntos se plantaron miras coloradas. En los F y F′ intermedios entre los últimos y las entradas al túnel se fijaron otras miras con huecos suficientes á distinguir las D, D′; con lo cual se determinaron la rasante D E y D′ E′ que sirvieron para directrices en los trabajos de entrada á la galería.

Esto hecho se principiaron las escavaciones, procurando conservar la verticalidad de los pozos é invariable su eje por medio de unos marcos de madera, bien asegurados á la entrada, en los cuales se señalaron con incisiones las direcciones de las bases. Coincidiendo con estas incisiones y por consiguiente con la direccion de las tangentes, se fijaba una regla, desde cuyo punto medio descendia una plomada con hilo de cáñamo estirado para evitar diese vueltas. Al llegar la escavacion de los pozos á la profundidad máxima, lo que se conoció por medio de una cadena á propósito, se marcó en el interior de la galería con dos plomadas de mucho peso la direccion de las bases, luego que cesó en ellas el movimiento, para lo cual se tendió un bramante sobre dos caballetes nivelados á igual altura de los arranques de la galería. Esta direccion se trazó invariablemente fijando en los aros intermedios de los revestimientos de los pozos dos cilindros de hierro. A medida que adelantando la escavacion y prolongacion consiguiente de las bases se llegaba á los respectivos ángulos, se fijaban otros puntos que correspondian á los anteriores; con lo que resultó abajo en la galería una traza igual y paralela á la verificada sobre la montaña, como se comprobó distintas veces con exactitud.

Partiendo de los puntos de tangencia que precisamente coincidian con los de los pozos, se calcularon los valores de las ordenadas referidas á las tangentes A B, A C y B C′, de 10^m en 10^m por la fórmula $x=r-\sqrt{a^2-y^2}$ (n.° 97) en la cual x representa las ordenadas, r el rádio de la curva é y las abscisas ó distancias del punto de contacto á los en que se tiraban perpendiculares á la tangente. Los valores de x correspondientes á los de y, crecientes de 10^m en 10^m, se marcaron en un reglon provisto de un pequeño nivel de aire, á fin de medirlos horizontalmente: con lo cual se iba fijando el eje de la curva á unos $9_p=2^m,5$ debajo del vértice de la bóveda. Lo propio se ejecutó desde las entradas.

1882. La construccion material se hizo principiando el trabajo de apertura por 5 puntos á la vez, las dos entradas del túnel y el fondo de los tres pozos. Se escavaba 1° una superficie de 15 á 20 piés cuadrados (1 á 1,5 metros cuadrados), correspondientes á la parte superior de la galería (*fig.* 784) que servia para fijar *Fig.* 784. la posicion del eje; y á medida que se avanzaba seguia otra seccion de trabajadores para ensanchar la apertura en toda su extension; despues de lo cual venia la brigada de albañiles para asentar la mampostería de ladrillos en la bóveda, sillarejos cortados en los pies derechos, y sin labrar ó mampostería ordinaria en el relleno. En las figuras *a b c d e f* se vé claramente el órden y medios del trabajo hasta la conclusion de la bóveda y estribos. La operacion mas lenta, cara y dificultosa, fué la apertura de los pozos y ramales, particularmente en los $2282^p,5=634^m$ de roca granítica compacta y de extremada dureza, en que se rompian de 8 á 16 barras de mina para abrir unos $10^{p3}=0^{m3},22$ de escavacion, necesitándose 7 fraguas y 36 herreros y peones para el constante entretenimiento y composicion de los instrumentos de mina. Fué necesario tambien luchar con mul-

titud de filtraciones y manantiales (cuyo agotamiento llegó á mas de 60'000.000 de litros), y atender con esmero á los cuidados y precauciones que fué necesario tomar para la carga de barrenos, revistiendo los agujeros de arcilla, secándolos con estopa, y untando el papel de los cartucos con sebo. La construccion de este túnel duró 32 meses, empleándose constantemente 240 minadores con 32 peones 20 albañiles con 30 peones, 3 carpinteros, 36 herreros y peones y 12 caballos. El gasto por solo la mano de obra subió á 140 francos diarios ó mas de 4'300.000 rs. en total.

La seccion trasversal de este túnel es idéntica á la de la mayor parte de ellos, formando un arco próximamente de medio punto sobre piés derechos inclinados $\frac{1}{35}$ hácia el exterior. El rád io del arco es de $14^p = 3^m,9$, la altura de la clave sobre la línea de los arranques $12^p,5 = 3^m,5$, la de los piés derechos $9^p,5 = 2^m,64$; la total de la bóveda sobre el terreno $22^p = 6^m,14$, y sobre los carriles $21^p,3 = 5^m,9$: la anchura entre los arranques es de $27^p,8 = 7^m,7$, y en el camino $26^p,5 = 7^m,36$.

1883. Noticia sobre el túnel de Mont-Cenis.

Al terminar esta obra maravillosa (para la que todavía faltan algunos años) darémos explicacion detallada del sistema empleado y medios auxiliares para llevarlos á cabo, repitiendo en tanto la noticia anticipada que dió la primera edicion de este Manual.

En el camino de hierro que une la Francia al Piamonte, pasando de Chambery á Suze al traves de los Alpes, existe un trozo explotado desde 1856 de Chambery á San Juan de Maurienne, cuyas rampas tienen una inclinacion creciente hasta 0,016 en el último punto. A partir de ella continúa la pendiente mas rápida, llegando á 0,035 en las inmediaciones del gran túnel en que actualmente se trabaja cerca de Modanna, á la altitud de 1130^m y 1600^m bajo la cresta de la montaña; el cual tiene de largo 12700^m, existiendo todo ó casi todo en roca arenisca, esquisto-micácea, cuarzosa, gypsosa y calcárea, segun los estudios geológicos de MM. Beaumont y Sismonda.

El proyecto de este camino, verificado por el Ingeniero belga M. Maus, solo ha sufrido una ligera modificacion en la traza del subterráneo, cuyo eje ha quedado en definitiva situado paralelamente al del proyecto á 1 kilómetro mas al Oeste, con el fin de simplificar los trabajos y reducir las rampas de llegada por ambas embocaduras. La pendiente, además, se ha distribuido en dos sentidos á partir del medio (á la altitud de 1335^m), uno al Norte con 0,025 de inclinacion, y otro al Sur con la de 0,002.

Este colosal trabajo, pomposamente inaugurado en 1.° de Setiembre de 1857, cuya ejecucion está á cargo de los Señores Grattoni y Sommeiller, y á cuyos estudios han contribuido, además de estos hábiles Ingenieros, los no menos entendidos Señores Maus y Grandis, se lleva á cabo por el Gobierno italiano entre cuyos miembros se contaban aquel año los esclarecidos Ministros el Conde de Cavour y el célebre Ingeniero M. de Paleocapa, que tanto se ha distinguido en los estudios é informes de otra obra no menos colosal que preocupa al mundo, cual es el Canal de Suez. El costo de este gigantesco túnel, es probablemente de 2 millones de francos por kilómetro, comprendiendo el interés de 6 % durante la construccion.

1884. Medio adoptado de perforacion.

El paso de los Alpes, por medio de un túnel de 8^m de ancho y 6^m de alto es á la vez una cuestion de tiempo y dinero. Reducida á los procedimientos mecánicos en uso hoy dia, probablemente no bastarían dos generaciones á terminarla,

atendido, no solo que la longitud del túnel es tres veces mayor que la del Narthe de 4680^{m}, en el cual se invirtieron muchos años á pesar de la facilidad que ofrecia el terreno y de haberse podido abrir 20 pozos, dando lugar á 32 puntos de ejecucion, sino que, por el contrario, en el túnel de Mont-Cenis solo puede establecerse el trabajo por dos puntos á la vez, que son los de entrada y salida, teniendo que luchar con terreno de roca mas ó menos dura.

Preciso es, pues, emplear un procedimiento que huya de la lentitud que ofrecen los medios conocidos, y esto es lo que han alcanzado los sábios Ingenieros ante-dichos aplicando el espedito medio de la pólvora, que hace depender la duracion del trabajo del tiempo que se tarde en abrir los barrenos. Pero como la operacion seria aun lenta si la ejecucion fuese á mano, se ha inventado y experimentado por los propios Ingenieros un aparato muy sencillo provisto de varios cinceles independientes que, movidos por *compresores de aire* (máquina fundada en los principios del ariete hidráulico, y de que presentarémos una idea), y dando 270 á 300 golpes por minuto, avanzan en este tiempo 2^{c} á 3^{c} en la roca ¡mas dura (Sienita de Andorno) y 10^{c} á 15^{c} en la mas blanda (Gypso de Galliano). Admitiendoque á la mano pudiera avanzarse en 24 horas 0^{m},4, y que el aparato mecáni copermita marchar unas 4 veces mas vivo, se obtendría diariamente un trabajo de 1,5 metros: con lo cual el de perforacion solo durará 14 á 15 años en vez de 72 que serian necesarios por el sistema ordinario.

La perforacion mecánica no se aplica mas que á la galería preparatoria, que debe tener 2^{m},5 de altura y otro tanto de ancho. La roca será atacada por 17 barrenos é igual número de máquinas que se colocarán fácilmente con su juego necesario en un espacio de 6^{m2},25 de seccion. Diez de estos cinceles, dispuestos sobre una línea horizontal y trasportándose en tres contiguas posiciones, formarán una escavacion de 0^{m},6 de profundo, preparando el suelo de la galería y aislando el macizo que se ha de extraer. Los otros 7 útiles funcionan igualmente en 3 posiciones diferentes y no contiguas, haciendo 21 agujeros de mina convenientemente inclinados. Esta série de operaciones se reproducen 5 veces en las 24 horas, comprendiéndose todo el servicio de carros de trasporte, carga, descarga, &; con lo cual se obtienen el 1^{m},5 á 2^{m} de avance calculados.

1885. El útil para la perforacion es un cincel mantenido por guias que vuelven á cada golpe, haciendo así un agujero redondo. El tubo abductor se ramifica en igual número de brazos como cinceles haya, los cuales van á un cilindro de doble efecto; y los impulsos que el útil recibe se trasmiten por medio de un resorte de aire comprendido entre dos émbolos solidarios, uno que es el motor, y el otro que lleva el cincel y se mueve en un cilindro neumático sin fondo.

Para comprender la forma y el efecto del *compresor de aire*, indicarémos el modo como se ha hecho aplicacion del principio del *ariete hidráulico*. El cuerpo del ariete ó tubo de caida se recurva horizontalmente en la parte inferior y se endereza luego en forma de sifon. El brazo menor ó cámara de compresion (equivalente al sifon que representa la figura 791) comunica por dos válvulas con el receptáculo de aire comprimido y con la atmósfera para la alimentacion. Al tubo horizontal se le adaptan igualmente dos válvulas, una para la admision y otra para la evacuacion ó descarga del agua, haciendo las funciones de la válvula de detencion del ariete. A cada golpe ó apertura de la válvula de admision, la columna de agua obra reactivamente y comprime el aire contenido en la cámara, levanta la válvula y hace entrar en el depósito cierta cantidad de aire. Perdida su velocidad el agua bajan las dos válvulas, que de esta manera obran como las de detencion y ascension del ariete: pero en vez de producirse el efecto por la accion misma de la columna motriz, se verifica en el compresor por una pequeña

máquina de columna de agua; lo que permite regular á voluntad los golpes sucesivos y apertura consiguiente de las válvulas alimenticia y de descarga. Así la fuerza viva del agua, en vez de emplearse en elevar una parte de su propia masa á una altura independiente de su nivel, produce por impulsos contínuos la presion de una cierta cantidad de aire, que es un resorte perfecto cuya fuerza puede llegar á 4, 6, ó mas atmósferas segun que sea 30^m, 50^m ó mas la altura de caida del agua del recipiente en comunicacion con el depósito de aire.

1886. El *compresor de aire* ensayado en San Pietro de Arana (que hará me- *Fig.* 791. jor comprender la explicacion del anterior) es (*fig.* 791) un receptáculo que recibe el agua de uno de los conductos de la ciudad con una caida de 24^m.

C, A, B, = Cuerpo horizontal y brazos menor y mayor ó cámara de compresion. El diámetro de los 3 es = $0^m,45$: la longitud del brazo A = 4 á 5^m; y la del B = 15 á 18^m.

R = Registro por donde pasa el agua del depósito colocado á 24^m de altura por medio de un tubo vertical.

v = Válvula alimenticia de considerable peso y de igual área que la seccion del ariete: la cual se abre á intérvalos de tiempo iguales para dejar pasar el agua del depósito superior.

x = Válvula de descarga de agua, colocada próximamente al nivel del cuerpo C.

V = Válvula de emision del aire comprimido, que se abre por su parte superior y de dentro afuera. Su diámetro = $0^m,45$ como el del sifon. Su peso está calculado para que solo se abra bajo cierta presion.

z = Válvula de admision de aire que abre de fuera adentro.

t = Tubo por donde pasa el aire comprimido al abrirse la válvula V para alojarse en dos depósitos de palastro D.

D = Depósitos de aire comprimido de 12 milímetros de espesor y $4^{m3},324$ de capacidad. Antes de funcionar la máquina están estos depósitos llenos del agua que proviene de un recipiente establecido á 30^m de altura, comunicando con él por medio de un tubo de $0^m,45$ de diámetro. Se mantiene así en esta cámara una presion de 6 atmósferas, 5 por el peso del agua y 1 por el del aire.

E, t = Depósito de aire que alimenta la cámara de compresion, y tubo que le comunica á esta misma cámara B′ por la válvula z de admision.

Al empezar el trabajo se halla el agua de nivel en los brazos A, B, y depósito D; y la parte superior del brazo B′ del sifon está llena de aire. Abierta la válvula alimenticia v, el agua del depósito á 24^m penetra en el sifon sin experimentar otras resistencias que las debidas al rozamiento interior de las paredes de los tubos, adquiriendo en su descenso una fuerza viva que la obliga á subir por el brazo mayor y comprimir el aire en él contenido con esfuerzo proporcional á su potencia misma. Cuando la presion del aire es suficiente para vencer el peso de la válvula V se abre esta y le deja paso por el tubo t hasta llegar al depósito D, desalojando en él un volúmen de agua correspondiente que pasa al recipiente colocado á 50^m de altura. Luego que cesa la fuerza del agua y que el aire comprimido ha pasado por la válvula V, se cierra esta y baja el agua en B′ á buscar su nivel, abriendo en su retroceso la válvula de evacuacion x por donde sale una parte hasta ponerse á nivel en ambos brazos. Por causa de esta salida se verifica en B′ un vacío, la válvula de admision z se abre y pasa por ella el aire depositado en E hasta llenar de nuevo el brazo B′. Restablecido el equilibrio, y abierta segunda vez la válvula alimenticia v se repiten de seguida todos los fenómenos explicados. Esta válvula v y la de descarga x se mueven (como ya hemos dicho) en intérvalos de tiempo regulados por una máquina de columna de agua alimentada por el recipiente que se halla á 50^m.

A cada golpe de ariete pasa cierto volúmen de aire del sifon á los depósitos D, y como la carga es de 50^m de agua ó 5 atmósferas mas la presion del aire

sobre el recipiente, resulta que el contenido en D está comprimido á 6 atmósferas.

Los experimentos verificados en San Pietro de Arana hicieron conocer que lá pérdida de aire en los depósitos era solo de 0,02 á 0,03, y que la fuerza necesaria para reducir á uno 6 volúmenes iguales de aire, ó comprimido á 6 atmósferas era de $59^{km},37$ para la presion, y $51^{km},63$ para impulsar este aire á los depósitos: en todo 111^{km}, que es la fuerza acumulada que se tiene disponible. El efecto útil compresor es de 0,58 á 0,60.

1887. **Ventilacion. Cantidad de aire necesaria.**

La caida de agua para hacer obrar el compresor hidráulico se aprovecha tambien en la correspondiente proporcion para ventilar la galería; á la que seguirá por los medios ordinarios la apertura total del túnel inyectando la suficiente cantidad de aire.

El volúmen que se necesita en la preparatoria para 3^m de avance en toda su seccion de $6^{m2},25$ y 20^{m3} de desmonte, es

Por 18^k de pólvora, á 250^{m3} uno	4500^{m3}	7740^{m3}
Por 5^k lámparas, á 168	840	
Por 10^k operarios, á 240	2400	
Para el paso de la galería preparatoria á la del túnel (100^{m3} de desmonte)		
Por 80^k de pólvora, á 250^{m3}	20000^{m3}	74024^{m3}
Por 83^k lámparas, á 168	13944	
Por 167^k operarios, á 240	40080	
En total		81764^{m3} en 24^h.

ó 3407^{m3} en una hora; á que corresponde 1^{m3} próximo por segundo.

La inyeccion es mas abundante durante la explosion de los barrenos, debiéndose, además, tener en cuenta la reserva de aire que se necesita para suplir cualquiera descomposicion de las máquinas: por todo lo cual, y á fin de no hacer voluminosos los cilindros receptores y tubos de conduccion, cuya longitud alcanzará á 6000^m por ambos lados, se procurará dar á la masa de aire en ellos contenida la presion de 6 atmósferas, equivalente á una capacidad de 14000^{m3}.

En este supuesto, y admitiendo 4000^{m3} por hora, la cantidad de accion teórica será

$$F = 10333 \times 4000 \times 2,303 \log. 6 = 74300000.$$

ó 275 caballos por segundo.

Siendo por experiencia 0,53 el efecto útil de la máquina, se podrá disponer en cada cabeza del túnel de una fuerza de $\frac{275}{0,53} = 520$ caballos próximos. Y como por cada lado se obtiene agua en suficiente cantidad y hasta 50^m de altura de caida; que produce un trabajo mayor del calculado, resulta que no debe temerse falte en ningun momento la debida ventilacion y fuerza elástica del aire para el juego de los barrenos.

Los recipientes de las máquinas son 72 veces mayores que el de la ensayada en San Pietro de Arana; por lo que solo se juzgaron necesarios 13 de $0^m,9$ de diámetro.

1888. ESTABLECIMIENTO DE LA VIA.

Los caminos de hierro pueden tener una ó dos vias segun la actividad del trán-

sito. Cuando solo tengan una «se dejarán las dimensiones necesarias para el es-establecimiento de dos en todas las obras de fábrica y en los 100^m de longitud por cada lado de las mismas á partir de sus extremos», segun se practica y está mandado por reales órdenes para varios caminos de España.

El gasto que generalmente ocasionan las dos vias no es el doble del que se necesita para ejecutar una sola, puesto que en esta última es preciso, como lo acabamos de decir, el establecimiento de otras vias de union con la principal que sirven de apartadero para el caso de encontrarse dos convoyes en sentidos opuestos; no siendo tampoco para la doble via los desmontes y terraplenes dos veces mayores que para la via simple.

Los apartaderos tienen una longitud que depende de la de los trenes, variando de $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{17}$ de la total del camino.

Se establecen igualmente apartaderos, aunque menos numerosos, en los caminos de dos vias cuando se suponen trasportes en igual sentido con diferentes velocidades.

Para conocer cuándo convendrá establecer un camino de dos vias pueden servir de datos los números 500.000 toneladas de géneros y 1'000.000 de pasajeros en un año segun cálculo probable. Si el movimiento no excediera de 200000 toneladas de mercancías y 400.000 pasajeros, bastaría una sola via preparada para recibir dos cuando lo exigiera el acrecentamiento de los dos últimos números.

1889. Anchura de la via, entre-via y paseos.

La anchura de la via tiene una influencia directa en el costo inicial del camino, pues es evidente que cuanto mayor es la distancia entre carriles mayor es la explanacion.y por consiguiente el volúmen de obra que exije la construccion de la línea. En terreno llano solo queda el valor de la zona expropiada y el mayor ó menor cubo de las fábricas para la diferencia entre dos vias ancha y estrecha; pero el costo será cada vez mayor en la primera á medida que el trazado vaya presentando mayores dificultades y se aumenten las cotas de desmonte y terraplen, pudiendo llegar á ser aquel de una importancia muy considerable. Sucede la inversa respecto á la via estrecha; cuya economía se aumenta aun con el empleo de máquinas y vehículos mas ligeros, que permiten disminuir el peso de los carriles, y en ser las traviesas de menos longitud, y menor el volúmen de balasto.

La via ancha, en cambio, permite mejor disposicion en los mecanismos de los motores y dotarlos de mayor petencia, siendo tambien los carruajes mas capaces para las mercancías y mas seguros, estables y cómodos para los viajeros. El ancho de $1^m,67$ que tienen los españoles entre las barras de los carriles, ó $1^m,70$ entre los ejes, parece haber satisfecho perfectamente las exigencias de una buena via, siendo mejor que el de $1^m,44$ usado en Francia, y no tan costosa la via como la Rusa que tiene $1^m,83$ y la de Lóndres á Bristol de $2^m,13$. Fuera de estas las vias de Inglaterra y Bélgica varian de $1^m,31$ á $1^m,52$ y las de Escocia é Irlanda de $1^m,68$, muy próxima á la española.

La entrevia de nuestro pais es de $1^m,8$, ó igual á la mayor parte de los caminos franceses y belgas. En Inglaterra llega á $1^m,92$, y en el camino de Bruselas á Mons á $2^m,5$.

La anchura total de un camino de dos vias, no comprendida la de las cunetas es, al mínimo, de $5^m,62$, y al máximo de 8^m. La distancia de los carriles extremos á las cunetas es de 1^m á $1^m,5$. En España el ancho entre pretiles de fábrica es de $7^m,8$, segun la órden de 1.° Mayo 1854 y otras posteriores.

El paseo en terrenos ordinarios es $0^m,5$, mayor en terraplen que en desmonte al contrario de lo que sucede en terrenos pantanosos, pues llega á 3^m en los desmontes mientras que en los terraplenes es de $1^m,5$ á 2^m. En los viaductos y

subterráneos se puede reducir á $0^m,6$ ó $0^m,7$ el espacio entre las paredes ó pies derechos de las bóvedas y los puntos mas salientes de las mercancías; y á 1^m si el camino hubiese de servir á pasajeros.

1890. La reduccion de la via presenta el grave inconveniente de la falta de uniformidad, cuya consecuencia natural es la necesidad de un trasbordo en los puntos de union con otras líneas: trasbordo que, si es poca cosa para los viajeros, tiene considerable importancia para las mercancías en la mayor parte de los casos: tales son, el costo de la operacion de carga y descarga, la mayor complicacion de la contabilidad y todo el servicio administrativo el riesgo de averias, la pérdida de tiempo, la construccion, exigida muchas veces, de muelles cubiertos, y otros mas inconvenientes con que se recarga la explotacion y los gastos de establecimiento; no siendo menos sensibles los que son propios de la via estrecha, como la menor potencia de los motores y menor estabilidad de las máquinas. Por estas razones los Franceses, que han comprendido y lamentado la pequeñez del número $1^m,45$ para el ancho de su via, la han dejado así en la red principal, no alterándolo mas que en ramales aislados como en el de París á Sceaux, de $1^m,80$ que sirve al material articulado de Arnoux.

Por esta razon tambien se ha conservado en España el ancho de $1^m,67$ y se debe conservar en la red principal: pero en razon á las ventajas antedichas de menor costo de establecimiento, se podrá adoptar la vía estrecha en los caminos económicos ó de 2.° órden de la 4.ª categoría (núm. 1856), pues que no han de tener dependencia alguna con los de la red principal; y así tambien para las líneas de las 2.ª y 3.ª categoría se podrá aceptar la via estrecha siempre que se demuestre, pesando las circunstancias económicas en cada caso particular, que no se recargará el trasporte hasta anular las ventajas de la economía del capital inicial; teniendo presentes las condiciones del trazado en lo relativo á las curvas para ver si estas hacen necesario el trasbordo en el paso de la via principal á la secundaria, lo que disminuiría notablemente las desventajas de la adopcion de menor ancho de la via; pues sabemos que cuando los rádios de las curvas bajan de 150^m no es posible hacer pasar por ellas con seguridad á los vehículos generales de la línea, teniendo que emplear un material especial para curvas de 40^m, 50^m, 100^m y cerca de 150^m de rádio.

Si la reduccion de la via no es tan importante para los caminos económicos, como la reforma de las inclinaciones y las curvas, hay casos en que podrá ser conveniente y deberá adoptarse. En los caminos de Noruega de este género el ancho de la via es de $1^m,06$; en los de la Australia es $1^m,067$. En Francia se explota un ramal de 7 kilómetros con una via de $1^m,10$, igual á la del Mont-Cenis; y hasta uno hay en el valle del Broel de $0^m,75$ con curvas de 40^m de rádio y rampas de 12,5 milímetros, y otro en el de Festining de $0^m,61$ de via con iguales curvas que las anteriores. En España tiene $1^m,35$ el de Carcajente á Gandía y $1^m,067$ el de las minas de Buitron á San Juan del Puerto; siendo idénticos los demás caminos de diferentes paises, donde el tráfico es pequeño ó igual al de España y Portugal en comarcas aisladas. El peso de los carriles es de unos 16^k por 1^m corriente, y las locomotoras de 6 á 10 toneladas, capaces de una velocidad de 16^k y 60 toneladas de arrastre en via ascendiente. Por cuyas razones todas y el hacerse el servicio bien y con regularidad, opina la Comision de Ingenieros encargada por el Gobierno de proponer caminos económicos para España, que el ancho de la via puede ser de 1^m: con lo que se conseguirá facilidad en el paso de las curvas y poder aplicar las carreteras al establecimiento de este género de vias, sin que la pequeña zona que se las quita influya visiblemente en el tráfico ordinario que tiene lugar por las mismas.

1891. Balasto.

El balasto es la capa de arena, grava ó cascajo menudo con que se cubre el lecho del camino de hierro para dar mas elasticidad á la via. No siempre se tienen á mano los materiales que le deben formar.

Para que la arena haga un buen balasto no ha de ser muy fina, puesto que entonces conservaria el agua en tiempos lluviosos y mantendria las traviesas en un estado constante de humedad; y en los tiempos secos seria levantada por el viento y paso de los trenes, ocasionando un polvo que, á mas de ser molesto á los pasajeros, se extenderia por todas las superficies en rozamiento, con lo cual se aumenta el desgaste en una gran proporcion, como se nota en el camino de las Landas, de Burdeos á Bayona. Se necesitan por lo menos 4^{m3} por 1^{m} de calzada.

La grava fina constituye por sí sola un buen balasto: pero, sin embargo, cuando es muy móvil se le agrega cierta cantidad de detritus, con el que forma ganga y adquiere mas adherencia. Con este fin se está ensayando el empleo de la arena molida y mezclada con la turba.

Si no hubiese arena ó grava se emplearán piedras machacadas; método bastante caro y orígen de ese ruido desagradable que se siente en los trenes que marchan sobre esta especie de balasto. Ha de procurarse que en lo posible sea de igual dureza y densidad suficiente para resistir á la presion que ha de experimentar. Se desechará la que se deshaga ó quiebre con la helada.

Cuando se carece de arena, grava y piedra se puede emplear tierra cocida, ladrillo, teja, y aun escorias de fragua, no obstante el inconveniente del polvo que de este último resulta. Se puede tambien emplear esquisto mezclado con una pequeña cantidad de carbon extraido de los altos hornos.

La parte superior del balasto debe enjugarse con facilidad y no conservar el agua. En caso de ser húmeda su naturaleza se dispondrá la superficie segun planos inclinados que, por medio de pequeñas cunetas próximas, viertan el agua fuera de la calzada.

La superficie del balasto estará de 5 á 6 centímetros bajo la del carril, de modo que el reborde de las ruedas no le alcance.

Se debe procurar tambien que las cuñas de los coginetes queden cubiertas con el balasto para evitar que, expuestas al aire, sufran las influencias de las variaciones atmosféricas; en cuyo caso no se mantendrían en el coginete y se destruirían prontamente. En la entre-via la superficie es igual que en la via; pero si se hubiera empleado arena convendrá mantener el nivel un poco mas bajo.

El espesor del balasto en general es de $0^{m},6$: el comprendido entre la superficie superior é inferior de la traviesa no tiene mas objeto que impedir el desvío lateral de esta. El grueso que tendrá la capa que sirve de asiento será de $0^{m},3$ sobre terrenos arcillosos, creciendo este número á medida que el suelo embebe mas. En terrenos gredosos se emplean para la capa inferior materiales mas resitentes que no se dejen penetrar por el agua.

La anchura que ha de ocupar el balasto depende de la que tenga la via: sobre terrenos glutinosos bastará $0^{m},55$ en los desmontes y $0^{m},65$ en los terraplenes: para grava seca estos números son respectivamente $0^{m},65$ y $0^{m},75$; cuando se emplea ladrillo picado ó piedra $0^{m},80$, y cuando la arena es fina $1^{m},20$ á $1^{m},25$ y aun $1^{m},50$.

1892. Calzada sobre desmonte.

En un terreno sólido se hace la escavacion á $0^{m},5$ ó $0^{m},6$ debajo de los carriles inclinando el fondo $0^{m},03$ por ambos lados del eje. Se construyen en seguida paralelamente á este dos muros de piedra en seco, que separan la calzada de la cuneta y tienen $0^{m},1$ de talud. En el espacio que comprenden se extiende el balasto

TIPOS.		LÍNEA EN QUE FUNCIONAN.	PESO. Total llena	Id. vacía	Id. del ténder cargado	Peso mínimo adherente	Peso mínimo por eje	CILINDROS. Diámetro	Ca[illegible]	[illegible] EN UN [illegible] á 500m — 15	30	35	40	Peso máximo de la máquina y ténder en marcha por metro cuadrado de superficie de vaporizacion	Peso máximo adherente por metro cuadrado de superficie	Esfuerzo teórico de traccion por tonelada de peso mínimo adherente	CONDICIONES PARA EL PASO DE LAS CURVAS. Distancia entre los ejes extremos acoplados.	DISPOSICIONES ADOPTADAS PARA DAR FLEXIBILIDAD Á LA MÁQUINA.	
			TONELADAS.					MILÍMETROS		[illegible]ADAS				Kilóg.	Kilóg.	Kilóg.	Metros.		
Máquinas de seis ruedas acopladas con ténder separado.	1	París á Lyon y al Mediterráneo, modelo de Bourbonnais.—1855.	34	30	19	34	12	450	[illegible]	[illegible]	92	74	60	417	268	214	»	»	
	2	Línea de Madrid á Zaragoza y Alicante (Creusot)	34,6	»	26	34,6	12	450	[illegible]	[illegible]	86	68	54	469	268	212	3,430	»	
	3	Mediodía de Francia.—Tipo presentado en la Exposicion de París	34,7	30,5	19?	34,7	12,5	450	[illegible]	[illegible]	94	76	61	368	238	196	3,600	»	
Máquinas de ocho ruedas acopladas y ténder separado.	4	Red central de Orleans.—Cail.—1863.	42,18	38,19	19?	42,18	12	500	[illegible]	[illegible]	179	91	79	296	204	218	4,080	Juego en los ejes 1.° y 4.° de 15 milímetros y aparato Forquenot.	
	5	Ferro-carril del Soemmering. Tipo. Desgrange	47	41,5	18	47	12	475	[illegible]	[illegible]	136	112	91	356	257	220	3,438	Juego en el 4.° eje de 20 milímetros.	
	6	Ferro-carriles italianos.—Sistema Beugnot	47,3	»	23,550	47,3	»	540	[illegible]	[illegible]	131	107	86	410	274	208	3,900	Juego en los ejes de 20 milímetros y balancin Beugnot.	
	7	Ciudad-Real á Badajoz.—Fábrica de Cail.	43,5	37,5	19?	43,5	11,9	500	[illegible]	[illegible]	123	100	82	309	215	208	4,200	Juego en los ejes y aparato Caillet.	
	8	Norte de España.—Fábrica de Creussot.	43,5	39	19?	43,5	11,25	550	[illegible]	[illegible]	123	100	82	377	263	301	4,130	Id. Id.	
	9	Líneas rusas.—Fabricante Sigl.—Austria. Locomotora presentada en la Exposicion de París.	49	43,5	22?	49	13	520	[illegible]	[illegible]	138	111	91	404	178	236	3,850	»	
	10	Este de Francia.—Graffenstaden.—Exposicion de París.	46,17	38,96	19	46,17	»	500	[illegible]	[illegible]	132	108	88	322	228	212	3,930	Juego en los ejes extremos.	
Máquinas ténders de seis, ocho, diez y doce ruedas motrices.	11	Modelo presentado por la fábrica de Creusot en la Exposicion de París.	38,5	»	»	33	»	440	[illegible]	[illegible]	112	95	80	321	275	242	3,500		Provisiones.. agua = 4800 k. carbon = 1000 k.
	12	Alar á Santander—Locomotora Vaessen.	45	»	»	31	13	460	[illegible]	[illegible]	96	80	66	330	228	251	3,600	Avan tren articulado de 4 ruedas de 0m,80 de diámetro.—Sistema Waessen.	Idem... agua = 5300 k. carbon = 3,000 k.
	13	India inglesa.—Plano de Bhore Ghaut.—Sharp.	49,5	»	»	34,5	12,5	516	[illegible]	[illegible]	104	85	71	411	280	252	3,920	Id. Id. Id. de 0m,83 de diámetro.	Idem... agua = 4500 k. carbon = 1000 k.
	14	Norte de Francia.—Petiet.—Fuertes rampas.—1864.	45	33,5	»	38	11,6	486	[illegible]	[illegible]	126	103	80	269	228	232	3,720	Juego en los ejes extremos.	»
	15	Arvant á Lot.—Ingeniero Director, Forquenot.—Exposicion de París.	59	46	»	52	12,12	50[illegible]	[illegible]	[illegible]	172	144	122	259	228	219	4,530	Juego en los ejes 1.°, 2.°, 4.° y 5.° de 7 á 17 milímetros y aparato Forquenot.	Idem... agua = 5400 k. carbon = 1500 k.
	16	Estados-Unidos.—Milholland.—Exposicion de París.	45	»	»	40	8	510	[illegible]	[illegible]	134	112	95	352	316	286	5,900	»	Idem... agua = 4500 k. carbon. Nada, por no necesitar repuesto en el servicio de la rampa de 2600 metros de longitud á que está destinada.
Máquinas con ténder motor.	17	Great-Northern.—Sturrock.—1863.	34	30	27	34 / 15 } 49	12,5	400 / 400	[illegible]	[illegible]	161	135	115	488	392	278	4,720 / 4,200	»	
	18	Gran central belga.—Urban	36	32	27	36 / 16 } 52	»	460 / 350	[illegible]	[illegible]	172	144	122	332	290	229	3,650 / 3,200	»	
	19	Este de Francia.—Graffenstaden	35	30,5	27,91	35 / 17 } 52	»	420 / 380	[illegible]	[illegible]	172	144	122	476	393	236	3,550 / 3,200	»	
	20	North-London.—Fairlie	30	»	20	30 / 14 } 14	»	45[illegible] / 36[illegible]	[illegible]	[illegible]	146	122	103	330	290	227	2,660 / 2,200	»	
Máquina con ténder adherente.	21	Steierdorf á Oravieza	27,55	»	19,20	27 55 / 13,00 / 40,55	9,85 / 12,30			[illegible]	134	112	95	380	330	240	2,212 / 2,212	»	
Máquinas gemelas.	22	Turin á Génova	32 / 32	»	»	28? / 28? / 56	» / »	406		[illegible]	185	135	132	317	278	193	3,196	»	
Máquinas con doble mecanismo y un solo generador.	23	Norte de Francia.—Petiet.—1863.	39,7	»	»	48?	10,7	44 / 44			159	133	113	270	217	277	6,000	Juego en los ejes y balancin Beugnot.	
Máquinas con doble mecanismo y generador dividido en dos partes por un hogar central.	24	Southernand Western Railway.—Australia.—Fairlie.—1865.	72	»	»	60?	»				199	166	141	360	300	249	2,640 / 2,640	Dos grupos de 6 ruedas cada uno, articulados.	

sobre que se asientan los dados ó traviesas que deben soportar los coginetes; despues se ajustan los carriles fijándoles con cuñas de madera ó con eclisas, segun la naturaleza del apoyo, de cuyos diferentes sistemas hablaremos despues. Cuando se emplean dados en vez de traviesas se disponen de modo que las diagonales sean paralelas y perpendiculares á la via.

1893. **Calzada sobre terraplen.**

Si el terreno es sólido la calzada se construye como en el número precedente, dando mas anchura á los paseos, como se ha dicho ya anteriormente.

No se necesita bombear la superficie que contiene el balasto, puesto que la desigualdad del asiento produce un bombeo natural. En este caso no se hará uso de los dados para base de los coginetes, empleándose exclusivamente las traviesas de madera.

1894. **Calzada sobre terreno pantanoso.**

Si es posible desecar el terreno económicamente se procederá despues como en los casos precedentes. Si hubiera poca profundidad en el pantano y no se pudiera desecar, se clavarán pilotes hasta encontrar terreno sólido, uniendo luego las cabezas de estos por medio de soleras que servirán para soportar las traviesas, y sobre ellas otras vigas ó largueros que serán la base de los coginetes y carriles.

Si el pantano es muy profundo se desecará por medio de hondas cunetas hasta $0^m,4$ á $0^m,5$ de altura. Sobre esta faja de terreno se echarán fajinas que despues se cubren con un lecho de cascajo, colocando en seguida, como en el caso precedente, carreras de soleras y traviesas que soporten los carriles.

1895. **Apoyos de los carriles.**

La via de los caminos de hierro se asienta directamente sobre traviesas de madera ó dados de piedra; ó bien se fija desde luego y en contacto del balasto de la calzada, como lo veremos al hablar de ciertos sistemas de carriles, uniendo las barras de distancia en distancia con pasadores de hierro.

1896. **Dados.**

Los dados pueden hacerse de cualquiera clase de piedra, ni muy tierna ni muy quebradiza, cuyas dimensiones en general son de $0^m,6$ de lado por $0^m,3$ de altura, no debiéndose labrar mas que la cara superior ó asiento del carril, pero haciendo, sin embargo, que la inferior tenga buen asiento. Sus diagonales deben estar en sentido de la via y perpendicularmente á ella.

El empleo de los dados como soporte de los carriles apenas está ya en uso en Inglaterra y Francia por su gran coste de establecimiento y conservacion, la poca estabilidad y fijeza que proporcionan á la via, y su mucha rigidez, que hace mas sensible el movimiento fatigando los pasajeros y dañando el material. En Alemania, sin embargo, los usan todavía, particularmente sobre terreno sólido, cuando los carriles tienen sus juntas unidas por medio de eclisas: pero, á fin de darles elasticidad, se tiende bajo su base una capa de balasto de 20 á 25 centímetros de espesor. En Baviera ponen, además, entre el dado y carril un carton alquitranado de 11 á 12 milímetros de espesor. Sobre los terraplenes y en las curvas de pequeño rádio debe absolutamente desecharse el empleo de los dados.

1897. **Traviesas.**

Las traviesas de madera son los apoyos mas usados por sus recomendables ventajas en cualquiera clase de terreno, ya porque el asiento de la via es mas uniforme, ya porque los carriles quedan perfectamente unidos, cuanto tambien por la facilidad de reemplazarlos, cuando esto sea necesario, ó de elevarlos cuando ha

bajado la via; y, en fin, por su propia elasticidad que produce el movimiento mas dulce y favorable á los pasajeros y material.

La madera que se debe emplear será, segun las prácticas mas acreditadas y varias reales disposiciones, de buen pino resinoso, roble ó encina, sin grandes nudos, pasmaduras, podredumbre ni albura, y cortada en buena estacion. Su longitud de $2^m,8$ á lo menos, por un ancho de $0^m,28$ y $0^m,12$ de alto. En cuanto á su forma trasversal pueden ser las traviesas rectangulares ó semi-circulares, y aun triangulares equiláteras, como se usaron antes en Inglaterra: en el último caso descansarán en el balasto sobre una de las aristas, y en el seguudo sobre la cara plana; en el primer caso naturalmente se asientan sobre el lado mayor. De todos modos han de ser escuadradas á la sierra ó hacha, sin sujetarse á arista viva. Las rectangulares son las mejores entre todas. M. Pouillet asienta las traviesas sobre planchas cuadradas de madera (ó dos rectangulares que formen un cuadrado), con lo que obtiene mas estabilidad en la via y mas suavidad en el movimiento.

El número de las que corresponden á las uniones de los carriles estará con las trasversales intermedias en la razon de 1 á 3, aunque siempre se sujetarán las últimas á la condicion de aumentar el número á medida que lo exijan la longitud y resistencia de las barras-carriles.

1898. Las traviesas, como todas las maderas empleadas en los ferro-carriles, deben prepararse convenientemente antes de ser empleadas para que su duracion sea la mayor posible. No basta para ello la simple inmersion en un reactivo cualquiera, sino que es preciso recurrir á la presion ó aspiracion que haga penetrar el líquido antiséptico, siguiendo uno de los medios descritos en los números 1045 á 1053. En Inglaterra se usa con preferencia el aceite de creosota como el mas eficaz reactivo, y en muchas partes emplean el sulfato de cobre. El galon del primero cuesta de 1 á 1,5 penys (3 á 4,5 cuartos). La encina absorve mas cantidad que el pino; y en término medio, para cada pié cúbico de madera se necesita un galon de creosota.

1899. **Coginetes.**

Tienen diferentes formas como se vé en las láminas 84, 85 y 86, pero en general presentan vacía la parte media para dar lugar al alojamiento de la barra y cuña que la sujeta. A fin de que las ruedas cónicas en uso, de $\frac{1}{20}$ de inclinacion sus aristas, se ajusten sobre la cara superior del carril, se funden los coginetes haciéndoles el fondo de la caja con esta misma inclinacion. Para sujetarlos á las traviesas tienen cada uno dos orejas, mas ó menos largas, con un agujero ambas en direccion diagonal, de modo que los pernos de ajuste no corten las mismas fibras de la traviesa, debilitando la madera y aun exponiéndola á hendirse.

Cuando se hace uso del sistema Pouillet los pernos abrazan la traviesa y plancha inferior, sujetándose á tuerca.

En el camino de Granollers, como en el del Cairo y otros mas, se emplea por coginete un segmento esférico de gran dimension que se asienta sobre el balasto de que se llena el interior, ligándose cada dos de estos apoyos entre sí por una barra unida con tornillos á una oreja que sale de la misma campana. Este sistema produce bastante estabilidad en la via, y tiene la ventaja de ahorrar las traviesas de madera.

El sistema Barlow, de que luego hablarémos, se pone del propio modo sobre el balasto y con iguales ventajas.

Los carriles Americanos ó Vignols, tienen por coginete una plancha de hierro sobrepuesta á los largueros ó traviesas.

Los coginetes deben ser de fundicion, de grano que no parezca muy grueso y poco unido ni muy fino y demasiado compacto; han de estar igualmente exentos de grietas, escotaduras y otros defectos semejantes. Aunque son preferibles los que provienen de segunda fundicion, en virtud de la dificultad de obtener desde luego una marcha regular en los altos hornos, se usan indistintamente de segunda y primera fundicion.

Se juzga de su calidad exponiéndolos á una presion de 1500^k á 1300^k á lo menos por centímetro cuadrado de seccion, y asegurándose, además, por medio de un ensayo, de que resisten suficientemente al choque.

El peso de cada coginete es, por término medio, de 10^k. En Inglaterra los hay que se elevan hasta 18^k.

1900. No terminarémos lo relativo á coginetes sin dar á conocer el inventado por el Ingeniero inglés M. John de Conochie, para servir á carriles de doble seta (*fig.* 801 y 802.) *Fig.* 801 y 802.

Consta de un cuerpo A, la pieza de apoyo B en que entra el diente E del 1.°, y la llave ó cuña de madera C. La barra-carril no llega al fondo del coginete, por cuya disposicion puede servir invertida cuando se deteriora la cabeza que está en uso: el intérvalo que media es de 0^m,003. El coginete de junta es igual, aunque un poco mas largo el apoyo B. El peso del primero es de 11^{k}188, y el del 2.° 15^k,87.

La figura 802 representa el mismo coginete modificado con dos piezas de apoyo en vez de una, fijas con llaves de hierro forjado.

Las principales ventajas de este coginete son:

1.ª Conservar intacta la cabeza inferior del carril mientras está en uso la superior.
2.ª Formar un sosten completo la pieza de apoyo ó labio suelto.
3.ª Prestar el coginete al carril gran rigidez vertical y lateralmente.
4.ª Aumentar los puntos de apoyo del carril por la mayor longitud de sus labios.
5.ª Aminorar el gasto de conservacion del material móvil y hacer mas suave el movimiento de los trenes, por impedir el coginete se levanten los extremos de los carriles conservando las juntas sin resalto.
6.ª Exigir las llaves mucho menos cuidado que en los coginetes ordinarios, porque su destino no es sostener el carril como en aquellos, sino impedir que se levante.
7.ª Ser el precio próximamente igual al que tiene el coginete ordinario, no obstante las ventajas enunciadas que han correspondido en la práctica.

De los experimentos del autor y los de M. Michel resulta la siguiente tabla sobre la flexion producida en el carril

PRESION EN KILÓGRAMOS.	FLECHA con el coginete de Conochie.	FLECHA con el coginete ordinario.
15200	»	»
20300	»	»
31400	0^m,00025	0^m,0005
40600	0^m,00175	0^m,003
50700	0^m,003	0^m,004
60900	0^m,0035	0^m,0047
71000	0^m,004	0^m,0062

1901. **Barras-carriles.**

Aunque algunas son de fundicion, cuya longitud no excede de 1^m,2, se construyen ordinariamente de hierro laminado; siendo por lo regular su largo de 4^m,5 á

5^{m}. A longitud igual las barras de hierro dulce cuestan menos que las de fundicion, resistiendo mejor á los choques que pueden experimentar.

1902. **Sistema de simple y doble seta.**

Poco es lo que todavía puede la experiencia decir relativamente á la seccion que mas conviene á las barras; parece, en tanto, que á pesos iguales, entre los carriles de simple y doble seta, se debe dar la preferencia á los últimos, como lo hace ver la práctica de acuerdo con la teoría. M. Barlow, y con él otros varios, prefieren los carriles de una sola cabeza ó de dos desiguales en tamaño. Luego verémos que el sistema *americano* parece debe preferirse á todos los demás; aunque el uso del coginete de Conochie puede hacer mas apreciable el carril de doble seta.

Para calcular directamente su resistencia se puede considerar cada trozo de barra entre dos coginetes contiguos como una pieza cargada en su punto medío y empotrada por sus dos extremidades, ó empotrada en una y apoyada en otra, segun que sea contínua ó haya junta en uno de sus extremos, supuesta la barra en todo caso perfectamente ajustada y fija al coginete. Las fórmulas de los números 917, 918 y anteriores, darán las dimensiones correspondientes atendida la forma de la seccion trasversal. En esta valuacion no solo se deberá atender á la presion experimentada por las cargas que las barras hayan de soportar, sino tambien á los choques y vibraciones que deban ó puedan sufrir; mas no siendo posible llevar cuenta analíticamente de todas las circunstancias con el movimiento de la carga, se deduce que la práctica sola será la que pueda señalar con mas acierto la mejor forma y dimensiones de los carriles. Hasta ahora, y segun manifiesta Barlow, puede tomarse con satisfaccion 10 á 20 por 100 mas del doble de la fuerza que necesitaría la barra para resistir el peso calculado de la máquina supuesta en reposo.

La tabla siguiente manifiesta las relaciones que existen, en líneas de mas importancia, entre el peso de las barras y el peso y distancia de los coginetes.

PESO DEL METRO corriente del carril.	DISTANCIA de los apoyos.	PESO de los coginetes ordinarios.	PESO de los coginetes de junta.
13 á 20 kilóg.	0^{m},90	7 á 8,5 kilóg,	9 á 12 kilóg.
25 á 32	0^{m},90 á 1^{m},12	7 á 10	9 á 14
32 á 37........ y sobre este núm.	1^{m},20	9,5 á 12	12 á 16

Las barras que pesan menos de 20^{k} y vuelan 0^{m},9 son muy ligeras para el servicio de locomotoras que pesen de 8 á 16 toneladas. Convendrá que para la separacion de 0^{m},9 entre los apoyos y 16 toneladas de peso en las máquinas tenga cada metro de barra el de 25^{k}. Para los carriles de 30^{k} conviene 1^{m},12 de luz y 9^{k},2 para los coginetes: y, en fin, para los de 36 á 37^{k} de peso de los primeros serán satisfactorios los números 1^{m},2 para las barras y 9^{k},5 á 10^{k} para los coginetes. Cuando por ser demasiada la velocidad se emplean máquinas muy pesadas, como sucede en Inglaterra, y muchos caminos de Francia, el peso de las barras es generalmente de 37 ó 38^{k} por metro, teniendo cada una 4^{m},5 de longitud sobre 4 traviesas.

Con estas proporciones se puede obtener para los convoyes de pasajeros una velocidad de 16 á 18 leguas por hora.

Aunque en algunos caminos ingleses y franceses hay máquinas de gran potencia que pesan hasta 26 toneladas (la de Crampton de 1851 llega hasta 35) solo se emplean con buen éxito en remontar fuertes pendientes, desapareciendo sus ventajas en el remolque de grandes cargas sobre terreno llano. Los convoyes muy largos están sujetos á gran resistencia en las curvas y son difíciles de manejar en los apartaderos. Un tren de mercancías no debe pasar de 50 wagones.

1903. **Union de los carriles y coginetes.**

Los carriles se ponen á continuacion uno de otro, cortados en ángulo recto sus extremos, y distantes entre sí de 3 á 5 milímetros para dejar espacio á la dilatacion. Usando de eclisas ó bandas de hierro por ambos lados de las juntas quedan mas firmes las barras y sin temor de formar una línea discontinua.

Cuando se emplea el coginete se unen á él con cuñas ó llaves de madera, y aquel á las traviesas con pasadores de hierro. En algunos caminos de Inglaterra y Francia se han empleado pasadores redondos de madera; los que tienen la ventaja de que, hinchados con la humedad, aprietan mas y llenan completamente el agujero del coginete. Esto, no obstante, su duracion es corta, y cuando el tiempo es seco se aflojan y dejan el material poco seguro.

1904. **Sistema Brunel.** (*fig.* 796.) *Fig.* 796.

Ha sido empleado en muchos caminos de Inglaterra y Francia, y en el de Almansa de España. El carril es de forma racional por tener una base ancha, y porque la parte expuesta á la accion de las ruedas está bien reforzada y sostenida en los puntos por donde frecuentemente rompe el carril de seta.

Se fija á todo su largo sobre soleras de madera (puestas estas sobre las traviesas que distan 3 á 4 metros) por medio de pasadores á tuerca ó alcayata, como sucede al sistema americano. El último medio es preferible.

Aunque las soleras tienen la ventaja de evitar el peligro en caso de romperse el carril, presentan varios inconvenientes graves que han hecho abandonar el sistema en Alemania. Las soleras son de excesivo coste y expuestas á desviarse, particularmente en las curvas de pequeño rádio. El recebo de una via de este sistema es mas difícil que el de otra sobre traviesas, prestándose, además, con dificultad el carril á la formacion de arcos, como tambien á las exigencias de las vias en terraplen, donde muchas veces los empresarios prescinden de las soleras, quedando expuesta la barra á romperse con facilidad, como ha sucedido en el camino francés de Blesme á Gray, donde mas de 5000 se han destruido en una corta extension y poco tiempo. En fin, las juntas son muy imperfectas y la fabricacion mas costosa que la de carriles ordinarios.

1905. **Sistema Barlow, llamado tambien Carril de puente.**

A causa de sus dimensiones bastante grandes puede suprimirse la solera y traviesas, haciéndole reposar directamente sobre el balasto de que se llena el hueco interior. Las juntas se forman por medio de forros ó sillas de hierro interiores á dos barras consecutivas, á las que se unen con roblones. Ambas barras de la via se ligan entre sí con otras de hierro á escuadra.

Su anchura en la base es de $0^{m},3$, y en la parte superior $0^{m},06$. Su altura $0^{m},13$; su longitud 5^{m}, y su peso por metro corriente 49^{k}.

La simplicidad de este sistema, cuya via, comprendido el balasto, cuesta poco mas ó menos lo mismo que la de seta, ha grangeado al autor numerosos partidarios. Dicen estos en su favor:

1.° Que la forma propia del carril le dá suficiente elasticidad como lo indica un ruido sordo del tren á su paso; con lo que tambien se demuestra una ausencia de trepidacion.
2.° Que el número de ensambles es menor que en una via ordinaria.
3.° Que no se ha observado en práctica el que estos carriles esten sujetos á romperse.
4.° Que el hallarse el carril clavado en el balasto se opone al recalentamiento y dilatacion.
5.° Que segun declaracion de la gran autoridad M. Brunel se puede afirmar que el carril Barlow tiene por lo menos igual duracion que el ordinario de seta.

Los enemigos de este sistema dicen contra él:

1.° Que los carriles son menos elásticos que los ordinarios, por la diferencia de elastidad del material sobre que se asientan.
2.° Que siendo sus elementos muy movibles, y por consiguiente la via mas instable, su duracion es corta.
3.° Que son de mas difícil fabricacion que los ordinarios, sobre todo con el hierro duro que debe entrar en la composicion de sus elementos para resistir bien á los rozamientos.
4.° Que se rompen con facilidad.
5.° Que no se prestan á la dilatacion, exponiéndose, por tanto, á curvarse en tiempos calorosos.
6.° Que no se pueden utilizar en los trabajos de terraplen como los carriles ordinarios.
7.° Que es difícil y en algunas partes imposible hallar un balasto apropiado para llenar el interior del carril, no siendo conveniente emplear para esto la piedra machacada.
8.° Y, en fin, que tiene este carril iguales dificultades que el Brunel para las curvas de pequeño rádio, como tambien para servir en terraplenes y cambios de via.

Fig. 804. **1906. Sistema Barberot** (*fig.* 804).

Tiene este sistema la ventaja de su sencillez y poco costo. Es el de doble seta asentado en muescas de 1 á 2 centímetros hechas en las traviesas, y sujetas las barras por dos trozos de madera de encina ó acacia cortados segun la forma del carril, que á su vez se sujetan á las traviesas por medio de pernos á rosca. Las dimensiones de los trozos de madera son en las juntas de $0^m,15$ de largo y $0^m,12$ de escuadría, y para los intermedios $0^m,10$.

Sus ventajas solo pueden deducirse por una larga experiencia. En tanto he aquí lo que se puede decir de este sistema.

1.° Los soportes de las juntas son malos.
2.° La via es dulce y estable si se combinan los soportes intermedios con el empleo de eclisas.
3.° El gasto del primer establecimiento ofrece economía de 2 fr. por traviesa.
4.° El gasto de entretenimiento no se puede aun fijar, aunque regularmente no será mayor que por el sistema de coginetes.
5.° Los carriles deben durar mas por el sistema Barberot que por el ordinario, pero las traviesas deben perecer mas pronto.

1907. Carriles de base plana.

El sistema de carriles de *doble seta* tiene varias desventajas que vamos á anotar, particularmente cuando no están unidas sus juntas por eclisas.

M. W. Nordlin, ingeniero en gefe del camino de hierro de Orleans, señala contra este sistema, en la relacion que presentó al Réseau-Central del estudio que hizo de los diferentes carriles europeos, las objeciones siguientes:

1.ª El estado imperfecto de las juntas ocasiona grandes choque desagradables al viajero y funestas al material fijo y móvil.

2.ª No se puede impedir el resbalamiento longitudinal de los carriles.

3.ª Es defectuoso el empleo de materiales tan perecederos como las cuñas de madera.

La compañía Gran-Central de Francia, sin embargo, ha atenuado estos inconvenientes reforzando considerablemente las dimensiones de todo el sistema,

multiplicando las traviesas y haciendo llegar el peso del carril por metro corriente á.. 37k,5
el del coginete de junta á.. 15
y el intermedio á.. 11

Pero con esto ha conseguido hacer tambien que el precio de la via sea bastante mas elevado, sin prevenirse del todo el resbalamiento longitudinal.

Por tales razones se considera hoy dia incompleto cualquier sistema de carriles que no lleve eclisas, por lo menos en las juntas.

El sistema Brunel, ensayado en muchos caminos de hierro alemanes y en el trayecto de Burdeos á Bayona, ha sido ya definitivamente abandonado.

La via Barlow, que hace pocos años gozaba de una naciente voga, ha sido igualmente desacreditada, despues de haberla experimentado en diferentes caminos de hierro.

Solo el sistema *Vignole ó Americano*, de simple seta y base plana, unidos los carriles con eclisas y 4 pernos, es el que práctica y oficialmente ha merecido general aceptacion, particularmente en Alemania, segun la declaracion de todos los Ingenieros que han estudiado y examinado sus buenos efectos comparativamente á los producidos por los demás sistemas, y como consta por las actas de las Comisiones oficiales habidas, 1.° en Berlin (1850) y despues en Viena (1857).

1908. Para dar mas autoridad á la preferencia que merece el sistema de carriles de base plana, extractaremos los dos siguientes párrafos que el sábio profesor M. Couche, Ingeniero gefe de minas, pone en su excelente obra sobre el material de caminos de hierro de Alemania, publicada en 1855.

«Todo cuanto concierne, dice, al establecimiento de la via, ha sido estudiado en Alemania muchos años ha con verdadera predileccion y con mas continuidad y método que en otros paises, inclusa la Inglaterra. Parece á primera vista que sea este pais el mas dispuesto en materia de ferro-carriles á presentar modelos que poder estudiar; pero se debe confesar, no obstante, que en Inglaterra la vía clásica, el carril sobre coginetes, ha sido el resultado de la imitacion. Lo que hoy se háce no es efecto de una opinion mas ó menos razonada, sino la copia de lo que ayer se hacia por los constructores y fabricantes, que tienen sus hábitos á que siempre es mas fácil conformarse; mientras que la uniformidad á que se ha llegado en Alemania es el resultado de una larga série de experimentos hechos en grande escala y bajo diferentes supuestos.

El completo acuerdo entre los Ingenieros alemanes en la discusion, constantemente guiada por la observacion de los hechos, dá una favorable opinion del sistema que liga casi todos los pareceres. Despues de haber ensayado las diversas formas de carriles, han adoptado como preferible el Americano ó de base plana puesto sobre traviesas.»

Sus ventajas son las siguientes.

1.° Su forma se aproxima bastante á la viga teórica de doble T, procurando mas economía á igualdad de resistencia.
2.° La supresion de cuñas de madera y coginetes.
3.° La facilidad con que las eclisas impiden el resbalamiento á causa de la penetracion de los pernos en el carril.

1909. Forma que se debe preferir en estos carriles.

Examinando los efectos producidos por los carriles de base plana en los diferentes caminos construidos, tendrémos un medio de llegar á la mejor eleccion de forma (Véanse las láminas 114 y 115).

1910. Wurtemberg.

Fig. 805. El antiguo *tipo alpino* (*fig.* 805) empleado desde 1846 de Stuttgard á Heilbronn y al lago de Constance, cuyas dimensiones se manifiestan en la figura, y que se fijó en un principio con grapones penetrando las planchas de juntas sobre las traviesas, tiene actualmente un eclisado, á causa del cual se mantiene aun la via notable por su dulzura, no obstante que los pernos tienden á aflojarse. Las traviesas están á $0^{m},75$ de eje á eje.

Fig. 806. El *tipo alpino* (*fig.* 806) al paso del Alpe de Suabe entre Geislingen y Ulm (inaugurado en 1850), cuya pendiente se eleva á 22 milímetros por metro, y cuyos rádios de curvatura descienden á 229^{m}, es mas robusto que el anterior.

Fig. 807. El *último tipo* (*fig.* 807) en este pais sobre la línea de Bruchsal, inaugurado en 1853, solo difiere de los anteriores en la forma de la garganta, mas favorable al encaje de las eclisas.

Suiza central.

Fig. 808. El *tipo ordinario*, empleado en varias partes de la Suiza alemana (*fig.* 808) por los Ingenieros de Wurtemberg, apenas difiere del anterior, conservando las eclisas y el sencillo modo de fijar el carril á las traviesas.

Idéntico es tambien el empleado en España para el camino de hierro de Ciudad Real á Socuéllamos (lámina 113).

Fig. 809. El *tipo-jurásico* (Haunenstein) entre Bâle y Olten (*fig.* 809) donde la pendiente llega á 27 por 1000 y los rádios de curvatura á 300^{m}, es de mas fuerza que los anteriores, y el mismo que se ha adoptado en la Suiza francesa de Salines á Neufchâtel.

Todas estas vias se distinguen por su mucha dulzura.

Palatinado.

Esta línea, abierta de 1847 á 1852, tuvo el carril fijo en un principio por medio de coginetes, sobre las traviesas de junta y con grapones en las intermedias. En 1854 se adoptaron las eclisas fijando los carriles sobre placas de hierro en las líneas de Ludwigshafen á Neunkirchen y Mayence. Esta via es extremamente suave, permaneciendo los tornillos y tuercas sin el menor movimiento.

Fig. 811. **Nancy á Vesoul** (*fig.* 811).

La via palatina ha servido de modelo á la de Nancy á Vesoul; cuyas dimensiones son algo mayores. Este carril ha dado resultados satisfactorios á pesar de notarse en la cabeza una tendencia á separarse.

Fig. 812. **Fecamp** (*fig.* 812).

El carril de esta línea se distingue por la fuerza de su pié (cuya cantidad de material es igual que en la cabeza), y en el modo de fijarse á los travesaños por medio de piezas de madera y sin eclisas, segun el sistema de Barberot. Se asegura que el resultado es muy satisfactorio.

Fig. 813. **Colonia á Minden** (*fig.* 813).

Esta linea, parte de la principal de Colonia á Berlin, se distingue por la adopcion sucesiva de carriles mas esbeltos y ligeros.

El *tipo* núm. 3 se emplea desde 1853 en una longitud de mas de 250 kilógramos. La garganta del carril es, por lo muy abierta, bastante desfavorable al eclisado. Los tornillos tienen doble tuerca; lo que no impide el que en varios trozos de la vía se aflojen muchos de ellos. Donde esto no sucede el movimiento de los trenes es tan suave que, á pesar de marchar á una velocidad media de 50^{k}, se puede escribir lo mismo que sobre una mesa fija.

Rhin (*fig.* 814). *Fig.* 814.

La nueva línea de Colonia á Aise-la-Chapelle se parece mucho á la de Minden. En ambas se ha renunciado á efectuar la union con pernos y rosca, sustituyéndolos con simples grapones.

Tipo ministerial Prusiano. Línea del Sieg (*fig.* 815). *Fig.* 815.

El carril ministerial se fija con planchas de junta y eclisas con 4 pernos sobre traviesas distantes $0^m,99$ y hácia las juntas $0^m,84$. Este tipo, que tanto se generaliza hoy dia, ha sido igualmente adoptado por la Compañía de Colonia á Minden por la nueva línea del Sieg de Colonia á Giessen, en pais montañoso con pendientes de 0,0125 y rádios de 337^m.

En la *Baja-Silesia y la Marche* (*fig.* 816) se ha tambien adoptado el mismo tipo, *Fig.* 816. cuyo carril tiene $6^m,6$ de longitud normal, siendo $0^m,94$ la separacion de las traviesas. Las eclisas en general son delgadas á fin que su flexibilidad facilite su aplicacion lateral contra el carril. El perno tiene un corto exceso piramidal hácia la cabeza, con objeto de oponerse á la rotacion del mismo en el momento de apretar la tuerca.

Thuringe. (*fig.* 817). *Fig.* 817.

En la línea de Weissenfels á Gera se han empleado en las eclisas pernos con cabeza redonda por el mismo Ingeniero que en un principio las usó robloñadas.

Hanover (*fig.* 818). *Fig* 818.

La particularidad de esta via es el empleo de 3 pernos en vez de 4 para el ensamble de las eclisas, cuya disposicion recomiendan mucho los Ingenieros Hanoverianos. Los pernos tienen el cuello cuadrado para facilitar la presion de las tuercas.

Brunswik (*fig.* 819). *Fig.* 819.

En esta via solo hay de diferencia la forma de las eclisas, y el usarse pernos para fijar los carriles á las traviesas, disposicion que parece ha sido condenada por los Ingenieros de la localidad.

Main-Weser.

El antiguo tipo de Main-Weser (*fig.* 820) es notable por la forma particular de *Fig.* 820. las eclisas á que dió lugar la poca altura del carril. Actualmente se ha adoptado un nuevo perfil (*fig.* 821) de mejor efecto cuya garganta dá á la eclisa la forma *Fig.* 821. de una verdadera cuña; primer ejemplo de carril cuya seccion se ha subordinado completamente á las condiciones de un eclisado racional. El número de pernos es igualmente de 3 como en la línea de Hanover.

Norte de Francia (*fig.* 822). *Fig.* 822.

Se halla fijo á las traviesas sin el empleo de planchas de junta; lo cual, gracias al buen sistema de eclisas, no ha presentado novedad alguna hasta ahora. En los 34 kilómetros construidos en 1856 entre Amiens y Arras, la via se presenta suave y en buen estado de entretenimiento.

Baden. Austria. (*fig.* 826). *Fig.* 826.

La nueva via de Baden, en reemplazo de la que en 1840 se construyo por el sistema Brunel, se aproxima mucho á la del Norte de Francia. El camino de Oriente del Austria á Hungría se ejecuta actualmente por este sistema, como ya lo han sido otros varios con muy buen éxito en el mismo Imperio.

América (*fig.* 823). *Fig.* 823.

El perfil del carril americano sobrepasa en atrevimiento á cuanto se ha cons-

truido hasta el dia en Europa. Aun no se saben las condiciones segun las cuales este carril ha sido empleado ni los resultados prácticos que ha dado. Todo lo que se puede decir es que ha sido laminado para la línea de Camden-Aboy á Dowlis en el pais de Galles, y que á los temores de los fabricantes respecto á la solidez del carril hubieron de responder los Ingenieros americanos que ellos se guiaban por sus experimentos. «Al ver este perfil tan atrevido, dice M. Nordling, se pregunta uno involuntariamente si en Europa no habrémos aun alcanzado el verdadero progreso, y si todo lo que se dice de la dificultad del laminado no es el resultado de una preocupacion.»

Rusia.

Las figuras 824 detallan todos los componentes de este carril, muy semejante al de Main-Weser, pero algo mas reforzadas las cabezas en su union á la garganta; lo cual no impide que las eclisas tengan tan buen apoyo como las de aquel.

1911. Resistencia comparativa de los diferentes carriles.

Supuestos los diversos carriles examinados, cada uno sobre dos apoyos distantes 1^m y cargados en su medio de un peso variable hasta el momento de rotura, y admitiendo que esta se efectúe bajo una tension de 30^k por milímetro cuadrade, se obtienen los resultados siguientes, entre los que se notan los correspondientes al tipo que propuso M. Nordling (*fig.* 825) al Resseau-Central, definitivamente aceptado por la Compañía para diferentes caminos en construccion. *Fig.* 825.

DESIGNACION de los carriles.	ALTURA	PESO por metro.	MOMENTO de inercia con relacion á la fibra neutra.	CARGA de rotura.	RELACION del peso del carril á la carga de rotura.
1.° Base plana.	*Milímetros.*	*Kilógramos.*	*Milímetros.*	*Toneladas.*	
Franco-Suizo	107	28	6532000	12,9	2,94
Colonia á Minden, n° III.	124	32,4	8071000	14,9	2,18
Norte-Francés	125	37	9248000	16,9	2,19
Tipo propuesto por Nordling	130	36	9992000	17,6	2,04
América del norte	182	45	25515000	30,3	1,48
2.° Doble seta.					
Gran central de Francia.	130	37,3	9366000	17,3	2,17

Resulta de esta tabla que bajo el punto de vista de la resistencia vertical hay notable ventaja en adoptar la mayor altura. Así, mientras que en el carril Franco-Suizo trabajan $2^k,94$ para sostener una tonelada de carga, $1^k,48$ bastan para igual seguridad en el Americano.

1012. Relacion de la base á la altura.

La estabilidad del carril depende evidentemente menos de la anchura absoluta de la base que de su relacion con la altura. Esta relacion es

	Base.	Altura.
En el camino de Bruchsal (Wurtemberg)	101 :	90 = 1,12
— (Alpes)	103 :	95 = 1,09

	Base.	Altura.
Suiza (tipo ordinario)	100 :	100 = 1
Palatinado	95 :	111 = 0,85
Nancy — Vesoul	100 :	120 = 0,84
Colonia á Minden (n.° 3)	91 :	124 = 0,74
Ministerial Prusiano	101 :	131 = 0,77
Thuringe	101 :	129 = 0,78
Nuevo Main-Weser	101 :	126 = 0,80
Norte de Francia	105 :	125 = 0,84
Propuesto por Nordling al Resseau-Central	100 :	130 = 0,77

Siempre que la construccion tenga suficiente estabilidad habrá interés en reducir la base, que es precisamente la parte mas difícil de fabricar. En las pendientes sensibles y grandes curvas se deberá rebajar algun tanto la al tura de los carriles.

1913. Dimensiones del carril.

La parte central ó *vástago* del carril varia, segun se vé en las diferentes figuras, 14 á 20 milimetros, conservando los mas robustos, probados como suficientemente resistentes, el espesor de 17 milímetros.

La anchura de la seta es tambien variable, y puede adoptarse como el medio mas conveniente, la dimension de 60 milímetros. Su bombeo era antiguamente casi insignificante, llegando á tener de 3 á 4 centímetros de superficie plana en el medio; lo que hacia que las ruedas trabajasen en las aristas exteriores deformándolas ó gastándolas prontamente por la irregularidad en la postura ó conicidad de las llantas. Por esta razon se ha establecido actualmente una curvatura que algunos Ingenieros hacen cada dia mas sensible, llegando á tener un rádio de 6 centímetros. En Alemania es este rádio de 126 á 175 milímetros. En el camino de Orléans llega á 90 milímetros por 45 de anchura; y en los caminos construidos por el gran-Central es de 185 milímetros para igual anchura de 45 milímetros.

El rádio adoptado por M. Nordling de 150 milímetros sobre una anchura de 34 parece conciliar todos los intereses de conservacion del carril.

1914. El *cuello*, ó parte comprendida entre la cabeza y vástago, varia tambien de un tipo al otro. Antiguamente se le daba una gran inclinacion para sostener la parte lateral de la cabeza, como se vé en varios carriles de doble seta, que tienen, en el triángulo que forma su garganta, 105 de altura por 100 milímetros de base, y en los alemanes de 130 por 100. Pero desde el empleo de las eclisas ha quedado reducida esta parte del carril, llegando en muchos á tener de 50 á 55 de altura por 100 de base. Esta reduccion tiene, sin embargo, el inconveniente de dejar el carril expuesto á desgastarse más prontamente, ó que falte la cohesion del material por un desplazamiento lateral considerable. M. Nordling, por esto, recomienda 130 de altura por 100 de base á pesar de la dificultad aparente para adaptar las eclisas: dificultad que por otro lado ha desaparecido, haciendo, como se vé en la figura 825, un rebajo en todo lo que coge de largo la eclisa. Dicho rebajo se hace en frio por medio de una máquina sencilla, inventada con este fin, consistente en dos limas circulares dispuestas horizontalmente por ambos lados del carril, cuyo precio es de 6000 francos.

El espesor en los bordes de la base está subordinado á consideraciones del laminado, pero tiene generalmente de 8 á 10 milímetros.

1915. Eclisas.

Las *eclisas* no son otra cosa que dos piezas de hierro ajustadas lateralmente á los carriles en sus puntos de union, sujetas á ellos por medio de pernos apretados á tuerca.

Para que funcionen racionalmente es menester que se apoyen en sentido de su altura evitando en lo posible los esfuerzos horizontales, y que los pernos, encargados únicamente de mantenerlos en su lugar, se sustraigan á los esfuerzos verticales. Condiciones todas que se podrán llenar de un modo absoluto, salvo el juego inevitable en el supuesto de ser el carril de la forma de doble T rectangular.

Las condiciones prácticas de un buen sistema de eclisas consisten en que la forma de las piezas que las componen sea mas ó menos cónica ; que la superficie en contacto sea plana; que esta quede ajustada con precision, y que los pernos procuren siempre igual presion á las piezas que unen.

Debiendo sufrir las eclisas un esfuerzo 3,5 veces mayor que el carril, conviene que el material de que se compongan sea del mejor hierro ó con preferencia del acero pudlé, como el empleado en la línea de la Prusia del Rhin. La longitud de las eclisas debe ser de $0^m,40$ á $0^m,45$. El espesor ó diámetro del perno será de 20 á 25 milímetros. Conviene tambien que el orificio opuesto á la tuerca sea cuadrado, así como la cabeza del perno, con el fin de no usar dos llaves para apretar aquella.

No se debe suprimir, como sucede en algunos caminos, la silla ó plancha en que descansa el carril, aunque bien se puede sin inconveniente alguno disponer estas planchas y eclisas á distancias alternadas en ambos carriles de la vía, sin que nada importe el no hallarse dos opuestos en una misma traviesa. En las intermedias de junta á junta pueden los carriles sujetarse con dos grapones de uno y otro lado, clavados ó afirmados de cualquiera manera á las traviesas.

Fig. 825. **1916.** El tipo que propone M. Nordling (*fig.* 825), consecuencia del minucioso estudio que ha hecho del sistema, ofrece, comparado con los otros de base plana, la relacion de 100 á 97 respecto á la resistencia á la rotura, y la de 100 á 93 respecto á la flexion. Comparado con el sistema de doble seta estas relaciones son de 100 á 85 y 100 á 68; obteniéndose, además, la economía de 4,95 fr. y 6,80 fr. por metro corriente comparativamente á cada uno de los dos expresados sistemas.

La longitud del carril Nordling es de 6^m, sujeto con 12 grapones sobre 6 traviesas intermedias.

Sustituidos los coginetes por eclisas en los carriles de doble seta, como se vé para algunos de ellos en las figuras 826 á 832, se consigue mas economía y casi todas las ventajas de estabilidad y dulzura de la via que con el sistema de base plana.

1917. El señor Grandis, Ingeniero del Piamonte, acaba de publicar una pequeña memoria en que pretende demostrar que las eclisas sobre la base de los carriles (éclisses en dessous) de que presenta varias disposiciones, son muy preferibles á las de flanco, «por la simple ejecucion de forma y colocacion, por servir á la generalidad de los carriles y prestarse con grande utilidad á vias de hierro dulce; siendo al mismo tiempo mas sólidas, menos variables, mas duraderas y menos costosas de construccion y entretenimiento.»

Sin embargo de estas deducciones puede con razon dudarse reemplacen con ventaja á las eclisas de flanco, aunque no fuere mas que por dejar el carril casi abandonado á su propia estabilidad, particularmente el de doble seta. Para evitar que este gire trasversalmente á la via, y conseguir oponga resistencia suficiente á los sacudimientos laterales, debe procurarse empotrar toda la garganta del carril entre los coginetes ó las eclisas, de modo que, obrando estas como firmes tornapuntas, propendan á que la via forme un sistema invariable.

Las eclisas del señor Grandis, que pueden ser buenas bajo ciertos puntos de vista, producen en el carril un brazo de palanca igual á toda la altura de este, ofreciendo un efecto contrario á la estabilidad requerida.

1918. **Desgaste de las barras-carriles.**

Segun observaciones hechas sobre el camino de hierro de Liverpool á Manchester, las barras pierden de altura en un año $\frac{1}{90}$ de pulgada (0^m,00028). M. Polonceau dice que este desgaste llegó á 0^m,001 en el camino de Mulhouse á Thann en el espacio de $3\frac{1}{2}$ años, siendo la circulacion de 4 convoyes por dia; lo que dá el mismo resultado por año que sobre el camino de Liverpool.

1919. **Fabricacion de las barras.**

Todo hierro duro y rígido que proviene de las fundiciones con el coke es bueno para la fabricacion de las barras carriles. El fundido con el carbon de madera es muy caro y se reserva para la fabricacion de las máquinas. Los hornos empleados para las barras son algo mayores que los de doble accion ordinarios; deben contener de 600 á 700 kilógramos de hierro en 3 ó 5 porciones segun haya de ser el peso de los carriles. Cada horno hace en 24 horas 16 caldas que producen de 6 á 8 toneladas de hierro fino. Se necesitan constantemente en juego 5 á 6 hornos para emplear convenientemente un tren de laminadores movidos por una buena máquina.

Los mejores carriles pueden construirse en un tren de cilindros comunes de 0^m,35 de diámetro y 1^m de tabla; pero se prefieren cilindros de 0^m,45 á 0^m,50 de diámetro por 1^m,2 á 1^m,4 de tabla, capaces de 55 á 65 revoluciones por minuto. Un tren de esta especie necesita una máquina de 60 á 80 caballos.

La confeccion de un carril se efectúa ordinariamente en dos cajas, de las cuales la 1.ª comprende los cilindros esbozadores ó desbastadores, y la 2.ª los de refinar. Los primeros tienen 5 acanaladuras, los segundos 6, cuya forma se aproxima gradualmente á la que se debe dar al carril.

Las barras se cortan por medio de sierras circulares que tienen de 0^m,8 á 1^m,2 de diámetro y 0^m,004 de espesor; las cuales se mantienen entre dos placas de fundicion y dan 800 á 1000 vueltas por minuto. Emplean 12 á 15 segundos en el corte de una barra. Se las examina y cambia cada 12 horas, para lo que habrá 3 á 4 de repuesto. Su desgaste es de 0^m,004 á 0^m,005 por dia.

Los haces ó tochos destinados á la fabricacion de las barras carriles se componen generalmente de hileras de barras de hierro; la 1.ª y última lo son del número 2 de una pieza cada cual é iguales en magnitud si el carril es de dos cabezas: las 5 intermedias los son del número 1, compuestas cada una de dos barras de hierro de 0^m,108 de ancho la una y 0^m,054 la otra, dispuestas en las cinco hileras á juntas encontradas. La mayor dimension de uno de estos tochos será de 0^m,162 de anchura por un espesor próximamente igual. Así dispuestos se introducen en un horno de reberbero donde permanecen hasta adquirir la temperatura necesaria para conseguir la íntima union de todas las piezas.

Para 1000^k de carril utilizado se tiene 100^k de desperdicio, 100^k de merma en el horno y 125^k de cortaduras; lo que dá 1325^k para el hierro total que se debe poner en el horno. De aquí se deduce que para obtener una barra de 4^m,5 de longitud y 30^k de peso por metro, el tocho debe contener 135^k para el carril, 17^k y 13^k para los desperdicios y mermas; lo que hace 165^k en todo. La relacion que se admite entre el peso de hierro número 2 empleado y el en bruto varia de $\frac{6}{21}$ á $\frac{7}{21}$: así el tocho anterior de 165^k se compondría de 55 á 48^k del número 2 y de 110 á 117^k del número 1; la longitud sería de 1^m próximo. Para un carril de 36^k el tocho tendría cerca de 1^m,2 de longitud.

1920. **Recepcion de las barras-carriles y sus precios.**

Debe procurarse que la longitud sea igual en todas ellas, ó que á lo menos difieran en 1 milímetro de la que deben tener los $\frac{19}{20}$ de todas ellas. El resto de $\frac{1}{19}$ puede ser de menor dimension, pero constante, de $3^m,375$ á 4^m. En cuanto á la calidad se elige indistintamente cierto número de barras, y colocadas sobre apoyos que disten $1^m,12$ de eje á eje, se verá si soportan en el medio una carga de 8 á 10 mil kilógramos sin experimentar flexion alguna. Tambien será conveniente ver si resisten al choque de una maza de unos 200^k que se deje caer de cierta altura, 1^m á $1^m,5$ por ejemplo. No obstante los ensayos de prueba el contratista debe responder de la fortaleza de las barras durante un año de servicio.

El precio por tonelada de 1000^k es en Francia de 344 á 368 francos; en Bélgica llega solo á 240 francos y en Inglaterra á 160 francos.

Ultimamente se han contratado por la Compañía Réseau-Central á 420 francos la tonelada de eclisas y sillas, á 610 la de pernos, y á 550 la de alcayatas.

1921. **Postura de los carriles.**

Esta operacion comprende dos partes; la postura de las traviesas y la de los carriles.

Antes de todo es menester fijar exactamente y de antemano todas las dimensiones de la via, para lo cual se pondrán piquetes de 100 en 100 metros que marquen la direccion del carril y su altura determinada por la cabeza de los mismos. En las curvas la distancia entre los piquetes es mucho menor. Los vértices se señalan con un piquete mas elevado. Se emplean para esta operacion reglas graduadas y niveletas pintadas de dos colores. La primera capa del balasto se arregla de manera que su nivel quede $0^m,3$ mas bajo que los carriles.

El trabajo se verifica por medio de tres secciones de 8 operarios cada una. El gefe de la 1.ª marcha á la cabeza y traza la situacion de las traviesas. Los otros 7 traen estas y las ponen próximamente en su lugar. La 2.ª seccion, armada de barras de hierro y palancas, alinea las traviesas y las fija en su sitio: al mismo tiempo conduce las barras-carriles y las presenta en los coginetes, despues de lo cual cede su lugar á la 3.ª seccion, que, rectificando el todo, completa la postura. El gefe marca el medio de cada coginete, y los obreros colocan las cuñas y se aseguran del nivel. Para arreglar las juntas el gefe de los operarios tiene á su disposicion delgadas hojas de hierro que pone entre los carriles, despues de lo cual se golpean las cuñas. La propia marcha se sigue cuando el carril se fija con eclisas.

Terminado todo esto se completará el balasto para la vía definitiva, compriméndole fuertemente bajo las cabezas de las traviesas y muy poco en su medio, cuidando mucho de no hacerlo al revés, pues en este caso la traviesa quedaría como apoyada en su punto medio y se rompería con el peso de los trenes. Cuando se usan las traviesas de Pouillet no hay necesidad de comprimir la arena bajo sus cabezas, siendo suficiente dejar el balasto 2 á 3 milímetros mas elevado; pues el primer tren que pase regularizará el asiento de la via.

Los carriles se ponen uno á continuacion de otro, dejando entre ambas cabezas un espacio para la dilatacion de 4 á 2 milímetros, segun que la postura se haga en invierno ó en verano. En las curvas se alarga un poco mas la junta de un costado que del otro.

Para facilitar la postura se hacen fabricar los carriles de $5^m,96$, con lo que el inter-eje viene á ser de 6^m justos. Para los arcos debe calcularse la longitud que han de tener los diferentes trozos por cada uno que se interpole de $5^m,96$.

La superficie superior del carril debe guardar hácia la via una ligera inclinacion igual á la conicidad de la rueda, regularmente de $\frac{1}{20}$, para lo cual basta fundir el coginete con el asiento del carril así dispuesto.

En las curvas se deja la barra exterior un poco mas elevada que la interior para balancear los efectos de la fuerza centrífuga. En caminos de gran velocidad y para rádios de 1200 á 1500^{m} será esta diferencia de nivel de 0^{m},002.

Para obviar la desigualdad de asiento en los terraplenes sobre una larga via, se pondrá el carril que se halla del lado de la entre-via un poco mas bajo que el del costado del talud, quedando el otro al nivel general del camino.

1922. **Pasos á nivel.**

Cuando un camino ordinario atraviesa otro de hierro á igual nivel, se empedrará todo el ancho de la vía férrea hasta 10^{m} de uno y otro lado de la ordinaria, dejando los carriles enterrados entre las piedras de la calzada. Para esto se puede proceder de dos maneras: ó el carril queda con la superficie de su cabeza un poco mas elevada que la calzada, ó toda ella completamente inferior. En el primer caso, que es el mas generalmente seguido (*fig.* 833), el mismo carril sirve de apoyo á la calzada en la regata que se abre para el libre paso de los rebordes de las ruedas; poniendo del otro lado un contra-carril de madera de 0^{m},15 de espesor, garantido con una escuadra de hierro; teniendo la regata 0^{m},07 á 0^{m},09 de ancho (segun que está en línea recta ó en curva de menos de 200^{m} de rádio) y 0^{m},04 de altura. En el 2.° caso (*fig.* 834) el carril queda en medio de la ranura, de modo que la rueda de un carro nunca pueda tocarle á su paso. Los contra-carriles en ambos casos deben curvarse en sus extremos ó á la entrada y salida de la calzada (*fig.* 835).

Fig. 833. *Fig.* 834. *Fig.* 835.

Los bordes del camino se deben cerrar con una barrera ó balla cualquiera, y en los pasos á nivel con un rastrillo de una ó dos puertas segun la anchura de la carretera, las cuales se tienen siempre abiertas hasta la proximidad del paso de un tren.

ACCESORIOS DE LA VÍA.

1823. **Cambios de via.**

Son de tres especies, de *carril movible*, de *contra-carril* (*fig.* 836) y de *agujas y contra-carril* (*fig.* 838). *Fig.* 836. *Fig.* 838.

Las agujas *a b a′ b′* de la primera especie, girando alrededor de los puntos *a a′* por medio de una palanca movida por un excéntrico, presentan un cambio de via sencillo y dulce, pero peligroso en el supuesto de no estar colocada la aguja en su lugar, en cuyo caso es infalible el descarrilamiento: razon por la cual este sistema se ha desechado ya en casi todos los caminos de hierro.

En la segunda especie los carriles son fijos (*fig.* 837), y las agujas y contra-carriles *a b a′ b′*, mas elevados que los carriles, inclinados en sus extremos, y cortados superiormente en rampa (como se vé en el perfil), no existe ya el peligro de descarrilamiento. En efecto, si el tren que viene por la vía oblícua X X para entrar en la recta Y Y halla las agujas dispuestas para el servicio de esta, al llegar la primera rueda al punto *b* montaría en el contra-carril y pasaría despues de una fuerte sacudida al carril Y A sin desencarrilar. Fuera de este caso se comprende bien que el tren que marchase en sentido inverso para entrar en la via curva, dispuestas las agujas en el sitio que indican las líneas de puntos por medio de la palanca P, la rueda que llegase á *b′* tomaría la direccion oblícua A′ X, y su pareja, por consiguiente, la A X, una vez que el contra-carril se opone á que la rueda siga por A′ Y. Este cambio de via tiene el inconveniente de pasos *Fig.* 837.

rudos, molestos á los pasageros y dañosos al material; por lo cual no es tampoco de mucho uso.

Las *agujas desiguales* y *contra-carril* para el cambio de la tercera especie
Fig. 839. (*fig.* 839) no presentan peligro alguno y proporcionan un suave paso de vía. Las agujas están adelgazadas en sus extremos, y para resistir bien se hacen de mejor calidad de hierro que el de los carriles, procurando, además, que se acomoden bajo la seta de estos para que sufran menos con la presion. Para consoli-
Fig. 840. darlas mas se las hace de igual espesor acodándolas desde el punto *a* (*fig.* 840) en que se unen al carril, guardando su cabeza la propia inclinacion de $\frac{1}{20}$ que tienen las llantas de las ruedas, y que ya hemos dicho debe darse al carril en
Fig. 841. general. El tren que pase de la via oblicua Y á la X (*fig.* 841) encontrará la aguja unida al carril, por la presion que le imprimirá el reborde de la primera rueda la hará girar en *a* y continuará su camino sin dificultad alguna. Solo en el caso de verificarse la marcha en sentido opuesto sería cuando hubiera necesidad de manejar la palanca. Mas no porque hubiese olvido en esto último sucedería peligro de ninguna especie; pues lo que en este caso acontecería seria no mas el no cambiar de via; cuyo defecto se enmienda fácilmente haciendo retroceder el convoy hasta que se pueda dar lugar al juego de la palanca para marchar aquel despues por la vía oblícua.

Las palancas para este movimiento de agujas son las representadas en las figuras 842, 843. La primera, cuyo contrapeso II gira alrededor de O, es la mas usada. La segunda exige que el palanquero no la abandone mientras sucede el paso del tren.

Cuando las dos vias son curvas desde su union, las agujas deben ser de igual longitud.

Las figuras 844, 845 representan el cambio para 3 vias: la figura 844 segun la primera especie de carriles movibles, y la figura 845 segun la tercera: en este último caso cada pareja de agujas exige su palanca particular.

1924. Cruzamiento y paso de vias.

Cuando se cortan dos carriles se deja paso al reborde de las ruedas procediendo como indica la figura 846. Los dos carriles que se cruzan forman en este punto un solo cuerpo agudo, llamado *corazon*, bajo un ángulo de 5 ½ á 7°. Para impedir el descarrilamiento que pudiera tener lugar si los rebordes de las ruedas tomasen la abertura contraria á su direccion, se ponen los contra-carriles D D′ que las obligan á seguir su camino, impidiendo al propio tiempo los malos efectos del sacudimiento. El corazon se hace de acero pudlé como el de las agujas agudas, soldando las barras á los respectivos carriles.

El paso de una via al través de otra puede suceder bajo un ángulo mas ó menos agudo á partir del recto. Si este ángulo fuese agudo se necesita, á mas de dos cruzamientos, dos cortes de vía como lo indica la figura 847, poniendo á su frente dos grandes contra-carriles D D para evitar que un tren pase indebida-
Fig. 848. mente de una vía á la otra. Si el ángulo es recto (*fig.* 848) se hará un rebajo á los carriles cruzados para que pueda pasar libremente el reborde de las ruedas. En todos los cambios, cruzamientos y pasos de vias, se ponen las barras-carriles sobre traviesas mas inmediatas que en la via general y sujetas en toda la longitud del cambio á largueros sobre ellas ensamblados, de manera que el todo forme una invariable y sólida armazon.

1925. Placas giratorias.

Son porciones de via móviles alrededor de un eje central que lleva una meseta, plataforma ó placa circular dispuesta sobre un foso de unos 8 decímetros

de profundo. Se colocan en las estaciones principales a la cabeza del camino, en los talleres y depósitos, y en los parajes dónde se cruzan dos, tres, ó mas vias sobre que deben pasar las máquinas, coches ó convoyes para continuar su camino en diferente direccion. Cuando su empleo es en el paso de una á otra via paralela (*fig.* 842), se necesita una placa por cada cruzamiento. Si los ejes de las *Fig.* 842. vias paralelas están muy próximos uno á otro se dispondrán las plataformas con la suficiente oblicuidad (*fig.* 850) que permita su establecimiento; las cuales lle- *Fig.* 850. varán, además, tres vias para simplificar su maniobra. En las estaciones extremas se puede hacer el servicio de dos vias paralelas con una sola placa giratoria disponiéndola como lo indica la figura 851.

El diámetro de una placa depende de la longitud de las máquinas, solas ó acompañadas del tender, segun el servicio á que se destinen, teniendo en el primer concepto 6^m ó mas, y en el 2.° de $12^m,5$ á 13^m. Para los carruajes de viajeros y mercancías se les dá de 4 á 5^m, de diámetro.

Se hacen generalmente de fundicion, aunque tambien hay algunas de madera. Su costo primero es de bastante consideracion, por lo que se deberán economizar todo lo posible no obstante que sean muy necesarias en caminos de gran tráfico.

La figura 852 representa un sistema seguido generalmente en Francia para el servicio á gran velocidad. Los rodillos ó pequeñas ruedas *r*, mantenidas á igual distancia del centro por sus ejes *a*, las cuales al propio tiempo están ligadas por un círculo *c* que las mantiene igualmente separadas una de otra, son de llanta cónica, lo mismo que los círculos de rodaje sobre que caminan: sistema preferible al de las figuras 853, 854, en que la llanta de sus ruedas es redondeada, originando en su movimiento, á causa de esta forma, un rápido desgaste y poca estabilidad; al contrario de lo que sucede con las anteriores cónicas por apoyarse en toda la superficie sobre el círculo de giro, sin quedar obligado al resbalamiento ninguno de sus puntos.

Hay dos partes en la placa, una fija, y otra móvil. La fija se compone del círculo R que se tornea cuidadosamente, unido al centro por 6 brazos y apoyado al contorno por la prolongacion de los mismos y el círculo de circunvalacion E, formado de 6 segmentos de fundicion unidos por bridas y clavijas. Estos segmentos llevan los 8 alojamientos de las cabezas de los carriles y cuatro rebajos para los cerrojos *v* de la parte móvil. Toda esta parte fija descansa en cimiento de arena, que se apisona á capas delgadas regándolas al mismo tiempo, entre la que queda perfectamente sujeta á la vez que entre una corona de ladrillos. Esta fundicion es muy económica, dura mucho y se repara con facilidad. En los terrenos malos se interponen fuertes maderos entre la arena y parte fija dirigidos en sentido de la via.

La parte móvil se compone esencialmente del círculo R′ con su eje y brazos bajo los carrriles, paralelos de dos en dos, y á $1^m,67$ de separacion, que es la anchura de la via. El eje se liga á las demás partes de la plataforma por un crucero cuyos extremos van sobre las intersecciones de los brazos principales. Los carriles que lleva la placa son generalmente del sistema Brunel lleno, y existen sobre estos brazos unidos por 36 pernos. Los ángulos rectos de estos mismos carriles se funden de una sola pieza.

El pivote es de hierro batido, torneado en toda su longitud, de modo que el rozamiento sea el mas suave posible: la punta es de acero. Se arregla su posicion relativamente á la meseta por medio de 4 pernos *b* cuyas tuercas se apoyan en la roldana que les sirve de cabeza. Apretando las tuercas se levanta proporcionadamente la meseta, puesto que se aumenta la salida del pivote sobre la misma. El extremo de aquel descansa en un grano de acero que existe bajo la crapodina

de la parte fija. Una clavija *d* permite levantar ó bajar este grano cierta cantidad.

Los intérvalos entre los brazos del círculo móvil se cubren con planchas de hierro ó de madera, y un casquete de fundicion cubre tambien el pivote.

El cerrojo *v* gira al rededor de un eje horizontal, y por sí solo cae en el sitio que le corresponde sobre el círculo E cuando el carril de la placa está en la prolongacion de la vía.

En otras placas giratorias los rodillos estan fijos, como representa la fig. 853, en coginetes situados sobre la placa inferior ó suspendidos de la superior. Cualquiera de estos sistemas economiza el círculo fijo sobre que marchan los rodillos

Fig. 852. de la placa (*fig.* 852): pero la maniobra es mas difícil á no hacer de grandes diámetros los expresados rodillos, en cuyo supuesto se aumenta la profundidad del foso.

La figura 854 representa una plataforma de madera: la 855 otra de hierro empleada en el ferro-carril de Lóndres á Birmingham, y la 855* otra de columna fija de 11^m para locomotora y tender.

Actualmente se emplean en las vias principales placas de palastro en vez de fundicion; pero generalmente son de duracion corta á causa del juego que con el tiempo toman los roblones. Para las vias laterales y servicio de los wagones se usan ordinariamente placas de fundicion, y de madera para los talleres y almacenes.

1926. Sistema de Aguado en sustitucion de las placas.

No terminaremos esta noticia sobre cambios de via sin dar á conocer el invento del Ingeniero español D. Cárlos Aguado para trasladar los trenes completos de un camino á otro paralelo sin el uso de las placas giratorias y el engorroso y lento procedimiento que ellas exigen, teniendo que desenganchar la maquina y carruajes para el paso parcial de cada uno á la vía inmediata.

Fig. 856. Consiste el nuevo sistema en un foso rectilíneo (*fig.* 856) á la extremidad de cada vía, separados ambos 34^m (espacio á que llegan y aun exceden las cubiertas de primer órden) hasta la cabeza de la vía en que se unen circularmente. Segun el local de que se pueda disponer podrán ir separados estos fosos desde larga distancia, como se indica en *a b c d f g*, ó unidos en todo lo largo del tren de *k* á *h* separándose desde aquí circularmente, segun se demuestra en *h i k l m*. En estos fosos, cuya seccion se vé en la figura, se colocan tantos carretones articulados

Fig. 857. y 858. (*fig.* 857, 858) de $5^m,5$ de largos, como sea el número de wagones ó coches; teniendo el primero y último que han de recibir la máquina 7^m de longitud, ó una dimension algo mayor que la locomotora mas grande de que se haga uso. En los tableros de estos carretones se fijan carriles igualmente distantes que los de la vía, habiendo en ellos una parte giratoria *x x* que corresponde á las ruedas mo-

Fig. 858. trices (*fig.* 858) para dejar estas al aire y verificar el efecto de traslacion como luego vamos á explicar.

El eje de los carretones primero y último es acodado en sus extremos para recibir una biela que se ha de unir al boton de la rueda motriz de la locomotora: siendo así fácil de concebir que, al funcionar la máquina, y no pudiéndola hacer marchar sus ruedas motrices por hallarse al aire, pero obligando á moverse á la nueva biela, girará el eje y rueda motriz del carreton, cuya marcha seguirán todos los que le están unidos sobre que insiste el tren. Las operaciones que en la práctica se deben hacer son las siguientes.

1.ª Llegado el tren al principio del foso y habiendo tomado la vía *b c* ó *n h* (segun el caso de construccion) se para la máquina al llegar sobre el primer carreton *c*, quedando naturalmente cada carruaje sobre el suyo respectivo. Se

levantan por un operario los garfios *b* que sujetan el último carreton á la vía permanente, y los extremos *cc* de los carriles del último carreton, al tiempo que otros dos obreros hacen girar la parte de carril bajo las ruedas motrices de la locomotora.

2.ª Hecho esto, se levanta y pone la nueva biela B, cerrando las abrazaderas de las manivelas en que se hace entrar apretando las cuñas de sujecion.

3.ª En seguida se abre la válvula de admision, que pone en juego la máquina, haciendo marchar el todo al lado opuesto hasta quedar de *eáf* ó de *m á n*; en cuyo momento se deshace lo ejecutado con igual órden y rapidez, quedando ya el tren en disposicion de marchar por la nueva vía.

Los carretones extremos son los únicos provistos en su medio de la rueda motriz R; la cual gira sobre un carril plano, y cuyo eje trasversal se halla siempre normal á las alineaciones que recorre. Fuera de esta rueda llevan todos los carretones otros sistemas de ruedas en 4 puntos diagonalmente opuestos *aaaa*, que giran sobre carriles paralelos al eje del foso de 0 á $0^m,07$ de altura. Las ruedas acopladas *a*, girando contra el carril A, mantienen siempre perpendicular á la vía el eje de la rueda vertical *b*, sin poder esta salir de su carril C por la disposicion misma del sistema. La presion que ejercen las ruedas *a* es insuficiente al pasar de la vía recta á la curva; por lo cual, y á fin de disminuir el rozamiento, se deja un poco de huelgo: mas como esto producirá cierto movimiento de oscilacion, se emplea un tope T (*fig.* 859) por medio del cual y del carril D, *Fig.* 859.
queda inamovible el sistema en todas sus alineaciones. Como medio de prevencion se colocan al extremo de cada carreton y por ambos lados la rodajas R′.

Este ingenioso método tiene, además, las ventajas del poco precio y el no hacerse otra modificacion en el material existente que la que corresponde al boton y un trozo del bastidor de las locomotoras. Siendo tambien el rádio de las curvas de $16^m,5$ se puede aplicar el sistema al trazado de un terreno muy accidentado, evitándose túneles ó largos rodeos con el vencimiento que permite, aunque lentamente, de curvas de tan considerable amplitud.

1927. Carretones de servicio.

Los carretones de servicio, cuyo tablero lleva una porcion de la vía, pueden reemplazar las placas giratorias para el tránsito de wagones ó locomotoras de una vía á otra paralela, siendo una de sus aplicaciones la que acabamos de mencionar por el sistema de Aguado.

Generalmente se situan los carretones en fosos cuya direccion es perpendicular á las vias paralelas, y cuya profundidad depende de la altura de las ruedas. Casi todos ellos tienen dos ejes, cada uno con dos ruedas de reborde y otra en medio de llanta lisa. Disponiendo el tablero del carro suspendido de los ejes, se puede hacer que la profundidad del foso no pase de 3 decímetros.

Esta clase de carretones solo se emplea en los depósitos y talleres, donde no hay algun inconveniente en cortar los carriles para el libre paso de las ruedas.

Para sitios en que se atraviesen las vias principales, cuyos carriles deben quedar intactos, se hace uso de otro género de carros. El representado en la figura 860, llamado carreton hidráulico, tiene las ruedas de reborde plano, y de una á otra una hembra con agua y bombas, por medio de las cuales se puede impeler esta agua y hacerla subir por los cilindros verticales, cuyos vástagos de sus émbolos llevan horquillas de hierro en que se apoyan los ejes de los wagones ó carruajes que se han de trasladar. Dispuestos estos carruajes en su lugar sobre el carreton, se harán funcionar las bombas hasta que se eleven las ruedas de aquellos sobre los carriles: entonces se hace andar el carreton sobre los suyos,

elevados igual cantidad que el reborde de las ruedas sobre los del camino principal. En el momento de llegar el carreton al frente de la nueva vía se deja bajar el agua de las bombas hasta que el wagon reposa en los carriles.

Fig. 861. El carreton de Dunn (*fig.* 861) está compuesto de una caja de hierro, en cuyos costados y punto medio existe el sistema de ruedas representado en la figura. Estas marchan por su respectivo carril de dos rebordes, cuyo fondo está á nivel de la parte superior de la vía. Exteriormente á la caja y á su largo hay otros dos carriles sobre dos bordes de la misma, igualmente distantes que los principales de la via, á los que se hacen subir los wagones con el impulso natural del hombre, disponiendo á este fin en rampa los extremos de los expresados carriles. Este sencillo medio, empleado en el camino del Este de Francia, es suficiente al objeto y preferible al uso de carriles móviles para la formacion de la rampa.

1928. Telégrafos indicadores ó señales fijas.

Son de dos especies; *aéreos ó eléctricos*. Los segundos son de mas frecuente uso y los mas útiles; pero ambos sistemas, cuando funcionan bien, indican satisfactoriamente el estado de la via y los obstáculos que la pueden obstruir.

Aéreos. Los telégrafos aéreos ó *señales fijas* se componen de mástiles ó columnas

Fig. 862. sobre las que existe un disco vertical de cristal rojo (*fig.* 862) que puede girar al rededor de un eje para presentarse perpendicular ó paralelo á la via segun haya de indicar detencion ó camino libre. Para la marcha se pone á mas una linterna fija é independiente del disco, el cual lleva un apéndice de cristal azul perpendicular á su plano que viene á caer al frente de la luz. Se producen así ante el conductor de la máquina dos imágenes, blanca ó roja, que le indican marcha ó detencion, y al gefe de la estacion otras dos respectivas; azul ó blanca que le hacen saber lo mismo. Para el manejo de la señal se hace uso á lo lejos de palancas é hilos de hierro que siguen lo largo del camino á poca altura de él. Este alambre llega al brazo menor de una escuadra de hierro situada al pié de la columna, teniendo el otro brazo un contrapeso con objeto de hacer volver el disco á su posicion primitiva. Para prevenir los efectos de la temperatura se puede acortar ó alargar el alambre y regular su tension por medio de cadenas colocadas al extremo del hilo, sujetas á la palanca en uno ú otro de sus eslabones. Tambien se puede poner un contrapeso al extremo de la cadena en su union al brazo menor de la palanca, haciendo pasar aquella por un anillo perpendicular á este brazo.

Para evitar que el combustible de la lámpara se congele en tiempos frios, se ensaya al presente el empleo de aceite de esquisto que parece queda líquido á todas temperaturas.

Los discos se colocan cerca de la via de subida y bajada, siendo sus distancias mínimas á la estacion de 500 á 600^{m} cuando la velocidad no pasa de 50 á 60 kilómetros; y de 800^{m} lo menos para cuando se usan las máquinas de Crampton, cuya velocidad es de 75 á 80 y aun 100 en momentos dados. En el camino de Nancy á Metz el disco se halla á 2000^{m} de la estacion y ha funcionado siempre bien.

Otros muchos aparatos se conocen y están en uso hoy dia, sin que sus efectos materiales sean mas ventajosos. Todos ellos son buenos si no se descuida la vigilancia; pero manejados por hombres están expuestos á no funcionar en el momento crítico por olvido ó cualquiera otra causa dependiente ó no de la voluntad.

En varias líneas de Francia y en las de España han agregado un aparato llamado *repique ó temblor eléctrico*, dispuesto cerca de la oficina del Gefe de estacion,

y cuyo efecto es el sonido contínuo de una série de campanillas durante el tiempo que el disco señala detencion del tren. El resultado ha sido siempre satisfactorio.

En varios caminos de Alemania se ponen sobre los mástiles grandes globos de mimbre rojo, que, pasando por un triángulo fijo á lo alto, en medio ó abajo, indican á largas distancias que la vía está libre ó que se debe aminorar ó detener la marcha.

1929. **Sistemas automotores.**

Los aparatos automotores, ó sean los que se manejan por la máquina misma en el momento de pasar delante de ellos, tienen la ventaja de no hacer depender el efecto del telégrafo de la voluntad del hombre, muchas veces insuficiente. Verdad es que si el sistema se descompone, difícil es que pueda corresponder el aviso dado por la locomotora; pero es mas fácil vigilar y observar atentamente la buena marcha del aparato que cuidar de él y su maniobra.

El de Limouse, que hasta ahora ha producido muy buenos resultados, se compone da dos hilos y un contrapeso que mueve un disco idéntico al anteriormente descrito. A este fin, al pasar el tren á su frente, la primera rueda apoya su reborde contra un resorte, en cuyo momento se verifica un sistema de expansion por la cual el contrapeso hace girar la armazon quedando el disco al rojo.

El sistema de Baranowski (*fig.* 863) se funda en la compresibilidad de los líqui- *Fig.* 863.
dos. Su composicion y manejo es como sigue.

En un cilindro de mercurio O existe un émbolo R, cilíndrico al exterior y cónico interiormente, penetrado todo él por un agujero longitudinal *t* en el sentido del eje. Cuando el disco está oculto ó paralelo á la via el émbolo se halla en la parte inferior de su carrera (A) bajo la carga de mercurio. Al llegar el tren la primera rueda comprime con su reborde el contra-carril S (de madera guarnecida de una escuadra de hierro en contacto por un solo punto con el carril) y le impele bruscamente, trasmitiendo el movimiento por una escuadra E al alambre F que hace girar el disco al rojo y levantar el peso P que cargaba sobre el émbolo. Entonces descienden los dos contrapesos, el émbolo sube y la pieza cónica *c* baja una pequeña cantidad (B) por su gravedad propia y el peso del mercurio que sobre ella carga, pasando el líquido por la abertura *t* al fondo del cilindro. Actuando de nuevo el peso P sobre el émbolo, desciende este y vuelve el mercurio á pasar por un tubo con mas ó menos velocidad, segun sea el diámetro del orificio superior regulado por una llave de admision. El disco permanece al rojo durante el tiempo que invierte el émbolo en su descenso hasta volver á su posicion (A). Este tiempo se puede calcular por el que se haya de invertir para el paso de dos trenes.

1930. **Señales acústicas y pirotécnicas.**

M. Beaudemoulin propuso el empleo de varias señales acústicas y pirotécnicas en la parte anterior y posterior de los trenes, pudiendo al mismo tiempo dar aviso de cualquier accidente á la estacion inmediata.

Con este fin recomienda el uso del *cañon de alarma*, colocando en el tender dos culebrinas que harán fuego luego que el maquinista se aperciba de una descomposicion en la máquina, deteniéndose el tren al mismo tiempo. El Gefe de estacion tirará cohetes é iluminará la vía con fuego de Bengala. Para completar el sistema de señales habrá en el último wagon dos morteretes á 45°, giratorios sobre una plataforma, destinados, en caso de accidente, á lanzar á un kilómetro á retaguardia del tren bombas de carton, cuya explosion indicará debe parar el tren siguiente. En el supuesto de ser el camino de simple vía, se colocarán en el tender otros dos morteretes semejantes.

La mayor parte de estas y otras varias señales solo daría por resultado espar-

cir la alarma entre los pasajeros y establecer desórden y confusion en el tren: por lo que únicamente se ha considerado aplicable la idea de los fuegos luminosos arrojados á retaguardia del tren, para protejerle hasta el momento en que un guarda tenga tiempo de llegar á la distancia reglamentaria para hacer la señal de detencion. A este objeto se han practicado felices experimentos en fin de 1857, haciendo cartuchos de tela embreada para preservarlos de la humedad, de $0^m,03$ de diámetro, cargados de una composicion de azufre, nitrato de potasa y régulo de antimonio, que produce una viva llama blanca, suficiente á servir de señal especial, y bastante intensa para poder penetrar una espesa niebla y proyectar gran masa de luz que llene el objeto propuesto. El color rojo, para el que se necesita gran porcion de clorato de potasa y sulfato de estronciana, haria el precio mucho mas elevado. Segun los experimentos hechos basta que tenga el cartucho una longitud de un decímetro para que la llama dure un minuto. Su precio es en Francia un fr.: para 2′ de duracion, el precio es de un fr. 25; para 3′ un fr. 6; para 4′ dos fr., y para 5′ 2,50 fr. Este último precio es un poco mayor del que costaría el tubo para 2′ con llama roja.

El cartucho se fija por su mitad á una anilla que lleva un caballete con 4 piés de hierro, dispuestos de manera que la llama quede siempre á 12 ó 15 centímetros del suelo, cualquiera que sea el modo como caiga la señal. Al extremo del cartucho se le pone una mecha cuya total combustion tarda 30″, ó el tiempo necesario para que pase todo el tren.

A mas de estos sistemas, y con el fin siempre de prevenir las colisiones, se han ideado otras señales acústicas, que todavía no cumplen bien con el objeto propuesto por no resolver las dificultades que presentan los otros medios de comunicacion. La Comision encargada en Francia de estudiar los medios de evitar los accidentes en los ferro-carriles, indica, respecto á esta clase de señales, si no seria posible establecer entre dos estaciones una comunicacion acústica por medio de tubos subterráneos; fundándose para ello en el siguiente principio experimentado por M. Biot: «que cuando la masa de aire por la que se propaga el sonido es cilíndrica, la intensidad de este sonido no se aminora con la distancia aunque emane de una voz mas ó menos débil.» La señal puede hacerse con un timbre, fuerte silvato, ó cualquiera otro medio semejante.

En el camino de hierro belga, entre los extremos del plano inclinado de Lieja, existe un sistema de comunicacion análogo por medio de un tubo de mas de 4 kilómetros de largo y de un silvato neumático que hace la señal de partida de cada tren.

1931. Señales eléctricas.

Aunque las señales ópticas y acústicas han dado y siguen ofreciendo satisfactorios resultados, preciso es convenir que están muy lejos de llenar enteramente el gran campo que falta á la seguridad que tan justamente reclaman las vías férreas, ya sea por los limitados recursos que ofrecen, ya por la imperfeccion de los mecanismos, cualquiera que sea el sistema que se considere: pues dependiendo su base principal de la constante vigilancia de los hombres, y de las alteraciones atmosféricas en diferentes épocas del año, no se debe extrañar que muchas veces llegue á ser falible el efecto que se espera.

La electricidad, en su estado estáctico ó dinámico, es un medio que muy ventajosamente puede reemplazar el mejor de los sistemas anteriores, y ya hace tiempo que los ferro-carriles se aprovechan de ella para la regularidad del servicio, haciendo conocer en las diferentes estaciones de la línea las diversas fases de la esplotacion, las necesidades de un tren y los incidentes de un viage: por lo

cual todas las compañías han declarado unánimamente que la telegrafía eléctrica es el complemento de una buena esplotacion de los ferro-carriles, particularmente los de una sola vía.

Mas á pesar de este importante servicio y la creciente seguridad que por él se alcanza, de mas á mas cada dia, está aun lejos la ciencia de bastar por sí sola á prevenir todos los accidentes, una vez por la insuficiencia ó imperfeccion de los mecanismos, otras por el temor de inexactitudes en la escritura, y aun por las que tienen lugar á causa de los fenómenos atmosféricos. Falta, además, estudiar bastante bajo el punto de vista económico y mucho que resolver respecto á las relaciones fáciles y prontas que se deben establecer entre las estaciones, entre los trenes en marcha, y aun entre los trenes y estaciones para indicar á cada instante el punto de la vía que ellos ocupan y las novedades ocurridas.

Para alcanzar tan grandes resultados varios hombres de saber han puesto en ejercicio su imaginacion inventiva y conseguido, con mas ó menos satisfaccion, que sus experimentos coincidan con la teoría, llegando á vencer grandes dificultades y casi asegurar la prevencion de los mas graves accidentes que puede sufrir un tren al recorrer su línea. Los mas recomendables de todos estos sistemas son, el del Caballero Bonelli, director de telégrafos del Piamonte; el del eminente físico fránces M. du Moncel; el de M. Guyard, capitan de Ingenieros, el de M. Achard, y el del Ingeniero español de minas don Manuel Fernandez de Castro: á los cuales deben tambien agregarse los inventos apreciables de MM. Breguet, Tyer, Cook y Walker.

1932. No siendo nuestro ánimo entrar en explicaciones y detalles de todos estos ingeniosos descubrimientos y los experimentos que han seguido á varios de ellos, todo lo cual puede consultarse en las publicaciones periódicas de 1855 á 1858, *L'Ingenieur*, *L'Ami des Sciences*, *Il Corriere mercantile*, de Génova, *Il Piamonte* de Turin, *La Revista Minera* y *la Revista de obras públicas*, nos limitarémos á decir algunas palabras respecto á los sistemas de Bonelli y Fernandez de Castro.

El 1.° haciendo uso de un conductor eléctrico aislado á lo largo de la vía en contacto con otros agentes móviles adaptados á cada locomotora, ha conseguido establecer una comunicacion regular y contínua entre los convoyes en marcha, cualquiera que sea su velocidad, y entre los convoyes y estaciones: acerca de lo cual han correspondido satisfactoriamente los diferentes experimentos verificados entre dos trenes de la ida y vuelta de Montealieri, hallándose continuamente como de ordinario sucede entre dos estaciones fijas. Estos felices resultados, sin embargo, y la simplicidad del mecanismo, es probable no basten á la adopcion del sistema por las siguientes razones que en su juicio crítico publica el *Ingenieur*, pág. 650.

«En el uso ordinario el telégrafo-volante de Bonelli será *peligroso*, *imposible é insuficiente*.

Peligroso, porque entre el aviso del peligro y su recepcion media el tiempo necesario para escribir telegráficamente el despacho, recibirle, componerle y trasmitirle al maquinista por medio de un porta-voz de goma elástica. El maquinista le oye ó no, manda cerrar los frenos, y estos pueden ó no ponerse inmediatamente en accion: de todo lo cual resultan pérdidas de tiempo, cuando la salvacion de un tren depende de la instantaneidad.

Imposible, porque durante la estacion de nieves no se verifica el completo aislamiento del conductor; como tampoco sucederia si hubiese acumulacion de arena por la accion del viento, reparacion de via ú otras causas; no pudiéndose tampoco franquear los pasos á nivel sin interrumpir el circuito.

Insuficiente, porque la seguridad consiste en destruir la velocidad acumulada

con la mayor prontitud posible; y para 2000^m de distancia que necesitan por lo menos dos trenes en opuesto sentido caminando á 70^k por hora antes de chocar, habria en curvas de 400 á 500^m de rádio una dificultad que M. Bonelli no resuelve. Debe agregarse á esto que estando forzosamente en comunicacion todos los trenes escalonados en una misma seccion de conductor metálico, ha de haber necesariamente confusion en los despachos que vayan de uno á otro convoy y á las estaciones.»

1933. **El sistema de Fernandez de Castro**, idéntico al que despues inventó M. Guyard, y experimentado en grande escala con muy felices resultados en el ferro-carril de Madrid á Almansa en 15 de Noviembre de 1855, parece ser el que entre todos proporciona mas ventajas, ofreciendo una completa seguridad en la práctica, sin temor de que por cualquiera circunstancia falte la señal indicada por la explosion del pistolete de Volta, en el momento de cerrarse el circuito eléctrico luego que el tren pasa á la esfera del peligro; dando tiempo sobrado, cualquiera que aquel sea, para cerrar los frenos y parar la marcha del convoy. Los resultados de los experimentos fueron tan completos como se puede juzgar por el lisonjero informe dado al Illmo. Señor Director General de Obras públicas en 18 de Noviembre de 1855 por la Comision de Ingenieros de caminos y canales nombrada por el Gobierno para el exámen de tan excelente sistema.

Su base principal es el establecimiento del circuito eléctrico, compuesto de 3 partes, dos permanentes y una móvil.

La primera de estas 3 partes, á que el Señor de Castro llama *conductor general*, es una línea aislada de dos filas de alambres paralelos y próximos uno á otro, dispuestos sobre la via al nivel de los carriles ó por encima de la cubierta de los wagones, y de manera que interrumpidos los expresados alambres (en vez de ser contínuos, porque entonces las señales se comunicarian á grandes distancias) alternen los de una série con los de otra, correspondiendo los extremos de cada uno con los del que le precede y sigue. La longitud de ellos se determina por la fórmula $L = 2v + a$, en que son, L la extension de cada alambre, v el duplo de la distancia que puede recorrer un tren despues de recibir la señal y cerrados los frenos en la mayor de las pendientes del camino con la velocidad máxima; y a otra distancia que prudencialmente fijan los Ingenieros del camino segun el servicio que este deba prestar.

La segunda línea permanente es la formada por los carriles mismos ó la tierra: y la tercera ó la movible, llamada *comunicador*, solo tiene lugar cuando el tren entra en la via, poniéndose en contacto con la tierra por medio de las ruedas y carriles, y con el conductor general por un fleco de hierro ó acero que lleva en una varilla, tambien de hierro, perfectamente aislada, y con la facultad de subir ó bajar á voluntad para dejar el fleco á la altura conveniente.

Cada convoy lleva un generador eléctrico, compuesto de una pila de Daniel (la de la prueba tenia 18 elementos) cuyos polos comunican, el uno con la tierra por medio de un alambre de cobre que vá á un muelle del carruaje, rueda y carril, y el otro con el conductor general por otro alambre que parte de la varilla del comunicador.

Para el aparato de alarma «se ponen los dos polos de una pila de Bunsen en contacto con los dos extremos del alambre conductor del aparato Runkorff, interrumpiendo el circuito de modo que se cierre cuando un electro-iman se ponga en movimiento al cerrarse á su vez el circuito de que forma parte el conductor general, la tierra y el mismo electro-iman; es decir, cuando un tren ú otro obstáculo cualquiera lo completan» entrando en la extension de uno de los alambres conductores.

De esta manera, mientras un tren camina solo dentro de las distancias interrumpidas de los alambres conductores, ó lo que es igual, mientras al recorrer la via permanezca abierto el circuito eléctrico, no recibirá el tren señal alguna, y continuará su marcha en la completa seguridad de no haber peligro de ninguna especie: pero si aconteciera venir en opuesto sentido ó marchar al alcance con mayor velocidad otro convoy provisto asimismo de sus aparatos eléctricos, al llegar á la distancia $L = 2v + a$ se cerraria el circuito por los mismos trenes, y produciéndose la señal se evitaría el peligro.

A estos dos accidentes, que son los mas temibles por sus efectos, sigue el de hallarse un tren en marcha al frente de un obstáculo puesto inesperadamente sobre la via, cualquiera que sea su naturaleza.

Si el obstáculo fuese un tren parado provisto de sus pilas, nada hay que agregar á lo ya dicho, pues en el instante de llegar el convoy en movimiento al circuito eléctrico, se producirá la señal y quedará parado. Mas si el obstáculo fuera de otra naturaleza, de modo que el circuito no pudiera cerrarse sin el auxilio del hombre, bastaría entonces que el guarda encargado de la vigilancia de la via, y que ha percibido el peligro, esté provisto de un látigo ó baston metálico de 1^m de largo, terminado por un extremo en una doble horquilla que se engancha en el conducto general: y en el otro por una punta ó cuña que, introducida fuertemente en el espacio que media de unas á otras barras-carriles, cerrase el circuito en el momento de poner en contacto con el conductor general el fleco metálico del tren. Estos látigos deben llevarlos todos los guardas y brigadas de obreros de servicio, teniéndolos igualmente en las estaciones, cambios de via, cruzamientos, pasos de nivel, túneles, &, funcionando siempre que los ferro-carriles no estén del todo libres á la circulacion.

En las pruebas que se hicieron en el camino del Mediterráneo tuvo lugar el ensayo de este mecanismo á cortas y largas distancias «no solo cerrando el circuito con la barra-carril, sino tambien con la tierra en los taludes del desmonte que conservaban alguna humedad; y en todas las pruebas hechas el éxito, fué brillante, nada hubo que desear; las detonaciones fueron instantáneas.» Aplicado igualmente en otro experimento un alambre al conductor general y al hilo del telégrafo de Tembleque en el momento de hallarse el tren en via con el fleco comunicador en contacto con el expresado conductor general, quedando así cerrado el circuito, la explosion fué del momento, no obstante que la extension del circuito era de mas de 47 kilómetros.

Otras varias séries de riesgos se evitan sin el concurso del hombre, como cuando hay un puente levadizo abierto ó mal cerrado, una placa giratoria mal encarrilada, una barrera abierta ó indebidamente cerrada, mala disposicion de las agujas en una via bifurcada, &, &; para todo lo cual bastan los sencillos aparatos y disposiciones ingeniosas que el Señor de Castro explica en su memoria con bastante claridad y precision.

Adoptado, pues, este sistema, tan completo en sus resultados prácticos, á juzgar por los experimentos, como sencillo en su mecanismo, sin exigir modificacion alguna en los carruajes; y aceptado á mas abundamiento el freno que propone el inventor, se puede estar seguro de que desaparecerán en su mayor parte los desgraciados accidentes que se lamentan en todos los caminos de hierro, particularmente en los de una sola via.

1934. SINIESTROS Y MODO DE EVITARLOS,

El buen servicio de los caminos de hierro depende de dos elementos esenciales, cuya accion simultánea es difícil de combinar de un modo absoluto: *la regularidad del material y la inteligencia y voluntad favorable del hombre.*

La primera puede obtenerse casi siempre por medio de contínuas pruebas y vigilancia minuciosa, no admitiendo para el servicio y desechando toda máquina que tenga el menor defecto en la constitucion del material ó en las dimensiones y disposicion de todos sus componentes, como asimismo los coches, wagones, barras-carriles, &, procurando al mismo tiempo juego libre de las señales, seguridad en las fábricas, paralelismo de los carriles y buena disposicion de cambios y cruzamientos, sequedad, saneamiento perfecto y expedicion libre y segura de la via, &: todo lo cual puede verse y examinarse á cada instante por los encargados de la vigilancia, así como por los maquinistas, mecánicos, ingenieros y cuantos empleados existen en el ferro-carril.

La segunda causa, dependiente solo de los hombres, es difícil de asegurar en todos los momentos, pues no hay remedio alguno contra la ignorancia, mala voluntad ó descuido en un caso dado. Mas una vez que no sea posible la direccion mecánicamente, preciso es que el hombre siga siendo el principal elemento en la explotacion del ferro-carril, y que nos entreguemos confiados á su inteligente accion y la buena fé que garantiza el mayor riesgo que corre cuando acontece un accidente desgraciado.

Por esta razon, y porque hoy dia se registran muy escasos siniestros en las estadísticas de los caminos de hierro, á causa de la perfeccion y mejora contínua de todo cuanto constituye el servicio, debemos esperar que en breve tiempo haya desaparecido todo motivo de desgracia en cuanto humanamente es posible; siendo muy remota ó no existiendo el caso de la mala voluntad de personas extrañas, contra lo cual nada puede la ciencia y sería insuficiente la mas esmerada vigilancia.

Tales como existen hoy los ferro-carriles, y á pesar de ofrecer aun los defectos propios de toda obra humana, son el mejor y mas seguro y rápido medio de trasporte.

Los accidentes que en ellos tienen lugar pueden provenir, 1.° de la locomotora, coches y wagones; 2.° del mal estado de la vía; 3.° de la inobservancia de los reglamentos, y 4.° de la imprudencia de los empleados y viajeros.

1.° Por razon de la locomotora y coches.

1935. Explosiones.

Los accidentes ocasionados por la locomotora, provienen de la rotura de un eje, una rueda ú otro elemento de su composicion; ó bien el exceso de tension del vapor dá lugar á una explosion que generalmente produce los mas desastrosos resultados. Esto último tiene generalmente efecto (las muy escasas veces que sucede) cuando la máquina se halla parada y no se desahoga por descuido del maquinista, dejando tomar al vapor una excesiva fuerza de tension, ó cuando hay un deterioro sensible del metal: ó bien, cuando baja el nivel del agua, de modo que el fuego llegue al metal sobre dicho nivel enrojeciéndole, si entonces se introduce nuevamente el agua, al ponerse en contacto con las paredes incandescentes se evaporiza instantáneamente, siendo difícil, que, á pesar de estar abiertas las válvulas de seguridad, no tenga lugar la explosion, y teniéndola positivamente si no estuviesen abiertas.

Pero una y otra de estas causas provienen de un imperdonable descuido del maquinista, que debe desahogar el vapor y conocer por una de las 3 llaves de la caldera á donde llega el agua en ella. No hay, pues, contra este caso mas que la inteligencia y vigilancia del maquinista.

Fuera de esto, el desgaste de una pieza importante, como un tirante ó los roblones, es tambien causa de explosion: pero este mal se vé y previene á tiempo

con el registro minucioso que el mecánico hace de la máquina antes de emplearla; desechando la que esté resentida ó desgastada en alguna parte de sus paredes, ó la que tenga débiles los tirantes, ó mal ajustados los roblones.

Rotura de ejes y otros elementos. Los actuales ejes de las locomotoras, como los de todos los coches y wagones, responden bien á todas las exigencias de una segura y uniforme explotacion. Pero el tiempo los desgasta, porque el tiempo todo lo consume, y, además, los cambios de temperatura y choques que sufren por el desnivel de los carriles, los hace cambiar de naturaleza hasta la cristalizacion, segun se sabe por los numerosos y concluyentes experimentos que durante 5 años se practicaron en Austria, haciendo someter varios ejes acodados á la torsion y choques. En el último de estos experimentos dió el eje 128'000000 de vueltas en el espacio de varios meses, y roto despues por medio de la prensa hidráulica, se notó que el hierro habia cambiado de estructura, siendo la superficie escamosa como la del estaño, y los cristales perfectamente definidos; de modo que el hierro habia perdido completamente su aspecto de forjado para tener el de hierro cristalino.

En la práctica los choques provienen de las desigualdades y ondulaciones de los carriles y del peso propio y arrastrado que gravita desigualmente sobre los resortes: y las torsiones las motivan las desigualdades de las ruedas, inclinacion de los carriles y divergencia en la posicion de los ejes. En las curvas tambien sucede que las llantas cónicas de las ruedas producen desigualdad de carrera puesto que una resbala mientras que la otra rueda. Pero todos estos defectos se pueden disminuir con el ajuste mas correcto y mayor bombeo de los carriles para evitar cuanto se pueda el resbalamiento.

La experiencia, por otra parte, es la que ha de resolver el problema en la mejora de los ejes, siendo actualmente, como ya se ha dicho, de la mas perfecta, forma y material. Algunos son de acero y otros en Inglaterra tubulares, mas económicos y resistentes.

Tanto los ejes como los atalages de union y las ruedas, barras de conexion, vástagos, &, deben inspeccionarse con minuciosidad para evitar á tiempo el accidente que ocasionaría la rotura de estos importantes mecanismos.

Los muñones y cajas de grasa se recalientan é inutilizan con el uso; lo cual se conoce por un ruido seco, y olor de grasa y aceite quemado; para evitar lo cual, despues de parado el tren, se remojan la caja y muñon antes de echar nueva grasa.

Cuando se rompen los resortes, como cuando los rebordes de las ruedas están gastados, de modo que puede ser fácil el descarrilamiento, es menester marchar á paso lento hasta donde se puedan relevar los coches ó máquina que tengan este defecto.

Pueden aun acontecer otros accidentes á las máquinas, durante el trayecto, cuyos efectos solo se impiden con la constante vigilancia, inteligencia y sangre fria de los maquinistas; tales son, los escapes de vapor y hendiduras en la caldera, la fusion del plomo ó plancha de seguridad, la caida de los barrotes de la parrilla, la hendidura de los tubos de la caldera (de que el agua sería proyectada al hogar apagándole, quedando parada la máquina), y otros detalles mas, como los antes anotados. Solo se puede tener por garantía contra estos accidentes, la buena eleccion, tan recomendada, de maquinistas sanos, inteligentes, robustos, y valientes; perfectamente pagados y con la esperanza de mayores adelantos; exigiendo, en cambio, de ellos el mas rigoroso cumplimiento de su deber.

1936. 2.° Mal estado de la vía. (**Descarrilamientos.**)

Por falta de inspeccion. La inspeccion oficial que se hace por los Ingenieros del Gobierno, de los terraplenes y desmontes, escarpes y taludes, postura de carriles, cambios y cruzamientos de via, viaductos, puentes y túneles, y todo cuanto concierne al material fijo, como se ha ejercido tambien respecto al material móvil, parece que debiera ser motivo suficiente de seguridad; y tal suele acontecer por el momento ó en los primeros tiempos de la explotacion de una línea. Pero sucede algunas veces que los terraplenes bajan, las trincheras se llenan de tierras caidas de los escarpes, y aun los túneles y demás obras de fábrica presentan señales evidentes de debilidad ó ruina. La inspeccion contínua de la via por toda clase de empleados, es la que ha de acusar estos defectos, á fin de remediarlos con tiempo, ya levantando los carriles en los terraplenes y remudando las traviesas podridas ó de mal uso, ya asegurándose, en cada paso del tren, de que sigue bien la via á las inmediaciones de los viaductos, donde cualquier defecto ó desnivel es tan peligroso; ya mejorando el saneamiento de los escarpes, y sobre todo viendo si los carriles guardan siempre la misma distancia entre sí, y si es sensible la diferencia del nivel del extremo de una barra al principio de la otra, causa de tanto choque de las ruedas y aun de descarrilamientos.

La humedad en los terraplenes y las corrientes de agua en ellos detenida, motivan tambien un sensible descenso del terraplen, que con el tiempo se agranda interiormente, para producir en un momento dado un hundimiento al carril al tiempo de pasar el tren, y consiguiente á este el accidente, que solo se evita abriendo las convenientes salidas al agua detenida desde que se observe que, por semejante olvido al hacer la explanacion, el terraplen obra como dique ó es obstáculo á las vertientes de agua.

1937. **Por instabilidad y desgaste de los carriles.**

Los carriles de base plana, clavados á las traviesas y unos con otros por las eclisas, son los que mas dificultad presentan para girar ó variar de lugar. Los de simple y doble seta, apoyados en coginetes, tienen el inconveniente de que la cuña de madera se contrae con el calor, aflojándose y saliendo de su lugar por la trepidacion; con lo cual queda libre la barra, que muy luego varia de lugar ó giro, ocasionando un descarrilamiento. Por esta razon se han puesto eclisas á todas las barras de diferentes caminos que los llevaban en coginetes, como se debiera hacer allí donde todavía no exista. El carril Brunel, que deja desunidas las barras, tiene tambien el defecto de que á poco uso se mueven los clavos de las placas, dejándolas libertad de separacion, que tambien facilitan el descarrilamiento.

No hay, pues, respecto á este particular, otro medio que evite el siniestro, que registrar las traviesas y poner eclisas á todas las barras. De otro modo se vá expuesto, por mucha que sea la vigilancia y muchos los empleados encargados de ejercerla.

1938. Los carriles, además, sujetos por desiguales presiones á desiguales desgastes, pueden tambien *esfoliarse, curvarse ó romperse*, produciendo descarrilamiento cada uno de estos defectos. La esfoliacion proviene del resbalamiento de la máquina y wagones cuando se usan los frenos, y tambien de mala fabricacion: cosa que debe reconocerse y evitarse. La curvatura depende de la poca resistencia del carril á la presion del tren, haciéndole sufrir una flexion mas ó menos sensible, que generalmente queda marcada por la insuficiencia de elasticidad del metal. Conviene evitar este defecto empleando barras de suficiente estabilidad y peralto (véase lo dicho respecto á carriles). Por fin, la rotura puede provenir de la influencia atmosférica ó del choque de las ruedas cuando hay desigualdad en

las superficies de las barras y llantas; ó cuando por el desgaste de estas montan el reborde en el coginete y cae con fuerza sobre el carril. Estas roturas tienen mas lugar en los carriles de coginetes y Barlow que en los de eclisas: y para prevenirlas no hay mas que no usar el material desgastado y vigilar la vía. Por lo demás, las barras-carriles se hacen hoy con gran esmero por el método tan perfeccionado del laminado; siendo mejores las barras cortadas á cuchillo que por la sierra circular, la cual altera la union de las fibras donde mayor debe ser su cohesion.

Conviene, tambien, dejar espacio suficiente á la dilatacion del metal, á fin de evitar que salga la barra de la via ó que se levante ó se curve, causas todas de descarrilamiento.

1939. **Por obstáculos y mala direccion de agujas.**

En cuanto á los pasos á nivel, seria una gran ventaja el suprimirlos, como en Inglaterra, donde hacen pasar la carretera por un viaducto ó por su túnel: pero ya que esto no suceda en España, solo se podrá contar con seguridad en estos pasos cuando haya en cada uno un guarda fijo ó que no tenga otra obligacion á que atender. Lo propio se dice respecto á los agujeros, que, como todos estos empleados, deben ser inteligentes, de buena conducta y de probado amor al servicio, á fin de que en todo tiempo, especialmente las noches de invierno, esten firmes en su puesto, redoblando cada vez mas la vigilancia que les está encomendada. El camino que carece de empleados, ó que tiene insuficiente número de los de esta clase, no puede contar con seguridad bastante en cualquiera parte de su trayecto. Debe, por consiguiente, haber numeroso personal útil, y ya que la fatiga y responsabilidad es tan grande, lo mismo que sucede á los maquinistas, se los debe pagar bien y halagarles con ascensos ó mejoras de sueldo; si bien pueden evitarse, como ya se ha dicho, sin el concurso del hombre la mayor parte de estos accidentes, siempre que se haga uso del sistema eléctrico de Fernandez de Castro.

Incendios. Son hoy dia tan raros los incendios ocasionados en los trenes, que nada hay que advertir respecto á ellos. Las cenizas candentes pueden entrar en un wagon, y las áscuas de cock, al caer sobre los carrilles, subir tambien á la madera de los carruajes: pero todo esto será visto en seguida y contenido por los empleados y pasajeros. El fuego que estos sostienen con los fósforos y cigarros, y aun algunos con materias inflamables, como el espíritu de vino para preparar té ó café, es mucho mas sensible y expuesto. La vigilancia, sin embargo, de todos es suficiente garantía contra este accidente. Las señales pirotécnicas producen tambien algun peligro en el tren ó la vía; pero en España no hay lugar á semejantes señales.

Choques. Se ha dicho anteriormente que los choques pueden tener lugar, 1.° cuando dos trenes van en sentido opuesto por una misma via; 2.° ó cuando uno marcha con mayor velocidad al alcance del otro; y 3.° cuando un tren se encuentra con otro estacionado, ó un obstáculo cualquiera puesto inesperadamente sobre la vía. El primer caso es efecto de inobservancia reglamentaria de horas, y no tendrá lugar observando bien las de salida. Generalmente no sucede este accidente entre trenes ordinarios: pero á veces se interpola uno extraordinario, de pasajeros ó mercancías, sin mas aviso que el telágrafo cuando, tal vez, ya ha salido el tren opuesto. En este caso no queda mas que acudir á las señales ordinarias y parar ambos trenes, lo que podrá suceder bien en grandes distancias rectas y buen tiempo; pero en distancias curvas, ó cuando el tiempo no deja ver bien las señales aéreas, ó estas están mal dadas, el choque es

inevitable. Solo el sencillo sistema eléctrico de Fernandez de Castro resuelve la cuestion en todo tiempo y todos los momentos del modo mas satisfactorio. En los caminos de dos vias, de la que una sirve para la marcha en un sentido y otra para la opuesta, no tiene lugar el choque á no hacerlo de propósito, ó cuando una máquina-piloto, pedida en socorro, llega al tiempo de partir el tren.

El segundo caso le produce una velocidad mal arreglada de dos trenes en un solo sentido; y por no observar el tiempo segun reglamento ó las exigencias del tráfico, ó por impotencia de la máquina (demasiado cargada para su fuerza), ó porque los carriles son resbaladizos por la lluvia, nieve ó escarcha, haciendo que las ruedas no muerdan y la locomotora avance lentamente; ó, en fin por la interposicion de cuerpos extraños ó un accidente imprevisto. Sucede entonces que no habrá colision en tiempo bueno y alineaciones rectas: pero con niebla ó en alineaciones curvas es posible no basten las señales ordinarias y las explosivas, ó que unas y otras estuviesen mal servidas. El sistema de Fernandez de Castro es el solo que puede responder bien y evitar el encuentro.

El tercer caso sucede cuando se llega á la estacion con sobrada velocidad por no haber dado á tiempo la señal de freno, ó porque este se rompiese ó no funcionara bien. Para evitar este peligro basta hacer, como en España, porque el tren disminuya de marcha con mucha anticipacion á la llegada; y en caso de olvido el sistema de Fernandez de Castro respondería satisfactoriamente, y en buen tiempo las señales ordinarias, sin temor de que falte freno, pues que se puede poner en uso el de contra-vapor.

Para el caso de no ser un tren el objeto interpuesto en la vía, sino tierra, nieve, ó piedra caida de los taludes ó túneles, ú otra cosa cualquiera, ya se sabe cómo por el sistema de Castro se vence tan grave dificultad.

Lástima es que la fuerza de rutina sea tan poderosa que ella sola sea causa de no haber sustituido este probado sistema, el mas completo y seguro de todos, á los ordinarios en uso; los cuales no habia necesidad de desechar para utilizarlos convenientemente.

1940. Entre los objetos interpuestos en la via la nieve es el de mayor consideracion en los paises del Norte, pues en muchas ocasiones tienen que suspender el tráfico por horas y dias; particularmente si la nieve no es la llamada humeda, cuyas moléculas se adhieren bien sin que las lleve el viento, sino la seca ó pulverulenta que se levanta de la tierra al menor aire que haga, formando torbellinos con el viento fuerte, que la deposita en grandes masas luego que cesa.

Contra este fenómeno poderoso no hay regla segura, pues los medios ordinarios, las escobas adaptadas á las locomotoras, los trineos, palas y carros de de nieve, son insuficientes, costosos y aun sin efecto cuando aquel tiene lugar. Solo las plantaciones y setos ó vallados de 2^m de altura á lo largo del camino en los sitios mas peligrosos por la exposicion del terreno y direccion N ó N, O del viento, son los que han dado algun favorable resultado, pues estos medios rompen la violencia del aire y obligan á caer la nieve verticalmente, y á veces á salvar el camino. Afortunadamente en España poco hay que temer por causa de la nieve, y es probable que, á excepcion de los puertos de la cordillera cantábrica, todos los demás puntos estarán constantemente expeditos, ó sean en ellos suficientes los medios ordinarios.

1941. 3.° **Imprudencias de los viajeros ó mal servicio de los empleados.**

Los accidentes que sobrevienen por la falta de observancia de los reglamentos, ó por la inexactitud ó irregularidad del servicio, tienen el fácil remedio que pro-

duce la fuerza moral, segun ya se ha indicado para los maquinistas y guarda-vías. Pero los casos aislados de imprudencias por los pasajeros y empleados dependientes de la voluntad mal aconsejada, como echarse fuera del coche cuando este lleva aun velocidad, sacar la cabeza en túneles ó estaciones, llevar abiertas las puertas y reclinarse en ellas, dejar caer objetos en la vía, cuando uno cualquiera de ellos puede hacer descarrilar el tren &, &, todo esto no se puede evitar ó se evita con suma dificultad, y no hay otra regla que la mejor ó mas esquisita vigilancia.

Bueno fuera, para evitar otros accidentes ó aminorar los que tienen lugar por la cola del tren, no apercibidos por el maquinista, que hubiera un medio de comunicacion completo y satisfactorio desde la máquina al último wagon, ya por medio de una campana en el tender con cuerda hasta el coche del conductor, ya por un acústico que fuera exteriormente sobre los coches hasta las inmediaciones del maquinista, ú otro medio cualquiera que se ensayase y fuese útil y seguro, una vez que la construccion de los carruajes no permite, como en los americanos y venetos, pasar directamente de unos á otros, sino por medio del estribo exterior, tan lentamente y con tanta exposicion. De este modo se prevendrian muchos de los sinistros extraordinarios que no se pueden evitar por no verlos ó notarlos el maquinista ó los empleados en la cabeza del tren.

1942. **Conclusion.**

Debemos decir en conclusion, que la mayor parte de los accidentes, de que se acaba de hablar, no tienen ahora lugar ó son muy raros, ya por lo que respecta á las buenas obras de fábrica, fortaleza de los puentes (generalmente de piedra ó hierro laminado), bondad de la explanacion y locomotoras, cuyos elementos son de lo mas satisfactorio, como por lo que hace á rotura de carriles, ejes, ruedas y atalajes de amarra, cuya construccion ha llegado casi á la perfeccion.

El servicio se hace tambien con bastante regularidad, y el personal es de confianza; pero nunca será bastante la vigilancia que se deba ejercer por todos los empleados, desde los ingenieros á los guardas, ni suficientes los medios de retribucion que se adopten para extimular y satisfacer el penoso oficio de los subalternos de la explotacion, especialmente los guardas y maquinistas. Estos últimos, expuestos siempre á la inclemencia de los tiempos y á las contínuas alternativas de calor sumo y frio glacial en todos los instantes de la marcha en invierno, sin tener siquiera la pequeña cubierta que con mas humanidad llevan las máquinas americanas, merecen mas consideracion y la mayor solicitud por parte de las empresas. El servicio que á veces se exige de ellos les priva del sueño y es causa de que, por no poder ser dueños de sí mismos, se duermen ó rinden en el momento en que han respondido á la señal de la estacion extrema, donde debe terminar su trabajo, como una vez sucedió en el ferro-carril del E. de Francia, y como se puede repetir ciento.

Las colisiones y descarrilamientos disminuyen tambien mucho, y si se adoptase definitivamente el sistema eléctrico de Fernandez de Castro, probablemente no tendrian nunca lugar en su mayor parte; no quedando otro recelo en la marcha de los trenes, qne los accidentes ocasionados por objetos caidos en la vía ó en ella estacionados sin poder ser vistos, como los que dependen de la negligencia de los viajeros ó empleados.

CAMINOS DE HIERRO ATMOSFÉRICOS.

1943. El grande objeto que se proponen los caminos de hierro atmosféricos es, á mas de la economía en los trasportes, el de evitar al público los peligros á

que el sistema ordinario le expone con sus pesadas máquinas y el fuego y vapor que las acompaña. M. Pecqueur dice, con este fin, que de la comparacion entre el sistema de locomotoras de vapor y el atmosférico, se deduce en favor del último: 1.° que la economía de combustible llega, cuando se emplea el aire comprimido por motor, á los $\frac{3}{5}$ lo menos del que gastan las locomotoras ordinarias; 2.° la ventaja de suprimirse las máquinas y tenders y la seguridad consiguiente de los viajeros; 3.° la facultad tan esencial de poder seguir muy próximamente los declives del terreno; y 4.° en fin, la de poder reemplazar en parte ó en totalidad las máquinas de vapor con motores naturales.

1944. Clasificacion de los caminos atmosféricos.

En 1810 se intentó la primera vez por el Ingeniero dinamárqués Medhurst aplicar á la locomocion el principio debido á Papin de aprevechar la rarefaccion del aire para producir el movimiento por medio de la presion atmosférica. Pero solo mas tarde, y luego que el mismo Ingeniero Medhurst discurrió trasmitir la accion del émbolo por un tubo á lo largo de la vía á wagones dispuestos exteriormente al mismo tubo, unidos á él por un vástago que pasaba por entre una abertura en toda la extension de aquel, fué cuando realmente se trató de un modo mas favorable y decisivo de la locomocion atmosférica; proponiéndose por varios Ingenieros nuevos sistemas, ó medios mas ó menos ingeniosos; muchos de los cuales, ensayados en grande escala, han permitido establecer algunos sólidos fundamentos sobre la teoría y práctica de estas nuevas vías.

Tan grande ha sido la importancia dada á este procedimiento que en el espacio de pocos años, hasta 1847, solo en Francia se contaban 70 privilegios por invenciones ó mejoras de caminos atmosféricos: sistemas todos ellos que se pueden clasificar en cinco séries diferentes.

1.ª = Consiste la 1.ª en un tubo de diámetro proporcionado al esfuerzo de traccion que se ha de ejercer, colocado en medio de la via á igual distancia de los carriles, con una abertura en su parte superior en el sentido de la longitud, suficientemente ancha para dar paso á un vástago metálico vertical que, invariablemente unido al émbolo que recorre el tubo, se adapta á voluntad al wagon directo á que se unen los demás carruajes del tren que siguen el movimiento del émbolo propulsor.

La válvula que cubre la abertura longitudinal es la parte característica mas importante del sistema (á que pertenecen los de Clegg y Samuda, Hallette, &), pudiendo funcionar ó moverse el émbolo por medio del vacío en el tubo ó por el aire comprimido.

2.ª = La 2.ª série estriba en los medios necesarios para hacer llegar el aire comprimido á los cilindros de una locomotora ordinaria sin caldera. Tal es el sistema de Pecqueur. Toda la dificultad en él era la alimentacion de los expresados cilindros, porque no parecia posible hacer llevar al vehículo el elemento mismo de su marcha. Con este fin ha imaginado el autor un tubo á lo largo de la vía que sirve de receptáculo donde se obtiene la fuerza acumalada ó sea el aire comprimido. Para hacerle llegar á las cajas de distribucion, el tubo cerrado está provisto de distancia en distancia de pequeños tubulares con sus válvulas puestas en comunicacion con otro gran tubo llamado propulsor, dividido en compartimientos mas ó menos largos, segun la naturaleza del terreno, dentro del cual pasa el émbolo ligado al wagon director como en el sistema anterior. Cada extremidad de una seccion del tubo propulsor tiene una tapa que abierta deja pasar el émbolo, y cerrada intercepta el paso al aire que recibe del tubo cerrado como este

á su vez le obtiene por motores fijos. El aire comprimido pasa á los cilindros de la propia manera que el vapor á beneficio de un tubo metálico, de que una parte es elástica para prestarse á las oscilaciones y choques que pueden sobrevenir en la marcha. Este sistema de distribucion permite una expansion constante á cada toma de aire ó por cada tubular del gran receptáculo longitudinal. La idea que mas ha preocupado á M. Pecqueur con este sistema es el que se pueda prestar á las desigualdades del terreno, siguiendo la vía á nivel ó con pendientes mas ó menos considerables, segun naturalmente existen en la superficie del globo.

3.ª = El pensamiento de la 3.ª série es lanzar el émbolo propulsor á intérvalos iguales, y hacer adquirir así una velocidad uniforme, sirviéndose del aire comprimido, segun se explica en los sistema de Chameroy, Lorenzana y otros.

Motores fijos sirven para hacer funcionar bombas de compresion que llenan y alimentan de aire comprimido un tubo entre los carriles en toda la extension del camino. Sobre los costados de este inmenso receptáculo se fijan ramales dispuestos de manera que pueda hacerse la distribucion en tiempo útil del aire comprimido en el momento del paso de los trenes. Por medio de estos ramales se pone en comunicacion con el gran tubo otro articulado unido al convoy, que, recibiendo el aire comprimido, adquiere y trasmite al tren el movimiento proporcional á la presion del aire.

Segun M. Chameroy pueden resumirse así las ventajas de su sistema.

1.ª Economía en el establecimiento de los carriles, atendido que el locomotor no pesa mas que $\frac{1}{10}$ de una máquina de vapor locomotriz.

2.ª El servicio puede hacerse á la vez sobre dos vías con un solo tubo.

3.ª Este tubo, colocado bajo tierra, está al abrigo de la malevolencia y su entretenimiento es insignificante

4.ª Compuesto este conducto de tubos de palastro y bitúmen (los solos que se pueden emplear para contener el aire comprimido), forma un receptáculo inmenso en que se introduce toda la fuerza locomotriz conveniente á las necesidades del servicio.

5.ª Se puede disminuir ó neutralizar esta fuerza y aun retroceder con ella para detener el tren ó descender las rampas, gastándola siempre con utilidad.

6.ª Hallándose el conducto enterrado se pueden franquear los pasos á nivel.

7.ª La disposicion del tubo locomotor, que es articulado, permitirá franquear las curvas de pequeño rádio.

8.ª Es posible hacer marchar varios convoyes sobre la misma línea, por cuya razon se podrán enviar trenes de socorro.

9.ª Abriendo mas ó menos las llaves de comunicacion se obtendrá una fuerza y una velocidad mas grandes, y se podrán subir fácilmente las rampas.

10.ª Este sistema de locomocion no ofrece peligro alguno semejante al de las locomotoras de vapor.

4.ª = La cuarta série, debida al Ingeniero Dezelu, consiste en la aplicacion del electro-iman á la locomocion.

Un tubo horizontal, herméticamente cerrado, se coloca á lo largo del camino entre los carriles ó entre las dos vías, para servir á una ú otra de las mismas. Este tubo, que el autor propone construir de madera, enlucida interiormente de liga marina, recibe el diafragma ó émbolo provisto de cierto número de imanes oblícua ó verticalmente, á que se puede aumentar la fuerza con una *pila de Volta* actuando atractiva y repulsivamente. Igual número, poco mas ó menos, de imanes se fijan al tren, algo superiores al del diafragma; de manera que, haciendo mover el émbolo por un esfuerzo cualquiera (el vapor ó aire comprimido), seguirán con él los wagones de que se compone el tren, siempre que la fuerza de atraccion y repulsion entre los fluidos del diafragma y los del tren sea un poco mayor que la presion ejercida sobre la superficie del émbolo.

5.ª = Consiste la quinta série, segun la idea de Lebruère y Griffiths, en hacer marchar los trenes por medio del vacío, pero sin abertura alguna en la válvula sobre el tubo propulsor, y por consiguiente sin vástago de union (*fig.* 864).

Con este fin emplean los autores una válvula flexible *a* compuesta de un cuero clavado en toda la longitud de la rampa horizontal superior al tubo, rodeada de láminas metálicas para evitar el desgaste, y dispuesta de modo que se pueda levantar y bajar sin dar paso al aire. El émbolo B está provisto de dos ruedas C cuya circunferencia se eleva mas que el punto culminante del tubo A, pudiendo así comprimirse la correhuela *a* y tesarla en cierta cantidad. Otra rueda C′ fija al wagon director se apoya entre las primeras y hace completa la adherencia de estas tres partes. De aquí resulta, que si el émbolo, solicitado por la presion, tiende á desplazar y hacer girar en consecuencia las ruedas C, éstas, por su adherencia con la válvula y rueda C′ del wagon director, harán girar la última con igual velocidad. Para que sea mas enérgico este movimiento agregan los autores sobre el eje de la C′ otras dos pequeñas ruedas ó poleas, que, por medio de correas, ayudan ó facilitan el impulso dado á las ruedas motrices sobre los carriles.

Hay, además, una válvula *c* en el émbolo que, puesta en movimiento con las palancas *d, d′, d″*, á voluntad del maquinista, permite la trasmision del aire á la parte vacía para moderar así la velocidad ó parar enteramente el convoy.

Entre los muchos sistemas inventados de caminos atmosféricos, hay algunos, dentro de las cinco clases indicadas, que ofrecen mas novedad y excelentes resultados, como consta de la experiencia. Mas no siendo nuestro ánimo entrar en detalles de todos ellos, por no permitirlo las dimensiones de este manual, pero deseando no limitar aquí la noticia que nos hemos propuesto dar de este nuevo medio de locomocion, hablarémos, aunque de un modo conciso, del sistema de Clegg y Samuda ensayado en Inglaterra y Francia en algunas de sus líneas.

1945. Sistema de Clegg y Samuda (camino atmosférico que funcionó de Nanterre á Saint-Germain).

Pertenece este sistema á la primera série, como ya lo hemos anotado, y el efecto se obtiene por medio del vacío. El tubo propulsor, reforzado con nervios, está colocado entre los dos carriles, paralelamente á ellos y apoyado en las traviesas del camino. Una bomba neumática, por cada extension determinada del tubo, puesta en movimiento por una máquina de vapor, se encarga de hacer la aspiracion del aire en todo el interior de aquel, y en una longitud que depende de la naturaleza de la máquina. La presion atmosférica disminuye así por un lado del émbolo proporcionalmente á la cantidad de aire aspirado; y como la presion sobre la otra cara queda la misma, el émbolo se moverá naturalmente con una velocidad que depende de la fuerza que determina la diferencia de estas dos presiones multiplicada por la superficie de la cara exterior. Cuanto mayor sea la potencia del aparato neumático y el grado de rarefaccion del aire en el interior del tubo, mayor será esta velocidad.

El émbolo, que camina dentro del tubo, se liga al primer wagon, construido á este efecto de una forma particular, y lo hace marchar con una velocidad dependiente á la vez de la perfeccion del vacío y del peso de los wagones remolcados. Las válvulas colocadas de distancia en distancia interceptan la comunicacion en toda la longitud del tubo y permiten establecer esferas de accion en que funcionan máquinas fijas dispuestas á intérvalos variables al lado del camino.

1946. Válvula longitudinal.

La cubierta ó válvula longitudinal del tubo, su elasticidad y propiedad de im-

pedir las entradas de aire al paso del vástago del émbolo, son las condiciones esenciales del problema que ha ocupado tanto y ocupa á multitud de Mecánicos, Ingenieros y Sábios.

En la publicacion industrial, tomo 6.°, y en el extracto que hace Armengaud ainé, de que tomamos estas noticias, pueden verse los diferentes sistemas propuestos y practicados con éxito mas ó menos feliz, que han dado orígen á otros tantos medios de locomocion atmosférica, unos enteramente originales, y varios que son modificaciones de sistemas establecidos.

En el camino atmosférico de Saint-Germain se ha copiado el Irlandés, cuya válvula se representa en la figura 865. Se forma de una banda de cuero espeso *a* sobremontada de otra *b* y entre dos láminas de hierro *c* sujetas á tornillo. Dispuesta así en toda la longitud del tubo, se mantiene por una varilla *d* que le sirve de charnela ó centro de rotacion. De distancia en distancia existen cubos *e* que reciben los pernos curvos *f*, por medio de los cuales se aprieta á voluntad la varilla *d* contra la válvula. Del lado opuesto hay una ranura *g*, llena de mezcla hecha de cera y sebo, la cual, ayudada por la presion atmosférica, cierra exactamente cualquiera abertura que pudiera quedar y servir á la entrada del aire. El peso de esta válvula es suficiente para caer por sí misma en el momento de pasar el vástago; y como la cara anterior de este precede bastante al expresado vástago, resulta que el poco aire que penetra en el momento del paso queda posterior á aquel y no ocupa espacio alguno del vacío.

1947. Válvula de entrada.

En el momento de entrar el émbolo en el tubo empieza á verificarse el vacío avisando anticipadamente por telégrafo. Para hacerlo con ventaja se interrumpe toda comunicacion por medio de una válvula llamada de *entrada* cuyo mecanismo vamos á explicar (*fig.* 866).

Cerrada la válvula C por medio de la palanca B, queda interrumpida toda comunicacion entre la parte del tubo en que se hace el vacío y la que ocupa el émbolo y tren. A la primera evacuacion de aire producida por el juego de la bomba neumática, desaparece el equilibrio de presion en ambas caras de la válvula C, la cual tiende á recobrar su posicion normal girando al rededor del eje *j* por no hallarse retenida mas que por el sector de fundicion *k* y su contrapeso *l*, que son insuficientes por sí solos para mantenerla levantada. Se está, pues, obligado á ejercer sobre la cara en contacto con la parte vacía una presion que se pueda establecer ó retirar á voluntad. A este fin en la parte del tubo de propulsion en que se mueve la válvula se pone un tubular *m* al que se une el cilindro D. El interior de este, fundido con dos orificios *n o* comunicantes al exterior, recibe el émbolo de guarnicion de cuero E ligado á la válvula C por el vástago F. Ahora, si se quiere impedir caiga la válvula al aspirar el aire del tubo, se descubre el orificio *o* y se cierra el *n* por medio del tirador *p*: el aire se precipita bajo el émbolo E; y como la superficie de este es sensiblemente mayor que la de la válvula, la presion del aire la mantendrá cerrada con una fuerza dependiente á la vez de este exceso de superficie, de la perfeccion en el tubo y del peso *l* multiplicado por la longitud del brazo ó sector *k*.

Cuando el vacío ha llegado á un grado conveniente se baja la válvula para dar paso al émbolo: á este efecto se cambia la posicion del tirador *p* que pone entonces en comunicacion los dos orificios *n o*, en cuyo instante el aire que existe sobre el émbolo es de seguida aspirado por el tubo, y el equilibrio de presion se restablece bien pronto abriéndose la válvula sin choque alguno. Para un caso de accidente ó de falsa maniobra el cilindro D está provisto en su base de un resorte metálico *q* que amortiguaría el choque del émbolo si se desprendiese,

y de una válvula de seguridad b' que dejaría escapar el aire en caso de falsa maniobra.

El manejo del tirador de aire *p* se efectua á la mano ó por el mismo tren. En el primer caso no hay mas que girar la palanca G, por cuyo movimiento subirán ó bajarán la manivela *r* y vástago *s*. En el 2.° caso tiene este lugar por medio del ingenioso mecanismo representado en la figura 867. Se componen de una doble palanca H, situada algunos metros de la válvula que ha de mover y dispuesta dentro de la cabeza del carril *i*, oscilando en el punto fijo *t*. Cuando la primera rueda del wagon hace bajar la parte curva de esta palanca, su brazo opuesto deja escapar el molinete I que retenia, quedando este segun indica la línea de puntos; y como de los extremos del expresado molinete parten dos alambres *u* que se cruzan á su medio y van á otro segundo molinete I (*fig.* 866), que es el eje de la palanca *r*, se tiene por su movimiento el que corresponde al tirador *p* que el peso *v* tiende á hacer descender. Para volver el todo á su primitivo estado se hace uso de la palanca G.

1948. **Válvula intermedia.**

Para limitar la esfera de accion de cada máquina motriz, existe otra válvula intermedia que se maneja de igual manera que la anterior, salvo algunas pequeñas particularidades, como por ejemplo, la caja de tirador que, por medio de un tubo recurvo, se halla dentro de la parte vacia en el conducto propulsor en vez de estar al aire libre como en el anterior caso: su principio, movimiento y objeto son enteramente iguales.

1949. **Válvula de salida.**

Se coloca hácia la extremidad del tubo de llegada, y mas allá del ramal subterráneo que sirve para la evacuacion del aire. Su objeto es dar salida al émbolo y limitar la esfera de accion de la última de las máquinas neumáticas.

Oscilante en el punto *y* (*fig.* 868) y en el supuesto de estar hecho el vacío, afectará la posicion indicada por la línea de puntos dentro de la caja CK manteniéndose de este modo por la presion atmosférica exterior. Cuando llega el convoy, y desde que ha pasado el tubo-ramal de aspiracion, el tirador *x* se abre como una corredera con el auxilio de una palanca semejante á la descrita mas arriba, y por medio del contrapeso D y alambres a'; penetra entonces el aire exterior por el orificio *z*, adquiriendo en poco tiempo una presion igual á la que sujetaba la válvula, y esta baja sin ningun otro mecanismo, pudiendo así pasar el tren libremente y seguir hasta la salida del tubo con solo su velocidad adquirida.

1950. **Wagon director y émbolo de propulsion.**

Las funciones de estos dos órganos, que hasta cierto punto se pueden considerar como en reemplazo de las locomotoras, son inseparables. Los conductores pueden modificar la accion á su voluntad segun las necesidades generales del servicio ó las circunstancias imprevistas de la locomocion, aminorando ó deteniendo completamente la marcha de los trenes. Las maniobras que para ello son necesarias tienen lugar por medio de sencillos mecanismos hábilmente combinados y dispuestos de manera que no hay la mas pequeña confusion.

1951. **Émbolo.**

Las figuras 869 y 870 hacen ver todo el aparato de que vamos á dar una idea. Se presenta en primer lugar el émbolo propiamente dicho E, compuesto de dos discos G' G' de fundicion, sobre cuyos bordes se ponen guarniciones de cuero c^2, á los cuales se agregan otros discos interiores *d* de palastro aplicados al lado

opuesto de los cueros y sujetos entre sí por el vástago *c*. Unen estos discos el vástago general F y la barra de horquilla F', ligada por el pasador *a* (bajo el cual se halla el tubo *r'* de los manómetros de que luego hablaremos) y los ejes *b* al rededor de los cuales giran los expresados discos. El vástago se prolonga para unirse al porta-ruedas y recibe la palanca H' I' que sirve para hacer bascular los mencionados discos ó caras del émbolo hasta que toman una posicion oblícua, tal como representan las líneas de puntos: posicion que permite no hacer volver el émbolo ni desgastar el cuero con el rozamiento luego que para descender una fuerte pendiente, como la de Saint-Germanin, se lanza el tren abandonado á la fuerza de la gravedad. Para que al girar los discos no padezca el tubo *r'*, que indica en todos los instantes al manómetro la fuerza de presion del aire, se construye un poco mas largo de lo que debiera ser y se forma de un tejido flexible impermeable al aire y agua, uniéndole sólidamente á las cajas ó tubos de bronce *g*.

1952. **Porta-ruedas del émbolo.**

Unida al vástago del émbolo existe una armazon N con 5 pequeñas ruedas ó discos S y dos placas *n'* de diámetros diferentes; sirviendo las primeras para levantar la válvula longitudinal, y las segundas para despegarla, de manera que las ruedecillas S economicen fuerza y disminuyan el rozamiento. Contra uno de estos discos se halla fijo el vástago T, formado simplemente de una lámina de palastro solidariamente unida á la parte del wagon representada por la letra U, que se llama *carreton movible*. Se puede observar que el émbolo camina á gran distancia de la placa de conexion á fin de impedir al aire entradas, que fueran considerables si la abertura de la válvula tuviera justamente lugar en una parte del vacío. Los discos S deben estar muy bien centrados y tener fácil movimiento al rededor de su eje, permitiendo entrar en las muñoneras el aceite ó grasa que sea necesaria; á cuyo objeto se han dispuesto como representa la figura Ω. En ella se ve que los ejes ó muñones de las ruedecillas tocan un grano de acero que sirve para la centralizacion por medio de un tornillo contra el mismo grano.

Son, pues, las piezas interiores al tubo, el émbolo, la barra de conexion y el porta-discos ó ruedas. Este último recibe en su extremo opuesto un rodillo V destinado á equilibrar el peso del émbolo.

1953. **Wagon y carreton movible.**

El wagon director, colocado á la cabeza del tren, se halla dividido en 3 departamentos, uno interior para los Ingenieros ó Inspectores de la línea, y dos exteriores para los Conductores del tren y Mecánicos. Llevan estos últimos un manómetro que comunica con el tubo *r'*, que atraviesan el émbolo, y las manivelas del freno; hallándose cubiertos simplemente de un techo y rodeados de una barandilla de hierro.

Antes de colocar el wagon sobre el principio de la via atmosférica, se pone el émbolo dentro del tubo; para lo cual es preciso separar del wagon el carreton movible á que se halla aquel sujeto. Esta operacion se hace muy sencillamente por medio de la palanca D' que mueve á la vez las piezas de ranuras *t'*, los ejes *u'* que las llevan y las palancas de trasmision *x' v'*. En este movimiento los vástagos *y'*, que giran dentro de las ranuras y están fijos al marco C', describen con sus extremos arcos justamente iguales al espesor de los largueros del carreton; con lo cual desprendido este de todo punto de suspension, puede quedar sobre la via y abandonar enteramente el wagon director. Estas dos partes del tren, que ruedan sobre un mismo plano horizontal, necesitan la adicion de una via suplementaria compuesta de carriles vacíos sobre que vienen á descansar las pe-

queñas ruedas E′ del carreton U montadas en los ejes y^2. El terreno para esta segunda vía se prepara sensiblemente mas inclinado que el de la ordinaria, para que, cuando en un viaje se hallen los dos carros el uno á continuacion del otro, puedan por el movimiento de los dos resortes t' volver las cosas á su anterior estado; es decir, establecer la solidaridad que debe haber entre el émbolo y wagon director.

Al extremo posterior de este último se halla sujeta una rueda O′ de fundicion que girando en o' comprime la válvula longitudinal para acabarla de cerrar bien luego que ha pasado el vástago del émbolo. Al modo que en las locomotoras hay en cada wagon director un barredor t, para desembarazar la via de cualquiera obstáculo que se interponga. Por último, entre cada dos de las 6 ruedas motrices existen dobles zapatas del freno que, por medio de palancas bien dispuestas, determinan un rozamiento enorme, capaz de moderar y aun detener casi instantáneamente la marcha del tren.

Todas las partes del armazon inferior están ligadas por barras de palastro oblícua y perpendicularmente á la via, y las del armazon superior por otras, además, de madera en cruces de San Andrés.

1954. Esfuerzo de traccion.

Para representar analíticamente la ley de las variaciones por los esfuerzos de traccion correspondientes á diversas velocidades se hace uso de la fórmula empírica

$$R = a + b\,v^2$$

en que son

R = la resistencia al esfuerzo de traccion por tonelada.

a = Coeficiente numérico que representa el esfuerzo de traccion por tonelada á una velocidad infinitamente pequeña.

$b\,v^2$ = Esfuerzo de traccion variable como el cuadrado de la velocidad v, que dá la resistencia del aire y todas las demás resistencias crecientes como el cuadrado de esta velocidad.

Segun los experimentos hechos en el camino de Saint-Germain y otros varios, entre ellos en el de Saint-Etienne á Lyon, se han determinado con el auxilio del dinamómetro los diversos esfuerzos de traccion por tonelada correspondientes á varias velocidades; teniendo así para los respectivos coeficientes a b los términos medios.

$$a = 0^{ton},00421 \quad \text{y} \quad b = 0^{ton},0000317.$$

Si representamos por T el número de toneladas de un tren y por E el esfuerzo de traccion que se deberá desarrollar para darle una velocidad uniforme será

$$E = T\,(a + b\,v^2)$$

1955. Rozamiento del émbolo propulsor.

Admitida la fórmula $R = a + b\,v^2$, la primera aplicacion que de ella se ha hecho ha tenido por objeto determinar el rozamiento del émbolo propulsor. Para llegar á este fin se ha empleado la expresada fórmula en diversos experimentos hechos sobre el camino atmosférico de Dalkey á Kingstown, y se la ha combinado con las fórmulas conocidas del movimiento bajo la influencia de una fuerza variatriz.

$$x = V\,e\,t + \frac{F}{m} \times \frac{t^2}{2}$$

F = fuerza de traccion variable y conocida por la altura del barómetro = á la ejercida por el émbolo propulsor disminuida del valor $R = a + b\,V^2$.

$V = \frac{F}{m}\,t$ = velocidad variable del tren.

Diferentes cálculos hechos en el camino de Dalkey han dado para el rozamiento del émbolo y ruedecillas que le acompañan, diferentes valores cuyo término medio para el diámetro del tubo $= 0^m,38$ ha sido de 100 kilógramos. En el camino de Saint-Germain se ha llegado por varias consideraciones particulares para la expresion del rozamiento á 120 kilógramos.

1956. Diámetro de los tubos.

Sentados los puntos precedentes ha sido ya posible calcular el diámetro de los tubos propulsores en camino llano y en pendiente.

Si tomamos por base del cálculo el peso medio de 55 toneladas del tren, segun observaciones hechas en el camino de Saint-Germain, y una velocidad de 16^m por segundo, se puede juzgar que para la marcha á nivel sea suficiente una rarefaccion en el tubo de 20 pulgadas inglesas $= 0^m,5$. Con lo que se tiene para la presion que exigiria una tonelada contra el émbolo propulsor

$$R = a + b\,V^2 = 0,00421 + 0,0000317 \times 16^2 = 0^{ton},012325 = 12^k,325$$

para las 55 toneladas $55 \times 12,325 + 100^k = 777^k,875$

La presion de una atmósfera sobre un metro cuadrado es $= 10330^k$.

La de 20 pulgadas $= \frac{2}{3}$ atmósfera.............................. $= 6887^k$.

Si, pues, llamamos Ω la superficie del émbolo, $6887\,\Omega$ será la presion contra él ejercida; con lo cual tendremos

$$6887\,\Omega = 777,87\,; \quad \text{y} \quad \Omega = 0^{m2},113$$

Superficie que corresponde á un diámetro $= 0^m,379$, ó bien $0^m,38$, que es igual al del camino de Dalkey.

Con este tubo se pueden remolcar convoyes superiores á 55 toneladas de peso con velocidades inferiores á 16^m. Asi, para un tren de 70 toneladas (como los que han subido á Saint-Germain en dias determinados) se tendrá

$$777,87 = (4^k,21 + 0^k,0317\,V^2)\,70; \text{ y } V = 14^m,74 \text{ para la velocidad.}$$

Con un cálculo idéntico se ha determinado el diámetro del tubo mas grande para la rampa que conduce á Sain-Germain. Su figura afecta sensiblemente la de una parábola, que termina del lado de la ciudad por una tangente de 1020^m, y que tiene en su último elemento una inclinacion de $0^m,035$. La pendiente media es de 0^m025; y para el diámetro del tubo capaz de remolcar un tren de 55 toneladas á 16^m de velocidad, se tiene, agregando al esfuerzo de traccion 1^k por 0^m001 de inclinacion en razon á la gravedad, y 120^k por el rozamiento

$$6887\,\Omega = (4^k,21 + 0^k,0317 \times 16^2 + 25^k)\,55 + 120^k;\ \text{que dá } \Omega = 0^{m2},3151$$

á que corresponde un diámetro de $0^m,63$; que es el mismo que tiene el tubo en toda la extension de la rampa.

RESULTADOS OBTENIDOS en varios caminos de hierro atmosféricos.

1957. Indicaciones y cifras dadas por M. Samuda.

Se supone que el barómetro está en comunicacion con la capacidad en que se rarifica el aire, de manera que la altura variable del mercurio es la que mide el vacío, mas ó menos perfecto que se alcanza.

1.° El vacío que conviene hacer es el medido por una columna de mercurio de 15 pulgadas inglesas $= 0^m,38$.

2.° La seccion del émbolo propulsor se debe calcular en camino á nivel á razon de una pulgada inglesa por tonelada, y para una velocidad de 60 millas por hora $= 26^m,9$ por segundo; de modo que se obtenga con esta velocidad una presion efectiva de 20 libras inglesas por tonelada $= 9^k06$.

3.° La seccion del tubo propulsor debe ser $\frac{1}{20}$ de la bomba neumática.

4.° La velocidad del émbolo de la bomba de aire será de unas 240 pulgadas inglesas por $1' = 1^m,2$ por $1''$.

5.° Conviene emplear máquinas de vapor de expansion para hacer trabajar estas bombas.

Tales son los datos que han servido de base á los caminos atmosféricos siguientes, sin embargo de no estar acordes con las observaciones hechas en los caminos de hierro de la Compañía. Así, por ejemplo, en lo que respecta al esfuerzo de traccion parece resultar que la velocidad de 60 millas por hora exigiria una fuerza de $20^k,21$ por tonelada á nivel en vez de $9^k,06$. El método seguido para la investigacion de estos datos en el camino de Sain-Germain, apoyándose en experimentos hechos con el mayor esmero y en teorías simples y al abrigo de toda objecion, parece mas conforme al espíritu del problema.

1958. Camino atmosférico de Londres á Croydon.

El perfil longitudinal representa una extension de 14482^m así divididos: 1810^m en pendiente de $\frac{1}{1320}$: 4827^m en otra de $\frac{1}{1000}$; y lo restante á nivel.

El tubo propulsor tiene en toda su longitud igual diámetro interior de 15 pulgadas inglesas $= 0^m,38$.

El vacío se mide por una columna de mercurio de 10 pulgadas y puede alcanzar á 20.

La velocidad media es de 30 millas por hora $= 13^m,4$ por $1''$ con un convoy de 60 toneladas de carga.

Las máquinas son de balanza, con el cilindro de vapor á un lado y el neumático al otro. Una biela colocada en medio comunica un movimiento de rotacion al árbol que lleva el volante.

El vapor funciona bajo una presion de 4 libras por 1^{p2} sobre la atmosférica $= 3^k,81$ por centímetro cuadrado; siguiendo á presion llena durante $\frac{1}{2}$ del curso y con expansion variable de $\frac{1}{6}$ á $\frac{1}{2}$.

Los cilindros de vapor tienen 40 pulgadas $= 1^m016$ de diámetro.
Los cilindros de aire........ 57 pulgadas $= 1^m450$ *Id.*
Su curso comun es de....... 4 piés..... $= 1^m220$ *Id.*

El volante hace 30 revoluciones per minuto,

1959. Camino de Plymouth á Exeter.

La línea de South-Devon está próximamente de nivel en las 22 millas primeras, empleándose en ella un tubo de 13 pulgadas $= 0^m,33$ de diámetro; siguiendo luego una pendiente de $\frac{1}{120}$ para la que el tubo es de 22 pulgadas $= 0^m,557$. Las estaciones se hallan todas á 3 millas una de otra $= 4827^m$; poniéndose una máquina en cada estacion. La velocidad máxima debe alcanzar á 60 millas por hora $= 26^m$ por $1''$ con 55 toneladas de carga.

En cada estacion hay dos cilindros de vapor y otros dos neumáticos. Las máquinas son de dos sistemas; en el uno, de movimiento directo, los émbolos de vapor y aire están enfilados y unidos por un vástago comun. En el 2.° sistema el cilindro de vapor es horizontal y el de aire vertical; sus ejes están en el mismo plano, y las bielas oscilan en ángulo recto. El vapor funciona bajo una presion llena y efectiva de 12 libras por $1^{p2} = 2^k,94$ por 1^{c2} en $\frac{1}{4}$ de su curso y á expansion en los $\frac{3}{4}$ restantes.

Dos pequeñas máquinas de 10 caballos cada una tienen por objeto la condensacion y alimentacion, como tambien el servicio de las estaciones por medio de tambores y cuerdas.

Las dimensiones de las grandes máquinas son

Bombas neumáticas......... 44 pulgadas $=1^m,1176$ de diámetro.
Cilindros de vapor.......... 33 pulgadas $=0^m,838$ - *Id.*
Curso comun de los émbolos. 6 piés..... $=1^m,83$ *Id.*

El volante hace 22 revoluciones por minuto, correspondientes á una velocidad de $1^m,34$ por $1''$.

1960. **Camino de Dalkey á Kingstown.**

Las máquinas de vapor, que no fueron construidas para este servicio, no deben considerarse como modelo para una línea atmosférica.

El vapor funciona bajo una presion absoluta de 5 libras por $1_p{}^2=3^k,87$ por 1^{c2}

La expansion empieza á los 0,4 del curso.

El diámetro interior del cilindro de vapor es.............. $0^m,87$
El del cilindro neumático.................................. $1^m,7$
El curso comun de los dos émbolos.......................... $1^m,677$
Velocidad del émbolo por $1''$............................. $1^m,23$

El tubo propulsor tiene una longitud de 2787^m y un diámetro de $0^m,38$.

1961. **Trazado del camino de Nanterre á Saint-Germain.**

La determinacion del trazado ha sido motivada por la configuracion del terreno y por las disposiciones seguidas en las obras de arte. Entre Nanterre y el punto de ramificacion, en que el nuevo trazado se une al antiguo, apenas puede considerarse pendiente alguna. A partir de este punto hácia Saint-Germain, una sucesion de pendientes y rampas crecientes afectan en su union la forma de una parábola en los términos que explica la tabla siguiente.

Pendiente de	Por una longitud de	Rampa de	Por una longitud de
$0^m,0019$.............	$733^m,3$	$0^m,0166$...........	102^m
0	710	$0^m,0200$...........	60
Rampa		$0^m,0235$...........	120
de		$0^m,0281$...........	120
$0^m,0014$.............	76	$0^m,0327$...........	120
$0^m,0052$.............	120	$0^m,0350$...........	1020
$0^m,0098$.............	120	Nivel, estacion de llegada.	180
$0^m,0014$.............	78		

Longitud total $=3559^m,3$.

La sola porcion del perfil sobre que sea necesario dar algunas explicaciones es la de forma parabólica, motivada por las exigencias del terreno y por convenir así al modo de propulsion empleado. La parábola, en efecto, permite no elevar demasiado el viaducto sobre el Sena y concentrar la pendiente en el sitio mismo en que el terreno se levanta mas, satisfaciendo así la condicion de economía. En segundo lugar, presenta esta curva una rampa cada vez mas creciente á medida que el vacío se hace mas y mas perfecto: por otro lado el aire dilatado, anterior al émbolo, es cada vez menor á causa del camino ganado por la mayor velocidad; esta doble circunstancia hace que la rarefaccion sea de un momento á otro mas perfecta. Habrá, pues, una compensacion entre el acrecentamiento de pendiente y el de la presion efectiva sobre el émbolo propulsor. Así que, independientemente de los motivos arriba indicados, hay lugar á adoptar una pendiente no uniforme sino creciente hasta cierto límite; á cuya circunstancia satisface bien la curva parabólica.

1962. Hay dos máquinas de vapor empleadas en mover los cilindros de aire.

La presion en la caldera es de 6 atmósferas absolutas; la expansion empieza á $\frac{1}{10}$ del curso del émbolo, variable á mano y por el péndulo cónico. La velocidad de los émbolos de vapor es de 2^m por 1" y la de los neumáticos $0^m,4$.

La trasmision del movimiento de los dos cilindros de vapor al árbol de las dos bombas neumáticas, se hace por medio de una rueda de engranage y un piñon.

Los cilindros de vapor tienen $0^m,8$ de diámetro, y su curso 2^m: producen colectivamente $39^{km},68$ teóricos por 1", ó $9^{km},92$ por 1^{m3} de aire extraido.

En los caminos ingleses es este trabajo

Para el de Dalkey.................................. $7^{km},287$.
Para el de Croydon................................. $8^{km},746$.
Y para el de South-Devon........................... $10^{km},097$.

Los cilindros neumáticos tienen $2^m,53$ de diámetro y 2^m de curso; y extraen 4^{m3} de aire por segundo.

Hay, además, como en Inglaterra, pequeñas máquinas de vapor (una por cada par de cilindros motores) que hacen marchar la bomba de airé para la condensacion, la de inyeccion y alimentacion y el ventilador destinado á excitar la combustion en los hogares.

El diámetro del tubo propulsor ya hemos dicho es de $0^m,63$, y el menor que debia funcionar desde Nanterre, $0^m,38$.

Material articulado. SISTEMA ARNOUX.

1963. El sistema articulado inventado por M. C. Arnoux, y perfeccionado por su hijo el ingeniero de minas Henry Arnoux, tiene por objeto disminuir la resistencia en el paso de las curvas, pudiéndose franquear con velocidad de 35 á 40 kilómetros por hora hasta las de un rádio mínimo de 25^m, y con menos velocidad hasta el de 15^m: ventaja inmensa para el establecimiento y explotacion de la via, particularmente en paises accidentados, por la facilidad de subir montañas y descender á los valles sin haber necesidad de ejecutar multitud de obras de fábrica tan costosas como los túneles y grandes viaductos, y aun evitar considerable cantidad de terraplenes y desmontes. Verdad es que se alarga mas la via por cuantos túneles se ahorran; pero, á parte la gran economía de dinero que aun así resulta, se tiene la ventaja de poder hacer pasar el camino por varios pueblos que por su situacion especial quedarian lejanos en el supuesto de llevar la traza por donde lo exigiera el sistema ordinario.

El material articulado presenta disposiciones esencialmente diferentes de las que ofrecen los wagones rígidos. No por esto debe suponerse en él complicacion alguna, pues fuera de las pequeñas ruedas directrices inclinadas (galets), que absolutamente son necesarias, el timon ó lanza que une dos carruajes consecutivos sustituye la barra-tornillo, resorte de traccion y topes; y las bielas que forman los paralelógramos para trasmitir la direccion normal á la via reemplazan las placas encargadas de mantener el paralelismo de los ejes.

Las propiedades características del nuevo sistema son:

1.ª La libertad que tiene cada eje de ruedas de girar en sentido horizontal al rededor de un perno que le atraviesa en su centro: con lo que se consigue tome el eje una posicion constantemente normal á la via.

2.ª La libertad que tiene igualmente cada rueda de girar al rededor de los muñones de los ejes: lo que proporciona la gran ventaja de evitar el resbalamiento haciendo que cada rueda en las curvas tome individualmente la velocidad que corresponde al camino que ella recorre, proporcionando así mas duracion al material como consta por la experiencia.

3.ª En los medios de imprimir al primer eje de cada carruaje una posicion normal á la via y trasmitir sucesivamente esta posicion á todos los demás ejes: con lo que, no pudiendo las ruedas

salir de esta normalidad, se obtiene gran seguridad contra los descarrilamientos, segun tambien se ha visto en práctica.

4.ª En fin, la facilidad que por estas disposiciones tienen los trenes de recorrer las mas pequeñas curvas sin aumento apreciable de resistencia: con lo que la economía en la construccion de los caminos es tan notable que ella sola bastaria para comprender la excelencia del sistema; pues gracias á esta circunstancia son posibles ahora los caminos que de otro modo no tendrian efecto sin hacer un gasto excesivamente desproporcionado con los rendimientos.

Como ejemplo de esta notable consecuencia podemos citar el camino de hierro de Granollers á las minas carboníferas de S. Juan de las Abadesas, proyectado en 1857 por el Ingeniero de caminos Don Ildefonso Cerdá, aprobado en Junio y concedida su construccion por ley de 5 Agosto del mismo año 1857. Verificó dos trazados, uno segun el sistema ordinario de curvas que exige el material rígido, importante en todo la suma de 144'000000 rs., y otro por el sistema articulado, que permite curvas de pequeño rádio, hasta 25^m en su mayor exageracion (como se vé en el ferro-carril de París á Orsay y Sceaux), pero que, no haciéndolas pasar de 50^m en varios trozos y 100^m en otros, y de aquí á 4500^m en los restantes, consiguió un trazado de 104^k ó 24^k mas que en el 1.º; pero á causa de las muchas obras de fábrica suprimidas y lo pequeñas de otras, consiguió una rebaja en el costo total de mas de 43'000000. En cuanto á la seguridad del sistema Arnoux basta saber que los trenes han recorrido mas de 2'000000 de kilómetros sin accidente notable en el trayecto dicho de París á Sceaux y Orsay, siendo las curvas de 25^m á 90 y 150^m, las pendientes 0,006 á 0,012 y las velocidades medias 40 á 50^k, arrastrando hasta 38 wagones cargados.

Está, pues, demostrada la posibilidad de ejecucion y la baratura en el establecimiento del sistema. M. Lechatelier, admitiendo las evaluaciones hechas por la Comision francesa que examinó el sistema en 1853, calcula para caminos de una sola via, en el supuesto de no pasar las curvas de 60 á 100^m de rádio, una economía de 70.000 francos por kilómetro, ó bien que se puede hacer cada trayecto kilómetrico en paises accidentados por 40.000 francos en vez de 110.000 que se gastarian por el sistema ordinario sin comprender los carriles y estaciones.

Respecto al importe de entretenimiento demuestra igualmente M. Lechatelier, y M. Arnoux lo hace constar como resultado de sus experimentos, que en el camino de Sceaux la economía en el material móvil por el sistema articulado es $\frac{1}{6}$ del importe total en el camino del norte por el sistema rígido.

El desgaste de las llantas es al mismo tiempo menor que en los trenes rígidos. En el camino de Sceaux la superficie de rotacion, que es cilíndrica, se conserva perfectamente, siendo solo el reborde el que se desgasta en razon á que por ser la llanta cilíndrica se apoya y roza el resalto contra los carriles: pero ni este desgaste es de consideracion ni tiene influencia alguna importante. En los caminos ordinarios al contrario, las llantas tienen $\frac{1}{20}$ de conicidad, como es la inclinacion de los carrilles, por lo que el reborde no roza entre ellas, pero la garganta de la superficie cónica se gasta bastante, siendo necesario tornear de tiempo en tiempo las ruedas para prevenir los inconvenientes de la irregularidad de esta superficie. M. Lechatelier atribuye el desgaste en las llantas del sistema rígido

1.º Al paso de las curvas, en que tienen lugar dos especies de resbalamiento, uno de rotacion debido al paralelismo de los ejes y otro de traslacion cuando el intérvalo de los carriles y la conicidad no bastan á suplir la desigualdad de los caminos recorridos.

2.º Al movimiento del cordon que cambia á cada instante la circunferencia media de rotacion y produce resbalamientos.

3.º En fin, á la conicidad de las ruedas. Esta última causa le parece la mas im-

portante de todas; y explica el desgaste que por ella se obtiene, haciendo observar que si la superficie de contacto entre la rueda y carril es un poco ancha, como sucede en las barras usadas, cuyo bombeo es algo pronunciado, resbalarán necesariamente las ruedas que se hallen situadas mas fuera ó dentro de la circunferencia media de rotacion: resbalamiento que, indefinidamente repetido, ejercerá una marcada influencia aunque sea de corta significacion á cada instante.

El desgaste de los carriles es á su vez menor en el sistema articulado que en el rígido por la razon dicha de no haber resbalamiento; y en cuanto á la influencia de las ruedas inclinadas-directrices, asegura M. Arnoux, como se vé en los carriles de París á Sceaux usados ya mas de 22 años, que no ocasionan mal apreciable á la vía.

Por lo demás, segun consta de la experiencia, y ateniéndose á las respuestas del mismo Arnoux dada á la Comision nombrada por el Gobierno francés para el exámen de las circunstancias y explotacion de los diferentes caminos de hierro, resulta, á mas de lo ya dicho, respecto del material articulado:

1.° Que igual facilidad hay en ambos sistemas para amarrar y desamarrar los trenes. 2.° Que lo mismo que en el sistema rígido el articulado puede alcanzar velocidades de 60 á 80 kilómetros por hora. 3.° Que segun los experimentos del General Morin los esfuerzos de traccion que exigen ambos materiales en alineaciones rectas ó curvas son mas favorables al articulado. 4.° Que con el nuevo sistema de 4 ruedas motrices acopladas de cada lado de la locomotora, recibiendo cada par directamente la accion del émbolo, se puede contar con la facultad de remolcar los convoyes mas pesados ó franquear grandes pendientes, como se ha verificado en varios experimentos. 5.° Que con los frenos empleados en el nuevo material, teniendo la propiedad de comprimir las ruedas en dos puntos opuestos de diámetro, no se ocasiona esfuerzo alguno sobre el eje, con lo que se adquiere la ventaja de dejarle su libertad de convergencia. 6.° Que en los 12 años de experiencia que llevaba el camino de Sceaux, no obstante el servicio constante cuanto penoso que exigen las grandes pendientes y exageradas curvas, solo ha habido 6 máquinas en uso para cuanto en ese tiempo ha ocurrido, tres de ellas contínuamente encendidas y 4 en los dias festivos remolcando todos los carruajes existentes; y sin embargo, se ha verificado el servicio sin ninguna interrupcion ni contratiempo, si se esceptuan 6 ligeros descarrilamientos sin consecuencia ni retardo (3 de ellos en las estaciones), y el unico choque habido en una curva en desmonte de 280^{m} por efecto de no haber podido escuchar las señales de alarma y no verse los maquinistas hasta la distancia de 30^{m}. Mas este accidente, que apenas tuvo otro resultado que el de romperse las máquinas y estropearse los tenders, sirvió de experiencia para demostrar la seguridad del sistema, una vez que el choque no hizo descarrilar ninguna rueda del convoy ni aun de la locomotora y tender siendo aun mas notable que este encuentro fué muy poco apercibido desde el tercer carruaje donde se hallaba el Ingeniero-Gefe, quien al ver la paralizacion del tren hubo de preguntar la causa.

Las figuras 871 dan una idea de la disposicion del material.

Cada carruaje está montado sobre dos armazones correspondientes á cada eje unidas por otra parte rígida, compuesta de la flecha *f*, dobles barras *b* en aspa que las fortalecen, y el caballete *a a'* unido al extremo de la flecha y á plomo sobre el eje de las ruedas, atravesado el todo en el medio por un perno que deja el expresado eje en libertad de girar horizontalmente. Sobre los extremos de cada uno de estos caballetes se hallan los muelles de la caja, y por debajo un doble círculo *c c*.... *c' c'* de hierro que reemplaza la *mesilla* de los avantrenes ordinarios. Estos círculos estan sólidamente fijos á las barras de refuerzo y caba-

llete por medio de clavijas ó pernos $b'' \; b''' \; b^{iv}$, &, cuyas cabezas están embebidas en el hierro para no impedir el rozamiento de las dos superficies de aquellos, una sobre otra. En la cara anterior del caballete y en direccion de la flecha, hay una escopleadura en que entra el timon ó lanza del avantren, cuya espiga la atraviesa el perno que une la flecha y eje. Este se une al círculo inferior por dos orejas *o o* con 4 pernos cada una: los muñones *j j* entran en cajas de patente, cerradas herméticamente de manera que puedan girar aquellos envueltos en aceite. El timon *d* que sirve para dirigir el avantren y ligar los carruajes que componen el convoy, se une al eje de las ruedas por el perno *g*, centro del movimiento horizontal, y por 4 bielas iguales BB, ligadas como se vé en la figura, de modo que formen un paralelógramo articulado. Resulta de esta disposicion (que fué la mejora introducida por Arnoux, hijo), que cuando el timon tuerce á la derecha ó la izquierda, formando un ángulo con la flecha, gira el eje al rededor del perno central, dividiendo en dos partes iguales este ángulo y dirigiéndose al centro de la curva á que el timon y flecha son tangentes. Por consecuencia de tan ingeniosa disposicion los ejes solo convergen en el momento mismo de entrar las ruedas en la curva, volviendo á su paralelismo ó convergiendo del lado contrario, segun que la via continue recta ó curva en sentido inverso.

Las ruedas directrices GG, de que estan provistas la máquina y primero y último wagon, obligan á seguir los caruajes dentro de carriles en todas las curvas, cualquiera que sea su amplitud. Las llantas de las demás ruedas son cilíndricas, y las de la locomotora sin rebordes.

1964. **Sistema de Edmond Roy** (lám. 120).

Es mas ventajoso que el anterior por su mayor sencillez y por no alterarse apenas el sistema rígido, puesto que, no obstante de proponer 6 ruedas acopladas por cada wagon y quebrado el eje del medio, pueden bastar al efecto que se desea producir las cuatro que llevan los carruajes ordinarios, con tal de cambiar el coginete existente por *la caja de coginete de corredera oblicua*; es decir, *de un coginete facultado á resbalar horizontalmente dentro de la caja de grasa en sentido inclinado á la longitud del wagon.*

Estas cajas obligan efectivamente á hacer converger los ejes segun los rádios de las curvas; con lo cual, y dando mas ó menos conicidad á las llantas de las ruedas, ó dejando libres las del medio (cuando el wagon tenga tres pares), se completará la idea permitiendo que cada una de las ruedas del mismo eje se desarrolle segun el espacio que deba recorrer sobre cada carril. El Autor, no obstante, propone como mas seguro hacer el eje del medio en dos partes, entrando el muñon de la una en una caja que lleva la otra, y quedando así con facultad de girar segun la cantidad de movimiento que sea precisa para completar la convergencia del eje (*fig.* 1).

En la descripcion que hace M. Roy de las cajas de grasa y coginetes oblícuos, presenta tres disposiciones diferentes, si bien con la primera queda perfectamente resuelto el problema, como lo han demostrado los experimentos en pequeña y grande escala, sin temor que por la facilidad que tienen los ejes extremos de variar de lugar inclinándose á derecha ó izquierda, segun el sentido de la curva, resulte demasiada accion en el movimiento lateral, y por consiguiente facilidad de descarrilar.

Esta primera disposicion consiste en dejar á los ejes extremos de las ruedas la facultad de resbalar con sus coginetes, quedando el del medio fijo como en el sistema rígido, con el objeto de servir de punto de apoyo que obligue al movimiento de los otros ejes en el instante de entrar en una curva.

Los ejes son todos de igual longitud, á fin de que su fijeza ó movimiento sea

uno mismo en ellos. La oblicuidad de los coginetes de los ejes extremos es de 45°, y como se hallan colocados aquellos en sentido inverso unos respecto de otros, resulta que al resbalar dentro de sus cajas de grasa, los extremos de los ejes se separan entre sí exteriormente á la curva recorrida, mientras que interiormente se aproximan pasando en este movimiento del paralelismo, cuando se marcha en línea recta, á la situacion convergente luego que el camino es curvo, conservando siempre los tres ejes la normalidad debida.

Al resbalar los coginetes en sus cajas de grasa lo hacen siguiendo una trayectoria recta ó curva, segun sea la proyeccion de las caras verticales de aquellas: en el primer caso los coginetes marchan paralelamente á sí mismos, al tiempo que los ejes toman oblicuidades que pueden llegar á 2° si la separacion de estos es bastante sensible. De aquí resulta que al entrar el wagon en una curva, los ejes matemáticos de las ruedas y los de los muñones no se hallarán en un mismo plano vertical, obrando entonces el coginete como cuña dentro de la caja de grasa. Para los wagones ordinarios es de poca ó ninguna consideracion este defecto; pero si (como es conveniente evitarlo en las locomotoras) quiere hacérsele desaparecer, no habrá mas que trazar en arco de círculo la trayectoria (como se indica en *ec*, figuras 1 y 2). El centro *o* se determinará levantando dos perpendiculares á las trayectorias rectas en los puntos *ff* en que cortan el eje del muñon.

Fig. 3. Se puede dispensar la trayectoria curva y mantenerla recta disponiendo el coginete en dos partes (*fig.* 3), una la pieza que resbala y otra el coginete en forma de rótula, que siga las inclinaciones diversas que tome el muñon.

Las otras dos disposiciones de coginete oblícuo no ofrecen en la práctica mas ventajas que la de la acabada de describir. En la primera de estas dos últimas el coginete móvil existe en el eje central, en forma de cuña de que la parte mas ancha es la interior. A derecha é izquierda tiene unidos tirantes que resbalan longitudinalmente entre dobles placas de guarda sobre el bastidor del carruaje; las cuales, unidas á su vez á las cajas de los ejes extremos, que se hallan montados en coginetes fijos de rótula, imprimen á estos el movimiento angular que adquieren al paso de una curva, quedando así obligados á tomar la posicion normal á la misma. La otra disposicion difiere de esta en que los coginetes existen sin oblicuidad al interior de las ruedas, y en que los tirantes de trasmision van diagonalmente de un extremo del eje del medio al opuesto de los laterales; reemplazándose por ellos la oblicuidad de los coginetes. De aquí resulta un rectángulo articulado cuyas diagonales obligan en un cambio de posicion de ejes á hacer perder á estos su paralelismo, y por consiguiente á colocarse en direcion normal á la via.

La aplicacion de los coginetes de corredera es independiente del número de ejes del vehículo, que puede tener á voluntad 2, 3, 4 ó 5. Las cajas de grasa pueden colocarse interior ó exteriormente á las ruedas. M. Roy piensa que para vias de $1^{m},5$ será mejor colocarlas exteriormente, y al contrario para las de $1^{m},7$ á $1^{m},8$.

Topes y amarras.—El sistema de amarra ó atalaje puede ser el mismo que el empleado ordinariamente para los trenes rígidos, pero á fin de obviar el inconveniente que ofrecerian los dos topes laterales en el paso de curvas de pequeños rádios, presenta el Autor otra ingeniosa disposicion, consistente en un solo tope central sobre el eje del wagon, que á la vez sirve para los choques y traccion, prestándose muy bien á la vuelta independiente de cada carruaje sin movimiento
Fig. 1 y 5 ni oscilacion lateral. Este tope central (*figs*. 1.ª y 5.ª) se apoya para el choque sobre el resorte que le es mas inmediato en el bastidor, y ejerce la traccion por

medio de los vástagos que van hasta el resorte opuesto. Su forma es la de un semi-cilindro vertical en cuyo vástago existe un anillo *c*, con cuatro orejas *n n*, que tiene libertad de girar al rededor de su eje: de este modo, cuando se han de unir dos wagones, se presenta en la parte superior del cilindro un collar *d* que lleva tambien consigo el otro anillo, y dejándole caer abraza los dos topes á la vez: lo propio se hace con el collar inferior, y ambos se sujetan con un pasador que atraviesa las orejas *n n* entre que caen las que llevan los expresados collares. La rigidez de estos impide todo generó de sacudimiento al principio y fin de la marcha: y el tener su diámetro interior un poco mayor que el del cilindro que componen los dos topes opuestos hace que estos no se toquen y queden naturalmente en libertad de moverse en cualquier sentido.

Para las máquinas locomotoras con su tender (que pueden tener 4 ó 5 partes de ruedas acopladas) dispone el Autor los dos ejes del medio con coginetes fijos, unidos exteriormente con las bielas motrices, que trasmitirán el movimiento á los otros ejes situados bajo el tender y caldera, por medio de otra biela colocada en su medio. A semejante fin estos ejes serán acodados en su union á la biela.—El marco será doble y los cilindros exteriores y sujetos al marco.

Estas máquinas, que cargadas tendrian un peso de 45 á 60 toneladas, podrán remolcar 200 á 300 toneladas sobre una pendiente de 20 por 1000 con velocidad de 20 kilómetros por hora á una tension del vapor de ocho atmósferas. Cuando son de cinco pares de ruedas, el gran peso que tiene queda repartido en cinco puntos, y por consiguiente, no habrá necesidad de hacer los carriles tan pesados como lo exigen las locomotoras de cortas dimensiones, puesto que en este caso toda su gran carga insiste sobre dos ó tres puntos próximos.

Habida cuenta de todo lo que el Autor ha demostrado en su teoría, los resultados de sus cálculos comparativos y los informes y opiniones que en la práctica y pruebas ha merecido este sistema de todos los hombres mas competentes en la materia, resultan las ventajas siguientes:

1.ª Evitarse los casos de descarrilamiento en las curvas, por causa del paralelismo de los ejes en el material rígido.

2.ª Facilidad de emplear sin peligro alguno curvas de 100^m y 80^m de rádio.

3.ª Economizar un 50 por 100 en los gastos de construccion de caminos de hierro por terreno montañoso.

4.ª Reduccion del peso muerto que trasporta.

5.ª Disminucion de la resistencia á la traccion y del desgaste de las ruedas por la combinacion de los ejes quebrados y coginetes de corredera.

6.ª Posibilidad de construir locomotoras tan ligeras como lo permita su potencia para subir grandes rampas, utilizando de una manera absoluta el peso total del aparato motor.

Hay, en fin, la cuestion de interés público; puesto que se podrán crear líneas baratas que sirvan para unir entre sí los centros alejados de las grandes arterias, estableciéndose así el equilibrio comercial, industrial y estratégico y permitir el mayor desarrollo de riqueza pública.

1965. Sistema de Fell.

Los sistemas de traccion acabados de explicar, muy útiles para el tránsito por terrenos accidentados, tienen el inconveniente del gran desarrollo que debe darse á la traza para evitar el uso de grandes pendientes, ó bien haber de emplear para vencerlas máquinas de mucho mayor peso hasta llegar á las ordinariamente conocidas de 50 y mas toneladas y gran adherencia, encontrándonos entonces en el mismo caso que sobre una vía ordinaria con material móvil y rígido.

Para evitar, pues, este desarrollo de línea y poder subir y bajar considerables pendientes con seguridad y prontitud, sin necesidad del empleo de pesadas locomotoras de uso difícil ó imposible en curvas menores de 100^m de rádio por su excesiva longitud y el estar acopladas todas sus ruedas, inventó por M. Fell su sistema, reducido al empleo de un tercer carril central, 0^m,22 mas elevado que los laterales, al que se adhieren cuatro ruedas horizontales que lleva la máquina (esta solo de 4 ruedas verticales y 17 á 20 toneladas) comprimiéndole, á voluntad del maquinista, por medio de dos resortes en espiral cada rueda y de suficiente fuerza para suplir con su rozamiento la adherencia que puede faltar á la locomotora, segun el número de toneladas que haya de arrastrar y velocidad de la marcha. Estas ruedas horizontales, acopladas las de un mismo lado del carril, se mueven por medio de bielas articuladas en combinacion con las de los cilindros. A mas de ellas y los frenos poderosos correspondientes y dos fuertes calzos de madera que abrazan el carril central, hay un tubo de arena y dentro de él otro de menor diámetro que deja escapar un chorro de vapor, para que á su tiempo haga llegar aquella á las ruedas horizontales del carril central, aumentando así el rozamiento, gracias al cual, y el freno que cada wagon lleve, se puede parar en 2 á 3 segundos sin choque alguno, conmocion ni sensacion de ningun género en subida ó bajada.

Los coches y wagones llevan tambien, á mas del freno, cuatro ruedas horizontales directrices (*fig. última*, lám. 120): y todo en conjunto hace dar tan completa seguridad al tren, que no es dable descarrile ni experimente mas accidente, como hasta aquí ha sucedido y sucederá en el ferro-carril que por este sistema se ha hecho al borde de la carretera de Mont-Cenis, siguiendo en casi todo su trayecto sus curvas hasta 40^m de rádio y pendientes de 0^m,083. La adherencia que producen los resortes es de 24 á 30 toneladas, ó 41 á 47 en total con la máquina; pudiendo arrastrar 30 toneladas á 18 ó 20^k de velocidad media.

La via es de 1^m,10 de ancho (*fig.* 1.ª y 2.ª lám. 120) y se compone de dos carriles ordinarios de base plana y 30^k de peso por 1^m corriente, y el central de doble seta y 32^k de peso, tendido como ya se ha dicho sobre un coginete ó silla de hierro de 0^m,22 de elevacion sobre los otros carriles, y algo mas ancho y bajo eclisas en las uniones ó juntas. El carril se sujeta á la silla por medio de pernos, y para evitar movimientos longitudinales se pone tambien un tornapunta ó tirante (pues de los dos modos funciona) que con una inclinacion de 45° vá desde el larguero central, en él sujeto con su pasador, hasta debajo de la cabeza de la silla y tornillo de union.

En los pasos á nivel se pone el carril central sobre piezas verticales de hierro que giran al rededor de sus extremos y en el mismo plano vertical del eje de la vía por medio de palancas angulares; quedando el carril ajustado al nivel de las laterales. Para resguardar aun sus bordes de los golpes del traqueo se ponen dos contra-carriles á derecha é izquierda del central, que quedan algo mas elevados que las cabezas de este cuando está acostado.

En los sitios en que permanece la nieve mucho tiempo se cubre el camino con bóvedas de mampostería ó blindaje de madera y chapa de zinc.

Las máquinas que funcionan en el citado ferro-carril provisional de Mont-Cenis, son cada vez mas perfectas por las mejoras de sus órganos; siendo, por lo regular, sus dimensiones las de la tabla siguiente:

Vaporizacion.

Longitud de la parrilla	1^m,08
Ancho de id	0,95
Superficie	1^{m2},026

Altura del cielo del hogar sobre la parrilla	1m,1!
Volúmen de la caja de fuego	0m3,977
Número de tubos	170
Longitud de los tubos entre placas	2m,921
Diámetro interior de los tubos	0,034
Espesor de los mismos	0m,0018
Superficie de caldeo de id	54m2,40
Superficie del hogar	5m2,50
Diámetro medio del cuerpo del cilindro	0m,98
Espesor de su palastro	0,008
Timbre de la caldera	8atm.,50
Volúmen de agua contenida en la caldera hasta 0m,10 por encima del hogar	1m3,08
Volúmen de vapor id. id	0m3,88
Longitud interior de la caja de humo	0m,546
Longitud trasversal de la misma	1m,08
Diámetro interior de la chimenea	0m,325
Movimiento.	
Diámetro de los cilindros	0m,406
Carrera de los émbolos	0m,406
Número de ejes	2
Separacion de las ruedas motrices verticales	2m,172
Id. id. de las horizontales	0,712
Diámetro de las ruedas verticales	0,712
Id. de las horizontales	0,712
Potencia.	
Peso de la locomotora vacía	18,530kilógs.
Id. del agua contenida en la caldera	1,0?0
Id. del agua contenida en las cajas	2,370
Id. del combustible	750
Id. de la locomotora cargada	22,650
Peso medio en marcha	20,000
Presion total disponible sobre las ruedas horizontales	30,000
Presion total adherente disponible	50,000
Esfuerzo de traccion á la adherencia de $\frac{1}{10}$	5,000
Potencia de traccion, tomando 0,65 de la presion efectiva sobre el vástago del émbolo	5,100

1966. FERRO-CARRILES DE SANCRE **ó servidos por caballos.**

Los caminos de hierro servidos por locomotoras forman en un Estado las principales arterias de circulacion, cuyos afluentes son naturalmente las carreteras ó caminos ordinarios, ramificándose de las diversas estaciones de la línea principal á fin de ponerlas en comunicacion con los valles secundarios. En el actual estado de cosas no parece que estas carreteras sean de gran socorro á los caminos de hierro, al menos en lo relativo á las mercancías, como se deduce observando que para trasportar un producto cualquiera por un camino ordinario, no hay mas remedio que servirse del carro ó galera, que, en proporcion de la carga y gastos consiguientes á este medio de traccion, el precio por tonelada hasta el ferro-carril es excesivamente costoso. Mas si en vez de una carretera simple se construye sobre ella un ferro-carril servido por caballos, por el que se puede conducir con mayor velocidad una carga mucho mas considerable, ofreciendo, en consecuencia, gran baratura en el precio por quintal ó tonelada, el problema está resuelto; siendo entonces estos secundarios caminos de hierro las verdaderas y mas útiles hijuelas ó ramificaciones de la línea madre.

En Inglaterra han ensayado hacer y servir estos ramales por el sistema dis-

pendioso de locomotoras, cuyas ventajas en la velocidad no compensan los gastos de construccion y explotacion; así que los intereses de los capitales invertidos han sido y son de corta entidad. En América, por el contrario, los caminos de hierro secundarios, que tienen ya de existencia mas de 40 años, lo son por el sistema de Franc, su inventor, empleándose caballos para la locomocion; con lo que el producto kilométrico de las líneas principales ha subido con rapidez, rindiendo á sus accionistas mas del 10 p. 100 del capital los 19 caminos que solo en el estado de Nueva-York existen de esta clase, formando un total de 30000 kilómetros. Esta es la razon del acrecentamiento visible y cada vez mayor de semejante sistema, puesto en práctica ya en otros paises con iguales utilidades materiales.

Los ferro-carriles de 2.° órden son tambien alimenticios de los de primero en ciertos casos, pero en otros no lo son, y de todos modos á su vez necesitan la concurrencia de los de sangre.

1967. Diferentes sistemas de carriles.

Son varios los sistemas de carriles americanos (tramways); pero todos ellos se pueden reducir á dos categorías, los *acanalados á nivel y los planos.*

El sistema á nivel, generalmente seguido en América, es el que, modificado por Loubat, ha sido introducido en Francia y aplicado de París á Versalles bajo el nombre de su autor. El segundo sistema, perfeccionado por M. Henry, se ha experimentado en Nancy y establecido en una longitud de 25^k de Strasburg á Mutzig.

1968. Sistema plano de Henry.

Como se vé en las figuras 872 y 873, el carril, de hierro laminado, tiene la forma de una Z tumbada, cuyos dos salientes sirven, el A para contener el macadam é impedir el descarrilamiento de las ruedas á llanta plana, y el B para dar mas estabilidad al sistema, permitiendo al mismo tiempo volver el carril cuando está usada la cara superior. Está asentado en placas de ensamble C D, tan largas como anchas, atravesadas por tirantes de hierro de $0^m,05$ de diámetro, que las mantienen á igual distancia en todo lo largo del camino, estando separadas 3^m unas de otras. En su medio E toman una inclinacion de $0^m,05$, que es la que generalmente tienen los carriles, con el objeto de facilitar la corriente de las aguas y dar fácil salida al lodo.

Todo el sistema de placas y carriles descansa en un balasto de arena comprimida de 20^c de anchura y poco mas ó menos de profundidad.

Este medio de comunicacion, que á primera vista parece de extrema ligereza es, sin embargo, de gran solidez como lo ha demostrado la experiencia; llegando á circular por semejante via, sin producir desarreglo de ninguna especie, los carruajes y wagones mas pesados, de 7 á 8000 kilógramos, tirados por un solo caballo.

Las ventajas que ofrece este sistema son las siguientes:

1.ª La gran economía que consigo lleva por evitarse los durmientes y toda pieza de madera, cuya duracion no puede alcanzar á mas de 6 años, ahorrándose, como luego lo veremos el gran importe que tiene este material y el trastorno de haber de levantar toda la via para sus reparaciones y renovacion en épocas de 5 á 6 años.

2.ª Su construccion es fácil y aun mas las reparaciones de la via.

3.ª Se evitan las ruedas á reborde, si bien esto presenta el inconveniente de no poder hacer marchar sobre el carril los wagones de los caminos ordinarios de hierro, á no ser que las ruedas de estos caminen sobre los rebordes mismos.

4.ª Un caballo fuerte puede tirar sobre este carril 6 veces mas carga que sobre los caminos ordinarios con una velocidad de 20 kilómetros por hora.

El principal inconveniente del sistema es el de exigir una seccion especial y separada de los grandes caminos por no poder atravesar libremente la carretera los carruajes ordinarios. Usándose el sistema de vía acanalada (*fig.* 874) del mismo autor, se tiene remediado este inconveniente, si así puede llamarse. *Fig.* 874.

El peso del metro corriente del carril es de 24k63: el de cada barra ó tirante de union es de 7k,8; y el de cada placa 6k,25. El precio medio á que sale el total de un metro corriente de esta clase de vía es de 4 pesos, ó bien 4000 pesos el kilómetro.

El límite de las pendientes puede llegar á 70 por 1000, y el de los rádios de curvatura á 10 y aun á 7m. Los cambios de via se hacen por medio de cortes en el reborde del carril y en la calzada. Para facilitar el paso en las curvas y cambio de vía, M. Henry ha adoptado en sus wagones un sistema de ruedas articuladas.

1969. Sistemas acanalados ó á ranura y á nivel, de Loubat, d'Adhemar, Henry y Bouquié.

Son muchas las variedades que ofrece este sistema. Una de ellas es la llamada Loubat (*figs* 875, 876) introducida en París con el nombre de su autor. La via se establece sobre soleras mantenidas de dos en dos metros por traviesas. Estas soleras tienen 10 por 15 centímetros de escuadría, uniéndose dos á dos por sus extremos á las traviesas, que á este fin llevan á 20 centímetros de sus cabezas dos mortajas á media madera y cola de milano, dejando ó nó espacio para cuñas de madera que, puestas al exterior de la ensambladura, aprieten las soleras contra las traviesas. *Figs*. 875 y 876.

Cada pieza de carril tiene 6m de longitud, y está perfectamente cortada á sierra en sus cabezas. Esta longitud es suficiente á cubrir la extension completa de dos soleras consecutivas.

Para unir una pieza de carril á la precedente se recurre á una placa ó silla de ensamble rectangular, de palastro fuerte y 0m,005 de espesor por 0m,120 de largo y 0m,045 de ancho: la cual se fija á la union de las dos soleras sobre una mortaja que se las hace de iguales dimensiones que la misma placa. Los carriles se mantienen sobre las soleras por clavijas de hierro ó gruesos clavos laterales y alternadamente, ó en el fondo á tornillo como indican las figuras 877, 878, poniéndolos á 95c ó 1m de distancia uno de otro.

Este sistema tiene la desventaja de la instabilidad que ofrece, no solo porque una fuerte sacudida lateral tiende á romper las clavijas y hacer salir el carril de su asiento, sino porque la dilatacion de estas mismas clavijas agranda y redondea el agujero en que se hallan, aflojándose despues y dando así entrada al agua, que fácilmente pudre la madera en el sitio en que debe conservar toda su fuerza. El carril Loubat exige, además, por cada kilómetro de via 60m3 de madera labrada, cuya duracion no pasa de 6 años; y como el total importe para cada una de estas grandes unidades es de 4600 pesos, y el hierro no figura mas que por la mitad próxima, resulta que por solo la madera, su labra y colocacion se invierten unos 2300 pesos por kilómetro; debiéndose repetir este gasto cada 6 años ó antes.

1970. Los carruajes en estos sistemas son omnibus inmensos con ruedas especiales de reborde, é imperial en la parte superior, á donde se sube por una escalera medio en espiral, colocada en la parte anterior ó posterior de la caja ó cuerpo principal. Su precio es en París de 6.000 francos. Cada omnibus puede llevar 60 pasajeros á la vez; y el todo es tirado por 2 fuertes caballos que bastan para hacer marchar este gran vehículo con una velocidad de 20 kilómetros por hora.

El cuerpo del carruaje descansa en resortes de suspension sobre 4 ruedas fijas invariablemente de dos en dos á su eje como en los wagones de los ferro-carriles ordinarios. Pero el eje es movible, y su movimiento de rotacion está necesariamente ligado al del par de ruedas á que pertenece.

El rádio mínimo de curvatura en este sistema es de 10^m. El peso por cada 1^m de carril es de 18^k. El de cada placa para las juntas $= 0^k 211$. El de cada clavija de las 28 que llevan todos los 6^m de via, 14 por cada carril $= 0^k,082$.

El precio medio por 1^m corriente de via total $= 4,5$ pesos, ó 4500 pesos por kilómetro.

1971. Las figuras 878, 879 representan otros sistemas de carriles de este género, ideados por el conde Alexandre d'Adhemar, cuyos perfiles son mas apropiados al servicio de los wagones de ferro-carriles ordinarios; con las ventajas además, de tener mucha mas estabilidad y costar el metro corriente de via de 3,5 á 4 pesos.

Pero como en ninguno de estos sistemas se excluye el empleo de la madera, material tan perecedero y costoso, con razon se debe dar la preferencia á cualquiera otro, como el que representa la figura 874 de Henry ó el de las 880 y 881 de Bouquié (ingeniero belga), donde solo entran el hierro y balasto en la composicion de la via. Estos sistemas, en que por lo menos se economizan 500 pesos por año y kilómetro, y en los que se quintuplica la duracion de la via y el gasto de entretenimiento respecto á los anteriores, tienen al mismo tiempo la ventaja de aprovechar los $\frac{3}{4}$ del valor primitivo en el hierro luego que se inutiliza la via, y la no menos atendible de hacer innecesario el saneamiento de la calzada.

1972. Comparacion entre los sistemas planos y los de canal ó á nivel.

Los caminos á nivel presentan la ventaja de permitir pasar los carruajes ordinarios á través de un punto cualquiera de la línea: pero tienen el inconveniente de una canal bastante estrecha donde se depositan el polvo, arena y lodo de la calzada, obstruyendo el paso fácilmente si no se tiene sumo cuidado y constante vigilancia.

Relativamente á los caminos de hierro servidos por locomotoras, los de nivel servidos por caballos constituyen sus verdaderas ramificaciones, una vez que, adoptando el mismo ancho de via y arreglando el perfil para las ruedas de los wagones ordinarios, pueden ponerse en comunicacion unos con otros carriles, uniéndolos directamente, de modo que los secundarios vengan á ser dependientes de la línea principal. Se puede así decir con fundamento que los caminos á nivel son la prolongacion de los de hierro, cuyos wagones cruzan cargados de unos á otros sin que haya necesidad de trasborde alguno. Pero una vez que el carruaje ha llegado al límite de una ú otra via férrea, se vé obligado á detener su marcha sin poder llevar la mercancía á domicilio. En los carriles planos de Henry, por el contrario, los wagones son susceptibles de continuar su marcha aun mas allá del carril, dejando las mercancías en los propios almacenes.

Sin embargo de esta ventaja, los caminos á nivel deben ser preferibles á los planos atendiendo al interés particular que ofrecen por su gran conexion con los ordinarios de hierro. Pero juzgando imparcial y desinteresadamente la cuestion se debe reconocer que hay mas provecho general en los sistemas libres que en los restrictivos: opinion que se hará mas visible al examinar el siguiente sistema de carriles cóncavos.

1973. Sistema de carriles cóncavos ó á paso libre.

Fig.s 882 y 883. Consiste en dos bandas de hierro ligeramente cóncavas (*fig.* 882, 883), asen-

tadas y sujetas con plomo á una especie de coginete de ensamble que abraza á la distancia de algunos milímetros las caras laterales del carril.

Para trazar la via y poner los carriles en su lugar se abren á la distancia conveniente dos zanjas paralelas (*fig.* 882) de $0^m,70$ de ancho por $0^m,15$ de profundo; *Fig.* 882.
y dividiéndolas en 3 partes A, B, C, (la del medio de $0^m,2$ de ancho) se llenan de hormigon hidráulico las extremas B, C, y de bitúmen granítico la del medio hasta la altura de los coginetes. Para mas economía se puede sustituir el hormigon en las dos divisiones C interiores al camino con piedra á lo macadam, de que se llenará la vía en una profundidad de 10 á 15 centímetros.

El hormigon se vierte primero que el bitúmen, cuidando de contenerlo con un encajonado hasta que esté bien solidificado: en seguida se echa el bitúmen en la division central y sobre esta masa las sillas ó coginetes. Para sujetar los carriles se vierte plomo en el espacio que media de ellos á los dientes de las sillas, cuidando de cerrar con arcilla las salidas laterales por donde pudiera escapar el plomo, de humedecer ligeramente con aceite las partes del carril en contacto con los coginetes, y, por fin, de proteger contra el plomo las cabezas de las barras, para lo cual se aplica á su contorno una banda de papel. Esta manera de unir los dos extremos del carril es preferible aun hasta la que se verifica por medio de eclisas; despues de lo cual se vierte de nuevo mas bitúmen granítico en el compartimento central hasta rebasar los dientes de los coginetes.

Semejante sistema de camino, dice el conde d'Adhemar, es preferible á los anteriores por las razones que van á seguir.

Admite cualquiera clase de carruajes, con tal de estar hechas las ruedas con mas esmero que de ordinario, siendo, además, las llantas redondeadas y los inter-ejes iguales á los de la via. Conviene tambien que el cuerpo del vehículo descanse en resortes para atenuar los choques.

Si se coloca en el carril una esfera y se la dá un impulso en el sentido de la via, seguirá sin cesar el camino obligada á no separarse del eje del carril á causa de la misma forma de la superficie en que se mueve. El caballo natural, que es el motor en esta clase de via, sigue admirablemente el sendero que tiene trazado, no desviándose de él, como sucede en un camino ordinario, por las sacudidas que originan las varias desigualdades. Construida la cazalda con esmero á lo macadam, lo que la hace igualmente resistente, se cumplirá la condicion á que mejor se aviene el casco del caballo, no siendo así fácil que este la abandone un solo momento. Mas al mismo tiempo que puede seguirse el carril sin dificultad se puede tambien salir de él á voluntad obligando al caballo á desviarse con un ligero esfuerzo.

Esta facilidad de descarrilar cuando se quiera, explica la razon de la denominacion que se dá á esta clase de carril, *de paso ó rodado libre*: á causa de ella se evitan los encuentros en un punto cualquiera de la via, del propio modo que sucede en las carreteras ordinarias, cediendo el paso los carruajes mas ligeros á los mas pesados y alcanzando y pasando adelante los que marchando en igual sentido llevan mas velocidad. Así, pues, los carriles de apartaderos, los corazones, agujas, placas giratorias, accesorios todos costosos y de exposicion, que son la parte débil y defectuosa de los caminos de hierro, desaparecen en el presente sistema. Por la forma cóncava pueden tambien marchar por él los wagones de ferro-carriles ordinarios si los inter-ejes son iguales, rodando aquellos sobre los rebordes de sus ruedas, que para este caso conviene sean algo mas anchas ó de mas cuerpo. Esta clase de carruajes, por la facultad que tienen de descarrilar á voluntad, pueden llevar las cargas directamente á los almacenes.

El entretenimiento del carril y via está reducido á la mayor simplicidad; y su

duracion es grande, puesto que no hay madera, clavijas ni cuñas que se pudran ó debiliten y muevan la cimentacion; hallándose todo el sistema embutido y fuertemente mantenido en un empastado sólido é impermeable.

Para tener el carril constantemente limpio basta barrerle donde haya tierra, lodo ó un obstáculo cualquiera.

La presion lateral que las ruedas de reborde ejercen en los carriles de hierro es nula ó insignificante en los cóncavos: razon por la cual, las traviesas, que son indispensables en los otros sistemas (amenazados siempre de choques laterales), para mantener los carriles á iguales distancias, son aquí de todo punto inútiles. Por último esta vía se adapta mas fácilmente que las otras á cualquiera especie de carretera, y su precio en término medio es por metro corriente, todo comprendido, de 2,5 pesos ó 2500 por kilómetro; mucho mas barato que por cualquiera de los otros sistemas.

El peso del metro de carril es de unos 12^k. El bitúmen granítico se compone de uno de grava fina y arena, y uno de bitúmen natural. El precio de esta última materia es de 55 á 60 pesos el metro cúbico.

WAGONES Y COCHES. (*véase Locomotoras*).

1974. **Forma y capacidad.**

Los wagones tienen diferente forma segun el destino de cada uno de ellos ó la naturaleza de los objetos que deben trasportar.

Los de plataformas grandes con rebordes sirven para el trasporte de metales, piedras, maderas, &. Los de caja piramidal inversa para conduccion de hulla, se pueden tambien emplear para otro cualquiera género de mercancías. Los cubiertos por todos lados sirven para el trasporte de granos, harinas, ganado vacuno y caballos, y varias mercancías que no no pueden acomodarse en los demás wagones. Hay tambien otros para conducir el ganado lanar, caldo, correo, equipajes y pasajeros.

Los que sirven para el trasporte de tierras de desmontes y terraplenes son ge-
Fig. 884. neralmente, ó como los ordinarios de 4 ruedas (*fig.* 884), ó como demuestra la figura 885; formando siempre báscula al rededor de un eje que permite descargarlos fácilmente: los primeros son simétricos de proa y popa, con el fin de que marchen á voluntad en ambos sentidos. Su construccion debe ser simple y bastante sólida para resistir al tráfico á que se les destina: su altura no debe pasar de $1^m,6$ para que un hombre de mediana estatura pueda cargarlos con facilidad. La caja era antiguamente de forma trapezoidal, y sus paredes algo inclinadas hácia afuera con el fin de aumentar la carga y facilitar la descarga: hoy dia son casi todos rectangulares.

El fondo de la caja en estos, los de mercancías y demás objetos pesados
*Fig*s 886, 887, 888. (*fig*s. 886, 887, 888), debe ser muy grueso, hecho de pino ó álamo; las paredes lo son de pino, encina ó fundicion; los ejes de hierro de primera calidad, y sus muñones torneados, cuyo diámetro es de $0^m,05$, y $0^m,085$ en la parte comprendida entre las ruedas. Estas en todos ellos son de hierro batido ó fundicion de una sola pieza (las últimas apenas se usan mas que en los volquetes ó wagones de trasporte de tierras), vaciada la fundicion en moldes de metal, dejando hendiduras en medio que las dividan en otros tantos sectores, á causa de los cuales se verifica fácilmente la contraccion por todas sus partes. El diámetro es de $0^m,5$ y $0^m,75$ á $0^m,9$ y aun 1^m: las primeras pertenecen á wagones de terraplen y mercancías, y las otras á los de pasajeros. El precio de los primeros es de 400 á 700 fr. y los de mercancías hasta 2625 fr.

Los truks destinados al trasporte de maderas de grandes dimensiones, se com-

ponen de plataformas montadas sobre 8 ruedas, en dos trenes de á 4 cada uno, moviéndose estos independientemente entre sí para facilitar el paso de las curvas y la entrada en las estaciones. Otras veces las piezas de medera reposan en dos trenes de plataformas separadas. Los wagones-correos son oficinas ambulantes calefateadas y alumbradas; dentro de las cuales se hace la separacion de cartas.

Los coches de pasajeros (*figs*. 889, 890, 891), son de 3 clases. Los de 1.ª se componen de 3 cajas en forma de berlina, ó de dos berlinas y dos cupés, cubiertas, entapizadas, con asientos elegantes sobre muelles y ventanas de cristales y cortinas. Su capacidad total es de 18 á 24 personas. Los de 2.ª clase tienen 3 ó 4 cajas menos cómodas que las anteriores, capaces cada una de 10 personas, ó 30 á 40 en total. Los de 3.ª clase están igualmente cubiertos en las grandes líneas, pero carecen de cristales y no tienen almohadones los asientos. Su capacidad es de 40 á 50 personas. En algunos caminos de Inglaterra y Alemania hay carruajes de 4 ruedas en que se viaja de pié, siendo así capaces de contener 60 pasajeros.

1975. Los coches americanos (lám. 120) son de una gran longitud sin divisiones interiores, descansando sobre dos trenes de 4 ruedas cada uno, ensanchándosede uno y otro lado por encima de las ruedas mismas. Tienen, pues, una cámara comun con 24 bancos de á dos asientos por cada lado del wagon, dejando en su medio suficiente paso á la circulacion. Hay dos entradas, una á cada extremidad del carruaje, precedidas de una pequeña plataforma con su barandilla de resguardo, á que se sube por una escalera de ella colgada y sujeta al wagon. Estas plataformas permiten pasar los viajeros de uno á otro carruaje durante la marcha del tren. En invierno se pone una estufa en medio, y en todos tiempos hay una despensa ambulante para uso de los pasajeros. Las señoras tienen, á mas, un elegante gabinete de tocador y lectura en el extremo del wagon que ellas ocupan. Lám. 120

En los caminos de Suiza, Alemania y Austria los carruajes tienen una disposicion análoga, siendo la 2.ª clase en ellos tan cómoda y decente como la 1.ª de los españoles, franceses é ingleses.

1976. Los convoyes de viajeros se componen de 10 á 12 ó mas carruajes. Los de mercancías de 12 á 20, y el máximo no debe pasar de 40 wagones.

1977. El número de ruedas es generalmente de 4 por cada carruaje, aunque tambien los hay de 6 y de 8 para trenes de gran velocidad. Los de 6 ruedas tienen la ventaja de quedar sostenida la cámara por dos ejes en caso de faltar el 3.°. Los de 8, en dos trenes de á 4, producen un movimiento desagradable y dificultad en el paso de las curvas á no ser los trenes independientes entre sí.

1978. La carga ordinaria de un wagon de hulla ó mercancías es al presente de 8 á 10 toneladas ó casi doble que anteriormente: pero conviene no pase de 6 toneladas y aun menos en los cruceros de poca longitud.

En algunos wagones de mercancías se suprimen los resorte de choque. Los de equipajes van siempre provistos de frenos.

1979. El peso de cada wagon es variable en diferentes caminos. El de los mas grandes es el sigiente:

1.ª clase	5540k	Truck para equipages	3620k
2.ª clase	5000k	Id. para conducir diligencias	1240k
2.ª clase con freno	5300		
3.ª clase	4760k		
3.ª clase con freno	5113k		

El costo en Francia de los carruajes de 1.ª clase es de 6200 á 8000 fr. El de los de 2.ª clase 6100 fr, y el de los de 3.ª 4000.

En España se calcula respectivamente, 36000, 25000 y 15000 rs. vn.: los wagones cubiertos á 10.000 rs, los de cubiertos á 8000, y los trucks á 1200 rs.

1980. Armazones, topes, muelles de traccion y suspension, &.

Todas las armazones que forman la base de los carruajes, de que las figuras 892, 893 y 894 son varios ejemplos, se componen de un rectángulo A B de piezas ensambladas á caja y espiga, unidas por otras trasversales y por dos ó mas en aspa, ensambladas entre sí á media madera y á caja y espiga con el cuadro; por las que este adquiere sujecion bastante á impedir varie la forma que le precisa mantener para resistir á los esfuerzos á que se halla expuesto en movimiento. Las ensambladuras están consolidadas con escuadras de hierro y pernos.

Los muelles ó resortes de traccion R R (*fig.* 892) se hallan unidos en su medio á los vástagos de tiro V V, provistos de ganchos en sus extremos, donde entran los anillos de las cadenas ó barras de union de dos wagones consecutivos: barras de que existen sistemas de ventajas mas ó menos apreciables. Estos resortes se apoyan en piezas de fundicion *p p* que terminan los vástagos *p* T de los topes T hechos de madera dura.

Se comprende bien por esta breve descripcion, que si se ejerce un esfuerzo sobre el vástago de traccion, el resorte correspondiente pierde una parte de su flecha, y se apoya entonces fuertemente por sus extremos contra la traviesa del armazon que empuja progresivamente y sin sacudimiento. Supuesta otra armazon ó carruaje unido al primero por barras ó cadenas, el movimiento de uno corresponderá inmediatamente al otro; pero este efecto solo tendrá lugar cuando el resorte posterior de la primera armazon y el anterior de la segunda se hayan deprimido bastante para adquirir una tension equivalente á la resistencia del wagon.

Para impedir el ligero sacudimiento que puede tener lugar en las paradas y evitar el deterioro del material, particularmente si la ligazon de uno á otro wagon no se ha hecho por medio del aparato de traccion, se disponen los topes T en contacto unos á otros, cuyas cabezas son alternativamente convexas y planas. Los vástagos de estos topes son cuadrados en la parte que atraviesa los falsos topes T′, y redondos en todo lo demás. Los falsos topes son de madera ó fundicion: en el primer caso tienen guarnecida de hierro la caja que atraviesan los vástagos; en el segundo se redondea á torno, siendo cuadrado el vástago en todo lo demás, al contrario que en el otro supuesto.

La caja de los wagones se monta sobre los extremos de muelles que van sujetos á los ejes de las ruedas inmediatamente encima de la caja de grasa. Algunos pasan por debajo de ella, pero esta última disposicion, no obstante de permitir quedar el wagon mas bajo, dificulta la inspeccion de los muñones y coginetes. Las figuras 895 á 902 son varios ejemplos de muelles de suspension usados en diferentes caminos de hierro. El material de que se componen era, y aun todavía se usa, de acero cementado; hasta que M. Lasale ha introducido en su fabricacion el acero fundido, cuya elasticidad, homogeneidad y resistencia á la rotura le dá ventajas sobre el primer procedimiento.

Los resortes de suspension largos y planos, hacen dulce el movimiento: los de choque y traccion son preferibles cuanto mas curvos por resistir mejor las violentas sacudidas á que están expuestos.

Figs. 903 á 907. **1981. Ejes, ruedas y cajas de grasa** (*fig.s* 903 á 907).

Los ejes no deben tener ángulos vivos entrantes, de modo que al pasar de los muñones al cuerpo del eje debe redondearse la parte en que se figura su union. En los caminos principales se fijan las ruedas al eje, el cual gira entre coginetes que lleva la armazon, siendo estos de fundicion de hierro, bronce ó metal blanco, segun luego se verá.

Las pérdidas de fuerza se atenuan tanto mas cuanto mayor es la relacion del diámetro de las ruedas al del eje, y mas engrasado se halla este. En los caminos de hierro modernos ó mas recientes la relacion es de 13 á 15 por 1; es decir, que si el diámetro de los ejes es de 5 á 7 centímetros el de las ruedas será de 65 á 105 centímetros. Actualmente se tiende á aumentar el diámetro de las ruedas, consiguiendo así acrecer la velocidad de trasporte sin aumentar el número de oscilaciones del émbolo de la máquina de vapor. Cada par de ejes de los wagones ó coches deben estar mas espaciados que los coginetes de los carriles, á fin de cargar menos peso sobre la parte volada de estos.

Se fabrican en Inglaterra excelentes ejes á tochos ó haces, cuya seccion trasversal del muñon se representa en la figura 908. Una barra circular *b* de hierro de superior calidad ocupa el centro; á su al rededor hay otras *c, c*... en forma de dovelas, manteniéndose el todo por dos pequeños círculos que comprimen el haz. Dispuesto de este modo se caldea el tocho hasta el blanco en un horno de reverbero, uniéndose íntimamente las piezas que despues constituyen una sola. Pasa luego al laminador y se forja ó martillea en seguida, cortando, por fin, los extremos con sierras circulares ó con cuchillas. De los pedazos que sobran se sacan por medio del laminador nuevas barras redondas, que sirven despues para otros tochos. *Fig.* 903.

Los ejes de grandes dimensiones se sueldan con un martillo de 4 á 5 toneladas de peso. Dos fuertes caldas bastan para soldar en toda su longitud un eje para una via de 2^{m}; quedando terminado con otras dos caldas moderadas.

El hierro de que se componen los ejes formados de este modo es enteramente fibroso. Para los coginetes de las cajas de grasa (*fig.* 903) se prefiere generalmente en Inglaterra el metal blanco llamado *anti-friccion.* En Francia, por el contrario, se renuncia á él para muchas líneas de importancia, usándose en su lugar cubos de bronce. El rozamiento producido por el metal *anti-friccion* es mas suave que el originado por el bronce, caldeándose los coginetes mas difícilmente con el primero que con el segundo metal; esto, sin embargo, cuando llega á caldearse el anti-friccion se funde con rapidez, dando lugar á graves accidentes. En algunos caminos de hierro solo se emplea el metal blanco como un forro interior de un cubo de bronce ó hierro fundido. *Fig.* 903.

Se hacen tambien ejes de acero y ejes tubulares, que son mas resistentes, segun se ha indicado antes.

El precio de los ejes sale en Francia á 95 francos por quintal métrico, y el de los cubos, de 19^{k} con coginetes de bronce, á 17 francos.

1982. Las ruedas tienen de 0^{m},9 á 1^{m} de diámetro. La diferencia permitida entre dos ruedas para un mismo eje es de 0^{m},001. La anchura ó huella de las pinas es de 0^{m},12 y aun de 0^{m},13. Los rayos son de hierro maleable, aunque algunas veces suelen fundirse con los cubos. Las pinas son algo cónicas al exterior, cuya inclinacion depende del rádio de las curvas y velocidad de la circulacion. En el camino de Lóndres á Birmingham, para un rádio de 1.000^{m}, la inclinacion del calzo es de $\frac{1}{13}$. Para curvas de gran rádio esta inclinacion es de $\frac{1}{25}$. Los calzos para las ruedas de carruajes deben tener de 0^{m},035 á 0^{m},040 de espesor en la parte mas delgada. Los de las locomotoras tienen de 0^{m},045 á 0^{m},050.

El resultado del calzo, correspondiente al interior de la via, debe ser fuerte y calculado de manera que se desgaste al propio tiempo que ella. Los rayos son de hierro plano, de 0^{m},08 á 0^{m},09 de ancho por 0^{m},01 á 0^{m},015 de espesor, dispuestos de modo que formen triángulos cuyos vértices se alojan en el cubo y las bases en la pina. A veces son curvilíneos los tres lados ó aristas de estos triángu-

los, lo que aumenta su elasticidad, y en algunos casos únicamente es curva la base. Los círculos, se tornean interior y exteriormente, para que, estando todos los puntos en contacto, no se deformen las ruedas. Las fajas de reborde ó resalto se fijan al rededor de la rueda por tornillos cónicos que atraviesen todo el calzo. En Bélgica se prefieren tornillos mas pequeños que solo penetren á cierta profundidad.

Una rueda bien hecha produce un sonido vibrante, como el de una campana, cuando se la toca con un hierro.

En el camino de Strasburgo tienen los ejes y ruedas las siguientes dimensiones.

Diámetro del eje	0^m,110
Distancia interior de las ruedas	1^m,362
Distancia de eje á eje de los muñones	1^m,907
Diámetro de los muñones	0^m,065
Longitud de los mismos	0^m,127
Inclinacion de la superficie de los calzos	$\frac{1}{20}$
Anchura de las muescas de clavijas	0^m,025
Espesor de las clavijas de acero	0^m,015

Caja de aceite de Delannoy.

La grasa empleada en la lubrificacion de los ejes y sus cajas no produce efecto hasta que la liquida el calor ocasionado por la rotacion; y siendo necesario renovarla á cada instante, origina un gran costo por la gran cantidad consumida y por el número de empleados que exige el servicio. El desgaste del material, además, es tambien de bastante consideracion, pues llega á 12 milímetros por cada 8 á 9000 kilómetros recorridos, resultando que en poco tiempo queda el todo inutilizado.

El empleo del aceite como materia lubrificante es indudablemente mejor, y exclusivamente se hubiera aplicado desde un principio si alguna de las cajas ideadas no hubieran dejado entrada al polvo y otras materias, que al poco tiempo hacen del aceite una materia dura y perjudicial cuanto impropia al engrasado. Exigian, además, estas cajas la renovacion contínua del aceite, por lo que eran poco económicas, causa principal por la cual no hicieron fortuna hasta que M. Delannoy ideó la suya en 1858 y la aplicó á varios wagones de los ferro-carriles del Este de Francia y Alicante en España, recorriendo con las mayores ventajas, miles de kilómetros sin que hubiera necesidad de reponer el aceite, á causa de cerrar la caja herméticamente y no ser posible salga una gota del líquido ni que entre un átomo de polvo.

La caja, como se vé en las figuras 1, 2, 3 y 4, lám. 85, es de fundicion, sin mas abertura que la destinada á recibir el muñon de la rueda. Una guarnicion *j* mantenida por el compresor *k*, impide de este lado la salida del aceite é introduccion de materias extrañas, consiguiendo así cerrar herméticamente.

El depósito se dispone lateralmente á la caja, y su nivel es el mismo que el de la superficie que se ha de engrasar. Aunque forma cuerpo con la caja, encierra en su espacio el aceite menos agitado y batido por el movimiento del wagon que cuando está repartido en toda la extension de aquella. El aceite llega al muñon por dos aberturas *i* dispuestas verticalmente en la parte inferior de la caja, que á su vez comunican por un conducto con el depósito.

Una mecha *e* se halla mantenida sobre un resorte que la hace rozar constantemente con el muñon, al que mantiene engrasado en cantidad suficiente y sin exceso con el aceite siempre limpio, una vez que este se puede decir filtra ascensionalmente á través de la mecha. En cada nuevo engrasado se procura llegue el

aceite al nivel del muñon, de manera que, embebida en él siempre la mecha, se evitan los inconvenientes del fenómeno de capilaridad. Las partes laterales de la mecha, impiden, además, subir del fondo de la caja las impurezas ó poso que alguna vez pueda esta contener, si por descomposicion de la tapa hubiera cesado de cerrar herméticamente.

Interiormente á la caja existe un coginete de bronce *h*, de una sola pieza, al rededor de la parte superior del muñon, formando como una segunda vaina, que como toda la caja, es de forma cilíndrica; lo que hace que esta tenga todas las condiciones de solidez.

La mayor parte de las ventajas de esta caja provienen de la supresion del reborde (champignon) del muñon del eje de las ruedas; idea sumamente sencilla que no aciertan los hombres entendidos en materias de caminos de hierro cómo no se ha realizado tiempo ha.

La supresion de este reborde permite en primer lugar hacer la caja de una sola pieza y dar al wagon movimiento mas suave, una vez que el juego del eje se hace con mucha mas libertad que cuando está encajonado el muñon entre el expresado reborde y el correspondiente al cubo de la rueda. Esta suavidad de movimiento es un hecho práctico de que cualquiera se puede apercibir y que nosotros mismos hemos sentido en varios viajes verificados en los wagones que, para experimentar el sistema, hubo de montar en el camino del Este la compañía del mismo.

El consumo de aceite ha sido de $6^{k},845$ ó 0,151 gramos por kilómetro.

Despues de desmontado el wagon y sacadas las cajas de su lugar, se ha visto que no habia el menor signo de caldeamiento ni en las cajas ni en los muñones.

Que estos se hallaban en el mejor estado de limpieza y en disposicion de continuar el servicio como en un principio.

Que el aceite que restaba en las cajas era tan limpio, poco menos, que antes de empezar los experimentos, y que naturalmente hubiera podido servir á otros nuevos.

Que los coginetes solo habian tenido un desgaste de $\frac{1}{2}$ milímetro, al paso que por el sistema ordinario y para un trayecto igual al recorrido llega aquel de 5 á 6 milímetros. Resultados de la mayor importancia, y que demuestran haberse distribuido el aceite conveniente, procurando un excelente engrasado.

Que las cajas cerraron herméticamente, puesto que no hubo pérdida de aceite y no se introdujeron en las cajas materias extrañas de ninguna especie.

Que el juego del muñon bajo el coginete se hace libremente y con regularidad, puesto que despues de recorrer mas de 45.000 kilómetros el expresado muñon quedó intacto y sin desgaste apreciable.

Y en fin, que respecto al consumo de materia lubrificante y conservacion del material hay superioridad evidente sobre los demás sistemas.

En vista de estos experimentos, la compañía del Este de Francia ha montado un tren expreso compuesto exclusivamente de wagones engrasados por el sistema Delannoy, adoptado posteriormente por la compañía Victor-Manuel para un tren de 70 wagones, por la de Alicante para otro de 20, como asimismo el O. E. de Francia y Ardennes, y otros mas que se preparan á adoptarlo con preferencia por las ventajas consignadas.

En resúmen :

La caja Delannoy presenta las demostradas ventajas siguientes:

1.ª Seguridad para las compañías.

2.ª Economía considerable en cuanto al consumo de materia lubrificante.

3.ª Conservacion del material.

4.ª Disminucion del personal engrasador.
5.ª Comodidad á los viajeros.
6.ª Mas duracion del material por el desgaste insignificante observado.

Pero como de la adopcion del sistema por completo se han de originar algunos gastos de consideracion, veamos los que estos son y comparemos para un trayecto de 100.000 kilómetros los que origina el sistema ordinario.

	Francos.
Un wagon engrasado con materia dura gasta á razon de 3 gramos por kilómetro, ó 300.000 gramos de grasa por los 100.000 kilómetros recorridos, que á razon de 80 frs. los 100 kilógramos, representa un gasto de	240
Un wagon por el sistema Delannoy consumirá para igual trayecto 15 kilógramos de aceite, que á 100 fr. los 100 kilógramos, producirá un gasto de	15
Diferencia en la sola materia lubrificante	225
Las cajas con sus coginetes vienen á costar en el camino de hierro del Este de Francia á 33 fr., y las 4 de un wagon	132
Para verificar la trasformacion del sistema se necesita agregar el gasto de la supresion del reborde en el muñon del eje de las ruedas: lo que vale por wagon	4
Gasto *total*	136
Deducido el valor de las cajas antiguas y su coginete, que no podria menos de evaluarse por wagon	45
Resulta por el gasto de trasformacion	91
Cantidad que restada del beneficio en la materia lubrificante	225
Queda de beneficio neto	134

Suma muy suficiente para pagar los derechos de invencion sin tener en cuenta la economía que resulta del poco desgaste de los coginetes; del correspondiente á la disminucion del personal engrasador, y de la mayor facilidad de traccion.

Así, pues, las compañías que sustituyan á las antiguas las nuevas cajas, habrán satisfecho, despues de 100.000 kilómetros de carrera, todos los gastos de trasformacion del sistema y realizado un beneficio que posteriormente será de inmensa consideracion hasta que el invento caiga en el dominio público.

Algunas compañías, entre ellas la del Oeste de Francia, han hecho varias objeciones sobre la supresion del reborde del muñon; y como su conservacion en los wagones existentes sea algun tanto económico, Mr. Delannoy ha modificado la caja de modo que sea con facilidad aplicable á este caso. En ella es el mismo el sistema de engrasado, y todo idéntico y de iguales condiciones y ventajas que quedan anotadas para la caja descrita, representada con todos los detalles en la correspondiente lámina.

RESISTENCIA AL MOVIMIENTO DE LOS WAGONES.

1983. **Resistencia debida al rozamiento de los ejes.**

La resistencia que este rozamiento opone directamente á la marcha de un wagon es dada por la fórmula

$$R' = P f \frac{d}{D}$$

R′ = resistencia buscada.
P = presion de los muñones sobre los cubos, ó carga sobre las ruedas.
f = 0,075 coeficiente de rozamiento de los ejes en sus cubos, estando bien y continuamente engranados (núm. 61·).
d = diámetro de los muñones.
D = diámetro de las ruedas.
$\frac{d}{D} = \frac{1}{30}$ á $\frac{1}{25}$ (núm. anterior) siendo ordinariamente $\frac{1}{15}$ para wagones ordinarios y carruajes de pasajeros.

1984. **Resistencia debida al rozamiento de las ruedas.**

Llamándola R″, se tiene

$$R'' = (P + p)\,f'$$

P = peso que carga sobre las ruedas
p = peso de las ruedas y ejes...... } P + p = peso total del wagon.
f' = 0,00125 á 0,001, coeficiente de rozamiento sobre caminos de hierro (núm. 618.)

1985. **Resistencia del aire al movimiento de los wagones.**

Segun los experimentos del teniente de Navío M. Thilbault, la resistencia del aire contra la cara de un prisma recto de base cuadrada, es, llamando R‴ esta resistencia dada en kilógramos,

$$R''' = \theta\,\varepsilon\,\Omega\,v^2$$

θ = 0,0625 coeficiente constante.
ε = coeficiente que depende de la relacion entre la longitud del prisma y el lado de su base.

Si la longitud del prisma es tres veces el lado de su base........ ε = 1,10
Si ambos son iguales, ó si el sólido es un cubo.......... .... ε = 1,17
Si la longitud es mucho mas pequeña (una placa delgada)........ ε = 1,43

Ω = base del prisma en metros cuadrados.
v = velocidad del prisma con relacion al aire en metros por segundo.

Resulta tambien de estos experimentos que, colocando dos superficies cuadradas, la una cubriendo á la otra, la resistencia del aire contra la 2.ª es nula cuando solo la separa un corto espacio, y que llega á $\frac{7}{10}$ de la primera cuando la separacion es igual al lado total de la superficie. Si la segunda tuviera una área mayor que la 1.ª, se calcularía la resistencia observando que una parte de esta superficie es directamente chocada por el aire, y la otra porcion queda cubierta como en el primer caso.

Se tiene igualmente por los mismos experimentos, que para una superficie Ω que forme un ángulo α con la direccion del movimiento, la resistencia del aire es igual á la que tendría lugar contra la proyeccion Ω *sen.* α de la superficie Ω sobre un plano perpendicular á la direccion del movimiento.

M. de Pambour, aplicando los resultados de Thilbault y los anteriormente obtenidos por Dubuat, ha llegado á las siguientes conclusiones.

La superficie que un wagon presenta al choque del aire se compone:

	Piés cuadrados.
1.° De la superficie del cargamento, que es muy variable........................	»
2.° De la proyeccion del wagon propiamente dicha: superficie que es ordinariamente para un wagon de plataforma simple, y para una anchura de via de 4,67 piés ingleses..	14,33
3.° De la superficie debida á la resistencia que experimentan los rayos de las ruedas en movimiento. M. Pambour estima esta superficie en 1,25 piés cuadrados para una rueda ordinaria de 3 piés de diámetro, lo que hace para las ruedas delanteras 2,5 piés cuadrados: y como cada rayo cubre á su posterior, se reduce esta superficie á las $\frac{2}{3}$ partes, lo que dá................................	1,67
	16

4.° De la superficie debida á las ruedas, ejes, resortes y cajas engrasadas que son cubiertas por las que las preceden. M. Pambour estima la superficie de estas piezas, comprendida la de 2,5 piés cuadrados por el movimiento de los rayos, en 7,03 piés cuadrados: lo que dá por las dos terceras partes, á causa de lo que se cubren unas á otras estas piezas,..	16^{p2} 4,69
TOTAL sin la carga............	20,69

La superficie total de los mas altos wagones, comprendida la carga, es para las vias de 5^{p}. (1^{m},24)	70 á 74
Para las diligencias esta superficie total es..	60 á 64

Asi, para un wagon que ofrezca una superficie directa de $70^{p2} = 6^{m2},5$ á la accion del aire, la fórmula anterior dará, haciendo $\varepsilon = 1{,}15$, pues que un wagon cargado tiene de longitud vez y media la raiz cuadrada de la superficie anterior,

$$R''' = 0{,}0625 \times 1{,}15 \times 6{,}5v^2.$$

Para un convoy de muchos wagones debe contarse, por lo dicho de los experimentos de Thilbault, $70^{p2} = 6^{m2},5$ para el primer wagon, mas $4{,}69 \times 2 = 0^{p2},38$ ($0^{m2},74$) para las piezas de cada uno de los que siguen. Estando, además, separados los wagones 2 pies próximamente, el aire ejercerá sobre ellos cierta presion que debe apreciarse. M. Pambour, de acuerdo con M. Woods (ingeniero del camino de Liverpool á Manchester), con objeto de hallar esta resistencia hizo un experimento con 5 wagones descendiendo primero uno por un plano inclinado, y despues todos en convoy; y encontró ser la resistencia buscada igual á 3 piés cuadrados de superficie directa, lo que hace por wagon intermedio $0{,}75^{p2}$. Agregada esta superficie á la anterior de 9,38, dá 10^{p2} próximamente ó $0^{m2},9$ próximos (por ser los piés franceses) de superficie directa por cada wagon no comprendido el 1.° En estos experimentos, para los que la longitud de los 5 wagones reunidos era $7\frac{1}{2}$ veces su anchura, ha tomado M. de Pambour, conforme á las observaciones de Dubuat, $\varepsilon = 1{,}07$; haciendo para los wagones separados $\varepsilon = 1{,}15$.

Segun esto, para un convoy de wagones se tomarán $70^{p2} = 6^{m2},5$ de superficie para el primero, y $10^{p2}, = 0^{m2},9$ para cada uno de los que siguen, comprendiendo en este número la locomotora y tender. Para un convoy de coches bastará tomar 60^{p2} en vez de 70^{p2}. Determinada asi la superficie, se podrá aplicar la fórmula anterior, poniendo por ε 1,15 para un wagon; 1,07 para 5; 1,05 para 15, y 1,04 para 25.

Agrega M. Pambour que si las ruedas tienen 5^{p} en vez de 3^{p} de diámetro, se deberán sumar 3^{p} mas de superficie por cada wagon.

Aplicacion. Determinemos la resistencia que opone el aire á la marcha de un convoy de 15 wagones, siendo $6^{m2},5$ la superficie directamente opuesta para el primero, $0^{m2},9$ la correspondiente por cada uno de los demás, y 30 kilómetros por hora $= 11^{m},11$ por segundo la velocidad: se tendrá

$$R''' = 0{,}0625 \times 1{,}05\ (6{,}5 + 0{,}9 \times 14)\ 11{,}11^2 = 155 \text{ kilógramos.}$$

1986. Resistencia total á la traccion sobre un camino horizontal.

Será la suma de las resistencias acabadas de anotar. Llamándola, pues, R, se la tendrá por la fórmula

$$R = P f \frac{d}{D} + (P + p) f' + \theta \varepsilon \Omega v^2$$

1987. Resistencia total á la traccion sobre un camino en pendiente y línea recta.

$$R_{,} = P \cos.\alpha f \frac{d}{D} + (P + p) \cos.\alpha f' + \theta \varepsilon \Omega v^2 \pm (P + p) \text{ sen.}\alpha$$

α = ángulo del plano inclinado con el horizonte.

P sen. α = componente del peso P normal al plano inclinado, ó sea la presion de los muñones sobre las cajas ó cubos.

$(P+p)$ cos. α = componente del peso total de los wagones, normal al plano inclinado = presion de las ruedas sobre los carriles,

$(P+p)$ sen. α = componente del peso del convoy paralelo al plano inclinado. Es positiva ó negativa segun que suba ó descienda el convoy.

Para los casos ordinarios de los caminos de hierro se puede tomar, sin error sensible, cos. $\alpha = 1$; en cuyo caso

$$R_{,} = P f \frac{d}{D} + (P+p) f' + \theta \varepsilon \Omega v^2 \pm (P+p) \text{ sen. } \alpha.$$

Basta que la pendiente del camino sea $\frac{1}{200}$ para que el convoy descienda solo: cuando alcance á $\frac{1}{80}$ podrá subir un convoy vacío con otro igual cargado en descenso que le sirva de contrapeso.

1988. **Resistencia debida á las curvas.**

Además de las resistencias precedentes las curvaturas de la vía dan orígen á otros 3 rozamientos, á saber:

1.° *El debido á la fijeza de las ruedas en el eje*, por el cual una rueda resbala sobre el carril en una distancia igual á la diferencia de longitud de las dos curvas que componen la via. La cantidad de accion gastada por este rozamiento es, por unidad de peso,

$$f'' \times \frac{2a}{r} e$$

a = semi-anchura de la via, ó semi-longitud de los ejes, que ordinariamente es, $a = 0^m,85$ (núm. 1889).

r = rádio del arco seguido por el centro de gravedad del wagon.

e = longitud de este arco.

f'' = coeficiente del rozamiento de hierro sobre hierro, en el estado en que se encuentran los calces ó superficies de las ruedas y carriles. Es, segun Coulomb = 0,1, y segun Morin = 0,192 á 0,2, cuando las superficies están mas ó menos húmedas, y 0,07 ó 0,08 cuando están engrasadas (núm. 618).

Dividiendo la cantidad de accion anterior por el espacio recorrido, se tiene la resistencia debida al rozamiento precedente, que es

$$f'' \frac{2a}{r}.$$

Para un wagon será esta resistencia, observando que la mitad del peso total $P+p$ del wagon gravita sobre las ruedas que resbalan,

$$(P+p) f'' \frac{a}{r}$$

2.° *El que proviene del paralelismo de los ejes, segun el cual está obligado el wagon á resbalar sobre los carriles al girar sobre su centro de gravedad para el cambio de direccion.* Este rozamiento y el precedente combinados absorven por todo el curso del arco y por cada unidad de peso, un trabajo representado por

$$f'' \sqrt{a^2+b^2} \times \frac{e}{r} \Big\} \; b = \text{semi-distancia de los ejes} = 0^m,75 \text{ á } 0^m,80.$$

Para el peso de un wagon será

$$(P+p) f'' \frac{e}{r} \sqrt{a^2+b^2}$$

expresion que dividida por e dará la resistencia que se opone directamente al movimiento del wagon

$$(P+p)\, f'' \times \frac{1}{r} \sqrt{a^2+b^2}$$

La penúltima expresion hace ver que la cantidad de accion ó el trabajo absorvido por el resbalamiento debido á la fijeza de las ruedas y paralelismo de los ejes depende de la longitud que tengan estos y su separacion; siendo proporcional á $\frac{e}{r}$, es decir, al suplemento del ángulo que formen entre sí las dos ramas unidas del camino, pero que es independiente de r para un mismo valor de $\frac{e}{r}$. La expresion última demuestra que la resistencia á la traccion depende igualmente de a y b, pero en razon inversa de r. Así, para verificar el giro bajo cierto ángulo, la cantidad de accion absorvida por el rozamiento en cuestion es independiente del rádio r de curvatura, y la resistencia está en razon inversa del mismo. A esta última causa es debido que en los caminos de gran velocidad sea r generalmente superior á 1000 metros.

3°. *El que proviene de la fuerza centrífuga,* que hace rozar los resaltos de las ruedas contra los bordes de los carriles.

La fuerza centrífuga es, teóricamente, menor que la resistencia debida al rozamiento de los wagones sobre los carriles; así que para las velocidades ordinarias y el rádio de curvatura $=500^m$, el resalto de las ruedas no deberia experimentar rozamiento alguno, que es lo que en efecto sucederia si los wagones no dieran ningun salto en su marcha: pero no siendo esto así, resulta un rozamiento por cada wagon expresado por

$$\frac{P+p}{g} \times \frac{v_,^2}{r} f''' \frac{2c}{D}$$

$v_,$ = velocidad del centro de gravedad del wagon, dada en metros por segundo.
D = diámetro de la rueda, tomado en el interior del resalto.
c = distancia horizontal de la vertical que pasa por el centro de gravedad de la rueda al punto en que la parte frotante del resalto empieza á tocar el borde del carril.
f''' = coeficiente de rozamiento del resalto contra el carril.

1989. **Resistencia total que se opone al movimiento de un wagon sobre una curva en pendiente.**

Es igual á la suma de todas las resistencias precedentes.

$$R = P f \frac{d}{D} + (P+p)\, f' + \theta \varepsilon \Omega v^2 + (P+p)\, f'' \frac{1}{r} \sqrt{a^2+b^2} + \\ + \frac{P+p}{g} f''' \frac{2 c v_,^2}{r D} \pm (P+p) \text{ sen. } \alpha$$

en la cual se pondrán por $f, f', f'', \theta, \varepsilon, \frac{d}{D}$, &, los valores anteriormente determinados: observando, además, que si $a = b = 0^m,71$ (que es la mínima semi-via en término medio (1889)) $\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1,0082} = 1^m$ próximamente. Si $a = b = 0^m,85$, $\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1,445} = 1^m,2$. En cuanto á f''' no hay suficiente número de experimentos para que se le pueda asignar un valor algun tanto exacto. Segun los verificados en Roanne, se podrá tomar $f''' = 0^m,025$.

CAPÍTULO VIII.

CANALES DE NAVEGACION Y RIEGO.

ARTICULO I.

Canales de navegacion.

1990. Consideraciones generales, canalizacion de un rio.

Los canales de navegacion han sido siempre y serán los medios mas económicos de trasporte y de mas reconocidas ventajas para la prosperidad de los paises que atraviesan, ventajas que no se limitan á la facilidad, poco gasto y comodidad en el trasporte de toda clase de frutos y efectos de comercio, convirtiendo en mercado seguro los pueblos mas lejanos de la comarca y aun del extranjero, sino que propenden del modo mas eficaz al adelantamiento de la poblacion y agricultura, ya por el aliento que imprime á naturales y extraños la certeza en la demanda, cuanto porque disminuyendo considerablemente el número de brazos y acémilas empleadas en el acarreo ordinario, se contarán otros tantos de mas en las poblaciones y cultivo de los campos.

1991. La navegacion interior se hace atravesando los valles y montañas, subiendo los barcos á las cumbres y bajando con igual facilidad para volver á pasar á otros collados y llanuras, sin experimentar el mas pequeño tropiezo ni otra detencion que la necesaria al tiempo que requiere el lleno de cada esclusa para que el barco dentro de ella pueda llegar al nivel superior ó inferior de cada tramo, segun suba ó baje en la marcha que sigue de su camino.

1992. La navegacion puede ser *natural* ó *artificial*, es decir, que puede verificarse por un rio ó curso de agua natural, ó desde luego por un canal abierto en direccion determinada, ó bien empleando los dos medios á la vez. En este último caso, el canal abierto á una ú otra orilla del rio, y que sigue la direccion de su curso ordinario, mas ó menos alteradamente, se llama *canal lateral*.

1993. Independientemente de la diferencia que existe entre un rio navegable y un canal, debe considerarse la muy notable de ser corrientes las aguas en el primer caso y estancadas en el segundo, de donde resulta que en los rios varía constantemente la altura de nivel, segun la abundancia de lluvias, mientras que en los canales es constante ó de nivel, excepto en algunas circunstancias particulares que luego examinaremos.

La navegacion sobre los rios podrá tener lugar siempre que no sea extraordinaria la corriente, y que la profundidad permita flotar con su carga los barcos destinados al tráfico. Mas como estas favorables circunstancias no siempre se pueden verificar en todo el curso del rio, por la multitud de obstáculos que se ofrecerán á cada paso, ya se atienda á las cascadas ó saltos de agua, ya á la estrechez repentina del alveo, ó á las sinuosidades considerables del curso, las grandes avenidas ó crecientes motivadas por las lluvias ó derretimiento de las nieves, &, resulta que en pocas ocasiones podrá contarse con los rios para la navegacion sin prepararlos convenientemente ó *canalizarlos*.

1994. La canalizacion de un rio consiste en establecer presas-esclusas de distancia en distancia en los puntos mas elevados del lecho, con el fin de represar las aguas y darles mas profundidad uniformando la corriente, ó dejándola próximamente igual en todos los tramos, cuya superficie superior será casi horizontal. Establecida la primera presa con su esclusa en la parte inferior, se remansarán las aguas hasta cierta distancia que expresará el límite del tramo en que debe ponerse otra presa-esclusa; siguiendo así de abajo arriba hasta el límite de la navegacion, ó un sitio en que el rio presente para ella conveniente facilidad. En ocasiones deberán ensancharse los pasos estrechos, rebajar las rocas, ahondar los lugares de poco fondo, y aun cortar ó rectificar las vueltas ó sinuosidades del rio, con el fin de disminuir las distancias; estableciendo una esclusa en cada desembocadura parcial cuando lo exigiera el exceso de pendiente, que naturalmente disminuiría la altura de las aguas y dificultaría la navegacion. Si la longitud y pendiente del tramo lo exigieran se podrian establecer dos ó mas esclusas intermedias.

En los capítulos 3.° y 6.° se habla y dan reglas suficientes para el establecimiento de las presas como para la resolucion de cuantos problemas puedan ocurrir en este ramo del Ingeniero. Unicamente diremos ahora que las presas pueden ser *fijas* ó *movibles*. Como ejemplo de las fijas consúltese la lámina 14 para la toma de aguas en el acueducto de Nueva-York y lo que se dirá en el artículo siguiente sobre las del Medio-dia de España y la del Lozoya. Pueden ser los diques igualmente de tierra solo ó tierra revestida con piedras ó faginas, poniendo en su centro un sólido de greda ó arcilla. En este caso la altura no debe exceder de 12^m.

Las presas fijas tienen dos graves inconvenientes; primero la irregularidad en la altura de caida; la cual varía constantemente con los niveles de aguas arriba y abajo, de que provienen grandes dificultades para arreglar el trabajo de una fábrica. El segundo inconveniente es aun mas grave cuando sobreviene rápidamente una gran crecida; pues retardando la presa el escape de las aguas y creciendo estas de nivel se está expuesto á inundaciones con sus desastrosas consecuencias.

Una presa movible puede afectar varias formas. Las que se empezaron á usar hace 20 años se componen de un fuerte enmaderamiento, hecho con grandes estacas clavadas en el fondo del rio, cuyas cabezas sobresalen por encima de la superficie de las mas altas aguas, unidas con riostras y sujetas con tornapuntas. A estos estacones se ensamblan fuertes vigas en sentido horizontal, sobre las que se ponen tablones unidos en toda la anchura del rio, de los cuales unos pueden quedar firmes y otros, ó la mayor parte, correr verticalmente por entre ranuras ó cajas que se establecen en el mismo sentido con el fin de poderlos sacar cuando se teman en el invierno grandes avenidas, y restablecerlos despues para contener ó represar en el verano las pocas aguas corrientes (como sucede en el Támesis) procurando así constantemente hacer posible y fácil la navegacion.

Los puentes-esclusas, ó simplemente pilares que forman esclusas (núm. 1701) pueden mirarse como presas movibles.

La que representa la lámina 124, correspondiente á la esclusa de la Moneda (París), se compone de un zócalo sobre el lecho del rio formado por bandas trasversales Z Z′, independientes entre sí, y superiormente á ellas la presa ó tablero movible de palastro A B, que gira al rededor de un eje *e* de hierro por medio de un contrapeso calculado con relacion al peso mismo del hierro y compresion de agua. La pieza móvil Z no debe tocar la circunferencia de la presa, con el fin de procurar una contra-presion por causa de la salida del agua como indican las flechas.

1995. Esta presa, aunque de buen manejo y excelente efecto en la práctica, requiere, como todas las que giran en un punto fijo entre la mampostería de los pilares, un servicio contínuo para bajar ó subir el tablero si el nivel aguas arriba ha de ser constante. En el sistema hidro-neumático de M. Dominique Girard desaparece este inconveniente, haciendo ingeniosamente que la presa baje ó suba por sí misma obedeciendo al nivel del agua.

Con este fin, coloca sobre el tablero de palastro, y ligado con él al través de la corriente un ancho cilindro hueco de fundicion, con aberturas en la parte que toca el agua, de modo que esta le pueda llenar. El cilindro entonces tiende á sumergirse y con él todo el sistema: pero una turbina de insignificânte magnitud, movida por la caida misma del agua, introduce aire constantemente en el cilindro por medio de una bomba, hasta que llega á adquirir suficiente fuerza de flotacion para elevarse á la superficie del agua haciendo girar el tablero que forma la presa. Para bajar por sí mismo el cilindro sirven las válvulas que lleva bajo las aberturas ante-dichas, ligadas á un brazo de palanca de un flotador colocado á un nivel determinado. Así que este flotador sube con la creciente de las aguas se abren las válvulas, el aire del cilindro sale parcialmente, y penetrando entonces el agua en él se sumerje de nuevo la correspondiente cantidad. Se establece así una especie de lucha entre la turbina que introduce el aire y flotador que le deja escapar.

Se vé, pues, que el sistema ofrece de este modo por sí propio una caida constantemente igual; teniendo la gran ventaja de que en un momento de súbita crecida bajan rápidamente el cilindro y presa por causa del flotador, sin oponer obstáculo de ningun género á la corriente, que, por consecuencia, no puede producir desbordamiento alguno.

El autor ha establecido ya varias de estas presas que funcionan perfectamente, de las que existen algunas sobre el Nilo, que el Virey de Egipto ha mandado construir por su cuenta propia.

1996. **La toma de agua, bocal** ó comunicacion del rio con el canal lateral, exige ciertos estudios para facilitar las maniobras de los barcos, dejar suficiente profundidad de agua y quedar en todos tiempos al abrigo de las inundaciones, sobre todo de los amontonamientos de tierras arrastradas por la corriente. A este fin se deberá establecer una esclusa á la entrada del canal, uniendo despues este primer tramo con la alineacion del mismo, sea por medio de curvas ó por un gran depósito situado en la interseccion, depósito que podrá servir de apartadero y punto de estacion indispensable en rios sujetos á grandes avenidas y deshielos momentáneos. Esto es lo que se practicó en el Ródano para el canal lateral de Beaucaire.

Las obras de un bocal deben quedar superiores á la altura de las avenidas, ó, como se dice, ser insumergibles, para evitar las degradaciones originadas por el desbordamiento, é impedir penetre en el canal de derivacion terreno de aluvion: mas como para ello pudieran resultar muy altas las puertas de esclusa, y por consiguiente muy pesadas, se las podrá construir en dos partes sobre su altura, como sucedió para el canal citado de Beaucaire.

Los canales laterales se establecen, mientras sea posible, en el valle por donde corre el rio principal, á fin de evitar subidas y descenso ó grandes escavaciones y túneles, procurando fácilmente con el propio rio el alimento del canal.

1997. Canales de una y dos vertientes.

Los canales de navegacion se dividen en dos categorías:

1.ª Canales de una sola vertiente, ó de una rama comprendida en la cuenca

principal, como la mayor parte de los canales de Bélgica y Holanda, los de España y casi todos los antiguos;

2.ª Canales de dos vertientes, que corresponden á dos cuencas opuestas ó separadas por una cordillera que dirige sus aguas á diferentes mares ó rios principales, como el de Languedoc, el de Bourgogne y Bretaña en Francia, y casi todos los de los Estados-Unidos de América.

Se puede considerar un canal de la 1.ª especie como una de las ramas de un canal de la 2.ª, ó bien éste se compone de dos canales de diferentes vertientes, unidos por un tramo de division que, en general, debe prestarles la mayor parte de su alimento.

1998. Investigacion del punto de division.

Dadas las desembocaduras de un canal de dos vertientes y los puntos intermedios de servidumbre, se tratará de buscar el punto de division de ambos brazos. Verificados los reconocimientos y estudios necesarios para averiguar los diferentes puntos que forman la *cresta* ó *espinazo* (capít. ant. número 1818), se elegirá entre ellos el mas bajo posible para disminuir los escalones ó número de esclusas y los mayores gastos del trayecto, y para facilitar la mayor reunion posible de aguas, aprovechando las de todos los manantiales, rios pequeños, arroyos, y cuantas mas se puedan hallar y conducir por acequias y conductos; de modo que perseveren siempre con abundancia en los tiempos de sequía, manteniéndose por lo menos á la altura de $\frac{1}{3}$ mas de las necesarias al consumo.

La vista es por sí muy reducida para apreciar solo con ella la multitud de relieves de una gran extension de montañas. MM. Brisson y Forey manifiestan que cuando dos cursos de agua, situados en las vertientes de una cadena de montañas, son paralelos y corren en direcciones opuestas, se puede encontrar una abra ó garganta en sus inmediaciones; y tambien que habrá un máximo ó mínimo de altura en la cresta cuando las dos corrientes siguiendo 1.º paralelamente en el mismo sentido, toman despues direcciones oblícuas respecto á las anteriores y divergentes entre sí.

El carácter geográfico de una garganta de montañas consiste, en general, 1.º en poder hallar en sus inmediaciones manantiales de agua que viertan á uno y otro lado en las dos cuencas; 2.º en ocupar la parte del país comprendido entre los nacimientos de dos cursos opuestos de agua, pertenecientes á las respectivas cuencas; y 3.º en que los valles opuestos entre la cresta de las montañas se hallen inmediatamente próximos el uno al otro. Si agregamos que la pendiente y velocidad del curso de agua disminuye á medida que se aleja del nacimiento, y que, por tanto, las corrientes secundarias tienen mayor pendiente que las de las vias de que son tributarias, bastará el estudio de una carta geográfica ordinaria, donde estén bien marcadas las crestas y thalwegs, para determinar el mínimo relieve que se debe atravesar. Apersonándose despues en el terreno, y habiendo subido al cúspide de las montañas para divisar el punto que precisamente corresponda á la carta, se descenderá á él ó se anotará para investigar en seguida las aguas que afluyen allí naturalmente ó que se podrán conducir á él.

1999. Datos para calcular el agua necesaria.

Reconocidos todos los nacimientos cuyas aguas pueden llevarse al punto de division, se practicarán desde él diferentes nivelaciones á estos distintos manantiales, para saber sus posiciones respectivas, las distancias de cada uno de ellos, y el aforo ó valuacion de sus caudales en todas las estaciones; anotando tambien aproximadamente las secciones y pendientes que se deberán dar á las acequias de conduccion hasta el punto de partida ó alguno de los tramos inferiores. Se harán tambien ca-

las ó se perforará el terreno por medio de barrenas artesianas para saber hasta qué profundidad se puede contar con aguas alimenticias, sea en el punto de division ó en otros inferiores del proyecto.

Esto hecho se verá si la cantidad de agua estimada es suficiente á las necesidades de la navegacion; á cuyo fin se admitirá un trazado hipotético de ambos brazos del canal, y una valuacion igualmente hipotética, del número de caidas ó de esclusas. Convendrá, además, tener presente como punto de partida; 1.º las dimensiones y máximo calado de los barcos que han de frecuentar el canal para deducir las del canal mismo; y 2.º el número de barcos que por término medio navegarán en los dos sentidos, apreciado por los datos estadísticos, y por el cálculo algo exagerado que se haga del desarrollo que pueda tomar esta navegacion en el futuro.

Se hará tambien excesiva la longitud hipotética de los tramos que se deben alimentar. El número probable de esclusas se obtendrá dividiendo la altura ó diferencia de nivel entre el punto de division y los inferiores de ambos brazos por $2^m,6$, altura probable de caida de las esclusas.

2000. **Seccion trasversal.**

Partiendo de las dimensiones y calado de los barcos que se juzgue habrán de navegar por el canal, se apreciarán las dimensiones de ancho y profundo que este deba tener en todas sus partes.

En los canales de gran navegacion la anchura de las esclusas es de $5^m,2$, suficiente para los barcos ordinarios de 5^m de manga; la longitud de la balsa entre las puertas de esclusas llega á 35^m y 37, y $1^m,65$ ó $2^m,5$ de profundidad: dimensiones correspondientes á barcos de 32^m á 36^m de eslora y 1^m3 á 2^m3 de calado. La anchura del canal para esta clase de barcos es de 10^m á 12^m en la base y 16^m á flor de agua, con lo que pueden pasar dos á la vez. Los taludes interiores son ordinariamente de 1 á $1\frac{1}{2}$ y aun 2 de base por 1 de altura segun la clase de terreno; en ellos suele sembrarse espadaña ú otra yerba fuerte sobre una banqueta de $0^m,3$ á nivel del agua, con el objeto de que no se degrade la márgen con el movimiento del oleage ocasionado por el paso de los barcos. Los caminos de sirga tienen de 3 á 6^m de anchura, conforme á la naturaleza del terreno y la importancia de la carga. Se colocan ordinariamente desde $0^m,5$ á 1^m sobre la superficie del agua.

Un canal que vaya por una ladera necesita de un contrafoso para recoger las aguas vertidas por ella, procedentes de la lluvia, que no deben penetrar en el canal. La capacidad de este contrafoso se determinará observando que por término medio cae $0^{m3},02$ de agua en cada 1^{m2} durante las lluvias ordinarias. La escavacion de la loma se hará por escalones.

Nuestro canal de Castilla tiene en el tramo de 35000 varas (mas de 5 leguas) desde el convento de Calahorra hasta Paredes de Nava $11^m,6$ de ancho á flor de agua, y cerca de 2^m de profundidad; pudiendo navegar barcos de $11^m,2$ de largo, 4^m de manga y $1^m,4$ de puntal.

Para los canales de poca navegacion se supone, ó que los barcos tienen igual longitud que para los anteriores y su semi-anchura, ó que solo tienen la cuarta parte de aquella ó la mitad de esta.

Para canales capaces de barcos de vapor se dará á las esclusas de 8 á 12^m de ancho y 44 á 70^m de largo. Los de conjuncion con grandes lagos ó brazos de mar tienen, como el de Gothie en Suecia y Caledonia en Escocia, $7^m,5$ y 12^m en la base, $11^m,5$ y 24^m al nivel de la banqueta, $14^m,5$ y 24 al nivel del agua, y $1^m,7$ y $5^m,10$ de profundidad desde la superficie de esta. Las balsas tienen en el primero 7^m de ancho y 36^m de largo, y en el segundo $12^m,2$ de ancho por $52^m,4$ de largo. En los Estados-Unidos navegan por sus canales barcos de 100 á 300 tone-

ladas, teniendo de seccion de 11^m á 14^m de anchura en el fondo, 18^m á $21^m,5$ á flor de agua y $1^m,2$ á $2^m,74$ de profundidad.

2001. Consumo de agua.

Las pérdidas á que está sujeto un canal, y que se deben compensar con equivalente exceso de alimentacion, tienen lugar; 1.° por las que motiva la evaporacion; 2.° por la filtracion; 3.° por la que dejan escapar las puertas de esclusa; 4.° por el reemplazo de la correspondiente á los tramos despues de haberlos vaciado para repararlos; 5.° por la cantidad de agua necesaria al paso de los barcos por cada esclusa; y 6.° por los suplementos que deben hacerse en el tramo de partida, á fin de subvenir al considerable abastecimiento de agua en los inferiores por razon de la afluencia simultánea y contínua de los barcos.

2002. Pérdidas por evaporacion.

La cantidad de agua evaporada está en razon directa de la extension de su superficie; varía tambien de un país á otro, y en el mismo de un año al siguiente, segun las temperaturas media, máxima y mínima, el estado hygrométrico y los vientos reinantes. En las provincias meridionales llueve menos que en las del norte; y esta es otra circunstancia que debe tenerse presente para el aprecio de las aguas llovedizas. Segun experimentos cuidadosamente repetidos parece que el término medio del agua evaporada por año en España es de $0^m,88$(38 pulgadas) en su altura, ó $0^m,0024$ en 24 horas: pero como en el verano se pueden tener hasta dos meses ó mas de completa seca, se contará para el consumo durante este período con una altura de $0^m,01$ en 24 horas.

2003. Pérdida por filtracion.

Las pérdidas que resultan de las filtraciones y traspiraciones no se pueden regular con exactitud, porque dependen de la naturaleza del terreno donde están situados los depósitos del punto de division y el mismo canal. Hay algunos terrenos que una vez empapados no admiten mas agua en sí, y la dejan correr libremente sin disminucion notable; pero en otros se pierde continuamente á pesar de las reiteradas precauciones tomadas para apretar sus poros. El mejor recurso en estos casos es alcatifar el suelo del canal con una tonga de greda. Tambien produce buen efecto hacer llegar aguas turbias á los tramos en que se verifica la filtracion. En el canal de Caledonia, cuya carga de agua es de 5^m á $5^m,4$, ha bastado tender en el fondo una capa de arena fina de 6 á 7 centímetros de espesor: en los terraplenes se cuidó tambien de poner capas horizontales de arena fina y aun hormigon ó argamasa hidráulica.

En terrenos homogéneos esta pérdida debe estar en razon de la superficie mojada, de la carga de agua, de la profundidad de las capas susceptibles de ser embebidas, y del grado de saturacion. Su valuacion es de $\frac{1}{2}$ á 2 veces la pérdida por evaporacion. Este consumo que en algunos canales es mucho mayor, sucediendo á veces quedar interrumpida la navegacion, disminuye de un año á otro tanto mas cuanto mas considerable sea la abertura del canal. En los casos ordinarios se deberá procurar para ocurrir á las filtraciones diarias en el canal y acequias de alimentacion, que en los primeros tiempos de servicio haya una cantidad de agua 5 veces mayor que la de $0^m,01$ producida en verano por las filtraciones: en el depósito ó tanque del punto de partida esta cantidad deberá ser aun mas considerable.

2004. Pérdida ocasionada por las puertas de esclusa.

Depende mas principalmente este consumo del esmero en la construccion. Se calcula por cada brazo de canal de 80 á 300^{m3} por dia; aunque es mas exacto el

suponer que la pérdida anual equivale á la cantidad de agua necesaria para el paso de 7 á 8 embarcaciones.

2005. **Pérdida por el reemplazo en los tramos despues de las reparaciones.**

Estas reparaciones deben ser lo menos frecuentes posible para que el tramo permanezca poco tiempo vacío, como lo exigen la salubridad, el interés del comercio, y aun la economía permanente del agua; pues que secas las paredes ó taludes del canal se agrietean y originan grandes filtraciones. Si las reparaciones se ejecutan desde el punto inferior hácia los superiores, la pérdida se reducirá al volúmen de agua contenido en el tramo mayor, que para cada brazo del canal deberá reponerle el depósito superior.

2006. **Pérdida por el paso de los barcos.**

El paso de un barco de un tramo á otro subiendo hace perder al superior un volúmen de agua representado por el de un prisma P, cuya base es la seccion horizontal de la balsa, y su altura la de caida del agua, y el V correspondiente al agua desalojada por el barco; resultando para la pérdida P + V. Al descender el buque este volúmen es P — V. Así para el ascenso y descenso de cada embarcacion la pérdida es

$$P + V + P - V = 2\,P.$$

Cuando la navegacion es activa se utiliza el agua empleada para el ascenso de un barco en hacer descender otro: así que si hubiese dos en opuestos sentidos en tramos inmediatos, la pérdida sería por cada uno la mitad P de la anterior.

Si el barco sube vacío para cargar en el punto de division, al entrar en este último depósito gastará un volúmen de agua igual á $P + V'$ (siendo V' el desalojado por el barco sin carga). Al salir del depósito el gasto será $P - V$; y el total producido $2P + V' - V$; gasto que será tanto menor cuanto mayor sea V y menor V'. Pero este caso favorable sucede rara vez en práctica.

Algunas acontece que, en razon á la considerable pendiente del terreno en una porcion determinada, se han construido muchas balsas esclusas, á continuacion unas de otras, como se vé en el perfil de la figura 910 correspondiente al canal del medio dia de Francia ó de Languedoc. Para pasar ascensionalmente todas estas balsas, se necesita consumir tantos prismas P de agua como balsas hay, mas el volúmen V desalojado por el barco. Así, en el expresado canal de Languedoc, por ejemplo, para subir un barco desde el puerto de *Cette* ó de *S. Luis* en el Mediterráneo al estanque de *Norouse* (punto de division que está unos 200^{m} mas elevado que el lago Than y el Mediterráneo) y hasta el cual hay 74 balsas, el paso de un barco subiendo, absorve un volúmen de agua representado por $74\,P + V$: el de otro barco en descenso absorverá el volúmen $P - V$, y el total

$$74\,P + V + P - V = 75\,P; \quad \text{ó en general} \quad P\,(n + 1).$$

2007. **Suplementos accidentales.**

El simultáneo concurso de muchos barcos en un solo tramo, su estacion durante la noche, ó cualquiera otra circunstancia, puede hacer bajar demasiado el nivel del agua y verse obligados á recurrir al punto de division. La pérdida que por esta causa puede suceder no es posible determinarla en ningun caso, pues que depende del número de barcos concurrentes y de las veces que tenga lugar esta circunstancia. Por las observaciones hechas en algunos canales se puede graduar en $\frac{1}{16}$ del gasto total ocasionado por el paso de las embarcaciones.

Hay, pues, entre los elementos del gasto de agua, la *filtracion* que no se puede

fijar con exactitud, y el *consumo de las esclusas* que puede ser bastante variable como sea la actividad del comercio. Es, por consiguiente, necesario abastecer al estanque de division de las suficientes aguas á las provisiones actuales y de otras *suplementarias* á que será preciso recurrir en el futuro. Así el nivel de este primer depósito, relativamente á los terrenos inmediatos, dependerá de la posicion de todas las fuentes que se reunan allí: para lo cual se escavará siempre á gran profundidad, ó como lo indique la que tengan los nacimientos de los arroyos inmediatos.

Los suplementos de alimentacion se extienden tambien á los tramos subsiguientes al punto de division por ambos brazos del canal, para evitar la pendiente y velocidad que se daria al agua alimenticia, si únicamente hubiera de partir del estanque superior á lo largo del canal.

2008. Necesidad de receptáculos de agua.

No basta asegurarse de que habrá por término medio en un año suficiente agua para el consumo; se *necesita, además, que este equilibrio exista siempre.* Para ello se dispondrán receptáculos que recojan y conserven las aguas en tiempos de abundantes lluvias; receptáculos indispensables cerca del punto de division y frecuentemente necesarios para los afluentes inferiores de alimentacion. Se les establece de ordinario en los grandes valles cerrados trasversalmente; á los que llega el agua por su parte superior y sale por el fondo.

2009. Trazado del canal.

Seguros por estos preliminares estudios de la posibilidad de alimentar de agua á toda la línea del canal, tenga este uno ó dos brazos, se pasará á verificar su traza desde el punto de division á los diversos intermedios de *servidumbre*; así llamados los correspondientes á esplotaciones industriales, pueblos comerciales, defensas territoriales ó locales, y los rios con que deba concurrir el canal. A veces puede ser preferible, en razon á la economía, unir algunos de estos puntos por medio de carreteras, caminos de hierro, y aun canales secundarios.

«Para hacer la traza de cada brazo del canal, se reconocerá prolijamente el terreno, examinando todas las circunstancias y disposicion del país, repitiendo cuantas nivelaciones sean precisas para adquirir un conocimiento exacto de las desigualdades del suelo; haciendo en este diferentes calas y barrenos hasta la profundidad á que haya de abrirse la escavacion para juzgar de su calidad y consistencia; apartándose, cuando fuere posible, de los suelos pantanosos y de piedra muy extendidos que ofrezcan excesivo costo para obrar en ellos. Asimismo es forzoso aprovecharse de todas las observaciones y experimentos capaces de dar alguna luz, para hacer comparacion de las ventajas y perjuicios que se sigan de las diversas direcciones que se puedan tomar, á fin de elegir con certidumbre la mas favorable. No sucede con los canales lo que con los caminos de primer órden, pues siendo provechoso llevar estos en línea recta, en cuanto sea posible, se encuentran graves inconvenientes para seguir en aquellos la misma práctica.»

«Si determinada la posicion de un canal se hallasen en su direccion algunas montañas de pequeña altura, se verá si es posible circuirlas antes de escavar en ellas la caja de aquel. A este efecto conviene ver comparativa y anticipadamente por medio de los planos, perfiles y memoria el costo y consecuencias que podrá tener en el futuro de hacerlo de una ú otra manera: pues es fácil que por evitar el corte ó mina del monte se tropiece con mayores inconvenientes al tratar de faldearle. Estos se reducen á dos. El uno consiste en quedar expuesta alguna porcion de obra á que la arruine un golpe repentino de las aguas de lluvia ó que provengan del derretimiento de las nieves. Este perjuicio se puede reparar en al-

gunos casos por medio de un contrafoso proporcionado, y algunos husillos ó al cantarillas bien dispuestas para dar salida á las aguas aglomeradas. Pero si la montaña fuere muy áspera y de gran pendiente se unirán las aguas con mayor presteza de la necesaria á su salida; y no hallando suficiente lugar en los contrafosos caerán sobre los diques introduciéndose en el canal, que en poco tiempo le inutilizarán con el limo y tierras que acarrean.

El segundo inconveniente, que aun merece mayor cuidado, es cuando se intente dirigir el canal por las lomas de una montaña muy áspera, visto el gran costo de las escavaciones y la grave dificultad de establecerle sólidamente con sus acueductos, balsas, &, sobre tierras movedizas que provienen del desmonte. No hay inconveniente, sin embargo, en llevarle sobre lomas suaves, con tal de apisonar y dejar reposar las tierras escavadas uno ó dos años, procurando arar ó remover las naturales que les sirven de base para que sea mas compacta la ligazon.»

Será tambien peligroso llevar el canal por un valle estrecho y ceñido de montañas; porque uniéndose en él muchas aguas ocasionarian torrentes capaces de arruinar la obra.

Siempre que se pueda se procurará llevar el canal sobre terreno firme, aunque sea á costa del aumento de longitud: pero cuando no hubiese otro arbitrio que asentarle sobre un arrecife de tierras sobrepuestas, se levantarán en el espesor de los diques buenas tapias de arcilla ó tierra fuerte, de $1^{m},5$ á 2^{m} de gruesas, elevadas $0^{m},3$ á $0^{m},5$ sobre las inundaciones del lugar.

Se evitará tambien, en cuanto sea posible, que atraviese el canal una laguna ó terreno pantanoso, por la gran dificultad de abrir la escavacion y formar los diques sólidamente. Este es uno de los casos en que no se puede escusar el conducirlo por sus márgenes, á no ser que el rodeo fuese tan grande que resultase mas costoso que la operacion del desagüe y demás obras que exigiere.

Un terreno de roca presenta ventajas para el asiento de las esclusas y demás obras de arte; pero puede tambien hacer muy costosos los terraplenes y desmontes. En este caso el canal tendrá no mas que la suficiente anchura para el paso de un barco, haciendo apartaderos de distancia en distancia de bastante capacidad al tráfico ó movimiento probable de los barcos. Si la roca fuere cretácea y con hendiduras se verificarán grandes filtraciones. Un terreno esquistoso tiene el inconveniente de descomponerse al aire y reducirse á lodo con las lluvias y heladas. Si el piso es arcilloso prestará suficiente resistencia al establecimiento de las esclusas, y será cómodo para los desmontes y ápropósito para conservar el agua; pero cuando tiene alguna inclinacion puede suceder que resbalen los terrenos sobrepuestos (véase acerca de esto lo dicho sobre *Saneamiento*). Si el suelo es de grava ó gruesa arena se está expuesto á grandes filtraciones. En fin, cuando es de naturaleza fangosa las filtraciones son aun mayores, á que se agregan las dificultades acabadas de apuntar para los pantanos.

A veces convendrá, por exigirlo así la mejor calidad del terreno, pasar del uno al otro lado de un valle; lo que se hará entre los puntos mas cercanos, y de manera que las vueltas sean lo mas suaves y cómodas, por medio de grandes rádios de curvatura, para que puedan pasar á la vez dos barcos sin tropiezo alguno.

Las esclusas se colocan ordinariamente en los recodos y caidas rápidas del terreno. En ellas es donde generalmente se construyen los puentes de caminos que cruzan el canal, aprochando con este fin su mamposteria que sirve de estribos.

2010. Cuando por este primer trabajo se tengan marcados en el terreno la situacion del punto de division, los receptáculos y acequias de alimentacion, y la direccion y asiento próximo de los dos brazos del canal, se levatarán los pla-

nos y perfiles longitudinales y trasversales en una zona de terreno por lo menos doble de la principal de operaciones; á lo que se agregará una detallada memoria que hable de todas las circunstancias particulares del país ocupado y vecino, acompañando los documentos que se hayan podido reunir acerca de la profundidad de las aguas alimenticias é interior del terreno, por las calas verificadas, noticias adquiridas, y demás estudios hechos que puedan servir para el proyecto. Se harán despues los cálculos de desmonte y terraplen, segun lo dicho al tratar de los caminos, y por fin los correspondientes á las esclusas y balsas, depósitos, acueductos, y demás obras de arte.

El establecimiento de todas ellas, respecto á su resistencia y sistema particular de ejecucion, queda explicado en general en el curso de este Manual (Capítulo 6.°). Para la seccion y caudal de las acequias de alimentacion, y todo cuanto tenga relacion con el movimiento y conduccion de las aguas, se consultará el capítulo 3.°

La pendiente de las acequias no debe exceder de $0^m,1$ á $0^m,5$ por 1000 metros; y si fuere preciso ganar altura para alcanzar la del canal, por exigirlo así las circunstancias locales, se construirán diques en los puntos de cada bocal ó del nacimiento de la acequia, ó bien se verá si para el caso basta disminuir la pendiente. Cuando estas acequias hayan de servir á la vez á la navegacion debe regularse su pendiente, de manera que la velocidad no pase de $0^m,35$ por segundo.

2011. **Plantaciones.**

Convendrá plantar árboles de raices poco profundas y ramas poco abiertas á las orillas de los canales, algo separados de los caminos de sirga, por cuanto embellecen, y fortifican el terreno inmediato del canal, como sucedia en el del Manzanares, pudiéndose utilizar los piés de planta y maderas en reponer los de los paseos y varios objetos de industria y aun de construccion. Los sauces y plantas forragíneas, de raices fuertes y superficiales, sostienen los taludes, disminuyen la evaporacion y forman una red que sirve de revestimiento natural de las tierras.

2012. **Esclusas.**

Fig. 911. Las esclusas pueden ser de una balsa aislada (*fig.* 811) ó de dos ó mas enfila-
Fig. 912. das (*fig.* 912), segun que la caida de agua sea la ordinaria de $1^m,5$ á 3^m, ó que exceda de este número desde la primera á la última balsa en un mismo punto. Las grandes caidas economizan el número de tramos, esclusas y escluseros, haciendo tambien mas corto el tiempo empleado en el tránsito; pero en cambio ofrecen las desventajas de aumentar la altura de terraplen, hacer mas difícil y expuesta la construccion de las esclusas, á causa de la mayor carga de agua; viniendo á ser tan elevadas las obras y puertas de agua abajo que la dificultad de manejarlas por el peso que determinan las dimensiones convenientes á su resistencia y las mayores filtraciones que originan, son motivos suficientes para hacer desistir de este sistema.

El problema acerca de la preferencia que merece uno ú otro medio de construccion de balsas aisladas ó sucesivas cuando la caida es mayor que 3^m es bastante complejo, tanto mas si se hace entrar como término el tiempo de navegacion y los casos de averías y entretenimientos de toda especie. Pueden servir como datos para este caso, primero que el tiempo invertido en el paso de una esclusa ordinaria de $1^m,6$ equivale al necesario para recorrer una estacion de canal de 500^m; y segundo que el costo de una esclusa de igual caida es próximamente el de un tramo de 550^m. En los canales de gran profundidad, un metro en

mas ó en menos de altura de caida, corresponde á $\frac{1}{6}$ ó $\frac{1}{7}$ en mas ó en menos de la carga primitiva.

2013. **Descripcion y uso de una esclusa** (*fig.* 911).

Una esclusa aislada se compone de 3 partes: 1.º la *cámara* de esclusa anterior ó aguas-arriba con sus puertas y muro de caida; segundo de la *balsa* ó cuerpo central comprendido entre las dos puertas, y tercero de la cámara de esclusa posterior, ó aguas-abajo con su puerta.

Las cámaras de esclusa deben ser cuidadosamente construidas para su mayor solidez é impermeabilidad completa; las puertas fáciles de manejar y las dimensiones de la cámara las suficientes para contener un barco de los destinados al tránsito. El cuerpo de la balsa puede ser grande ó pequeño, segun que haya de contener varios barcos, ó solamente dos ó uno; lo que dependerá de la cantidad de agua que alimente el canal, y del tráfico probable ó efectivo. Las balsas grandes no parece tengan mas utilidad que para servir en la union de los canales á los rios ó la mar, ó en los cruceros de dos canales de navegacion, ó, en fin, en los apartaderos ó puntos de estacion. Para no gastar en este caso demasiada agua, y con el objeto de hacer pasar á la vez, si fuere preciso, dos ó mas barcos de iguales ó diferentes dimensiones; ó, por último, para utilizar el poco caudal que pueda haber en verano, no permitiendo salir mas agua que la necesaria al paso de un barco, se disponen dos ó mas balsas unidas y paralelas (*fig.* 912 A), una mayor que otra, que sirvan á las grandes y pequeñas embarcaciones.

En la cabeza de la esclusa, como en su terminacion se distinguen (*fig.* 911), los muros de ala A *a* A *a*, que se redondean en su union con la cámara para evitar la contraccion de la vena fluida y las averias producidas por los choques de los barcos. Estos muros siguen y entran mas allá de los que terminan el tramo; tienen su paramento exterior vertical ó con muy ligera inclinacion, como todos los de la esclusa, y son mas largos á la salida que á la entrada por efecto de la caida del agua. Unidos á ellas estan los dos laterales y paralelos *b b*, en los que existe el rebajo *c c* y saliente *c′ c′* para alojar allí gruesos tablones ó vigas sobrepuestas horizontalmente, de modo que formen una robusta compuerta provisional para el caso de haber de componer las puertas de esclusa. Los muros *z z* de piedra de primera calidad, son los de apoyo de las puertas, y entre los que se ejerce su presion. En su parte inferior hay una piedra mas saliente que lleva una crapodina macho para alojar la hembra esférica del batiente de cada puerta: en la parte superior hay un collar fijo á estos muros *z z*. En ellos estriba el *gran humbral ó solera angular r* (*fig.* 911) que sirve de apoyo á las puertas y cierra con ellas el paso del agua: en la figura 913 se vé el perfil de este humbral. Se compone de cuatro piezas fuertes en forma de una armadura triangular con su pendolon: su gran tirante se apoya en el trasdós del tablero de piedra dura *u u*, cuya montea se vé en la figura 914: tablero que es mayor en la cámara inferior por razon de la mayor altura de las puertas y la consiguiente presion, como tambien porque lo permite la extension de los muros laterales. El ángulo que forman los pares del humbral ó solera angular, y por consiguiente las puertas cuando están cerradas, será de 54°,74′ á 71°,34′ (1405); ó segun Millington se determinará tomando $jj = \frac{1}{5}\,tt$ (*fig.* 911) para cuando la altura de caida no exceda de 1^{m},5 á 2^{m},6; y $jj = \frac{1}{4}\,tt$ cuando fuere mayor; y por último, $jj = \frac{1}{6}\,tt$ cuando la expresada altura fuese inferior á 1^{m},5. La diferencia de nivel *h h* del tablero al fondo superior de la esclusa es de 25 á 30 cent^{s}., y como $\frac{1}{3}$ de esta altura la que conservan las puertas sobre el mismo fondo, para que no les impida su marcha el limo ó tierras que el agua vá depositando allí.

Las puertas (*fig.* 915 á 917 y láminas 123 á 126) son rectas ó curvas (1405), cuyo giro se facilita á veces en las mayores con roldanas que, pasando sobre planchas ó carriles de hierro firmemente colocados en la esclusa, ayuden á los largueros de traslapo y argollas ó collares. Sin embargo de la ventaja de estas roldanas se renuncia en algunas partes á ellas en razon al impedimento que ofrecen los depósitos de tierras arrastradas por las aguas. Para evitar el choque de las embarcaciones con las puertas, y asegurarlas mejor ó hacer que permanezcan mas inmóviles cuando están abiertas, se practican en los diques los rebajos *x x* suficientes para contenerlas á la línea ó un poco mas interiores que los paramentos. Para cerrarlas ó abrirlas se hace uso de una palanca de contrapeso *k l* ó de tornos y cadenas en el caso de ser las puertas de bastante amplitud. El sistema representado en las láminas 126 y 127 es sencillo y de muy buen efecto.

En las esclusas grandes y profundas se hacen unos conductos de ladrillo *m m* entre el macizo del dique, para alojar en ellos tubos de hierro, cerrados por compuertas en su extremo superior, que sirven en vez de postigos para trasladar el agua sin salto desde la cabeza de la esclusa á la balsa.

Las láminas 126 y 127 manifiestan con todos sus detalles las puertas de la esclusa de la moneda sobre el Sena en París, y el dique y presa movible á ella unido. Ambas obras son de palastro.

2014. Paso de un barco por una esclusa sencilla ó doble, &.

Suponiendo que el barco haya de pasar del tramo inferior al superior, se le hará desde luego entrar en la balsa, que mantiene constantemente el agua al nivel de la del tramo inferior. En seguida se cierran las puertas de este lado y se abren los postigos de los superiores. El agua crece en la balsa y el barco se eleva con ella hasta que queda á nivel de la del tramo superior. Entonces se abren estas puertas y pasa el barco. Si hubiera otro para descender ó pasar al tramo inferior, se aprovecharía el agua introducida en la balsa, operando de un modo inverso. El tiempo que se tarde en llenar la balsa (728) dependerá de la magnitud de esta y del uso que se haga de uno ó dos postigos.

Con igual sencillez se ejecutará la maniobra en cualquiera otra balsa doble ó triple, abriendo una ó todas las puertas á la vez, segun el número de barcos que hayan de pasar.

En el caso de cruzarse dos canales, ó un canal y un curso cualquiera de agua navegable, de los cuales el uno tuviese distinto nivel que el otro (*fig.* 912) se pondría doble juego de puertas en contraria posicion para manejar libremente el agua y proporcionar en la balsa el nivel conveniente con uno ú otro canal ó rio, sirviéndose de los postigos ó conductos indicados en el número anterior: por cuyo medio podrán entrar en la balsa los barcos, de cualquiera parte que vengan, y darles paso desde ella á donde les convenga.

2015. Ejecucion de las esclusas.

Para la construccion de las esclusas puede emplearse el ladrillo ó mampostería ordinaria con buena mezcla hidráulica en las paredes y piedra cortada en los coronamientos, ángulos, tableros, y aun en los diques donde van las puertas. En el interior de los muros y parte inferior de la balsa debe ponerse una faja de hormigon hidráulico para impedir las filtraciones.

En terreno de roca sin hendiduras ó grietas no habrá necesidad de zampeado en el fondo; siendo suficiente para los muros hacer entalladuras de $0^m,7$ á 1^m en que asiente la piedra de los diques. Mas si el terreno estuviese agrieteado se deberán construir fuertes zampeados para resistir á las presiones de abajo arriba producidas por las filtraciones cuando la balsa está vacía. Si el terreno es ordi-

nario pero resistente, se escavará á cierta profundidad y se establecerá el zampeado con fuertes maderos que formen parrilla algo cóncava, rellenando los huecos con buena argamasa y clavando encima un entablado. Si fuere compresible el terreno se pondrán pilotes, parrilla, &., al modo como indica la figura 911, extendiendo hormigon en toda el área de la esclusa. Los tablones serán bien unidos y de 3 á 4 pulgadas ($0^m,06$ á $0^m,09$) de espesor. En todos casos el piso de la balsa, como asímismo el de las cámaras de esclusas, pueden afirmarse con una ó dos hiladas de sillería adovelada para resistir con su peso y corte á la presion de abajo arriba que motivan las filtraciones. Para cuando el suelo fuere desigualmente compresible se pondrá doble emparrillado y doble piso. A veces convendrá cimentar los muros sobre arcos inversos de ladrillo.

En parajes donde haya necesidad de desagües se usarán los medios explicados en el capítulo 6.º para esta clase de construcciones. En el canal del Ródano al Rhin, se empleó con buen éxito la fundacion sobre una gruesa capa de hormigon hidráulico. Si hubiere fuentes ó manantiales de alguna consideracion se establecerán entre las mamposterías y zampeado pequeños tubos de fundicion por donde puedan pasar las aguas manadas al tramo superior ó inferior.

Para las puertas de esclusa véase lo dicho en el número anterior y el 1405.

Los puentes que sea necesario construir en las esclusas para el paso de un camino, serán de arcos rebajados, fijos ó giratorios. En varias partes, sin embargo lo son de medio punto.

2016. **Encuentro de un canal con un curso de agua.**

Cuando pase algun canal de navegacion por un país cruzado de arroyos ó riberas, mas ó menos torrentuosas, se determinará con repetidas nivelaciones la altura que tomarán las aguas en las mayores avenidas respecto al lecho del mismo canal; á fin de ver si podrán llevarse estas aguas por acueductos practicados bajo el fondo, hallando despues libre salida. Lo propio se hará para las que provengan de las lluvias y derretimiento de las nieves. Se estudiará, por consiguiente, con detencion este problema, del que ha de resultar la posicion mas ventajosa que debe darse á estos acueductos, practicándolos con dos ó mas brazos si no hubiese profundidad suficiente para que resultase uno solo de bastante magnitud á la acumulacion de las aguas.

Cuando las de los fosos y zanjas de una y otra parte del canal se hallen de nivel próximo con las de este, será mejor darles paso por medio del canal, haciendo uso de esclusas construidas en el macizo de los diques y manejadas con sus dobles compuertas. Pueden tambien usarse tubos sifones de fundicion, madera ó barro, de magnitud proporcionada al caudal que haya de pasar.

Convendrá tambien encaminar las aguas de la ribera mas elevada por la acequia que las recibe hasta llegar á la mas próxima esclusa, donde se hará un acueducto recto que les dé paso al otro lado.

Si la superficie de las aguas corrientes estuviese de nivel con el fondo determinado del canal, y no hubiera medio de darles salida por otra parte mas baja ó elevada, se dispondrá el acueducto de forma que á la entrada y salida tenga un poza ó depósito de mampostería y de suficiente capacidad; el primero para retener la arena y tierras conducidas por el agua, y el segundo para evitar las socavaciones á que daría lugar la velocidad del agua por efecto de la pendiente que se debiera dar al acueducto.

Si hay que atravesar algun valle por donde pasen rios ó torrentes, cuyas aguas se conserven siempre debajo del lecho del canal, se levantará un puente acueducto del suficiente número de arcos para cada paso. Hecho el puente se cubrirá el trasdós con una buena capa de argamasa que impida las filtraciones

del agua. La anchura de estos puentes será poco mayor que la de las esclusas, dejando á uno y otro lado una banqueta de piedra de 2^m de ancho, para servir de camino de sirga.

2017. Navegacion con poco gasto de agua.

Estanques laterales. Sucede en algunos paises no ser posible hallar suficiente cantidad de agua en los puntos de division y otros inferiores para subvenir á las necesidades de la navegacion por un canal; lo que ha motivado se discurran medios oportunos para disminuir el gasto.

Uno de los principales elementos de este consumo es el paso por las esclusas, á consecuencia de lo cual se propusieron varios medios ingeniosos para aprovechar la mayor parte del agua empleada. Los *estanques laterales,* por medio de los cuales se conserva gran parte del agua que ha servido para el paso, es uno de ellos. En una esclusa ordinaria, por ambos costados y á diferentes alturas, se construyen 3 de estos depósitos con ladrillo y mezcla hidráulica, de modo que queden en comunicacion directa con la balsa por un tubo ó conducto con su compuerta para interrumpir á voluntad la comunicacion, al modo como se indica en la figura 911 en v, v' v''. Para comprender el uso de estos estanques supongamos que estando vacíos y cerradas sus compuertas desciende un barco: abiertos los postigos de la puerta de agua-arriba y cerrada la inferior, se llenará de agua la balsa, como ya sabemos; el barco pasa á ella y se cierra la puerta superior. Los conductos de los estanques se hallan todos inferiores al nivel del agua; de modo que, abriéndolos sucesivamente, empezando por el superior, y cerrando sus compuertas á medida que, bajando el agua de la balsa, vá quedando esta inferior á ellos, resultará que cuando se haya llenado el estanque de abajo la balsa no contendrá mas agua que la necesaria á la flotacion del barco, quedando de nivel, ó poco mas elevada que la del tramo inferior. Abierto el postigo de la puerta agua-abajo de la esclusa, se marchará la muy poca agua sobrante, que será la única desperdiciada. Para subir el barco tendrá lugar la operacion inversa, abriendo sucesivamente las compuertas de los estanques hasta que vacie su agua el mas elevado: la que falte lo suple el tramo superior.

El solo inconveniente de este sistema es el mucho tiempo empleado para la maniobra, que llega á 10 minutos.

2018. Pozos de inmersion.

Otro medio para el paso de los barcos, empleado por M. de Betancourt, y que acelera mas la operacion, consiste en un pozo ó cámara rectangular construida á uno de los lados de la esclusa, con la que comunica por medio de un acueducto. En ella se contiene un volúmen de agua determinado, cuyo nivel sube y baja á voluntad, correspondiendo sucesivamente al de los tramos superior é inferior, por medio de un flotador ó cuerpo de sumersion. Este viene á ser un fuerte cajon del tamaño suficiente al efecto que se debe producir, bien calafateado y lastrado, que sube y baja por causa de un contrapeso que mueve una máquina de palancas ó ruedas dentadas. La curva descrita por el centro de gravedad del contrapeso debe ser un arco de círculo, segun M. Betancourt. Un hombre solo basta para el ascenso del cajon.

2019. Planos inclinados.

En sustitucion de las esclusas, particularmente en las grandes caidas de terrenos, donde son necesarios muchos tramos pequeños y esclusas enfiladas, se puede hacer uso de planos inclinados para el ascenso y descenso de los barcos. En Francia, Holanda, Inglaterra, y Estados-Unidos se ven muchos de estos planos para diferentes caidas y longitudes. M. Betancourt establece para límites

de inclinacion de 8° á 25° ó 0^{m},07 á 0^{m},47 por metro. En el canal de Shrosphire (Inglaterra) hay tres planos que suben 30^{m},5, 36^{m},4 y 63^{m} en las longitudes 293^{m}, 548^{m} y 320^{m}. En Holanda hay muchos de 0^{m},2 de pendiente por los que suben barcos de 6 á 8 toneladas con la fuerza de solo un hombre y una rueda de 7^{m} de diámetro.

Los planos inclinados son de piedra, ladrillo ó madera. Se establecen sólidamente y sobre ellos se coloca un ferro-carril por donde ruedan los cajones ó cunas en que reposan los barcos ó balsas movibles en que estos se sumergen. Colocada la cuna en la parte inferior, del ferro-carril y debajo del agua, é introducido y asegurado en ella el barco, se tira de cadenas que se arrollan á un cabrestante hasta que llegue aquel á la parte superior y aun mas allá; pues el plano y ferro-carril penetran á bastante distancia dentro del agua calculada para que el barco pueda quedar á flote. Para economizar la fuerza motriz se puede, como en los caminos de hierro, utilizar el descenso de los barcos llenos para subir otros vacíos, á cuyo fin se pondrán en el plano inclinado dos ferro-carriles. La maniobra se hace con tornos movidos por hombres, caballos, ó máquinas de vapor, tardándose mas ó menos segun el medio y fuerza empleada. Generalmente no se gastan á mano mas que 16 minutos por cada barco; pudiendo descender 30 cargados y subir 30 vacíos en el espacio de 8 horas á unos 40^{m} de altura.

Los planos inclinados se aplican ordinariamente á los pequeños canales de navegacion. En el de Morris (Estados-Unidos) tiene cerca de 3^{m} de anchura. El metro corriente costó con sus balsas movibles, cuna, cadenas, &, unos 11300 reales, mientras que el metro corriente de pequeña esclusa en el mismo canal salió á 25200 reales, ó sea mas del doble.

ARTÍCULO II.

Canales de Riego.

2020. **Principios generales para el trazado y ejecucion.**
Despues de lo dicho en el artículo anterior, y visto cuanto en esta clase de obras tiene relacion y se contiene en los capítulos 3.°, 6 ° y 7.°, poco será lo que hayamos de agregar para el completo conocimiento de los principios y fundacion de un canal de riego.

1021. Con este fin se empezará por examinar detenidamente y con madura reflexion las circunstancias particulares del terreno, y el asiento del rio que haya de suministrar las aguas, recorriendo su curso hasta encontrar un punto ventajoso y suficientemente elevado para establecer la presa que dé principio al canal; de tal modo que este y las acequias principales se puedan conducir por los terrenos mas altos para alcanzar el riego á la mayor extension posible de sembrados. La presa debe estar entre márgenes firmes y elevadas, y tener la menor altura que se pueda para evitar las inundaciones en tiempos de avenidas: mas si no pudiera haber lugar á lo primero será preferible llevar mas adelante el sitio del bocal, ganando en esta mayor longitud la altura que hubiera de tener la presa. Si tampoco fuera dable conseguir esta ventaja, se dejarán en la presa portillos de desagüe para abrirlos en tiempos de lluvia.

Elegido el punto en que se ha de colocar la presa para la toma de las aguas, se verificará la medida exacta del caudal, haciendo esta operacion en la época de las menos abundantes, que es cuando mas ha de necesitarse el riego. Se verá, en consecuencia, si producen la suficiente para todas las necesidades del campo que se trata de fertilizar, contando para ello con la que se destine á las huertas, arbolados, y aun fuentes públicas, si tal fuere la condicion del problema, sin olvidarse de anotar las mermas que pueden ocasionar las filtraciones y evaporaciones. Para el cálculo de la que se necesitará en el riego de los campos se atenderá á la cualidad absorvente del terreno y el grado de humedad y número de riegos que por año necesiten las diversas plantas, á cuyo fin se consultarán los mas acreditados escritos de agricultura. En España puede servir de dato que la altura de agua que se computa necesaria para un buen riego varía entre 2 y 5 pulgadas (0^m046 y $0^m,115$) ó $0^m,07$ en término medio, segun la calidad de las tierras y lo poco ó mucho que hayan sido laboreadas para recibirle. En cuanto al número de riegos que necesita cada especie de cosecha se estima por lo general en 3 para el trigo y panizo negro; 1 á 2 para la cebada; 5 para el maiz, habas y demás legumbres: 4 anuales para las olivas y viñedos; 12 para pastos y árboles frutales, y 50 para huertas. Uno de estos riegos se dá siempre en la época de la siembra.

En general, teniendo en cuenta el gasto ó consumo de agua en varios paises meridionales como España, se procurará que la cantidad para el riego sea de $\frac{1}{2}$ á 1 litro por segundo y hectárea; con lo cual habrá para todas las necesidades y ocurrir á las pérdidas por evaporacion y filtracion, reguladas en un 20 por 100 si el canal es de considerable longitud, y bastante mas, si fuese corto.

Esto, sin embargo, no es regla general que deba tomarse en absoluto, pues no es posible calcular el agua necesaria para un riego determinado, problema que depende de multitud de circunstancias particulares en cada localidad, tales como

el clima seco ó lluvioso, permeabilidad del suelo, clase de cultivo, propiedad mas ó menos absorvente de las plantas, aguas claras ó limosas, y aun la inteligencia del labrador. Pero en comarcas poco extensas no habrá dificultad en fijar de antemano la cantidad de agua necesaria, que no subirá de la anteriormente indicada de ½ litro por 1″ y hectárea, siendo la de 1 litro un límite superior suficiente á huertas y arrozales, no obstante que haya puntos, donde esta cantidad sea mayor, circunstancia que no explica otra cosa que superabundancia de agua sin aplicacion ó irregularidad en el reparto.

2022. Cuando no haya arroyo ó rio de donde tomar el agua, ni fuente que los suplan, se puede acudir á uno de los cuatro siguientes medios.

1.° A recoger las aguas pluviales.

2.° A contenerlas á su paso por barrancadas formando grandes rebalses ó pantanos.

3.° A abrir pozos ordinarios y aplicar la noria á bomba ú otra máquina elevatoria.

4.° En fin, á abrir pozos artesianos donde se presuma pueda tenerse bastante caudal.

Fuera de este último medio, todos los demás los tenemos aplicados en España, y no hay inconveniente en multiplicarlos, antes bien seria muy beneficioso á la agricultura segun sucede en Vinaroz, Benicarló, Daimiel, Alicante y otros mas puntos, donde se ven millares de norias y balsas receptoras del agua de lluvia.

2023. **Balsas.** De dos modos se aprovechan las aguas pluviales: uno, el mas sencillo, se reduce á abrir en los terrenos inclinados varias zanjas horizontales á donde concurran las aguas llovidas, dándolas tiempo de filtrarse bien por todo el terreno, que, en consecuencia, quedará dispuesto á recibir la siembra ó plantaciones que convengan. De esta manera, á mas de aprovechar bien las aguas, se evita formen con su corriente torrentes peligrosos ó de ninguna utilidad.

El otro medio consiste en convertir en azotea el cerro ó terreno receptor del agua, abriendo á la altura que se quiera una zanja general, que se reviste de mampostería si el terreno es permeable, dándola pendientes encontradas hácia el centro, donde se hace la entrada de una gran balsa, tambien revestida, en que se depositará el agua caida.

La extension de una balsa de riego depende de la que tenga el terreno comprendido por las zanjas, pudiendo ser tal que se riegue con ella sola una gran comarca. La balsa de García en Alicante, construida en 1796, tiene 124^m de largo por 40^m de ancho y 4^m de profunda, pudiendo contener 19840^{m3} ó 19'840.000 litros. Si la altura de la capa de riego es de 5 centímetros, se tiene agua para 396800 metros cuadrados, ó cerca de 40 hectáreas. Repetida esta construccion en varios sitios se podrá tener agua sobrada para las heredades de elevacion media de cada jurisdiccion, y aun tambien para las mas altas si se aplica á la balsa una bomba ó noria.

Si hubiere un manantial ó pequeña corriente de agua, como en la balsa de los Frailes en el mismo Alicante, que dá 3 litros por 1″, se canalizará desde luego, regando cada semana cuatro hectáreas, ó se construirá, como allí, una balsa de 40^m por 20^m y 3^m de profunda, á donde concurre el agua del manantial y lluvias, para regar en 15 dias 2 á 4 hectáreas, ú 8 cada mes y 80 al año.

Este sistema de balsas es bastante conocido en varios puntos de Castilla para detenernos mas en su descripcion.

2024. **Pozos y norias.** Respecto al 2.° medio de obtener agua de riego, abriendo pozos y empleando norias, fácil será conseguirlo, pues en todos los terrenos se halla el agua á mas ó menos profundidad: y cuando esta no pasa de 5^m se

elevan con una noria ordinaria (que solo cuesta 1000 rs.) 50 metros cúbicos diarios si á ella se pone una caballería mayor que trabaje 2 horas y descanse otras 2 en el dia laborable de 10 horas. Si hubiere dos caballerías el producto seria próximamente doble; y en este caso se podrian regar por dia 2000^{m2} de tierra, y en 5 dias una hectárea. Supuestos 200 dias no mas de trabajo de la noria al año, se tendrá con dos caballerías el agua necesaria para regar dos veces 20 hectáreas ó 31 fanegas de grano.

En Vinaroz y Benicarló hay mas de 900 norias y poco mas ó menos en Murcia. En Daimiel existen 8 á 9000 sobre pozos de 7^m de profundidad, que producen riego para 1 legua cuadrada.

Uno de los medios de aumentar el agua de estos pozos es abrir cerca de su fondo varias galerías radiantes, ramificadas despues en mas ó menos extension. En este caso, multiplicada el agua del pozo, se puede aplicar á la noria un motor de mas velocidad que las caballerías, ó bien sustituirla con una bomba movida por el vapor, el aire calentado ó el viento. Pero antes de obligar al pozo á un gasto de consideracion, será menester cerciorarse de la fuerza del manantial que le alimenta, procurando no sacar nunca mas agua que la manada; y para saber la que esta es se procede al agotamiento rápido por medio de una ó dos bombas movidas por vapor, y midiendo de cuando en cuando el nivel, que no debe bajar si la alimentacion es superior al gasto producido. Si hubiera pozos en las inmediaciones se visitarian tambien y se mediria el descenso del agua en ellos; que cuando tenga lugar indicará la disminucion de la vena fluida comun á todos.

2025. **Pantanos.** El tercer método de hallar agua, consiste en la formacion de pantanos, esto es, en la detencion y rebalse, por medio de una gran presa, de toda el agua que en tiempo de lluvia corre por barrancos y gargantas ó grandes arroyadas, ya estén secas luego que no llueve, ya corra por ellas algun filete producido por uno ó varios pequeños manantiales. Tales son en España, el pantano de Almansa, alimentado por 5 manantiales y el agua llovida, el cual riega 1400 hectáreas: el de Nijar sobre el torrente Carrizal, que contiene $15'000,000^{m3}$ y riega 13000 hectáreas dos veces al año, cada una con 550^{m3}, lo que hace de 5 á 6^c de altura la capa de riego: el de Lorca, alimentado con el agua pluvial y la poca que lleva el rio Guadalantin, con la que se riegan 11000 hectáreas: el de Alicante que detiene el torrente Monegre y hace $3'700.000^{m3}$ para regar dos veces 3700 hectáreas: y por último, el de Elche, cuyas aguas son las del rio Vinolapo, que produce caudal para regar 12000 hectáreas.

Los riegos que se hacen de este modo son los mejores de todos, á causa del beneficio que llevan las aguas torrenciales, tomando á su paso el limo de las tierras que recorren de marga arcillosa ó caliza y humus, que en Lorca llaman *tarquin.* Verdad es que en cambio este limo y otras materias que le acompañan, reposando en el pantano despues, forman una sólida capa que se apelmaza sobre la presa y no deja salir el agua, teniendo que valerse para ello de los métodos empleados en el Mediodía de España, idénticos todos al que vamos á describir de la presa de Alicante, la mejor de todas ellas y el verdadero tipo de este género de obras.

2026. **Presa de Alicante.**

Se halla situada en Tibi, sobre una estrecha garganta de roca, á 12 kilómetros de la Huerta. Tiene (siguiendo la configuracion del suelo) 9^m de ancho en el fondo y 58^m en la cresta ó coronamiento, siendo su altura de $42^m,20$, y hasta la galería de descarga ó *desarenador* 41^m. Su traza es un arco de círculo, estribado entre las rocas, presentando su convexidad aguas arriba. El espesor en la base es de $33^m,70$ y en el coronamiento 20^m, el cual tiene una inclinacion de 1^m hácia la corriente. El paramento es seguido ó liso, y tiene un talud de 3^m, y el exterior está

escalonado. El material es de sillería bien aparejado en su exterior, teniendo las piedras 90 por 45^c, y el interior de mampostería ordinaria. Con todo lo cual, calculada la presa, aun bajo el supuesto de ser en línea recta, se vé que la sobra resistencia, pudiendo haberla dado 25^m de espesor en la parte inferior, y 15^m en la superior. Se comprende así que en tres siglos que lleva de servicio no haya sufrido el menor contratiempo: verdad es que su construccion es perfecta como obra del famoso Herrera, segundo arquitecto del Escorial.

2027. *Toma de agua.* El agua para el riego se tomó de la manera siguiente. Paralelamente á la cara interior de la presa y en uno de sus costados, se abre un pozo á 0^m,60 del paramento, de 0^m,8 de diámetro, siguiendo desde el coronamiento al fondo ó solera. Este pozo, que despues corre en túnel al través del muro para salir por una compuerta del arroyo, acequia ó conducto que lleva las aguas á la Huerta, se halla en todo el paramento interior de la presa penetrado por dos órdenes de barbacanas ó ventanillas de 0^m,11 de ancho y 0^m,22 de alto, distantes entre sí 0^m,3 horizontalmente y 0^m,41 verticalmente, siendo en todas 51 pares, y de ellas la primera superior empieza á 6^m,88 de la cresta, y la inferior á 2^m del suelo, estando el primer metro cubierto con dos piedras de 2^m de lado para entrar en el pozo despues de la limpia del pantano.

A causa de estas barbacanas las aguas pueden entrar en el pozo, sea la que quiera la altura del limo acumulado, pero como sus dimensiones son pequeñas, no permitiendo entrada á cuerpos flotantes de alguna importancia, queda siempre el pozo y galería inferior de desagüe libre de todo obstáculo, siendo constante la corriente del agua hasta los terrenos de la Huerta en cuanto se abre la compuerta del desagüadero. Este se halla en la parte exterior y baja de la presa, dispuesto en su piso superior á la salida del agua, siendo la compuerta de bronce, de 5 centímetros de espesor y 44×65 de ancho y largo, la cual corre entre resbaladores de hierro y está unida á una barra dentada que engrana en una rueda que lleva el eje de la maniobra. Un hombre solo abre y cierra la compuerta sin esfuerzo, sea cualquiera la carga efectiva del agua.

2028. *Desarenador y limpia.* En la parte central é inferior de la presa se abre una galería de desagüe y limpia, al través de todo el macizo, galería que gráficamente llaman *desarenador*, y se compone de dos partes: una al principio ó en contacto del lago, donde se halla el *porton*, de 2^m,70 de largo por 1^m,30 de ancho y 2^m,10 de alto; y la otra, que es el resto hasta la salida, y tiene la forma de un embudo por las mayores dimensiones que adquiere por unidad de longitud, empezando la seccion de 3^m de ancho por 3^m,30 de alto, y concluyendo en 4^m por 5^m,81: disposicion muy conveniente (que por desgracia no se ha imitado en las demás presas) para facilitar la salida del légamo y arenas acarreadas, dejándolas capacidad donde esparcirse ó impidiendo se detengan en la galería como un poderoso obstáculo á la corriente que tanto perjudicaria á la obra y tanto expondria á los trabajadores encargados de la limpia, si dada esta detencion, tuvieran necesidad de remover la masa arenosa. El suelo tiene una ligera pendiente y está embaldosado con sillares, y el techo es abovedado.

El porton se reduce á una fila de maderos machiembrados entre sí é incrustados verticalmente en la bóveda y piso; sujetos, despues de calafateados, por otra fila en sentido horizontal y apoyado con dos órdenes de tornapuntas.

2029. Al hacer la limpia se empieza por quitar los tornapuntas y una parte de los travesaños. Despues se barrena uno de los postes verticales y se observa si las arenas hacen ó no movimiento alguno. Generalmente permanecen firmes y dan lugar, no solo á ir cortando los postes, y sacarlos todos, si no tambien á cavar algun tanto el légamo, que aparece compacto y unido: pero esta operacion es

expuesta y el solo defecto de que adolece la presa que nos ocupa. Es mejor, segun se manifiesta con la de Elche, cerrar con los postes simplemente apoyados en un dintel ó resalto de la bóveda, sujetando el todo con tres travesaños y los tornapuntas: de este modo, quitados los últimos y aserrados dos travesaños, y despues el tercero hasta poco mas de su mitad, y preparada una cámara superior á la galería, donde suban los trabajadores mientras se hace la evacuacion, solo queda por tumbar el porton; lo cual se consigue tirando de una cuerda para hacerle girar si antes no lo hizo la presion de las arenas.

Como despues de 4 ó 5 años han adquirido estas un fuerte grado de compactibilidad, hay necesidad de precipitar la operacion hincando desde lo alto de la presa una aguja de hierro, que para Alicante tiene 18^m de largo por 6 centímetros de espesor, la cual penda de una cuerda que pasa por una polea dispuesta en el extremo de un pescante arrollándose á un torno. Así, el peso y golpes sucesivos de la barra la obligan á penetrar en la masa legamosa hasta llegar á la abertura del desarenador. Cuando esto sucede el agua se precipita en el agujero con toda la fuerza de su carga, rompe la débil pared que se opone á su paso y penetra en la galería, empezando bien pronto á bajar el fango mezclado con el agua, que sale con súbita rapidez y gran ruido, destrozando cuanto encuentre á su paso hasta que el pantano ha quedado limpio de todas las materias que en él se contenian. Para conseguir mejor la operacion es preciso aguardar haya sobre el fango 3^m á 4^m de altura de agua.

En la multitud de veces que por espacio de tres siglos se ha verificado la limpia de este pantano del modo acabado de explicar no ha sucedido desgracia alguna, pero indudablemente será mucho mas segura la operacion y mas breve por el sistema de apertura establecido en Elche, acompañando la galería de seguridad sobre la del desagüe.

2030. La tabla siguiente explica las dimensiones de todas estas presas, como asimismo las correspondientes á Vadelinfierno en Lorca, no obstante no estar en uso, y la de Puentes, perforada en su base á principios de este siglo por defecto de cimentacion, y de pié todavía como si fuera un puente de grandes estribos.

	ALTO.	LARGO.	ESPESOR. BASE.	CRESTA.
Alicante. Su traza en arco de círculo de rádio $r = 107^m$ y 4^m de flecha	m 42,70	m 58	m 33,10	m 20
Nijar, sobre la garganta del Carrizal	51	44	20,60	9,80
Elche. En arco de círculo, de $r = 26^m,14$	23,20	70	12	7
Almansa. Id. de $r = 26^m,24$	20,70	89	10,20	4
Puentes. Su traza poligonal, con tres lados rectos	50,06	28,20	46	10,90
Valdeinfierno. Id. de 7 lados	35,50	»	39	30
Lozoya. Traza recta	32	72	39	6,10

Esta última, como la mayor parte ó todas las que se hacen en Europa sobre terreno poco accidentado, no tiene desarenador, pues llegando el agua con poca fuerza solo viene á enturbiarse en las grandes crecidas, siendo poco sensible ó inapreciable el depósito limoso que deja. Bastan en este género de presas las galerías de descarga y desagüe que llevan á derecha é izquierda, de que despues se hablará.

En 1788 se empezó en Gasco sobre el Guadarrama otra presa gigantesca, de 251^m de longitud su traza recta, que debia alcanzar 93^m de altura. Desgraciadamente su formacion era demasiado defectuosa, consistente en dos muros de $2^m,80$ de esperor, ligados por otros trasversales que dejaban varios compartimientos,

rellenos despues de piedra en seco mezclada de greda: resultando de aquí que las lluvias de 1799, cuando la construccion llegaba á 57^{m} de altura, hinchasen la greda del relleno y se produjese una gran fuerza de presion que destruyó una parte del muro exterior, quedando desde entonces paralizada tan importante obra.

2031. **Proyecto de canalizacion.** Hechos todos los estudios preliminares se pasará á la formacion de los perfiles longitudinales y trasversales, y al levantamiento del plano general en que se anoten con exactitud los principales puntos concernientes al proyecto, marcando con precision y claridad, y en escalas de suficiente magnitud, todos los accidentes del terreno, particularmente el de asiento del canal; á todo lo cual acompañará una memoria descriptiva del proyecto y demostrativa de la disposicion y naturaleza de las diferentes tierras y heredades que se han de regar, como de la situacion, curso, cantidad y calidad de las aguas destinadas á este fin.

2032. La direccion y curso del canal ó acequia seguirá desde la presa hasta el paraje mas lejano que comprenda el regadío; procurándole dar la pendiente que se marca entre su límite para cada clase de terreno en la tabla inserta en el número 749. Y siendo conveniente sostener su altura cuanto sea posible, se llevará contorneando los montes y collados, evitando saltos y haciendo acueductos donde no fuese posible atravesar de otro modo alguna cañada que se opusiera á su curso y direccion: acerca de lo cual se tendrán presentes los principios establecidos para los canales de navegacion, ya fuera el suelo de roca ó tierra, calizo ó pantanoso; ya se presente una loma muy pendiente ó una montaña que hubiera de horadarse; lo que se debe evitar siempre que se pueda, como asimismo el de llevar el canal por terrenos salitrosos: por el contrario, si los hubiese de marga ú otro producto provechoso á la agricultura, se dirigirá por él el canal aunque sea á costa de algun rodeo.

Para las escavaciones, desmontes, terraplenes, construccion de diques, puentes, acueductos, túneles, desaguaderos, esclusas de compuertas, &, se observará lo explicado para los canales de navegacion. Cuando hubiere necesidad de descender rápidamente, se formará un salto por medio de una esclusa, aprovechando entonces la caida del agua para dar movimiento á un molino ó cualquiera otra fábrica que se deseara establecer. Para evacuar el canal en tiempo de avenidas, cuando hubiera de hacerse alguna reparacion ó limpieza de su fondo, se dispondrán almenaras de trecho en trecho por donde se derramen las aguas á las acequias abiertas con este objeto; sin cuya precaucion puede cegarse el canal é inutilizarse en pocos años, exponiéndose los campos á perjudiciales inundaciones. Estas acequias se harán desembocar en los arroyos y thalwegs de las cañadas, ó en los terrenos bajos y estériles.

2033. **Distribucion de las aguas.**

Del canal principal nacen brazos ó canales secundarios de que se derivan otras acequias subalternas para la distribucion de las aguas. Unas y otras deben acomodarse á la irregularidad del terreno para sostener la altura del agua todo cuanto sea necesario, hasta que las tomen las zanjas y regaderas que las conduzcan á las heredades. Los canales secundarios tienen en su nacimiento esclusas de compuertas, y otras varias en su curso para detener el agua y obligarla á fluir por las acequias de distribucion, que las recibirán por medio de pequeños portillos, capaces de hacer pasar las correspondientes á cada interesado.

En vez de acequias de distribucion pueden hacerse estanques de reparto, de donde salen en pequeñas acequias ó regaderas las respectivas á cada heredad.

En el capítulo tercero se contienen todas las reglas necesarias para la distribucion proporcionada que debe hacerse de las aguas, y por consiguiente de la capacidad y pendientes que deben tener los canales secundarios y acequias de distribucion, disponiendo esta de manera que no se beneficien unos campos en perjuicio de otros.

Terminado el canal se ajustará facilmente la proporcion con que hayan de contribuir los interesados por el beneficio de cada fanega ó hectárea de tierra; siendo igualmente sencillo, como necesario, establecer una buena policía para el arreglo y órden de los riegos generales y particulares, y cuanto corresponda al entretenimiento de los molinos y demás fábricas dependientes del canal, segun dispone la ley de aguas y se practica de antiguo en el Mediodia de España.

2034. **Riego de Madrid.**

En Mayo de 1863 hizo y presentó el acreditado Ingeniero D. Juan de Ribera, Director del canal del Lozoya, el proyecto de acequia para aprovechar las aguas restantes del acueducto (50.000 rs. font.) en el riego de la jurisdiccion de Madrid: proyecto que se puede ver en la lámina 133, por el que se asegura dar agua sobrada á 2000 ó 2500 hectáreas de tierra, y aun 3000 si se establece el conveniente número de norias ó bombas que de la misma acequia eleven el agua á los terrenos mas altos, convirtiendo las cercanías de la capital de España en un ameno jardin y productivo campo, de que es elocuente muestra la prueba que el Sr. de Ribera hizo por cuenta de la Empresa del Canal en las inmediaciones del depósito plantando moreras y sacando seda de buena calidad, que en el primer año le dió un beneficio de mas de 100 p. %.

Lám. 133

Este canal de riego era una de las soluciones que trajo consigo el agua tan suspirada del Lozoya, cuyo inmenso beneficio debió procurarse desde el mismo dia en que el rio penetró en el depósito del Campo de Guardias. Pero si no sucedió así por razones que no se nos alcanzan, indudablemente que no ha debido dilatarse la inauguracion de las importantes obras de riego un dia mas de aquel en que el proyecto fué examinado y dado por bueno, como lo es en todas sus partes. Sin embargo, y á pesar de la gran fuerza de voluntad, lógica científica y verdadero patriotismo conque el Sr. de Ribera luchó contra arraigadas preocupaciones, dilatorias de la resolucion del expediente, pasaron bastantes años, y todavía Madrid no disfruta del tesoro que á sus puertas yace convidándole con riqueza y bienestar. Verdad es que el agua ha penetrado en la ciudad y casi toda ella sigue hasta el Manzanares sin haber hecho otra cosa que alimentar unas cuantas casas y fuentes públicas y regado las calles varios dias al año: porque los propietarios de casas prefieren la pérdida de esta riqueza á un temor pueril ó imaginario; siendo extraño que por idéntica razon no hayan tambien prohibido encender fuego en las cocinas.

Por fin, el canal de riego se ejecuta, y en menos tiempo que ha durado el expediente se verá á Madrid convertido en delicioso lugar de recreo. Consiste la obra principal en dos acequias, á empezar en la Casa-Partidor, situada sobre el canal general á 615^{m} del primer depósito; de las cuales una camina al S. O. y riega los terrenos de la Montaña, Amaniel, Florida y Montes del Pardo; y la otra, dirigiéndose al arroyo Abroñigal, donde se propone un gran pantano, regará todos los demás terrenos del Este y Sur: terrenos, cuya exposicion meridional les hace disfrutar de una temperatura benigna; y tanto por esto como por su buena calidad, mejorada con los abonos, y por mantener un relieve que facilita la corriente, producirán grandes cosechas y mantendrán constante verdor y hermosura, como se observa en el Retiro, Recoletos, Campos Elíseos, Botánico y varios jardines particulares.

Su traza sigue las ondulaciones del terreno para comprender la mayor faja posible de terreno regable, disminuyendo con este fin, en varios casos la longitud del rádio de las curvas á 30^m. La pendiente es de 1/5000 en toda la línea, menos en un corto trozo en que sube á 1/1000. La caja vá revestida de ladrillo para evitar la pérdida por filtraciones. Su longitud es de 1900 metros, comprendidos el brazal que llevará aguas al Retiro y Campos del Mediodia. Los desagües y sobrantes de riegos pasarán por las alcantarillas y saldran al Este y Sur, depositando abonos líquidos de gran valor.

El agua que se reparta será en proporcion de la que se pague por volúmen determinado, sistema el mas justo de todos: y para este repartimiento se adopta el módulo inventado por el mismo Sr. de Ribera, el mas exacto y equitativo de cuantos se conocen, que ahora explicaremos. El cánon por el agua de riego será de 23,30 escudos por hectárea, ú 8 por 1^{m3} en una hora; y el del agua como fuerza motriz 300 escudos por hectolímetro (100 litros por 1″ cayendo de 1^m de altura). El costo de la acequia debia ser en 1863 de 700.000 escudos; de los que 400.000 para la adquisicion de los terrenos ocupados, y 300.000 por el valor de la obra, que viene á ser 100 escudos por hectárea.

Segun estos datos resulta un beneficio de mas de 80.000 escudos anuales, debiéndose reintegrar el capital invertido en unos 5 años.

2035. **Módulo ó partidor.**

Se llama así el aparato por medio del cual se toma un gasto constante de agua; lo que puede tener lugar de dos maneras, ó haciendo que el nivel del agua y orificio abierto en el depósito en que esta se halla sean siempre los mismos, ó que, aumentando ó disminuyendo este nivel, disminuya ó aumente la superficie del orificio en igual proporcion.

La segunda de estas soluciones es la que adopta el Sr. de Ribera para la construccion de su módulo, el mejor de todos los conocidos por evitar toda clase de rozamiento y corresponder en cualquier momento el gasto de agua constantemente igual, cualquiera que sea la altura de caida, segun lo ha demostrado la experiencia.

Consiste (*fig.* 1 y 2, lám. 133) en un depósito en comunicacion con el canal *Fig.*s 1, 2 lám. 133.
que se construye para cada toma de agua; y en su fondo se abre un orificio circular C D, de mayor superficie que la correspondiente al caudal de agua que ha de pasar, y en el cual se introduce un sólido de cobre (que llama péndola) de longitud próximamente igual á la altura máxima que pueda tener el agua en el depósito. Esta péndola, de diámetro variable, desde la base al vértice, se halla suspendida de un flotador de laton; de modo que, al variar la altura del agua pueda subir y bajar libremente dentro del orificio, dejando siempre un espacio anular tanto mayor cuanto menor sea la altura de caida y vice-versa. Se vé, pues, que la péndola debe tener en cada punto un diámetro distinto, de mayor á menor, para que el agua que salga por el anillo sea siempre la misma.

Sabemos que el gasto Q por 1″ se representa por la fórmula

$$Q = m\,\omega\sqrt{2\,g\,h}$$

siendo ω el orificio de salida: y pues que este es ahora una corona de diámetros D, d, que dá

$$\omega = \tfrac{1}{4}\,\pi\,(D^2 - d^2)$$

se tendrá para el diámetro variable de la péndola

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4}{m\,\pi\sqrt{2\,g}}\cdot\frac{Q}{\sqrt{h}}}$$

El coeficiente de contraccion m, segun experimentos del Sr. de Ribera para esta clase de orificios, es, por término medio

$$m=0,63$$

con lo que, siendo $g=9^m,8$ la fuerza de gravedad en Madrid, resulta para d

$$d=\sqrt{D^2-0,45651\times\frac{Q}{\sqrt{h}}}$$

Conociendo el diámetro D y el caudal constante Q, pedido ó comprado, se determinará para cada altura h del agua en el canal, el diámetro d en la seccion que coincide con el plano del orificio, por cuyo medio se ha calculado la curva meridiana de 5 péndolas construidas y puestas en práctica, las cuales han correspondido satisfactoriamente á los resultados calculados. El primero de estos casos daba 5 litros por 1″; el otro $15^{lit},80$; el tercero $22^{lit},22$ y el cuarto $27^{lit},80$.

Este módulo, para la exacta distribuciou de aguas, reune las condiciones exigidas por Nadault de Buffon:

1.ª Que en tiempos iguales dá cantidades iguales de agua, cualquiera que sea la altura del líquido en el canal y velocicad de la corriente.

2.ª Que es completamente automóvil, graduándose por sí mismo, sin que haya necesidad de tocarle.

3.ª Que está dispuesto de modo que los usuarios del agua no puedan llegar á él para aumentar ni disminuir la salida.

4.ª Que su disposicion es muy sencilla, lo que le hace de fácil manejo y no sujeto á desarreglos ni deterioros.

5.ª Que para su establecimiento basta un pequeño edificio de 4^m á 5^m de superficie, ó un simple pocillo de registro de muy poco costo y fácil de construir en cualquier punto del canal.

6.ª Que el aparato es susceptible de toda la exactitud que se desea, la que depende del esmero de la mano de obra.

CAPÍTULO IX.

FUENTES ASCENDENTES Ó POZOS ARTESIANOS.

2036. **Definicion.**

Se llaman *fuentes ascendentes* los taladros hechos en el suelo por medio de barrenas á propósito, hasta llegar á un depósito ó vena de agua subterránea que proviene de lagos superiores ó filtraciones en terrenos elevados al través de diferentes capas. Se concibe, en efecto, que si del fondo de un depósito establecido á cierta altura, desciende un ramal de agua con mas ó menos inclinacion, hasta llegar á un punto de salida ó que ejerza en él cierta presion, y en otro cualquiera del ramal colocamos un tubo vertical de comunicacion, el agua del depósito se elevará por este á una altura dependiente de la de caida y de la presion ejercida en el extremo opuesto.

2037. Para el buen éxito de un pozo ó fuente de esta naturaleza se necesita; primero, poder hallar el agua en el seno de la tierra; y segundo, que esta agua cumpla con la condicion de poderse elevar por sí misma hasta la superficie del suelo, á mas ó menos altura.

2038. **Exámen de los terrenos á propósito para la formacion de fuentes ascendentes.**

Antes de dar principio á la ejecucion del pozo debe adquirirse cierto conocimiento de la disposicion que superficialmente presente el pais para deducir si en el interior habrá corrientes de agua, ó, mejor dicho, depósitos mas ó menos profundos y extensos, examinándolo bien y detenidamente segun los datos y observaciones que puedan dar á conocer el enlace del terreno con los que le son inmediatos.

A este fin copiaremos las *consideraciones geológicas y físicas sobre la situacion de las aguas subterráneas* que el Vizconde Hericart de Thury expuso en 1828 en el programa de concurso para la formacion de fuentes ascendentes por el método artesiano.

Estas consideraciones son 34 en la forma siguiente:

«1.ª En todas partes se eleva el agua á la atmósfera por la evaporacion.

2.ª Una porcion de las aguas de las lluvias, nieves, rocíos, &, cae sobre las montañas, que parece obran por afinidad en las nubes y las fijan en derredor de sí.

3.ª Las aguas de la nubes que rodean las montañas se filtran por las sobreposiciones, y siguen sus declives hasta que encuentran capas impermeables sobre las cuales corren subterráneamente: se desparraman y aun salen á la superficie si las capas estan descubiertas y cortadas por los planos de las montañas.

4.ª Tambien hay fuentes sobre las mesas y aun sobre montes mas elevados que el terreno que los rodea.

5.ª En los terrenos primitivos son poco frecuentes las filtraciones subterráneas, y por lo mismo, aunque suelen tener fuentes son muy escasas: pero está probado que las aguas se filtran en estos terrenos por las sobreposiciones de las rocas que los componen, como en las montañas secundarias ó intermedias, ó por las vetas y grietas que los cortan en todas direcciones hasta grandes profundidades.

6.ª Pero es lo mas comun en los terrenos primitivos que las aguas procedentes de las lluvias y del derretimiento de las nieves corran por la superficie sin introducirse en su interior; porque como las masas que los componen son generalmente muy densas y compactas, no puede verificarse la filtracion.

7.° La calidad de las aguas de los terrenos primitivos varia con la de los terrenos que las contienen.

8.ª Las que corren por la superficie son generalmente buenas, dulces y saludables.

9.ª Las que se filtran por entre sus sobre-posiciones suelen participar de la naturaleza de las sustancias que encuentran al paso.

10.ª En las labores de las minas de las montañas primitivas, se encuentran á veces fuentes de agua pura y excelente calidad.

11.ª Las aguas que atraviesan los terrenos graníticos son generalmente gaseosas, sulforosas y salinas.

12.ª Cuando se hallan en los granitos compactos ó no hojosos, deben las aguas tener su orígen en estas mismas rocas ó debajo de ellas.

13.ª Casi todas las aguas son termales y aun de una temperatura bastante alta.

14.ª En la justa-posicion de los terrenos secundarios ó de sedimento sobre los primitivos, se encuentran con frecuencia filtraciones abundantes que no pueden penetrar en las masas muy compactas de estos últimos, y corren subterráneamente por sus superficies.

15.ª Estas filtraciones tienen su orígen en las partes mas altas de las cordilleras y se extienden por debajo de la tierra á distancias y profundidades cuyos límites no se pueden fijar.

16.ª Estas aguas son generalmente dulces y de buena calidad cuando estan cerca de la superficie de la tierra.

17.ª Cuando las aguas provienen de grandes profundidades son casi siempre gaseosas, sulforosas y saladas, como las de los terrenos graníticos (11.ª).

18.ª Las montañas secundarias y todo su sistema de sobre-presion, dejan penetrar las aguas á mayores profundidades que las primitivas.

19.ª Las aguas siguen en los terrenos secundarios los declives, mas ó menos sensibles, de las capas ó estratos de sus diferentes formaciones.

20.ª Las aguas de estos terrenos son las que presentan mas variedades en su naturaleza, pues en ellos está la mayor parte de las fuentes minerales, termales, salinas, gaseosas, &.

21.ª Aunqne estas aguas salgan de terrenos secundarios no siempre les pertenecen, pues muchas vienen probablemente de los terrenos primordiales, que están debajo.

22.ª Tambien se encuentran en los terrenos secundarios aguas dulces de buena calidad y muy abundantes, que salen de la tierra con ímpetu, y que presentan frecuentemente la particularidad de formar fuentes inmediatas á otras de aguas gaseosas, minerales y termales, de temperatura muy elevada, y que á veces salen por los mismos orificios aunque el orígen sea diferente. Este fenómeno aparece con bastante frecuencia en los paises de fuentes saladas; siendo muy difícil en ciertos casos poder separar las de agua dulce de las saladas.

23.ª Las montañas de caliza alpina, las de caliza del Jurá, y los sedimentos que cubren su base contienen aguas que varían mucho en su naturaleza, calidad y temperatura.

24.ª Se encuentran en ellas aguas muy abundantes, que forman á veces corrientes tan fuertes y rápidas que dan orígen á fuentes notables.

25.ª Tambien suelen contener manantiales minerales y termales, gaseosos y salinos.

26.ª Los sedimentos superiores, ó las formaciones de caliza oolítica, de caliza cretácea, los depósitos arcillosos y arenáceos, la caliza grosera, las margas, la caliza de agua dulce ó terreno lacustre, &, son mas á propósito que los precedentes para las filtraciones de las aguas que provienen de paises elevados. Estos terrenos contienen en su sobre-posicion aguas abundantes que tienen entre sí una constante analogía en las propiedades y composicion. Las sales dominantes son el carbonato y sulfato de cal, el sulfato y carbonato de hierro, y algunas veces el sulfato de magnesia cuando se han filtrado en masas cretáceas ó arenosas. Pero todas estas aguas son generalmente dulces y de buena calidad.

27.ª Cuando las aguas se filtran por terrenos piritosos ó minas de hierro, ó por arcillas piritosas, son ferruginosas.

28.ª El único ejemplo de agua sulforosa, bien probado hasta ahora en los terrenos de esta formacion, es el que presentan las aguas de Enghien, que contienen gas hidrógeno sulfurado, sulfato y muriato de magnesia, sulfato y muriato de cal, &.

29.ª Las aguas de todos estos terrenos tienen generalmente la temperatura media del paraje de donde salen, y son las que se llaman frias, por oposicion á las termales.

30.ª Los terrenos de aluvion y de acarreo ofrecen, lo mismo que los precedentes, aguas dulces y abundantes.

31.ª Sucede casi siempre que las aguas que provienen de las filtraciones de las lluvias y del derretimiento de las nieves, se extienden y corren por las capas de marga, de arcilla ó de arena de estos terrenos donde las buscamos por medio de los pozos.

32.ª Los terrenos de aluvion, de acarreo y de arena, presentan á veces surtidores naturales, cuyas aguas provienen indudablemente de paises mas elevados, y con probabilidad de terrenos secundarios ó primitivos.

33.ª Los terrenos volcánicos y los de traquita, que se consideran generalmente en el dia como arrojados por los fuegos subteráneos de la parte interior á los granitos, contienen fuentes de agua dulce formadas por las filtraciones; las partes superiores de estos terrenos presentan muchas veces lagos y otros depósitos de agua.

34.ª Los terrenos de traquita y de deyecciones volcánicas contienen muchas aguas minerales y termales, que presentan en su temperatura y composicion las mismas circunstancias que las de los terrenos primitivos: asi es que están mas ó menos cargadas de hidrógeno sulfurado, de ácido carbónico, de carbonato de sosa, y de cal, de sílice, &, &.»

2039. De estas consideraciones se deduce que, prescindiendo de la calidad, en todos los terrenos puede esperarse la existencia del agua en mas ó menos cantidad; pero que solo en los secundarios, particularmente en los superiores, aparecen las aguas en grande abundancia procedente de las filtraciones sobre paises altos. Segun los experimentos y observaciones verificadas en muchos pozos artesianos de Francia, Inglaterra y Estados Unidos, se comprueba tambien que las abundantes aguas de que todos ellos están abastecidos provienen de las filtradas y contenidas entre las innumerables grietas que tiene la creta en todas direcciones, las cuales comunican entre sí y facilitan su paso constante hasta encontrar otras capas de creta compacta ó de arcilla, ó en general, de ter-

reno impermeable de pocas ó ninguna grieta. Se encuentran igualmente manantiales considerables de agua en las capas sobrepuestas á las cretáceas; pero estas aguas, ordinariamente de mal olor y sabor desagrable, no son las que se buscan por medio del barreno. Sucede, además, que la presion que sufren no basta para hacerlas llegar á la superficie; «porque filtradas simplemente al través de las capas horizontales de los terrenos de nueva formacion, no han bajado de los altos como sucede á las contenidas entre las grietas de la caliza cretácea. Agréguese á esto que, al penetrar dichas aguas las capas de arcilla, suelen encontrar grupos de piritas ferruginosas que las corrompen y hacen inútiles para todo uso. Por esta razon el objeto principal de las fuentes ascendentes es impedir que tales aguas tengan contacto alguno con las de creta, que por lo comun son muy sanas y ligeras, perfectamente cristalinas, y cuya naturaleza jamás se vicia:» pues aunque por análisis químicos se ha encontrado, á veces, combinada con muriato y carbonato de cal, la pequeña cantidad de estas sales, expresada por los números 0,00015 y 0,0004, no es suficiente para alterarlas sensiblemente.

«Aun cuando las aguas contenidas en los terrenos terciarios ú otros superiores á la caliza cretácea, fuesen claras y puras, se continuará barrenando hasta llegar á las que se hallan en esta roca; porque como la velocidad de estas últimas disminuye mas y mas á causa de los obstáculos que encuentran al atravesar numerosas y extensas hendiduras, estarán menos sujetas á la influencia atmosférica que las que provienen de parajes poco distantes; disminuyendo su volúmen tanto menos en tiempo de sequías, cuanto mayor sea la profundidad de los terrenos en que se filtran.

«Los calizos situados bajo de otros de nueva formacion, son, pues, los únicos en que deben buscarse las aguas subterráneas. Se sabe, con efecto, que basta que una capa permeable al agua se halle contenida entre otras sensiblemente impermeables para que se formen fuentes ascendentes: y de varios hechos observados se puede inferir que si la capa permeable presenta crestas en los sitios altos que le permitan recibir las aguas exteriores de las lluvias, rios y torrentes, y se propaga despues entre las capas impermeables descendiendo á los sitios mas bajos sin que puedan salirse las aguas, al menos en totalidad, bastará para obtener fuentes ascendentes que puedan llegar hasta la superficie del suelo, taladrar la capa superior impermeable, é impedir que se filtre el agua en las paredes del agujero por donde sube. Siendo estas las condiciones necesarias para obtener las fuentes, es fácil concebir que la caliza cretácea es la única roca, ó en la que mas principalmente deben buscarse las aguas subterráneas, por ser la que se encuentra contenida las mas veces entre capas arcillosas impermeables, porque presenta casi siempre en las partes mas elevadas del terreno crestas que buzan despues indefinidamente en los lugares mas bajos, y porque está penetrada en todos sentidos de innumerables hendiduras donde se introduce el agua y circula con mucha facilidad.»

Cualesquiera otras rocas de diferente especie de caliza, como las que componen el terreno primitivo, el granito, gneis, pórfido, serpentina, &, que presentan pocas hendiduras, y estas de corta extension, como asimismo las pizarrosas, cuyas piritas ferruginosas se descomponen con facilidad y dan al agua el mal gusto y repugnante olor del gas hidrógeno sulfurado, no pueden servir para buscar fuentes ascendentes.

En consecuencia, para empezar los trabajos de sondeo se recorrerá la superficie del pais con el fin de ver si hay crestas de caliza cretácea en los parajes mas elevados, ó si la capa vegetal que la cubre es de poco espesor. Si esto sucediere, se reconocerán los valles y se verá bien por medio de sondeos provisionales, ó por la

sucesion de las capas cortadas por los pozos mas profundos, si la caliza cretácea que sale á la superficie en los puntos mas altos se extiende por debajo de los terrenos de acarreo que ordinariamente cubren el fondo de los valles. Si por este exámen se conoce que el país presenta analogía con los que mantienen fuentes ascendentes, se podrá proceder á la ejecucion de los trabajos, verificando, además, el tanteo ó cálculo probable de la altura á que se podrán elevar las aguas, y de que hablarémos ahora.

2040. **Causas que motivan el ascenso del agua en los terrenos perforados.**

En virtud de lo dicho al principio de este capítulo, consecuencia de las leyes de hidrostática é hidrodinámica, si suponemos que la figura 918 lám. 127 sea el corte de una cierta extension de terreno hasta la mar, por entre cuyas capas corran varios veneros de agua filtrada ó que emane de los depósitos superiores A, B, C, resulta, que si en uno de los puntos de la superficie exterior *b'*, *b*, *d*, *f*, hacemos un taladro hasta llegar á estos veneros ó capas subterráneas de agua, podrá subir esta mas ó menos y aun salir en forma de surtidor, ó permanecer á su natural profundidad como si no existiera tal barreno.

Efectivamente, cualquiera que sea el modo como pase el agua por entre las capas de la tierra, no puede menos de suceder, 1.° ó que esta llegue á un gran depósito sin salida X, en cuyo caso la laguna A crecerá de nivel si no tiene otro desagüe y no compensan las evaporaciones su alimentacion; 2.° ó las aguas corrientes saldrán á cierta distancia, mas ó menos grande, por un punto Y formando en él un manantial ó gran surtidor; ó 3.°, en fin, seguirán las aguas por camino mas hondo á desembocar en la mar, como se indica en Z, á una profundidad que puede ser grande ó pequeña.

En el primer caso no hay duda que el agua subirá á poco menos del nivel superior A, cualquiera que sea el taladro *a b* ó *a' b'* que se haya verificado sobre el depósito interior X ó el venero A X; estando así en el caso de un sifon por cuyo brazo menor *a b* saldrá el agua con una velocidad relativa á la altura de caida *A' b*.

En el 2.° supuesto, si la abertura Y de salida fuese igual á la de entrada en la laguna B, no se podrá esperar que salga el agua por ningun orificio *d* ó *b'* del pozo que se haga. Esto se comprueba experimentalmente adaptando á la parte inferior de un depósito cualquiera un tubo cilíndrico horizontal, y á este otro vertical: abiertos los orificios de ambos solo surtirá el agua por el 1.° sin que se note penetre una gota en el 2.° despues de pasados los primeros momentos de oscilacion. Mas si el orificio Y fuese menor que el de entrada en el brazo superior habría de B á Y una diferencia de presion que haria subir el agua á cierta altura por el tubo que representa el pozo *d c* ó *a'' b'*, creciendo esta á medida que el punto de salida fuera menor. De aquí se puede inferir, y se comprueba por la experiencia, que habrá mas seguridad de hallar surtidores naturales en paises por donde las aguas hayan atravesado considerables distancias por debajo de las capas arcillosas sin encontrar salida, que en los poco extensos donde las aguas puedan esparcirse por valles inmediatos mas profundos que los sitios en que esten situados los trabajos; pues la velocidad que adquieren las aguas por efecto de su fácil salida debilita la presion que ejercerian (en razon á su altura de caida) contra las capas impermeables sobrepuestas á las calizas cretáceas.

El 3.er supuesto puede tener lugar, ó cuando el venero CZ desemboque á poca profundidad de la mar, en cuyo caso nos hallamos en el anterior considerado, ó cuando el punto Z de salida está bastante profundo; en cuyo concepto debemos estimar la presion ejercida por el agua, teniendo en cuenta la diferente densidad de la del mar y la que se juzga pueda tener la que se busca, diferen-

cia que podrá estar comprendida las mas de las veces entre 0,01 á 0,03. Así, pues, haciendo abstraccion de la mayor ó menor abertura que tenga el punto de salida, podrá suceder que solo por la diferencia del peso específico se ejerza en Z una presion capaz de hacer subir el agua á la superficie de la tierra. En efecto, si suponemos que la diferencia de densidad de la del mar á la dulce sea 0,02, podríamos establecer para el pozo ef, llamando x la altura del agua en la mar, y observando que las densidades de los líquidos estan en razon inversa de la altura á que se elevan para su equilibrio,

$$1{,}01 : 1{,}03 :: x : x + gf$$

y dividiendo,
$$0{,}02 : 1{,}01 :: gf : x = \frac{1{,}01 \times gf}{0{,}02}$$

Todo se reducirá á encontrar la altura gf del lugar sobre el nivel del mar. Para un punto que diese $gf = 10^{m}$, sería

$$x = \frac{10{,}1}{0{,}02} = 505^{m}$$

De modo que para obtener agua á flor de tierra era preciso que la profundidad á que debería ir el venero bajo el nivel del mar, fuese de 505 metros. En el punto b', en este caso, equivaldría á no tener agua que subiera por el pozo.

Si el agua, encontrada por el taladro fuese caliente, su densidad disminuiría proporcionadamente á su mayor temperatura; y en este supuesto podría aparecer en la superficie del suelo aun cuando la desembocadura en la mar fuese menos profunda.

Todo esto demuestra la dificultad de hallar aguas en terrenos elevados, á no suceder el primer supuesto, que es una casualidad, ó verificarse la última parte del segundo que solo aparece probable en terrenos extensos.

Si, no obstante de verificarse esta circunstancia, se diese con una capa de creta compacta, no habrá tampoco posibilidad de hallar agua con un solo taladro, á menos que, profundizado mucho mas, no se diese con una capa de arcilla ú otra impermeable, debajo la cual se tendrían indudablemente aguas provenentes de parajes mas lejanos, que tal vez se podrian elevar hasta el terreno.

2041. **Opinion razonada de Azaïs.**

El modesto sábio y gran filósofo M. Azaïs, explica y demuestra con razones comparativas y fisiológicas, que *la causa del ascenso del agua en los terrenos perforados no es otra que la accion volcánica ó fuerza expansiva interior del globo.* Analizando los efectos producidos por el pozo artesiano de Grenelle dice así:

«Un surtidor existe en cualquiera parte donde una masa de agua reunida en un depósito elevado sale de él por un tubo recurvo, cuyo segundo brazo le ayuda á subir al mismo nivel de partida. Este es un efecto simple y directo de la fuerza de equilibrio.

Se sigue de semejante principio que si el primer brazo del tubo destinado á formar el surtidor se separa del segundo, de modo que no compongan ambos un canal solo y contínuo, el ascenso es imposible: lo mismo sucederá si otros cuerpos, las arenas, por ejemplo, obstruyen el movimiento de agua en cualquiera de ambos brazos; pues cesando entonces de correr quedará inmóvil en el depósito.

«Esto expuesto sigamos las consecuencias. Si el surtidor de Grenelle procede de un mecanismo semejante, su masa enorme y la altura indefinida que parece querer alcanzar, indica en su orígen un depósito inmenso siempre lleno en todos tiempos; una vez que el surtidor de Grenelle, bien diferente de los rios y manantiales, no conoce estaciones. Ese depósito, para proveer con tanta vehemen-

cia esa abundante corriente á tan considerable altura (547^m de perforacion y $36^m,38$ sobre el suelo) debe hallarse hácia el vértice de una elevada montaña como las de los Vosges ó el Jura, de donde procedan las aguas corrientes hasta París por un canal subterráneo; y no vagamente bajo todo el suelo de esta poblacion, sino directa y exclusivamente hasta por debajo del matadero de Grenelle, y en el punto mismo del pozo practicado por M. Mulot (*) porque todo surtidor exige, como ya se ha dicho, una direccion parcial y esencialmente única en un tubo recurvo, sin roturas ni obstáculos, y que se cierre herméticamente sobre el líquido. Si, por el contrario, sucede que la corriente se divide ó derrama en cierta extension, no subirá por ningun tubo que se la presente.

«Para hacer mas sensible este principio, supongamos que en medio de una plaza, rodeada de altos edificios, se escava y construye un tanque ó depósito al que se dirijan las aguas de los tejados, y que se coloque en el centro del depósito un tubo vertical. Un dia de lluvia se podrá llenar el tanque, y el tubo hasta el nivel del agua en este. Si se quiere obtener un surtidor parcial será preciso adaptar á uno de los tejados un cilindro recurvo que, cogiendo toda el agua, la vierta por el tubo puesto en el tanque (como el segundo brazo del sifon) con la fuerza debida á la altura de caida. Habrá naturalmente un surtidor por efecto de esta misma fuerza, mientras que las aguas de los demás tejados, libres á su llegada al tanque, no harán mas que extenderse en él y agitarse algunos momentos hasta gastar su fuerza de accion; cumpliéndose de ambos modos todas las leyes de hidráulica.....

La fuente de Grenelle difiere esencialmente de lo que entendemos por surtidor; su orígen no está en la superficie del globo sino bajo su corteza; y el impulso á que obedece emana del centro comun que haría salir de cualquiera punto

---

(*) Prescindiendo por un momento de los argumentos posteriores con que M. Azaïs analiza su teoría, ¿no podria convenirse en obsequio á la hipótesis anteriormente descrita y hasta aquí admitida, que el venero productor de la fuente de Grenelle se halle en uno de los tres supuestos favorables del número 2030? La altura de 112 pies franceses $= 36^m,38$ á que por medio del tubo vertical exterior llega el agua, y aun los 384^m á que pudiera alcanzar segun la fuerza de salida que tiene, es poca cosa en comparacion de la que puede tener el depósito superior de que proviene, si, como lo indica M. Azaïs, se hallase este en las altas mesetas de las montañas de los Vosges ó Jura. Hay sin embargo, una razon muy poderosa para juzgar que este surtidor no sea un brazo de sifon, cual es la disminucion del gasto á medida que crece la altura: pues en el caso de cumplirse la ley natural de hidráulica, subiría integra la columna de agua á buscar su nivel hasta donde lo permitieran las resistencis de las paredes del tubo y la del aire, permaneciendo el gasto siempre igual: mas en el surtidor de Grenelle este gasto se halla en razon inversa de la altura de subida, como debe suceder cuando se considera que el efecto ha sido producido por una fuerza inferior cuya intensidad podría llegarse á equilibrar con el peso de la columna fluida, si se la condujese á la altura que puede alcanzar (**). Es, pues, el efecto del surtidor idéntico al del ariete hidráulico, en el que el agua se eleva por golpes sucesivos de una fuerza inferior, cuyo efecto útil está en razon inversa de la altura del tubo de ascension.

(**) Siendo $0^m,24$ el diámetro del tubo y 250 litros el gasto por minuto á flor de tierra, ó unos $0^{m3},042$ por $1''$, la velocidad de salida por $1''$ será (núm. 786).

$$v' = \frac{Q}{1,32\,\omega} = \frac{0,042}{0,0596} = 0^m,7.$$

El volúmen de la columna de agua en los 547^m perforados es $V = 24^{m3},7$; y su peso $= 24700^k$. La fuerza pues, con que sale el agua á la superficie de la tierra, será

$$F = 24700^k \times 0^m,7 = 17290^{km} = 230 \text{ caballos}.$$

Y siendo 45^k el peso de los 45 litros = volúmen de un metro del tubo de ascension, resultará que la columna fluida, que podrá equilibrar la fuerza F será de 384^m. A la altura actual del tubo de $36^m,38$ el gasto por $1'$ es de 1200 litros, y la velocidad de salida por $1'' = 0^m,335$.

de los continentes una idéntica masa de agua á mas ó menos profundidad, lo mismo que de cada punto de la superficie del cuerpo de todo hombre sano y bien constituido, se obtendría un surtidor de sangre mas ó menos rápido, pero siempre normal á esta misma superficie. El agua interior es la sangre del globo, y toda emision vital se hace esencialmente en sentido vertical.... La causa inmediata no es otra que la fuerza central de la tierra, la cual, desde su orígen, no ha cesado de proyectar verticalmente esos numerosos picos aislados, y las cadenas de montañas é islas que de contínuo aparecen en diversos puntos; fuerza expansiva y constante que por todas partes hace visibles sus efectos, la misma que en Islanda levanta á 300 y mas piés enormes columnas de agua dulce (que por consecuencia no proviene de la mar); la que abre los volcanes y hace arrojar torrentes de vapor, gases, cenizas, lavas ardientes, &; la que al mismo tiempo, moderada por la distancia de su foco, nos cubre los llanos de vegetales, imprimiéndoles desde su nacimiento una direccion vertical, y dándoles, como á los demás séres de organizacion mas complicada, la necesidad vital de una exuberante respiracion. Es, pues, la fuerza de expansion condensada en el centro del globo y de un ardor extremo, pero atenuado á medida que rádia hácia la superficie, el motivo esencial de la vitalidad, la causa productriz de cuantos fenómenos comprende el mundo, y por consiguiente el impulso inicial por el que se eleva con tanta rapidez y á tan gran altura la columna fluida de Grenelle.»

En comprobacion de esta verdad se presentan las sustancias mismas que salieron impetuosamente, por intérvalos y durante varios meses del pozo de Grenelle, mezcladas con el agua, negruzcas, de aspecto semejante al de las primeras señales de un volcan, precursoras de sostenidas erupciones. Estas intermitencias, acompañadas de paroxismo, eran de carácter volcánico. Rara vez las aguas llegaban limpias, y solo se pudo conseguir quedasen puras cuando se colocó el tubo que actualmente las eleva á $36^{m},38$ sobre el suelo.

Si el surtidor de Grenelle solo hubiera sido alimentado por las aguas de montañas alejadas no se hubieran notado sacudimientos ni deformacion de los tubos, ni retorcídose las enormes barras de la sonda: el caudal de agua hubiera disminuido gradualmente de su primitiva fuerza y no aumentado cada vez mas, como por intérvalos sucedia. Un obstáculo que abrazase la superficie del tubo hubiera detenido la salida del agua, y en el de Grenelle no hubo tubo ni barra, por fuertes que eran y aun á bastante profundidad que M. Mulot hizo descender en momentos favorables para servir de camisa interior, que no las rompiese el torrente á su potente salida.

Es, indudablemente, efecto de la expansion terrestre la salida del agua en un pozo artesiano cualquiera que sea su profundidad. La sola diferencia que habrá de los menos á los mas profundos será que el agua saldrá con menos fuerza: y esto se comprende bien ya se tomen en consideracion las resistencias directas que el impulso inicial ó primitivo ha tenido que vencer para llegar al punto inferior de la perforacion, ya la fuerza empleada para vencer la inercia de la masa fluida en aquel lugar. Puede tambien notarse ateniéndonos á la experiencia que los terrenos inferiores en los pozos de poca profundidad, como los de Saint-Ouen, Saint-Denis, hospital de Lille, &, son permeables á un grado suficiente para que el agua ascendente se haya podido elevar, aunque con dificultad, hasta las capas mas impermeables; es decir, de estas capas inmediatas á la superficie del agua que han sido perforadas por la sonda: capas mucho mas espesas en Grenelle, que indudablemente llegan por aquel lugar hasta la fundamental.

2042. Pero se podrá preguntar, si el agua artesiana solo viene de las entrañas de la tierra ¿qué causa la produce? La misma de que emana la luz en el

interior del sol, la que dá el calórico en el centro de nuestro globo y el fluido vital en cada uno de nosotros. La Tierra, como cada viviente á ella asociado, tiene una cavidad central, foco eterno de recepcion y gasto, de combinacion y elaboracion, de absorcion interior y radiacion exterior. Los poros de emision están situados principalmente en la superficie de las regiones equinociales; el grado de su accion expulsiva determina con exactitud el grado de accion absorvente ejercida por los poros encargados de esta funcion y situados principalmente en la superficie de las regiones inexpansivas, las regiones polares. Por esta razon la materia sutil que pertenece á los globos que nos rodean penetra en mas ó menos parte hasta el centro de nuestro planeta; centro necesariamente hinchado y muy vivamente agitado, donde se combinan cuerpos de todas formas y propiedades por el poder de un movimiento expansivo cuyo ardor y variedades son indefinidas. Compuestos estos cuerpos, de primitiva y tenebrosa formacion, de que el agua es la materia principal, la expansion central los obliga á salir por todos los puntos del espacio con movimiento violento y volcánico, pero generalmente mucho mas sutil, vaporoso, tácito, inofensivo, al modo que lo verifican nuestro sudor y traspiracion. El agua es manifiestamente el cuerpo que se compone con mas abundancia en el seno del globo, pero no exclusivamente: todos los demás cuerpos terrosos y metálicos, tales como la arcilla, la sílice, el oro, el hierro, &, tienen un orígen semejante, todos, en cualquiera lugar que los hallemos, son producidos por la vitalidad interior del planeta. Segun principio general de fisiología, todo cuanto los séres organizados y los inorgánicos reciben del exterior por aspiracion alimenticia, todo pasa á su centro de donde vuelve preparado y elaborado.

2043. **Trabajo de sondeo: instrumentos.**

Cuando se haya determinado el lugar en que se debe abrir el pozo, y se tengan preparados todos los instrumentos que representan las figuras 924 á 945 de la sonda con sus diferentes clases de barrenas, cinceles, cucharas, &, que se van usando segun la especie de terreno que se halle á medida que se desciende, y en el órden que explican las propias figuras, se procederá á los trabajos que exige la operacion, segun uno de los métodos que se elija, inglés ó primitivo francés que sucintamente vamos á describir.

2044. **Por medio de cilindros metálicos.**

Es igual al primer sistema francés en cuanto al modo de barrenar el terreno: difiere de él en el uso que se hace de cilindros de hierro de menos diámetro que los cofres de madera, cilíndricos ó prismáticos, que empleaban en un principio los franceses para contener las arenas movedizas que se atraviesan, y además, en que el tubo interior (llamado *busa* por Bordiú, segun traduccion literal del francés) es de cobre estañado en los primeros y de madera tambien en los segundos.

Desde luego se comprende que la operacion del sondeo ha de ser mas expedita y sencilla por el método moderno, pues el diámetro mayor del barreno viene á ser la mitad que el exigido por el sistema antiguo en el caso mas favorable (como luego veremos), facilitando el peso del hierro la entrada de los tubos, y disminuyendo su mayor cohesion el peligro de romperse ó estropearse.

2045. Aunque nada se habla en este sistema respecto á la apertura de un pozo de cierta profundidad y 1^m á 2^m de diámetro antes de empezar el sondeo, parece que no debe haber en ello inconveniente, por la ventaja de hacer el andamio menos elevado y el barreno menos profundo. Mas en el supuesto de que este haya de principiar desde el suelo natural, se construirá sólidamente un andamio con dos pisos entablados; el uno como á 2^m de altura para el servicio de los operarios que

han de dar vuelta al manubrio y manejar la sonda, y el otro superior á este, distante unos 7m,5 del terreno, donde se acomoda un molinete con sus cigüeñas para envolver el cable que sostiene la sonda. Encima del primero de estos tablados y debajo del segundo se fijan horizontales y paralelos dos largueros por donde corren otros dos verticales que sirven de guias á una maza cuando convenga hacer uso de ella para favorecer la penetracion del tubo de revestimiento. En el medio de estos dos pisos y con los centros en línea vertical, prolongacion del eje del pozo, se disponen dos marcos cuadrados (*fig.* 919, 920) por donde ha de subir la sonda, cubiertos con una pieza movible que no deje mas paso que el suficiente á la espiga, y en los que se apoye el travesaño que la cruza cuando al subir ó bajar se desarman ó unen las diferentes piezas que la componen.

Fig.s 919 y 920.

2046. Construido el andamio y puesto verticalmente el primer cuerpo de la sonda con su barrena correspondiente (de 0m,17=7,5 pulgadas de diámetro) segun la calidad del terreno, se dará vueltas al manubrio hasta profundizar 0m,28 á 0m, 56 (1 á 2 piés): subirá luego la sonda para sacar las tierras contenidas en la barrena; y vuelta á meter y barrenar del propio modo, se tornará á sacar y limpiar, continuando sucesiva y repetidamente igual operacion. Cuando haya penetrado la primera espiga se agregará otra del modo como se comprende por la sola inspeccion de las figuras, siguiendo así hasta que el terreno indique se ha de variar de barrena ó poner el encofrado. Al subir la sonda se desarman las espigas, una á una ó dos á dos á la vez hasta que aparezca la barrena, volviéndolas á unir cuando se introduce de nuevo la sonda.

2047. Luego que, por haber llegado á la arena ó advertido que las paredes no tienen consistencia, sea preciso revestirlas, se introducirán los cilindros de hierro colado, cuyas dimensiones son variables segun el diámetro del pozo que se quiera abrir; para 0m,14 (6 pulgadas) de diámetro, tendrá 2m,8 (10 pies) de longitud, y 0m,01 (poco menos de ½ pulgada) de espesor. A un decímetro de sus extremos y por la parte interior tienen estos cilindros un realce de 0m,004 (2 líneas) de salida; todos ellos enchufan á macho y hembra, y sus paredes en los puntos de union tienen 0m,006 (3 líneas) de grueso, por las que pasan tres á cuatro tornillos de 0m,012 (½ pulgada) de diámetro.

Para hacer descender estos cilindros, puestos que sean verticalmente en el agujero de sonda, se colgarán pesos de consideracion, como balas, bombas, &, sobre la parte superior del tubo que está fuera del pozo, por medio de los cuales y la operacion del barreno que tendrá lugar simultáneamente, se conseguirá el resultado que se desea. Mas como el peso de estos cuerpos es insuficiente, á veces, para que los cilindros puedan penetrar hasta las arcillas ó terrenos firmes sobre que yacen las arenas sueltas, se podrá, en este caso, hacer uso del martinete cuya maza pese unos 200k, y descienda de 2m á 3m de altura, segun el rozamiento que se haya de vencer. La maza deberá actuar sobre una fuerte chapa de fundicion puesta sobre el cilindro superior, ó una pieza de madera en vez de chapa. Cuando el cilindro llegue en su descenso á aproximarse á la superficie del suelo se volverá á introducir la sonda y continuará el trabajo como se ha explicado. En vez de la maza puede emplearse con ventaja una palanca (mucho mas cuando el cilindro llega á gran profundidad), por medio de la cual se imprime al encofrado un esfuerzo de presion proporcionado á la resistencia que se haya de vencer. Esta palanca puede componerse de dos maderos ó barras de hierro, á cuya cola se adapta un bastidor con dos tornillos ó husos con sus tuercas donde se aplica la potencia.

2048. Cuando se ha pasado el banco de arenas y quedan estas perfectamente sostenidas con los cilindros, cualquiera que sea la profundidad, se continúa el agu-

jero al través de las arcillas hasta llegar á la caliza cretácea, dándole entonces de diámetro 0m,103 (4 ½ pulgadas): se introducen luego, desde la superficie del suelo hasta el orígen de las fuentes, tubos de cobre estañados por dentro, de 0m,1 (4 pulgadas próximamente) de diámetro y 0m,004 (2 líneas) de espesor. Con ellos se separan las aguas que se buscan de las que mas arriba pueden filtrarse y contener piritas ferruginosas. Para introducirlos con facilidad se sueldan sucesivamente unos á otros con un hierro enrojecido aplicado por dentro. Despues de colocados se llena de arcilla ó mezcla hidráulica el intérvalo entre estos tubos y los de hierro.

2049. Unos y otros deben estar perfectamente construidos, ser de masa homogénea y calibrados respectivamente con igualdad. Los de hierro serán de fundicion gris y muy dulce, que es la que presenta mas resistencia á los choques. Cada metro de su longitud pesa 34k,5 (75 lb.), y cuesta de 7 á 10 pesetas. Los de cobre pesan 6k,57 (14,3 lb.) por metro y cuestan de 10 á 12 pesetas.

2050. **Sistema antiguo francés.**

Hemos dicho ya que la diferencia de este sistema, respecto al de tubos metálicos usado desde un principio en Inglaterra, consiste en el empleo de cofres y tubos de madera para el revestimiento de los pozos y salida de las aguas. Su ventaja estriba únicamente en el menor precio del material, pero en cambio tiene el inconveniente de exigir mucho mas trabajo y tiempo, y aun á veces la pérdida del agua si el tubo interior ó *busa* presenta algunas grietas por donde con facilidad se filtren aguas salobres ó bañadas de materias desagradables: razon por la cual hoy dia se trabajan casi todos los pozos artesianos con cilindros ó tubos metálicos. Las tablas que componen el cofre deben resistir la percusion de la maza ó presion de la palanca, y la consiguiente á las arenas, piedras sueltas y fluidos que ha de contener (que á veces es considerable) con cuyo fin se les dá 0m,057 (2 ½ pulgadas) de espesor. Y como á cierta profundidad es de todo punto imposible hacerlas descender, precisa poner otro encofrado interior al primero, casi en contacto con él, y aun despues otro y otro, del modo como indican las figuras 921 y 922, dejando el último suficiente espacio interior para el central ó busa por donde han de fluir las aguas. Si, pues hubiera 5 cofres, como es prudente preparar, una vez que no se conozca la disposicion del terreno, sería menester, para que todos ellos pudiesen embutirse uno en otro, que el agujero tuviese de ancho para alojar el primer cofre $0^m,057 \times 10 = 0^m,57$ (2 pies), sin contar con la capacidad de la busa; y de profundo una cantidad variable que puede llegar á ser de consideracion: para el segundo cofre disminuiría el hueco por lo menos 5 pulgadas, 2 ½ por cada lado correspondientes al tablon, y sería de $0^m,057 \times 8 = 0^m,456$ ($1^p,63$): el tercero tendría $0^m,057 \times 6 = 0^m,342$ ($1^p,22$), &. Y como para el caso mas favorable de los que ha presentado la práctica resulta que se necesitan por lo menos dos cofres y la busa, como expresa la figura 921, el hueco mínimo que debemos suponer haya de tener el taladro será igual á la suma de los gruesos de los tablones empleados, que para este caso es $0^m,057 \times 6 = 0^m,342$ ($1^p,22$). De aquí se pueden deducir las dificultades que necesariamente se habrán de vencer, el tiempo excesivo que á veces se deberá emplear, y el trabajo ímprobo que exigirá toda esta operacion, particularmente si los cofres son prismáticos, como los empleados en la mayor parte de los pozos abiertos al Norte de Francia. Asi, pues, la ventaja del menor coste que puede tener el material respecto al de los tubos metálicos, quedará mas que compensada con el exceso de mano de obra y tiempo gastado.

Figs. 921 y 922.

2051. Para abrir el taladro se empieza generalmente, con el fin de ganar pro-

fundidad y disminuir la altura del andamio, por hacer un pozo de 6 á 7 metros de hondo, y 1^{m},5 de diámetro (*fig.* 923), cuyas paredes se revisten con piedra, tablones ó fuertes zarzos, segun la consistencia del terreno. Sobre el fondo y superficie se colocan los bastidores (*fig.* 919 y 920) cuyos maderos han de quedar perfectamente paralelos, á fin de que el pequeño círculo *v* que dejan las dos piezas *m n*, para el paso de la sonda, corresponda verticalmente y coincida con el eje del pozo. Se construye despues el andamio haciendo el primer tablado á 1^{m} sobre el fondo y el segundo al nivel del suelo, ó mas elevado para el juego de la maza y poder sacar fácilmente las diferentes espigas de la sonda cada vez que se haya de limpiar la barrena ó echar fuera las tierras sueltas. Dispuesto así todo ello se empieza el taladro dando vueltas al manubrio, y haciendo lo explicado en el sistema anterior. Atravesadas las primeras capas consistentes se colocan los cofres, y se profudizan sucesivamente á golpes templados de la maza, ó usando de la presion por medio de palancas. Luego que ha penetrado un trozo del primer cofre se pone otro encima, perfectamente ensamblado y unido al primero, asegurándole con cinchos de hierro, de modo que la reunion de ambos y mas que fuera menester agregar figure un solo cofre. Al llegar á cierta profundidad, donde ya no pueda tener efecto la maza, se cambia de barrena para abrir otro pedazo de pozo de menor diámetro, correspondiente al segundo cofre, haciendo con él iguales operaciones que con el primero, y como se efectuará despues con el tercero y siguientes, si de ellos hubiera necesidad por exigirlo así la naturaleza de las tierras y profundidad de las aguas. Cuando se ha llegado á la capa de caliza cretácea se baja la busa ó tubo de aspiracion, por donde subirá el agua de la fuente, clavándola ó profundizándola uno ó mas metros. Si al penetrar en esta capa no saliera el agua, sería señal de que la vena fluida surtia al aire libre ó á poca distancia de nivel del mar, por un orificio igual ó mayor que el de filtracion (2034, 2.° y 3.°) ó bien que la creta formaba un sólido compacto y de pocas hendiduras insuficientes al paso del agua. En este caso debe continuar la operacion del sondeo hasta llegar á otra capa inferior que no presente circunstancias tan desfavorables que inutilizen el trabajo. Cuando al continuar el barreno por entre arcilla ó terreno duro, se tropezase con la capa de agua que se busca, se pondrá de nuevo la busa ó se bajará mas la que se hubiese colocado antecedentemente.

Figs. 919 á 923.

2052. Entre los instrumentos que representan las figuras 937 á 939 para perforar las arcillas plásticas, merece especial atencion el de la figura 939 inventada por Bordiú, que es de muy buen efecto y fácil de manejar. Se compone de un cilindro hueco de hierro colado, sólido en su parte superior para servir de martinete, y con dos ranuras opuestas donde penetran dos clavijas del macho interior que lleva el cono perforador afilado en su borde. Se opera con él haciendo descender todo el aparato por medio de una cuerda ó cadena atada al anillo en que termina el cilindro hueco; sentado el cono sobre la arcilla se tira de la cuerda y suelta repetidas veces, por cada una de las cuales sufre el macho un golpe de percusion, haciendo penetrar al cono cierta cantidad. A poco rato se saca el todo y se obtiene un desmonte igual al volúmen interior ó capacidad del expresado cono. Y como esta operacion se puede repetir muchas veces en poco tiempo, atendiendo á la facilidad con que entra y sale el instrumento, por no exigir la cuerda las detenidas operaciones de la sonda, se concibe desde luego la ventaja de usar tan útil medio de perforacion en terreno arcilloso.

2053. Cuando se usan los cinceles, y en general, siempre que se encuentran piedras, la sonda trabajará por percusion, hasta que habiéndolas desmenuzado sea menester sacar los pedazos ó lodo que haya resultado; á cuyo fin se usarán cucharas ó barrenas espirales con depósito superior que las pueda contener. Si

el pozo presentase en todas sus capas una gran sequedad, de modo que hubiera temor de que se destemplasen las herramientas, se rociará ó mojará el fondo de cuando en cuando y con la debida precaucion.

2054. Los cilindros ó cajas que constituyen el encofrado del taladro se hacen ensamblando á media madera los tablones de que se componen, unidos además, con clavos de cabeza de diamante y de $0^m,1$ de largos. Para la union vertical, á medida que se verifica el descenso, se procura dejar dos tablones opuestos mas elevados que los otros, en el caso de ser prismáticos los cofres, correspondiendo inversamente otros tablones en la parte inferior de los trozos superiores que se van sobreponiendo. Si los cofres tuvieran la forma cilíndrica, se podrian ensamblar del propio modo, ó bien á dientes ó media madera, asegurando la union con cinchos de hierro

2055. Las busas deben ser tubos de una sola pieza, para lo que se toma un tronco de árbol y se taladra cuidadosamente por ambos extremos, empezando con una barrena de poco diámetro y continuando despues con otras mayores hasta llegar al que ha de tener la fuente. Esta operacion es muy delicada y exige mucha destreza; por lo que será lo mas acertado, aunque fuere á costa de mayor precio, mandar hacer las busas en paises donde haya talleres ó máquinas de barrenar, movidas por el vapor ó el agua. Tanto los cofres como las busas deben terminar en bisel reforzado con hierro para facilitar su penetracion en los terrenos.

2056. La madera mas á propósito para los cofres, por su poca tendencia á rajarse, es el olmo. El precio de uno prismático de 4^m de largo, y $0^m,4$ de ancho, comprendido el herraje y la mano de obra, es unas 50 á 60 pesetas. El precio de un cilindro de iguales dimensiones aumenta el costo en $\frac{1}{8}$. Las busas cuestan 10 á 12 pesetas por metro.

2057. **Nivel constante del agua: datos para el precio de una fuente.**

Las fuentes que se obtienen por la perforacion del terreno del modo como acabamos de indicar, producirán un volúmen de agua constante, ó que solo podrá variar en determinados casos con las mudanzas atmosféricas originadas por las lluvias ó sequias. Mas á veces se nota despues de cierto número de años una disminucion en el gasto de la fuente independiente de las variaciones atmosféricas. Esto proviene de haberse estrechado las hendiduras de comunicacion entre la capa de creta, para cuyo ensanche se ha experimentado que basta dar al agua un fuerte movimiento de retroceso por medio de golpes de percusion. Con este fin se atará un émbolo á un palo ó la espiga de una sonda, haciéndole subir y bajar 20 á 30 veces abandonado á su propio peso. Siempre que se ha efectuado esta operacion dió muy buen resultado; por lo que será conveniente repetirla de vez en cuando.

El costo de una fuente ascendente no se puede fijar ni calcular de antemano; depende de la naturaleza de los terrenos y profundidad á que se ha de sondear. Se puede, no obstante, mirar como dato aproximado que por término medio taladra en las calizas cretáceas algo compactas de $0^m,5$ á 1^m al dia desde 45 de profundidad, teniendo el taladro $0^m,2$ de diámetro. Cuando la creta no es muy dura ni contiene cantos se puede ahondar 1^m al dia un agujero de $0^m,08$ ($3\frac{1}{2}$ pulgadas) de diámetro á 98^m de profundidad. En los terrenos arcillosos y ordinarios el resultado es poco diferente, aunque mas favorable; pero en los de arena suelta y arena compacta es difícil llegar á estos números.

2058. **Pozo artesiano de Grenelle.**

La construccion de este pozo ha sido, como la de todos los artesianos, por me-

dio de una sonda compuesta de un útil de penetracion de diferente forma segun los terrenos que ha debido atravesar, y un mango hecho de diferentes barras idénticas á las de las figuras 924 á 928, de seccion triangular, de $0^m,07$ de espesor y 8^m de largo cada una; cuyo peso total en los 547^m que llegó á tener, fué de mas de un millon de kilógramos. El diámetro del tubo interior de ascension es de $0^m,24$ ó 9 pulgadas francesas: el cual se eleva desde el suelo hasta $36^m,38$, siendo su total longitud de $583^m,38$. El gasto de agua á la altura del suelo es de 3'400.000 litros en 24 horas, y á los $36^m,38$ que tiene el tubo 1'688.000 litros. Su temperatura es de 27°,7. El tiempo empleado en los trabajos emprendidos y terminados por M. Mulot', fué de 7 años 2 meses (desde Diciembre 1833 á Febrero 1841). El costo por la sola perforacion ascendió á 26300 francos, y por los tubos de hierro á 46.000: en total 309.000 francos ó 565 francos por metro de profundidad. Se pueden calcular para un pozo semejante de 500 á 600 pesetas por metro corriente.

El terreno perforado lo es en el órden siguiente:

De trasporte	5^m	547^m.
De arcilla plástica	50	
De creta blanca	220	
De creta gris	173	
De Glauconia cretácea	52	
De Gault	47	

Análisis de 1 litro de agua en 1841 *segun M. Payen.*

	Gramos.
Carbonato de cal	0,0680
— de magnesia	0,0142
Bicarbonato de potasa	0,0296
Sulfato de potasa	0,0120
Clorúro de potasium	0,0109
Sílice	0,0057
Sustancia amarilla particular	0,0002
Materias orgánicas azotadas	0,0024
	0,1430

Análisis de 1 litro de agua en 1845 *segun MM. Boutron y Hury.*

	Gramos.
Bicarbonato de cal	0,0292
— de magnesia	0,0092
— de potasa	0,0100
Sulfato de potasa / — de soda	0,0320
Cloruro de potasium y sodium	0,0570
Sílice	0,0100
Alúmina y óxido de hierro	0,0020
Materias orgánicas	Trazas.
	0,1494

Dejado un vaso de cristal algunas horas embebido en el chorro adquiere un tinte amarillento muy agradable.

2059. **Pozo del Rey de Nápoles.**

Los Señores Degouvéc y Lourant abrieron de 1851 á 1854 en el jardin del Rey de Nápoles un pozo artesiano á 152^m de la mar y 20^m sobre su nivel que tiene 465^m de profundo, y cuyo gasto de agua por minuto en aquella época era de 1400 litros, ó mas de 2'000000 de litros en 24 horas. Hoy dia alcanza á 1700 litros por minuto.

Los terrenos atravesados, son: 1.°, una toba volcánica, sólida de 85^{m},90; 2.°, 122^{m} de capas estratificadas de arenas, pomez, cenizas, arcillas y cascajo: 3.°, 98^{m} de margas azules mezcladas de conchas marinas, arenillas y cascajo, y aun margas azules con solo mezcla de conchas. De la última capa de estos terrenos, á 303^{m} bajo el mar, salió un chorro de agua que subió á 8^{m},5 sobre el nivel de este. 4.° Areniscas friables, arenas y arcillas margosas hasta los 465^{m} en que se detuvo la perforacion. De aquí brotó un segundo surtidor hasta 10^{m},5 sobre el mar.

Se hicieron dos tubos concéntricos, el del medio para la última corriente, y el del contorno para la primera; teniendo así dos fuentes que poco despues se pusieron en comunicacion por un agujero practicado en los tubos á 8 metros bajo el nivel del mar. Desde ese momento el agua salió con mas violencia, llegando á producir el volúmen dicho de 1700 litros por minuto. Poco despues se hizo otro pozo idéntico en la Villa-Reale (Portici), casi al pié del Vesubio.

2060. **Pozos en Argel.**

Son varias las abundantes fuentes que en poco tiempo se han abierto en este pais, donde parece dormir la vegetacion entre grandes mares de arena. Uno de estos pozos, dirigido por el subteniente Lehaut en el Oasis de Kesour, se empezó el 10 de Noviembre de 1857, y el 12 al medio dia la sonda había penetrado 48 metros, dejando salir á la superficie del suelo una corriente de 3336 litros por minuto. Los mismos perforadores de Kesour siguieron luego á Si-Sliman, otro Oasis del Oued-R'ir, y en 15 dias penetró la sonda 75 metros de terrenos, por cuyo tubo de ascension salieron 400 litros por minuto, que fertilizan aquella comarca, donde en vano buscaron los naturales durante 44 años el modo de hallar agua por un pozo que nunca pudieron practicar.

2061. **Pozo de Albacete.**

Tambien en España, se han abierto varias de estas fuentes ascendentes que no nos detendrémos á detallar, limitándonos á decir que en 1858 se terminó una en Albacete sobre la estacion del ferro-carril, á 88 metros de profundidad, cuyo producto de agua clara y de gran pureza es de 720 litros por minuto.

Trabajos como este debieran emprenderse en las demás estaciones de nuestros caminos de hierro, particularmente en las del centro de España.

2062. **Pozo de Passy (Paris).**

En la parte mas elevada de Passy, 8^{m} mas alto que el emplazamiento del pozo de Grenelle, se empezó por M. Kind en 1856 el gran pozo artesiano para regar el bosque de Bolonia y abastecer de aguas á aquellas cercanías, hallándose concluido el 25 Setiembre de 1861. La perforacion debia tener 550^{m} para llegar á la capa acuífera compuesta de arenisca verde como la del pozo de Grenelle, bajo la cual se creia encontrar la masa de agua que se buscaba. En un año de trabajo llegó la sonda á 435^{m}, y poco despues se hubiera obtenido todo el resultado que se calcula á no sobrevenir dos contratiempos: el primero la rotura del trépano á 236^{m} de profundidad, que dejó 50^{k} de su peso entre una masa de arenisca verde; para sacar lo cual se usaron en vano todos los medios posibles, entre ellos el empleo del electro-iman mas poderoso, hasta que considerada esta esquirla como una roca dura se deshizo y salió en polvo y pequeños pedazos en el espacio de 30 dias por la accion de otro trépano mas fuerte. El segundo accidente, en el que se emplearon mas de 2 años de trabajo, fué la rotura de un tubo que á 60 metros de profundidad no pudo sufrir la presion del terreno. Abandonado entonces el trabajo por M. Kind, á causa de terminar el tiempo

contratado con la Municipalidad de Paris, se hizo cargo de su consecucion el Cuerpo de Puentes y Calzadas, cuyo Inspector M. Michel procedió de la manera siguiente para sacar el tubo aplastado.

Hizo escavar un pozo concéntrico al primero de 3^m de diámetro (1^m,90 mas que aquel) cuyas paredes se revestian con grandes cilindros de fundicion de 1^m,5 de altura, que bajaban por el peso sucesivo de unos sobre otros: á la profundidad de 49^m,20 no fué posible hacer descender el cilindro inferior. Entonces, agotada el agua entre los tubos interior y exterior, se bajaron secciones de cilindros en grandes cajas que encerraban tambien los obreros, los cuales ensanchaban luego el contorno y colocaban los pedazos de tubos debajo del primero, sujetándolos bien por medio de clavijas en los nervios interiores que los unen. Llegando el trabajo de este modo á la parte inferior del tubo fracturado, poca dificultad ofreció este para salir; despues de lo cual siguieron los trabajos como en un principio.

A los 577^m,5 se encontró el agua la primera vez, pero despues de algunas oscilaciones dejó de surtir sobre el nivel del suelo, quedándose á cierto número de metros por debajo del orificio de salida. Esta capa de agua era indudablemente la del pozo de Grenelle, pero debió encontrar algun obstáculo ó varios escapes á la altura en que debia tener lugar la velocidad del gasto. El tubo tenia 74^c de diámetro, é interiormerte á él se hizo descender otro de 70^c con 2^c de espesor y 52^m de largo, que paró al llegar á la capa de arcilla en que descansaba el anterior. Continuando la perforacion hasta la cota 586^m,5 se halló una nueva capa de arena acuífera, de la que salió el agua en abundancia, aumentando la corriente desde 15000^{m3} en 24^h ó 0^m,174 por 1″ el 25 de setiembre por la mañana á 25000^{m3} ó 0^m,29 por 1″ en la tarde. El espesor de esta capa arcillosa es de 7^m, y la acuífera se halla 39^m,5 mas baja que la del pozo de Grenelle: sin embargo de lo cual deben estar una y otra en comunicacion por la influencia que, á la distancia á que se hallan ambos pozos, tiene el gasto del uno en el del otro. Deduciéndose de aquí la necesidad de no hacer pozos artesianos inmediatos, si se quiere obtener en todos el máximo gasto posible.

El sistema usado por M. Kind para la perforacion es distinto del que generalmente se emplea en todos los demás pozos artesianos. La sonda de hierro forjado construida por M. Mulot en el de Grenelle, hubiera sido mucho mas pesada y casi imposible de manejar atendido el considerable diámetro del pozo (1^m,10 á 0^m,74). Así, pues, se hizo aplicacion de un principio prácticado, segun dicen, en China desde hace 2000 años, haciendo trabajar la sonda por percusion.

La maza, escavador, ó trépano, segun le llama M. Kind, de 2000 kilógramos de peso, se forma de barras enormes de hierro ligadas entre sí, cuya parte inferior termina en 7 gruesos dientes de acero fundido, de que los unos cortan exterior y los otros interiormente. Este útil se suspende por vástagos de pino engranados y sujetos por anillos de hierro, cuya longitud de cada uno es de 10 metros y el espesor de 9 á 10 centímetros (lám. 127).

El trépano careceria de libertad y accion si á cada golpe que dá no se pudiera desprender del mango del propio modo que sucede á la maza del martinete. Así, pues, se ha dispuesto al extremo de la barra inferior una tenaza (lám. 127) que se abre por su caida al tropezar con el trépano, pudiéndole coger y elevar despues hasta 60 centímetros; á cuya altura se vuelve á abrir para dejar caer el trépano y obrar por su solo peso. Una palanca ó báscula movida por el vapor, ayudada de una cuerda que de un torno y poleas pasa á unirse verticalmente á la barra, producen simultáneamente este movimiento alternativo de abajo-arriba y vice-versa; llegando el trépano á dar 20 golpes en cada minuto. En su caida abre

el terreno ó rompe las rocas que encuentra con mas ó menos prontitud segun las resistencias que haya de vencer; formando los restos escavados ó triturados un barro desleido en el agua que constantemente filtra. Para sacarlo se retira primero el trépano y se hace luego descender un prisma de metal muy sólido, en cuya base lleva una compuerta de dos hojas que se abren al caer sobre el lodo escavado, y se cierran por solo el peso de este luego que ya lleno empieza á subir.

La escavacion para cada carga suele durar 6 horas y otro tanto la extraccion. Cuando el terreno cede fácilmente al trépano se pueden escavar 2 metros por día: pero cuando se encuentra piedra dura ó marga compacta sobre la que el útil resbala inclinándose en cada una de sus caidas, solo se adelantan 60 centímetros por 24 horas. Es preciso cuidar mucho que el movimiento de la maza y mango sea vertical.

Las ventajas de este procedimiento sobre el anterior son:

1.ª Que no hay necesidad de barra de hierro, suficientemente sólida para barrenar sin romperse, puesto que el mango no hace mas que subir y descender.

2.ª Que las averías que sobrevengan á este mango se reparan con facilidad.

3.ª Que es mucho menos pesada y mas fácil de manejar.

4.ª Que parece se puede sondar indefinidamente ó á una gran profundidad procediendo de esta manera, puesto que el trépano, cayendo siempre de la misma altura, no experimenta nunca rozamiento alguno que amortigüe el choque, y guarda siempre la misma fuerza de percusion.

5.ª Este sistema es al mismo tiempo mas veloz y eficaz que el del barreno.

El costo que ha tenido este pozo de Passy ha sido de 1000000 de francos. Si conforme se aconsejó por algunos Ingenieros hubiera sido menor el diámetro interior, se pudieran haber ejecutado dos pozos con menos costo y mas producto de agua. Si el diámetro del tubo interior hubiera sido de $0^{m},30$ en vez de $0^{m},74$ del actual pozo, el gasto habria llegado á $0^{m3},111$ por 1″, ó $0^{m3},222$ para dos pozos iguales á conveniente distancia, con un costo de 300.000 francos cada uno, ó 600.000 entre los dos, dando 400.000 francos de economía, respecto al de Passy, para cerca de un doble producto.

En consecuencia, los pozos artesianos deben ser de diámetro suficientemente grande para que se puedan manejar bien y con desembarazo los útiles de perforacion, sin que por esto se camine á un límite tan grande como en el de Passy; pareciendo que $0^{m},2$ á $0^{m},3$ es un número bastante aceptable para el tubo de ascension: pero en todo caso debe cuidarse de no abrir otro pozo en las cercanías del primero si se quiere que ambos den su máximo gasto. Esta distancia mínima no debe ser menor de 3 á 4 kilómetros.

CAPÍTULO X.

GNOMÓNICA.

2063. Generalidades.

La gnomónica tiene por objeto la construccion de los relojes de sol, marcándose en todos casos las horas por la sombra de un estilo, índice ó *gnomon*.

El sol puede producir esta sombra de un modo *directo*, *reflejo* ó *refracto*, lo que dá lugar á otras tantas especies de relojes solares. Nosotros vamos solamente á tratar de los primeros, es decir, de los relojes *solares directos*; y aun entre ellos de los *astronómicos*; pues es de advertir que existen igualmente cuatro especies de horas, las *astronómicas*, las *babilónicas*, las *italianas* y las llamadas *horas desiguales* ó *planetarias*.

Horas *astronómicas* son las que dividen el dia en 24 partes iguales á partir de la mitad de la noche ó de la mitad del dia. El movimiento aparente del sol puede considerarse como si tuviera lugar de un modo uniforme en círculos paralelos al ecuador. En cuyo caso, llamándose *círculos horarios* los que dividen el movimiento diurno del sol en tantas partes iguales como son las horas, los círculos de las astronómicas serán 24 meridianos que disten entre sí 15°.

Horas *babilónicas* son las que dividen igualmente el dia en 24 partes iguales empezando á contar desde el punto en que sale el sol; y cuyos círculos horarios son círculos máximos perpendiculares al ecuador y tangentes al paralelo mayor de los siempre aparentes en los puntos en que cortan á este paralelo los círculos de las horas astronómicas. El 1.° de los expresados círculos es el horizonte, en cuya parte oriental principian las horas.

Las horas *italianas* son iguales á las babilónicas, y unos mismos sus círculos horarios, pero con la diferencia de empezarse á contar desde el ocaso del sol.

Las horas *desiguales* ó *planetarias* son las que dividen el dia artificial, grande ó pequeño, en 12 partes iguales, y en otras tantas la noche. Así, pues, en el verano las horas del dia son mucho mas largas que las de la noche, y al contrario en el invierno. Pero en los equinocios todas ellas son iguales, sin diferenciarse entonces de las correspondientes á las 3 anteriores especies. Sus arcos horarios son los que dividen en 12 partes iguales los arcos diurnos y nocturnos.

2064. *Meridiano del lugar* es el círculo máximo vertical que pasa por los polos y el lugar de nuestra situacion. El punto superior del diámetro vertical es el *zenit* y el inferior el *nadir*.

Horizonte racional es otro círculo máximo que divide la esfera en dos partes iguales y cuyos polos son el zenit y el nadir.

El *horizonte sensible* es el paralelo al racional y tangente á la esfera.

Círculos almicantares son los paralelos al horizonte que pasan por los puntos que terminan las alturas de las estrellas ú otras del cielo sobre el horizonte.

Entre los círculos verticales se llama *vertical primario* el que pasa por las intersecciones del ecuador y el horizonte.

Los *círculos de declinacion* son los máximos que pasan por los polos del mundo

perpendicularmente al ecuador. En ellos se cuenta la declinacion de los ástros, es decir, el arco comprendido entre estos y el ecuador.

Círculos de latitud son los máximos que pasan por los polos de la eclíptica perpendicularmente á ella. En ellos se cuentan las latitudes, ó sean los arcos comprendidos por los ástros y la eclíptica.

Altura angular del polo ó *latitud de un lugar* es el número de grados que mide el arco del meridiano comprendido entre el polo y el horizonte. Es, por consiguiente, igual á la distancia del zenit al ecuador y complemento de la altura del polo al cuadrante.

Esfera recta se dice de la posicion del cielo cuando es nula la latitud, ó cuando los polos están en el horizonte y el ecuador pasa por el zenit y nadir.

Esfera oblícua es la que ofrece latitud, y *paralela* la contraria á la recta, es decir, aquella en que los polos del mundo son el zenit y nadir.

2065. En todo reloj solar el *gnomon* ó rádio indicador de las horas está situado en el meridiano del lugar con igual inclinacion sobre el horizonte que el eje terrestre, al que necesariamente es paralelo. Así, pues, la traza de un reloj solar exige siempre conocer la situacion de la meridiana y la latitud del lugar.

La tabla siguiente dá las latitudes de algunos pueblos y las longitudes respecto al meridiano de Madrid, suficientemente exactas para esta clase de problemas.

	LONGITUD.	LATITUD.
Albarracin..........		40° 52′ 0″
Alcalá de Henares....		40 28
Alicante............	3° 12′ 30″ E	38 21
Amsterdam..........		52 22 45
Albacete............	1 49 E	39 1 30
Almería............	1 15 30 E	36 51
Amberes............		51 13 18
Avero (Portugal).....		40 39
Avila..............	1 1 30 O	40 36 30
Aviñon..............		43 56 58
Atenas..............		37 49
Badajoz............	2 53 30 O	38 45
Barbastro..........		41 56
Barcelona..........	5 50 » E	41 23
Bergamo (Lombardía).		45 43
Bilbao..............	1 » » E	43 12
Braga (Portugal).....		41 33
Bruselas............		50 51
Búrgos..............	0 1 30 E	42 20 30
Cáceres............	2 28 » O	39 20
Cádiz..............	2 33 30 O	36 32
Calahorra..........		42 18
Caravaca............		38 20
Calatayud..........		41 8
Castellon de la Plana.	3 36 » E	40
Cartagena (España)...		37 51
Ciudad-real........	0 14 30 O	39 1
Coimbra (Portugal)...	4 41 30 O	40 13
Compostela..........		42 50
Constantinopla.......		41 1 27
Córdoba............	1 3 30 O	37 52
Coruña..........	4 42 » O	43 23
Cremona..........		41 1
Cuenca..........	1 26 » E	40 10

	LONGITUD.	LATITUD.
Denia..........		39° 12″
Elche (Valencia)...		38 29
Evora (Portugal)...	4° 2′ »″ O	38 38
Florencia..........		43 41
Faro (Portugal)....	4 8 30 O	37 60 30
Fuente-Rabía......		43 46
Génova..........		44 27
Gerona..........	6 30 30 E	41 59 30
Gerusalen........		31 46 34
Granada..........	0 4 15 O	37 17
Guadalajara........	0 24 30 E	40 55
Habana..........		23 9 26
Huelva..........	3 5 30 O	37 13
Huesca..........	3 17 » E	42 05 30
Jaen..........	0 4 » O	37 47
Leon..........	1 36 30 O	42 44
Lérida..........	4 8 » O	41 33
Lerma..........		41 59
Lima (Perú)......		12 20
Lisboa..........	5 24 38 O	38 42 24
Logroño..........	1 » 30 E	42 15
Lóndres..........		51 30 49
Lorca..........		37 48
Lugo..........	3 51 » O	43
Madrid (Observatorio)	» » »	40 24 36
Málaga..........	» 40 » O	36 45
Manila..........		14 36
Méjico..........		19 26
Milan..........		45 16
Mompeller........		43 36 29
Miranda (Portugal)..	2 38 » O	41 39
Murcia..........	2 30 30 E	38 00 30
Nápoles..........		40 50 15
Oporto..........	4 52 » O	41 8 50

	LONGITUD.	LATITUD.		LONGITUD.	LATITUD
Orense..........	8°51′ 0″ O	42°22′ ″	Soria...........	1°30′30″E	41°45′ ″
Orihuela.........		37 10	San Sebastian.....	1 43 30 E	43 19 30
Oviedo...........	2 13 30 O	43 20 30	SantaCruz (Canarias)	12 55 53 O	28 16
Palma............	6 21 45 E	39 34 04	San Lucar de Barrameda.		37
Palencia.........	» 58 » O	42 07 30	Tarragona.......	5 2 30 E	41 08 30
Palermo..........		38 10	Teruel..........	3 » 30 E	40 30
Pamplona........		42 48	Toledo..........	» 27 » O	39 51
París...........		48 52	Tortosa.........		40 46
Plasencia........		39 54	Valencia del Cid...	3 20 30 E	39 28
Pontevedra.......	4 53 » O	42 26 30	Valladolid.......	1 1 30 O	41 39
Puerto-Rico......		18 29	Venecia.........		45 18
Roma...........		41 54	Vich...........		42 03
Salamanca......	2 2 30 O	41 6	Vitoria (Álava).....		42 47
Santander......	» 5 30 O	43 27 30	Zamora.........	2 7 » O	41 36 30
Segovia........	» 26 » O	41 03	Zaragoza........	3 9 » O	41 38
Sevilla.........	2 6 30 O	37 24 30	Zaragoza (Sicilia)...		36 50

Se llama *plano del reloj* la superficie en que se verifica su traza, y segun sea la situacion de esta superficie así será la clase de reloj. Habrá, por consiguiente, varias especies de relojes solares, *equinocial*, *horizontal*, *vertical*, &, segun que sus planos sean paralelos al ecuador, al horizonte, vertical primario, meridiano, á mas de otros declinantes hácia los puntos cardinales en planos verticales ó inclinados como lo vamos á ver.

Fig. 949. 2066. **Reloj equinocial** (*fig.* 949).

Es el que se figura en un plano paralelo al ecuador. Su traza es tan sencilla que solo se reduce á dividir un círculo en 24 partes iguales (como indica la figura 949) y fijar el gnomon perpendicularmente á su plano. Se orienta luego inclinando este plano hasta que sea paralelo al ecuador haciendo coincidir la línea de las 12 con la meridiana. Con este fin se construye un triángulo rectángulo de madera ó hierro A B C en que B sea la altura del polo ó bien A la de la equinocial; se fija luego A C sobre la meridiana haciendo que B caiga al mediodia; con lo que solo faltará ya que poner la línea de las 12 sobre la A B. El gnomon debe prolongarse por la cara opuesta, y las horas marcase tambien en ella y en el borde del reloj: y segun que sea la declinacion del sol boreal, nula ó austral, la sombra del gnomon caerá en la cara superior, en el borde ó en la inferior. Así, de 21 de marzo á 23 de setiembre se tendrán las horas en el plano superior; de 23 de setiembre á 21 de marzo en la inferior, y en el borde los dias en que el sol está en el ecuador.

Si hacemos en el triángulo A B C, movible al rededor de A, la línea A B, de modo que el plano del reloj pueda al girar recorrer todo el cuadrante, se tendrá el reloj portátil; para cuya orientacion bastará fijar una brújula en la caja que le contenga. De este modo puede servir en todas las regiones.

Este reloj es en la esfera recta el vertical sin declinacion. En la paralela á la polar es el horizontal.

Fig. 950. 2067. **Reloj polar** (*fig.* 950).

Es el que se traza en el plano de un círculo horario, que generalmente es el de la hora sexta.

Si tiramos las líneas A B, C D, perpendiculares entre sí (equinocial y meridiana) y en su interseccion levantamos perpendicularmente al plano el gnomon O S, y con un rádio igual á la longitud de este formamos el cuadrante O T, las líneas de puntos que le dividan en 6 partes iguales serán las trazas de los círcu-

los horarios; los cuales cortarán la A B en puntos por donde pasarán las líneas de las horas, que marcará la sombra del extremo del gnomon ó la línea que, fija por este punto, sea paralela al plano del reloj.

Se orienta lo mismo que el reloj equinocial con el triángulo A B C, en el que, al contrario de aquel, es el ángulo A la altura del polo. El cateto B C debe caer al norte.

Siendo el círculo de la hora sexta el horizonte de la esfera recta, el reloj polar será el horizonte en el ecuador.

2068. **Relojes horizontales.**

La traza del reloj horizontal se hace sobre un plano paralelo al horizonte. Se puede ejecutar de varias maneras diferentes:

1.° Tirada la meridiana O B′ (*fig.* 951) y formado el ángulo $\lambda =$ á la latitud del lugar, la línea O B será paralela al eje terrestre, y por consiguiente el gnomon del reloj. Determinado un punto cualquiera B que limite su longitud, su perpendicular B A representará la equinocial, y el punto A la traza de su interseccion con el meridiano. Girando ahora el plano A O B sobre A O, la línea proyectada en A será la E F, que es la equinocial del reloj. Si con la altura A B del gnomon trazamos el círculo C A C′ y le dividimos en 12 partes iguales, las líneas auxiliares que por ellas pasen serán las trazas de los círculos horarios, cuyas prolongaciones cortarán la equinocial en puntos de las horas. Dividido el semicírculo en 24 ó 48 partes iguales tendríamos las medias horas y los cuartos. *Fig.* 951.

El gnomon puede ser una lámina metálica igual al triángulo N O B, fija perpendicularmente sobre A O al plano del reloj.

2.° *Con solo una abertura de compás.* (fig. 952.)

Las líneas A 1, A 2, A 3, &, son las tangentes de los arcos de 15°, 30°, 45°, & del círculo descrito desde B′ que representa el ecuador. Ahora bien, la tangente 45° = tangente de las 3 y las 9, es igual al rádio A B′.

Trazando el círculo A C B y el ángulo C B A = 60°, el B X C será de 30°; y se tendrán las horas de las 4 y las 8 tirando las B 4 y B 8 iguales á 2 cuerdas de 60° = 2 rádios: y las horas de las 2 y 11 por las intersecciones de las C 2, C 10. Por último, 8,7 = 2 rádios.

Por medio del cálculo (fig. 951).

Puede hacerse de dos modos; ó calculando trigonométricamente las dimensiones de las líneas A 1, A 2, &, ó los ángulos que forman las líneas con la meridiana.

En el primer caso, y medida que sea la latitud, se hallará en el triángulo O N B la extension O N, que dará el polo O. Por el A N B se determina N A, que con la anterior dará la O A. En el A O B se hallará A B, y por consiguiente A B′, que dará el centro B′. Finalmente, con los diferentes triángulos A 1 B′, A 2 B′, &, se tendrán A 1, A 2, A 3, &.

En el segundo caso los ángulos A O 1, A O 2, &, se hallarán fácilmente por las proporciones:

$$1 : \text{sen. de latitud} = \text{sen. } \lambda :: \text{tang. } 15° \text{ ó tang. } 30°, \& : A\,1 \text{ ó } A\,2, \&.$$

Si fuese $\lambda = 48°,50'$ y se pidiese la inclinacion de las líneas de las 10 ó las 2, se tendrá, sen. $\lambda = 0{,}7528$, tang. $30° = 0{,}5773$, y $A\,2 = 0{,}43459$, á que corresponde un ángulo de $23°29'32''$.

2069. **Relojes verticales cardinales ó sin declinacion.**

Son los que se describen en planos verticales; de los que 2 corresponden al vertical primario (uno meridional y otro septentrional), y 2 en el meridiano del lugar (uno oriental y otro occidental).

Reloj vertical-meridional.

Es enteramente igual al horizontal con la sola diferencia de que el ángulo B O N es el complemento de la latitud. La meridiana se traza por medio de una plomada.

Reloj vertical-septentrional.

Su traza es tambien igual á la del horizontal para un complemento de latitud, pero el polo del reloj está invertido como se vé en la figura 953, en que son B N = altura del gnomon sobre el plano del reloj; B N O = latitud; B N A = su complemento = B O N; O = polo del reloj; A N = A B′.

Reloj vertical-oriental ú occidental.

Se puede trazar de 3 maneras: por la línea *equinocial;* por la *horizontal*, ó por la del *vertical primario.*

Fig. 954. 1.° *Por la línea equinocial.* Tírese la horizontal H C (*fig.* 954) y tómese en ella y desde el punto A, pié del gnomon, C A Q = complemento de latitud $= 90° - \lambda$. La línea E Q será la equinocial.

Este ángulo se hace á la derecha del que mira el reloj si la pared dá al oriente, y á la izquierda si al occidente.

A N perpendicular á A Q será línea de las 6. Si A N = al gnomon, el punto N será el de division. De los puntos en que las auxiliares ó rádios prolongados corten la equinocial, se tirarán paralelas, y estas serán las líneas de las horas.

En estos relojes no hay meridiana, por ser su plano el meridiano mismo: y como este y los círculos horarios son perpendiculares al ecuador, sus intersecciones lo serán á la traza A Q; por consiguiente las horas serán paralelas, y el polo del reloj estará al infinito. El gnomon, proyectado en A y de la longitud A N, será una varilla horizontal sobre el extremo N.

2.° *Por la línea horizontal.* Trazada como antes la horizontal C H se tirará la perpendicular A B = al gnomon; y aplicando sobre el punto B el centro de un reloj horizontal, y sobre la B A la línea de las 6, prolongando las líneas horarias hasta H C se tendrán las horas 6, 7, 8, &. Se hace luego H A N = á la latitud, y A N será la línea de las 6, y las demás horas paralelas á esta.

Fig. 955. 3.° *Por la línea del vertical primario.* Tírese la horizontal H C (*fig.* 955) y sea A el pié del gnomon. La perpendicular A M = seccion del vertical primario con el meridiano del reloj; A G = longitud del gnomon, y G será el centro de division.

Hecho separadamente en un papel el reloj vertical-meridional, se pondrá su centro en G haciendo coincidir la linea de las 6 con G A. Entonces se prolongarán las demás líneas hasta que corten la M A, y por los puntos de interseccion se tirarán paralelas á la A N que resulta de formar el ángulo M A N $= 90° - \lambda =$ = complemento de la latitud. Este ángulo se hará á la izquierda del que mira el reloj si su plano está al oriente, y á la derecha si al occidente.

El punto A, interseccion á la vez del ecuador, horizonte y vertical primario, es el verdadero oriente ú occidente.

A E, interseccion del plano de reloj y vertical primario, ambos perpendiculares al horizonte, será perpendicular á C H.

2070. **Relojes verticales declinantes.**

Antes de explicar la construccion de estos relojes conviene saber hallar la meridiana en los planos verticales, y el ángulo de declinacion ó separacion de estos planos respecto á la meridiana; ángulo que se llama el *azimut* del muro, igual al complemento del que forman la pared y vertical primario. Se halla por medio de la brújula aplicando al muro el costado de la caja en que existe aquella, pero cuidando separar toda pieza metálica influyente en la desviacion de la aguja.

Puédese tambien hallar el azimut juntamente con la meridiana del modo siguiente (*fig.* 956). *Fig.* 956.

Trazada la meridiana sobre un plano horizontal, y clavado perpendicularmente á la pared el gnomon que ha de servir para el reloj, el cual se supone proyectado en A, se observará la sombra que arroja y se marcará su extremo D en el momento de coincidir con la meridiana horizontal la sombra del gnomon respectivo. Tirada entonces á plomo la CD será esta línea la meridiana, y el ángulo ACB la declinacion ó azimut: el cual estará á levante si el plano de la pared tiene el gnomon á la izquierda, ó al poniente si á la derecha de CD. Sucederá lo contrario si el plano mira al septentrion.

Se puede hallar la meridiana vertical sin dependencia de la horizontal, procediendo como sigue (*fig.* 957). *Fig.* 957.

Fijo en la pared el gnomon SG se observará por la mañana á cualquiera hora una altura de sol y en aquel momento se marcará la sombra GB del gnomon y se tirará la vertical AB. Por la tarde se observarán tambien varias alturas hasta que se encuentre la igual á la de la mañana; y si en aquel momento fuere GD la sombra del gnomon, tírese la vertical CD. Bájese luego la GN = GS, y tiradas las NA, NC, divídase en dos partes iguales el ángulo ANC, con lo que se tendrá el punto R y la vertical R 12 que será la meridiana. Y en efecto, á iguales alturas de sol por mañana y tarde las líneas CD y AB deben distar igual cantidad de la meridiana, que es lo que se consigue con dividir en dos partes iguales el ángulo ANC y bajar la R 12.

2071. **Reloj meridional declinante.**

Tirada la horizontal HB (*fig.* 958) se puede empezar la formacion del reloj por fijar la meridiana S 12 en el paraje que mas convenga de la pared, y determinar despues la longitud y el pié del gnomon; ó al contrario, fijar este de antemano y determinar luego la meridiana. *Fig.* 958.

De cualquiera manera que sea, el ángulo de inclinacion ó el *azimut* de la pared determinará los puntos A ó D por donde se ha de hacer pasar la meridiana S 12 ó la DG perpendicular á la horizontal HB que dé G para el pié del gnomon y DG su longitud ó altura. Tomada luego AB = AD y hecho el ángulo de latitud λ, se tendrá el polo S, y con la BR perpendicular á BS, el punto en que la equinocial corta la meridiana. Tirada la DC perpendicular á AD, será C el punto interseccion de la meridiana y horizontal, y la EQ la equinocial. La SG será la substilar ó proyeccion del gnomon sobre el plano del reloj: y haciendo GN = GD y perpendicular á la substilar, la SN será el eje del mundo, y la NM el rádio de la equinocial. Si la operacion está bien hecha deberán ser NM perpendicular á SN, y la EQ á la substilar.

Las líneas horarias se pueden trazar de tres modos.

1.° *Dividiendo la equinocial.* Haciendo MN = MO y tiradas las OC y su perpendicular OR (que debe coincidir en el punto R) se tendrá el cuadrante CMI, que se divirá en 6 partes y dará las líneas que se buscan. Si el reloj declina de

medio-dia á oriente se pondrán las horas de la mañana donde hay mas, y al contrario si la declinacion fuera del medio-día al oeste.

2.° *Dividiendo la línea horizontal.* Se traza el reloj horizontal cuyo centro será D y D A la meridiana: y el semi-círculo cuyo rádio es DG, dividido de 15° en 15° á partir de D A, dará las líneas horarias, haciéndolas pasar por S y las intersecciones con la horizontal de los rádios prolongados.

3.° *Dividiendo la traza del vertical primario.* Por el punto C en que la equinocial corta al horizonte se tira la vertical V C, traza del vertical primario. Llevando luego C D á C H, el punto H será el centro de la division; en el que se fijará el de un reloj vertical meridional sin declinacion, cuya línea de las 6 caiga sobre H C; y las líneas horarias de este reloj cortarán la V V' en los puntos horarios del declinante.

La construccion de este la hemos verificado á la izquierda de la meridiana porque su declinacion es oriental. En el supuesto de que fuera occidental, la substilar debería caer á la derecha de la meridiana, y por consiguiente, el ángulo de latitud á la izquierda. Si al mismo tiempo mirase el plano de medio-día á poniente la abertura del ángulo azimutal miraría á la derecha.

2072. Reloj septentrional delineante. (*fig.* 959)

Es enteramente igual al meridional invertido; es decir, que los ángulos que en aquel se formaban sobre la horizontal, en este caen debajo y vice-versa, como se observa en la figura 959.

Fijo el gnomon G D, hágase $\delta =$ al azimut del muro, y S R será la meridiana que marcará la media noche. AD = AB; $\lambda =$ latitud: SO = substilar; G N = DG perpendicular á la substilar, S N = eje del mundo; N M = perpendicular á SN; M O = M N; Q R perpendicular á O S; D C perpendicular á A D; R Q = equinocial; O R y O C deben ser perpendiculares, y el cuadrante C I dará los puntos horarios sobre la equinocial.

Si la declinacion es al oriente, como en el presente caso, la abertura del ángulo δ mirará á la derecha de la meridiana; y á la izquierda si fuere al occidente. La substilar caería igualmente á la izquierda y el ángulo de latitud á la derecha.

2073. Relojes en planos inclinados.

La inclinacion de un plano puede considerarse con relacion al vertical ó al horizonte; y basta conocerla en cualquiera de estos dos sentidos midiéndola con un instrumento de pendiente.

Si el plano del reloj fuese al mismo tiempo declinante, figurada que sea la traza del vertical en que se ha medido la inclinacion, y tirada á ella una perpendicular, se aplicará sobre esta el costado de la brújula ó declinatorio para tener el azimut de la pared = al del plano vertical que pasará por aquella traza.

Conviene tambien saber hallar en esta clase de relojes la traza del horizonte del reloj, ó plano horizontal que pasa por el extremo del gnomon. Con este fin, puesto el gnomon G N que ha de servir al reloj perpendicularmente á la pared, se hará pasar por su extremo una plomada cuya interseccion con la pared será la proyeccion del zenit Z (*fig.* 960), que abreviadamente se llama zenit: y uniéndola con el pié del gnomon por la recta G Z la perpendicular en N á la plomada tocará naturalmente á Z G en un punto por donde pasará la traza horizontal que se busca H H'. Bastará pues, hacer girar el triángulo Z N H al rededor de Z G, ó trazar sobre la pared G N' = G N perpendicular á Z G, y N' H perpendicular á Z N'.

Para hallar la meridiana se procede tambien muy fácilmente como sigue *fig.* 961). Determinado el zenit Z y la horizontal A q, tírese la A N y llévese de

A á D. Márquese con el declinatorio el azimut del plano, y supuesto sea el ángulo A D o, la Z o será la meridiana.

Si no hay declinatorio se observarán en alturas iguales de sol antes y despues de medio-día los puntos *m* y *n* de la sombra extrema del gnomon, y tiradas las Z *p* y Z *q*, D *p* y D *q*, se dividirá el ángulo *p* D *q* en dos partes iguales por la D *o*.

2074. Reglas para la traza de relojes en planos inclinados sin declinacion.

1.ª Si el plano es meridional y su inclinacion menor que la latitud, se restará aquella de esta, y el resíduo será la altura del polo sobre el plano inclinado. El problema queda entonces reducido á trazar un reloj horizontal para esta latitud; puesto que el plano inclinado sería paralelo al horizontal de la region correspondiente á la expresada latitud.

2.ª Si el plano meridional tuviese inclinacion igual á la latitud, el reloj sería el polar (número 2057).

3.ª Si la inclinacion fuese mayor que la latitud, se agregaría á esta el complemento de aquella (complemento que es igual á la inclinacion respecto á la vertical); y la suma será la latitud ó altura del polo sobre el horizontal á que es perpendicular el plano inclinado. El reloj entonces será el meridional vertical sin declinacion.

4.ª Si fuese el plano septentrional y su inclinacion menor que la altura de la equinocial ó complemento de la latitud, se restará una de otra, siendo el resíduo la altura de la equinocial y su complemento, por consiguiente, la altura del polo sobre dicho plano. El reloj será el horizontal para dicha altura.

5.ª Si el plano septentrional tuviera una inclinacion igual á la altura de la equinocial, se trazaría el reloj equinocial (número 2056).

6.ª Si la inclinacion fuere mayor que la altura de la equinocial, se sumaria esta con el complemento de la inclinacion, que daría la altura de la equinocial sobre el plano. El reloj que se trazaría entonces sería el septentrional vertical sin declinacion.

2075. Reloj meridional sobre un plano inclinado y declinante.

Tiradas las A B, C D (*fig.* 962), perpendiculares entre sí, cuya interseccion sea el pié del gnomon, y tomada G N por la longitud de este, hágase el ángulo A N P = á la inclinacion del plano, y su complemento A N H. Si el reloj se hiciese en la parte inferior de A B se tomaría la latitud abajo y la inclinacion arriba. El punto Z será la proyeccion del zenit, y por I pasará la traza E F del horizontal. Trasladada I N á I C, fórmese el ángulo δ = al azimut ó declinacion á la derecha de C G si ella fuera (como en este ejemplo) al oriente, ó á la izquierda si lo fuera al occidente. Fórmese tambien su complemento C L M, y los puntos M y L corresponderán á la meridiana y hora 6.ª; cuyas líneas serán las que unan M con el zenit Z y L con el pié del gnomon: líneas que, si no se ha equivocado la operacion, serán perpendiculares entre sí. *Fig.* 962.

Con el rádio M C y centro en M ó con el Z N y centro en Z se marcará el punto O. Tirada luego la O M fórmese sobre ella el ángulo Q O M = á la latitud, y hácia abajo su complemento M O R. Prolongada la Q O hasta S, este será el polo del reloj. La O R dará el punto V en que se cortan la meridiana y equinocial, cuya traza será la L X, así como la S Y, que pasa por el pié del gnomon y es perpendicular en J á la equinocial, será la substilar. Tirada ahora la G N′ perpendicular á la substilar é igual al gnomon, se tendrá el G S N′: y si desde J se toma en la substilar J K = J N′ será el punto K el centro de la division de la equinocial; punto que se hallará igualmente llevando G L de C á K. De K des-

críbase un círculo, y tirada la K U divídase aquel en 24 partes empezando desde U; y los rádios prolongados darán sobre la equinocial los puntos horarios, cuyas líneas serán las que de ellos vayan al centro S.

2076. **Reloj septentrional en plano inclinado y declinante.**

La operacion es idéntica á la anterior como lo vamos á ver.

Fig. 963. Tiradas la C D á plomo y la A B su perpendicular (*fig.* 963) tómese sobre ella la longitud arbitraria del gnomon G N, y hágase el ángulo A N P y su complemento A N H. Lo contrario tendría lugar si el reloj se trazase en la parte inferior. Por I se tirará la horizontal E F. Tomada ahora I C = I N fórmese el ángulo δ = al azimut del plano, á la izquierda de C D si su declinacion es al oriente, ó á la derecha si lo fuese al occidente. Su complemento está al opuesto lado. Por M y Z tírese la meridiana, y por L y G la L G, á la que desde Z ó M se pasará la Z N ó la M C que dará el punto O. Trazada la O T por M se hará el ángulo T O K = λ, latitud, con lo que la línea O Q dará sobre la meridiana el punto S que será el centro del reloj: así, la línea S Y que pasa por el pié del gnomon será la substilar. Tirando luego la O R perpendicular á O Q y uniendo L con V se tendrá la equinocial L X que cortará perpendicularmente en J la substilar. Levantando ahora la G N = G N′ del gnomon perpendicular á la substilar, se tendrá el triángulo gnomónico S N′ G. Tomando J N′ = J K, el punto K será el centro de division, del que se describirá el círculo U U, que dará las líneas horarias desde el centro S del reloj.

FIN.

ADICION I.

REGLAS QUE DEBEN TENERSE PRESENTES PARA LA FORMACION DEL PROYECTO Y PRESUPUESTO DE UNA CONSTRUCCION PARCIAL.

Sea cualquiera el sistema que se adopte para la ejecucion de una obra, se presentarán de antemano con todos sus detalles y precisa claridad los documentos necesarios á la inteligencia completa de la construccion de que se trata, de manera que se pueda juzgar con certeza, aun por las personas agenas á la formacion del proyecto, de todos los particulares que abrace el edificio en cuestion, ya sea un palacio, casa particular, iglesia, muelle, puente, esclusa, &; y aun poder tambien introducir tales ó cuales modificaciones que se crean convenientes, evitando siempre dudas de ningun género, y facilitando cuantas comprobaciones de detalles se quieran establecer.

A este fin, constará el proyecto, Á MAS DE LOS PLANOS GENERALES Y PARTICULARES CON SUS DETALLES, DE UNA MEMORIA DESCRIPTIVA, DEL PRESUPUESTO EN TODOS SUS PORMENORES, Y DEL PLIEGO DE CONDICIONES FACULTATIVAS: documentos que unidos fijan con toda claridad la idea, sirviendo unos para ampliar ó dar mas ilustracion, otros para mayor facilidad en la revision, y otros en fin para mas exactitud, demostrando y justificando los resultados.

Planos generales y particulares.

Los dibujos por sí solos pueden representar el todo del pensamiento, y aun demostrar suficiente exactitud si, al estar hechos con escrupulosidad, se une la circunstancia de tener escritas las cotas á mas de las escalas correspondientes. Esto, no obstante, deben acompañarse los cálculos, ó sus resultados, de las resistencias de las diferentes partes del edificio, que, por ser el fundamento principal del proyecto, conviene tenerlo á la vista para desvanecer cualquiera duda ó marchar con toda seguridad en la ejecucion; viendo, despues de analizados que los expresados resultados convienen y ligan exactamente con las dimensiones escritas ó indicadas en los dibujos.

Estos se compondrán, de un plano general, vista y cortes en igual escala de $\frac{1}{100}$; de otros particulares de un trozo de obra que dé á conocer el sistema de construccion, en escala de $\frac{1}{50}$, y de varios detalles de mas ó menos interés, ya se trate de armaduras, cimbras, molduras, ornamentos, cimentaciones especiales, puertas ó ventanas, sistema de movimiento de alguna parte del edificio, &: dibujando por último, si fuere preciso, en mayores escalas otros detalles que por su importancia no se deban omitir, y que por su pequeñez no se puedan representar bien con las anteriores escalas.

Las reglas de proporciones ó datos manifiestos en el art. 4.° (parte proporcional) del capítulo 6.°, pueden servir para determinar la capacidad de diferentes piezas de un edificio segun su género: no perdiendo tampoco de vista lo muy importante que es atender para todos los edificios públicos á la ventilacion y calefaccion de sus diferentes piezas, como á todo lo que tiene relacion con la arquitectura higiénica.

En los cálculos que se hagan de la resistencia á la traccion ó tension, presion y torsion de los diversos materiales de la construccion, se tendrán presentes los

números anotados en las diversas tablas del cap. 6.° art. 2.°, si no se quieren experimentar directamente. La carga de prueba en los puentes para carreteras de madera y hierro, será de 400k por 1m² de tablero.

Si fuere un puente la obra que se proyecta, se acompañará, á mas de los dibujos dichos, «el plano topográfico que comprenda en la escala de $\frac{1}{2500}$ el curso del rio dentro de la distancia de 1 kilómetro, por lo menos aguas arriba y abajo del lugar de situacion del puente, que debe fijarse por las consideraciones generales acerca del curso y caudal del rio y de la comunicacion de que se trata, representando con exactitud la naturaleza y disposicion del terreno en ambas orillas, y todos los accidentes que influyan en el régimen de la corriente. El perfil longitudinal del rio seguirá la línea del talwelg del lecho en los dos kilógramos de longitud indicados, explicando las irregularidades que ofrezca el fondo y las diversas alturas á que se elevan las aguas en cada uno de sus estados mínimo, medio y máximo. La escala para las distancias horizontales de este perfil será la misma de $\frac{1}{2500}$, y de $\frac{1}{250}$ para las alturas. En todo sitio donde por un cambio de direccion, alteracion de anchura ú otro accidente del lecho, se produzca variacion en el régimen de la corriente, se formará un perfil trasversal en el que se representará en escala de $\frac{1}{250}$ para las magnitudes horizontales y verticales, todo el perímetro bañado y las respectivas alturas á que se eleven las bajas aguas, y las avenidas ordinarias y extraordinarias.»

«En el perfil trasversal que corresponde al eje del puente que se proyecta y en los dos inmediatos, que en todo caso han de formarse á 10 metros por uno y otro lado del anterior, se representarán y anotarán la naturaleza y disposicion del terreno en el fondo del rio hasta la profundidad y latitud total á que deben extenderse las nuevas construcciones. Para obtener estos indispensables datos se harán con esmero de 3 en 3 metros sondas en el eje de cada uno de estos tres perfiles.»

Memoria descriptiva.

Este documento, que es de la mayor importancia, no debe limitarse á una simple descripcion que apenas haga otra cosa que repetir lo que de manifiesto se vea en los dibujos: ni debe ser tan prolija y abultada que, separándose de su principal objeto, cual es la clara y distinta explicacion del pensamiento en general de la obra, sus circunstancias particulares, y el análisis de todos sus elementos, especialmente aquellos que no se pueden demostrar bien en los planos, solo sirva para oscurecer en vez de iluminar, ó para ver muy poco á fuerza de querer ver mucho. Debe exponerse en ella el objeto de la construccion y fin que se proponga segun los datos oficiales, las circunstancias locales que puedan contribuir á darla tal ó cual forma ó disposicion, las que obliguen á adoptar un determinado sistema de construccion, exponiendo el resultado que en consecuencia ha de producirse: y por fin, debe hacerse el análisis del edificio, marcando con precision todo lo que no es visible en los dibujos y cuanto mas pueda contribuir á la claridad de la ejecucion, tanto en el cuerpo del edificio como en las cimentaciones y ornamentos. Si la obra hubiera de propender á una especulacion se deberian analizar sus rendimientos probables, y compararlos con el capital invertido y el que periódicamente se emplease en su entretenimiento y esplotacion, para deducir el interés que pueda prometer su realizacion.

Si fuera un puente el edificio de que se trata «se explicarian y analizarían las circunstancias y accidentes que ofrezca el curso del rio, en la extension del plano general, apreciando las alteraciones que aparezcan en las dimensiones de la seccion trasversal, en la velocidad y volúmen de agua que en los distintos estados de la corriente corresponda á cada uno de los perfiles tomados, y deduciendo las

condiciones esenciales á que ha de satisfacer la nueva obra respecto á la distribucion de sus claros y macizos, para que presente el menor obstáculo á la corriente sin comprometer su estabilidad; la longitud y elevacion que debe tener para la mas conveniente desembocadura al paso de las aguas; la direccion, forma, &, en que hayan de establecerse los apoyos, para que sin alterar en cuanto sea dable el régimen conveniente del rio, cumpla el puente el objeto de su servicio y demás que la naturaleza de la localidad imponga: se demostrará que la obra, tal como se proyecta, por su forma y disposicion, por las dimensiones de sus diferentes partes y por los materiales de que estas han de componerse, llena de la manera mas ventajosa las primeras condiciones para su establecimiento y las no menos importantes de su solidez y mejor conservacion.

Despues del relato descriptivo del edificio se hablará de materiales que se han de emplear, su situacion, naturaleza y total importe de su volúmen ó peso, al pié de obra y en el punto de su procedencia; el costo de su conduccion, y el de labra y mano de obra para el asiento.

Para esta valuacion, como asimismo la de otros elementos que entran en juego, se escribirán tablas de los precios medios elementales y compuestos, deducidos de las relaciones adquiridas en el país.

Como las expresadas tablas de precios son la base del presupuesto, y este es el documento que debe arrojar mas exactitud, á fin de no perjudicar al Contratista ó al Erario, Compañía ó Propietario, pues si los precios son bajos el Empresario pierde y si altos obtiene un beneficio ilícito, se pondrá el mayor esmero en la redaccion de semejantes documentos, como asimismo en la apreciacion de las unidades de obra que deben formar una tabla separada, expresándose por cada parte del edificio el número de metros lineales al largo, ancho, y alto ó profundo, y por consiguiente los metros cúbicos que comprenda de escavacion ó desmonte, terraplen, cimiento de tal ó cual naturaleza, especie de fábrica en pared, molduras, bóvedas, pisos, &; agregando si la mampostería es ordinaria, de piedra cortada, ladrillo, concertada, hormigon, &, como así tambien la madera empleada en pilotes, tablestacas, emparrillado, andamios, cimbras, &; la correspondiente á puertas, ventanas, vigas, armaduras, &; diciendo su calidad; el hierro en kilógramos forjado, laminado ó fundido, empleado como barras, tirantes, vigas, péndolas, cinchos, pernos, clavos, roblones, &; y así para todo lo restante: pues con la expresion exacta de todas estas unidades en obra y el cálculo del precio medio de la de mano se tendrá todo lo necesario para establecer el presupuesto.

La primera tabla elemental de *jornales y materiales* es fácil de exponer con toda exactitud, pues dia por dia se sabe con certeza la alza ó baja que pueden tener los precios de ejecucion por cada operario, peon, albañil, cantero, carretero, &; los de una caballería mayor ó menor, carro de bueyes, caballos ó mulas, &; y asimismo el metro cúbico de cada especie de material en bruto, conducido ó no á la obra; ya sea piedra-mamposte, arena, cal viva ó apagada de tal ó cual naturaleza ó calidad, cimento, mezcla ordinaria ó hidráulica, piedra sillar ó sillarejo, millar de ladrillos sólidos ó huecos, millar de teja, adoves, &. Mas en el supuesto de no haber vendedores de material, ó que sea preciso ó mas conveniente adquirirlo directamente, se harán experimentos, si de ellos se careciese, relativos al tiempo medio que se puede emplear en sacar y conducir la piedra con tal ó cual medio de explotacion, la arena, cal, &; y hacer, cocer y conducir ladrillos; exponiendo cuanto ofrezca la explotacion de los diversos materiales de que haya necesidad, y calculando en consecuencia por el trabajo de un dia el precio á que debe salir cada unidad: precio que, para evitar errores, debe com-

pararse con el que se obtiene en otros puntos inmediatos, y ver así si hubo justa, excesiva ó defectuosa apreciacion.

La obra de mano, en general, es un elemento difícil de estimar con exactitud, pues depende su valor de muchas circunstancias imposibles de subordinar á la voluntad del calculador; no pudiéndose tampoco establecer sobre ello leyes que regularicen la marcha en todos casos. Pocos son los jornaleros que, guiados por un buen espíritu de conciencia, traten de poner de su parte cuanto les es posible hacer al dia, y varios hay que trabajando poco hacen mas que otros menos inteligentes en doble y triple número de horas. Por esta razon en la apreciacion de la mano de obra solo puede procederse estimativamente segun la esperiencia de varios Ingenieros y Maestros que se han dedicado á este género de observacion.

La tabla siguiente expresa el término medio del tiempo empleado en varias faenas; con lo cual puede luego deducirse fácilmente el que tendrán las diferentes necesidades de obra simple ó compuesta, sabido el precio primero de los materiales que entran en su composicion.

Dragueado de un metro cúbico de arena ó fango	6 horas.
Id. de arena á la profundidad de 1^m	10
Id. de 1^{m3} de grava, piedra ó arcilla, hecho á la mano con 4 hombres relevados cada dos horas, y á la profundidad media de 3^m	3,5
Dragueado de 1^{m3} de arena á 2 y 3^m de profundidad con draga de cucharas y 5 operarios	1
Metro cuadrado de revestimiento de tepes: Por la extraccion 0,92; Por conduccion y empleo 1,16	horas. 2,08
Metro cúbico de preparacion de arcilla ó barro para humedecerlo, amasarlo y emplearlo	8,13
Empleo solo de la arcilla	1
Metro cúbico de piedra de corte ó mamposte, trasportado en un carro por medio de un capataz y 6 peones: Carga y descarga 1,80 — 1,80; Trasporte y vuelta á 100^m — 0,20	2
Metro cúbico de piedra de corte ó mamposte, trasportado en carro con dos caballos un carretero y cuatro peones	1,45
Por embragar, desembragar y levantar una piedra sillar á 1^m con la cábria ó grua, un operario y cuatro peones	0,8[illegible]
Tiempo empleado solamente en levantar la piedra á 5^m	0,33
Id., para acarrear, embragar, desembragar y levantar á 10^m una piedra de 1^{m3} por ocho peones	2,37
Metro cuadrado de picado de piedra esquistosa por un picapedrero	9
Id., de roca cuarzosa, rompiendo las aristas de la masa: un picapedrero	9
Metro cúbico de extraccion de mamposte ó piedra ordinaria de mampostear por un cantero	5
Metro cúbico de extraccion de piedra conveniente para el acuñamiento; un cantero	8
Id., de piedra para labra: un cantero	30
Id., de piedra preparada para labra	3,33
Id., de piedra granítica, propia para la labra, por un cantero y un peon	20
Id., de piedra extraida y preparada, propia para la labra; por un cantero y un peon	25
Metro cúbico de piedra de corte: por la extraccion, carga con ocho operarios y descarga con tres	4
Extincion de 1^{m3} de cal hidráulica	10
Id., de 1^{m3} de cal crasa, comprendiendo tres horas por el agua de servicio	8
Metro cúbico de arcilla cruda en polvo para composicion de morteros, por un obrero	3,30
Metro cúbico de arcilla cocida para fabricacion de mortero hidráhulico, por un obrero	3,30

Por la carga y trasporte cerca del horno, por un obrero	3 horas.
Vigilancia, carga y descarga del horno y almacenamiento: por un obrero	20
Metro cúbico de mortero de cal crasa (el desecho del mortero en su empleo es cerca de $\frac{1}{20}$)	12
Metro cúbico de mortero fabricado á máquina (con un caballo y cuatro peones)	5.30
Id., de mortero hidráhulico; comprendida la extincion de la cal	15
Id., de hormigon hidráhulico	16
Empleo bajo el agua de 1^{m3} de piedra para escollera	1
Metro cúbico de mampostería de piedra en seco, por un operario y su peon	7,30
Id. por el servicio y acarreo	10
Metro cuadrado de paramentos de muro de piedra en seco por un albañil	5
Metro cúbico de mampostería de piedra en seco por un albañil y dos peones	5
Metro cuadrado de repaso de juntas sobre piedra de corte ó piedra picada: un albañil, y un peon	3,30
Mano de obra de 1^{m3} de mampostería ordinaria, con mezcla comun: un albañil y un peon	5
Mano de obra de 1^{m3} de mampostería ordinaria sobre un andamio: *id.*	6,5
El mortero que entra en 1^{m3} mampostería se puede valuar en $0^{m3},2$ á $0^{m3},4$	
Id., con mezcla de yeso: *id*	6
Id., de mampostería de sillarejos: *id*	7,5
Id., de 1^{m3} de paramentos de sillarejos	7
Id., de 1^{m2} de recorrida y repaso de juntas de paramentos de mampostería ordinaria: un albañil	1
El mortero empleado en esta clase de obra se puede valuar en $0^{m3},01$ á $0^{m3},02$ por 1^{m3}.	
Mano de obra de 1^{m3} de mampostería en bóvedas: un albañil	1,5
Id., de 1^{m3} de mampostería de paramentos, sembrado de pequeñas piedras	9
Id., para todas las partes curvas	10
Id., de picado de paramento en muros rectos: un picapedrero	11
Metro cúbico de mampostería de sillares labrados, comprendidas 20 horas por el servicio y acarreo por un peon: un albañil	25
El mortero empleado es $0^{m3},2$.	
Id., comprendidas ocho horas de servicio y acarreo por dos peones	13
Hechura de 1^{m2} de paramento de piedra irregular, bóvedas y partes curvas	12
Id., de 1^{m2} de mampostería en seco con carretales: un albañil y tres peones	2
Id., *id.*, con mortero de cal y arena	2,5
Postura de 1^{m3} de piedra sillar en paramentos, bóvedas, escalones, parapetos, etc.: un operario y tres peones	4
Metro cúbico de piedra con un albañil	15
El mortero que entra es de $0^{m3},1$.	
Metro cúbico de piedra para pilares aislados: un operario y un peon	10,80
Id., para gárgolas ó sumideros, fregaderos, etc.: un operario y un peon	24,20
Id., para muros circulares: un operario, dos peones braceros y dos peones menores	4
Id., para muros rectos: *id.*	3,38
Id., para bóvedas y fustes de columnas: *id.*	6,75
Id., para arista de bóvedas en rincon de cláustro: *id.*	10,20
Hechura de 1^{m} de mampostería sillar con un operario y tres sirvientes	5
Id., de 1^{m2} de mampostería para gárgolas verticales de $0^{m},06$ de expesor, *id.*	1,30
Id., de 1^{m2} de mampostería por solo el asiento, teniendo la piedra $0^{m},9$ á 1^{m} de cola	5 minutos.
Metro cuadrado de aserrado de piedra de roca: dos aserradores	4,75 horas.
Id., de piedra sillar escodada y unida	15 á 16
Id., de mármol bien cincelado á punzon y corta-frio: un operario	21
Id., de piedra ordinaria de corte, groseramente picada: un operario	5,30
Id., de piedra granítica, labrada á punta: un operario	27,30
Id., de piedra granítica, labrada á la rústica: un operario	28

Id., de roca arenisca unida: un operario	9 horas.
Metro cuadrado de paramento bien labrado de granito: un operario	30
Id., de un carretal de granito, desvastado y labrado: un operario	22,50
Id., de un carretal esquisto *id.*	7,50
Id., de un carretal de granito escuadrado: *id.*	3
Id., de granito perfectamente labrado para molduras, bases de columnas y paramentos curvos: un operario	80
Id., de carretal desvastado de arenisca: *id.*	2
Id., de paramento de granito bien labrado	25
Id., de paramento recto escodado: *id.*	13,50
Id., con piedra franca	8
Id., con piedra tierna	5
Aserrado de 1^{m3} de piedra liais de París: dos aserradores	5,40
Id., de piedra franca	4
Id., de piedra blanda	1
Metro corriente de granito dispuesto á servir de tope, empotramiento, apoyos y ranuras de esclusas, un picapedrero	40
Metro corriente de igual clase de piedra á su union con el zampeado	15
Metro cúbico de penetracion en la piedra sillar de mediana dureza: 1 operario	150
Id., de penetracion en la piedra granítica: *id.*	358 á 420
Id., de penetracion en la piedra esquistosa	250
Id., de penetracion en la piedra franca para incrustaciones de $0^m,5$ de lado	175
Id., de penetracion en la piedra blanda	73
Metro cuadrado de losa de $0^m,08$ de espesor puesto con mortero hidráulico; 3 operarios	6,70
Metro cúbico de mortero para piso: un albañil y dos peones	6

Para 1000 ladrillos de dimensiones ordinarias:

Extraccion de la tierra ($1^h,75$) y trasporte por 1 operario	4	10,88
Para el amasado: 1 operario	3,75	
Para el moldeo 1 jefe y su ayudante: 2 moldeadores y 4 peones	1,25	
Para recortar las barbas, arreglar los ladrillos y apilarlos	1,25	
Para ponerlos en el horno: 2 hombres para arreglar los ladrillos y el carbon ó leña, y 6 para las demás operaciones hasta la descarga y apilado	0,63	

El desecho de ladrillos en su empleo es de $\frac{1}{20}$.

Para 1000 ladrillos huecos, tejas planas ó curvas, y tubos, hecho todo con máquina movida por hombres (tal como la de Schlosser (31, rue de la Roquette, París), 5 hombres para el ladrillo y preparar la arcilla, y 8 para el cocido	9
Id. haciéndose la preparacion del barro en cubeta por medio de una caballería, en cuyo caso debe aumentarse un caballo y disminuir un operario	6
Metro cúbico de mampostería de ladrillo: 1 albañil y un peon.	
1.° A la altura del primer piso	5
2.° A diferentes alturas, exigiendo andamios de mas ó menos elevacion: término medio	7
Metro cuadrado de paramento de ladrillo: un albañil y un peon.	
1.° En muros rectos con mezcla ordinaria	1,20
2.° En bóvedas ó muros curvos, *id.*	1,80
Metro cúbico de mampostería de ladrillo, con mezcla hidráulica á capas regulares: 1 albañil y su peon	6.70
Metro cuadrado de recorrida de juntas: un albañil	1,80
Id., en paramentos despues de terminada la mampostería: un albañil	1,30
Metro corriente de repaso de juntas en mampostería antigua de piedra	0,60
Metro cuadrado de enlucido ó empañetado: 1 albañil y su peon	0,67

		horas.
Trasporte al pié de la obra de 1^{m3} de madera de labra.		
1.° Carga y descarga en un diablo (carro de cama estrecha y muy larga) por 9 operarios y 1 gefe	0,35	0,41
2.° Tiempo necesario para recorrer 100^m	0,06	
La carga y descarga de una carreta por 1 acarreador y 3 operarios exige		0,50
Id., de una barca pequeña, por igual número de operarios		2
Hechura de una espiga de $1 \times 2 \times 3$ decímetros		1,82
Id., de una mortaja, *id.*		1,50
Id., de una muesca, *id.*		1
Id., de 1^{m2} de juntas de vértices, empalmes, cruceros y montantes		10
Ensamble á media madera		5
Id., A cola de milano		6
Abertura de agujero con barrena en la extension de 1^m de palizada		1
Id., á escoplo sobre una pieza de madera		3
Aserrado de 1^{m2} de superficie sobre caballete, todo comprendido: 2 operarios		1,30
Id., en madera fuerte, encina, roble, etc.: *id.*		1,45
Id., en olmo		1,50
Id., de 1^{m2} de pilotes y postes. 2 operarios		8,20
Id., *id.*, de cabezas de vigas		5
Id., *id.*, de pilotes á nivel del fondo con serrucho ó sierra de mano		10,50
Id., *id.*, de tablestacas, *id.*		12,50
Hechura de 1 pilote: 1 carpintero		1
Id., comprendido el tiempo de poner la punta y zapatilla, *id.*		1,25
Postura y desbarato de 1^{m3} de madera escuadrada para andamios: 2 operarios		17
Id., de 1^{m3} de igual obra á caja y espiga, *id.*		38
Desbarato y apilado de 1^{m3} de madera escuadrada para andamio, 2 operarios		2
Id., siendo la madera escuadrada y sujeta con clavijas de hierro: *id.*		2,50
Hechura de 1^{m3} de ligaduras ó cadenas de madera clavadas á pilotes: 1 carpintero.		59
Desbarato y arreglo de lo mismo: 1 carpintero y 1 peon		3,90
Hechura de 1^{m3} de enriostrado entre pilotes: 1 carpintero		41
Desbarato y apilado de lo mismo: un carpintero y 1 peon		5,12
Hechura y postura de 1^m de balsa: 1 carpintero		1
Clavado de 1 pilote: 12 operarios y peones.		0,50
Arrancar un pilote: 1 carpintero y 4 peones		0,25
Ensamble de 1^m de maderos de $0^m,25$ por $0^m,8$ con traviesas especiadas 2^m, comprendida la postura y enclavijado: 1 carpintero		13,15
Desbarato y apilado de esto mismo: 1 carpintero y un peon		5,50
Postura y clavado de 1^{m2} de piso de madera: 1 carpintero		0,50
Desbarato y apilado de lo mismo: 1 carpintero y 1 peon		0,25
Postura de 1^{m2} de piso de andamio: 1 peon		0,20
Hechura de un pilote para bajo el agua, todo comprendido: 1 carpintero		1,12
Poda ó corte de un pilote con el hacha: 1 carpintero		1,12
Metro cuadrado de corte de pilotes al descubierto		11
Metro cúbico de cumbreras sobre postes á caja y espiga		33
Id. de vigas de piso sobre canes y tornapuntas: 1 carpintero		41
Postura y clavado de 1^{m2} de tablones: 1 carpintero		9
Id., *id.*, de 1 tabla de $0^m,1 \times 0^m,25 \times 4^m$: 1 carpintero		1,5
Ensamble de tablestacas á juntas cuadradas, de $0^m,1 \times 0^m,25 \times 5^m$		1
Id. á ranura y lengueta		4
Postura del marco	0,20	3,20
Clavado de las mismas: 1 carpintero, 6 peones	3	
Corte y ensamble en el taller de 1^m de maderas para cimbras y puentes provisionales, teniendo sobre $0^m,25$ de escuadra: *id.*		15
1^{m3} de maderas para puertas y arcadas: *id.*		25
Id., de igual escuadra, redondeada y entallada en su longitud á ranura: 1 carpintero		70
1^{m3} de maderas para máquinas, tornos y cabrestantes: *id.*		90

1 correhuela de torno: 1 carpintero	1,50 horas
1 tornillo de Arquímedes de 5m,85 × 0m,64	263
Metro corriente de palancas para un cabrestante	1
Preparacion y postura de 1m² de madera para piezas de puente: 1 carpintero	38
1m² de armadura hecha: *id*	25
Por levantar 1m³ de armadura por partes ensambladas: *id*	15
Id., por medio de máquinas: 1 carpintero y 2 obreros	13
Id., á la mano y por piezas: 1 carpintero	25
Metro cúbico de descimbramiento de bóvedas y desbarato de puentes provisionales: 1 carpintero y 2 peones	2
Metro cúbico de madera de encina hasta 0m,32 de espesor, empleada sin ensambles: postura y elevacion á altura media	7,60
Id., de 0m,25 á 0m,40 de espesor para postes, escaleras y otras obras semejantes. Labrado 10h,4 elevacion y postura 7h,6	18
Metro cúbico de madera ordinaria, labrada de nuevo por dos caras, con ranuras para postes, encofrados y otras obras semejantes, comprendidas 9 horas de postura: 1 operario y 1 peon	53
Metro cúbico de madera ordinaria, labradas por las 4 caras para *id.*: *id*	58
Id., con molduras á cordon: *id*	62
Id., de pesebreras, hechas y puestas: 1 carpintero	58
Id., de escalones rectos, labrada la madera sobre trozos de 0m,35 á 0m,40, *id.*	77
Metro cuadrado de escalones en espiral: *id*	39
Id., para mesetas de escaleras y piezas de ensamble, labradas y puestas: 1 carpintero y 1 peon	175
Metro cuadrado de madera vieja, empleada en pisos, tabiques y cubiertas: *id*	50
Id., de madera aserrada en dos sentidos para cabios: 2 aserradores	50
Id., con ensambladuras para vigas y otros usos: 2 aserradores y 1 carpintero	56
Metro cúbico de madera de pino empleado en andamio: 1 carpintero y 2 peones	16
Desbarato de pisos, tabiques, cubiertas, etc., descendiendo la madera en cabria ó torno, arreglada luego y apilada: el estéreo con 2 operarios	12

Metro cuadrado de piso ó revestimiento de madera ordinaria de 0m,13 de espesor, puestas y labradas las tablas á ranura y lengüeta: 1 carpintero	2
Id., de 0m,027 de espesor: *id*	2,50
Id., de 0m,034 de espesor: *id*	3
Id., de pino fino con tablas menudas, formando ángulo y clavadas á cabeza perdida:	18
Id., formando grecas; *id*	60
Metro cuadrado de puerta llena, de madera ordinaria de 0m,027 de espesor, empotrada en marco de encina: todo comprendido: 1 carpintero	5
Id., de cielo raso artesonado, con tablas para los cuadros de 0m,013 á 0m,020 de espesor y los marcos de 0m,034; hecho á ranura y lengüeta: *id*	12
Id., á pequeños cuadros: *id*	14
Id., á doble paramento: *id*	6
Metro cuadrado de zócalos, con madera de 0m,02 á 0m,034 de espesor: *id*	4,50
Id., de puertas vidrieras, teniendo los bastidores 0m,02 de espesor y los cuadrados á ranura; *id*	8
Id., con maderas mas gruesas á doble paramento: *id*	13
Id., de encajonado de vidriera con molduras: *Id*	10
Metro lineal de bastidores de puertas de 0m,08×0m,16: *id*	1,50
Id., de 0m,08 en cuadro: *id*	1
Id., de plinto: término medio entre los de diferentes dimensiones: *id*	1
Id., de cornisa interior bajo cielo-raso, de 0m,16×0m,027 á 0m,08×0m,034: *id*	2
Id., de listones, de 0m,027 de espesor: *id*	0,50
Metro cuadrado de puerta cochera, puerta falsa, rastrillo, etc., con bastidores de encina de 0m,10 á 0m,20 de espesor y 0m,25 á 0,30 de anchura: *id.* térm.° me.°	18
Metro cuadrado de *id.*; toda encina ó roble	23,50

Id., de persianas concluidas, de $0^{m},13 \times 0^{m},055 \times 2^{m}$: *id.* . . . . 45 horas.
Metro lineal de jambas y dinteles, puestos con un carpintero: término medio. 2

Tiempo necesario para hacer una puerta-verja de hierro con barras redondas, desde la mas sencilla á la mas complicada, arreglada por cada 1000 kilógramos una tonelada con un operario, término medio. 90

Las obras de hierro, cobre, bronce, laton, &, se toman al peso ó por piezas hechas: siendo muy rara la vez que el Ingeniero ó Arquitecto haya de ejecutarlas en taller propio. Para este caso extremo podría servir el cálculo del tiempo empleado en hacer cada especie de obra, tomando por tipo el kilógramo ó los 100 kilógramos, é incluyendo el gasto correspondiente de carbon. Este cálculo está generalmente mas expuesto á error que los anteriores por la delicadeza del trabajo y la diversidad de empleados y operaciones que cada objeto requiere. Así que, no pudiendo contar con suficiente aproximacion, vale mas, al hacer los presupuestos, indagar en la localidad el precio del material en bruto y ajuste con los operarios por obra concluida.

Hemos dicho que luego que fuesen conocidos los precios de los materiales y el tiempo invertido en la labra y ejecucion de cada unidad, se podría tener con acierto el correspondiente á un trozo de fábrica hecha; con lo cual se dispondría la última tabla del precio total por unidad para el cálculo del presupuesto. Efectivamente, suponiendo que se desea saber á cuanto sale un metro cúbico de mampostería de sillares en muro recto de dos paramentos y en esquina, cuyas hiladas sean de $0^{m},5$ de altura, teniendo el muro 1^{m} de espesor, y formando las hiladas almohadillado de $0^{m},02$ de profundidad, se podrá establecer el siguiente cálculo, en que los precios elementales son hipotéticos.

Deberán labrarse con esmero las caras de los 3^{m^2} de paramentos y lo correspondiente á los ángulos del almohadillado, que, para las dos hiladas, componen $0^{m^2},236$. Se cortarán á escota y punzon los tres lechos que componen 3^{m^2}, y á punzon y piqueta las juntas. La cantidad de mezcla (Véase el artículo 4.°, capítulo 6.°) depende del espesor de la cama; que siempre se debe procurar sea lo mas delgada posible, y aun bastaría echar una lechada si el corte se ha hecho bien, de modo que la piedra asiente horizontalmente. Calculando medio centímetro de gruesa la cama de mezcla de cal y arena, habrá por las dos hiladas

$$(1 \times 1 \times 0,005)\,2 = 0^{m^3},01$$

de mortero si no se pusieran mas de 4 sillares. Por manera que podríamos tener

Por 4 sillares (de tal calidad) de $1^{m} \times 0,5 \times 0^{m},05$ á 10 reales.	40
Por la labra de $3^{m^2},236$ de paramentos, á 25 horas el $1^{m^2} = 80,9$ horas los $3^{m^2},236$, ó sean 8 jornales de cantero á 10 reales.	80
Por la de 4^{m^2} de lechos, á 5^{h} $1^{m^2} = 20^{h}$ los 4^{m^2}, ó sean 2 jornales á 10 reales.	20
Por la labra de 1^{m^2} de junta, á 15 horas ó $1\frac{1}{2}$ jornal de 10 reales.	13
Por $0^{m^3},01$ de mezcla de cal y arena, siendo el 1^{m^3} á 50 reales.	0,50
Por su confeccion, en $12^{h},3$ el $1^{m^3},01$ á 7 reales las 10 horas ó el jornal del operario.	0,86
Postura de la piedra á mediana altura; un albañil y 3 sirvientes en 5 horas el 1^{m^3} (28 reales en 10 horas).	14
	170,36
10 p. 0/0 de beneficio	17,36
	187,72

Se podrán fijar 188 reales en números redondos, puesto que la fraccion pasa de 0,5; así como si no llegara á esta cifra se tomarían 187 reales.

Tal vez sería mejor, para extender con mas exactitud el presupuesto, averiguar en cada localidad, no ya los precios elementales de cada unidad, sino el total á que esta sale acabada y puesta en obra: apreciacion fácil de conseguir allí donde, por experiencia, sabe ya cada oficial y operario el importe que cada cosa tiene, pudiéndose, á mas, comparar con el que resulte para varias unidades por un cálculo análogo al anterior.

Entonces bastará, para la redaccion del presupuesto, presentar una tabla de precios de unidades en obra, tal como la siguiente, relativa á las construcciones de Madrid.

	ESCUDOS.
Movimiento de tierras.	
1^{m3} de escavacion de cimiento y conduccion de tierras	1,20
1^{m3} de desmonte y terraplen	0,60
1^{m3} de relleno de tierras y escombros.	0,50
Hormigones.	
1^{m3} de hormigon ordinario	8,50
1^{m3} id. con mortero ordinario y cimiento	9,60
1^{m3} de mampostería concertada	12,00
1^{m3} id. ordinaria	13
Sillería.	
1^{m2} de losa de ereccion	16,90
1^{m3} de sillar liso de granito	59,80
1^{m3} id. de Colmenar	86,80
1^{m3} de piedra arenisca	56
1^{m3} id. de piedra id. mas blanda	50
1^{m3} id. moldeado de granito	69
1^{m3} id. de tranqueo liso á un haz	64,40
1^{m3} id. id. moldeado	73,60
Id. id. id. liso á dos haces	69
Id. id. id. moldeado	78,20
1^{m3} de pilastra lisa	78,20
1^{m3} id. id. de piedra Colmenar	115
1^{m3} id. moldeada de granito	87,20
1^{m3} id. id. id. de Colmenar	127
1^{m3} de jamba lisa de Colmenar	138
1^{m3} id. id. moldeada	166
Id. id. de jamba lisa de granito	96,60
Id. id. moldeada	147,20
1^{m3} id. dintel, salmer y dovela, liso de granito	78,20
1^{m3} id. id. id. moldeado	87,40
1^{m2} de repisa, de $0^{m},28$ á lo mas de espesor	44,20
1^{m2} id. id. de Colmenar ó Novelda	49,40
1^{m2} de imposta de granito, lisa	24
1^{m2} id. id. moldeada	36,40
1^{m2} de imposta lisa de Colmenar ó Novelda	33,80
1^{m2} id. id. moldeada	47,60
1^{m2} de antepecho, de 0^{m}, 28 de tizon y un paramento labrado: en granito	23,40
1^{m2} de antepecho apilastrado, id.	31,20
1^{m2} de peldaño liso, de granito	19,50
1^{m2} id. id. moldeado	28
1^{m2} de losa de granito, de $0^{m},14$ de espesor	9,20
1^{m2} id. id. de Colmenar ó Novelda	14,30
1^{m2} id. id. cortada á escuadra. { de Colm.r ó Nov.da	16
{ de granito	15
1^{m2} de losa de granito, de $0^{m},21$ de espesor	16
1^{m2} id. id. de $0^{m},28$ de espesor	17
1^{m2} de cornisa, de $0^{m},28$ lo mas de espesor, siendo la piedra de Colmenar ó Novelda	40
1 basa de granito, de $0^{m},35 \times 0^{m},56$ de alto	2,60
1 id. id., de $0^{m},21 \times 0^{m},56$	2,00
1 id. id. de $0^{m},14 \times 0^{m},42$	1,30
El volumen se mide siempre en piezas que tengan mas de $0^{m},3$ en la menor de sus dimensiones	
Marmoles.	
1 chimenea de mármol, de $1^{m},10 \times 1^{m},05$	35
1 chimenea, id. con modillones, id.	40
1 íd. id. con varias molduras	45
1 id. id. y con ménsulas	50
1 id. id. id. con adorno, á mas, en el friso	55
1 id. id. id., de $1^{m},3$ de ancho, . . . de	100á300
1 id. de estilo á lo Luis XIV	70á100
1 id. á lo Luis XV	150á1000
1 baño de una pieza	150á400
1^{m} de peldaños macizos, de $1^{m},4$ á $1^{m},67$	21,60
1^{m} id. id., de $1^{m},67$ á $2^{m},8$	25,60
1^{m} id. id., de $2^{m},8$ á $4^{m},2$	28,80
1^{m} id. id., de $4^{m},2$ á $5^{m},6$	32,40
1^{m2} de pavimento de baldosa blanca y negra, de $0^{m},28$ de lado	10,40
1 tabla de mesa, tocador, &.	15,6á18,2
1 fuente de jardin, de 1^{m} á 4^{m} de alto y 2 á 3 tazas	200á1500
1 id. monumental. Convencional	
1 pileta de comedor	20á100
1 fregadero con dos artesas	80
1 id. con tres artesas	150
Mampostería de Ladrillo.	
1^{m3} de pared de ladrillo, prensado el frente y ordinario el interior	1,208
1^{m3} id. de ladrillo fino y mortero ordinario	18
1^{m3} id. con ladrillo recocho al interior	16
1^{m3} id. con ladrillo recocho	15
1^{m3} id. de ladrillo prensado para traviesas y tabiques	9,20
Corrido de molduras.	
1^{m} de moldura, de $0^{m},7$ de salida por $0^{m},6$ de altura	7
1^{m} id., de $0^{m},5$ á $0^{m},69$ de salida por 0,45 á 0,55	5,60

	ESCUDOS.
1m id. id. para esquifes, de 0,35 á 0m,49 por 0m,30 á 0m,44 de altura.	4,40
1m id. id. de 0m,20 á 0m,35 por 0m,18 á 0m,29	2,80
1m de jambas, de 0m,28 á 0m,35	2,80

Entramados.

1m2 de entramado, de pié, cuarto, la madera de Cuenca y ladrillo recocho (1.º)	9,37
1m id. id., con ladrillo portero (2.º)	8,23
1m2 id. id., con ladrillo pardo (3.º)	7,04
1m2 de entramado de á tercia (1.º)	7,08
1m2 id. id. (2.º)	6,18
1m2 id. id. (3.º)	5,70
1m2 de entramado de sesma (1)	4,71
1m2 id. id. (2)	4,06
1m2 id. id. (3)	3,98
1m2 de entramado de á seis ó 0,14 (1)	3,56
1m2 id. id. (2)	3,07
1m2 id. id. (3)	3,03
1m2 de tabique sencillo (1)	1,96
1m2 id. id. (2)	1,68
1m2 id. id. (3)	1,89

Pisos.

1m2 de suelo con tercias de Cuenca	8,87
1m2 id. id. con sesmas de id.	7,51
1m2 id. id. con sesmas de la tierra	7,22
1m2 de suelo forjado con maderas de á seis de Cuenca	4,93
1m2 id. id. forjado con maderas de á ocho	4,30
1m2 id. id. id. con maderas de á 16	3,60
1m2 de suelo de vigas de hierro, de 0m,18, forjado con potes de 0m,1 × × 0m,16	4

Armaduras.

1m2 de cubierta con armadura de sesma, medido en proyeccion	6
1m2 id. de armadura de tercias	8,40
1m2 id. de armadura de pié, cuarta	8,86
1m2 de armadura de hierro, todo comprendido	7,60
1m de vigas de hierro de doble T para luces de 6m á 9m	8,20
1 tonelada métrica de pisos, armaduras atirantados, &	523
1 balaustre de hierro dulce para escalera	3,8
1 mirador ó cierro de cristales, para balcon, sencillo, de 2m,5 por 2m,8 de alto	200
1 inodoro con vaso grande de porcelana &	80
1m2 de reja de hierro dulce	5,5 á 9

Para-rayos.

1 punta cónica de platino	20
1k de base, abrazaderas, tornillos y aguja	0,79
1k de soporte	0,66
1k de conductor	0,64
1k id. hueco de cobre	24,00
1 aislador de porcelana	0,40

Columnas y piezas de fundicion.

	ESCUDOS.
10k de columnas de hierro fundido lisas	1,80
	2
10k id. id. con adorno el pedestal y capitel	2,50
10k de cualquiera pieza de fundicion, que pesa 23k ó 2 arrobas	3
10k de piezas que pesen de 3k á 6k	4
10k id. que pesen menos de 3k	
Las piezas delicadas se pagan convencionalmente	
1m de escalera de hélice, toda de hierro, conteniendo cada 1m unos 5 peldaños y 10 balaustres	28,90

Estufas y chimeneas.

1 chimenea inglesa, de frente liso y regilla ordinaria para cock, de 0m,5 de alto por 0m,8 ancho	60
1 id. id. adornada, de base semicircular, y de 0m,96×0,96	200
1 id. francesa, con chapa de hierro guarnecida de ladrillo y baldones, y embocadura de metal con tablero de mármol	45
1 id. mixta, de hierro fuerte, guarnecida de ladrillo y baldosas, con frente de fundicion adornada de 1m.	60 á 90
1 estufa cilíndrica de chapa guarnecida de ladrillo	14
1 id. de fundicion, de todos tamaños, desde 20esc en adelante.	

Obras de madera.

(Se supone que para cercos y armazones es la madera de pino de las Navas ó el rojo de Rusia; y para tablonaje el de Soria).

1m de cerco de alfagía con molduras	1,25
1m id. id. de media alfagía	0,90
1m de guarda-vivos en ventana principal	0,90
1m de montante rectangular de alfagía, incluso el bastidor para cristales	1,60
1m id. id. de media alfagía, id.	1,43
1m de cerco de alfagía, en montante semi-circular, id.	2,68
1m id. id. de media alfagía, id.	2,05
1 ventanillo de medianería de 1 pié cuadrado, todo comprendido	4

Puertas de una Hoja.

1m2 de puerta de terciado, moldeada á un haz de cruz derecha	6,45
1m2 id. id. á 2 haces y tableros á 1.	7,20
1m2 id. id. con tableros y armaduras á 2 haces	8,35
1m2 id. id. de media alfagía á un haz.	7,73
1m2 id. id. con armaduras á 2 haces y tableros á uno	9
1m2 id. id. con armadura y tablero á 2 haces	9,65
1m2 id. id. de media alfagía, para habitaciones, moldeada á un haz, con zócalo enrasado	11,60
1m2 id. id. de alfagía, id.	12,88
Lo mismo para postigos de iguales dimensiones.	

Puertas de dos Hojas.

	ESCUDOS.
1^{m2} de puertas de sala de dos hojas y construccion esmerada, á dos haces, y el grueso de 0^{m},067...........	16,75
1^{m2} id. id. moldadas á un haz.......	14,15
1^{m2} id. id., á 2 haces y gruesos 0^{m},1.	20,60
1^{m2} id., molduras á 1 haz y espesor 0^{m},09........................	18
1^{m2} de puertas de alfagía para entrada de habitacion..................	14,15
1^{m2} id. id. de media alfagía, id.......	9
1^{m2} de portada de tienda, incluyendo marcos, muestra, cornisa y tableros de 0^{m},18 en cuadro..............	18
1^{m2} de ventana de 4 hojas, de terciada, con antepechos, moldeada á un haz........................	7,75
1^{m2} id, id. moldada á 2 haces y el tablero á 1......................	8,37
1^{m2} id. id. á 2 haces................	9

Vidrieras y Persianas.

	ESCUDOS.
1 par de vidrieras para balcon ó ventana, con marca de ½ de alfagía, armadura de terciado y zócalo de 0^{m},2 de alto...................	13
1 id. con zócalo menor y mas sencillo.	8
1 pilastra entera en estas vidrieras...	0,7 á 1
1 par de vidrieras de tercia para alcoba, con tablones á 1 haz y armadura á dos.................	10
1^{m2} de persianas de dos hojas, con armadura de terciada y cerco de media alfagía......................	9
1^{m2} id. id. de 4 hojas, para balcon ó ventana..........................	10,30
1^{m2} de persiana italiana.............	3,85
1^{m2} de jamba de puerta, moldeada y puesta con tornillos, de 0^{m},2 de ancho por 0^{m},046 á 0^{m},07 y grueso.	2,15
1^{m2} id. id. siendo el cerco de medio punto..........................	2,50
1^{m2} id. id. sencilla, de 0^{m},14 de ancho y cerco rectangular..........	1,43
1^{m2} id. id. y cerco curvo..........	1,60

Otros objetos.

	ESCUDOS.
1^{m2} de capialzado plano, de terciado, con tablero rectangular ó cuadrado en el centro y dos rectangulares ó cuadrados en los costados.........	9,65
1^{m2} id. id. con armadura de terciada en superficie cilíndrica...........	14,15
1 floron torneado, de 0^{m},1 á 0^{m},2 de diámetro, para puertas, ventanas y capialzados...................	0,50
1 id. formando parte de la armadura.	2
1^{m} de decoracion de zanca de escalera, compuesta de recuadros formando listones, y fijo con alfileres (puntas de París), de 0^{m},07 de ancho..........................	2,15
1^{m2} id. id. en las mesetas, siendo los listones algo mas anchos, fijo con tornillos........................	5,15
1^{m} de rodapié en la escalera.........	1,80
1^{m} de pasamano de caoba, sujeto á tornillo..........................	4,30
1 buzon para campanilla.............	1
1^{m2} de entrepaño de tabla, de 0^{m},023, para alacenas y armarios.........	3,35
1 par de trampillas de fogon de 1^{m},12.	4
1 pilarote de id..................	0,90
1 tabloncillo de comun............	3
1 id. á la italiana.................	4,40
1^{m} de friso, de 1^{m},12 de alto, con molduras resaltadas á un haz......	14,15
1^{m2} de entarimado de pino de Rusia, de 0^{m},1 de ancho por 0,035 de grueso, clavado sobre ristreles de pino de Cuenca.................	5,20
1^{m2} id. de tablas de á gordo de Balsain, aserradas por la mitad: rebajadas y clavadas sobre ristreles de Cuenca.........................	4,20

Rebocos ó Empañetados.

	ESCUDOS.
Reboco de una tapia de 14^{m}, con mezcla ordinaria ó estuco fino, pintada luego con color liso, siendo por cuenta del contratista el andamio y útiles.....................	1,20
14^{m} de colorante, rosa, amarillo, lila ó azul para los fondos, y blanco ó Colmenar para los machones......	1,20
14^{m} de color verde liso..............	1,40
14^{m} de tapia de color de ladrillo, con listonado blanco y jambas imitando al granito......................	1,40
1^{m} id. siendo el ladrillo variado, haciendo dibujos con blanco, negro y rojo..........................	1,80
14^{m} id. imitando agramillado, y haciendo con hierro las llagas en el estuco fresco....................	2,40
14^{m} id. id. siendo la llaga profunda.	3,40
14^{m} id. pintando arabescos ó adornos de claro-oscuro en vez de ladrillo.	4,
14^{m} de reboco imitando el antiguo, hecho con el estuco espeso, y aplicando sobre él moldes de hierro con dibujos en relieve pintados despues.	8
14^{m} de tapia de estucado, hecho con escayola ó yeso fino y cal buena, mezclado todo con colores liso y mate.........................	1,60
14^{m} del mismo rebocado imitando á jaspes.........................	2,
14^{m} id. id. imitando al ladrillo......	2,80
Dando brillo á las paredes así rebocadas se aumentará su valor respectivo 0,9 y 1 escudo.	
Hecho el reboco sin color y pintado despues, sale la tapia de 14^{m} en...	1,40
14^{m} de roboco de yeso negro lavado y pintura al óleo encima, (3 manos) no contando el andamio......	3
14^{m} id. imitando ladrillo...........	4
14^{m} id. con adornos..............	8
Los dibujos de jardines, paises, casas rústicas, varillage con enredaderas, etc. se paga convencionalmente.	
1^{m2} DE CRISTALES á todo coste.......	3,6
Se pueden seguir las tarifas de las fábricas.	

Pinturas.

1^{m2} de color al óleo sobre las maderas

	ESCUDOS.
descubiertas, dando 3 manos á mas de la imprimacion con barniz y agua ras........................	0,60
1^{m2} de color blanco mate: para lo que, despues de la imprimacion y la 1.ª mano de blanco con secante, se lija bien y dan 3 manos de albayalde, de zinc y aceite blanco francés.....	1,20
1^{m2} de color de tapias, lijando primero el yeso é imprimando con aceite cocido y emplaste de tierra blanca, dando luego 3 manos de color mate liso con aceite francés y cera............................	1
1^{m2} de imitacion á madera, para lo cual, despues de la imprimacion al óleo, se dan 2 manos del color de la madera que se ha de imitar, haciendo el dibujo y barnizando despues con barniz copal............	1,20
(Puede tambien hacerse la imprimacion al temple, ó las 2 manos de pintura posteriores que detallan el dibujo).	
1^{m2} id., haciendo el dibujo al óleo, y dando 2 manos de barniz que se deslustra despues................	2
1^{m2} id. id. imitando mármoles, barnizado con barniz blanco y albayalde de zinc........................	1,80
1^{m2} de color al temple..............	0,30
1^{m2} id. id. aparejando con color y yeso y dando medias tintas con albayalde y tierra blanca.............	0,50

Adornos de pasta.

Florones sencillos de techos.

de	$0^m,5$	$0^m,6$	$0^m,7$	$0^m,8$	$0^m,9$	1^m	diámetro
costo $= 3^{esc},60$		4,4	5,4	6,9	7,6	9,4	

Angulos sencillos para techos

de	$0^m,18$	$0^m,26$	$0^m,2$[illegible]	$0^m,34$	$0^m,41$	$0^m,6$
costo	$= 0^{esc},4$	0,6	0,8	1	1,8	3

De mas riqueza y relieve cuestan $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{3}$ mas.

centros de florones

de	$0^m,17$	$0^m,19$	$0^m,21$	$0^m,26$	$0^m,24$	$0^m,38$	$0^m,42$	diámetros
costo	$= 0^{esc}6$	0,7	0,9	1,5	1,8	2,6	2,8	

Ménsulas ó cartelas

de	$0^m,18$	$0^m,21$	$0^m,35$ altas
costo: esc.ˢ	0,8	1,2	2

Capiteles sencillos de pilastras

de	$0^m,13$	$0^m,20$	$0^m,26$ alto
costo = esc.ˢ	1	1,6	2,8

Molduras de adorno

1^m de las de	$0^m,01$	$0^m,012$	$0^m,014$	0,021	0,028	0,034 alto
escudos =	0,5	0,35	0,4	0,5	0,4	0,5

Calados

1^m, de los de	$0^m,046$	$0^m,08$	$0^m,09$ de alto
escudos =	0,6	0,7	0,9

Óvalos.

1^m, de los de	$0^m,018$	0,020	0,035 de alto
escudos =	0,3	0,5	0,7

Varias molduras.

1^m de las de	$0^m,05$	$0^m,1$	$0^m,15$	$0^m,2$	$0^m,25$ alto
escudos =	1	1,8	2,1	3,2	4

Plomos

1^m de bajada, del de $0^m,09 \times 0,004$	2^{esc}
1^m id. de $0,14 \times 0,004$.............	2,88
1^{m2} para limas, de $0^m,003$ espesor...	6,50
1^{m2} para canalones, id.............	2,16
Por colocacion de cada arroba......	0,5

Presupuesto.

Extendidos todos los documentos de que se ha hecho mencion, y que deben acompañar á los planos, á saber, tabla de precios elementales, de jornales y materiales; tabla de precios medios de obra, y tabla de cubicaciones de todo género de construccion de mampostería, desmonte, terraplen y madera: peso de los diferentes materiales de hierro, cobre, laton, &, metros superficiales ó lineales de otros, como cubiertas, pisos, tabiques sencillos, papel ó tela de forrar paredes, &, expresando asímismo y detalladamente aquellos objetos, como cerraduras, &, que por su especial calidad no pueden menos ó no importa mencionarlos por el número, con tal de decir la materia, dimensiones y servicio particular, se tendrá todo cuanto conviene y se necesita para la redaccion del presupuesto; que, en consecuencia, se reducirá á una tabla en que por artículos se exprese por cada

cosa el volúmen, superficie, longitud, ó valor absoluto, puesto en una casilla y al frente de cada renglon el de la unidad, y á su derecha en otra el total. A final se hará un resúmen general de los artículos y allí se podrá aumentar un tanto prudencial para gastos imprevistos; aunque si los cálculos de precios medios han sido hechos con escrupulosidad no habrá necesidad de esta última partida. Podrá, por tanto, darse al presupuesto la forma siguiente, en el concepto de que la obra proyectada es un edificio público sobre terreno falso.

PRESUPUESTO de las diferentes obras que se deben ejecutar segun resulta por los estados detallados que preceden de las cubicaciones, superficies y longitudes, y de los precios elementales y compuestos.

Cimentaciones.

	TOTALES.	
	Escds.	Escds.
......Metros cúbicos de escavacion sobre terreno seco, á......................	»	»
......Metros cúbicos de escavacion sobre terreno fangoso (ó dragueado)........	»	»
......Metros cúbicos de madera en pilotes, de . de largo y de espesor, dispuestos con su herraje y clavados, á..................................	»	»
(ó mejor) ....Pilotes de tal dimension, etc, á..............................	»	»
(Si los pilotes fueren de rosca en todo ó en parte, ó tubulares de hierro, se hará referencia á la descripcion que se exprese en la memoria, y se calculará separadamente el peso del hierro ó cubicacion de la madera.)		
.....Metros cuadrados de emparrillado, á....................................	»	»
......Metros cúbicos de mamposteria ordinaria (ejecutada de tal modo)..........	»	»
.....ó Metros cúbicos de hormigon hidráulico, compuesto de 1 de mortero y 1 de cascajo, y el mortero de etc..	»	»
......Metros cuadrados de ataguías (donde fueren necesarias) para contener el fango ó la corriente del agua, etc., y formar un encajonado que reciba el hormigon, etc..	»	»
& &		

Muros (ó Estribos y pilares).

......Metros cúbicos de silleria de tal clase (con almohadillado ó sin él, á........	»	»
......Metros cúbicos de sillarejos, á..	»	»
......Metros cúbicos de ladrillo, á..	»	»
......Metros cúbicos de mamposteria ordinaria, á.............................	»	»
......Metros cúbicos de mamposteria concertada, á............................	»	»
......Metros cúbicos de antepechos (de piedra, ladrillo ú hormigon), á	»	»
......Metros cúbicos de mamposteria (de sillares, sillarejos ó ladrillo) para jambas, dinteles, frontones de ventanas, etc., á..........................	»	»
......Metros cuadrados de revocado y enlucido, á.............................	»	»
......Metros lineales de cornisa de tal clase ó de tal órden, etc., á..............	»	»
& &		

Bóvedas.

.....Metros cúbicos de mamposteria (de tal clase) en las de los sótanos, á.......	»	»
.....Metros cúbicos de hormigon ó materias en el relleno de los senos, á.......	»	»
.....Metros cúbicos de mamposteria de sillares (en tal especie de bóveda), á.....	»	»
.....Metros cúbicos de mamposteria de ladrillo, etc., á........................	»	»
.....Metros cúbicos de hormigon, etc., á.....................................	»	»
& &		

Cubiertas.

.....Cerchas (de madera, hierro, ó de hierro y madera), puestas á.............. » »
.....Metros lineales de cadenas sobre los muros, á.......................... » »
.....Metros cuadrados de cubierta (de tal manera dispuesta) comprendidas las viguetas y cabios á tal ó cual distancia entre sí, á...................... » »
.....Metros cuadrados de tejado, á teja curva, plana, etc. (con planchas de zinc, etc)... » »

& &

Pisos y cielos-rasos.

.....Metros cúbicos de terraplen y apisonado, á............................... » »
.....Metros cuadrados de hormigon ó enlosado de piedra, etc., á.............. » »
.....Metros cuadrados de entablado compuesto de vigas de tal dimension sobre sòleras, dispuestas de Nm en Nm, etc.................................. » »
.....Metros cuadrados de entablado con tablas dobles cruzadas................. » »
.....Metros cuadrados de entablado con tablas estrechas de Nm de ancho á clavo perdido.. » »
.....Metros cuadrados de losas de mármol (recortados ó no segun el dibujo del proyecto), etc.. » »

& &

.....Metros cuadrados de envigado y preparacion para el cielo raso, á.......... » »
.....Metros cuadrados de cielo raso de yeso, ó con mezcla de tal clase, etc...... » »

& &

Puertas, ventanas.

.....Metros cuadrados de puertas de tal clase, segun el detalle de las figuras, á.. » »
(ó si se ha calculado de antemano el valor de cada puerta de las diferentes especies, bastará poner el total por cada número de puertas iguales.)...... » »
.....Metros cuadrados de puertas dobles, cocheras, etc., á...................... » »
.....Metros cuadrados de puertas falsas, ó rastrillos, ó puertas-verjas, etc....... » »
.....Metros cuadrados de puertas ventanas, etc. (ó tantas de ellas de tal género), á.. » »
.....Kilógramos en tal verja de hierro, los 100 kilógramos á.................... » »
.....Kilógramos de bronce ó cobre para tales adornos, cifras, armas, etc......... » »

& &

Obras interiores.

.....Metros cuadrados de estucado en tal parte, etc., á......................... » »
.....Metros cuadrados de lastrina, etc., á....................................... » »
.....Metros cuadrados de pintura de tal clase (expresándose si lleva grecas, arabescos ó cualquiera otro adorno en el zócalo ó entrepaños, etc.) á....... » »
.....Metros cuadrados de forro de tela, etc...................................... » »
.....Metros cuadrados de papel, etc... » »
.....Metros lineales de dorado en el zócalo, en tales molduras, etc............. » »
.....Metros lineales de dorado en la cornisa de tal sala, empleándose tantos panes de oro por metro, etc., á.. » »
.....Columnas (de piedra de tal clase ó madera) de tal órden, todo comprendido. » »
.....Metros lineales de entablamento, etc.. » »

& &

Continuará lo demás que siga en esta disposicion, especificando siempre y totalizando cada género de obra separadamente, de modo que haya una completa

claridad en el todo para poder formar concepto á primera vista de cada cosa en particular, y saber por el importe de una y otra partida lo que se podrá segregar, por no ser absolutamente necesario ó no alcanzar los fondos disponibles, como tambien para introducir tal ó cual modificacion que pareciese conveniente.

A lo último se pondrá lo que se haya calculado, segun la descripcion hecha en la memoria, para andamios, cabrias, gruas y demás medios auxiliares. Con lo cual solo quedará por extender el resúmen general.

RESUMEN.

	ESCUDOS.
...... Cimentaciones..	»
...... Muros..	»
...... Bóvedas (de sótanos y cuerpo de edificio)..............	»
...... Cubiertas..	»
...... Pisos y cielos rasos..................................	»
...... Puertas y ventanas....................................	»
...... Obras interiores......................................	»
& &	
...... Obras auxiliares......................................	»
	»
...... Gastos imprevistos, 5 p 0/0 próximo....................	»
Total.	»

Con la apreciacion de los gastos imprevistos se procurará redondear el total con dos ó tres ceros.

Pliego de condiciones facultativas.

Segun la clase de obra que se proyecte, el pliego de condiciones facultativas se reducirá á un determinado número de artículos en que con toda claridad se expresen las circunstancias de cada clase de trabajo particular, su forma y construccion, calidad y dimensiones de materiales, preparacion de las mezclas y modo de emplearlas, épocas oportunas para emprender ciertas clases de trabajos, como revoques, empañetados, pinturas y barnices, descimbramientos, &. Se prevendrá igualmente la necesidad de tener apilados de antemano los materiales necesarios para tal ó cual punto determinado de la construccion, de manera que una vez emprendido el trabajo no se paralice en ningun tiempo, á no ser por circunstancias extraordinarias ó dependientes del género de obra que se ejecuta, para lo cual el Ingeniero que proyecta especificará las épocas y duracion de las suspensiones que convengan; como, por ejemplo, si se tratara de un muelle sobre escollera ó de un terraplen, se debería fijar el tiempo de reposo antes de emprender la construccion que tenga despues lugar.

En las cimentaciones, además, debe explicarse la manera particular de ejecutarlas segun la naturaleza del terreno en cuanto ha sido posible preveer por los reconocimientos verificados.

Se impondrá al contratista la obligacion de sujetarse á la estricta observancia de cuantas reglas se fijan y las que posteriormente adopte el Ingeniero-Director de los trabajos relativamente al órden de ejecucion; no obstante que si, por resultar nuevos é imprevistos accidentes que vencer, hubiera necesidad de aumento de obra ó variacion en parte de la proyectada, siendo justa y legítima la correspondiente indemnizacion, pueda el contratista reclamar y ser atendido al presentar el proyecto de la adicion que conviene ó debe ejecutarse prévio informe del Ingeniero. Pero si las variaciones que se propusieran hacer en el curso de la obra no afectasen el importe calculado, el Contratista no podría reclamar cosa

alguna, aunque se le enterará á su tiempo por escrito en que firmará su conformidad. En cualquiera variacion que se proponga por el Ingeniero-Director, cuyo importe exceda al calculado en el proyecto, se consultará la conformidad ó no conformidad del Contratista, en términos de quedar obligado á la ejecucion en el primer caso ó con la facultad de rescindir el contrato ó percibir la diferencia del importe en el segundo.

No debe omitirse en este importante documento nada que deje de propender á la mayor percepcion y fijeza de las ideas que no ha sido posible calcar en los dibujos y memoria. Así, pues, sin entrar en detalles minuciosos ó demasiado entretenidos, no podrá prescindirse de anotar en estilo breve y preciso cuanto convenga á la sencilla claridad de los diversos particulares de la construccion de que se trata, como complemento al pensamiento total, y cuya doctrina es la ley que ha de regir en la práctica de todos los trabajos.

Expuesto cuanto conviene saber por este pliego de condiciones, en cuanto concierne á los pormenores del edificio, se terminará con varios artículos ó disposiciones generales en que se hable de los aumentos de obra anteriormente citados, de la recepcion provisional y modo de verificarla, extendiendo acta que firmarán todas las personas presentes al reconocimiento por la parte del Gobierno y Contratista, y del tiempo que se ha de fijar, prudencialmente calculado, antes de la recepcion definitiva que ha de librar al contratista de toda responsabilidad; en cuyo intérvalo de uno á otro reconocimiento quedará este en la obligacion de ejecutar las reparaciones que fueran necesarias por los deterioros que pudieran ocurrir. Por ultimo, para fijar bien las épocas y sucesivas cantidades de pago, se expresará el tiempo de duracion de todos los trabajos desde el momento de firmarse la escritura, y se dividirá la obra en porciones determinadas, en 10 partes, por ejemplo, á cuya conclusion de cada una recibirá el Contratista lo que por ella se hubiese calculado. Este sistema es sencillo y no está sujeto á equivocaciones de cálculo como cuando se verifican los pagos por unidades medias de obra. El solo inconveniente que pudiera tener es el que si por cada una de estas décimas partes en que hemos considerado dividida la obra se hubieran de abonar al Contratista décimas del importe total, podria suceder que unas veces percibiese algo de mas y otras algo de menos: pero esto nada importaria, puesto que para cualquier evento se tiene en el primer caso á responder la fianza prestada por el Empresario, y en el segundo su conformidad. Pero de cualquiera manera que sea nada habrá que objetar si las divisiones de obra son iguales cada una á los artículos del presupuesto, y el detalle de los pagos se hace por el importe de cada uno de estos artículos, reservando el último para el momento de la recepcion definitiva de la obra.

NOTA. Estas últimas reglas, como todas las que tienen carácter de preceptos en lo que antecede, estan entresacadas de varias reales disposiciones, y de la práctica reglamentaria en los diferentes proyectos verificados por los Cuerpos de Ingenieros civiles y militares en España y Ultramar.

Pueden, además, verse el pliego de condiciones reglamentario ó mandado observar por el Gobierno en Julio de 1861 y los nuevos formularios facultativos, en que se dan reglas idénticas ó iguales á las anteriores.

ADICION II.

CONDUCCION DE AGUAS A LA HABANA (*).

Hace mucho tiempo se pensó abastecer de aguas potables á la Habana, siendo el primer trabajo que de esta naturaleza se hizo la llamada *Zanja real*, construida en 1591 y único medio de conduccion que hubo en mas de dos siglos y medio; teniendo 5000^{m} de longitud desde la *toma* en el punto que llamaron el *Husillo* del rio Almendares. Su producto fué en un principio de 70.000^{m3} diarios, no llegando á la ciudad más que la cuarta parte. Y como, á mas de la mala calidad de las aguas, corren estas descubiertas en la expresada Zanja, recibiendo los arrastres de las lluvias y las crecidas de arroyos inmundos y cenagosos que se hallan á su paso, resulta que todas ellas son impuras y mal sanas, por lo que solo sirven para riegos y los trabajos del Arsenal donde termina el canal.

Posteriormente se multiplicaron los pozos y algibes; pero insuficiente este medio en tiempos de seca se pensó de nuevo en la conduccion de aguas puras y abundantes, motivándose el espediente que con este fin se instruyó, y que dió por resultado la construccion desde 1831 á 1835 del acueducto de Fernando VII, compuesto de un tubo de hierro de 11 pulgadas de diámetro interior, y posteriormente de 14 pulgadas, que, arrancando del mismo punto que la Zanja real, y marchando en la extension de 7500^{m}, solo produce un gasto de 5300^{m3} diarios: cantidad suficiente para 53000 habitantes á 100 litros cada uno; pero muy corta para las necesidades de la poblacion actual y la que se debe calcular habrá dentro de pocos años. Y aun hay que prescindir de la imperfeccion de la obra, la falta de estudio y resolucion de los diversos problemas en la distribucion relativos á la situacion de los orificios de salida respecto á las alturas de caida: por lo que mientras en unas partes corre constantemente el agua, en otras solo se consigue á horas determinadas, y en muchas no suele aparecer; faltando, además, la necesaria para el riego de calles, limpia de cloacas y otros varios usos que exige la policía de la Ciudad.

Era pues, de precision absoluta llegar á la realizacion del abastecimiento en cantidad suficiente para cubrir todas las necesidades de la poblacion, procurando al mismo tiempo que por su buena calidad estuviera exenta el agua de las nocivas propiedades que para la bebida se atribuye con justicia á la del Almandares, segun lo demostrado por diversas análisis químicas. En este pensamiento, y visto por los aforos y reconocimientos minuciosos que las aguas de los manantiales de Vento cumplen con todas las condiciones de pureza y cantidad sobrada para una poblacion mucho mayor de lo que actualmente es la Habana, y que tambien su elevacion permite hacerla llegar á los puntos mas altos de la ciudad, se prefirieron estas aguas á las del rio.

(*) Confiada la ejecucion de estos trabajos, al autor del proyecto don Francisco de Albear, hace tiempo empezados, tardarán muy poco en quedar del todo concluidos.

Así, hecha la eleccion de estos manantiales para el abastecimiento y verificado y aprobado el proyecto, se procedió á la ejecucion de los trabajos, que, no obstante las paralizaciones ocurridas en varias épocas, tocan ya á su terminacion.

Agua necesaria.

1.° = *Para el consumo particular por habitante.*

Teniendo en cuenta las necesidades particulares en los países cálidos, nacidas, no solo de antiguos usos é inveteradas costumbres, sino tambien de las exigencias propias del clima, por las que se debe contar, el baño diario, el lavado de ropa en cada casa, el entretenimiento de un carruaje por casi todos los vecinos, y el riego de patios y de flores dispuestas en macetas ó jardines, que todas las casas tienen, calcula el señor Albear el consumo particular por habitante segun el resúmen siguiente:

	LITROS.	
Bebida, alimentos y aseo.	26	
Lavado de ropa.	6	
Id. de carruaje.	1,66	1 carruaje por cada 30 habitantes á razon de 50 litros diarios.
Caballos.	3,20	1 caballo por cada 25 habitantes á 80 litros diarios.
Baño en las casas.	30	300 litros para cada 10 habitantes.
Riego de patios y jardines.	0,50	
En razon al mayor consumo de los establecimientos industriales, de que existen en la Habana sobre 1500, entre posadas, tabernas, vinaterías, boticas, confiterías, etc.	0,64	
	70,00 litros.	

2.° = *Consumo público.*

Para la evaluacion de este gasto se conduce el señor Albear con mucho acierto, no por el número de habitantes, sino por la superficie que ocupa la poblacion. En las grandes ciudades y capitales de Europa se puede seguir este cálculo por el número de personas, puesto que las casas se fabrican bajo un sistema idéntico, aglomerando muchas habitaciones en reducido espacio: pero en América donde cada uno vive en su casa, regularmente espaciosa, con patios y jardines, conduciría este sistema á un grave error cuando se tratase de regar las calles, limpiar las cloacas, y abastecer de aguas al número de fuentes públicas necesarias.

En consecuencia de esto, y atendidas las razones de cálculo comparativo, proyecta Albear 50 fuentes públicas en las plazas, mercados y plazuelas principales, que deben consumir 7500^{m3}; y 200 mas pequeñas intermedias que gasten 4500^{m3}, en todo 12000^{m3}. De este modo resultan 40 litros mas por habitante en el supuesto de ser el número de estos de 300.000 (ó ¼ mas de la actual poblacion) á que alcanzará la Habana dentro de pocos años, atendido el continuo incremento y causas permanentes que le producen.

Para la limpia de calles y cloacas propone igualmente 30 litros mas por habitante; siendo el todo para el consumo público 70 lit., ó igual cantidad que para el consumo particular; y en total 140 lit. ó 50 lit. mas de lo calculado en el primer proyecto de conduccion de aguas para Madrid; 80 lit. mas de lo que París tiene actualmente y 40 lit. mas que Lóndres.

3.° = *Consumo para el riego.*

Siendo de unas 13 millas cuadradas ó 2300 á 2400 hectáreas la extension del

terreno que se puede regar, y calculándose á 8 lit. por metro cuadrado, y que solo requiera un riego simultáneo la cuarta parte del total, se necesitarán 48000^{m3} para este consumo. Se asignan igualmente 12000^{m3} para casas de campo, de recreo y fábricas industriales que exigen un consumo especial, y para atender igualmente á las pérdidas y causas imprevistas.

Resulta, pues, de todo esto, que el total del agua que debe llevar el acueducto es

Para la ciudad.	Por el consumo particular.	21000^{m3}	42.000^{m3}
	Por el consumo público.	21000	
Para el campo.	Riego.	48000	60.000
	Quintas, fábricas y sobrantes.	12000	
	En total.		102.000^{m3} diarios.

Línea del proyecto y naturaleza del suelo (*Lám.* 131).

Empieza en los manantiales de Vento, donde se hace la presa para la toma de agua, elevada 4^{m} y al abrigo, por medio de un fuerte dique, de las avenidas del rio. A poca distancia del punto de partida se atraviesa el rio por un túnel en que se colocan dos tubos-sifones de 8^{m},92 de diámetro interior y 2^{c},5 de espesor el metal con inclinacion suficiente á producir una velocidad que dé mas de los 102000^{m3} de agua calculada: de allí pasa esta al acueducto general siguiendo las inflexiones que se ven en la línea mas fuerte del plano hasta la calzada de Jesus del Monte, á la falda de la Loma Joaquin, donde se hace el depósito de recepcion. Toda esta extension es de 108000 metros. Las uniones de las diversas alineaciones se hacen por arcos de círculo cuyo rádio menor es de 200^{m}. En la línea ensayada por el valle de Incera pasaba el agua, como al principio del canal, por tubos-sifones de hierro sobre terraplen (*fig.* X), cuyo excesivo costo y la pérdida de altura de agua hizo desistir de esta direccion que, aunque mas corta, importaba 300.000 pesos mas que la anterior.

El terreno de los manantiales y el que los rodea, es de «roca caliza, cavernosa, compacta, de fractura concóidea y lustrosa, con petrificaciones marinas, igual en dureza, color y demás accidentes á la llamada Jurásica por los geólogos.» Al pié de la altura de Barco varia la naturaleza del terreno, presentándose en mas de 200^{m} como un conglomerado ferruginoso de fractura granugienta y fácil, aglutinado con arcilla.

Siguen 2000^{m} de otero y cañadas sobre un banco de arenisca calíza estratificada en capas de 0^{m},4 á 0^{m},05 de grueso, en direccion perpendicular al rio y con inclinacion de 5° á 85° al norte. Esta formacion es en parte tan deleznable que la corriente de las aguas la carcome y deshace: en otras partes es mas dura y se deja escavar á pico, y en otras es mas fuerte.

Segun la última disposicion continúa hasta la loma de Bravo, en que la arenisca es dura y compacta, muy profunda y estratificada casi horizontalmente.

Despues sigue la Ciénaga hasta la loma de Mazo, cuyo trayecto se forma de una gruesa capa de terreno de acarreo.

Desde Mazo aparece nuevamente la roca calízo-arcillosa de mediana dureza; y sigue así hasta la calzada de Jesus del Monte.

Obras del proyecto.

Estas diferentes calidades del terreno, y la necesidad de salvar los diversos trozos en mina, escavacion, ó terraplen, obligan á variar la forma de la seccion trasversal y espesores de las paredes del acueducto general: el cual es, como se vé en los diferentes perfiles de la lámina 131, una galería de fábrica cubierta en toda la extension de la línea, dentro de la cual corre el agua á cielo descubierto, á ex-

cepcion de los 259^{m} del primer trozo en que va por cañerías de hierro de las dimensiones anotadas y vistas en la lámina.

El perfil general de la caja tiene 1^{m} de profundo y 2^{m} de ancho; sus paredes 0^{m},1 de inclinacion, y el espesor 0^{m},65 en la parte superior y 0^{m},75 en la inferior. La flecha de la solera 0^{m},1 y su espesor 0^{m},5. El rádio interior de la bóveda es de 1^{m} y el exterior de 1^{m},40. La pendiente uniforme de la solera es de 0^{m},0003 y la velocidad media del agua = 0^{m},6 por segundo; con lo que el gasto por 1″ será de 1^{m3},2; por 1′ = 72^{m3}, por 1^{h} = 4320^{m3}, y por dia = 103680^{m3}, ó sean 1680^{m3} mas del máximum calculado.

Posteriormente se ha variado el perfil del cajero haciéndole ovoideo; con lo cual, y no obstante haber disminuido la pendiente, se ha aumentado la velocidad y caudal de agua; no habiendo, en consecuencia, necesidad de represar las aguas en los manantiales, segun el último estudio y solucion del Señor Albear.

La altura del agua en Vento está á la cota 44 (que es la del plano de nivel á que se debe mantener el agua represada); el centro de los tubos de sifon desde el primer punto está á la 43: la pendiente de estos en el primer brazo y despues en la rama ascendente es = 0^{m},002, con la que despues continua hasta la caja para entrar en galería. La solera en el principio del 2.° tramo está á la cota 41,75, ó 0^{m},5 mas baja que el eje de los tubos, llegando á Jesús del Monte con la pendiente general de 0^{m},0003 á la cota 38,59: y en virtud de la altura de 1^{m} que lleva constantemente el agua se podrá situar el fondo del depósito de recepcion á la cota 35 á 36 con toda la carga necesaria á la distribucion.

Las obras en ejecucion y su extension en metros son las siguientes.

SECCIONES.	1.ª	2.ª	3.ª	4.ª	5.ª	TOTALES.
Escavacion (metros lineales).	57,5	1850	1828	1645,32	1548,75	6929,57
Escavacion en mina (metros lineales).	169	447	180	100	61	957
Terraplen. id.	»	127	735	1277	586	2725
Obras diversas. id.	32,5	50	37	45,5	23,5	188 5
Sifones. id.	265	»	»	»	»	265
Puentes.	»	2	1	1	»	4
Pontones.	»	1	1	2	3	7
Alcantarillas.	»	»	1	2	1	4
Tageas.	»	3	4	3	2	12
Casas de compuertas.	1	1	»	»	»	2
Almenares.	1	1	1	1	1	5
Registros.	1	5	5	6	4	21
Ventiladores.	1	5	5	6	4	21
Arcos de paso.	»	4	2	4	»	10

ADICION III.

CONDUCCION DE AGUAS A MADRID.

Desde el reinado de Felipe II hasta nuestros dias no se ha conocido en Madrid mas agua para proveer á todas sus necesidades que la traida por el sistema de minados, cuya cantidad pudo ser suficiente en un principio para la bebida y alimentos atendida la corta poblacion que entonces ocupaba la capital, y á causa tambien de la abundancia de los manantiales antes de verificar la tala de los bosques de que estaban cubiertos los campos.

Esta insuficiencia de aguas se hizo conocer bien pronto á medida que crecia la poblacion; y ya en el tiempo feliz del gran Cárlos III se pensó en verificar proyectos formales ajustados á los principios científicos, comisionándose, con este fin, al Coronel de Ingenieros Don Jorge Sicre para formar el plan que con toda minuciosidad presentó en 1765; segun el cual se debian conducir á los altos de Santa Bárbara las aguas reunidas de los rios Lozoya, Jarama y Guadalix. Proyecto que no se llevó á cabo por las dificultades del terreno y el gran costo de la obra, comparado al producto probable de las aguas que se debian conducir. En este trabajo, además, habia un error de nivel de 47 piés.

Posteriormente, en 1786, formó otro proyecto el célebre arquitecto Villanueva, modificacion del anterior, y cuyas obras lograron empezarse hasta que los trastornos políticos y la guerra de la independecia distrajeron al Gobierno de tan interesante trabajo.

En 1819 el ilustre Don Mariano Vallejo fué comisionado para proponer un nuevo plan de conduccion de aguas, á cuyo fin practicó una nivelacion desde la puerta de Santa Bárbara á la cuenca del Ponton de la Oliva en el rio Lozoya; y dedujo que se debia desechar el canal del Jarama y Lozoya por el gran costo que originarían las dificultades que presentaba el terreno, prefiriendo tomar las aguas del rio Guadalix. La nivelacion que practicó tenia tambien un error de 11 piés.

Tres años despues, el Ingeniero de caminos Don José Croqueret hizo nuevos estudios, proponiendo se tomaran las aguas del Lozoya cerca de Cervera; y en 1827 Don Francisco Barra presentó otro proyecto, reducido á la construccion de dos acueductos cubiertos de mampostería para conducir las aguas de dos fuentes, una cerca del rio y pueblo de Guadalix, y otra inmediata al rio y pueblo de Manzanares; cuyos dos acueductos debian reunirse en uno solo cerca de Colmenar el viejo y prolongarse despues hasta Fuencarral desde donde entrarian las aguas en las cañerías actuales. Este proyecto, cuyas obras ascendian á 37 millones, solo conducia 1600 reales fontaneros.

Por ultimo, comisionado el Ingeniero Don Pedro Cortijo para formar un nuevo plan de conduccion, adoptó el propuesto por Barra, pero con el aumento de 30000 reales de agua tomados del rio Lozoya en la cuenca del Tenebroso, cerca de Buitrago: cuyo caudal debia correr por un canal descubierto y sin revestir

en el trayecto de 25 leguas. Su importe llegaba á 30 millones. Este proyecto fué igualmente desechado por el temor de que una gran parte de las aguas se perdiese antes de llegar á Madrid, á causa de las filtraciones y evaporaciones, que se debian suponer considerables en tan larga distancia por un cauce de sus condiciones.

De estos diversos proyectos y lo que diverjian entre sí sus diferentes cálculos, se desprendia el grave mal de empezarse á dudar si sería posible hacer llegar á Madrid el agua necesaria á su consumo. Pero afortunadamente fueron comisionados los ilustres Ingenieros Don Juan Rafo y Don Juan de Ribera para examinar primero los proyectos de Barra y Cortijo (que juzgaron insuficientes), y despues autorizados para hacer completo y directo estudio del terreno y rio de Lozoya, levantando el plano de su curso y rectificando sus nivelaciones, como tambien para reconocer el curso de los otros rios que pudieran tributar aguas á Madrid. Resultado de este trabajo fué la luminosa memoria que presentaron en 1848, en que, despues de discutir claramente el problema de elevar el agua con máquinas y examinar los diferentes medios posibles de conducirla, demostraron que la derivacion del Lozoya era la preferible á todas las demás.

Por la nivelacion ejecutada con tanto esmero por estos acreditados Ingenieros y el entendido Ayudante Señor Montero, resultó que las aguas bajas del rio en el Ponton de la Oliva están $26^{m},46 = 95$ piés mas altas que el umbral de la puerta de santa Bárbara. Calculada en 50 piés (que al ejecutar las obras llegó á 55) la elevacion necesaria del depósito de recepcion y distribucion sobre dicho umbral para que el agua pueda llegar á los pisos mas altos de las casas de Madrid, se buscó en el Campo de Guardias la situacion del expresado depósito; y este punto fué el de partida para fijar la direccion del canal, sus longitudes y pendientes, y el nivel que debia tener el agua represada en el punto de derivacion, que lo fué entonces el ya citado Ponton de la Oliva.

El estudio del terreno comprendido entre los puntos de partida y llegada, hizo ver que el trazado del canal solo podia efectuarse atravesando las divisorias y talwegs por grandes cortaduras, minas, sifones y accidentes: medios que no ofrecian las mismas ventajas, y cuya eleccion debia ser objeto de un detenido exámen, en el que han demostrado sus grandes conocimientos los eminentes Ingenieros que han dirigido tan gigantescos trabajos. Así, cuando las obras de arte podian ahorrar longitud y economizar desnivel se preferian las minas á la escavacion en media ladera. En pasos anchos y profundos de rios y arroyos se emplearon tubos-sifones de hierro con preferencia á obras de fábrica; y en otras partes se ha adoptado un sistema mixto.

La longitud desarrollada del trazado asciende á 70 kilómetros ó unas 12,57 leguas. La pendiente general adoptada es de $\frac{1}{5000} = 0.0002$; la cual se aumentó en las minas para economizar en lo posible las construcciones mas difíciles y costosas hasta $\frac{1}{1500} = 0,00067$, y en los acueductos á 0,0015. El cálculo aproximado que se hizo del costo fué de 80 millones de reales para conducir 10000 reales fontaneros: pero los reconocimientos y aforos practicados en el rio demostraron que, sin aumentar gran cosa el presupuesto, podia llegar el caudal de aguas á 60.000 reales; á cuya cantidad se han subordinado las dimensiones del canal. En virtud de todo lo cual, la fuerza de voluntad del Señor Don Juan Bravo Murillo, Ministro de Hacienda en 1851, expidió el real decreto de 18 de Junio del mismo año, por el que se manda principien en los dos meses siguientes las obras del canal con arreglo á los estudios referidos, fijándose en los 80 millones calculados el gasto que debe hacerse, no obstante las alteraciones que posteriormente deban tener lugar en la práctica. Así fué como se pudo comenzar esta co-

losal empresa, poniéndose en 11 de Agosto de 1851 la primera piedra de la presa del Ponton de la Oliva, y continuándose despues con actividad y acierto los esmerados trabajos de este gran acueducto, cuya inauguracion tubo solemnemente lugar el 24 de Junio de 1858, entrando en el depósito de recepcion el raudal de aguas que á su tiempo llegará á todas las casas de Madrid.

El cápital recaudado á fines del primer semetre de 1858 ascendia á 148'140.000 reales vellon, y el invertido á 127'261.984, de los que 13'336.371 lo fueron en las obras que habia ya ejecutadas de distribucion interior y alcantarillado. Esta diferencia en los gastos (mas lo que aun deberá invertirse) y los 80 millones prudencialmente calculados, fué á causa de haberse ejecutado la obra para conducir 60.000 reales en vez de los 10.000 que fijaba el decreto orgánico, y de haber tenido que ocurrir á los trabajos extraordinarios acaecidos en la práctica. Poco mas hubiera sido ya la inversion para la terminacion completa de esta gran empresa, á no suceder un acccidente que retardó su conclusion, cual fué el producido por las filtraciones en varios puntos de la cuenca, á causa de la calidad del terreno; filtraciones de gran consideracion, crecientes cada vez mas con la presion propia del agua, y cuyo ataque, sabiamente dirigido por el Ingeniero Gefe y Director del canal de Don Lucio del Valle, aunque suficiente á contener el escape manifiesto en un principio, no lo fué para todas las demás filtraciones que posteriormente aparecieron. El mal no era local sino general en una gran parte de la cuenca, si bien no se manifestaba sensiblemente, hasta que la presion del agua podia agrandar la grieta ó grietas del terreno calizo, abriéndose paso por entre ellas con mas ó menos fuerza.

Para cortarle radicalmente se pensó desaguar hasta dejar en seco y poder reconocer con prolijidad el interior del depósito; á cuyo fin, y no habiendo dejado á la presa portillo de desagüe, por no haberle creido conveniente ó necesario, se ejecutó un cauce que partiendo de su confluencia con el rio Jarama llega con la menor pendiente admisible al pié de la presa. Esta obra, de 1665 metros de longitud, fué de una dificultad extréma por haber tenido que atravesar en mina 1018 metros al través de un terreno calizo de ex'remada dureza, que solo podia ceder á fuerza de barrenos, y porque cerca del Jarama se debia escavar una formacion de acarreo y otra yesosa, para las que fué preciso hacer un revestimiento de fábrica, pudiendo apenas agotar la gran cantidad de agua que en ellas aparecia. Mas á pesar del inmenso trabajo que ofrecia el expresado canal de desagüe, fué llevado á cabo en el breve plazo que permitia la proximidad del invierno. De este modo se pudo vaciar completamente la cuenca, limpiarla del terreno de acarreo que contenia, quitar la escollera echada al pié de la presa y levantar los bancos calizos que formaban el lecho primitivo del Lozoya hasta la profundidad ganada por la mina de desagüe: con lo que se reconocieron las salidas de las aguas y estudiaron las circunstancias con que lo atraviesan abriendo una mina de exploracion en direccion de la vena principal de escape. De estos estudios se dedujo que la salida era parcial, teniendo lugar por las separaciones de la roca caliza en un banco en que se debia penetrar en mina para tapar herméticamente con mampostería hidráulica y del modo que se hizo el año anterior en otro punto con felices resultados. No tiene duda que los trabajos hechos con este fin han sido muy satisfactorios, y que las grietas macizadas no han vuelto á dar paso á las aguas; pero como, no obstante, las filtraciones continuaron, porque probablemente existen otras varias bocas por donde tienen lugar, se prefirió, mientras se hacia como se hizo resueltamente el ataque de todas las filtraciones en el rebalse ó pantano formado, levantar otra presa en la cuenca del Tenebroso, una legua mas arriba del Ponton, donde la situaba en su pro-

yecto el Señor Cortijo; y donde, por ganarse bastante altura de nivel, no hay necesidad de levantarla demasiado como por necesidad lo está la del Ponton de la Oliva.

Las dimensiones de esta son $72^m = 260^p$ de largo, $39^m = 140^p$ de ancho en la base (de que $18^m,67 = 67^p$ pertenecen al macizo de sillería y el resto al relleno de mampostería de bloques), $6^m,6 = 24^p$ en la coronacion, y $32^m = 115^p$ de altura. Toda ella es maciza y su traza recta. El paramento de caida está formado por planos verticales de sillería y tiene 8^m de espesor: su talud 30°. El aliviadero de la presa está independiente de ella, abierto en roca á la margen izquierda, de 30^p de ancho por 12 bajo la hilada de la coronacion. La toma de aguas se hizo por una mina abierta en peña en la márgen derecha, verificándose las limpias por otra mina, inferior á esta 10 piés.

La razon de haber dado á la presa tan considerable altura fué la necesidad de establecer el depósito de distribucion á $15^m,32 = 65^p$ sobre el umbral de la puerta de Santa Bárbara; con lo que, partiendo el trazado definitivo del punto elegido para depósito, y dado al canal las pendientes expresadas segun la naturaleza de su construccion, resultaron $19^m,77 = 71^p$ en la presa sobre las aguas bajas del rio, que era la altura que debia tener la solera de la derivacion.

El canal está todo él cubierto con bóveda circular de piedra ó ladrillo, siendo generalmente rectangular su seccion: llamándose canal corriente al que no se halla en mina ó sobre algun acueducto. Sus dimensiones, velocidad, secciones y gasto de agua son las siguientes:

	PENDIENTES.	ANCHO.	ALTURA hasta los arranques de la bóveda.	SECCION de agua.	VELOCIDAD por segundo.	GASTO en reales fontaneros de 3 pul^s. cúb^s. $=0^{lit},03756$ por 1″.
		m p	m	m2 p^2	m p	
Canal corriente.....	0,0002	2,22 = 8	1,67 = 6 piés.	3,99 = 51,10	0,57 = 2,04	
Minas.....	0,00067	1,39 = 5	1,39 = 5	2,45 = 31,42	0,92 = 3,31	
Acueducto.	0,0015	1,39 = 5	1,39 = 5	1,73 = 22,28	1,29 = 4,64	60.000

En los sitios abundantes de piedra, que son los mas, los cajeros y aun las bóvedas son de este material, y en los que se carece de canteras es todo de ladrillo: el exterior de las paredes, lo mismo que sobre la bóveda, se ha cubierto con una tonga de hormigon hidráulico, de cuyo material es tambien la solera del canal, teniendo $0^m,28 = 1$ pié de espesor: y todo el interior está enlucido con buena mezcla hidráulica. En los sitios de terraplen se asienta el canal sobre pedraplen ó muro en seco de piedra, perfectamente ripiado y contenido por muros de gruesa mampostería ordinaria. Todas las obras de fábrica se han ejecutado con la robustez necesaria y prudente economía en los materiales de eleccion, que solo se han empleado en los sitios que lo exigia la resistencia y duracion de las construcciones.

En la ejecucion de los trabajos se han seguido 3 métodos distintos, el de contratas, el de ajustes ó destajos y el de jornal; empleándose uno con preferencia al otro segun la cantidad y delicadeza de las obras.

El depósito de recepcion, en que termina esta grande obra, puede contener 12500^{m3} de agua, puesque sus dimensiones son de 125^m por 86^m y $5^m,85$ de profundo, segun mas adelante se dice. Pero como esta seria una corta cantidad para el alimento de la poblacion en tiempo de seca ó escasez de agua, se ha tratado de construir otro gran depósito, mucho mayor que el primero é inmediato á él con cuyo auxilio se pueden atender por espacio de bastantes dias á las mas urgentes necesidades de Madrid.

Relacion de las obras principales de que se compone el canal y coste que han tenido los puentes-acueductos, puentes sifones y túneles ó minas.

	ALTURA de la divisoria.	Longitud.	POZOS. Número.	POZOS. Profundidad.	ARCOS. Altura.	ARCOS. Número.	ARCOS. Luz.	IMPORTE Total.	IMPORTE por 1m lineal.
A partir de la presa y á su derecha se han perforado dos minas, una para la toma de aguas y otra para la limpia á 10 piés inferior á ella. Quedan sobre aquella 25 piés.$=6^m,94$ de agua para compensar la escasez en el verano.	m	m		m	m		m	rs. vn.	rs. vn.
Mina de la toma, abierta en caliza dura: la seccion es recta, y solamente están revestidas las grietas....	8,5	62	»	»	»	»	»	16.616	268
Mina de limpia, Id., id. (los dos pozos son para el juego de las compuertas de desagüe)........	12	50	2	10	»	»	»	11,300	226
Sigue el canal en línea generalmente ondeada á la derecha del rio por espacio de 1 legua por entre escarpadas peñas, donde se ha hecho el									
Puente acueducto de las **Cuevas**. Arcos de sillería de medio punto.	»	34,8	»	»	25	2	11,44	196.280	5606
A una legua de la presa cruza el canal el arroyo Patones que atraviesa por una presa canal de sillería y mampostería: de igual modo atraviesa el barranco de San Roman, desde cuyo punto sigue una legua en terreno llano por las márgenes del Jarama. A poco llega á las laderas de Mira-el-Rio, faldea las vertientes del arroyo Malacuera, que pasa en sifon de 4 tubos de $0^m,92$ de diámetro y mas de 45000 reales fontaneros cada uno.									
Puente-sifon de Malacuera. Arcos escarzanos de mampostería y sillería.......... Flecha del sifon $=45^m$; su cuerda $=840^m$; longitud del puente $=22^m$.	»	860	»	»	5	5	3	132.518	6024
Sigue el valle de **Aldehuela** en que se levanta el canal sobre un murallon de $1800^p=500^m$ y $26^p=7^m$ de altura: aligerado por una bóveda circular y 5 arcos de medio punto de..........	»	46,6	»	»	10,2	5	7	210.472	4827
Mas adelante, y á 3 leguas de la presa está la Aldea del **Espartal** en que se han hecho las									
Mina-Solana n.º 1. Seccion elíptica: fábrica de lad.º } separadas por un trozo de 15^m..	22	227	»	»	»	»	»	141.834	624
Mira-Solana n.º 2. Seccion recta: id. }	16	78	»	»	»	»	»	49.862	629

	ALTURA de la divisorla.	Longitud.	POZOS. Número.	POZOS. Profundidad.	ARCOS. Altura.	ARCOS. Número.	ARCOS. Luz.	IMPORTE Total.	IMPORTE por 1m lineal.
	m	m		m	m		m	rs. vn.	rs. vn.
Mina del Espartal, en arcilla y arena. Revestimiento de ladrillo, seccion elíptica..........	24	433	»	»	»	»	»	281.310	65[illegible]
Puente-acueducto del Espartal. Arcos de medio punto de mampostería y sillares..........	»	56,41	»	»	9,5	19	5 de 7m 6 de 3m,3	199.450	3536
Sigue el canal hasta Talamanca, al frente del canal se han hecho las									
Mina de Zurita, en arena suelta: seccion elíptica: fábrica de ladrillo..........	26	168	»	»	»	»	»	133.027	792
Mina de Sargadillo, entre arcilla, arena y agua: fábrica de ladrillo..........	47	450	6	45	»	»	»	453.851	1008
Esta minas han sido mas económicas de lo que debieran á causa de la mucha piedra de las cercanías.									
Mas allá y á 4 leguas de la presa está el arroyo **Morenillo**, sujeto á grandes avenidas, en el que hay el									
Puente-sifon del Morenillo. Arcos escarzanos rebajados al $\frac{1}{8}$	»	170	»	»	10	4	10	412.846	7939
Puente-acueducto de la bajada al Morenillo. Arcos de medio punto..........	»	22	»	»	11,5	4	4,2	106.770	4855
Sigue el canal á la derecha del Morenillo á cruzar el barranco del Recachuelo por el									
Puente acueducto del Recachuelo. Id., id..........	»	30	»	»	15	4	6	160.919	5364
Mina del Recachuelo en terreno de acarreo con grandes bloques de gneis. Fábrica de ladrillo y hormigon: seccion elíptica..........	34	209	»	»	»	»	»	155.078	742
Mina de Tejera vieja. Id., id..........	34	196,5	»	»	»	»	»	160.301	814
Cruzando luego dos arroyos por dos pontones de poca importancia se llega al									
Puente-acueducto de la Cerca de Gavino. Medio punto..........	»	17	»	»	10,7	5	4,2	116.836	7873
Para llegar de aquí al *arroyo de Patatero* se ha abierto una mina que ahorra una legua de rodeo.									
Mina de Patatero, en terreno de acarreo y mucha agua: seccion elíptica: fábrica de ladrillo..........	41	755	12	40	»	»	»	671.728	914

A continuacion está el arroyo de la *Fuente del Palo*.									
Puente-acueducto de la Fuente del Palo. Arcos de medio punto fábrica de mampostería y sillares..........	»	33	»	»	11	7	3 de 4^m,2 4 de 2^m,8	175.232	5313
Siguen las 5 minas siguientes en terreno de acarreo, y la última con mucha agua de difícil y costosa extraccion									
Mina de Corzas. Ladrillo y hormigon........................	15	91	»	»	»	»	»	67.522	742
Mina de Colmenar. Id., id	16	83	»	»	»	»	»	67.966	849
Mina de Valdeondeguillas. Seccion elíptica: fábrica de ladrillo.	35	394,5	4	24	»	»	»	367.088	932
Esta mina atraviesa la divisoria de Jarama y Guadalix. El canal sale á la derecha del arroyo de la Media-legua hasta el de Valmayor y el de las Mimbreras.									
Puente-acueducto de Valmayor. Medio punto: mampostería y sillares	»	17	»	«	9	3	4,2	157.912	9289
El de las Mimbreras. se salva por un ponton de 4^m, y la divisoria de estos por la mina siguiente.									
Mina de las Mimbreras, en terreno de acarreo y agua muy abundante. Fábrica de ladrillo y hormigon.........	28	194	»	»	»	»	»	165.150	851
Desde este arroyo faldea el canal las onduladas laderas de otros de escasa importancia, y por una pequeña mina desemboca en el de *Barbatoso*.									
Puente-acueducto del Barbatoso. Arcos de medio punto: fábrica de sillería y mampostería.............	»	35,5	»	»	15	5	5,5	191.787	5327
De aquí á Valdepuercos pasa las 3 minas siguientes en terreno de acarreo, arcilla, bloques y algo de agua.									
Mina del Barbatoso. Fábrica de ladrillo y hormigon.............	18	65	»	»	»	»	»	48.230	742
Mina de Valdepuercos Id., id................................	24	210	»	»	»	»	»	195.530	931
Mina bajo la carretera de Francia. Id., id..	26	141	»	»	»	»	«	104.622	742
Sigue desde aquí el quebrado y pedregoso terreno del *monte Valdeolivas*, en que ha sido preciso ceñirse á las ondulaciones del suelo á excepcion de los 5 puntos siguientes.									
Mina de Castilla, en terreno de acarreo, arcilla y bloques. Fabrica de ladrillo y hormigon	52	166	»	»	»	»	»	124.863	752
Barrancos de Valdeolivas y de las Cuevas, en que se ha ejecutado 1 murallon de 11^m de altura y 1 ponton de 4^m de luz por 10 de elevacion..	»	«	»	»	»	»	»	»	»

	ALTURA de la divisoria.	Longitud.	POZOS Número.		ARCOS Altura.			IMPORTE Total.	
			Número.	Profundidad.	Altura.	Número.	Luz.	Total.	por 1m lineal.
Desde la salida de este ponton costea el canal el rio Guadalix, y á los 1000m se halla el	m	m		m	m		m	rs. vn.	rs. vn.
Puente-sifon del Guadalix. El puente es oblicuo á 68° de inclinacion y 40m de longitud. El sifon tiene 333m de cuerda, 58m,6 de flecha y 356m de desarrollo. Fábrica de ladrillo y aristones de sillería. Arcos rebajados al $\frac{1}{8}$............	»	356	»	»	8,4	5	6	399.869	9996
Sigue el canal 1000m por terreno vegetal hasta cerca del rio *Sarguerilla*, en que ha vuelto á aparecer la roca caliza en desmonte de 17m de profundo; y despues la									
Mina de Sarguerilla. Terreno arcilloso y roca. Seccion recta y mamposteria ordinaria y hormigon..........	38	160	»	»	»	»	»	84.811	530
Mina de la Retuerta. Id., id. se han verificado grandes desprendimientos, hasta de 55 piés..........	34	182	»	»	»	»	»	105.441	579,34
Sigue el **Puente-acueducto de la Retuerta.** Dos cuerpos de mamposteria y sillares: el inferior de un arco escarzano en un muro de 80m y 8m de altura: el superior de 8 arcos de medio punto..........	»	170	»	»	28	9	9,5 el infer.	»	»
A 1666m del barranco de la Retuerta se halla el de la Sima.									
Mina de la Sima, en roca. Seccion recta: mamposteria ordinaria y hormigon..........	14,5	32	»	»	»	»	»	21.335	666,71
Puente-acueducto de la Sima. Tiene tambien 2 cuerpos: el bajo con un arco semi-circular de 30m por 11m de altura, y el superior con 7 igualmente de medio punto. Silleria y mamposteria........	»	100	»	»	25	8	17 superior 7,36 infer.	»	»
Inmediato á este se halla el									
Puente acueducto de Valcaliente. Arcos de medio punto: fábrica de mamposteria y silleria..........	»	58	»	»	14,5	3	9,75	356.021	6138
Sigue despues el canal sin obras de consideracion hasta el arroyo de Colmenarejo, á que se llega por una cortadura de 14m de profundo.									
Mina del Polvorin en terreno arcilloso y cantos: fábrica de mamposteria y hormigon..........	17	60	»	»	»	»	»	28.824	480,4
Puente acueducto de Colmenarejo. Arcos de medio punto: fábrica de mamposteria y silleria..........	»	116	»	»	19	15	7 de 7m,8 8 de 4m,6	»	»

Sigue el arroyo de Cabeza Cana, que exige un puente y mina.									
Puente de cabeza-Cana. Id., id.	»	56,8	»	»	16,5	6	8	»	»
Mina de Cabeza-Cana, en cuyo terreno arcillos-calizo se han hallado cales hidráulicas. Seccion recta: fábª. de ladº.; la solª enlosada	27	172	2	25	»	»	»	»	»
Terminada esta ladera se halla el arroyo de Mojapan, de aguas perennes y márgenes escarpadas, que exigió el									
Puente-acueducto de Mojapan. Arcos de medio punto: mampostería y silleria	»	37	»	»	17,14	3	8	»	»
Siguen 190m de canal, y la									
Mina del Cerrillo en terreno arcilloso	20	150	»	»	»	»	»	108.760	725
y el acueducto de *Valdemilanos*, de 63m por 12m,5 de alto, hasta la									
Mina de la Parrilla en terreno arcilloso y cantos rodados. Seccion recta: fábrica de ladrillo	19	226	6	18	»	»	»	166.139	735,42
Poco despues está la **Mina de Manrique** en arcilla compacta, seccion recta y fábrica de ladrillo	16	400	12	15	»	»	»	297.868	744,66
Mina de Valdemajadas. Arcilla compacta: seccion recta y fábrica de ladrillo	16	120	2	15	»	»	»	»	»
A 1400m de ella se llega á la explanada de los Llanos de la Mancha en que existe la									
Mina de los Llanos de la Mancha, en arena compacta, id., id.	24	708	13	20	»	»	»	»	»
A su salida toca en la Cerca del monte de Viñuelas y llega á la confluencia de los arroyos Moralejo y Bodonal.									
Puente-sifon del Bodonal. No hay puente por estar los tubos enterrados. En el álveo del arroyo está la casilla de desagüe. La cuerda del sifon es de 1266m, su flecha de 21m, y el desarrollo de cada tubo 1400m	»	1460	»	»	»	»	»	»	»
Desemboca el sifon en el monte Viñuelas, en que existe la									
Mina del monte de Viñuelas, en terreno arcilloso-arenoso. Seccion recta; fábrica de ladrillo	17	300	4	16	»	»	»	»	»
Serpentea el canal por este monte en el espacio de 8335m, pasando 3 acueductos, los de Valdelanava y Valdelanavilla de 25m de profundidad, y el									
Puente acueducto de Valde-aleas de mampostería y sillares y arcos de medio punto	»	112	»	»	16,8	13	7 de 7m,5 6 de 5m,2	»	»

	ALTURA de la divisoria.	Longitud.	POZOS.		ARCOS.			IMPORTE	
			Número.	Profundidad.	Altura.	Número.	Luz.	Total.	por 1^{m} lineal.
	m	m		m	m		m	rs. vn.	rs. vn.
Sale el canal del monte por la siguiente mina									
Mina de Valdemasilla, en terreno de arena y cantos. Seccion recta: ladrillo	21,5	423	10	19,3	»	»	»	274.277	648,41
Sigue sin obras de gran importancia en la extension de media legua hasta llegar al cerro del Otero, que dá origen á la siguiente mina, la mas difícil de ejecucion y la mas costosa.									
Mina del Otero, en arcilla arenosa y mucha agua. Id., id.	47,7	1485	30	44,7	»	»	»	1828.333	1231,20
Al salir de la mina entra el canal en el bosque de Valdelatas, atravesando el arroyo de Cantoblanco con 3 pequeñas alcantarillas: construyéndose despues los 2 siguentes acueductos									
Puente-acueducto del Valle de la Fuente. Arcos escarzanos: mampostería y sillería	»	16	»	»	4	3	4	71.011	3.464
Puente-acueducto del Valle-grande. Arcos de medio punto: mampostería y sillería	»	45	»	»	10	7	5	278.094	5.539
Sale el canal del bosque por la									
Mina de Valdélatas, en arena arcillosa compacta. Seccion recta: fábrica de ladrillo	26,4	655	20	26,4	»	»	»	169.342	716,55
A corta distancia y junto al convento de Valverde está el									
Puente-acueducto del Sotillo de ladrillo y sillería: 5 arcos escarzanos y 8 de medio punto	»	83,6	»	»	5,5	13	5 de 6^{m} 8 de $2^{m},8$	306.530	4.060
Poco despues vienen seguidas las minas siguientes									
Mina de la Morena, entre arcilla arenosa y mucha agua. Seccion recta: fábrica de ladrillo	25,7	638	20	25,4	»	»	»	646.477	1013,28
Mina de Santa-Ana entre arcilla-arenosa, compacta. Id., id.	16,2	325	5	16	»	»	»	231.169	711,29
Mina de las cruces, en arcilla-arenosa y muchas aguas. Id., id.	31,5	681	11	29	»	»	»	520.675	764,57
Se pasa luego el olivar y arroyo de Claudieta, cerca de Fuencarral:									
Puente-acueducto de Claudieta. Arcos escarzanos: fábrica de sillería y ladrillo		16	0	»	55	3	4	92.960	4.535

Mina de Valdeperales, en arcilla-arenosa muy deleznable. Seccion elíptica: fábrica de ladrillo...	20,6	121	2	16,7	»	»	»	79.477	656,83
Sale esta mina al aroyo de Valdeperales									
Puente-acueducto de Valdeperales. Arcos de medio punto: ladrillo y sillería...	»	20	»	»	10	3	5	154.000	6.390
A este acueducto sigue la									
Mina de los Pinos, en arcilla-arenosa con mucha agua. Seccion elíptica: fábrica de ladrillo. El servicio se hizo por un ferro-carril..	29,3	359	12	25	»	»	»	208.521	580,83
Sigue el **Puente-acueducto de los Pinos.** Arcos de medio punto y ladrillo...	»	29	»	»	9,8	5	4,5	208.420	6.316
Puente-acueducto de la Traviesa. Arcos de medio punto y ladrillo	»	18	»	»	9,8	3	4	151.751	6.836
300 piés mas allá está el									
Puente acueducto de Valdeacederas. Arcos de medio punto y ladrillo...	»	29	»	»	8,8	5	4,3	213.095	6.399
Inmediato á este y en un terreno muy quebrado y desigual está el arroyo de los Barrancos, en el que se ha hecho el									
Puente-acueducto de los Barrancos, de arcos escarzanos y ladrillo.	»	42	»	»	9	4	9	252.799	5.425
Desde aquí forma el canal una curva muy sensible, ciñendose al terreno para evitar un acueducto de gran altura.									
Puente-acueducto de la Huerta del Obispo, de arcos escarzanos: fábrica de ladrillo y sillería...	»	60	»	»	3	7	3	138.873	2.693
Siguen á esta obra las siguientes									
Mina del Obispo, en arena compacta: seccion elíptica y fábrica de ladrillo...	»	484	13	24,5	»	»	»	326.547	674,68
Mina del Bordador, id., id...	25	158	4	15	»	»	»	106.400	673,4
Puente-acueducto de Amaniel. Arcos de medio punto y fábrica de sillería y ladrillo...	16	120	»	»	8	17	7 de 8m 10 de 4m	»	»
Mina de Amaniel. en arcilla arenosa, seccion elíptica y fábrica de ladrillo...	15,55	86	1	15	»	»	»	68.095	791,8
A los 610m de esta mina vierte sus aguas el canal, despues de separadas las destinadas al riego, en el primer depósito de recepcion del Campo de Guardias.									

De los 60.000 reales fontaneros que conduce el canal, 10.000 son para el abasto de Madrid (que luego veremos son muy suficientes) y 50.000 para el riego de las inmediaciones. Para la debida separacion de estas cantidades se ha construido á 300^{m} del depósito una casa-partidor.

El estanque de recepcion es un rectángulo cubierto con bóvedas de ladrillo, enlucidas interiormente con cimento hidráulico, y embaldosado el piso. Tiene 125^{m} de largo por 85^{m} de anchura y $5^{m},85$ de profundidad desde los arranques de las bóvedas; y está dividido en dos compartimentos iguales, uno al O y otro al E, de donde parten las cañerías de distribucion.

Distribucion interior. Agua necesaria. (Lámina 132)

A este gran trabajo solo faltaba el correspondiente á la distribucion, alcantarillado y riego, cuyos estudios, mandados ejecutar en dereto expedido por el Ministro de Fomento Don Francisco Lujan en 15 de Agosto de 1844, y confiados al Ingeniero Don José Morer, fueron á su terminacion presentados á las Córtes constituyentes, que votaron la ley de 19 de junio de 1855 autorizando á la emision de acciones por valor de 50 millones con interés del 8 por 100 y con destino á la conclusion de todas las obras del canal: debiéndose contar, además, con 4 millones que á este fin se asignaron por el Gobierno en el presupuesto del Estado y con los rendimientos de un recargo en los derechos de puertas por varios artículos que ingresaban en Madrid. En Mayo 1859 se discutió en Consejo de Ministros la emision de mas acciones para la completa conclusion de estas obras.

El Señor Morer, en su memoria de ante-proyecto, despues de analizar comparativamente las necesidades particulares y públicas para el abasto de aguas en la poblacion, deduce las cantidades siguientes por habitante, suponiendo el vecindario de 250.000 almas.

Necesidades particulares		50 litros.
Necesidades públicas.	Riego de la via pública	10
	Fuentes monumentales	20
	Limpia de alcantarillas	4
	Extincion de incendios y consumos extraordinarios é imprevistos	6
	Total por habitante.	90 litros.

O sean 22500^{m3} por 250.000 habitantes. = 7000 reales fontaneros.

Para determinar las principales dimensiones del sistema de distribucion no se debe limitar el cálculo á la poblacion anterior, pues con un poco mas de gasto en la tubería se aumenta considerablemente el caudal de agua. Efectivamente, «dadas las longitudes de las cañerías y sus desniveles con relacion al depósito de distribucion, y en el supuesto de haberse determinado los diámetros para distribuir una cantidad a, el coste originado por la tubería se podrá calcular por la fórmula $G=\mu\sqrt[5]{a^2}$, en que μ es un coeficiente que depende del precio del hierro y carga de las cañerías. Determinados los diámetros para otro consumo A, el precio del nuevo sistema seria $G'=\mu\sqrt[5]{A^2}$; y de aquí $G'=G\sqrt[5]{\frac{A^2}{a^2}}$. Por manera que si, al distribuir en Madrid los 22500^{m3} calculados, exige la tubería un gasto como 1, para distribuir 30.000^{m3} ó $\frac{1}{3}$ mas solo habrá que gastar 1,12; esto es, que un aumento de agua de 33 por 100 solo ocasiona 12 por 100 de mas en el capital invertido. Si la distribucion se hiciese atendiendo solo al consumo de los 22500^{m3} de que entónces había necesidad, el dia en que se quisiera aumentar $\frac{1}{3}$ mas de agua se deberia plantear un nuevo sistema cuyo costo sería, segun la fórmula, un 64

por 100 del que exige la distribucion de los 22500ms. Así, el aumento de 12 por 100 al presente evita despues el de 64 por 100, ó mas de una mitad del costo G.»

Esto visto, y atendido que con los 30.000m3 diarios se puede ocurrir al consumo de mas de 333000 habitantes, aun cuando la industria haya alcanzado un desarrollo comparable al de las principales ciudades de Inglaterra, juzgó el Señor Morer que no sea prudente pasar de este límite de agua para el actual abasto.

Entre los varios medios de distribucion se prefiere la domiciliaria; y bajo este supuesto se calculan los diámetros y traza de las cañerías principales para el consumo diario de los 30000m3. A este fin, se debe procurar como regla general y medida económica repartir el agua á las mayores distancias posibles de los orificios de los encañados, proscribiéndose, en consecuencia, la situacion de cañerías principales en calles próximas ó paralelas, y menos aun en grupos de dos, tres, ó cuatro, como sucede en varias ciudades (*). Pero no pudiendo ser este principio exactamente rigoroso por la exposicion de interrumpirse el servicio de una gran parte de la poblacion cuando hubiere de repararse un conducto principal, proyectó el Señor Morer una doble cañería desde el depósito á la Puerta de Bilbao que es la mas próxima, y allí se divide en 3 (lámina 132): «la central (que es la mas importante) marcha por las calles de Fuencarral, Montera y Carretas: la del Oeste por las de San Bernardo, costanilla de los Angeles, las Fuentes, Plaza mayor, y parte de la calle de Toledo: y la del Este cruza las calles de la Florida, Barquillo, Turco y Leon.» Estas cañerías se comunican entre sí, formando una red de tubos en que el agua marcha, puede decirse, en todas direcciones. Así, un conducto de gran diámetro en la Concepcion Gerónima y calle de Atocha une las tres cañerías principales: y otras trasversales, pero de menos importancia, situadas en buenas calles, establecen nuevas comunicaciones. De este modo se limitan á breve espacio las interrupciones del servicio cuando fuese necesaria la reposicion de un tubo cualquiera: habiendo tambien la ventaja de que la mútua comunicacion de las cañerías disminuye las pérdidas de carga y hace mas fáciles los desagües en caso de una recomposicion.

Para determinar los diámetros de toda la tubería debe fijarse de antemano la marcha del servicio ó el modo de consumir en 24 horas los 30.000m3 calculados. Si fuese en general uniforme este consumo, de modo que en la unidad de tiempo se gastase una misma cantidad constantemente, no habria mas que dividir 30.000 por 24 horas ú 86400″ para tener el agua invertida en una hora ó en un segundo; á cuyo resultado se arreglarían los respectivos diámetros de los tubos. Pero esto no sucede así, ni en el servicio particular, ni mucho menos en el general ó público: las fuentes monumentales no deben correr de noche; los riegos solo tienen lugar durante algunas horas del dia y no en todas épocas; la extincion de incendios es muy eventual; no quedando mas que la limpia de cloacas que pu-

---

(*) En efecto, si $\mu L \delta \sqrt[5]{n^3}$ es el costo para un número n de tubos, de L longitud total y diámetro δ, siendo $\mu = 100$ francos (como sucede en Paris); y si representamos por 100 el costo para $n = 1$, el correspondiente á $n = 2$, ó dos tubos que den igual volúmen que el primero, será 152: el consiguiente á 3 tubos sería $= 193$, y para $n = 4$ llegaría á 230, etc.

En la distribucion de aguas de Paris existe en la galería de Sain-Laurent un ejemplo de esto mismo. El número de tubos es de 5, uno de 0m,6 de diámetro, 2 de 0m,5 y 2 de 0m,4; cuyo costo es de 240 francos por metro en vez de 83 francos á que hubiera llegado uno solo de 0m,9 para igual caudal.

diera exigir la uniformidad en el consumo. Teniendo en cuenta estas diferencias de gastos, y atendido lo difícil ó imposible de estudiar en todos sus pormenores el modo de ocurrir á todas las necesidades de la poblacion, adoptó el señor Morer, como valor máximo de consumo de agua, y base de todos los calculos 1^{m3} por $1''$, que viene á ser el triplo del que resultaría si el consumo fuese uniforme; lo que equivale á suponer que este consumo se hace en la tercera parte de cada dia. Habiéndose igualmente prescindido de la situacion de las fuentes, bocas de riego y fuegos, &, se admite que la cantidad de agua que debe llevar cada cañería es proporcional al número de habitantes de las diferentes calles que ha de abastecer. Con este dato y las longitudes y desniveles referidos á la solera del depósito, deducido del plano hecho por los Ingenieros Gutierrez, Merlo y Ribera, se han calculado los diámetros de modo que puedan verterse las aguas á la altura de los pisos mas elevados de las diferentes casas de Madrid; debiéndose advertir que por no hallarse el fondo del depósito mas que á $10^m,4$ sobre el umbral de la Puerta de Santa Bárbara, y aun suponiendo se cuente siempre con los $5^m,16$ de altura total del agua en el mismo depósito, el plano horizontal, prolongacion del nivel superior, estará bajo los pisos terceros de las casas contiguas á las Puertas de Santa Bárbara y Bilbao; enrasará con el alero de los tejados en las de la Plaza de San Ildefonso; pasará á 4 metros sobre las casas cercanas á la plaza del desengaño, y á 11 metros sobre las de la plazuela del Angel; quedando todas las demás debajo del expresado nivel.

Mas como en razon á la gran distancia que debe atravesar el agua y otras varias causas, seria imposible mantenerla á los desniveles de 4^m y 11^m en los expresados sitios, á no adoptarse grandes dimensiones para los tubos, y en la conveniencia de reducir á lo posible el número de casas que no se puedan surtir de agua en toda su altura, se fijó en un principio en $0^m,75$ el diámetro de la cañería central de primer órden hasta la calle de Atocha ($0^m,25$ á $0^m,15$ mayor que el adoptado para otras poblaciones donde la altura á que debe subir el agua es menos considerable, ó donde se dispone de una gran carga); en $0^m,50$ la del Oeste, y en $0^m,40$ la del Este; aunque el último pudiera ser algo mas pequeño si no fuera porque está llamada la cañería á reemplazar el servicio de la central en casos de reparacion. Igual diámetro de $0^m,40$ es el de las trasversales de la Concepcion Gerónima y Atocha. Las otras cañerías, cuyo objeto es establecer comunicaciones mas ó menos subalternas, tienen tambien un diámetro algo mayor del que debieran si no hubiesen de hacer mas que abastecer cierto número de calles. Las restantes se han deducido por las fórmulas siguientes:

$$D = \sqrt[5]{\frac{l g^2}{400 h}}; \qquad D = \sqrt[5]{\frac{l g^2}{1200 h}}; \qquad D = \sqrt[5]{\frac{l (g + \frac{1}{2} g'^2)}{400 h}}$$

D = diámetro; l = longitud del tubo: g y g' = gasto: h = pérdida de carga.

La 1.ª para cuando el caudal de agua pasa todo entero desde el origen al extremo de su longitud.

La ' para cuando este caudal se debe distribuir con uniformidad á lo largo de la cañería.

La 3.ª para cuando una parte vierte al extremo y otra se reparte uniformemente en el camino.

Con lo cual, y en el supuesto de convenir se reduzca en lo posible el número de diámetros desiguales para disminuir el material de conservacion y reparacion que cada uno exige, se adoptaron por cada caso los inmediatamente superiores á los que daba el cálculo en la forma siguiente.

$0^m,08$ $0^m,10$ $0^m,15$ $0^m,20$ $0^m,25$ $0^m,30$ $0^m.35$ $0^m,40$ $0^m,45$ $0^m,50$ $0^m,75$

Al emprender la ejecucion de estas obras se han aumentado aun los diámetros

de los tubos de 1.° y 2.° órden, haciendo de $0^m,85$ los correspondientes á las cañerías principales que penetran en Madrid por la Puerta de Bilbao, calle ancha de San Bernardo y barrios al Sur; y de $0^m,60$ y $0^m,45$ para las de 2° órden establecidas en las calles Mayor, San Gerónimo, &.

Estos conductos marchan por el interior de galerías nuevamente construidas con espacios suficientes á la vigilancia y renovacion de los tubos que se inutilicen. Los restantes van enterrados á una profundidad mínima de 1^m á $1^m,5$ para evitar los malos efectos de las trepidaciones por la circulacion de los carruajes y los producidos por las grandes variaciones atmosféricas. Se construyen igualmente alcantarillas por debajo de terreno edificado y en aquellos sitios donde no se puede verificar la escavacion á cielo descubierto.

El número de llaves de comunicacion ó de descarga (cada una de las cuales exige un pozo para su reparacion y manejo) debe ser el mas crecido posible, en razon á que cuanto mas se multipliquen los medios de establecer ó interceptar la comunicacion entre las cañerías y los de evacuar el agua que contengan, menor será la distancia entre los puntos de reparacion: cuestion esta que solo puede resolverse prácticamente viendo la marcha que debe guardar el servicio de la distribucion en sus estados normal y excepcional.

Lo propio sucede para las ventosas; que aunque deben situarse en todos los puntos culminantes de la canalizacion, solo puede saberse con fijeza el número cuando se tengan los perfiles de todas las calles y las rasantes en ellas de la escavacion.

El Señor Morer fijó la cantidad alzada de 531 llaves de comunicacion, 200 de desagüe para todos los diámetros, y 80 las ventosas; siendo 700 el número de pozos para la colocacion y manejo de estos aparatos.

En cuanto á las bocas de riego las dispone de 50 á 60 metros unas de otras, atendido que no solo deben servir para el riego de fachadas y calles, sino para la extincion de incendios; bastando para ello termine en rosca el tubo de salida á que se atornilla el extremo de la manga que ha de dirigir el agua.

Calculando el quintal de tubo de hierro á 38 ó 40 reales, como se puede obtener en Inglaterra ó Francia, y admitiendo fuese de 10 reales el importe de flete, seguro, comision y desembarque, 20 reales el porte á Madrid, y 5 por 100 de derechos, resulta para la unidad (quintal) 75 reales, á cuyo precio han podido entrar en concurrencia los fabricantes españoles.

Resulta de todo esto y de las medidas hechas sobre el plano, los datos siguientes:

DIAMETROS.	PESO del métro lineal.	PRECIO del metro lineal.	PRECIO de la apertura de zanja, colocacion del tubo, plomo, cuerda, relleno y empedrado.	LONGITUD de los tubos.	LLAVES de comunicacion.	LLAVES de desagüe.
m	Kilógs.	Rs. Vn.	Rs. Vn.	Metros.	Rs. Vn.	Para todos los diámetros.
0,75	396	647	86	4900	14 á 8730	
0,50	220	360	62	2100	10 á 5411	
0,40	161	263	54	5800	16 á 3938	
0,35	137	224	48	1500	10 á 3273	
0,30	110	180	44	3350	20 á 2631	200 á 800 rs.
0,25	86	140	38	4680	20 á 2383	
0,20	64	105	32	5100	35 á 1890	
0,15	45	74	26	12800	50 á 1560	
0,10	30	49	21	8200	36 á 966	
0,08	22	36	20	54000	300 á 784	

Hay además, 150	fuentes de vecindad á....................	1000 rs. próxs
1500	bocas de riego é incendios á..............	600
6000	metros de tubos para el acometimiento de las fuentes de vecindad y boeas de riego é incendio á las cañerías, á...............	500
y 700	pozos de registro para las llaves de comunicacion, desagüe y ventosas, á.............	1300
El metro lineal de	galería revestida de fábrica de ladrillo se aprecia en..............................	350 reales.

ADICION IV.

RELACION DE LAS MEDIDAS PESOS Y MONEDAS DE DIFERENTES PAISES CON LAS METRICAS, Y ANTIGUAS ESPAÑOLAS.

Por la ley publicada en 19 de Julio de 1849, se mandó adoptar en todos los dominios de España el sistema métrico decimal como la sola base de todas las medidas y pesos, cuya unidad fundamental es el metro ó diez millonésima parte del cuadrante terrestre sobre el meridiano, sirviendo de patron legal el calculado y construido de platina por Don Gabriel Ciscar.

TABLA 1.ª

MEDIDAS DE LONGITUD.

		Metros.	Pies de Burgos.
AMBERES...	Pié	0,2856	1,2512
AUSTRIA...	Pié = 12 pulgadas = 144 líneas	0,3161	1,1345
	Ana	0,7799	2,7997
	Toesa = 6 pies	1,8966	6,8070
	Ana para los tejidos	0,7870	2,8250
BADEN....	Pié nuevo	0,3000	1,0768
BAVIERA...	Pié	0,2919	1,0477
BERLIN....	Pié del Rhin ó Leiden	0,3138	1,1263
	Ana	0,6668	2,3937
BERNA.....	Pié	0,2000	0,7179
	Ana	0,5416	1,9440
BRUSELAS..	Pié	0,2910	1,0445
	Ana mayor	0,6943	2,4918
	Ana menor	0,6844	2,4562
BOHEMIA...	Klafter	1,7784	6,3836
	Ana	0,6020	2,1610
COLONIA...	Pié	0,2752	0,9881
	Ana mayor	0,6498	2,3359
	Ana menor	0,5741	2,0610
CONSTANTINOPLA...	Pequeño Pick	0,6479	2,3040
	Gran Pick	0,6694	2,4016
CRACOVIA..	Pié	0,3564	1,2792
	Ana mayor	0,6170	2,2146
	Ana menor	0,5653	2,0291
CHINA.....	Pié	0,3063	1,045

MEDIDAS DE LONGITUD.

		Metros.	Piés de Búrgos
DINAMARCA.	Pié del Rhin	0,3138	1,1263
	Ana = Allen	0,6276	2,2526
	Faon	1,8828	6,7583
DRESDE	Pié	0,2833	1,0169
ESPAÑA	Metro = 1,v1963. varas	1,0000	3,5889
	Pie de Búrgos (A)	0,27863	1,0000
	Pulgada	0,02322	0,08333
	Vara=0m,8359	0,83591	3,0000
	Braza ó estadal = 2 varas	1,67181	6,0000
	Codo = 1,5 pié	0,41775	1,5000
	Palmo = 1 cuarta = $\frac{3}{4}$ pié	0,20897	0,7500
	Geme = $\frac{1}{2}$ pié =	0,13932	0,5000
	Dedo = $\frac{1}{16}$ pié =	0,01725	0,0625
	Paso	1,3931	5,0000
	Cordel = 5 pasos	6,9655	25,0000
	El paso y cordel geométrico son respectivamente	1,3888 6,9444	
	Estadio = 25 cordeles	173,61	
EGIPTO	Codo antiguo	0,5259	1,888
FRANCIA	Metro	1,0000	3,5889
	Pié	0,3248	1,1659
	Toesa = 6 piés	1,9490	6,9957
	Pertiga ó estadal = 22 piés	7,1456	25,6498
FRANCFORT	Pié	0,2865	1,0283
	Ana	0,5396	1,9368
HAMBURGO	Pié	0,2865	1,0283
	Ana	0,5730	2,0567
HANNOVER	Pié	0,2920	1,0481
HOLANDA	Pié de Amsterdam	0,2831	1,0158
	Roaden ó Estadal	3,7404	13,4260
INGLATERRA	Pié	0,3048	1,0941
	Yarda = 3 piés	0,9144	3,2821
	Ana (the english ell) para tejidos ordinarios	0,3809	1,3534
	Ana para lienzos finos (the flemish ell)	0,2285	0,8202
	Estadal (pole)	3,0291	18,05
	Modernamente el sistema métrico.		
ITALIA — NAPOLES	Palmo	0,2628	0,9433
	Cana = 8 palmos	2,1024	7,5464
ITALIA — TOSCANA	Pié geográfico	0,5820	2,0890
	Pié de construccion	0,5482	1,9677
ITALIA — TURIN	Pié Liprando	0,5137	1,8440
	Ana	0,6009	2,1569
ITALIA — VENECIA	Pié	0,3478	1,2484
	Ana	0,6368	2,2857
ITALIA — VERONA	Pié	0,2709	0,9723
NUREMBERG	Pié de la ciudad	0,3038	1,0904
	Pié de la artillería	0,2928	1,0509

(A) El pié geométrico, ó el deducido de un grado terrestre que tenga 20 leguas de 20,000 pies, es = 0m,2777.

MEDIDAS DE LONGITUD.		Metros.	Piés de Búrgos
PORTUGAL..	Palmo ó craveiro	0,2186	0,7846
	Palmo de construcciones	0,3386	1,216
	Palmo de arquitectura	0,2234	0,8019
	Covado ó codo	0,6556	2,3535
	Vara	1,093	3,9234
ROMA.....	Pié	0,2946	1,0575
	Palmo de los arquitectos	0,2233	0,8018
	Palmo di ara	0,01041	0,0374
RUSIA.....	Pié = 12 pulgadas = 144 líneas	0,3048	1,0941
	Sagena = 7 piés	2,1335	7,6579
	Archina = $\frac{1}{3}$ sagena = 48 verschkoff	0,7112	2,5527
MORAVIA..	Klafter	2,0047	7,194
	Ana	0,8015	2,8770
SILESIA....	Klafter	1,7363	6,2326
	Ana	0,3864	2,1050
SUECIA.....	Pié	0,2968	1,0658
	Ana = 2 piés	0,5937	2,1310
TIROL.....	Pié	0,3141	1,1174
	Ana	0,8041	2,8898
VARSOVIA..	Pié	0,2978	1,069
WURTEMBERG.	Pié	0,2865	1,0279
ZURICK....	Pié	0,3014	1,0814

Tabla 2.ª

MEDIDAS ITINERARIAS.		Metros.	Piés de Búrgos
AUSTRIA...	Milla de posta = 400 toesas	7586,4550	27.228
ESPAÑA....	Legua real	6965,7000	25.000,00
	Legua comun	5572,7000	20.000,00
	Legua geométrica ó marina	5555,555	19.938,34
	Milla = 1000 pasos = $\frac{1}{4}$ legua	1393,200	5.000,00
	Milla geométrica	1388,888	
	Milla marina = $\frac{1}{3}$ legua	1851,852	
	Kilómetro	1000,000	3.588,90
	Cable = 120 brazas = 240^{v} = 200^{m} próximos.	200	720
FRANCIA...	Legua de posta = 2000 toesas	3898,000	13.991,60
	Legua marina (20 al grado)	5555,555	19.938,34
	Milla marina = $\frac{1}{3}$ legua marina	1851,852	6.646,11
	Legua de 25 al grado	4444,445	15.950,67
	Kilómetro	1000,000	3.588,90
HOLANDA..	Milla	5856,000	21.016,59
INGLATERRA	Milla = 5280 piés	1609,344	5.776,85
ITALIA.....	Kilómetro		
MILAN....	Milla	1654,000	5.936,04
PRUSIA....	Milla	7532,000	27.031,59
RUSIA.....	Versta	1067,000	3 829,36
SAJONIA...	Milla	9074,000	32.565,68
TURQUIA...	Berri	1670,00	5.983,46

Tabla 3.ª

MEDIDAS DE SUPERFICIE.

		Metros cuadrados ó centiáreas.	Piés cuadrados.
España	Area=100 metros cuadrados	100,00	1.288,030
	Hectárea=100 áreas=1,5528 fanegas	10.000.00	
	Metro cuadrado=centiárea	1,00	12,8803
	Pié cuadrado	0,077637	1,0000
	Pulgada cuadrada	0,000539	0,00695
	Vara cuadrada	0,698739	9,0000
	Estadal cuadrado=16 varas cuadradas	11,179808	144,0000
	Fanega=576 estadales cuadrados	6439,5694	8.2944,0000
	Celemin = $\frac{1}{12}$ fanega	536,6308	6.912,0000
	Aranzada=400 estadales	4471,9232	57600,0000
	Cuartillo = $\frac{1}{4}$ celemin	134,1327	1728,0000
	Yugada = 50 fanegas	321.947,847	4147 200,0000
	Caballería = 60 fanegas	386.374,164	4976.640,0000
Francia	Area	100,000	1.288,020
	Metro cuadrado = centiárea	1,000	12,8803
	Pié cuadrado	0,1055	1,3593
	Toesa cuadrada	3,7986	48,9271
	Pértiga de aguas y bosques = 22 piés de lado, ó 484 p²	51,062	657,911
	Pértiga de París = 18 piés de lado, ó 324 p².	34,182	440,420
	Arpent de aguas y bosques = 100 pért.ˢ	5106,21	65.791,1
	Arpent de París = 100 pért.ˢ = 32400 p²	3418,3	44.042
Inglaterra	Pié cuadrado	0,09290	1,197
	Yarda cuadrada = 9 piés cuadrados	0,83613	11,4201
	Rood = 1210 yardas cuadradas	1011,7173	13.902,9726
	Acre = 4840 yardas cuadradas	4046,8692	55.611,8904
Dinamarca	Album = 40 faons cuadrados = 12,687 estadales españoles	141,8244	1826,9280
	Tonder = 26 albums cuadrados = 2,1145 fanegas españolas	13615,1343	175.385,0880
Holanda	Arpent del Rhin = 120 roedens cuadrados =150,298 estadales cuadrados españoles	1680,1392	21.642,9112
	Morgent = 5 arpentes = 1,304 fanegas españolas	8396,3813	108.158,9760

Tabla 4.ª

MEDIDAS CUBICAS Ó DE VOLÚMEN.

		Metros cúbicos	Piés cúbicos.
España	Metro cúbico = 1,712 varas cúbicas	1,0000	46,2267
	Pié cúbico	0,021632	1,0000
	Vara cúbica	0,584079	27,0000
	Pulgada cúbica	0,0000125	0,000578
Francia	Pié cúbico	0,034276	1,5848
	Toesa cúbica	7,40347	342,23799
Inglaterra	Pié cúbico	0.028317	1,308
	Yarda cúbica	0,764559	35,3619

Tabla 5.ª

MEDIDAS DE CAPACIDAD Y ARQUEO PARA ÁRIDOS Y LÍQUIDOS.

GRANOS, SAL, VINO, ACEITE, &.

	Granos.	Litros.	Celemines.	Cuartillos.	Libras.
AUSTRIA...	Metzen..................	61,500	13,284		
	Achtel=⅛ metzen=4 grandes mass. Mass=½ grandes mass...............	7,687	1,6604		
	Liquidos.				
	Eymer = 40 mass = 80 canettes = 240 pfiff.......	38,435		76,215	
	Granos.				
BERLIN....	Last=wimspel = 8 malter =26 scheffell. — Scheffel = 96 metzen....... ..	54,8445	11,9464		
	Líquidos.				
	Foudre = 4 oxhoh=6 ohm =12 eymer=768 cuarts.	883,20		1750	
	Granos.				
BERNA.....	Mutt=48 jemmi=96 acheserti=192 sechzehnerli.	158,384	34,29		
	Liquidos.				
	Landffass = ⅜ gemeifaxs= =6 raums = 660 mass ó pintas. Pinta...........	1,65		1,622	
	Granos.				
CONSTANTINOPLA...	Fortin..................	35,11	7,591		
	Liquidos.				
	Alma..................	5,236		10,383	
	Granos.				
DINAMARCA.	Fierdingkar.............	4,347	0,9398		
	Tonder.................	139,386	30,1051		
	Liquidos.				
	Polt....................	0,965		1,914	
	Tonder para cerveza.	131,337		260,434	
	Granos.				
ESPAÑA....	Litro..................	1,000	0,2162		
	(A) Cahiz = 12 fanegas = 144 celemines=576 cuartillos = 2304 ochavos = = 9216 ochavillos......	666,72	144,0		
	Celemin................	4,63	1,00		
	Fardo = 37 ⅐ palmos cúbicos. Tonelada=20 quintales de agua = 42,647 piés cúbicos. Tonelada para los barcos de Amé-				

(A) ½ Fanega=2220 pulgadas cúbicas = volúmen de 60,25 lb de agua destilada. Peso del pié cúbico de agua destilada=46,897 lb ó próximamente 47 lb = 21 k,62.

MEDIDAS DE CAPACIDAD Y ARQUEO PARA ÁRIDOS Y LÍQUIDOS.

		Litros.	Celemines.	Cuartillos.	Libras.
ESPAÑA	rica = poco mas de 70 piés cúbicos.				
	Lastre. = 2 toneladas comunes.				
	Líquidos.				
	Un litro de vino.........	1,000			
	Un litro de aceite........	1,000		1,983	1,99
	(A) Una arroba ó cántara de vino = 8 azumbres = 32 cuartillas = 128 copas.	16,1379		32,00	
	Un cuartillo............	0,50431			
	(B) Una arroba de aceite = = 4 cuartillas = 25 lb = = 100 panillas.........	12,565			25,00
	Una libra..............	0,5026			1,00
	Moyo = 16 cántaras	258,206		512	
FRANCIA	*Granos.*				
	Moyo = 12 setiers = 24 minas = 48 minots = 144 boisseaux = 2304 litrons.				
	Boisseau...............	12,695	2,7446		
	El séptier de arena = 24 boisseaux. El de sal = = 16 boisseaux.........				
	Líquidos.				
	Moyo = 2 feuilletes = 3 tiersons = 4 quartrons = 228 pintas.................	281,380		557,976	
	Quart = 2 pintas = 64 roquilles...............	1,9043		3,7762	
	Pinta para líquidos......	0,9521		1,8881	
	Pinta para el aceite......	0,95243			1,895
HAMBURGO	*Granos.*				
	Fass = 8 spuit = 32 gross = = 64 klein mass........	105,37	22,781		
	Líquidos.				
	Foudre = 6 ahm = 30 eymer = 480 kannen = 960 cuartillos.				
	Cuartillo...............	1,905		1,7946	
HOLANDA	*Granos.*				
	Sack = 3 scheppels......	80,955	17,485		
	Líquidos.				
	Anker = 2 stekans = 32 mingles..............	38,63		76,64	

(A) Cántara = 1289,6 pulgadas cúbicas = volúmen de 35 libras de agua destilada.

(B) Arrob *mensural* de aceite = 1004 pulgadas cúbicas = volúmen de 27,25 lb de agua.

Todas estas observaciones son á los 10° á 12° Re^r^, estando el Barómetro á 30,5 pulg^s^ españolas.

MEDIDAS DE CAPACIDAD Y ARQUEO PARA ÁRIDOS Y LÍQUIDOS.

		Litros.	Celemines.	Cuartillos.	Libras.
HANNOVER.	*Granos.*				
	Last=wispel=26 sninten. Sninten	31,103	6,7245		
	Líquidos.				
	Foudre=4 otchoft=6 ahm =15 eymer=480 mass= 960 cuartillos. Cuartillo	0,9714		1,926	
INGLATERRA	*Granos.*				
	Last=2 weys=10 cuarters=20 combs=40 stricks=20 bushels. Bushell	36,347	7,8582		
	Líquidos.				
	Tonne=2 pipas=4 hogshead=8 barreles=252 galones=504 botellas= =2016 pintas.				
	Galon imperial	4,543		9,008	
	Galon de cerveza	4,621		9,1634	
	Galon de aceite	3,800			7,562
	ITALIA				
ITALIA	Modernamente segun el sistema métrico				
GÊNOVA	*Granos.*				
	Mina=8 cuartillas	116,737	25,2385		
	Líquidos.				
	Merrarola=2 barrili=200 pintas	64,667		128,234	
NÁPOLES	*Granos.*				
	Cazzo=36 tomoli. Tomolo.	51,158	10,76		
TURIN	*Granos.*				
	Sacho=3 estaja=6 minas.	114,952	24,883		
LEIPSICH	*Granos.*				
	Wispel=2 malter=scheffel=96 viertes. Scheffel.	106,80	23,09		
	Líquidos.				
	Foudre=12 eymer=756 kanne. Kanne	1,204		2,387	
PORTUGAL	*Granos.*				
	Moyo=15 fanegas=900 alqueiras. Alqueira	13,508	2,92		
	Líquidos.				
	Conuclada=2 pipas=53 almudes=104 alqueiras =624 canhados. Canhado	1,395		2,766	

MEDIDAS DE CAPACIDAD Y ARQUEO PARA ÁRIDOS Y LÍQUIDOS.

		Litros.	Celemines.	Cuartillos.	Libras.
ROMA	*Granos.*				
	Rubbio=22 scorri	267,237	57,776		
	Liquidos.				
	Barrile=4¼ rubbi=32 boccali=128 foglietti=412 cartoni	45,514		90,254	
RUSIA	*Granos.*				
	Tschetverick	26,215	5,667		
	Garnetz=⅛ tchetverik	3,277	0,7085		
	Liquidos.				
	Tonnel=40 vedro	491,56		974,763	
	Vedro = 10 kruska = 8 chtoffs	12,289		24,369	
	Tchevert=8 tchetverik	209,740		415,914	
SUECIA	*Granos.*				
	Tonne=2 spann=8 viertel =32 kapper	146,512	31,676		
	Liquidos.				
	Foudre = 2 pipas = 4 oxchoft=6 ahm=12 eymer =360 kannas. Kanna	2,618		5,191	

Tabla 6.ª

MEDIDAS DE PESO.

		Kilógramos.	Libras españolas.
AUSTRIA	Libra	0,5600	1,2173
	Centner ó quintal de Viena	56,000	121,7328
BADEN	Libra	0,5000	1,0869
BAVIERA	Libra	0,5611	1,2197
BOHEMIA	Libra	0,5147	1,1188
BERLIN	Libra	0,4685	1,0184
BERNA	Libra del comercio	0,5201	1,1306
COLONIA	Libra	0,4674	1,0160
CONSTANTINOPLA.	Rottell	0,6370	1,3847
DINAMARCA	Libra	0,4993	1,0853
DRESDE	Libra	0,4669	1,0149
ESPAÑA	Kilógramo (1000 gramos)	1,0000	2,1738
	Quintal métrico (100.000 gramos)	100,0000	217,3813
	Tonelada=1'000.000 gramos=peso de un metro cúbico de agua	1000,0000	2173,8130
	Libra Castilla=16 onzas=128 dracmas=256 adarmes768=tomines=9,216 granos	0,460	1,0000
	Tomin=12 granos.		
	Libra medicinal=12 onzas iguales á las antiguas. Su ochava ó dracma=3 escrúpulos=72 granos	0,04313	0,0938

MEDIDAS DE PESO.

		Kilógramos.	Libras españolas.
ESPAÑA	Arroba=25 libras	11,50000	25,0000
	Quintal=4 arrobas=100 libras	46,000	100,000
	Marco=8 onzas (pasta para la moneda)	0,2300	0,5000
	La onza=8 ochavos, ochavo=6 tomines tomin=12 granos		
	Arelde=4 libras	1,8400	4,0000
FRANCIA	Libra antigua	0,4895	1,0641
	Tonelada actual	1000,0000	2173,8130
HANNOVER	Libra	0,4895	1,0641
HOLANDA	Libra del comercio	0,4939	1,0733
	Libra de Brabante	0,4704	1,0225
	Libra de Troy	0,4920	1,0695
	Libra nueva de los Paises Bajos	1,0000	2,1738
INGLATERRA	Libra de Troy=12 onzas (para joyas y metales preciosos)	0,3731	0,8110
	Libra, avoir du poids=16 onzas menores que las de Troy (para mercancías)	0,4535	0,9858
	Tonelada=20 quintales de 112 libras Inglesas	1015,6500	2207,8199
	ITALIA Modernamente se usa el sistema métrico		
GÉNOVA	Libra grande	0,4797	1,0427
	Libra chica	0,4344	0,9443
MILAN	Libra de 11 onzas	0,3218	0,6995
NÁPOLES	Rotolo	0,8910	1,9368
	Libra (poids de sedería)	0,3208	0,6973
TOSCANA	Libra	0,3395	0,7380
TURIN	Libra (Lira)	0,3690	0,8021
MORAVIA	Libra	0,5614	1,2203
PORTUGAL	Libra	0,4590	0,9977
ROMA	Libra	0,3392	0,7373
RUSIA	Libra	0,4093	0,8897
	Pond	16,3720	35,5894
SUECIA	Libra Schalgerricht	0,4251	0,9240
SILESIA	Libra	0,5212	1,1547
TIROL	Libra	0,5629	1,2231
VARSOVIA	Libra	0,4050	0,8804
WURTEMBERG	Libra nueva	0,4676	1,0164
ZURICH	Libra grande	0,5284	1,1486
	Libra chica	0,4697	1,0210

Tabla 7.ª

MONEDAS

CORRESPONDENCIA DE LAS DE VARIOS PAISES CON LAS ESPAÑOLAS Y FRANCESAS.

(Se pone la reduccion de pesos y céntimos de peso porque este era el sistema de las Antillas y lo es en la mayor parte de las naciones de América. En la apreciacion de los céntimos se toman de mas ó desprecian unidades de milésimas segun lleguen ó no á 0,5).

		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos.
	ARGEL.			
Oro	Zequin	38,80	1,94	10,21
	Mahabu	25,30	1,27	6,66
Plata	Piastra	11,67	0,58	3,07
	ASIA É INDIAS ORIENTALES.			
Plata	Japon = Itagana de 60 mas	58,92	2,95	15,51
	— Nausiogin de 7,5 mas	8,24	0,41	10,79
	— Kodama	6,44	0,32	1,59
	Arabia = Larin	3,61	0,18	0,97
	Arcate = Rupía	9	0,45	2,37
	Bombay, Madras y Persia = Rupía	9,08	0,46	2,39
	Pondichery = Rupía	9,15	0,47	2,41
	Haidernac = Rupía, mínimo valor	8,73	0,44	2,30
	Bengala = Rupía, su máximo	9,46	0,47	2,49
	AUSTRIA.			
Oro	Ducado del Emperador	45,07	2,25	11,86
	Ducado de Hungría	45,22	2,26	11,90
	Medio Soberano	66,80	3,34	17,58
Plata	Escudo ó rixdale de 1753	19,72	0,99	5,19
	Medio rixdale ó florin	9,84	0,49	2,59
	20 krentzers	3,27	0,16	0,86
	BADEN.			
Oro	Pieza de 2 florines	80	4	21,04
	— de 1 florin	40	2	10,52
Plata	Pieza de 2 florines	15,88	0,79	4,18
	— de 1 florin	7,94	0,40	2,09
	BAVIERA.			
Oro	Corolino	97,50	4,88	25,66
	Maximiliano	65,28	3,26	17,18
Plata	Corona	21,50	1,08	5,66
	Rixdale de 1800	19,95	1	5,10
	Teston ó kopfstück	3,27	0,16	0,86
	BÉLGICA Y FRANCIA.			
Oro	Pieza de 40 francos	152	7,60	40
	— de 20 francos (Napoleon) (Luis)	76	3,80	20
	— de 10 francos	38	1,90	10
	— de 5 francos	19	0,95	5
Plata	Pieza de 5 francos (Napoleon)	19	0,95	5
	— de 2 francos	7,60	0,38	2
	— de 1 franco	3,80	0,19	1

MONEDAS.

		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos.
Plata...	Pieza de ½ franco	1,90	0,095	0,50
	— de 20 céntimos	0,76	0,038	0,20
Cobre...	Pieza de 10 céntimos	0,38	0,019	0,10
	— de 5 céntimos	0,19	0,0095	0,05
	BREMEN.			
Oro.....	Ducado de oro de 2 thalers y 66 grozos	46.19	2,36	12,16
Plata...	Alberto sencillo de 1 ½ thalers	21,45	1,07	5,65
	Schware de 12 grozos	2,39	0,12	0,63
	CHINA.			
Plata y cobre.	Tael (valor medio)	28,50	1,43	7,50
	Mace (tsin) $\frac{1}{10}$ de tael	2,85	0,14	0,75
	Tandarin (fun) $\frac{1}{10}$ mace	0,285	0,014	0,075
	Tash = $\frac{1}{10}$ de tandarin	0,029	0,0014	0,0075
	DINAMARCA.			
Plata...	Reichsthaler	20,34	1,02	5,09
	Marco lubs	7,00	0,35	1,84
	Marco dinamarqués	3,50	0,18	0,92
	ESPAÑA.			
	(*Antiguas, todavía en uso.*)			
Oro.....	Onza de oro	320	16	84,22
	Soberano de 1848 (ley de 5 de Abril)	100	5	26,32
	Media onza	160	8	42,11
	Doblon de á 4	80	4	21,06
	Escudo	40	2	10,53
	Escudo sencillo	20	1	5,26
Plata...	Peso fuerte = Duro	20	1	5,26
	Escudo = (½ duro)	10	0,50	2,63
	Peseta columnaria (2 reales fuertes)	5	0,25	1,32
	Peseta = unidad actual	4	0,20	1,052
	Real de plata ó columnario	2,50	0,125	0,66
	Media peseta ó pieza de 2 reales	2	0,10	0,53
	Real de vellon	1	0,05	0,265
Cobre...	Pieza de á real	1	0,05	0,265
	— de 10 céntimos	0,10	0,005	0.0265
	— de 5 céntimos	0,05	0,0025	0,013
	— de 2 cuartos = 8 maravedís	0,24	0,012	0,22
	Cuarto = 4 maravedís	0,12	0,006	0,11
	Ochavo = 2 maravedís	0,06	0,003	0,055
	Maravedí	0,03	0,0015	0,028

MONEDAS.

MODERNAS.

Por decreto del gobierno provisional de 19 de octubre de 1868 se manda que la unidad monetaria, sea la *peseta*, dividida en 100 céntimos, siendo las monedas acuñadas las siguientes:

		Pesos fuertes.	Francos
	Oro. grm.		
Ley de 900 *mil*s.	De 100 peset 35 mils de diám°. y 32,258 peso.	20	211,00
	De 50..... 28............ 16,120.....	10	105,50
	De 20..... 21............ 6,4516....	4	21,06
	De 10..... 19............ 3,226.....	2	10,53
	De 5..... 17............ 1,612.....	1	5,26
	Plata.		
Ley de 900 *mil*s.	De 5 peset 37 diám°........ 25 grm....	1	5,26
Ley de 835 *mil*s.	De 2 ..... 27............ 10.........	0,40	2,104
	De 1 ..... 23 .... 5.........	0,20	1,052
	De 0,50 .... 18............ 2,5.......	0,10	0,526
	De 0,20 ... 16............ 1.........	0,04	0,21
	Bronce.		
950 *mil*s *Cobre*.. 40 *estaño* ..... 10 *zinz*.......	De 10 cént.. 30 mils diám°.... 10 grm....	0,02	0,106
	De 5...... 25............ 5.........	0,01	0,053
	De 2...... 20............ 2.........	0,004	0,021
	De 1...... 15............ 1.........	0,002	0,0105

		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos
	ESTADOS ROMANOS.			
Oro.....	Doblon de Pio VI y Pio VII............	65,81	3,28	17,27
	Zechino de 1769 (Clemente y sucesores)..	44,60	2,23	11,80
Plata...	Escudo de 100 bayocos.................	20,44	1,02	5,38
	Paulo de 10 bayocos..................	2,04	0,10	0,54
	Groso = 5 bayocos	1,02	0,05	0,27
	ESTADOS UNIDOS DE AMÉRICA.			
Oro	Libra de la Carolina y la Georgia.......	88,24	4,41	24,27
	Libra de Newhasmphire, Massachussets, Rhoden-Island, Conecticut y Virginia.	70,11	3,51	18,45
	Libra de Pensilvania, New-Jersey, Delaware y Maryland..................	54,42	2,72	14,32
	Libra de New-York y Carolina septentrional..............................	50,82	2,54	13,37
	Pasa, además, el oro de todas las naciones.			
Plata...	Dolar = 4 shelines = 8 reales plata......	20,49	1,05	5,39
Cobre...	Céntimo ó centavo de peso............	0,20	0,01	0,04
	GRECIA.			
Oro.....	Othon................................	68,02	3,40	27,90
Plata...	Escudo................................	17	0,85	4,47
	Drachma...............................	3,42	0,17	0,90
	HAMBURGO.			
Oro.....	Ducado doble de 15 marcos y 8 sueldos..	92,38	4,67	24,31
	Ducado sencillo de 7 marcos y 12 sueldos.	46,19	2,31	12,15
Plata ...	Escudo de 3 marcos = 12 sueldos........	11,26	0,56	2,96
	Marco corriente......................	5,55	0,28	1,46
	Rixdale ó escudo de especie...........	22	1'10	5,79

MONEDAS.

		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos.
	HOLANDA.			
Oro	Pieza de 10 florines	79,26	3,96	20,86
	— de 5 florines	39,63	1,98	10,43
Plata	Pieza de $\frac{1}{20}$ de florin ó 5 céntimos	0,42	0,02	0,11
	— de $\frac{1}{10}$ de florin = 10 céntimos	0,84	0,04	0,22
	— de $\frac{1}{4}$ de florin = 25 céntimos	2,02	0,10	0,53
	— de $\frac{1}{2}$ de florin = 50 céntimos	4,06	0,20	1,07
	— de 1 florin = 100 céntimos	8,12	0,40	2,14
	— de 3 florines	24,36	1,20	6,42
	INGLATERRA.			
Oro	Guinea de 21 shelines	100,60	5,03	26,47
	Soberano de 20 shelines	96,06	4,80	25,28
	Libra sterlina de 20 shelines	96,06	4,80	25,28
Plata	Corona de 5 shelines antiguos	23,50	1,18	6,16
	Sheling antiguo	4,70	0,24	1,24
	Corona de 1818	22,08	1,10	5,84
	Sheling de 1818	4,41	0,22	1,16
Cobre	Penique (penny)	0,34	0,02	0,09
	Farthing	0,076	0,0038	0,02
	ITALIA.			
	La moneda legal actualmente es la métrica como en Francia, España, Bélgica y algunos paises alemanes.			
	CERDEÑA.			
Oro	Carlino de 1768	187,45	9,37	49,33
	Doblon	118,11	5,91	28,45
Plata	Escudo	18,03	0,90	4,74
	Escudo nuevo de 5 libras	19	0,95	5
	GÉNOVA.			
Oro	Pieza de 96 lire	310,80	15,54	81,78
	— de 12 lire	38,85	1,94	10,22
Plata	Pieza de 8 lire	24,31	1,22	6,40
	— de 1 lire	3,04	0,15	0,80
	LOMBARDÍA.			
Oro	Soberano de 1823	133,50	6,68	35,13
Plata	Medio escudo ó florin	9	0,45	2,37
	Libra de Austria	3,21	0,16	0,84
	MILAN.			
Plata	Escudo	16,60	0,83	4,37
	Lira	4,15	0,21	1,09
	NÁPOLES.			
Oro	Onza nueva de 3 ducados	49,36	2,44	12,99
	Quíntuplo de 15 ducados	246,80	12,20	64,95
	Décuplo	493,60	24,40	129,90

MONEDAS.

		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos.
NÁPOLES.				
Plata	Escudo de 12 carlinos=120 granos	18,87	0,94	4,96
	Carlino=10 granos	1,60	0,08	0,42
	Ducado de 90 carlinos	16,20	0,81	4,25
PARMA.				
Oro	Sequino de 45 lire	42,80	2,14	11,26
	Pieza de 3 lire	85,60	4,28	22,52
Plata	Ducado de 21 lire	18,20	0,91	4,79
	Pieza de 3 lire	2,60	0,13	0,68
SABOYA Y PIAMONTE.				
Oro	Zequin	45,40	2,27	11,95
	Zequin de Génova	45,60	2,28	12
	Nuevo doblon de 24 libras	114	5,70	30
	Carolino de 1755	570	27,50	150
	Nuevo doblon de 20 libras	76	3,80	20
Plata	Escudo de 6 libras	26,80	1,34	7,07
	Escudo nuevo de 5 libras	19	0,95	5
SICILIA.				
Oro	Onza	52,20	2,61	13,73
Plata	Escudo de tarinas	19,40	0,97	5,10
TOSCANA.				
Oro	Ruspone=3 zequines	136,95	6,85	36,04
	Zequin	45,60	2,28	12
	Rosina	81,85	4,09	21,24
Plata	Franciscano de 10 Paulos livornianos, doblon de la rosa, talaro ó leopoldino	21,32	1,07	5,61
	Paulo	2,13	0,11	0,56
VENECIA.				
Oro	Orsella de 88 lire	186,15	9,31	49,10
	Ducado de 14 lire	29,63	1,48	7,80
	Doppia de 10 lire	21,15	1,06	5,56
	Zequino de 22 lire	46,55	2,33	12,25
Plata	Escudo della croce de 12 lire	23,96	1,20	6,31
	Gimtina de 11 lire	21,24	1,06	5,59
	Talaro de 12 lire	19,30	0,96	5,08
	Ducado de 8 lire	15,45	0,77	4,07
	Orsella de 3 lire ó 18 sueldos	7,54	0,38	1,98
LUBECK.				
Oro	Ducado de 7 marcos 12 scaline	46,7	2,33	12,29
Plata	Escudo de 3 marcos 12 scalines	21,46	1,07	5,65
	Escudo corriente de 3 marcos	16,67	0,83	4,39
	Marco=16 scalines	5,56	0,28	1,64

MONEDAS.

		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos.
PORTUGAL.				
Oro	Dobraon de cruz de 24000 reis	662,85	33,14	174,43
	Moneda de retrato de 12800 reis	353,52	17,68	93,03
	Lisbonia de 6400 reis	176,76	8,84	46,52
	Cuartino de 1200 reis	33,14	1,66	8,72
	Cruzado nuevo de 480 reis	13,26	0,66	3,50
	Cruzado viejo	11,04	0,56	2,90
Plata	Cruzado nuevo de 400 reis	10,91	0,55	2,87
	Teston=100 reis	2,28	0,114	0,60
	Vinten= 20 reis	0,46	0,023	0,12
El doblon español comparado con las monedas de oro equivale á 2225,37 reis, y con las de plata á 2652,36 reis. El término medio es 2456,36 reis: en la plaza es un doblon = 2400 reis.				
PRUSIA.				
Oro	Federico sencillo de 5 escudos	81,94	4,10	21,50
	Federico doble de 10 escudos	163,88	8,19	43,39
Plata	Rixdale ó escudo de 24 gros	13,60	0,68	3,58
	Silvergros	1,13	0,06	0,30
RAGUSA.				
Plata	Vislina ó Ragusina	13,20	0,66	3,47
RUSIA.				
Oro	Imperial de 10 rublos	41,13	7,81	15,62
Plata	Rublo	4,00	0,76	15,23
SAJONIA.				
Oro	Ducado	45	2,22	11,86
	Augusto=10 thalers	157,60	7,88	41,49
Plata	Rixdale convencional	19,80	0,99	5,19
	Florin	9,90	0,49	2,59
SUECIA.				
Oro	Ducado	44,40	2,22	11,70
	Medio ducado	22,20	1,11	5,85
Plata	Rixdale de 48 shellings	22	1,10	5,78
	⅓ de rixdale	7,40	0,37	1,93
SUIZA.				
Oro	Pieza de 23 francos suizos	181	9,05	47,65
	Ducado de Zurich	44,73	2,24	11,77
	Ducado de Berna	44,23	2,21	11,64
	Doblon de Berna	90,29	4,52	23,76
Plata	Escudo de Bâle=2 florines	17,33	0,87	4,56
	Franco de Berna y Suiza	5,70	0,28	1,50
	Escudo de Zurich	17,86	0,89	4,70
TURQUIA.				
Oro	Zequin de Abdul-Hamed	33,14	1,65	8,72
	½ zequin Fondoukli	9,23	0,46	2,43
	Zequin de Selim III	27,74	1,39	7,30
Plata	Pieza de ¼ de zequin	6,94	0,35	1,83
	Alttmichlec de 60 paras	13,38	0,67	3,52
	Jaremlec de 20 paras	3,76	0,19	0,99
	Para de 3 aspres	0,15	0,0075	0,04

Tabla 8.ª

Correspondencia entre las medidas y pesas métricas, y las que aun suelen usarse en las diferentes provincias de España.

CASTILLA (LEGALES).

Vara de Burgos = 3 piés = 36 pulgadas	= 0,836 metros.
Metro	1,1963 varas = 3,5889 piés.
Libra	0,460 kilógramos.
Kilógramo	2,738 libras.
Cántara ó arroba de vino	16,133 litros.
Litro de vino	1,983 cuartillos.
Arroba de aceite	12,563 litros.
Litro de aceite	1,99 libras.
Fanega de áridos	52,501 litros.
Litro de granos	0,216 celemines. 0,864 cuartillos.
Fanega de tierra	64,41 áreas.
Área	143,396 varas cuadradas.
Hectárea	1,5528 fanegas.

ÁLAVA.

Vara y libra	= las de Castilla.
Cántara	16,365 litros.
Litro	1,955 cuartillos.
1/2 Fanega de áridos	27,81 litros.
Litro	0,863 cuartillos.
Fanega superficial de tierra de 660 estadales	25,144 áreas.
Área = 26 estadales y $13^{p2},745$	149,08 varas cuadradas.

ALBACETE.

Vara	0,837 metros.
Metro	1,195
Libra	0,458 kilógramos.
Kilógramo	2,183 libras.
1/2 Arroba para líquidos	6,365 litros.
Litro	2,513 cuartillos.
1/2 Fanega para áridos	28,32 litros.
Litro de granos	0,847 cuartillos.
Fanega de tierra de 10.000 varas cuadradas	70,57 áreas.
Área	142,7 varas cuadradas.

ALICANTE.

Vara	= 0,912 metros.
Metro	1,0965 varas.
Libra	0,533 kilógramos.
Kilógramo	2,869 libras.
Libra de aceite	2,60 litros.
Litro	1,650 libras.
Cántaro	11,55 litros.
Litro	1,88 micheta.
Barchilla	20,775 litros.
Litro de grano	0,77 cuartilla.
Jornal de tierra de 5776^{v2}	48,413 áreas.
Área	$120^{v2} + 2,63^{p2}$.

ALMERÍA.

Vara	= 0,833 metros.
Metro	1,2005 varas.

Libra = la de Castilla

1/2 Arroba para líquidos		8,18 litros.
Litro		2,20 cuartillos.
1/2 fanega para áridos		27,531 litros.
Litro de granos		0,87 cuartillos.
Tahulla de 1600^{v2} para tierras de riego		11,182 áreas.
Fanega de 9216^{v2} castellanas para tierra de secano		64,396 áreas.
Área		143,113 varas cuadradas.

ÁVILA.

Vara y libra	=	las de Castilla.
1/2 cántara		7,96 litros.
Litro		2,10 cuartillos.
1/2 fanega para áridos		28,20 litros.
Litro de grano		0,851 de cuartillo.
Fanega superficial de 5625 varas cuadradas		39,3129 áreas.
Fanega de puño de 6000 varas cuadradas		41,9337 áreas.
Aranzada de viña de 6400 varas cuadradas		44,7293 áreas.
Huebra de 3200 varas cuadradas		22,3646 áreas.
Peonada de prado de 5600 varas cuadradas		39,1382 áreas.
Área		143,113 varas cuadradas.

BADAJOZ.

Vara y libra	=	las de Castilla.
1/2 arroba para aceite		6,21 litros.
Litro		4,830 cuartillas.
1/2 arroba para los demás líquidos		8,21 litros.
Litro		2,214 cuartillos.
1/2 fanega para áridos		21,92 litros.
Litro		0,859 de cuartillo.
Fanega superficial de 9216 varas cuadradas		64,396 áreas... } Castilla.
Área		143,113 v. cuad^{s}. }

BALEARES.—PALMA.

1/2 cana	=	0,782 metros.
Metro		5,115 palmos.
Libra		0,407 de kilógramo.
Kilógramo		2,5 libras.
Mesura para aceite		16,58 litros.
Litro de aceite		2 libras, 2,55 onzas.
Cuarta para vino		0,78 litros.
Litro de vino		1,282 cuarto.
Libra para aguardiente		0,41 litros.
Litro de aguardiente		2,439 libras.
1/2 cuartera para granos		35,17 litros.
Litro de grano		0,512 de almud.
Destre mallorquin líneal		4,214 metros.
Destre superficial		17,7573 metros cuadrados.
Cuarterada		71,0312 áreas.
Área		5 destres sup^{s}, 16 v^{s} cuad^{s} y 0,321 pié cuadrado.

BARCELONA.

Cana	=	1,555 metros.
Metro		5,145 palmos.
Libra		0,400 kilógramos.
Kilógramo		2 libras, 6 onzas.
Libra medicinal		0,300 kilógramos.
Kilógramo		3 libras 4 onzas.
Barrilon		30,35 litros.
Litro		1,055 mitadella.

Cuartan de aceite	4,15 litros.
Litro	3,855 cuarteras.
½ cuartera para áridos	34,759 litros.
Litro de granos	1,175 cuarteras.
Mojada superficial	48,965 áreas ó 2025 canas superficies.
Área	41 canas 228 palmos.

BURGOS.

Vara y libra	= las de Castilla.
½ cántara	7,05 litros.
Litro	2,269 cuartillos.
Media fanega para áridos	27,17 litros.
Litro de grano	0,883 cuartillo.
Area, unidad métrica superficial	143,113 varas cuadradas.

CÁCERES.

Vara	= la de Castilla.
Libra	0,456 kilógramos.
Kilógramo	2,193 libras.
½ cuartillo para vino	1,73 litros.
Litro de vino	2,601 cuartillos.
½ cuarto de aceite	1,60 litros.
Litro	2,187 panillas.
½ fanega para áridos	2,688 litros.
Litro de grano	0,892 cuartillos.
Fanega de 24 estadales ó 96 varas de lado	la de Castilla.

CÁDIZ.

Vara y libra	= las de Castilla.
½ arroba para vino	7,922 litros.
Litro de vino	2,20 cuartillos.
½ arroba para aceite	6,26 litros.
Litro	1,997 libras.
½ fanega para áridos	27,272 litros.
Litro de grano	0,880 cuartillos.
Fanega superficial	la de Castilla.

CANARIAS.

Vara	= 0,842 metros.
Metro	1,189 vara.
Libra	la de Castilla.
Arroba de líquidos de Santa-Cruz de Tenerife	5,05 litros.
Litro	0,894 cuartillos.
Arroba de líquidos de la Ciudad de las Palmas	5,34 litros.
Litro	0,936 cuartillos.
Cuartillo de la Guia de Canarias	0,995 litros.
Litro	1,005 cuartillo.
Cuartillo de Arrecife	2,46 litros.
Litro	0,406 cuartillos.
½ fanega áridos. Tenerife	31,33 litros.
Litro	0,766 cuartillos.
½ almud de las Palmas	2,75 litros.
Litro de grano	0,182 almudes.
½ almud de la Guia de Canarias	2,84 litros.
Litro de grano	0,176 almudes.
Fanegada superficial de 7511 ⅓ varas	52,495 áreas.
Area	30,479 brazas.

CASTELLON.

Vara	= 0,906 metros.
Metro	1,1037 varas.
Libra	0,858 kilógramos.
Kilógramo	2,799 libras.
Arroba para aceite	12,14 litros.
Litro de aceite	2,059 libras.
Cántaro para los demas líquidos	11,27 litros.
Litro	1,419 cuartillo.
Barchilla	1,660 litros.
Litro de granos	0,241 celemin.
Fanegada superficial	8,31964 áreas.
Area	24,064 brazas reales.

CIUDAD-REAL.

Vara	= 0,839 metros.
Metro	1,1918 varas.
Libra	la de Castilla.
1/2 arroba para el aceite	6,22 litros.
Litro de aceite	0,08 arroba.
1/2 arroba para otros líquidos	8 litros.
Litro	2 cuartillos.
1/2 fanega para áridos	27,29 litros.
Litro de grano	0,879 cuartillo.
Fanega superficial 9216 v.s cuad.s Castellanas	la de Castilla.

CÓRDOBA.

Vara y libra	= las de Castilla.
Arroba para medir líquidos	1,631 litros.
Litro	1,961 cuartillo.
1/2 fanega para áridos	27,60 litros.
Litro de grano	0,869 cuartillo.
Fanega superficial 870 varas cuadradas	61,212 áreas.
Aranzada de 5256 varas cuadradas	36,72 áreas.
Area	la de Castilla.

CORUÑA.

Vara	= la de Madrid.
Libra	0,575 kilógramos.
Kilógramo	1,7379.
Ferrado de trigo	16,15 litros.
Litro	1,486 cuartillos.
Ferrado de maiz	20,87, litros.
Litro	1,15 cuartillo.
Cántara de vino	15,58 litros.
Litro de vino	2,182 cuartes.
Arroba de aceite	12,43 litros.
Litro de aceite	2,011 cuartillos.
Ferrado superficial de 90 varas cuadradas	6,39 áreas.
Area	140,67 varas cuadradas.

CUENCA.

Vara y libra	= las de Castilla.
1/2 arroba para líquidos	7,88 litros.
Litro	2,30 cuartillos.
1/2 fanega para áridos	27,10 litros.
Litro de grano	0,885 cuartillos.
Medida superficial de las tierras	la de Burgos.

GERONA.

Cana	= 1,559 metros.
Metro	5 palmos 0,526 cuartos.
Libra	0,400 kilógramos.
Kilógramo	2 libras 6 onzas.
Mallal para vino	15,48 litros.
Litro	1,33 porron.
Cuartan para áridos	18,8 litros.
Litro	0,331 mesuron.
Vesana de tierra de 900 varas cuadradas	21,87435 áreas.
Area	41 brazas cuad^s. 9,223 palmos cuadrados.

GRANADA.

Vara y libra	= las de Castilla.
$^1/_2$ arroba para líquidos	la de Badajoz.
$^1/_2$ fanega para áridos	27,35 litros.
Litro	0,877 cuartillo.
Unidad superficial para las tierras	Burgos.

GUADALAJARA.

Vara y libra	= las de Castilla.
$^1/_2$ arroba para líquidos	la de Badajoz.
$^1/_2$ arroba para aceite	6,35 litros.
Litro de aceite	1,9685 libras.
$^1/_2$ fanega para áridos	27,40 litros.
Litro de grano	0,876 cuartillo.
Fanega superficial de 4444 $\frac{4}{9}$ varas cuadradas	31,620 áreas.
Área	de Castilla.

GUIPÚZCOA.

Vara	= la de Albacete.
Libra	0,492
Kilógramo	2,0325 lib^s (calculado con la lib. divisoria en 17 onzas),
$^1/_2$ azumbre	1,26 litros.
Litro	1,586 cuartillos.
$^1/_2$ fanega para áridos	27,65 litros.
Litro de grano	1,157 de chilla.
Fanega superficial de 4900 varas cuadradas	34,4278 áreas.
Área	la de Albacete.

HUELVA.

Vara y libra	= las de Castilla.
$^1/_2$ arroba para líquidos	7,89 litros.
Litro	1,14 jarro.
$^1/_2$ fanega para áridos	Almería.
Fanega superficial de 5280 varas cuadradas	56,9017 áreas.
Área	la de Castilla.

HUESCA.

Vara	= 0,772 metros.
Metro	1 vara, 0,886 tercio.
Libra	0,351 kilógramos.
Kilógramo	2,849 libras.
$^1/_2$ libra para el menudeo del aguardiente	0,36 litros.
Litro de aguardiente	2,777 libras,

Cántaro de vino	9,98 litros.
Litro	0,801 jarro.
1/2 libra para aceite	0,37 litros.
Litro de aceite	2,702 libra.
Fanega para áridos	22,46 litros.
Litro de grano	0,534 almud.
Fanega superficial de 1200 varas cuadradas	7,15188 áreas.
Área	1 almud 67 varas cuadradas y tercia.

JAEN.

Vara	= la de Ciudad-Real.
Libra	la de Castilla.
1/2 arroba para vino	8,02 litros.
Litro	1,995 cuartillo.
1/2 arroba para aceite	7,12 litros.
Litro de aceite	1,896 libra.
1/2 fanega para áridos	27,37 litros.
Litro de grano	0,876 cuartillo.
Fanega superficial de 8963 varas cuadradas	62,6420 áreas.
Área	la de Castilla.

LEON.

Vara y libra	= las de Castilla.
1/2 cántara	7,92 litros.
Litro	2,20 cuartillos.
Emina para áridos	18,11 litros.
Litro de grano	0,883 de cuartillo.
Emina superficial de 1344 $\frac{3}{9}$ varas cuadradas para tierras de secano	9,3962 áreas.
Emina de 896 $\frac{2}{9}$ vs cuads para las de regadío	6,2636 áreas.
Área	la de Castilla.

LÉRIDA.

1/2 cana	= 0,778 metros.
Metro	3,141 palmos.
Libra	0,401 kilógramos.
Kilógramo	2,4935.
Cántaro de vino	11,38 litros.
Litro	1,54 porron.
3 cuartones para áridos	18,34 litros.
Litro de grano	1,308 de picotin.
Jornal superficial de 1800 canas cuadradas	43,5804 áreas.
Área	41 canas cuads. y 19,378 palm.

LOGROÑO.

Vara	= la de Albacete.
Libra	la de Castilla.
Cántara	16,04 litros.
Litro	1,995 cuartillos.
1/2 fanega para áridos	27,47 litros.
Litro	0,873 de cuartillo.
Fanega superficial de 2722 vs cuads castellanas	19,0239 áreas.
Área	la de Albacete.

LUGO.

Vara	= 0,855 metros.
Metro	1,1696 varas.
Libra	0,573 kilógramos
Kilógramo	1,745 libras.

Cuartillo para líquidos........................=	0,47 litros.
Litro..	2,127 cuartillos.
Ferrado para áridos..........................	13,13 litros.
Litro de grano...............................	0,76 de ferrado.
Ferrado superficial de 625 vs cuads castellanas..	4,3681 áreas.
Área...	la de Castilla.

MADRID.

Vara...=	0,843 metros.
Metro..	1 vara 6 pulgs 8,45 líneas.
Libra..	la de Castilla.
1/2 arroba para líquidos.....................	8,15 litros.
Litro..	1,963 cuartillo.
1/2 fanega para áridos.......................	27,67 litros.
Litro de grano...............................	0,867 de cuartillo.
Fanega superficial del Marco de Madrid, de 49 varas cuadradas castellanas...............	34,2459 áreas.
Área...	la de Castilla.

MÁLAGA.

Vara y libra.................................=	las de Castilla.
1/2 arroba para líquidos.....................	8,37 litros.
Litro..	1,920 cuartillos.
1/2 fanega para áridos.......................	27,97 litros.
Litro de grano...............................	0,889 de cuartillo.
Fanega superficial de 8640 varas cuadradas....	60,3846 áreas.
Área...	la de Castilla.

MURCIA.

Vara y libra.................................=	las de Castilla.
1/2 arroba para vino.........................	7,80 litros.
Litro..	2,51 cuartillo.
1/2 fanega para áridos.......................	27,64 litros.
Litro de grano...............................	0,868 de cuartillo.
Fanega superficial de 9600 varas cuadradas.....	67,0940 áreas.
Area...	la de Castilla.

ORENSE.

Vara...=	la de Castilla.
Libra..	0,574 kilógramos.
Kilógramo....................................	1,742 libras.
Cántara......................................	15,96 litros.
Litro..	2,256 cuartillos.
Ferrado de grano.............................	13,88 litros.
Litro de grano...............................	1,729 copeles.
Ferrado colmado para maíz....................	18,79 litros.
Litro de maíz................................	1,277 copelo.
Ferrado superficial de 900 varas cuadradas.....	6,28 áreas.
Cavadura de 625 varas cuadradas..............	4,26 áreas.
Area...	la de Castilla.

OVIEDO.

Vara y libra.................................=	las de Castilla.
Cántara......................................	18,41 litros.
Litro..	1,738 cuartillos.
1/2 fanega asturiana para áridos.............	37,07 litros.
Litro..	1,726 cuartillo.
Dia de bueyes, ó sean 1800 varas cuadradas.....	12,5801 áreas.
Area...	la de Castilla.

PALENCIA.

Vara y libra	= las de Castilla.
½ cántara	la de Cuenca.
½ arroba para aceite	6,12 litros.
Litro de aceite	2,042 libras.
½ fanega para áridos	la de Castilla.
Obrada de tierra de 7704 ⅙ varas cuadradas	53,8441 áreas.
Area	la de Castilla.

PAMPLONA.

Vara	= 0,785 metros.
Metro	1,275 varas.
Libra	0,372 kilógramo.
Kilógramo	2,688 libras.
Cántara	11,77 litros.
Litro	1 pinta, 1,437 cuartilló.
Libra para medir aceite	0,41 litros.
Litro de aceite	2 libras 1,756 cuarteron.
El robo para áridos	28,13 litros.
Litro de grano	0,568 de almud.
Robada superficial de 1458 varas cuadradas	8,9845 áreas.
Area	162 v^s^ cuad^s^ 2,505 piés cuad^s^.

PONTEVEDRA.

Vara	= la de Castilla.
Libra	0,579 kilóg.
Kilógramo	1,727 libras.
½ cañado para líquidos	16,35 litros.
Litro	2,79 cuartillos.
Ferrado para medir trigo	15,58 litros.
Litro de trigo	0,770 de conca.
Ferrado para medir maiz	20,86 litros.
Litro de maiz	0,575 de conca.
Ferrado de sembradura, 900 varas cuadradas	6,2900 áreas.
Area	la de Castilla.

SALAMANCA.

Vara y libra	= las de Castilla.
½ cántara	7,99 litros.
Litro	2,002 cuartillos.
½ fanega para áridos	la de Ciudad Real.
Fanega de tierra de 9216 varas cuadradas	la de Castilla.

SANTANDER.

Vara y libra	= las de Castilla.
½ cántara	7,90 litros.
Litro	2,95 cuartillos.
½ fanega para áridos	27,42 litros.
Litro de grano	0,875 de cuartillo.
Unidad superficial	Búrgos.

SEGOVIA.

Vara	= la de Albacete.
Libra	la de Castilla.
½ arroba para líquidos	8 litros.
Litro	2 cuartillos.
½ fanega para áridos	27,30 litros.
Litro	0,879 cuartos.

Obrada de tierra de 400 estadales cuadrados.....	39,30 áreas.
Area..................................	la de Castilla.

SEVILLA.

Vara y libra.............................. =	las de Castilla.
Arroba para líquidos.......................	15,66 litros.
Litro.....................................	2,043 cuartillos.
1/2 fanega para áridos......................	27,35 litros.
Litro.....................................	0,878 cuartillos.
Fanega superficial de 8507 varas castellanas cuadradas..................................	59,4 7 áreas.
Aranzada de 6806 varas castellanas cuadradas..	57,56 áreas.
Area.....................................	la de Castilla.

SORIA.

Vara y libra.............................. =	las de Castilla.
1/2 cántara.................................	la de Santander.
1/2 fanega para áridos......................	27,57 litros.
Litro.....................................	0,870 de cuartillo.
Fanega superficial de 3200 varas cuadradas.....	22,3646 áreas.
Area.....................................	la de Castilla.

TARRAGONA.

1/2 cana.................................... =	0,780 metros.
Metro.....................................	5,128 palmos.
Libra.....................................	
Armina para líquidos.......................	34,66 litros.
Litros....................................	0,923 de porron.
Sinquena para aceite.......................	20,65 litros.
Litro de aceite............................	0,242 de cuartal.
1/2 cuartera para áridos....................	35,40 litros.
Litro de grano............................	0,169 de costan.
Cana del Rey superficial=2500 canas cuadradas.	60,840 áreas.
Area.....................................	41 cana cuad[s] y 5,848 palmos cuadrados.

TERUEL.

Vara..................................... =	0,768 metros.
Metro.....................................	1,302 varas.
Libra.....................................	0,367 kilógramos.
Kilógramo.................................	2,724 libras.
1/2 cántara.................................	10,96 litros.
Litro de líquidos..........................	0,045 de cántaro.
Fanega para áridos........................	21,40 litros.
Litro de grano............................	0,046 de fanega.

TOLEDO.

Vara..................................... =	la de Albacete.
Libra.....................................	la de Castilla.
1/2 cántara.................................	8,12 litros.
Litro.....................................	1,970 cuartillo.
1/2 arroba para aceite......................	5,25 litros.
Litro.....................................	2 libras.
1/2 fanega de áridos........................	la de Castilla.
Fanega de tierra 400 estadales cuadrados.......	37,5850 áreas.
Fanega de 500 estadales ó 6722 2/3 varas cuadradas.	46,9813 áreas.
Área.....................................	la de Castilla.

VALENCIA.

Vara	= la de Castellon.
Libra	0,355 kilógramos.
Kilógramo	2,8169 libras.
Cántaro de vino	10,77 litros.
Litro	1,485 cuartillos.
Arroba de aceite	11,93 litros.
Litro	0,335 de azumbre.
Barchilla	16,75 litros.
Litro	0,955 de cuartillo.
Fanega superficial de 1012 ½ varas cuad.s valenc.s	la de Castellon.

VALLADOLID.

Vara y libra	= las de Castilla.
½ cántara	7,82 litros.
Litro	2,046 cuartillos.
½ fanega para áridos	27,39 litros.
Litro de grano	0,876 de cuartillo.
Obrada superficial de 6000 estadales cuadrados	46,5930 áreas.
Área	la de Castilla.

VIZCAYA (BILBAO.)

Vara	= la de Castilla.
Libra	0,488 kilógramos.
Kilógramo	2,0492 libras.
½ azumbre	1,11 litros.
Litro	1,801 cuartillos.
½ arroba de aceite	6,74 litros.
Litro de aceite	1,854 libras.
½ fanega de áridos	28,46 litros.
Litro de grano	0,211 de celemin.
Peonada superficial de 544 4/9 varas cuadradas	3,8051 áreas.
Área	la de Castilla.

ZAMORA.

Vara y libra	= las de Castilla.
½ cántara	7,98 litros.
Litro	2,005 cuartillos.
½ fanega para áridos	27,64 litros.
Litro de grano	0,868 de cuartillo.
Fanega superficial de 4800 varas cuadradas	33,5470 áreas.
Área	la de Castilla.

ZARAGOZA.

Vara	= 0,772 metros.
Metro	1,295 varas.
Libra	0,350 kilógramos.
Kilógramo	2,857 libras.
Cántaro de vino	9,93 litros.
Litro	1,614 cuartillos.
Arroba para medir aceite	13,93 litros.
Litro de aceite	2,584 libras.
Arroba para medir aguardiente	13,33 litros.
Litro de aguardiente	2,700 libras.
Fanega para áridos	22,42 litros.
Litro de grano	0,535 de almud.
Cuartal superficial de 400 varas cuadradas	2,3839 áreas.
Área	1 almud 67,79 varas cuad.s

SISTEMA MÉTRICO-DECIMAL DE PESOS Y MEDIDAS.

La unidad de longitud es el *metro*, palabra griega, que quiere decir medida. Para designar sus múltiplos y submúltiplos, segun el sistema decimal, se anteponen á esta expresion las siguientes:

Miria, *Kilo*, *Hecto*, *Deca*; *Deci*, *Centi*, *Mili*,

importadas del griego y latin, y que son las raices para expresar en todos los idiomas las palabras Miriámetro = *diezmil* metros; Kilómetro = *mil* metros; Hectómetro = *cien* metros; Decámetro = *diez* metros; Decímetro = *décima* parte del metro; Centímetro = *centésima* parte del metro; y Milímetro = *milésima* parte del metro, &.

Para las superficies se toma por unidad el metro cuadrado, y cuando aquellas son agrarias la unidad es el decámetro cuadrado, llamado entonces *área*. Aplicando á esta palabra las voces Miria, Kilo, &, se tienen las Miria-área ó Miriárea = diezmil áreas; Kilo-área=Kilárea=mil áreas, Hecto-área ó Hectárea=cien áreas, &. La Centiárea es el metro cuadrado.

La unidad de volúmen es el metro cúbico; y el nombre estéreo, que dán los Franceses, propuesto á los radicales Hecto, Deca, &, sirve solo para la medicion de leña. Cuando los volúmenes son granos ó líquidos, la unidad de volúmen es el litro, equivalente á un cubo de un decímetro de lado. El metro cúbico es mil veces mayor que el litro y se llama kilólitro.

Para medida de peso se usa el *gramo*, igual al peso de un centímetro cúbico de agua destilada, reducida á su máxima densidad. El kilógramo = mil gramos, es el peso, unidad usual española, equivalente al de un litro de agua á 4° del termómetro centígrado. Es, al mismo tiempo, el de que mas uso hacen en Francia, Bélgica y actualmente en Italia y Alemania.

1 tonelada métrica es igual á 1000 kilógramos ó el peso de 1^{m^3} de agua destilada.

FIN DE LAS ADICIONES.